

凸最適化による光子数識別器 正作用素値測度推定に関する一考察

On the estimation of POVM elements by convex optimization
to characterize a photon-number-resolving detector

産総研¹, 産総研・東大 オペランド計測 OIL², °吉澤 明男¹, 福田 大治^{1,2}

AIST¹, OPERANDO-OIL², °Akio Yoshizawa¹, Daiji Fukuda^{1,2}

E-mail: yoshizawa-akio@aist.go.jp

状態を密度行列で示すとき正作用素値測度と呼ばれる半正定値行列の組から測定結果の確率分布を得るが、光子数識別器の場合、対角項のみを考慮すれば十分であり、各要素は k -input n -output の条件付確率に等しい。光子数確定状態を入力状態として用意できれば測定結果から直に対角項を評価できるが、これが難しい場合、平均光子数が異なる複数個のコヒーレント状態を用意して凸最適化問題： $\min \left| \sum_{i,n} (y_{in} - \sum_k x_{ik} p(n|k))^2 + \gamma S \right|$ を解くなどの工夫がある[1]。但し、 y_{in} は i 番目の入力に対する n -output 測定確率、 x_{ik} は i 番目の入力に対する k -photon 占有率 (Poisson 分布)、 $p(n|k)$ が推定すべき条件付確率である。制約条件 ($= \gamma S$) は推定精度に影響を与えるが、ユーザー一定義的でもあり今回の検討対象とした。Fig. 1 に比較的良好な忠実度 f_k が得られた例を示す。制約条件 (smoothing function) は以下のとおりである。

$$\text{Fig. 1(a)} : S = \sum_{k,n} (p(n|k+1) - p(n|k))^2 \quad (1)$$

$$\text{Fig. 1(b)} : S = \sum_{k,n} (p(n+1|k) - p(n|k))^2 \quad (2)$$

このとき、 x_{ik} と y_{in} は両者間で共通であり、平均光子数が異なるコヒーレント状態に対する超伝導転移端センサ[2]の測定結果を利用した。

平均光子数： 22.07, 17.53, 13.93, 11.06, 8.787, 6.98, 5.544, 4.404, 3.498, 2.779

2.207, 1.753, 1.393, 1.106, 0.8787, 0.698

光子数分布の実測値を Poisson 分布と比較して求めた量子効率 (伝搬損失を含む) は $\eta = 8.6\%$ である。忠実度は $\sqrt{f_k} = \sum_n \sqrt{p(n|k)q(n|k)}$ であり、損失をビームスプリッタで扱う場合に定式化される二項分布： $q(n|k) = {}_k C_n \eta^n (1-\eta)^{k-n}$ と条件付確率 $p(n|k)$ を比較した。制約条件 Eq. (1) を使用して、 γ 値を固定しないで、 k に対して単調増加させると全ての k に対して忠実度が良好となることが分かる。尚、制約条件を課さない場合 ($\gamma = 0$) は全く不調であり、量子効率が低いほど制約条件 (smoothing function) が必要となり、量子効率が高い場合 ($\eta \geq 80\%$) は不要である。参考文献：[1] A. Feito et al., New J. Phys., 11, 093038 (2009) [2] D. Fukuda et al., Opt. Express, 19, 870 (2011) 謝辞：本研究の一部は Q-LEAP (文部科学省) の成果である。

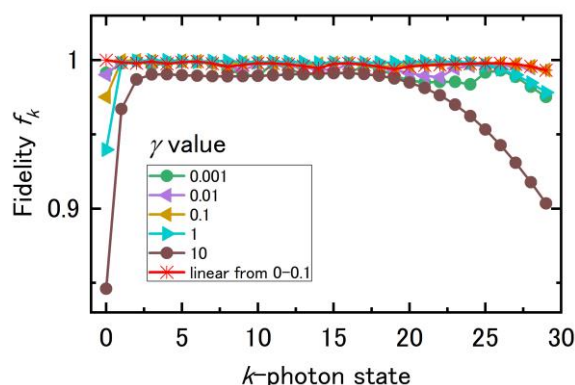


Fig. 1(a) Fidelity [subject to Eq. (1)]

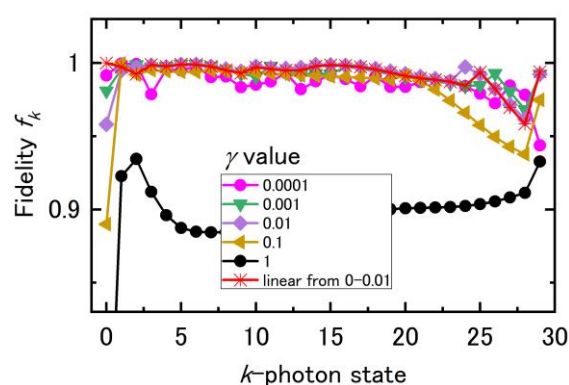


Fig. 1(b) Fidelity [subject to Eq. (2)]