

修正ボルン級数に基づいた多重散乱の数値モデルの検討

A numerical model of multiple scattering based on the modified Born series

近畿大学大学院総合理工学研究科 (M1) 小松 智昭, 吉田 周平

Kindai Univ., Graduate School of Science and Engineering, Tomoaki Komatsu, Shuhei Yoshida

E-mail: 2233340488x@kindai.ac.jp

1. 序論

誘電率を測定は物体の内部構造の理解や可視化のために重要である。測定には入射光を物体に照射し、生じる散乱場を干渉画像として記録し解析する。散乱問題には既知の散乱体から散乱場を求める順問題と既知の散乱場から散乱体を求める逆問題がある。順問題は有限差分時間法などが確立されているが逆問題を正確にかつ効率的に解くことは依然として困難である。

従来、逆問題における散乱場からの散乱体の再構成では一次 Born 近似や Rytov 近似のような計算効率は良いが高次での多重散乱を無視するものであるため精度が制限されるという問題[1]があった。本研究では上記の問題を解決するために修正ボルン近似を用いて再構成を行い、修正ボルン近似[2]の次数による収束性の検証を行った。

2. 原理

シミュレーションとして屈折率 1.336 の媒質中に直径 3 μm 、屈折率 1.461 のビーズを配置し、修正ボルン級数(1)を用いて散乱場 Ψ_s を求めた。

$$\Psi_s = \sum_{n=0}^{\infty} [\mathbf{M}]^n \mathbf{G}_s \quad (1)$$

ここで $\mathbf{M} = \mathbf{I} + i \text{diag}(\mathbf{v} - i\eta)[\mathbf{G}_\eta \text{diag}(\mathbf{v} - i\eta) - \mathbf{I}]/\eta$ 、 $\mathbf{v}$ は散乱ポテンシャル、 η は減衰定数を表す。 $\mathbf{G}_\eta$ は $\mathbf{U}$ をフーリエ変換、 $\mathbf{q}$ を空間角周波数ベクトル、 k を波数として $\mathbf{U}^\dagger \text{diag}[(\mathbf{q}^2 - k^2 - i\eta)]^{-1} \mathbf{U}$ である。次に、最小化問題式(2)を解くことで散乱ポテンシャルを得る。

$$\arg \min_{\mathbf{v}' \in \mathbb{R}^{N \times 1}} \varepsilon(\mathbf{v}') = \arg \min_{\mathbf{v}' \in \mathbb{R}^{N \times 1}} \frac{1}{2} \|\Delta \mathbf{y}(\mathbf{v}')\|_2^2 \quad (2)$$

$\Delta \mathbf{y}(\mathbf{v}') = \mathbf{y}(\mathbf{v}') - \mathbf{y}$, $\mathbf{y}'(\mathbf{v}')$, $\mathbf{y}$ はシミュレーションによる散乱場と測定された散乱場である。

3. 結果および考察

修正ボルン級数の精度の比較検討のためにビーム伝搬法(BPM)、ボルン近似との比較を行った (図 1)。

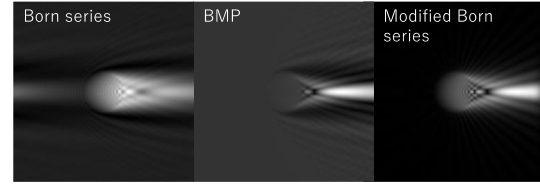


図 1 ボルン近似、BPM、修正ボルン級数による散乱場の比較

ボルン近似は一次散乱のみを考慮している。これに対して BMP は多重散乱を考慮しているが反射を扱えないため、特に散乱体内部で計算精度が低い。修正ボルン級数では多重散乱による散乱場を正確に求めることができている。最小化問題(2)に対して、最適化計算の反復回数に対するコスト関数を示す (図 2)。

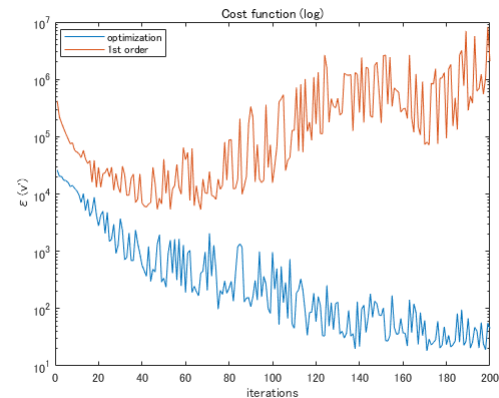


図 2 修正ボルン級数とボルン近似による最適化反復計算時のコスト関数の変化

ボルン近似と比較して、修正ボルン級数では 4 桁程度高い精度が得られていることが分かる。

参考文献

- [1] M. Lee, H. Hugonnet, and Y. Park, “Inverse problem solver for multiple light scattering using modified Born series,” *Optica* **9**(2), 177–182 (2022).
- [2] G. Osnabrugge, S. Leedumrongwatthanakun, and I. M. Vellekoop, “A convergent Born series for solving the inhomogeneous Helmholtz equation in arbitrarily large media,” *J. Comput. Phys.* **322**, 113–124 (2016).