

歪フォトニック結晶の有効場理論：中心重力

Effective field theory for distorted photonic crystals: Central gravity

京都工繊大¹, Geometrize² ○北川 均^{1,2}, 大西 綾乃¹, 北村 恭子¹

Kyoto Inst. Tech.¹, Geometrize² ○H. Kitagawa^{1,2}, A. Onishi¹, K. Kitamura¹

E-mail: pamkitag@kit.ac.jp, kyoko@kit.ac.jp

光は、屈折率が空間的に分布した媒質中で曲がる。一方、フォトニック結晶中では（光の波長に対して）平均的な屈折率の空間分布が存在しないため、光は直進する。我々は、そのようなフォトニック結晶に、断熱的な格子歪を与えた構造である、歪フォトニック結晶を提案している。これは、平均屈折率の空間分布は均一なまま、格子歪のみで光を曲げることができる新奇なフォトニック構造である。この歪フォトニック結晶中での光の挙動は、重力場下での光の挙動、すなわち一般相対論と同等な理論的枠組みで扱うことが可能である（歪フォトニック結晶の有効場理論^[1]）。この理論では光の軌道は次の測地線方程式に従う（ σ は弧長）。

$$\frac{d^2 x^k}{d\sigma^2} + \Gamma_{ij}^k \frac{dx^i}{d\sigma} \frac{dx^j}{d\sigma} = 0 \quad (1)$$

$\Gamma_{ij}^k(k, i, j=1, 2)$ は重力効果を表す接続であり、フォトニック結晶に与える局所変位の関数である。この方程式の解である光の軌跡は数値シミュレーションや実験結果ともよく一致している^[2]。しかしながら、これまで扱ってきた局所変位では、重力の方向が一定であるためあまり大きな光の偏向角を得ることはできなかった。今回、重力の方向が中心を向く、中心重力を検討したので報告する。

まず次のような動径距離 ρ のみに依存する中心対称な空間を考える（ s は不変距離）。

$$ds^2 = V(\rho) d\rho^2 + W(\rho) \rho^2 d\phi^2 \quad (2)$$

更にこの式を単純化し次のような空間を考える。

$$ds^2 = e^{2K(\rho)} d\rho^2 + d\phi^2 \quad (V(\rho) = e^{2K(\rho)}, W(\rho) = 1) \quad (3)$$

K は ρ の関数、 ϕ は方位角を表す。ここで $K = -2\gamma\beta\rho$ と置くと次式が得られる。これは中心力を受けた測地線方程式を表している。

$$\frac{d^2(\rho\phi)}{d\sigma^2} = 0 \quad (4-1)$$

$$\frac{d^2\rho}{d\sigma^2} + 2\gamma\beta\left(\frac{d\rho}{d\sigma}\right)^2 = 0 \quad (4-2)$$

ここで γ は孔充填率、屈折率コントラストなどフォトニック結晶の情報をもつ重み係数、 β は歪の強さを表す歪係数を表す。これは（ $\beta > 0$ において）下方向に重力を受ける、 y 方向に y^2 に比例した局所変位を断熱的に回転した（厳密解を有する^[1]）測地線方程式を表している。この方程式は次の解をもち、（広義の）ケプラー軌道が得られる。

$$\rho = \frac{1}{2\gamma\beta} \ln \left| 2\gamma\beta \frac{d\rho}{d\phi}(0)(\phi - \phi(0)) + 1 \right| + \rho(0) \quad (5)$$

ここで各 (0) は初期値を意味する。以上は、断熱的回転に対する光の完全な追従を仮定した。実際の構造では完全な中心対称性は実現できないため、方位角を分割して多角形化し疑似的な中心対称構造を扱うこととなる。この場合、上記 y^2 に比例した局所変位を各分割要素 l に適用し、その解 y_l を接続することとなる。

$$y_l = \frac{1}{2\gamma\beta} \ln \left| 2\gamma\beta \tan \alpha_l (x_l - x_l(0)) + 1 \right| + y_l(0) \quad (6)$$

α_l は入射角。ここで各 x_l, y_l の方向は固定されておらず分割要素と共に回転していく。詳細は当日報告する^[3]。【謝辞】本研究の一部は、JST-さがけ(JP20345471)、JSPS科研費(22H01991)から支援を受けた。【文献】[1] H. Kitagawa, *et al.*, Phys. Rev. A **103**, 063506 (2021). [2] K. Nanjyo *et al.*, arXiv:2110.05729. [3] 大西他, 本講演会