

新たな陽的数値積分法を用いた 2 次元の超伝導体内の 量子化磁束運動の可視化

Visualization of quantized flux motion in a two-dimensional superconductor using a new explicit numerical integration method

九工大¹, 有明高専², 産総研³ 上田 天馬¹, 川畑 唯一¹, 閻 洪¹,
小田部 荘司¹, 松野 哲也², 馬渡 康德³

Kyushu Inst. of Tech¹, Ariake Nat. College of Tech.², AIST³, °T. Ueda¹, Y. Kawabata¹, H. Yan¹,
E.S. Otabe¹, T. Matsuno², Y. Mawatari³

E-mail: ueda-t@aquarius10.cse.kyutech.ac.jp

1. はじめに

ゲージ場下の量子現象（量子渦の発生・運動・相互作用など）を記述する時間発展方程式を、既存の方法よりも効率よく高い精度で解くことができる新しい陽的数値積分法として AFI (Affine Integrator) 法を提案した[1]。この手法は高い数値的安定性を持つことが特徴の一つである。

第 2 種超伝導体内の量子化磁束の量子渦のふるまいを記述する時間依存ギンツブルグ・ランダウ (TDGL) 方程式を効率よく数値的に解くことは工学的に重要である。しかしながら、これまで上記方程式を数値的に解くための高安定な陽的数値積分法がなかったために時間刻み幅を小さくするか、時間刻み幅を比較的大きくとることができる陰的解法が用いられることが多く、単位シミュレーション時間当たりの計算量を小さくすることは困難であった。本研究では、新たな手法を超伝導体内の量子化磁束に関する数値計算に適用し、その有効性を確認する。

2. 計算手法

AFI 法は、空間離散化格子を 2 つの副格子からなる格子とみなすことによって高次元複素ベクトルを導出し、それらにアフィン変換を逐次的に作用させて時間発展させていく形で構成された陽的数値積分法である。今回は AFI 法を用いて超伝導体内の磁束線を可視化するシミュレーションを作成する。

AFI 法を用いたシミュレーション領域は図 1 のようになる。図 1(a)において、白丸と黒丸で定義される超伝導電子に関するオーダーパラメータが交互に更新される。また、灰色の格子点は境界条件に従ってオーダーパラメータが更新される。図 1(b)は、図 1(a)の格子点間で定義されるリンク変数によってゲージ場が更新される。

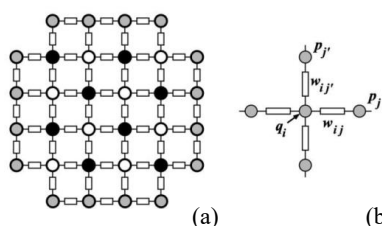


図 1: シミュレーション領域。(a) 空間に関する離散化の格子。(b) 格子点間のリンク変数の定義。

時間発展の際 LTS (Lie-Trotter-Suzuki) 分解を使用するが、近年提案された最適化された LTS 分解[2]を今回使用してシミュレーションを行った。これに対して最適化 LTS 分解では、これを式 (2) のように分解する。

$$\begin{aligned} & \exp(\tau(A+B)) \\ &= \exp(c_1\tau A) \exp(d_1\tau B) \exp(c_2\tau A) \exp(d_2\tau B) \\ & \times \exp(c_3\tau A) \exp(d_3\tau B) \exp(c_3\tau A) \exp(d_2\tau B) \\ & \times \exp(c_2\tau A) \exp(d_1\tau B) \exp(c_1\tau A) + O(\tau^5) \\ & c_1 = 0.095848502741203681182, \\ & c_2 = -0.078111158921637922695, \\ & c_3 = 1/2 - (c_1 + c_2), \\ & d_1 = 0.42652466131587616168, \\ & d_2 = -0.12039526945509726545, \\ & d_3 = 1 - 2(d_1 + d_2) \end{aligned} \quad (2)$$

3. シミュレーション結果

最適化 LTS 分解を使用した AFI を用いた 2 次元の TDGL 方程式のシミュレーション結果を図 2 に示す。図 2 において、超伝導電子に関するオーダーパラメータの振幅を明度、位相を色相で表示した。また、図 2 の上半分に見える白い表示はピンである。そして、図 2 の黒い点になっているものが量子化磁束線である。

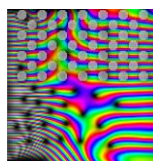


図 2: 2 次元超伝導体内に侵入する量子化磁束。オーダーパラメータの大きさと位相。

4. 考察と今後の課題

最適化された LTS 分解を用いた AFI 法を使用し、2 次元の超伝導体内の量子化磁束運動をシミュレーションすることができた。

他の数値演算法と AFI 法の計算精度と安定性の比較については当日発表する。

謝辞 この研究は科研費(19H00771, 20K04586)の助成を受けている。

参考文献

- [1] T. Matsuno *et. al.*, J. Phys. Soc. Jpn. **89** (2020) 054006.
- [2] T. Barthel and Y. Zhang, Annals of Physics **418** (2020) 168165.