

二重格子フォトニック結晶における様々な例外点形成に関する考察

Consideration on generation of various exceptional points in double-lattice photonic crystals

京大工, °吉田溪介, 吉田昌宏, 井上卓也, 野田進

Kyoto Univ., °K. Yoshida, M. Yoshida, T. Inoue, S. Noda

E-mail: yoshida@nano.kuee.kyoto-u.ac.jp, snoda@kuee.kyoto-u.ac.jp

【序】 我々は、フォトニック結晶レーザーの高輝度化のため、二重格子フォトニック結晶¹⁾の深化・最適化を進め、その結合係数の制御により、超大面積単一モード動作の可能性および、非エルミート系におけるディラックコーン形成等、バンド構造の特異点の制御について報告してきた²⁻⁵⁾。今回、二重格子結晶における例外点形成について、さらに体系的に考察したので報告する。

【理論】 $x=y$ に関して対称なフォトニック結晶を考える。180度および90度方向への結合を表す結合係数を $\kappa_{1D}, \kappa_{2D\pm}$ 、放射波および高次波を介したもとの基本波への結合の実部を κ_{11} 、放射波を介したもとの基本波への結合の虚部を μ 、放射波を介して180度方向へ伝搬する基本波に結合する際の付加位相を θ_{PC} とする³⁾。これまで、 Γ 点及び Γ -M方向に波数がずれた場合のモードA, Cの複素固有値を議論する場合に適した方法として、 Γ -M方向の実効的な結合係数に対応する $(\kappa_{1D} + \kappa_{2D-})e^{-i\theta_{PC}} (\equiv R + iI)$ に着目してきたが²⁾、今回は Γ -M'方向も含めて考えるため、 $\kappa_{1D}, \kappa_{2D\pm}$ 各々に着目して議論を進める。さらに、 Γ -M'方向の複素固有値をも解析的に求めるために、 $\kappa_{1D} = |\kappa_{1D}|e^{i(\theta_{PC} + \frac{\pi}{2})}$, $\kappa_{2D-} = |\kappa_{2D-}|e^{i(\theta_{PC} - \frac{\pi}{2})}$, $\kappa_{2D+} = 0$ となる場合(図1)に着目した。この時、 Γ -M方向及び Γ -M'方向に波数 $|\Delta k|$ ずれたモードA, Cの複素固有値(周波数 $\delta_{A,C}$ 、放射係数 $\alpha_{A,C}$)は、それぞれ、以下の(1), (2)式で表される。

$$\delta_{A,C} + i\alpha_{A,C}/2 = \kappa_{11} + i\mu \pm \sqrt{(|\kappa_{2D-}| - |\kappa_{1D}|)^2 - \mu^2 + (|\Delta k|/\sqrt{2})^2} \quad (1)$$

$$\delta_{A,C} + i\alpha_{A,C}/2 = \kappa_{11} + i\mu \pm \sqrt{\left(|\kappa_{2D-}| - \sqrt{|\kappa_{1D}|^2 + (|\Delta k|/\sqrt{2})^2}\right)^2 - \mu^2} \quad (2)$$

2つのモードの固有値が縮退する例外点は、上式の根号部分が0となる波数 Δk に形成される。上式より求まる、 $|\kappa_{1D}|$, $|\kappa_{2D-}|$, μ と、例外点の個数の関係を図2に示す。同図の領域①は Γ -M, Γ -M'方向共に2点の例外点が形成される領域を、領域②はどちらの方向にも例外点が形成されない領域を、領域③は、 Γ -M'方向にのみ4つの例外点が形成される領域を表している。領域①における点Aにおけるバンド構造を波数空間上でプロットすると図3(a)のようになり、 Γ 点を中心に、1つの円環を成すように例外点が形成されることになる。次に、例外点が形成されるぎりぎりの領域①と②の境界の点Bに注目すると、図3(b)に示されるように、 Γ 点上の1点のみに例外点が形成されることとなる。これは別途報告する非エルミート系でありながら純粋なディラックコーンが形成される場合に対応する⁵⁾。一方、領域①と③境界の点Cにおいては、図3(c)に示すような Γ 点のみで繋がった2つの円環状の例外点となる。最後に、領域③における点Dにおいては、図3(d)に示すようになり、2つの円環に完全に分裂したものとなる。以上のように、二重格子フォトニック結晶における結合係数によって、例外点を様々な制御出来ることが明らかとなった。

【謝辞】 本研究の一部はSIPのもとで行われた。**【文献】** 1) M. Yoshida, *et al.*, Nat. Mater. **18**, 121 (2019) 2) 井上他, 2021春季応物 17p-Z31-7. 3) 井上他, 2021春季応物 17p-Z31-2. 4) 吉田他, 2021春季応物 17p-Z31-3. 5) 吉田他, 本応物。

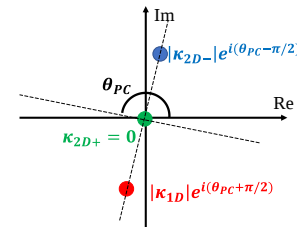


図1. 複素平面上での $\kappa_{1D}, \kappa_{2D\pm}$ の位置関係

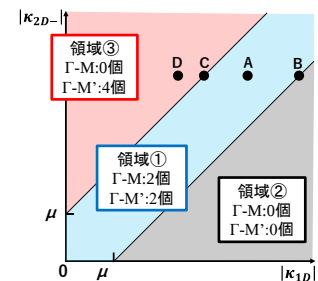


図2. 結合係数と例外点の個数の関係

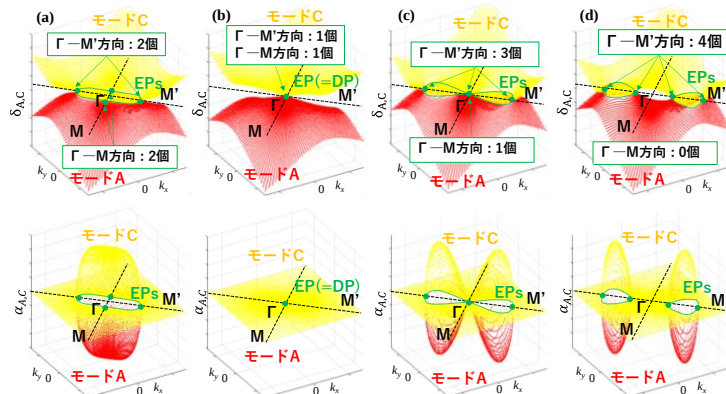


図3. 固有値の実部及び虚部の分散関係。ここで(a)-(d)は図2に示す(a)点A, (b)点B, (c)点C, (d)点Dの場合にそれぞれ対応する。また、EPはExceptional Pointを、DPはDirac Pointを表す。