

長方形断面水平水路の跳水の長さエネルギー損失との関係 Relation between the Jump Length and the Energy Dissipation in a Horizontal Rectangular Channel

佐藤 柳言 (日本大・理工) 高橋 正行 (日本大・理工) 大津 岩夫 (日本大)

Ryugen SATOH, Nihon University
Masayuki TAKAHASHI, Nihon University
Iwao OHTSU, Nihon University
E-mail: satou.ryugen@nihon-u.ac.jp

For a free jump in a horizontal rectangular channel, the relation between the jump length and the energy dissipation is explained with the physical meaning. The characteristics of the velocity distribution and the turbulence intensity are obtained experimentally. The convection of the turbulent energy and the work performed by the Reynolds stresses can be calculated, showing that the jump length is interpreted as the length of the zone within which the energy dissipation is accomplished.

1. まえがき

跳水の長さ L_{j0} について、大津¹⁾と Ohtsu et al.²⁾は、その物理的意味を跳水によるエネルギー損失が達成される長さとして解釈し、長方形断面水平水路の場合、 $L_{j0}/H_L = f(H_L/H_*)$ の関係を示した。ここに、 H_L は跳水の始端断面 (断面①, Fig. 1 参照) と終端断面 (断面②) との間の損失水頭、 $H_* [= H_1]$ は断面①の全水頭である。また、自由跳水の長さ L_{j0} の実験式、

$$\log_{10}(L_{j0}/H_L) = -1.71(H_L/H_1) + 1.58 \quad \text{for } 2.3 \leq F_1 \leq 9.5 \quad (1)$$

を提示している^{1),2)}。ここに、 $F_1 [= U_1/(gh_1)^{0.5}]$ は断面①のフルード数、 U_1 は断面①の断面平均流速、 h_1 は断面①の時間平均水深、 g は重力加速度である。さらに、USBR³⁾の実験結果を用いて IAHR Design Manual⁴⁾では跳水長 L_{ju} の簡易実験式、

$$L_{ju} \approx 6h_2 \quad \text{for } 4 < F_1 < 12 \quad (2)$$

(h_2 : 断面②の時間平均水深) を提案しているが、そこでの実験の大部分は水平水路に接続された傾斜水路下流端部から跳水を形成させたものである^{3),5)}。

従来提案されている跳水長の実験式を検証するために、跳水の内部特性 (流速, 乱れ強さ, エネルギー収支) を明らかにし、跳水長の物理的意味を明らかにすることが必要である。

本研究は、長方形断面水平水路のスルースゲート下流側に形成される自由跳水を対象に、跳水長と跳水のエネルギー損失との関係を説明しようとしたものである。

2. 実験

実験は、スルースゲートを有する水路幅 $B = 0.400$ m の滑面長方形断面水平水路に形成される undeveloped inflow condition⁶⁾ (UD と略す) と fully developed inflow condition⁶⁾ (FD と略す) の自由跳水を対象に、 $F_1 = 7.2$, レイノルズ数 $R [= q/\nu] = 6.2 \times 10^4$, アスペクト比 $B/h_1 = 16 \sim 22$ のもとで行われた。ここに、 $q [= Q/B]$ は単位幅流量、 Q は流量、 $\nu [= \mu/\rho]$ は動粘性係数、 μ は水の粘性係数、 ρ は水の密度、 x は跳水始端断面 (断面①) を原点とする水路床に沿った流下方向の座標、 y は水路床を原点とする鉛直上向きの座標である。同一な F_1 と R のもとで流入射流の乱流境界層の発達状態を UD と FD のそれぞれの場合に変化させるため、Ohtsu and Yasuda⁷⁾ の計算方法を用いて射流の乱流境界層厚 δ と水深 h とを求め、与えられた F_1 と R が得られるように Q , スルースゲートの開口高 a , 水路下流端の堰高を調整した。

流速は、二次元電磁流速計 (採取間隔 50 ms, 採取時間 100 s) とプラントル型ピトー管を用いて測定された。断面①の流速の測定には、一次元レーザードップラー流速計 (採取間隔 40 ms, 採取時間 160 s) が用いられた。時間平均水深 h はポイントゲージを用いて測定された。なお、測定は水路中央面 ($z = 0$, z : 水路中央面を原点とする水路横断方向の座標) を対象とした。

3. 最大流速の減衰状況

最大流速 \bar{u}_m の減衰状況を Fig. 2 に示す。図中のプロットは

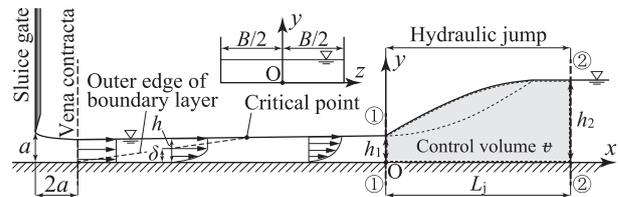


Fig. 1 Definition sketch of the hydraulic jump below a gate.

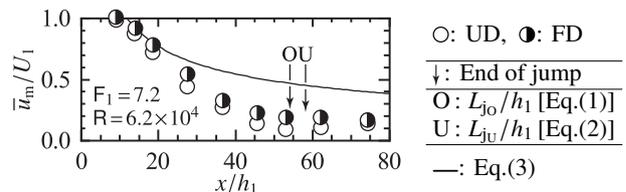


Fig. 2 Decay of the maximum velocity.

与えられた F_1 と R に対する UD と FD の跳水の \bar{u}_m/U_1 の実験値である。また、Fig. 2 の図中の矢印は跳水終端を示し、(1) と (2) の各式より求められる L_{j0}/h_1 と L_{ju}/h_1 の値に対応する x/h_1 の値である。Fig. 2 に示されるように、UD と FD の \bar{u}_m/U_1 の実験値は、 x/h_1 の増加とともに小さくなり、 $x/h_1 \gtrsim 53$ では $\bar{u}_m/U_1 \approx 0.15$ で流下方向に概ね一定となる。すなわち、(1) による断面②より下流側 ($x/h_1 \gtrsim L_{j0}/h_1 = 54$) では \bar{u}_m/U_1 は十分に小さくなっている。

平板に沿う二次元壁面噴流の \bar{u}_m の減衰状況⁸⁾は、

$$\bar{u}_m/U_1 = 3.45(x/h_1)^{-0.5} \quad (3)$$

で与えられ、Fig. 2 の図中の実線で示される。Fig. 2 に示されるように、跳水の場合 (プロット) と壁面噴流の場合 (実線) を比べると、 $0 < x/h_1 \lesssim 20$ では、跳水の \bar{u}_m/U_1 は壁面噴流の場合と同様な減衰の傾向を示す。 $x/h_1 \gtrsim 20$ では、跳水の \bar{u}_m/U_1 は壁面噴流の場合よりも急速に減衰している。これは、跳水の表面渦の効果によるものと考えられる。

4. 乱れ強さの特性

与えられた F_1 と R に対して、断面②の近傍の x/h_1 における $\sqrt{v'^2} [= \sqrt{u'^2 + v'^2 + w'^2}]$ と u'^2 との関係 Fig. 3 に示す。ここに、 $u' [= u - \bar{u}]$, $v' [= v - \bar{v}]$, $w' [= w - \bar{w}]$ は x, y, z 方向の変動流速、 u, v, w は x, y, z 方向の瞬間流速、 $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ は x, y, z 方向の時間平均流速である。Fig. 3 に示されるように、断面②の近傍では UD と FD の両方で $\sqrt{v'^2}/u'^2 \approx 2$ となる。また、Rouse et al.⁹⁾ の air model での実験によっても跳水終端断面の近傍で $\sqrt{v'^2}/u'^2 \approx 2$ となっている。以上より、水流の場合も断面②の近傍では $\sqrt{v'^2}/u'^2 \approx 2$ で評価できることが示された。

5. 跳水のエネルギー損失と跳水長との関係

二次元非圧縮性・粘性流体で定流の場合を対象に、断面①②間の検査領域 (control volume, Fig. 1) θ に平均流のエネルギー

方程式を適用^{2),9),10)}し、水頭で表示すると、

$$H_1 = H_2 + \frac{1}{\rho g q} \left[\int_0^{h_2} \bar{u} (\rho \bar{u}^2) dy - \int_0^{h_1} \bar{u} (\rho \bar{u}^2) dy \right] - \frac{1}{\rho g q} \int_0^{L_j} \int_0^h \left\{ \rho (\bar{u}^2 - \bar{v}^2) \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \rho \bar{u} \bar{v}' \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} dy dx \quad (4)$$

となる。ここに、 $H_1 [= \alpha_1 U_1^2 / (2g) + h_1]$ と $H_2 [= \alpha_2 U_2^2 / (2g) + h_2]$ は断面①と②の全水頭、 α_1, α_2 は断面①と②のエネルギー補正係数 $\alpha [= \int_0^h (\bar{u}/U)^3 dy/h]$ 、 U_2 は断面②の断面平均流速 U である。ただし、断面①と②では静水圧分布であるものと仮定し、 y 方向の時間平均流速 \bar{u} 、粘性応力、水面におけるレイノルズ応力を無視している。(4)の右辺第二項は断面①と②に作用するレイノルズ応力による仕事の水頭表示 (Rs と略す)、右辺第三項は乱れの生成項の水頭表示 (Pro. と略す) である。

検査領域 $\#$ に変動流のエネルギー方程式を適用^{2),9),10)}し、水頭で表示すると、

$$-\frac{1}{\rho g q} \int_0^{L_j} \int_0^h \left\{ \rho (\bar{u}^2 - \bar{v}^2) \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \rho \bar{u} \bar{v}' \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right\} dy dx = \frac{1}{\rho g q} \left[\int_0^{h_2} \left(\rho \frac{\bar{V}^2}{2} \right) \bar{u} dy - \int_0^{h_1} \left(\rho \frac{\bar{V}^2}{2} \right) \bar{u} dy \right] + \frac{1}{\rho g q} \int_0^{L_j} \int_0^h \mu \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial u'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v'}{\partial z} + \frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2 \right] dy dx \quad (5)$$

となる。ただし、乱流による乱れの運動エネルギー flux、変動圧力および乱れの粘性応力を無視⁹⁾している。(5)の左辺は乱れの生成項の水頭表示 (Pro.)、右辺第一項は乱れの対流項の水頭表示 (Con. と略す)、右辺第二項は乱れの粘性消散項の水頭表示 (Dis. と略す) である。(4)と(5)より、略記で整理すると、

$$(\text{Dis.} + \text{Con.} + \text{Rs}) / (H_1 - H_2) = 1 \quad (6)$$

が得られる。

任意の断面② ($x = x$) の乱れの対流項の水頭表示 $(\text{Con.})_x$ は、

$$(\text{Con.})_x = \frac{1}{\rho g q} \left[\int_0^{h_2(x)} \left(\rho \frac{\bar{V}^2}{2} \right) \bar{u} dy - \int_0^{h_1} \left(\rho \frac{\bar{V}^2}{2} \right) \bar{u} dy \right] \quad (7)$$

で示される。与えられた F_1 と R に対して、断面①では滑面開水路乱流の乱れ特性¹¹⁾を用いると $\bar{V}^2 = 1.8\bar{u}^2$ となり、断面②では 4. の結果より $\bar{V}^2 = 2\bar{u}^2$ として $(\text{Con.})_x$ を求めた結果の一例を Fig. 4 に示す。Fig. 4 に示されるように、 $27 \lesssim x/h_1 \lesssim 53$ では、 x/h_1 の増加とともに $(\text{Con.})_x / (H_1 - H_2)$ は小さくなる。 $x/h_1 \geq 53$ では、 $(\text{Con.})_x / (H_1 - H_2) \lesssim 0.01$ となり、 $(\text{Con.})_x / (H_1 - H_2)$ の値は UD と FD の両方で十分に小さくなっている。また、任意の断面② ($x = x$) において、断面①と②に作用するレイノルズ応力による仕事の水頭表示 $(\text{Rs})_x$ は、

$$(\text{Rs})_x = \frac{1}{\rho g q} \left[\int_0^{h_2(x)} \bar{u} (\rho \bar{u}^2) dy - \int_0^{h_1} \bar{u} (\rho \bar{u}^2) dy \right] \quad (8)$$

で示される。本実験結果によると、 $x/h_1 \geq 53$ では UD と FD の両方で $(\text{Rs})_x / (H_1 - H_2) \lesssim 0.01$ となり、 $(\text{Rs})_x / (H_1 - H_2)$ の値は十分に小さいことが確認された。よって、与えられた F_1 と R に対して $x/h_1 \geq 53$ では、Con. と Rs は Dis. に比べて無視できるほど十分に小さいため、(5)と(6)より、

$$\text{Pro.} \approx \text{Dis.} = H_1 - H_2 = H_L \quad (9)$$

となる。(9)が成立する最上流側断面 ($x/h_1 \approx 53$) は、(1)による断面② ($L_{j0}/h_1 = 54$) とほぼ一致する。すなわち、(1)で示される跳水終端断面では、跳水内部で生成された乱れが粘性消散し、エネルギーが十分に減勢されていることが理解される。以

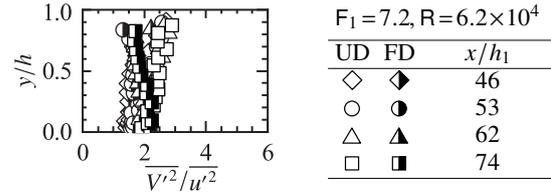


Fig. 3 Relationship between \bar{V}^2 and \bar{u}^2 .

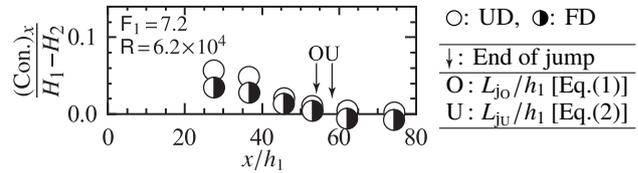


Fig. 4 Variation of $(\text{Con.})_x / (H_1 - H_2)$ with x/h_1 .

上より、(1)は跳水によるエネルギー損失が達成される長さであることが実証された。

6. まとめ

与えられた跳水始端断面のフルード数 F_1 とレイノルズ数 R に対して、長方形断面水平水路のスルースゲート下流側の自由跳水の跳水長とエネルギー損失との関係について以下の結果が示された。

- 自由跳水の最大流速 \bar{u}_m/U_1 は、二次元壁面噴流の場合よりも急速に減衰することを示した。
- 跳水終端断面近傍の \bar{V}^2/\bar{u}^2 の鉛直方向分布を検証し、跳水終端断面の近傍で $\bar{V}^2/\bar{u}^2 \approx 2$ となることを明らかにした。
- (7)における乱れの対流項の水頭表示 $(\text{Con.})_x$ と(8)における跳水始端・終端断面に作用するレイノルズ応力による仕事の水頭表示 $(\text{Rs})_x$ を実験的に明らかにし、本実験の範囲では $x/h_1 \geq 53$ で(9)の関係になることを示した。
- (1)によって定められる跳水長は、跳水によるエネルギー損失が達成される長さであることが実証された。

謝辞：著者の一人（高橋正行）は本研究の一部に科研費(19K04624)の助成を受けた。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 大津岩夫：台形および長方形断面水路の自由跳水と潜水跳水，土木学会論文報告集，1976(246)，pp.57-72，1976。
- 2) Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Awazu, S.: Free and submerged hydraulic jumps in rectangular channels, 35, Rep. Res. Inst. Sci. Technol., Nihon Univ., 1990.
- 3) Bradley, J. and Peterka, A.: The hydraulic design of stilling basins: Hydraulic jumps on a horizontal apron (Basin I), *J. Hydraul. Div.*, 83(HY5), pp.1401-1-1401-24, 1957.
- 4) Vischer, D. and Hager, W.: *Energy dissipators, IAHR Hydraulic structures design manual*, 9, A.A. Balkema, Rotterdam, 1995.
- 5) 高橋正行, 内田健太, 大津岩夫: 跳水の流況と空気混入特性に対するレイノルズ数の影響, 土木学会論文集 B1(水工学), 74(4), pp.I_625-I_630, 2018.
- 6) Takahashi, M. and Ohtsu, I.: Effects of inflows on air entrainment in hydraulic jumps below a gate, *J. Hydraul. Res.*, 55(2), pp.259-268, 2017.
- 7) Ohtsu, I. and Yasuda, Y.: Characteristics of supercritical flow below sluice gate, *J. Hydraul. Eng.*, 120(3), pp.332-346, 1994.
- 8) Sigalla, A.: Measurements of skin friction in a plane turbulent wall jet, *J. Roy. Aeron. Soc.*, 62(576), pp.873-877, 1958.
- 9) Rouse, H., Siao, T., and Nagaratnam, S.: Turbulence characteristics of the hydraulic jump, *J. Hydraul. Div.*, 84(HY1), pp.1528-1-1528-30, 1958.
- 10) Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Takahashi, M.: Discussion of "Energy dissipation and turbulent production in weak hydraulic jumps", *J. Hydraul. Eng.*, 137(8), pp.860-862, 2011.
- 11) 祢津家久: 開水路乱流の乱れ強度に関する研究, 土木学会論文報告集, 1977(261), pp.67-76, 1977.