

# 戻り光を有する半導体レーザカオスにおけるリアプノフベクトルの観測 Measurement of Lyapunov vectors in chaotic semiconductor laser with optical feedback

埼玉大, ○井上 聡太, 菅野 円隆, 内田 淳史

Saitama Univ.

○Sota Inoue, Kazutaka Kanno, and Atsushi Uchida

E-mails: s.inoue.567@ms.saitama-u.ac.jp, auchida@mail.saitama-u.ac.jp

**はじめに:** 戻り光を有する半導体レーザにおいて、決定論的なカオス現象が生じることが知られている。レーザカオス分野においては、低周波不規則振動や間欠性カオス、パルスパッケージ等の不規則な振動が観測され、リアプノフ指数を用いてダイナミクスを解析する研究が行われている[1]。ここでリアプノフベクトルは、時系列データを元に計算できる指標であり、自然現象における不安定性を計測することが可能である[2]。リアプノフベクトルを利用して、状態の変化に対する安定性が検証されている。

また、機械学習を用いて突発的で強い逸脱現象を予測する研究が報告されている[3]。さらに、自然現象における通常の動作からの強い逸脱現象を予防する手法が提案されている[4]。これらの予測や予防に用いる特徴量としてリアプノフベクトルが利用できる可能性がある。しかしながら、半導体レーザカオスにおいてリアプノフベクトルを観測する研究や、予測に用いる研究は報告されていない。

そこで本研究では、戻り光を有する半導体レーザで発生する決定論的なカオスにおいてリアプノフベクトルの観測を行い、統計的な解析を行うことを目的とする。

**方法と結果:** 本研究では、Lang-Kobayashi 方程式[5]を用いて戻り光を有する半導体レーザのダイナミクスの数値計算を行った。外部鏡を用いることでレーザの出力光を反射させ、戻り光としてレーザに注入する。

時系列データを行列形式で表示して QR 分解を行い、ランダムな行列に対して上三角行列の逆行列  $\mathbf{R}(t)^{-1}$  を時間逆順にかけ続け、正規化するとリアプノフベクトル  $\mathbf{u}^{(i)}$  に収束する[2]。

$$\mathbf{u}^{(i)}(t) = \mathbf{R}(t)^{-1} \mathbf{u}^{(i)}(t+1)$$

ここでリアプノフベクトル  $\mathbf{u}^{(i)}$  はリアプノフ指数の個数  $i$  個だけ存在する。ここで各リアプノフベクトルの偏角を以下の式で求める。

$$\theta_{ij}(t) = \text{acos}(\mathbf{u}^{(i)}(t) * \mathbf{u}^{(j)}(t))$$

外部共振器長 0.020 m において、外部鏡反射率を変化させた際の半導体レーザカオスの時間波形を Fig. 1 に示す。黒は光強度であり、赤は最大のリアプノフ指数を持つリアプノフベクトルと 2 番目のリアプノフ指数のリアプノフベクトルとの偏角である。光強度の時間波形が減少すると、リアプノフベクトルの偏角が急激に変化していることが分かる。

また、リアプノフベクトルの偏角の傾きを求め、これにしきい値を設けて、時系列における光強度の減少との関係を示した図を Fig. 2(a) に示す。光強度の減少が発生すると、リアプノフベクトルの偏角の傾きが増加し、緑線のしきい値を超えることが分かる。

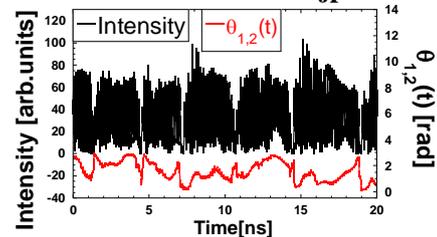


Fig. 1 Temporal waveforms of laser intensity (black) and angle of covariant Lyapunov vectors (red).

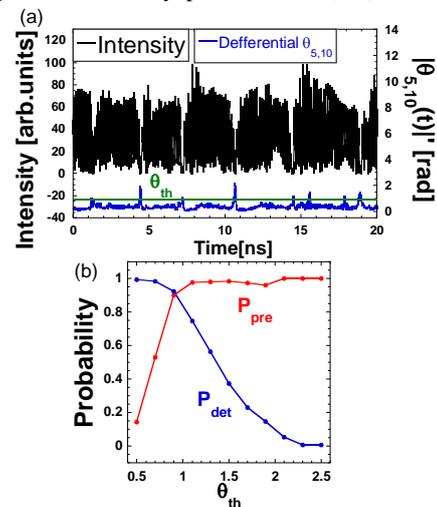


Fig. 2 (a) Temporal waveforms of laser intensity (black), and differential angle of Lyapunov vector (blue). (b) Prediction rate  $P_{pre}$  (red) and detection rate  $P_{det}$  (blue) when the threshold of angle of Lyapunov vectors is changed.

これらの関係を統計的に評価するために、2つの指標を用いる。しきい値を超えた際に光強度が減少する確率の予測成功率  $P_{pre}$  と、光強度が減少した際にしきい値を超える確率の検知成功率  $P_{det}$  である。光強度の減少に対してリアプノフベクトルの偏角の傾きを用いて予測を行った際の、予測成功率と検知成功率のしきい値に対する変化を Fig. 2(b) に示す。適切なしきい値と偏角を設定した際の予測成功率と検知成功率は、共に 0.9 以上となった。つまりリアプノフベクトルの偏角の変化は、光強度の減少と対応していることが分かった。

**まとめ:** 本研究では、戻り光を有する半導体レーザにおいてリアプノフベクトルを数値計算により観測した。また、リアプノフベクトルの偏角の傾きにしきい値を設け、光強度の減少との対応関係を明らかにした。

## 参考文献

- [1] A. Karsakian Dal Bosco, et al., Optics Express **24**, 22198 (2016).
- [2] M. Inubushi, et al., Physical Review E **85**, 016331 (2012).
- [3] V. Pyragas, et al., Physics Letters A **384**, 126591 (2020).
- [4] M. W. Beims, et al., Scientific Reports **6**, 37102 (2016).
- [5] R. Lang, et al., IEEE J. Quantum Electron. **16**, 347 (1980).