

超伝導伝送線路における非線形効果

Non-linear effect in the superconducting transmission line

○ 野口 卓^{1,2}, 美馬 覚², 大谷 知行² (1. 国立天文台, 2. 理研)○ T. Noguchi^{1,2}, S. Mima², C. Otani² (1. NAOJ/NINS, 2. RIKEN,)

E-mail: Takashi.Noguchi@nao.ac.jp

マイクロ波と結合した超伝導共振器では、共振器内部に誘起される強いマイクロ波電界によって残留準粒子のエネルギー分布に変化が生じ、共振器の内部 Q 値が共振器内部のマイクロ波電界の強度によって変動することが明らかになっている (図 1)。超伝導共振器の内部 Q 値は常伝導伝導度に反比例するので、この事実は常伝導伝導度がマイクロ波電界によって変動する非線形効果の存在を示唆している。そして、薄膜型超伝導共振器は超伝導伝送線路によって構成されるので、超伝導伝送線路における常伝導伝導度の非線形効果と考えられる。

非線形超伝導伝送線路を伝播するマイクロ波の波動方程式は

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \varepsilon \mu \frac{d^2 \mathbf{E}}{dt^2} + \mu \frac{d\mathbf{J}}{dt} \quad (1)$$

で与えられる。ここで、 \mathbf{J} は線路を流れる電流密度であり、マイクロ波電界強度が高い場合には電界 \mathbf{E} に対して線形ではなく、2 次までの非線形効果を考慮する。

$$\mathbf{J} = (\sigma_1 - i\sigma_2)\mathbf{E} + \sigma'_1 \mathbf{E}^2 \quad (2)$$

$$\sigma'_1 \equiv \frac{d\sigma_{1,0}}{dE} \quad (3)$$

次に電界が角周波数 ω_j ($j=0,1,2$) で z 方向に伝播する 3 つの周波数成分で構成されている場合を考える。まず、Hsiao の解析方法に従って、常伝導伝導度の非線形効果を含めた超伝導体の表面インピーダンスを求める。ここで、マイクロ波の進行方向と直交する x 方向 (膜厚方向) のそれぞれの各電界成分を

$$E_z^{\omega_j}(x,t) = \frac{1}{2} \{A_{\omega_j} e^{-\gamma_j x + i\omega_j t} + c.c.\} \quad (4)$$

とする。これらを波動方程式 (1) に代入し、それぞれの色因油粉時公レマギふ公トす。ただ

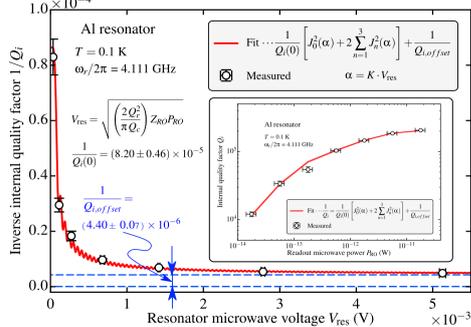


Fig. 1: Inverse Q_i as a function of resonator microwave voltage V_{res} .

し、角周波数 $\omega_0, \omega_1, \omega_2$ の間には $\omega_0 = \omega_1 - \omega_2$ の関係があるとする。これを考慮すれば角周波数 ω_0 の成分の式は次のようになる。

$$\frac{d^2 E^{(\omega_0)}}{dx^2} = \varepsilon \mu \frac{d^2 E^{(\omega_0)}}{dt^2} + \mu (\sigma_1 - i\sigma_2) \frac{dE^{(\omega_0)}}{dt} + \frac{1}{4} \mu \sigma'_1 \frac{d}{dt} \{E^{(\omega_1)} E^{(\omega_2)*} + c.c.\} \quad (5)$$

式 (4) を式 (5) に代入し、変位電流の項を無視して整理すると、

$$\gamma_0^2 \approx \omega_0 \mu \sigma_2 \left\{ 1 + i \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} + g \frac{\sigma'_1}{\sigma_2} \right) \right\} \quad (6)$$

となる。ここで、 $e^{-(\gamma_0 + \gamma_2 - \gamma_1)x} \approx 1$ 、 $g \equiv A_{\omega_1} A_{\omega_2}^* / A_{\omega_0}$ とした。超伝導薄膜の表面インピーダンス Z_s は、(6) 式を用いて、

$$Z_s \approx i \sqrt{\omega_0 \mu \sigma_2} \left\{ \frac{1}{\sigma_2} - \frac{i}{2} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} + g \frac{\sigma'_1}{\sigma_2} \right) \right\} \quad (7)$$

で与えられる。超伝導ストリップ線路の伝搬定数 γ は、 Z_s を用いて

$$\gamma = \sqrt{(i\omega_0 L + Z_s)(i\omega_0 C)} \approx i\omega \sqrt{LC} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} + g \frac{\sigma'_1}{\sigma_2} \right) \quad (8)$$

で与えられる。ここで注目すべき点は、 g が十分大きく、 $\sigma'_1 < 0$ となる場合、(8) の実数部が負となり、減衰定数 $-\gamma$ が正となる。これは、超伝導伝送線路の非線形効果によってマイクロ波の進行波型の増幅が可能であることを示している。

[1] J. K. Hsiao, Bell System Techn. J., pp. 1679–1697, 1967.

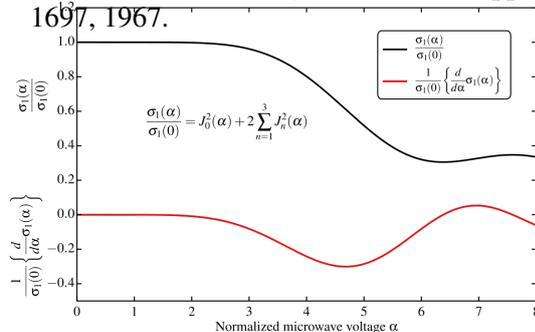


Fig. 2: Inverse Q_i and its derivative with respect to the normalized microwave voltage α .