

# Derivation of all the static XBIEM kernels for 2D earthquake cycle simulation in heterogeneous media

\*Kazuki Ohtake<sup>1,2</sup>, Nobuki Kame<sup>2</sup>, Makiko Ohtani<sup>2</sup>

1. Department of Earth and Planetary Science, School of Science, The University of Tokyo, 2. Earthquake Research Institute, The University of Tokyo

## 1. はじめに

地震観測の高密度化・高精度化により地下の構造不均質と地震の破壊過程の関連性が明らかになりつつある。一方、そのような地震発生機構の理解に必要となる地震破壊の理論的研究は、その数学的困難さから均質媒質中に限られてきた。不均質媒質の地震破壊の理論的研究の確立は地震学における喫緊の課題であり、Kame and Kusakabe (2012) は、非平面断層破壊に適した境界積分方程式法 (BIEM) を不均質媒質に拡張する拡張境界積分方程式法 (eXtended BIEM: XBIEM) を提案した。2次元動的破壊問題で必要となる動的XBIEM核関数を導出し、媒質コントラストに支配される動的破壊過程の局面を明らかにした (Kusakabe and Kame, 2017)。

動的破壊問題では一様な初期応力場を仮定することが一般的であるが、構造不均質の存在は地震発生に至る応力場の形成過程にも当然影響を及ぼすはずである。しかしながら、これに関する理論的研究は未だほとんど進んでいない。そこで、本研究では、構造不均質中の断層周辺の応力場形成過程から地震の破壊過程までの地震サイクルシミュレーション (Earthquake Cycle Simulation: ECS) の計算コードをXBIEMを用いて開発し、この未解決の問いに答えたいと考える。ここでは、その第一歩として、XBIEM-ECSの計算コード開発に必要な2次元静的XBIEM核関数を解析的に閉じた形で導出する。

## 2. XBIEMのECSへの適用

ECSでは通常、静的弾性平衡方程式に動的慣性項を近似的に導入した「準動的スキーム」が用いられる。XBIEMを準動的ECSに展開するためには、静的XBIEM核関数を導出する必要がある。媒質境界を考慮した静的な表現定理 (e.g., Aki and Richards, 2002) は、式(1)の通りである。BIEMでは断層面の滑りが震源になるが (右辺第1項。従来の無限媒質中のBIEMはこの項のみ)、XBIEMではさらに媒質境界でのトラクション (第2項) 及び変位 (第3項) が震源になる。第3項の変位応答関数は従来のBIEM核関数を用いて表すことができるので、第2項のトラクション応答の核関数を新たに導出する必要がある。

## 3. 2次元面外・面内変形における全ての静的XBIEM核関数の導出

2次元面外変形・面内変形のそれぞれにおいて、離散化された媒質境界要素震源 ( $x_a < \xi_1 < x_b$ ,  $\xi_2=0$ ) 上で区間一定値をとるトラクション入力に対する、媒質内部の任意の受信点での変位及び応力に対するトラクション応答関数 (静的XBIEM核関数) を導出する。変位に対しては、静的グリーン関数 (e.g., Tada and Yamashita, 1997) の積分のみで表されるが、応力に対しては、グリーン関数の微分・積分関数として表される。これらの計算結果は全て初等関数のみで陽に表される。例えば、面外変形の変位  $u_3$  と応力  $\sigma_{32}$  のトラクション応答関数は式(2), (3)のように表せる。同様の計算を変位と応力の全成分に対して行うことにより、2次元静的XBIEMのトラクション応答関数の解析表現式を完全に得ることができる。

## 4. 今後の展望

まず、導出された静的XBIEM核関数が正しいことを確認するため、mode IIIで表層堆積層がある横ずれ断層を静的XBIEMでシミュレーションして、FEMでシミュレーションしたKame et al. (2008) の結果と比較する。次にXBIEMをECSに適用し、XBIEM-ECSを均質媒質中で行って、既往のECSの結果と比較してモデルの妥当性を検証する。そして不均質媒質中のXBIEM-ECSに進む。

## References

- Kame and Kusakabe, 2012, Proposal of Extended Boundary Integral Equation Method for Rupture Dynamics Interacting With Medium Interfaces, *Journal of Applied Mechanics*, doi: 10.1115/1.4005899.
- Kusakabe and Kame, 2017, Derivation of 2-D XBIEM kernels and their application to a rupture crossing a bimaterial interface, *Geophysical Journal International*, 210(3), 1374-1387
- Aki and Richards, Quantitative Seismology, 2nd. Ed., pp.700, University Science Books, Sausalito, California
- Tada and Yamashita, 1997, Non-hypersingular boundary integral equations for two-dimensional non-planar crack analysis, *Geophysical Journal International*, 130(2), 269-282
- Kame, Saito, and Oguni, 2008, Quasi-static analysis of strike fault growth in layered media, *Geophysical Journal International*, 173(1), 309-314

$$\begin{aligned}
 u_q(\mathbf{x}) = & \int_{\Gamma} d\Gamma(\mathbf{y}) \Delta u_i(\mathbf{y}) n_j(\mathbf{y}) c_{ijkl}(\mathbf{y}) \frac{\partial}{\partial y_l} G_{qk}(\mathbf{x}; \mathbf{y}) \\
 & + \int_S dS(\boldsymbol{\xi}) T_i(\boldsymbol{\xi}) G_{qi}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\xi}) \\
 & - \int_S dS(\boldsymbol{\xi}) u_i(\boldsymbol{\xi}) n_j(\boldsymbol{\xi}) c_{ijkl}(\boldsymbol{\xi}) \frac{\partial}{\partial \xi_l} G_{qk}(\mathbf{x}; \boldsymbol{\xi})
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$u_3^{t_3}(x_1, x_2) = \frac{t_3}{2\pi\mu} \left[ (x_1 - x_b)(\log r_b - 1) + x_2 \arctan \frac{x_1 - x_b}{x_2} - (x_1 - x_a)(\log r_a - 1) - x_2 \arctan \frac{x_1 - x_a}{x_2} \right] \tag{2}$$

$$\sigma_{32}^{t_3}(x_1, x_2) = \frac{t_3}{2\pi} \left[ \arctan \frac{x_1 - x_b}{x_2} - \arctan \frac{x_1 - x_a}{x_2} \right] \tag{3}$$