

## エコーステート性のない非線形力学系の情報処理

### Information Processing of Nonlinear Dynamical Systems without Echo State Property

東大情理<sup>1</sup>, ○(P) 窪田 智之<sup>1</sup>, 中嶋 浩平<sup>1</sup>

The Univ. of Tokyo<sup>1</sup>, ○(P) Tomoyuki Kubota<sup>1</sup>, Kohei Nakajima<sup>1</sup>

E-mail: kubota@ai.u-tokyo.ac.jp

リザーバー計算 (RC) は非線形力学系を計算資源として利用する機械学習フレームワークであり, 量子系, スピントロニクス, 有機材料系, 神経系, 流体系, ソフトロボットのような様々な系に適用できる. RC は非常に広い範囲の系に適用可能であるが, 一方でエコーステート性 (ESP) と呼ばれる前提条件を系に課すため, 条件を満たさない系からは計算能力を十分に引き出せない可能性がある.

$u_t$  を 1 次元入力とすると, ESP は, 同じ入力系列  $\{u_t\}$  を与えたとき, 系の応答が一致する性質である. このとき, 系の状態  $x_t$  は入力履歴  $\mathbf{u}_t = \{u_{t-1}, u_{t-2}, \dots, u_{t-L}\}$  のみの関数  $x_t = g(\mathbf{u}_t)$  であり, この関数はエコー関数と呼ばれる. RC では, 線形回帰によって状態の線形和が出力  $\hat{y}_t$  として次のように計算される.

$$\hat{y}_t = \hat{w}^\top x_t$$

$$\hat{w} = \arg \min_w \sum_{t=1}^T (y_t - w^\top x_t)^2$$

ここで,  $\hat{w}$  は重みベクトル,  $y_t$  は目標出力である. そのため, 状態がエコー関数でない場合, 出力は再現的でない可能性がある.

1 次元入力  $u_t$  に駆動される力学系では, ESP のない系は時変系である. 状態方程式

$$x_{t+1} = f(x_t, u_t)$$

の解は一般に  $x_t = g(t, \mathbf{u}_t; x_0)$  と表せる [1]. なお, エコー関数  $x_t = g(\mathbf{u}_t)$  はこの特殊解である. ここで時変系とは, 状態が入力履歴  $\mathbf{u}_t$  だけでなく, 時間にも依存する系を指し, 入力に駆動されるリミットサイクルやカオス等を含む.

時間情報処理容量 (TIPC) は, 状態を正規直交多項式で展開したときの係数ベクトルの 2 乗ノルムであり, 時変系の計算能力を包括的に評

価できる. 正規直交化された状態  $\hat{x}_t$  は,  $t$  と  $\mathbf{u}_t$  の正規直交基底  $z_{i,t} = z_i(t, \mathbf{u}_t)$  によって次のように展開される.

$$\hat{x}_t = \sum_{i=1}^{\infty} c_i z_i(t, \mathbf{u}_t)$$

ここで,  $c_i \in \mathbb{R}^r$  は第  $i$  基底の係数ベクトルを表す. この係数ベクトルを用いて第  $i$  基底の TIPC は次のように表される.

$$C_i = \|c_i\|^2$$

ESP は, 同一入力系列に対して再現的に計算するために, 入力履歴のみに依存する基底  $z_{i,t} = z_i(\mathbf{u}_t)$  を要請する. 一方, 時間に依存する基底  $z_{i,t} = z_i(t, \mathbf{u}_t)$  は再現的な計算を阻害する.

本発表では, TIPC を用いて時変系の入力処理が入力項と時間依存項の積によって線形回帰では取り出せない形で表現されることを示す [1, 2]. さらに, 系から RC で利用可能な入力処理を取り出す方法を紹介する.

## 参考文献

- [1] Tomoyuki Kubota, Hirokazu Takahashi, and Kohei Nakajima. Unifying framework for information processing in stochastically driven dynamical systems. *Physical Review Research*, 3(4):043135, 2021.
- [2] Tomoyuki Kubota, Yudai Suzuki, Shumpei Kobayashi, Quoc Hoan Tran, Naoki Yamamoto, and Kohei Nakajima. Quantum noise-induced reservoir computing. *arXiv preprint arXiv:2207.07924*, 2022.