

準変数分離による金属円錐プローブ直下の光強度分布について

Optical Intensity Distribution Below a Metallic Conical Probe

Based on Quasi-Separation of Variables

福井大教育 ○栗原 一嘉

Univ. Fukui ○Kazuyoshi Kurihara

E-mail: kuri@u-fukui.ac.jp

準変数分離法を用いて光近接場顕微鏡の金属プローブの超集束モードについて考察している¹⁾。金属プローブは、長形回転楕円体座標系で曲率半径を有する金属円錐でモデル化するが、本発表では、曲率半径を無限小とした場合の円錐プローブを考察する (図1)。円錐形状の境界条件は

$$\frac{1}{\varepsilon_1} \left[\sin \alpha \frac{P_{-1/2+i\tau_1(r)}^{-1}(\cos \alpha)}{P_{-1/2+i\tau_1(r)}^{-1}(\cos \alpha)} - \cot \alpha \right] = \frac{1}{\varepsilon_2} \left[\sin \alpha \frac{\widehat{Q}_{-1/2+i\tau_2(r)}^{-1}(\cos \alpha)}{\widehat{Q}_{-1/2+i\tau_2(r)}^{-1}(\cos \alpha)} - \cot \alpha \right] \quad (1)$$

$$\tau_1 = \sqrt{\zeta_u^{(0)}(r) - \varepsilon_1 k_0^2 r^2}, \tau_2 = \sqrt{\zeta_u^{(0)}(r) - \varepsilon_2 k_0^2 r^2}, k_0 = \omega / c \quad (1')$$

とする^{1,2)}。ここで、分離関数 $\zeta_u^{(0)}(r)$ 、光速 c 、角振動数 ω 、 $P_{-1/2+i\tau}^{-1}(\cos \alpha)$ と $\widehat{Q}_{-1/2+i\tau}^{-1}(\cos \alpha)$ は円錐関数³⁾である。式(1)の分離関数 $\zeta_u^{(0)}(r)$ を求めるには、前回¹⁾の議論を参考に近似解析解を求め、その値を初期値として数値計算する。金属誘電率 $\varepsilon_1 = -20$ 、誘電体誘電率 $\varepsilon_2 = 1$ 、テーパー角 $2\alpha = 30^\circ$ の条件で数値的に解いて、分離関数を二次関数で近似すると、 $\zeta_u^{(0)}(r) \sim u^2 k_0^2 r^2 + \nu^2$ 、 $\nu^2 = 1.584$ 、 $u^2 k_0^2 = 47.73$ を得る。ここで、動径 r を波長 λ で規格化して数値計算している。金属円錐プローブ直下での電場は対称性から z 軸方向となり、 $\theta = \pi$ における $E_r^{(0)}(r, \theta)$ ²⁾ で記述できる。すなわち、初期条件で決まる磁場 H_0 を用いて

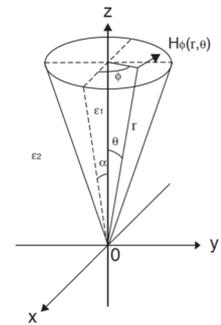


図1 金属円錐の座標系

$$E_r^{(0)}(r, \pi) = H_0 \frac{i}{\omega} \frac{R^{(0)}(r)}{r} \frac{1}{\varepsilon_2 \widehat{Q}_{-1/2+i\tau_2(r)}^{-1}(\cos \alpha)} \lim_{\theta \rightarrow \pi} \frac{\widehat{Q}_{-1/2+i\tau_2(r)}^{-1}(\cos \theta)}{\sin \theta} = H_0 \frac{i}{\omega \varepsilon_2} \frac{R^{(0)}(r)}{r} \frac{1}{\sqrt{2(1+\cos \alpha)}} \quad (2)$$

となる。超集束モードの動径関数 $R^{(0)}(r)$ は、虚数ベッセル関数³⁾を用いて、

$$R^{(0)}(r)\sqrt{r} = \tilde{J}_\nu(uk_0 r) + i \tanh(\frac{1}{2}\pi\nu) \tilde{Y}_\nu(uk_0 r) \sim \left(\frac{2 \tanh(\frac{1}{2}\pi\nu)}{\pi\nu} \right)^{1/2} \exp\left[i \left(\nu \ln(\frac{1}{2}uk_0 r) - \gamma_\nu \right) \right] \quad (r \leq \nu / uk_0) \quad (3)$$

と書ける。近似は、 $r \leq \nu / uk_0 = 0.1821$ で有効である。式(3)を式(2)に代入すると、光強度

$$\left| E_r^{(0)}(r, \pi) \right|^2 = \left| H_0 \right|^2 \frac{\tanh(\frac{1}{2}\pi\nu)}{\pi\nu\omega^2 \varepsilon_2^2 (1+\cos \alpha) r^3} \quad (r \leq \nu / uk_0) \quad (4)$$

となる。一方、動径範囲 $r \geq \nu / uk_0$ では、 $\tanh(\frac{1}{2}\pi\nu) \sim 1$ と近似できる場合において

$$R^{(0)}(r)\sqrt{r} \sim \tilde{J}_\nu(uk_0 r) + i \tilde{Y}_\nu(uk_0 r) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi uk_0 r}} \exp\left[i \left(uk_0 r - \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (r \geq \nu / uk_0) \quad (5)$$

と書けるので、式(5)を式(2)に代入して、光強度

$$\left| E_r^{(0)}(r, \pi) \right|^2 = \frac{\left| H_0 \right|^2}{\pi uk_0 \omega^2 \varepsilon_2^2 (1+\cos \alpha) r^4} \quad (r \geq \nu / uk_0) \quad (6)$$

を得る。以上より、金属円錐プローブ直下の光強度は、動径範囲 $r \leq \nu / uk_0$ では距離 r の3乗に逆比例し、動径範囲 $r \geq \nu / uk_0$ で距離 r の4乗に逆比例することが導かれる。なお、式(4)と式(6)は、 $r = \nu / uk_0$ で連続である。この結果は、光近接場で多用されている静電近似では得られないものである。

- 1) 栗原一嘉、「光近接場顕微鏡用金属プローブの伝搬モードについて：断熱近似との比較」、2019年9月、第80回応用物理学会秋季学術講演会、20a-E208-5.
- 2) K. Kurihara et al., *J. Phys. A: Math. Theor.* **40** (2007) 12479-12503.
- 3) 'NIST Handbook of Mathematical Functions' edited by Frank W. J. Olver et al. (2010).