

機械学習を用いた力学系のモデル化

Modeling dynamical systems by machine learning

金沢大¹, JST さきがけ² ○(M1)高野 冬真¹, (M2)金谷 宗一郎¹, 新山 友暁¹, 砂田 哲^{1,2}

Kanazawa Univ.¹, JST PRESTO², °Toma Takano¹, Soichiro Kanaya¹, Tomoaki Niiyama¹,

Satoshi Sunada^{1,2}

E-mail: sunada@se.kanazawa-u.ac.jp

力学系とは、一定の法則に従って時間変化が記述されるシステムであり、振子運動や惑星の軌道などの自然現象からレーザーのような工学システムまでの様々な現象は力学系と見なすことができる。一般的に、実験から得られる観測量からシステムを記述する方程式を発見することは困難である。しかし、システムを記述する方程式を得ることが可能になると、システムの未来予測や現象の再現などが可能となる。そこで、本研究では、力学系の時系列データを学習に用いることで間接的に力学系の微分方程式をニューラルネットワーク(NN)で近似する手法を開発した。本手法は図1に示すように、NNとIntegrator(積分器)から構成される[1]。時刻 t における観測量 $\mathbf{r}(t)$ を入力してNNでその微分値 $d\mathbf{r}(t)/dt$ を近似する。近似した微分値を積分器で $N\Delta t$ だけ時間発展させて、時刻 $N\Delta t$ 秒後の観測量 $\mathbf{r}(t + N\Delta t)$ を推定する。この推定値が $t + N\Delta t$ 秒後の観測量 $\mathbf{r}(t + N\Delta t)$ と等しくなるようにNNを学習させる。微分値を求めるためのNNとしては7層の多層構造を用い、積分器で用いる数値積分法としてはRunge-Kutta法を選定した。本研究では、モデルからの出力を再びモデルに入力することを $N - 1$ 回繰り返すことで、 $N = 5$ ステップ先の予測を行う。この際、 N ステップまで推定値と観測量との平均二乗誤差(MSE)をロス関数とした場合(pattern1)と、 N ステップ先のみの推定値と観測量とのMSEをロス関数とした場合(pattern2)の2パターンにて学習を行った。

本実験では、代表的な力学システムであるローレンツモデルを対象とした。時間発展能力は、ある初期値 $\mathbf{r}(0)$ から刻み幅 $dt = 0.01$ で $t = 500$ まで時間発展させMSEによって評価した。pattern1における代表的な結果(ローレンツアトラクタの再構成の例)を図2に示す。異なるNNの初期重みを与えて学習させた結果得られるMSEのヒストグラムを図3に示す。どちらの場合についても比較的安定した学習が可能となることがわかった。

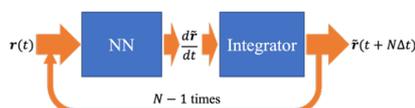


Fig 1. The proposed scheme.

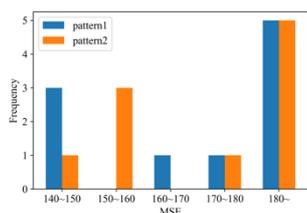


Fig 3. MSE errors for pattern 1 and pattern 2.

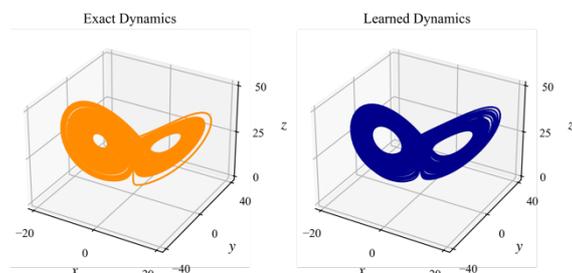


Fig 2. Reproduction of attractor by pattern1.

[1] Manuel A. Roehrl *et al.*, arXiv:2005.14617 (2020)