

# 力学系の最適制御に基づく深層学習的情報処理

## Deep learning-like information processing based on an optimal control of dynamical systems

金沢大<sup>1</sup>, JST さきがけ<sup>2</sup> ◯古畑玄貴<sup>1</sup>, 砂田哲<sup>1,2</sup>, 新山友暁<sup>1</sup>

Kanazawa Univ.<sup>1</sup>, JST PRESTO<sup>2</sup>

G. Furuhata<sup>1</sup>◯, S. Sunada<sup>1,2</sup>, and T. Niiyama<sup>1</sup>

E-mail: sunada@se.kanazawa-u.ac.jp

深層学習は、現在、急速に発展する人工知能を支える中心的な技術である。深層学習の根幹は、その構成するネットワークの多層性にあり、入力した情報が出力層まで非線形に伝搬していくことで、多様で高度な表現能力を獲得していると指摘されている[1]。最近、その多層構造における情報の伝搬を力学系（動的システム）の時間発展過程とみなし、深層学習の中身を理解しようとする研究がある[2]。興味深いことに、深層学習における“学習”は、力学系の文脈において、入力（初期状態）に対して望ましい出力（終状態）が得られるように動的システムを最適制御することと理解できる[2, 3]。この同等性は、物理（動的システム）と深層学習とを結びつけ、任意の動的システムへ深層学習機能を実装させるためのヒントを与えているといえる。もし光の動的システムに深層学習的な機能を付加することができれば、情報処理の高速化・高度化が可能となるかもしれない。そのための第1ステップとして、本研究では、深層学習を動的システムの最適制御として記述して、深層学習の処理機能を物理的システムへ組み込むためのフレームワークを提示する。

ここで、Residual Network (ResNet) のように  $\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n + \mathbf{G}(\mathbf{X}_n, \boldsymbol{\theta}_n)\Delta t$  として情報を伝搬させるシステムを考える (図 1)。 $\mathbf{X}_n$  は第  $n$  層の状態であり、 $\mathbf{G}$  は活性化関数、 $\boldsymbol{\theta}_n$  は結合荷重に対応し、 $\Delta t$  は任意の定数である。最終層を第  $N$  層とすると、コスト関数は  $L[\mathbf{X}_N]$  となり、これを最小にするように結合荷重  $\boldsymbol{\theta}_n$  を決定していくことになる。ここで、層から層への伝搬を時間発展とみなし、 $t = n\Delta t$  としてある適当な極限をとると、 $\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{G}[\mathbf{X}(t), \boldsymbol{\theta}(t)]$  と記述できる。コスト関数は  $T = N\Delta t$  とすると  $L[\mathbf{X}(T)]$  と表現できる。よって、ResNet 型の深層学習問題は、 $L[\mathbf{X}(T)]$  を最小にするように“制御信号”  $\boldsymbol{\theta}(t)$  を求める問題に帰着でき、最適制御の問題として学習が可能となる。当日の発表では、最適制御による学習例を提示する。更に、本研究では、力学系として遅延系を選び、時間多重化法により時間領域上に仮想ノードを構成し深層学習的なネットワークを構築した結果も報告する。遅延系は無限次元の動的システムであるが単一ノードで構成できるため[4]、ハードウェアへの実装が容易である。光・電気遅延系に上述の最適制御法を適用して、単純な 2 値分類問題に対する学習を調べた結果の例を図 2 に示す。本結果については、遅延方程式に対する adjoint method を適用して最急降下法的に制御信号を学習した。図 2 のように、分類のエラーは時間  $T$  が大きくなる（層が深くなる）ほど低下することがわかる。当日はこの遅延系への実装についても報告する。

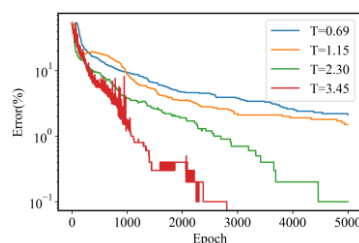
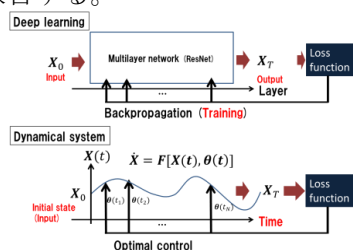


Fig. 1: Deep learning and dynamical system. Fig. 2: Classification error vs. time,  $T$ (ms).

### References

- [1] B. Poole *et al.*, arXiv:1606.05340v2 (2016). [2] G.-H. Liu, E. A. Theodorou, arXiv:1908.10920v2 (2019). [3] Ricky T. Q. Chen *et al.*, arXiv:1806.07366v3 (2018). [4] L. Appeltant *et al.*, Nat. Commun. 2 (2011) 468.