

歪フォトニック結晶の有効場理論

Effective field theory of distorted photonic crystals

Geometrize¹, 京都工繊大² ○北川 均^{1,2}, 南條 勤治², 北村 恭子²
Geometrize¹, Kyoto Inst. Tech.² ○H. Kitagawa^{1,2}, K. Nanjo², K. Kitamura²

E-mail: kitagawadirac@gmail.com, kyoko@kit.ac.jp

フォトニック結晶に空間的に緩やかな歪を与えた、歪フォトニック結晶^{[1]-[4]}における光の挙動を微分幾何学の観点から調べ、歪フォトニック結晶の有効場理論を構築する。また歪フォトニック結晶における平均屈折率の空間変化の影響を議論する。

まず歪フォトニック結晶中における光にとっての曲がった仮想空間を、微分幾何学を用いて定義する。2次元正方格子に歪を与えたときの格子歪 Δ^L_{ij} ($i=1, 2, j=1, 2$)を式(1)で定義する。

$$\Delta r_j(x_1 + a^{(0)}, x_2) - \Delta r_j(x_1, x_2) \equiv \Delta^L_{1j}, \Delta r_j(x_1, x_2 + a^{(0)}) - \Delta r_j(x_1, x_2) \equiv \Delta^L_{2j} \quad (1)$$

(Δr_j は格子点位置の変化)。次に周期誘電率関数 $\epsilon(\mathbf{r})$ の逆数を用いた空間歪テンソル Δ_{ij} を式(2)で定義する (ここで、 $\epsilon^{-1}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{G}} \kappa(\mathbf{G}) \exp(i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r})$)。

$$\Delta_{ij} \equiv |\kappa(\mathbf{G} \neq 0)|^2 / |\kappa(\mathbf{G} = 0)|^2_{\max} \Delta^L_{ij} \quad (2)$$

式(3)のようにフォトニック結晶の固有値方程式を非摂動項と摂動項とに分離する。

$$L_{(H)} H_z(\mathbf{r}) = \frac{\omega^2}{c^2} H_z(\mathbf{r}),$$

$$L_{(H)} = -(\partial_x \epsilon^{-1}(\mathbf{r}) \partial_x + \partial_y \epsilon^{-1}(\mathbf{r}) \partial_y) = L_{(H)}^{(0)} + L_{(H)}^{(1)}, \quad (3)$$

$$L_{(H)}^{(0)} = -\kappa(0)(\partial_x^2 + \partial_y^2), \quad L_{(H)}^{(1)} = -\sum_{\mathbf{G} \neq 0} \kappa(\mathbf{G})(\partial_x e^{i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} \partial_x + \partial_y e^{i\mathbf{G} \cdot \mathbf{r}} \partial_y)$$

すると、 $\kappa(\mathbf{G})$ は摂動ポテンシャルを表していることから、(1), (2)式によって格子の歪とフォトニック結晶の摂動とを、結びつけることができる。このような歪んだ空間における光の軌跡は、幾何学を決定する計量テンソルを出発点として、測地線方程式を解くことで調べることができ、もっとも簡単な場合として格子歪を位置の2乗に比例するモデルでは厳密な解が得られる(紙面の都合上、式については前回までを参照いただきたい[1],[2])。ここで平均屈折率は変化しないと仮定している。すなわち、光は格子歪の効果だけで曲がることとなる。これは従来のフェルマーの原理から予想される光の挙動とは大きく異なる。このように格子歪により歪んだ仮想空間による記述が現実の歪フォトニック結晶を記述する理論(有効場理論)として適正かどうかは、この測地線方程式の解と実際の光の軌跡を比較することにより検証できる。図1にFDTDシミュレーションと本理論計算を比較した結果を示す。両結果はよく一致し、本理論により歪フォトニック結晶中の光の挙動を記述できることが検証された。この理論を用いることで、平均屈折率が変化した場合(格子点の大きさが一定)、空気孔、誘電体ロッド歪フォトニック結晶の差異についても議論することが可能になる。その結果の一例を図2に示す。詳細は当日報告する。【文献】[1]北川他,2019年秋応物19p-E207-7. [2]北川他,2020年春応物14a-B415-8. [3]南條他,2019年秋応物19p-E207-6. [4]南條他,2020年春応物14a-B415-9.

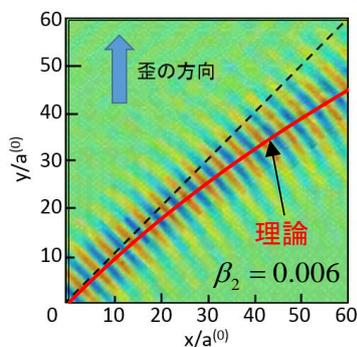


図1: FDTDシミュレーションから得られる光の軌跡と理論計算の比較

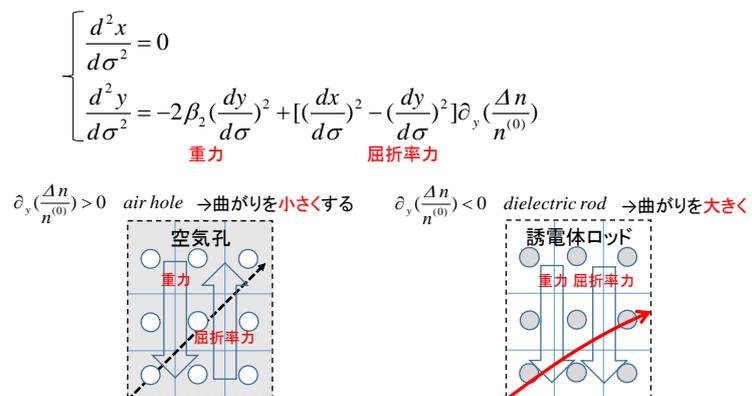


図2: 平均屈折率が変化する場合の測地線方程式の解と光の軌跡の概念図