

ニューラルネットワークにおける分類問題に対する動的安定性による特徴づけ



Characterizing multilayer neural networks with the Lyapunov exponents

金沢大¹, JST さきがけ², (M1)[○] 近堂 岬¹, 新山 友暁¹, 砂田 哲^{1,2}

Kanazawa Univ.¹, JST PRESTO², [○]Misaki Kondo¹, Tomoaki Niiyama², Sunada Satoshi^{1,2}

E-mail: konmisaki@stu.kanazawa-u.ac.jp, niyama@se.kanazawa-u.ac.jp,
sunada@se.kanazawa-u.ac.jp

Neural Network(NN) は適切に学習させることで高度なパターン分類能力を得ることが出来る。NN のモデルの構造は複雑で、学習後のモデルの中身を理解することは容易ではない。一方、分類能力の実現には、separation, approximation property という2つの性質が重要だと考えられている。ここで分類能力を持つ NN と2つの性質の関係を調べることで、NN のモデルの理解を助けることができるのではないかと考えた。そこで本研究では「分類能力が高い NN とはどのような形態を持つべきか?」という問いに対する答えを明らかにする。

分類能力に重要な2つの性質は動的システムの観点から見ると、システムのカオス性と理解することが出来る [1]。システムのカオス性を測る指標として、Lyapunov 指数がある。Lyapunov 指数とは動的システムの安定性指標で、時間発展において2つの軌跡が離れていく度合いを表す。文献 [2,3] で示唆されるように、NN では層から層への情報伝播を時間発展過程としてみなせるため、NN 中の情報伝搬過程は、Lyapunov 指数によって特徴づけることができ、そこから NN の分類メカニズムを力学系的視線から解析できる。

このために、まず適当な NN のモデルを作成し、分類問題に対して十分な精度になるまで学習を行う。次に、モデルが学習した分類境界を求め、さらに空間上の各点での Lyapunov 指数を計算した。

結果を Fig. 1 に示す。2, 3 値分類問題の結果について、(a), (c) の分類境界と (b), (d) の等高線図を見比べると、モデルが学習した分類境界付近で Lyapunov 指数が高くなり、離れるに従って低くなっていることが分かる。よって、分類能力の高い NN は分類境界付近のデータに対してはカオス的働きを示し、境界から離れたデータに対しては非カオス的働きを示すことがわかる。同等の結果は、CNN ベースの DNN, ResNet 等のネットワークでも確認確認できる。また、これらの結果は Lyapunov 指数から分類エラーの推定にも応用できることを示唆する。本講演では Lyapunov 指数に基づく分類エラーの推定についても議論する。

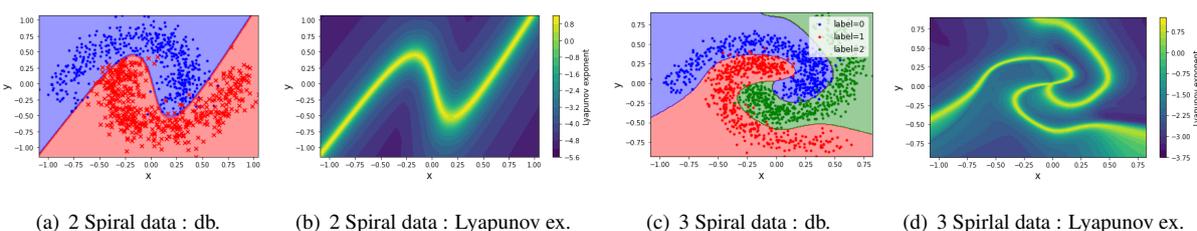


Fig. 1: Experimental results of multi-value classification problem (db : decision boundary, ex : exponent)

参考文献

- [1] H. Li, "Analysis on the Nonlinear Dynamics of Deep Neural Networks: Topological Entropy and Chaos," arXiv:1804.03987v3 (2019).
- [2] G.-H. Liu and E. A. Theodorou, "Deep Learning Theory Review: An Optimal Control and Dynamical Systems Perspective," arXiv:1908.10920v2 (2019).
- [3] T. Q. Chen, Y. Rubanova, J. Bettencourt, and D. K. Duvenaud, "Neural ordinary differential equations," *Adv. Neural. Inf. Process. Syst.* **31**, 6572-6583 (2018).