

重み付き閉路を用いた量子ウォークの吸収状態の記述：ドレスト光子のエネルギー移送問題との対応に向けて

Energy transfer problem of dressed photon via weighted closed path representation of trapping state of quantum walks

瀬川悦生¹, 今野紀雄², 横浜国大^{1,2}

Etsuo Segawa¹, Norio Konno², Yokohama Nat. Univ.^{1,2}

ナノ微粒子間におけるドレスト光子のエネルギー移送問題の量子ウォーク (QW) による Toy モデル化を [1] に習って試みる. この QW モデルは外線によって外部からの影響を受ける有限な対称有向グラフ上の QW が内部のある場所から出発した場合に, 時刻無限大にもかかわらず, 生き残ることができることが知られている [2]. また 1 からこの生き残り確率を引いたものが, 外部への出力値となる. 特にこの外部への出力量と, ドレスト光子のエネルギー移送問題の実験結果 [3] との間に幾つかの類似性が観られている.

このようなことを可能にすることができる大きな要因として, サポートが有限の組合わせ的フローを内部のグラフの中に作れることがあげられる [4]. 例えば, 有限ツリーにはそのような構造を含まないために, 生き残り確率が 0 になる. より正確には本公演では次のようになることを明らかにした. まず, 内部のグラフの構造に対して次の 4 通りで場合分けの必要がある. (A) セルフループがなく, 二部グラフ; (B) セルフループがなく, 二部グラフでない; (C) セルフループを除くと, 二部グラフ; (D) セルフループを除いても, 二部グラフではない. 一般に, 古典的なランダムウォーク (RW) においては, セルフループの存在はその漸近的な挙動に対してほとんど大きな影響を及ぼさない. ところが, QW の場合はセルフループの対がグラフにあるだけで, 以下に見るように大きな影響を及ぼす. ここでは (C) の場合を紹介する.

Theorem 1 内部グラフ $G_0 = (V_0, A_0)$ が上の (C) に属し, 初期状態を $\psi_0 \in \ell^2(A_0)$ で記述する. すると, 時刻無限大での QW の生き残り確率 γ は次のようになる.

$$\gamma = \|\Pi_K \psi_0\|^2 + \|\Pi_T \psi_0\|^2 + \|\Pi_C \psi_0\|^2$$

但し, $\mathcal{H} \subset \ell^2(A_0)$ に対して, $\Pi_{\mathcal{H}}$ は $\mathcal{H}$ への射影である.

ここで, $\mathcal{K}$ はグラフの各基本サイクルの重み付き閉路によって生成されたもの, $\mathcal{T}$ は背後にある RW の固有ベクトルのうち, 境界に台を持たないもので生成されたもので, これら 2 つは (A)–(D) 全てに共通して現れる. そして, $\mathcal{C}$ は 2 つのセルフループ間を結ぶ最短経路の重み付きの歩道によって生成される. RW の定常状態は, 初期状態に寄らないが, QW の場合, 初期状態とこれらの部分空間とのオーバーラップで記述されるため, 最初の状態の選択が最終的な運命を決定する. この QW ダイナミクスの吸引空間の一つである $\mathcal{C}$ で特徴づけられるセルフループ対を結ぶ最短経路が与える固有空間の役割と, ドレスト光子のエネルギー移動による出力をより大きくするようなナノ微粒子の空間配列 [3] との間の関係性の考察は今後の楽しい課題となっている.

参考文献

- [1] M. Hamano, H. Saigo, Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science 315, pp. 93–99.
- [2] J. Mares, J. Novotny, M. Stefanak, I. Jex, Phys. Rev. A **101** 032113 (2020).
- [3] W. Nomura, T. Yatsui, T. Kawazoe, M. Naruse, and M. Ohtsu, Appl. Phys. B 100 (2010) pp.181–187.
- [4] Yu. Higuchi, E. Segawa, Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical **52** (39) (2019).