

物理リザーバーの情報処理容量

Information Processing Capacity of a Physical Reservoir

東大情理¹ ○窪田 智之¹, 中嶋 浩平¹The Univ. of Tokyo¹, ○Tomoyuki Kubota¹, Kohei Nakajima¹

E-mail: kubota@ai.u-tokyo.ac.jp

近年, 物理リザーバー計算 (physical reservoir computing; PRC) と呼ばれる計算フレームワークが注目を集めている [1]. PRC は, 入力 u_t を与えた時の物理系の状態 $\mathbf{x}_t$ を線形回帰することで計算機を構成する. こうした実装の容易さから, PRC は, 量子, 光, スピントロニクス, 有機材料, ソフトロボットの様々な物理系に適用され, 普及拡大を続けている. 一方で, 計算能力評価についての課題も存在する. 物理リザーバーの計算能力はこれまで NARMA タスクのようなベンチマークテストによって評価されてきた. しかし, 計算能力は物理リザーバーに固有であるため, 特定のベンチマークテストではそのリザーバーの計算能力を十分に調べられない可能性があった. 例えば, NARMA10 ベンチマークタスクでは, 目標出力 y_t が

$$y_{t+1} = 0.3y_t + 0.05y_t \sum_{i=0}^9 y_{t-i} + 1.5u_t u_{t-9} + 0.1$$

で与えられる. y_t を再現するためには, 入力履歴 $\{u_{t-1}, u_{t-2}, \dots\}$ に関する 9 種類の直交多項式を適切な比率で線形結合した

$$\begin{aligned} y_t = & \alpha_1 u_{t-1} + \alpha_2 u_{t-2} + \alpha_3 u_{t-3} \\ & + \beta_1 u_{t-10} + \beta_2 u_{t-11} + \beta_3 u_{t-12} \\ & + \gamma_1 u_{t-1} u_{t-10} + \gamma_2 u_{t-2} u_{t-11} + \gamma_3 u_{t-3} u_{t-12} \end{aligned}$$

の再現が要請される [2]. ここで, $\alpha_i, \beta_i, \gamma_i$ ($i = 1, 2, 3$) は多項式の係数を表す. しかし, 物理リザーバーの計算能力はこれら 9 種類以外の多項式によって表現されることもあるため, 計算能力を正確に把握するためには, リザーバーに保持される多項式を漏れなく調べる必要がある.

情報処理容量 (information processing capacity; IPC) [2] は, 状態を直交多項式で展開した

ときの基底の係数ベクトルの 2 乗ノルムと等価であり, 物理リザーバーの計算能力を包括的に評価できる. リザーバーの状態を $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^N$ とし, リザーバーに確率的な入力 u_t を加える. さらに, N 次元状態 $\mathbf{x}_t$ から特異値分解によって r 次元の正規化された線形独立な状態 $\hat{\mathbf{x}}_t$ を抽出すると, $\hat{\mathbf{x}}_t$ は入力履歴 $\{u_{t-1}, u_{t-2}, \dots\}$ の正規直交多項式基底 $z_{i,t}$ ($i = 1, 2, \dots$) (例えば, 一様乱数 $u_t \in [-1, 1]$ では, $z_{1,t} = u_{t-1}$, $z_{2,t} = u_{t-2}$, $z_{3,t} = u_{t-1}u_{t-2}$ 等) によって次のように展開される.

$$\hat{\mathbf{x}}_t = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{c}_i z_{i,t}$$

ここで, $\mathbf{c}_i \in \mathbb{R}^r$ は第 i 基底の係数ベクトルを表す. この係数ベクトルを用いて第 i 基底の IPC は次のように表される.

$$C_i = \|\mathbf{c}_i\|^2$$

C_i の総和は, $C_{\text{tot}} = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \leq r$ のように, $\hat{\mathbf{x}}_t$ の次元 r によって上限を与えられるため, 十分な種類の多項式について C_i を調べることで系の計算能力を包括的に評価できる. 本発表では, 新たに, 物理リザーバーの計算指標としての IPC の優位性を報告する.

参考文献

- [1] Kohei Nakajima and Ingo Fischer. Reservoir computing. *Springer*, 1(5):8, 2021.
- [2] Tomoyuki Kubota, Hirokazu Takahashi, and Kohei Nakajima. Unifying framework for information processing in stochastically driven dynamical systems. *Physical Review Research*, 3(4):043135, 2021.