2021年5月15日(土)

A会場

一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

第一部門：物理数学力学問題 （ A）

座長:野村 泰稔(立命館大学)

09:00 ～ 10:30 A会場 (A会場)

[S01A-01] 寒冷地トンネルにおける覆工のひび割れに対するフラクタル解析

*須藤 敦史[1]、佐光 正和[2]、五十嵐 隆浩[2] （1. 東北工業大学、2. 構研エンジ）

09:00 ～ 09:15

[S01A-02] 融合粒子フィルタによる雨水浸透モデルの同定のための現地計測期間

*小田 和広[1]、小泉 圭吾[2]、伊藤 真一[3]、堤 浩志[4] （1. 大阪産業大学、2. 大阪大学、3. 鹿児島大学、4. 西日本高速道路（株））

09:15 ～ 09:30

[S01A-03] 群知能による地下ダム貯水域の透水係数分布推定と施肥由来の汚染リスク

*井上 一哉[1]、川田 歩美[2]、鈴木 麻里子[1] （1. 神戸大学大学院農学研究科、2. 阪神高速道路（株））

09:30 ～ 09:45

[S01A-04] Relaxed Lassoによる3次元地盤モデリング

*珠玖 隆行[1]、吉田 郁政[2] （1. 岡山大学、2. 東京都市大学）

09:45 ～ 10:00

[S01A-05] アンサンブルカルマンフィルタによるため池モデルのパラメータ推定

*ニン ウショウ[1]、西村 伸一[1]、柴田 俊文[1]、珠玖 隆行[1] （1. 岡山大学大学院環境生命科学研究科）

10:00 ～ 10:15

[S01A-06] ARDカーネルによる非線形地震応答解析のガウス過程回帰代替モデル構築

*才田 大聖[1]、西尾 真由子[1] （1. 筑波大学）

10:15 ～ 10:30

B会場

一般セッション（第二部門：計算力学）

第二部門：計算力学（ A)

座長:鳥生 大祐(京都大学)

09:00 ～ 10:45 B会場 (B会場)

[S02A-01] 離散**Helmholtz**分解および曲面板の数値計算法，並びに薄板の座屈解法

*今村 純也[1] （1. imi計算工学研究室）

09:00 ～ 09:15

[S02A-02] 井桁状まくらぎ敷設軌道のための車輪・軌道系連成振動解析法

*紅露 一寛[1]、河野 昭子[2]、阿部 和久[1] （1. 新潟大学、2. （公財）鉄道総合技術研究所）

09:15 ～ 09:30

[S02A-03] 支承の橋軸直角方向の免震化による連続 PC桁の地震時走行性の検討

*成田 顕次[1]、徳永 宗正[1]、池田 学[1] （1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所）

09:30 ～ 09:45

[S02A-04] 鉄道 PRC桁の複線同時載荷によるひび割れ進展に伴う動的応答増大の再現解析

*徳永 宗正[1]、池田 学[1] （1. 鉄道総合技術研究所）

09:45 ～ 10:00

[S02A-05] 相関距離の長い正規確率過程の模擬

*佐藤 忠信[1] （1. 京都大学）

10:00 ～ 10:15

[S02A-06] Implicit numerical integration of the Yoshida-Uemori two-surface plasticity model with isotropic hardening stagnation

*Riccardo Fincato[1], Seiichiro Tsutsumi[1], Alex Zilio[2], Gianluca Mazzucco[2], Valentina Salomoni[2] （1. JWRI, Osaka university, 2. DICEA, Padova University）

10:15 ～ 10:30

[S02A-07] 発電性能を有する RIMDの道路橋への適用に関する解析的検討

三浦 奈々子[1]、*深田 宰史[2]、富岡 佐和子[3] （1. 京都工芸繊維大学　機械工学系、2. 金沢大学　理工研究域　地球社会基盤学系、3. 株式会社　安藤・間）

10:30 ～ 10:45

C会場

一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

第三部門：材料・複雑現象の力学（ A)

座長:中田 幸男(山口大学)

09:00 ～ 10:30 C会場 (C会場)

[S03A-01] 不飽和土/水連成解析における降雨時排水パイプ有効範囲の検討

河井 克之[1]、*黒木 大成[2]、赤木 悟[3]、中島 晃司[1]、安冨 懸一[4]、大高 範寛[4] （1. 近畿大学、2. 奥村組、3. 京都大学、4. 日鉄建材株式会社）

09:00 ～ 09:15

[S03A-02] 不飽和土の大変形解析のための多相連成2-Point MPM

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

*内山 大智[1]、竹川 遊大[1]、肥後 陽介[1] （1. 京都大学）
09:15 ～ 09:30

[S03A-03] 実大ジオグリッド補強土壁載荷実験の SPH法による数値解析
*野々山 栄人[1]、宮田 喜壽[1]、BATHURST Richard[2] （1. 防衛大学校、2. Royal Military College of Canada）
09:30 ～ 09:45

[S03A-04] Rheological and Microstructural Characteristics in Granular Shear Flow of 2D Elliptic Particles
*Xiaoyu JIANG[1], Takashi MATSUSHIMA[1] （1. University of Tsukuba）
09:45 ～ 10:00

[S03A-05] ブルドーザー土砂敷き均しシミュレーターの開発
*松島 亘志[1]、徳永 亘[2]、室山 拓生[2]、木川田 一弥[2] （1. 筑波大学、2. 株式会社安藤・間）
10:00 ～ 10:15

[S03A-06] 地震時の開削トンネルと周辺地盤の相互作用に関する検討
*島田 貴文[1]、西野 風雅[2]、松田 敏輝[2]、西岡 英俊[2] （1. （株）HRC研究所、2. 中央大学）
10:15 ～ 10:30

D会場

一般セッション（第四部門：流体力学）

第四部門：流体力学（ A）

座長:川村 里実(土木研究所寒地土木研究所)
09:00 ～ 10:45 D会場 (D会場)

[S04A-01] 界面の大変形を伴う自由表面流れにおけるレベルセット法と VOF法の特徴比較
*中澤 克成[1]、横嶋 哲[2]、石川 秀平[1]、久末 信幸[3] （1. 静岡大学 大学院総合科学技術研究科 工学専攻 数理システム工学コース、2. 静岡大学 学術院工学領域 数理システム工学系列、3. 関西電力）
09:00 ～ 09:15

[S04A-02] 斜め桟粗度による二次流の生成と浮遊ゴミ捕捉法に関する研究
*吉広 健太[1]、冨永 晃宏[1] （1. 名古屋工業大学）
09:15 ～ 09:30

[S04A-03] 長方形断面水平水路の跳水の長さとエネルギー損失との関係
*佐藤 柳言[1]、高橋 正行[1]、大津 岩夫[2] （1. 日本大学理工学部土木工学科、2. 日本大学）
09:30 ～ 09:45

[S04A-04] 透過水制および不透過水制を過ぎる流れの数値予測
*藤井 裕史[1]、横嶋 哲[2]、伊藤 喬裕[3] （1. 静岡大学 大学院総合科学技術研究科 工学専攻 数理システム工学コース、2. 静岡大学 学術院工学領域 数理システム工学系列、3. 静岡大学 工学部 数理システム工学科）
09:45 ～ 10:00

[S04A-05] **Effect of Manhole Cover on Flow Characteristics in A Sewer Pipe due to Pump Shutoff**
*Hao Zhang[1], Kenji Kawaike[2], Tomohiro Kyouzawa[1], Yuu Satou[1], Junqiang Xia[3] （1. Kochi University, 2. Kyoto University, 3. Wuhan University）
10:00 ～ 10:15

[S04A-06] 修正 W-gridモデルによる都市域の氾濫シミュレーション
*木村 一郎[1] （1. 富山大学　都市デザイン学部）
10:15 ～ 10:30

[S04A-07] マンホール内の局所流の形成に支配される横引き管の排水機能
*安田 陽一[1]、村野 哲太[2] （1. 日本大学理工学部土木工学科、2. 日本大学大学院理工学研究科土木工学専攻）
10:30 ～ 10:45

E会場

一般セッション（第五部門：応用数理問題ー計算機科学から社会科学まで）

第五部門：応用数理問題（ A)

座長:本田 利器(東京大学)
09:00 ～ 10:30 E会場 (E会場)

[S05A-01] 本震による傾斜を想定したガスホルダーの余震耐震性の簡易評価手法の提案
*小林 実央[1]、田附 英幸[2]、中井 健太郎[3]、野田 利弘[4] （1. 東京ガス株式会社、2. 株式会社IHIプラント、3. 名古屋大学 大学院工学研究科、4. 名古屋大学 減災連携研究センター）
09:00 ～ 09:15

[S05A-02] 強震動下の鉄骨構造物に生じる部材破断の発生箇所制御に関する確率論的評価
*塩見 謙介[1]、五十嵐 晃[2] （1. 株式会社IHI、2. 京都大学 防災研究所）
09:15 ～ 09:30

[S05A-03] Particle Filterを用いたモデル更新と意思決定
*中村 朋佳[1]、吉田 郁政[1]、珠玖 隆行[2] （1. 東京都市大学、2. 岡山大学）
09:30 ～ 09:45

[S05A-04] 衛星画像を用いた機械学習による被災箇所推定に関する研究

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

*妹尾 大輝[1]、久保 栞[1]、磯打 千雅子[2]、吉田 秀典[1]（1. 香川大学 、2. 四国危機管理教育・研究・地域連携推進機構）

09:45 ～ 10:00

[S05A-05] デジタルツインのための高分解能な大規模液状化解析

*日下部 亮太[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1]、堀 宗朗[2]、Wijerathne Lalith[1]（1. 東京大学、2. 海洋研究開発機構）

10:00 ～ 10:15

[S05A-06] 高詳細三次元地殻構造モデルを用いた断層すべり推定における海底観測網の感度解析

*村上 颯太[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1]、堀 高峰[2]、太田 雄策[3]（1. 東京大学地震研究所、2. 海洋研究開発機構 地震津波海域観測研究開発センター、3. 東北大学大学院理学研究科附属地震・噴火予知研究観測センター）

10:15 ～ 10:30

A会場

一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

第一部門：物理数学力学問題 （ B）

座長:斉木 功(東北大学)
10:55 ～ 12:25 A会場 (A会場)

[S01B-01] ノイズを含む観測データからの PINNsによるパラメータ推定

*出口 翔大[1]、柴田 洋佑[1]、浅井 光輝[1]（1. 九州大学）

10:55 ～ 11:10

[S01B-02] 弾性波動場への軟化子を用いたくりこみ理論の展開と実装

*丸山 海航[1]、東平 光生[1]（1. 東京理科大学）

11:10 ～ 11:25

[S01B-03] スパース性を利用した2次元面外波によるき裂同定

*脇田 歩美[1]、廣瀬 壮一[1]（1. 東京工業大学）

11:25 ～ 11:40

[S01B-04] 粘弾性体中の領域型および境界型欠陥に対する2次元線形化逆散乱解析

*竹田 晴彦[1]、斎藤 隆泰[1]、廣瀬 壮一[2]（1. 群馬大学、2. 東京工業大学）

11:40 ～ 11:55

[S01B-05] トポロジー感度を欠陥検出指標に用いた三次元動弾性時間反転解析による欠陥形状再構成

斎藤 隆泰[1]、*山崎 文也[1]、田代 匡彦[1]、木本 和志[2]（1. 群馬大学、2. 岡山大学）

11:55 ～ 12:10

[S01B-06] 花崗岩の造岩鉱物粒スケールでみた弾性波伝播特性

*木本 和志[1]、岡野 蒼[1]、斎藤 隆泰[2]（1. 岡山大学　環境生命科学研究科、2. 群馬大学　理工学府）

12:10 ～ 12:25

B会場

一般セッション（第二部門：計算力学）

第二部門：計算力学（ B）

座長:丸山 泰蔵(愛媛大学)
10:55 ～ 12:40 B会場 (B会場)

[S02B-01] 有限要素法による変形シミュレーションと損傷分析の新しいアプローチ

*中岡 准一[1]、トラン ハン[1]、廣瀬 壮一[1]、ブイ ティン[1]（1. 東京工業大学）

10:55 ～ 11:10

[S02B-02] NURBSソリッド要素を用いた曲線部材の線形弾性解析における積分点数の検討

*唐澤 奈央子[1]、長谷部 寛[1]（1. 日本大学）

11:10 ～ 11:25

[S02B-03] 熱硬化性樹脂の硬化と有限変形粘弾性の完全陰的熱・機械連成増分型変分法

*山中 耀介[1]、松原 成志朗[2]、森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1]（1. 東北大学、2. 名古屋大学）

11:25 ～ 11:40

[S02B-04] Modeling of thermal shrinkage induced-cracking in brittle material using HO-PDS-FEM

*Muhammad Naveed Akram[1], Mahendra Pal Kumar[2], Lalith Wijerathne[3], KAWAHITO Yosuke[4], Kameda Toshihiro[5], Hori Muneo[6]（1. University of Tokyo, Civil Engineering Department, 2. Hyogo Earthquake Engineering Research Center, National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience, 3. Earthquake Research Institute, University of Tokyo, 4. Institute for Extra-cutting-edge Science and Technology Avant-garde Research, Advanced Science-Technology Research, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology, 5. Department of Engineering Mechanics and Energy, University of Tsukuba, 6. Research Institute for Value-Added-Information Generation, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology）

11:40 ～ 11:55

[S02B-05] シェル構造のマルチステージ破壊シミュレーションのための大変位解析

*Vardanyan Anna[1]、竹内 則雄[1]、寺田 賢二郎[2]（1.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

法政大学、2. 東北大学）

11:55 ～ 12:10

[S02B-06] 線形弾性解析を用いたアイソジオメトリック解析のためのソリッドメッシュ生成法

*長谷部 寛[1]、森岡 舜[1]、今井 忠勝[1]、野村 卓史[1]（1. 日本大学）

12:10 ～ 12:25

[S02B-07] 微圧縮固体の動的問題に対する分離型時間積分

*山田 貴博[1]（1. 横浜国立大学）

12:25 ～ 12:40

C会場

一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

第三部門：材料・複雑現象の力学（ B)

座長:肥後 陽介(京都大学)

10:55 ～ 12:25 C会場 (C会場)

[S03B-01] 土/水/空気連成解析による転圧時の締固め度分布の検討

*河井 克之[1]、有西 海飛[2]、中島 晃司[1]（1. 近畿大学、2. 大成建設）

10:55 ～ 11:10

[S03B-02] 個別要素法による透過型砂防堰堤の破壊検証シミュレーション

*嶋川 理[1]、堀口 俊行[1]、別府 万寿博[1]、香月 智[1]（1. 防衛大学校）

11:10 ～ 11:25

[S03B-03] 土の変形・亀裂・破砕を連続して扱うためのPeridynamics-DEM連成モデル

*福元 豊[1]、新保 泰輝[2]（1. 長岡技術科学大学、2. 石川工業高等専門学校）

11:25 ～ 11:40

[S03B-04] 二種混合体を用いた土石流の流速に与える大粒子含有率の影響

*田上 聖人[1]、吉村 翔[1]、中田 幸男[1]、村上 豊和[2]、久田 裕史[2]、竹本 将[2]（1. 山口大学大学院、2. 高速道路総合研究所）

11:40 ～ 11:55

[S03B-05] マクロひずみモード解析による洗掘検知に関する研究

*田中 尊之[1]、コウ コウ[1]、呉 智深[1]（1. 茨城大学）

11:55 ～ 12:10

[S03B-06] 表面加熱および均質加熱による月面模擬砂 FJS-1の融解凝固実験

*太田 将裕[1]、渡邉 拓也[2]、松島 亘志[2]（1.（株）竹中土木、2. 筑波大学）

12:10 ～ 12:25

D会場

一般セッション（第四部門：流体力学）

第四部門：流体力学（ B)

座長:音田 慎一郎(京都大学)

10:55 ～ 12:40 D会場 (D会場)

[S04B-01] 水難事故発生個所における特徴的な要素の周期性について

*赤堀 良介[1]、岡田 拓巳[1]、久志本 陸[1]（1. 愛知工業大学）

10:55 ～ 11:10

[S04B-02] 杭群周辺の河床変動に及ぼす杭群密度および配置方法の影響

*伊藤 瑞基[1]、冨永 晃宏[1]（1. 名古屋工業大学）

11:10 ～ 11:25

[S04B-03] 基盤岩の穿入による滝群の形成

*小峰 秋房[2]、泉 典洋[1]、井上 卓也[3]（1. 北海道大学、2. 五洋建設株式会社、3. 寒地土木研究所）

11:25 ～ 11:40

[S04B-04] 背水の影響区間における河床波の発達過程に関する水理実験

*伊波 友生[1]、久加 朋子[2]、山口 里実[1]、吉川 泰弘[3]（1. 国立研究開発法人　土木研究所寒地土木研究所、2. 北海道大学、3. 北見工業大学）

11:40 ～ 11:55

[S04B-05] **Response of alternate bar morphodynamics to sediment supply condition under a cycled hydrograph**

*Huang Dai[1], Toshiki Iwasaki[1], Yasuyuki Shimizu[1]（1. Hokkaido University）

11:55 ～ 12:10

[S04B-06] 河床砂州の安定性に及ぼす流量変化の影響

*泉 典洋[1]、高津 教彰[1]、川村 里実[2]（1. 北海道大学、2. 寒地土木研究所）

12:10 ～ 12:25

[S04B-07] 土石流特性に対する微細砂の役割と含有率の評価法

*山崎 祐介、江頭 進治[1]（1. 土木研究所ICHARM）

12:25 ～ 12:40

E会場

一般セッション（第五部門：応用数理問題ー計算機科学から社会科学まで）

第五部門：応用数理問題（ B)

座長:市村 強(東京大学)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

10:55 ～ 12:25 E会場 (E会場)

[S05B-01] 車載センサから得られた3軸加速度データ の 補正法 に関する提案
*金子 直樹[1]、秦 涼太[1]、岡田 幸彦[1]、山本 亨輔[1] （1. 筑波大学）
10:55 ～ 11:10

[S05B-02] 移動センシングを用いたシステム同定において計測ノイズが車両パラメータの推定精度に及ぼす影響の数値的検討
*秦 涼太[1]、井上 潤[1]、岡田 幸彦[1]、山本 亨輔[1] （1. 筑波大学）
11:10 ～ 11:25

[S05B-03] 車両振動データから橋梁検出を行うための GPS情報利用に関する検証
*高橋 悠太[1]、金子 直樹[2]、秦 涼太[2]、山本 亨輔[2] （1. 八千代エンジニヤリング株式会社技術創発研究所、2. 筑波大学）
11:25 ～ 11:40

[S05B-04] Synthesis of Intensive Ground Motions with Specified Response Spectra by Autoencoder
*Di Lin[1], Riki Honda[1] （1. University of Tokyo）
11:40 ～ 11:55

[S05B-05] SfMの活用による橋梁撮影画像からの損傷箇所の3次元位置推定
*山根 達郎[1]、全 邦釘[1]、本田 利器[1] （1. 東京大学）
11:55 ～ 12:10

[S05B-06] 深層学習に基づく洪水災害後の空中写真を利用した建物の被害状況の推定に関する基礎的研究
*和田 光真[1]、久保 栞[1]、吉田 秀典[2] （1. 香川大学 協力研究員、2. 香川大学創造工学部）
12:10 ～ 12:25

A会場

一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

第一部門：物理数学力学問題 （C）

座長:中畑 和之(愛媛大学)
13:30 ～ 15:15 A会場 (A会場)

[S01C-01] Poisson効果による断面変形を考慮した梁理論
*斉木 功[1]、田淵 航[2] （1. 東北大学、2. 川田工業株式会社）
13:30 ～ 13:45

[S01C-02] 構梁・高架橋群における下部工単体の固有振動数同定法の提案
*和田 一範[1]、坂井 公俊[1] （1. 鉄道総合技術研究所）
13:45 ～ 14:00

[S01C-03] モード解析によるセルフモニタリングベンダーエレメントの振動特性
*荻野 俊寛[1] （1. 秋田大学）
14:00 ～ 14:15

[S01C-04] 樹木のテーパー形状が限界高さに与える影響
*金浜 瞳也[1]、藤村 高憲[1]、佐藤 太裕[1] （1. 北海道大学）
14:15 ～ 14:30

[S01C-05] 交点クランプを有する2ケーブルの同時張力推定手法の改良
*高鶴 憲正[1]、古川 愛子[1]、鈴木 実[2] （1. 京都大学、2. 神鋼鋼線工業（株））
14:30 ～ 14:45

[S01C-06] 軌道・台車連成系の動的応答期待値解析法
阿部 和久[1]、*由野 舜[1]、紅露 一寛[1] （1. 新潟大学）
14:45 ～ 15:00

[S01C-07] 送電鉄塔維持管理手法における基礎変位と主柱材傾斜量の解析技術の開発
*栗原 幸也[1]、高橋 圭一[1]、相澤 敦武[2]、中村 直樹[2]、佐伯 昌之[3] （1. 東電設計株式会社、2. 東京電力パワーグリッド株式会社、3. 東京理科大学）
15:00 ～ 15:15

B会場

一般セッション（第二部門：計算力学）

第二部門：計算力学（C）

座長:西藤 潤(京都大学)
13:30 ～ 15:00 B会場 (B会場)

[S02C-01] A phenomenological approach to ductile fracture based on crack phase-field model
*Jike Han[1], Seishiro Matsubara[2], Shuji Moriguchi[1], Kenjiro Terada[1] （1. Tohoku University, 2. Nagoya University）
13:30 ～ 13:45

[S02C-02] デジタル打音検査と機械学習によるコンクリート内部構造診断技術の検討
山田 知典[1]、吉村 忍[1]、*松永 嵩[2]、藤吉 宏彰[2]、小川 良太[2]、匂坂 充行[2]、礒部 仁博[2] （1. 東京大学、2. 原子燃料工業）
13:45 ～ 14:00

[S02C-03] 二次元純面外異方性・粘弾性波動問題における演算子積分時間領域境界要素法
*斎藤 隆泰[1]、竹田 晴彦[1]、古川 陽[2]、廣瀬 壮一[3] （1. 群馬大学、2. 北海道大学、3. 東京工業大学）
14:00 ～ 14:15

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

[S02C-04] 高速多重極境界要素法を用いた音場解析とVR技術を用いた可聴化

*庄子 諒[1]、深澤 一志[1]、吉川 仁[2]、高橋 徹[3]、樫山 和男[1]（1. 中央大学、2. 京都大学、3. 名古屋大学）

14:15 ～ 14:30

[S02C-05] 閉口き裂による3次元散乱問題に対する調和バランス-境界要素法

*丸山 泰蔵[1]、中畑 和之[1]（1. 愛媛大学）

14:30 ～ 14:45

[S02C-06] 構造物の応力状態考慮による超弾性体の材料物性同定手法の提案

*岩田 智行[1]、山田 貴博[1]、藤原 基英[2]、井畑 知明[2]、岡田 和也[2]（1. 横浜国立大学、2. 元横浜国立大学）

14:45 ～ 15:00

C会場

一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

第三部門：材料・複雑現象の力学（ C)

座長:山本 佳士(法政大学)
13:30 ～ 15:00 C会場 (C会場)

[S03C-01] Region-wise ZIG-ZAG理論による異方性積層板の厚板解析への仮想ラミナの適用

*渡辺 力[1]、佐野 凌希[1]（1. 函館工業高等専門学校）

13:30 ～ 13:45

[S03C-02] 中詰め材の大きさが石橋の耐震性に及ぼす影響に関する研究

*東 祐輔[1]、古川 愛子[1]、清野 純史[1]（1. 京都大学）

13:45 ～ 14:00

[S03C-03] 裏当て金付突合せ溶接継手に対する ENS法検討

*柴田 誉[1]、佐藤 啓介[1]、堀川 秀信[2]、浜崎 幸平[2]、堤 成一郎[3]（1. 住友重機械工業株式会社、2. 住友建機株式会社、3. 大阪大学接合科学研究所）

14:00 ～ 14:15

[S03C-04] 平坦状の先端を有する飛来物衝突を受ける鋼板の貫通破壊に関する研究

*濵田 匠李[1]、別府 万寿博[1]、堤 成一郎[2]、市野 宏嘉[1]（1. 防衛大学校、2. 大阪大学）

14:15 ～ 14:30

[S03C-05] 一方向 FRPの重ね接着接合部の力学特性

*水谷 壮志[1]、石川 敏之[2]（1. 京橋ブリッジ株式会社、2. 関西大学）

14:30 ～ 14:45

[S03C-06] 落石防護擁壁上に設置された貫通型落石防護柵支柱に関する曲げが卓越する場合における衝撃応答解析の妥当性検討

瓦井 智貴[1]、小室 雅人[1]、岸 徳光[1]、岡本 淳敏[2]、*竹内 観月[1]（1. 室蘭工業大学大学院、2. 勇建設（株））

14:45 ～ 15:00

D会場

企画セッション（土木分野の数値解析におけるV&V）

【企画】土木分野の数値解析における V&V（ A)

座長:森口 周二(東北大学)
13:30 ～ 14:45 D会場 (D会場)

[SS01A-01] 鉄筋コンクリートの Validationにおける非線形力学挙動のばらつきに関する基礎的検討

*車谷 麻緒[1]、小林 樹人[1]、龍頭 正幸[1]（1. 茨城大学）

13:30 ～ 13:45

[SS01A-02] ASI-Gauss法による都市全域の家屋倒壊予測シミュレーションの妥当性確認

*石井 秀尭[1]、浅井 光輝[1]、大谷 英之[2]、飯山 かほり[3]、盛川 仁[4]、磯部 大吾郎[5]（1. 九州大学、2. 理化学研究所、3. 鹿島建設、4. 東京工業大学、5. 筑波大学）

13:45 ～ 14:00

[SS01A-03] ASME V&V10.1の指標による耐震性能照査の妥当性確認の検討事例

*一井 康二[1]、中瀬 仁[2]、中村 晋[3]（1. 関西大学社会安全学部、2. 東電設計新領域研究開発推進室、3. 日本大学）

14:00 ～ 14:15

[SS01A-04] **Numerical study on fatigue notch sensitivity of high and middle strength carbon steels for weld structures**

*Ayang Buerlihan[1]
Riccardo FINCATO[1],
Seiichiro TSUTSUMI[1]（1. Osaka University）

14:15 ～ 14:30

[SS01A-05] DEMによる単粒度砕石層の残留変位予測における定量的精度の検証

*河野 昭子[1]、松島 亘志[2]（1. 公益財団法人 鉄道総合技術研究所、2. 筑波大学大学院）

14:30 ～ 14:45

E会場

一般セッション（第五部門：応用数理問題ー計算機科学から社会科学まで）

第五部門：応用数理問題（ C)

座長:五十嵐 晃(京都大学)
13:30 ～ 15:00 E会場 (E会場)

[S05C-01] 木材破壊音検出を目的とした NNと CNNの比較

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

検討

*竹森 司[1]、佐伯 昌之[1] （1. 東京理科大学）

13:30 ～ 13:45

[S05C-02] X線 CTを用いた農業水利施設におけるコンクリート損傷の抽出

*島本 由麻[1]、鈴木 哲也[2] （1. 北里大学、2. 新潟大学）

13:45 ～ 14:00

[S05C-03] ハフ変換を用いた腐食鋼矢板護岸における損傷実態の非接触評価

*萩原 大生[1]、島本 由麻[2]、鈴木 哲也[3] （1. 新潟大学大学院自然科学研究科、2. 北里大学獣医学部、3. 新潟大学自然科学系（農学部））

14:00 ～ 14:15

[S05C-04] 圧電素子センサおよび MEMS加速度センサを活用した鋼橋の疲労損傷検知に関する研究

*森近 翔伍[1]、関屋 英彦[1]、葉山 瑞樹[2]、朱 彦[3]、永井 政伸[4] （1. 東京都市大学、2. （一財）首都高速道路技術センター、3. 東南大学、4. （株）首都高速道路）

14:15 ～ 14:30

[S05C-05] リベット接合部に生じる残留応力の解析的推定に関する研究

*谷口 望[1]、柴崎 和哉[2]、平野 雄大[2]、小林 寿子[3] （1. 前橋工科大学、2. 東日本旅客鉄道、3. JR東日本コンサルタンツ）

14:30 ～ 14:45

[S05C-06] 時刻歴波形ノイズ部の実効電圧を用いた AE到達時刻自動検出手法の開発

*中村 勝哉[1]、小林 義和[1]、小田 憲一[1]、池端 宏太[1] （1. 日本大学）

14:45 ～ 15:00

A会場

一般セッション（第二部門：計算力学）

第二部門：計算力学（ E）

座長:斎藤 隆泰(群馬大学)

15:25 ～ 16:55 A会場 (A会場)

[S02E-01] 鉛直上昇流による礫層内部流動化と破壊の流体・固体連成計算

*牛島 省[1]、上野 友登[1]、鳥生 大祐[1]、大野 絢平[1] （1. 京都大学）

15:25 ～ 15:40

[S02E-02] MPM-FEM hybrid method for tsunami induced by submarine landslide

*Shaoyuan Pan[1], Yuya Yamaguchi[1], Shuji Moriguchi[1], Anawat Suppasri[1], Kenjiro Terada[1] （1. Tohoku University）

15:40 ～ 15:55

[S02E-03] ISPH-DEMによるマウンド変形・ケーソン滑動を考慮した防波堤浸透崩壊シミュレーション

*辻 勲平[1]、浅井 光輝[1]、笠間 清伸[1] （1. 九州大学）

15:55 ～ 16:10

[S02E-04] コロケート格子有限体積法に基づく粘弾性流体の数値計算

*九鬼 愛夢[1]、鳥生 大祐[2]、牛島 省[2] （1. 京都大学工学研究科、2. 学術情報メディアセンター）

16:10 ～ 16:25

[S02E-05] Extended B-spline を用いた陰的 MPMによる弾塑性解析

*菅井 理一[1]、山口 裕矢[1]、森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1] （1. 東北大学）

16:25 ～ 16:40

[S02E-06] オイラー型有限体積法による骨折予防床の構造-流体連成解析

*西口 浩司[1]、勝又 稜平[1]、嶋田 宗将[2]、干場 大也[1]、加藤 準治[1]、平山 洋介[3] （1. 名古屋大学、2. 神戸大学、3. 株式会社Magic Shields）

16:40 ～ 16:55

B会場

一般セッション（第二部門：計算力学）

第二部門：計算力学（ D）

座長:古川 陽(北海道大学)

15:25 ～ 16:55 B会場 (B会場)

[S02D-01] 連続体損傷と離散ひび割れのエネルギー等価性に基づく遷移モデル

*三浦 弘慈[1]、鈴木 峻[1]、森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1] （1. 東北大学）

15:25 ～ 15:40

[S02D-02] 透過型砂防堰堤の転倒解析に対する動的な土石流荷重モデルの検討

*小松 喜治[1]、堀口 俊行[1]、香月 智[1] （1. 防衛大学校）

15:40 ～ 15:55

[S02D-03] アイソパラメトリック2次要素を用いた 臨界滑り線探索 手法

*羽場 一基[1]、篠原 魁[1]、渡辺 和明[1] （1. 大成建設株式会社）

15:55 ～ 16:10

[S02D-04] Hovland法と三次元簡易 Bishop法を用いた広域の斜面安定解析

*須郷 大地[1]、藤田 真粋[1]、森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1]

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

（1. 東北大学）
16:10 ～ 16:25

[S02D-05] 剛塑性有限要素法における変形拘束条件や剛体領域の取扱いに関する一考察
*山栗 祐樹[1]、小林 俊一[1]、西藤 潤[2] （1. 金沢大学、2. 京都大学）
16:25 ～ 16:40

[S02D-06] 面的補強部材で補強した地盤に対する剛塑性安定解析法の開発
*佐近 絵奈[1]、山栗 祐樹[1]、小林 俊一[1] （1. 金沢大学）
16:40 ～ 16:55

C会場

一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

第三部門：材料・複雑現象の力学（ D)

座長:古川 愛子(京都大学)
15:25 ～ 16:55 C会場 (C会場)

[S03D-01] 重力場において衝撃作用を受ける縮小模型実験に用いる相似則に関する基礎実験
*手嶋 良祐[1]、別府 万寿博[2]、市野 宏嘉[2]、福永 一基[1] （1. ベルテクス株式会社、2. 防衛大学校）
15:25 ～ 15:40

[S03D-02] 限定らせん積層 CFRPの四点曲げ変形・耐荷挙動の実験的検討
*松本 高志[1]、浜山 千佳[1]、近藤 健太[1] （1. 北海道大学）
15:40 ～ 15:55

[S03D-03] X線 CTを用いた乾燥によるモルタル内部の密度および体積変化分布の評価
*麓 隆行[1]、高木 雅斗[2]、間路 直弥[1] （1. 近畿大学、2. 鴻池組）
15:55 ～ 16:10

[S03D-04] セメント材料の圧縮破壊挙動に対する損傷モデルと修正 von-Mises基準の適用性
*升井 尋斗[1]、車谷 麻緒[1] （1. 茨城大学）
16:10 ～ 16:25

[S03D-05] 突き上げ入力による地下鉄大開駅の倒壊に関する数値解析的検討－上載土砂の影響－
*瓦井 智貴[1]、岸 徳光[1]、園田 恵一郎[2]、小室 雅人[1] （1. 室蘭工業大学、2. 大阪市立大学）
16:25 ～ 16:40

[S03D-06] Investigation on Flexural behavior of Concrete Beams Reinforced with Hybrid FRP-Steel Bars
*Ahmed Hussein[1], Huang Huang[1], Zhishen Wu[1] （1. Ibaraki University）
16:40 ～ 16:55

D会場

企画セッション（土木分野の数値解析におけるV&V）

【企画】土木分野の数値解析における V&V（ B）

座長:車谷 麻緒(茨城大学)
15:25 ～ 16:25 D会場 (D会場)

[SS01B-01] 支持力問題の一斉解析に基づく不確実性の定量化
*森口 周二[1]、中井 健太郎[2]、大野 進太郎[3]、佐藤 伸[4]、若井 明彦[5]、竹原 和夫[6]、鈴木 隼人[7]、石川 裕規[8]、 馬塲 菜々子[5]、渦岡 良介[9]、櫻井 英行[10] （1. 東北大学、2. 名古屋大学、3. 鹿島建設株式会社、4. 株式会社大林組、5. 群馬大学、6. JIPﾃｸﾉｻｲｴﾝｽ株式会社、7. 株式会社J-POWERﾋﾞｼﾞﾈｽｻｰﾋﾞｽ、8. 日本工営株式会社、9. 京都大学、10. 清水建設株式会社）
15:25 ～ 15:40

[SS01B-02] 地下構造物施工解析における数値モデルの検証
*鎌田 浩基[1]、青野 泰久[1]、櫻井 英行[1] （1. 清水建設技術研究所）
15:40 ～ 15:55

[SS01B-03] 落石挙動に対する岩塊形状特性の影響に関する数値解析的検討
*吉田 大活[1]、菅野 蓮華[1]、渡邊 大槻[1]、森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1] （1. 東北大学）
15:55 ～ 16:10

[SS01B-04] コンクリート構造物の非線形有限要素解析手法の検証への数値創成解の使用の基礎検討
*本山 紘希[1]、堀 宗朗[2] （1. 香川大学、2. 海洋研究開発機構）
16:10 ～ 16:25

E会場

企画セッション（リスク評価とその応用）

【企画】リスク評価とその応用

座長:福永 勇介(国土技術政策総合研究所)
15:25 ～ 16:55 E会場 (E会場)

[SS02A-01] ため池の破堤リスク評価に向けた応答曲面の改良
*立石 翼[1]、西村 伸一[1]、柴田 俊文[1]、黒田 修一[2]、加藤 智雄[2]、栗林 健太郎[2]、棚谷 南海彦[2] （1. 岡山大学、2. エイト日本技術開発）
15:25 ～ 15:40

[SS02A-02] 3次元津波シミュレーションの代理モデルを用いた津波流体力のリアルタイム予測

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

*外里 健太[1]、高瀬 慎介[2]、森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1]、大竹 雄[1]、福谷 陽[3]、野島 和也[4]、櫻庭 雅明[4]、横洲 弘武[5] （1. 東北大学、2. 八戸工業大学、3. 関東学院大学、4. 日本工営株式会社、5. 中部電力株式会社）

15:40 ～ 15:55

[SS02A-03] 実データに基づくベイズ推論による係留施設の地震時フラジリティ曲線の構築

*菅原 法城[1]、福永 勇介[1]、宮田 正史[1]、住岡 直樹[1,2]（1. 国土交通省　国土技術政策総合研究所、2. 株式会社 エコー）

15:55 ～ 16:10

[SS02A-04] 超解像技術を援用した仮設土留めにおける実用的な動態観測手法の開発

*児玉 真乃介[1]、大竹 雄[2] （1. 株式会社日建設計シビル、2. 東北大学）

16:10 ～ 16:25

[SS02A-05] 動力学系時間発展則の同定に基づくデータ駆動型地盤応答解析に関する基礎研究

*塩井 瑛大[1]、大竹 雄[1]、吉田 郁政[2]、福永 勇介[3]、宮田 正史[3]、村松 正吾[4] （1. 東北大学、2. 東京都市大学、3. 国土技術政策総合研究所、4. 新潟大学）

16:25 ～ 16:40

[SS02A-06] ガウス過程回帰を用いた地盤物性値の空間分布推定におけるランダム成分の自己相関関数の比較

*富澤 幸久[1]、吉田 郁政[1]、大竹 雄[2] （1. 東京都市大学、2. 東北大学）

16:40 ～ 16:55

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

第一部門：物理数学力学問題 （ A）

座長:野村 泰稔(立命館大学)

2021年5月15日(土) 09:00 ～ 10:30 A会場 (A会場)

[S01A-01] 寒冷地トンネルにおける覆工のひび割れに対するフラクタル解析

*須藤 敦史[1]、佐光 正和[2]、五十嵐 隆浩[2] （1. 東北工業大学、2. 構研エンジ）

09:00 ～ 09:15

[S01A-02] 融合粒子フィルタによる雨水浸透モデルの同定のための現地計測期間

*小田 和広[1]、小泉 圭吾[2]、伊藤 真一[3]、堤 浩志[4] （1. 大阪産業大学、2. 大阪大学、3. 鹿児島大学、4. 西日本高速道路（株））

09:15 ～ 09:30

[S01A-03] 群知能による地下ダム貯水域の透水係数分布推定と施肥由来の汚染リスク

*井上 一哉[1]、川田 歩美[2]、鈴木 麻里子[1] （1. 神戸大学大学院農学研究科、2. 阪神高速道路（株））

09:30 ～ 09:45

[S01A-04] Relaxed Lassoによる3次元地盤モデリング

*珠玖 隆行[1]、吉田 郁政[2] （1. 岡山大学、2. 東京都市大学）

09:45 ～ 10:00

[S01A-05] アンサンブルカルマンフィルタによるため池モデルのパラメータ推定

*ニン ウショウ[1]、西村 伸一[1]、柴田 俊文[1]、珠玖 隆行[1] （1. 岡山大学大学院環境生命科学研究科）

10:00 ～ 10:15

[S01A-06] ARDカーネルによる非線形地震応答解析のガウス過程回帰代替モデル構築

*才田 大聖[1]、西尾 真由子[1] （1. 筑波大学）

10:15 ～ 10:30

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

寒冷地トンネルにおける覆工のひび割れに対するフラクタル解析
Fractal analysis of cracks in tunnel lining for cold region

須藤　敦史（東北工大・工）　　佐光　正和（構研エンジ）　　五十嵐　隆浩（構研エンジ）
Atsushi SUTOH, Tohoku Institute of Technology
Masakazu SAKO, Koken Engineering Co., Ltd.,
Takahiro IGARASHI, Koken Engineering Co., Ltd.,
E-mail: r atsu-sutoh@tohtech.ac.jp

The theory of Fractals can quantify natural patterns that are statistically self-similar. And it is used for quantification of complex shapes. For those cracks, the result which can be called "Fractal" has come out. This study carried out fractal analysis for cracks in the surface of lining concrete of mountain tunnels in Hokkaido (cold region) and presents basic data for quantitative evaluation of fractal characteristics, crack condition and degree of damage.

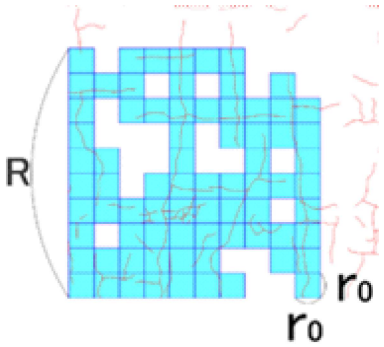


Fig. 1 Image of Box Counting method

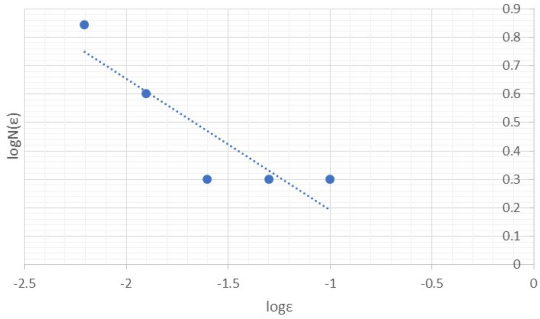


Fig.2　Fractal analysis of simple crack

１．はじめに
山岳トンネルの覆工コンクリートにおける定期点検は，①ひび割れ，②浮き・剥離，③漏水，④目地ズレ・開き，⑤豆板・空洞，⑥遊離石灰の 6 種類の項目を基本としており，これら点検結果を基にしてトンネル覆工コンクリートにおける劣化の判定区分を定めている．

しかし，トンネル覆工コンクリートの表面におけるひび割れの評価は，ひび割れの数，幅や形状・形態などによってなされているが，ひび割れの形状・形態における進展やそれらの分布遷移などは定量的に評価ができず，現状では定性的な表現・評価をせざるを得ない[1]．

そこで本研究では，北海道（寒冷地）における山岳トンネルの覆工コンクリート表面のひび割れに対してフラクタル解析[2]を実施して，フラクタルの特性とひび割れ状態の損傷程度に対する定量評価の基礎資料を検討・整理したものである．

２．Box Counting 法 とフラクタル特性
フラクタル次元を求めるには幾つかの方法が提案されているが，岩盤やコンクリート構造物におけるひび割れのフラクタル解析では，Fig.1 に示す被覆法のうちの Box Counting 法[3),4)]が用いられることが多い．

この方法は，1 辺 R の正方形ひびわれパターンを一辺の長さ r_0 の正方形格子に分割し，ひびわれを含む一辺の長さ r_0 の正方形の個数 N を求めるものである．

ここで，分割数(ε)を変えたとき N と ε の関係は式(1)のように表される（例: ε =1,1/2,1/4,1/8,1/16 …）．

$$N \propto \varepsilon^{-D} \tag{1}$$

また，フラクタル次元（D 値）は以下のように求められる．

$$D = \log N \Big/ \log \varepsilon \tag{2}$$

実際には，それぞれの N と ε を両対数上にプロットして，その勾配からフラクタル次元[2)]が求められる．

ここでフラクタル次元は，覆工表面のひび割れではおおよそ 1≦D≦2 の値をとる．これは単純な線では 1 次元以上，また面では 2 次元以下のフラクタル次元（D 値）となるため，複雑な覆工表面のひび割れは平面に近いフラクタル次元となる．

３．トンネル覆工ひび割れにおけるフラクタル解析
本研究で対象とした山岳トンネルは，北海道（札幌地区）の 4 トンネルに対する覆工コンクリートの表面における定期点検値（CAD データ）を用いている．

（1）単純なひび割れ形状のフラクタル解析
まず，単純なひび割れ形状とフラクタル次元（D 値）との関係を Fig.2 に示す．

Fig.2 より，フラクタル次元（D=0.46），および相関係数も 0.79 と低い値となった．したがって，覆工コンクリートにおいて単純なひび割れ形状に対しるフラクタル次元を考えることは難しいといえる．

（2）ひび割れ状態とフラクタル解析の範囲
次に，フラクタル解析の範囲に対するひび割れ状態の影響を検討するために Fig.3 に示すようにトンネル覆工コンクリート表面のひび割れにおいて，全体と黒線で囲んだ部分を除いたフラクタル次元（D 値）を求めた．

Fig.3 より，覆工コンクリート表面のひび割れ範囲において求めたフラクタル次元は若干異なるため，フラクタルの

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

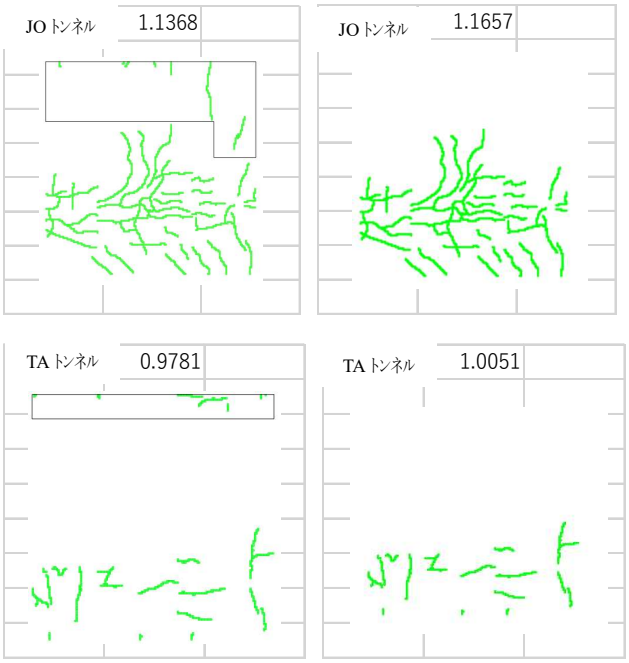


Fig. 3 Area of Fractal analysis for cracks

解析において，ひび割れの範囲や状態における D 値を検討するする必要がある．

（3）ひび割れ状態とフラクタル解析

さらに Fig.4 に示すようにトンネルの覆工コンクリートのひび割れにおいて，フラクタル次元（D 値）を求めたものを Fig.5 に示す．Fig.5 より，ある程度密な覆工コンクリート表面のひび割れにおいて求めたフラクタル次元 1.0865 および相関係数 0.999 と高い値を示している

4．札幌地区における山岳トンネル覆工のひび割れに対するフラクタル次数

最後に、北海道（札幌地区）の 4 トンネルに対する覆工コンクリートの表面における定期点検値（CAD データ）から，それぞれ 6 ヶ所の覆工表面のひび割れ範囲を選択した．

ここで Box Counting 法を適用してフラクタル次元（D 値）と相関係数を求めたものを Table.1 に示す．

Table.1 より，フラクタル次元（D 値），および相関係数とも高い値であることより，フラクタル解析はひび割れ状態と損傷程度の定量評価等に用いることができる・ 本 文は 2 段組として下さい．

5．結論

本研究は，寒冷地の山岳トンネルにおける覆工コンクリート表面のひび割れに対してフラクタル解析を実施した結果，以下の結論が得られた．

1) 覆工コンクリート表面のひび割れが密な場合に対して，クタル次数（D 値）は大きな値を示す．
2) フラクタル次数（D 値）は，ひび割れの状態と解析範囲で変動するため，状況と範囲の検討が必要である．
3) フラクタル次元（D 値）による，覆工のひび割れ状態と損傷程度の定量的な評価が可能である．

Fig. 4 Fractal analysis for Jouzankei tunnel cracks

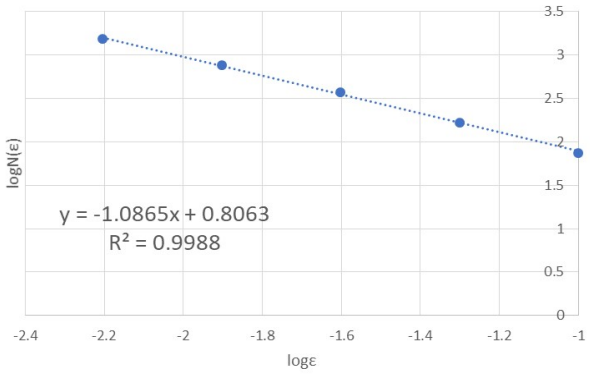


Fig. 5 Fractal analysis of tunnel cracks

Table.1 Fractal analysis for 4 tunnel cracks in Sapporo ares

トンネル名	場所番号	D値	相関係数（n）	トンネル名	場所番号	D値	相関係数（n）
Tトンネル	①	1.3424	0.9899	TAトンネル	①	1.1128	0.9948
	②	1.3215	0.991		②	1.095	0.9978
	③	1.268	0.9802		③	1.0074	0.9998
	④	1.259	0.9823		④	1.0366	0.999
	⑤	1.1776	0.9247		⑤	0.9781	0.9989
	⑥	1.1556	0.9905		⑥	0.9486	0.9995
JOトンネル	①	1.0865	0.9988	TEトンネル	①	1.1205	0.9947
	②	1.1368	0.9931		②	1.0433	0.9953
	③	1.0376	0.9999		③	1.0532	0.9963
	④	1.0753	0.9976		④	0.9892	0.9988
	⑤	1.081	0.9976		⑤	0.9492	0.9998
	⑥	1.0209	0.9999		⑥	1.0211	0.9995

参考文献

1) 須藤敦史,佐藤京,兼清泰明,丸山収,西弘明：寒冷地の道路構造物（橋梁・山岳トンネル）における劣化特性とその分布について,土木学会構造工学論文集,Vol.62A,pp.156-165,2016.
2) 阿部忠行,小川 進:舗装ひびわれのフラクタル解析,土木学会論文集,No.442/V-16,pp.119-126,1992.2.
3) 松下貢:フラクタルの物理,裳華房,2002.
4) 土屋範芳,松川陽介,中塚勝人:岩石断面の割れ目の分布と計上のフラクタル解析,日本地熱学会誌,第 16 巻,第 2 号,pp.153-171,1994.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

融合粒子フィルタによる雨水浸透モデルの同定のための現地計測期間
Period for filed measurements to identify soil moisture parameters with Merging Particle Filter

小田和広（大阪産業大学・工）　小泉圭吾（大阪大学・工）　伊藤真一（鹿児島大学・工）　堤浩志（西日本高速道路（株））
Kazuhiro ODA, Osaka Sangyo University
Keigo KOIZUMI, Osaka University
Shin-ichi ITO, Kagoshima University
Hitoshi TSUTSUMI, West Nippon Expressway Company Limited
E-mail: oda@ce.osaka-sandai.ac.jp

In this paper, the numerical simulation was carried out to discuss the field measurements to identify soil moisture parameters. In the case where the field measurements will perform every ten minutes, soil moisture parameters can be identified appropriately using the field measurements for around one day. Moreover, the field measurements without rainfalls is available to identify them.

１．はじめに

豪雨時に斜面災害が多数発生することからも分かるように，斜面の安定は土中の水分状態によって支配される．したがって，土中の水分状態を適切に予測する雨水浸透モデルを同定することができれば，それは斜面災害発生の危険度評価において重要な役割を果たす．筆者らはこのような考え方に基づき，雨水浸透モデルの同定における粒子フィルタの有用性を明らかにしてきた [1)]．本研究では，粒子フィルタによる雨水浸透モデルの同定手法の実用化ため，雨水浸透モデルの同定に必要な計測値とその期間について考察する．

２．解析手法

本研究では，雨水浸透モデルとして，赤井らによって提案された飽和・不飽和浸透流解析手法 [2)]を用いた．但し，水分特性曲線モデルとして，van Genuchten モデル 3)，また，不飽和透水係数モデルとして Mualem モデル 4)を用いた．それぞれを式(1)および(2)に示す．なお，

$$S_e = (\theta - \theta_r)/(\theta_s - \theta_r) = \left\{1 + (-\alpha\psi)^n\right\}^{1-1/n} \quad (1)$$

$$k = k_s \times S_e^{0.5}\left\{1 - \left(1 - S_e^{n/n-1}\right)^{1-1/n}\right\}^2 \quad (2)$$

ここに，S_e：有効飽和度，θ_s：飽和体積含水率，θ_r：残留体積含水率，k_s：飽和透水係数，α，n：パラメータ，k：透水係数，Ψ：土壌水分吸引水頭である．ここで，データ同化の対象となるパラメータは，θ_s，θ_r，α，n および k_s の 5 つである．

図-1 は融合粒子フィルタ（MPF）5)のアルゴリズムを概念的に示している．MPF では，4 つの計算ステップ（1 期先予測，フィルタリング，リサンプリング，マージング）を繰り返して，各時刻における粒子の時間推移を評価する．1 期先予測では，時刻 *t-1* から時刻 *t* までのシミュレーションを粒子数 *N* 個だけ実施する．次に，フィルタリングを行い，ベイズの定理を用いて各粒子に与えられる重みを算出する．さらに，リサンプリングを行って，各粒子の重みに基づいた粒子の複製を行う．最後のマージングの過程では，予測アンサンブルから複数個のサンプルを抽出し，その重み付き和をとることによってフィルタアンサンブルを生成する．これにより，計測値に対する適合性が高い多様な粒子が再生成されることになる．

３．解析対象と解析条件

本研究では，九州地方の高速道路沿いの切土斜面で行われた土壌水分の現地計測を解析対象とした [6)]．図-2 中の左側写真は土層断面とセンサーの設置状況を示している．現地計測では，３つの土壌水分計（Delta-T 社製 SM-150）をそれぞれ深さ 30cm（上層），70cm（中間層）および 100cm（下層）の位置に設置した．体積含水率の計測は 10 分間隔で行った．図-2 中の右図はこの地点の解析モデルを示している．雨水浸透は鉛直下方向が支配的であるので，一次元モデル化とした．また，土壌水分計の設置位置に応じた区分された 3 つの層それぞれに異なるパラメータを与えた．そのため，データ同化によって同定されるパラメータは合計 15 個になる．なお，境界条件として，モデル上部を降雨境界，モデル下部を自由排水境界とした．

図-3 は解析対象期間における降雨量を示している．降雨量は，計測現場に設置した雨量計によって計測した 10 分間隔の雨量を日雨量に換算している．6/29, 7/5 と 7/6 に 100mm を越える日雨量があった．特に，7/6 に 337.5mm の日雨量があったことは特徴的である．

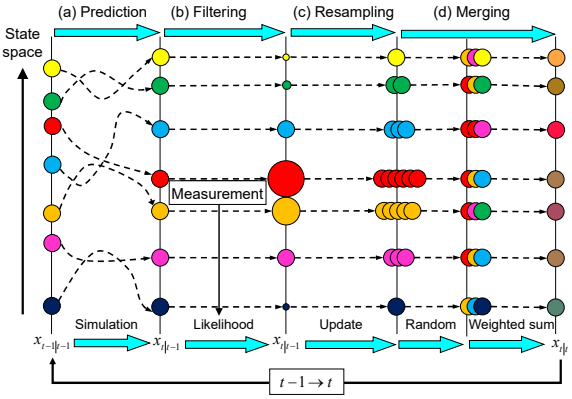


Fig. 1 Conceptual algorithm of MPF.

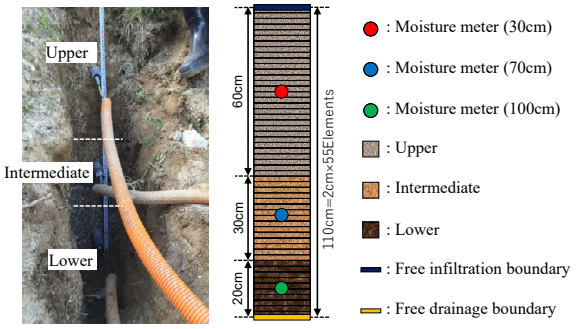


Fig. 2 Installation of soil moisture sensors into slope and its analytical model.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

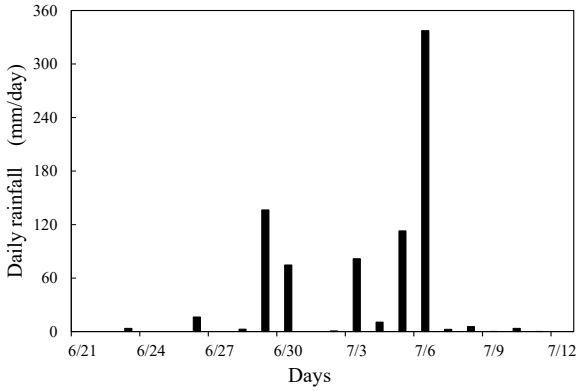


Fig. 3 Daily rainfalls.

Table 1 Range for initial values of soil moisture parameters used in data assimilation analysis

		θ_s	θ_r	α	n	k_s
Upper	Max.	0.52	0.16	0.07	1.50	4.00
	Min.	0.46	0.11	0.05	1.40	2.00
Interme diate	Max.	0.56	0.25	0.06	1.40	3.60
	Min.	0.53	0.19	0.01	1.34	2.10
lower	Max.	0.48	0.23	0.06	1.40	3.50
	Min.	0.45	0.19	0.04	1.33	2.10

表-1 は解析に用いたパラメータの範囲を示している．この範囲内でランダムにパラメータの組合せ決定し，それを初期値とする 100 個の粒子を作成した．図-4 はそのようにして決定した初期値を用いたシミュレーションと計測のそれぞれの体積含水率の比較を示している．なお，シミュレーションの体積含水率は 100 個の粒子のアンサンブル平均である．シミュレーション値は計測値よりもかなり小さく，まるで一致していない．すなわち，パラメータの初期値では現地の雨水浸透挙動を全く再現できない．

４．同化結果に基づくシミュレーション

6/21 の計測値を用いてデータ同化を行い，同定されたパラメータを用いて 6/22 以降のシミュレーションを行うこととした．ここで，6/21 は降雨がなく，土中水の下方への浸透による体積含水率のわずかな減少のみが起こっている．図-5 は 6/22 以降のシミュレーションと計測の体積含水率の比較を示している．シミュレーション値は計測値とほぼ一致している．特に，6/29，7/5 といった日雨量が 100mm を越える降雨に加え，日雨量が 300mm を越えた 7/6 の体積含水率の上昇・下降挙動を適切に再現できている．一日という短い計測期間に加え，顕著な変化がない計測値によるデータ同化によって雨水浸透モデルが同定できたのは，①10 分毎のデータ同化，すなわち，一日で 144 回の同化回数がモデルの同定に十分であったこと，②ヒステリシスが顕著でなかったため，排水と吸水の水分特性曲線に顕著な違いがなかったこと，そして，最も重要なこととして，③無降雨状態下のわずかな体積含水率の変化を正確に計測することが可能であったことが挙げられる．

５．結論

本研究によって得られた主な知見は以下の通りである．

1) 10 分間隔でデータ同化を行う場合，一日程度の期間があれば雨水浸透モデルの適切な同定が可能である．
2) 体積含水率の正確な計測が可能であれば，必ずしも降雨時の計測を必要とせず，無降雨期間の計測値を用いても適切な雨水浸透モデルの適切な同定が可能である．

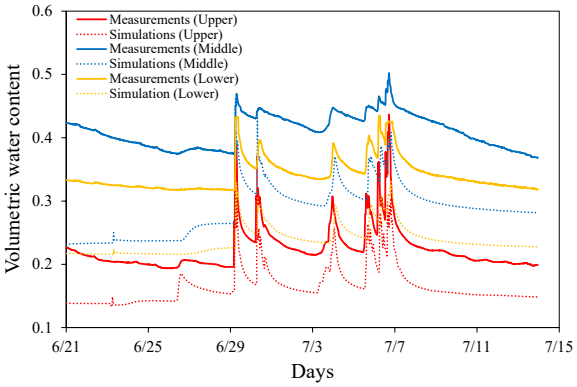


Fig. 4 Comparison between field measurements and simulation results without data assimilation.

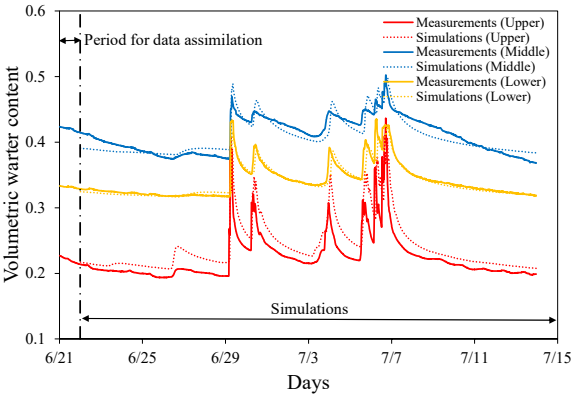


Fig. 5 Comparison between field measurements and results of simulation used in parameters identified with data assimilation.

参考文献

1) 例えば，伊藤真一，小田和広，小泉圭吾，西村美紀，檀上徹，酒匂一成：融合粒子フィルタを用いた境界条件を含む浸透解析モデルの推定手法の提案，土木学会論文集 C (地圏工学)，Vol. 76, No. 1, pp. 52-66, 2020.
2) 赤井浩一，大西有三，西垣誠：有限要素法による飽和-不飽和浸透流の解析，土木学会論文報告集，No. 264, pp. 87-95, 1977.
3) van Genuchten, M.: Calculating the unsaturated hydraulic conductivity with a new closed-form analytical model, Research Report, No.78-WR-08, Princeton Univ., 1978.
4) Mualem, Y.: A New Model for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Porous Media, Water Resources Reserch, Vol.12, pp.513-522, 1976.
5) 樋口知之，上野玄太，中野慎也，中村和幸，吉田亮：データ同化入門―次世代のシミュレーション技術―，7. 融合粒子フィルタ，pp. 116-135, 2018.
6) 伊藤真一・小田和広・小泉圭吾：現地計測に基づく土壌水分特性パラメータの逆解析における粒子フィルタの有用性，Kansai Geo-Symposium 2016 発表論文集，pp. 253-258，2016

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

群知能による地下ダム貯水域の透水係数分布推定と施肥由来の汚染リスク

Swarm Intelligence Approach to Estimate Hydraulic Conductivity Distribution in Subsurface Dam and Its Application to Pollution Risk by Nitrate

井上　一哉（神戸大・農）　　川田　歩美（阪神高速道路（株））　　鈴木　麻里子（神戸大・農）
Kazuya INOUE, Kobe University
Ayumi KAWADA, Hanshin Expressway Company Limited
Mariko SUZUKI, Kobe University
E-mail: mornel@kobe-u.ac.jp

Swarm-based algorithms are a powerful family of optimization techniques inspired by forming flocks, colonies and swarms. Here we show that cuckoo search algorithm, which is recently developed meta-heuristic algorithm, allowed to estimate the spatial distribution of hydraulic conductivity in a limestone region in subsurface dam. Identified groundwater levels through seepage analysis were good agreement with the results reported in literature. Subsequent solute transport simulations using random walk particle tracking linked with a spatial pollution risk by nitrate associated with seasonal variation of groundwater pumping, demonstrating a unique application derived from inverse analysis to a practical design in the field.

１．はじめに

群知能（Swarm intelligence）は，個から成る集団の行動における振る舞いや判断など自然界に見られる現象に基づく人工知能の一分野である．シンプルなアルゴリズムや勾配計算の無さに潜在性を有する計算手段ではあるものの，土木分野への適用は極めて少ない現状にある．本研究では，地下ダム貯水域を対象とした 3 次元地下水流動モデルの構築あたり，透水係数の空間分布を群知能 [1]にて推定することを試みる．また，逆推定結果の応用として，溶質輸送解析により，施肥による貯留水への硝酸汚染リスクの可視化を図り，水質管理に資する汚染マップを提示する．

２．群知能による透水係数分布推定

本研究において対象とするサイトは，鹿児島県にある喜界地下ダムである．当該ダムでは 8 基の集水井により貯留水を汲み上げており，地下水流動モデルを構築するにあたり，Fig.1 の赤枠で示す 3300m×1700m の範囲に帯水層の厚みを考慮した 3 次元領域を設定した．海岸に近い領域の北西端を海抜 0m の地下水位，北西端以外の境界には領域周辺の観測地下水位と標高を勘案して適切な水位を設定した．石灰岩から成る透水係数 K の空間分布を推定すべく，地質資料に基づいて Fig.2 に示すように解析領域をゾーニングした．間隙率は地質全体で 8%とした [2]．

貯留水の地下水位は年間を通して変動が少ないため，平均的な水位分布として 2016 年 8 月 15 日に 20 地点で観測された地下水位を再現できる各ゾーンの透水係数 K^b に対して，逆推定した．レヴィフライトに基づく群知能であるカッコウ探索アルゴリズム [1]，

$$K^b(t+1) = K^b(t) + \lambda \oplus \text{Lévy}(\beta) \qquad (1)$$

にて透水係数分布を同定した．ここに，t は世代，b はゾーンのインデックス，$\oplus$はアダマール積，Lévy(β)は定数βのレヴィ分布，λはステップサイズである．また，レヴィフライトは$\beta = 1.5$とし，既定の確率 pa で適合度の低い巣を放棄して新しい巣を形成する点を$pa = 0.25$に定めた．

逆解析の過程では，観測地下水位 h_m と 3 次元 FEM 浸透流解析の結果の残差自乗和が最小になる透水係数 K^b の組み合わせを求めた．Fig.3 に推定結果に基づく地下水位コンター図を示す．止水壁による地下水の貯留効果を表現す

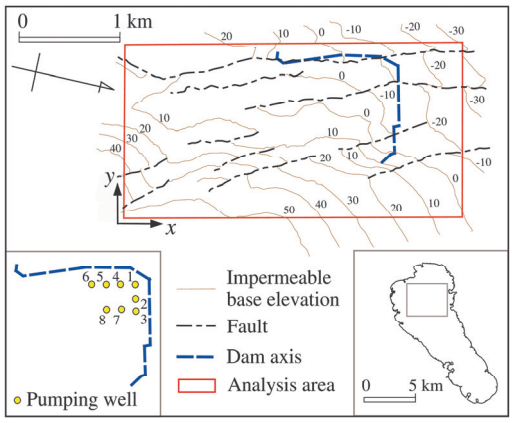


Fig. 1 Study site of this study

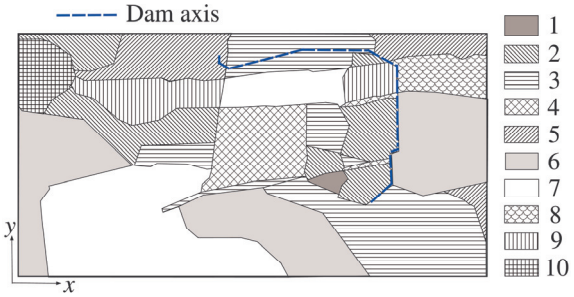


Fig. 2 Spatial distribution of hydraulic conductivity.

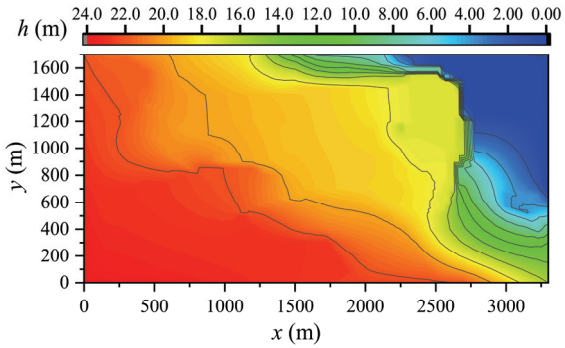


Fig. 3 Identified spatial distribution of groundwater level.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

るとともに，既往の報告 [2]による地下水位等高線とよく一致し，現況の地下水流動を再現していると判断される．

3．溶質輸送解析による施肥由来の汚染リスク

群知能にて同定した透水係数分布の応用策として，施肥由来による地下水の硝酸性窒素（NO_3-N）汚染リスクの可視化を試みた．浸透流解析より得られる地下水流動状態をランダムウォーク粒子追跡法 [3]（以下，RWPT と記す）

$$X_{p,i}(t+\Delta t) = X_{p,i}(t) + A_i\left(\vec{X}_p(t)\right)\Delta t + \sum_{j=1}^{3} B_{ij}\left(\vec{X}_p(t)\right)\Xi_j\sqrt{\Delta t}, \quad i = 1,2,3 \qquad (2)$$

に連結することで，流域内の NO_3-N 輸送を捉える．ここに，$X_{p,i}(t)$は時間tの粒子位置のi成分，$\vec{X}_p(t)$は粒子位置ベクトル，Δtは時間増分，A_iはドリフトベクトル，B_{ij}は変位マトリクス，Ξ_jは正規乱数ベクトルである．

図 4 には対象場の土地利用図を示しており，解析領域を 95 のブロックに区分することで，各区画を起点とする NO_3-N 輸送を 90 日間にわたって計算した．このとき，RWPT にて，溶質に見立てた粒子を 10 万粒子，縦分散長と横分散長をそれぞれ 10 m と 1 m に設定して，任意の農地に施用された窒素分の集水井への到達割合 P%を集水井ごとに算出して，農地の硝酸汚染リスクマップとして可視化した．現状の揚水量を参考にして，揚水量の多い夏季を Case S，揚水量の少ない冬季を Case W と称し，揚水量をそれぞれ 36000 m^3/d，2000 m^3/d とした．

4．結果と考察

代表的な数値解析結果として，1 号，6 号，8 号集水井に対する汚染リスクマップを Fig.5 に示す．図中，赤色の濃さは硝酸汚染リスクの高さを意味している．1 号集水井の周辺では着色される領域は小さく，言い換えると，1 号集水井の硝酸濃度に影響する農地面積は 6 号，8 号集水井に影響する農地面積に比べると小さいことがわかる．大きな要因の 1 つは集水井の配置と地下水の流れ方向であり，流域の地下水は南東から北西方向に向かって主に流動しており，地下水流れに対して上流側にあたる 6 号，8 号集水井にて，施肥由来の NO_3-N の大部分を揚水するため，下流側に位置する 1 号集水井に到達する NO_3-N は相対的に少ないことが要因である．集水井から離れた場所，たとえば各図の南東（左下）側から集水井に向かう方向に汚染リスクの高い領域が存在する点が対象地域の特徴といえる．一方で，北東（右下）側の農地に施用した NO_3-N は貯水域に集まらず，

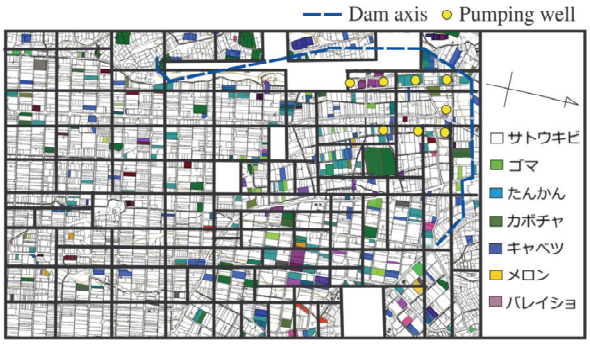


Fig. 4 Region map of Kikai subsurface dam area.

ダム止水壁の右岸側からすり抜けて流域外へ流下すると考えられる．この点は，群知能にて同定した Fig.3 の地下水位コンターにおいても確認できる．

Case S と Case W を比較すると，汚染リスクの低い領域は冬季に縮小する傾向にある．他方，汚染リスクの高い領域は季節的な変化がなく，施肥の時期によらず集水井に窒素負荷をかけているといえる．揚水量の少ない冬季に回収する NO_3-N が多いことは，揚水中の NO_3-N が高濃度になることを意味しており，この観点から冬季の施肥による硝酸汚染リスクは高いといえる．

5．結論

本研究では，地下ダム貯水域に対して透水係数の空間分布を群知能により推定した．得られた透水係数分布に基づいて再現した地下水位分布は既往の報告とよく一致し，地下水流動モデルの妥当性を評価できた．同定結果の応用として施肥による硝酸汚染リスクを提示するため，同定した透水係数分布を溶質輸送解析に連結し，集水井の NO_3-N レベルに影響する農地を汚染リスクとして可視化するとともに，冬季の施肥が NO_3-N の高濃度化を招くことを示した．

参考文献

1) Yang, X.S. and Deb, S.: Cuckoo search via Lévy flights, NABIC, pp.210-214, 2009.
2) 緑資源機構：地下ダムによる水資源開発の手引き，2006.
3) Salamon, P., Fernàndez-Garcia, D. and Gómez-Hernández, J.J.: A review and numerical assessment of the random walk particle tracking method, *J. Contam. Hydrol.*, 87, pp.277-305, 2006.

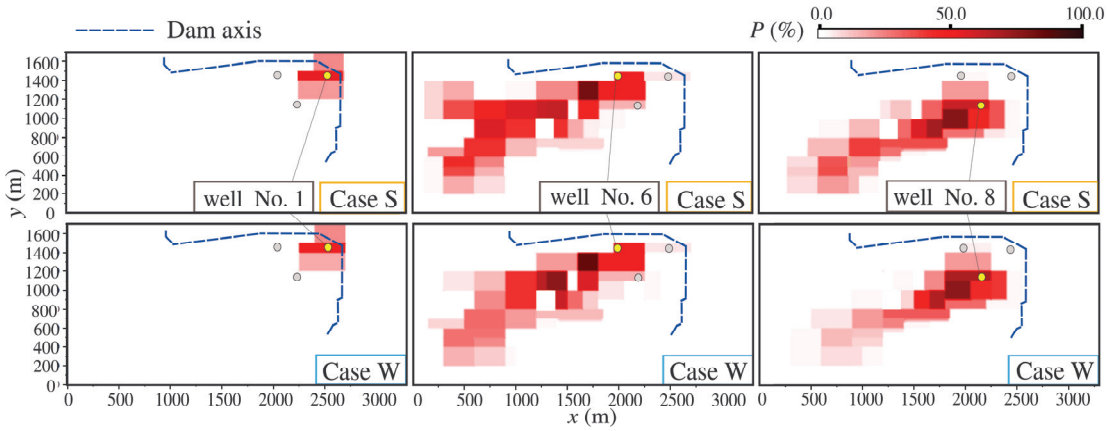


Fig. 5 Results of pollution map by nitrate at No.1, 6 and 8 pumping well.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Relaxed Lasso による 3 次元地盤モデリング
Three-Dimensional Subsurface Modeling using Relaxed Lasso

珠玖　隆行（岡山大・工）　　吉田　郁政（都市大・建築都市デザイン）
Takayuki SHUKU, Okayama University
Ikumasa YOSHIDA, Tokyo City University
E-mail: shuku@cc.okayama-u.ac.jp

This study proposes a method for three-dimensional subsurface modeling based on relaxed lasso. Sparse modeling, or least absolute shrinkage and selection operator (lasso), has received attention in geotechnical engineering because of its performance in solving under-determined inverse problems, that commonly encounter in practice. Lasso, however, can be difficult to apply for large scale problems because of its heavy computation. This study newly developed an algorithm to solve relaxed lasso problems within a reasonable time with an ordinary computer that commonly used in practice. The performance of the proposed method was investigated through some numerical tests and real case histories.

１．はじめに

地盤のモデリングは構造物の設計において重要なプロセスの一つであり，構造物の安全性や経済性は地盤モデルの精度に大きく影響される．実地盤の層構造や地盤物性の特徴を捉えた地盤モデリングを実現するためには，多数のボーリングデータが必要となるが，実務において多数のボーリングデータが利用できる状況はそれほど多くない．そのため，空間的に疎なボーリングデータから，地盤物性の 3 次元空間分布を合理的に推定するための方法論が必要となる．

ボーリングデータから地盤構造を推定する問題は，逆問題として定式化することができるが，地盤構造の推定は，観測データの数と比較して未知パラメータが多い逆問題，いわゆる劣決定問題，であることがほとんどである．劣決定問題を解くための方法として，近年，スパースモデリングが着目されており，地盤構造のモデリングにも適用されてきている [1)-3)]．スパースモデリングによる地盤モデリングの長所は，層境界をはっきりと同定できることであり，従来の連続な基底関数を用いたモデリングでは不可能であった問題を解くことができる．一方，未知パラメータの数が問題の規模に応じて大きくなることが欠点として挙げられる．この欠点のため，従来の研究では，対象とする問題が 1 次元，もしくは小規模な 2 次元問題に限定されていた．

本研究では，スパースモデリングに基づいた 3 次元地盤モデリングを実現するための方法を新たに開発し，その有効性について数値実験，実データの解析を通して示すことを目的とする．スパースモデリングを実現するための具体的な方法論として Relaxed Lasso[4)]に着目し，3 次元地盤解析のための方法を提案する．

２．Relaxed Lasso[4)]

地盤モデリングのための 3 次元 lasso の目的関数を次式により定義する [5)]．

$$J = \frac{1}{2}(\mathbf{y}-\mathbf{A}\mathbf{x})^{\mathrm{T}}(\mathbf{y}-\mathbf{A}\mathbf{x}) + \lambda_{\mathrm{v}}\left|\mathbf{B}_{\mathrm{v}}\mathbf{x}\right| + \lambda_{\mathrm{h}}\left|\mathbf{B}_{\mathrm{h}}\mathbf{x}\right| \quad (1)$$

ここに，$\mathbf{y}$，$\mathbf{x}$，$\mathbf{A}$，$\mathbf{B}_{\mathrm{v}}$，$\mathbf{B}_{\mathrm{h}}$ はそれぞれ m 次元観測データベクトル，n 次元未知パラメータベクトル，$\mathbf{y}$ と $\mathbf{x}$ の関係を規定する $m \times n$ マトリクス，水平方向の未知パラメータの関係を規定するマトリクス，鉛直方向の未知パラメータの関係を規定するマトリクスである（$\mathbf{B}_{\mathrm{v}}$ と $\mathbf{B}_{\mathrm{h}}$ のサイズはモデリングの方法に依存するためここでは明記しない）．λ_{v} と λ_{h} は正則化パラメータであり，観測データと正則化項の影響度を調整するスカラーである．

式(1)を最小化して得られる推定値は $\hat{\mathbf{x}}$ は，バイアスを持つことが知られている [4)]．バイアスに対処する方法としていくつかの方法が提案されているが，本研究では， 3 次元の問題への適用性を考慮し relaxed lasso を用いる．本研究では，以下の手順（**Step 1 ~ 3**）で relaxed lasso を実装した．ここでは説明を簡単にするため，正則化項として 1 回差分の $\mathbf{B}_{\mathrm{v}}$ のみを考慮した 1 次元問題を対象とした方法について示す．

Step 1: $\lambda_{\mathrm{v}}\mathbf{I}$ を正則化パラメータとして，J を最小化し $\hat{\mathbf{x}}$ を推定する．ここに $\mathbf{I}$ は $l \times l$ の単位行列を表す．式(1)との違いは，$\mathbf{B}_{\mathrm{v}}$ の各行に対して正則化パラメータを考慮している点である．

Step 2: 次式により単位行列 $\mathbf{I}$ を更新する．更新後の $\mathbf{I}$ を $\hat{\mathbf{I}}$ とおく

$$\hat{I}_{ii} = \begin{cases} 1.0 & \left|x_i - x_{i+1}\right| \geq \mathrm{tol} \\ \lambda_{\max} & \left|x_i - x_{i+1}\right| < \mathrm{tol} \end{cases} \quad (2)$$

ここに，$\lambda_{\max}$ は変数間の差分のスパース性を固定するためのパラメータを表し，tol は x_i と x_{i+1} を同じ値にみなすかどうかの閾値である．

Step 3: $\phi\lambda_{\mathrm{v}}\hat{\mathbf{I}}$ を正則化パラメータとして J を最小化し，再度 $\hat{\mathbf{x}}$ を推定する．この $\hat{\mathbf{x}}$ が最終的な推定値となる．

パラメータ $\lambda_{\max}$ に関して，変数間のスパース性を担保できれば任意の値を設定することができるため，ここでは十分大きな値として 10 を用いた．また tol はモデリングの対象とするパラメータに応じて設定することが合理的であり，例えば標準貫入試験の N 値であれば，小数点 3 桁目の数字にそれほど意味は無いので 0.001 と設定すればよい．

式(1)の最小化手法として，本研究では交互方向乗数法（Alternating Direction Method of Multipliers, ADMM）[6)]を用いる．高次元問題に対する ADMM の実装方法の概要は文献 6)に示されており，また，本稿では紙面が限られていることから詳細は割愛する．

３．適用例

3 次元 relaxed lasso の適用性について検討するため，モデル地盤および実地盤を対象とした計算例を示す．紙面が制

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

限されていることから，本稿ではモデル地盤を対象とした数値実験の結果の一部のみ示す．

モデル地盤の寸法は X×Y×Z = 40m×20m×40m であり，一つのセルサイズが 2m×1m×2m であることから，全要素数（未知パラメータベクトル **x** の次元）は 8,000 である．地盤パラメータとして *N* 値を想定し，設定したトレンドにある確率特性を持つ正規乱数を加えて，人工的な地盤（データセット）を作成した．ここでは観測データの数が推定結果に及ぼす影響についても検討するため，計算に用いるボーリングデータを変えた 3 つのケースを解析した．また，lasso[7]による解析も併せて実施し，relaxed lasso との違いを比較した．式(1)におけるλ_h とλ_v の設定は，推定結果に大きく影響を及ぼすため，適切な方法により設定する必要があるが，ここでは，それぞれ 2.0，0.1 に固定して計算している．

結果の一例として，5 つのボーリングデータ（training set）を用いて推定した *N* 値の空間分布を Fig. 1 に示す．Fig. 1(a) が推定の目標となる *N* 値の空間分布であるが，lasso，relaxed lasso ともに，表層の高強度層と下部の低強度層の境界が推定できていることがわかる．領域全体に対して計算した Root Mean Square Error（RMSE）と計算時間は，lasso が 2.296，29.281sec であり，relaxed lasso が 1.992，205.641sec であった．RMSE から明らかなように，relaxed lasso は lasso と比較して推定精度が高いことがわかる．

Fig. 2 に，ある地点での推定されたトレンドとデータとの比較を示す．図中の黒線がデータ，赤線が lasso の結果，青線が relaxed lasso の結果を示している．Lasso による結果は biased estimator であることが知られており，そのバイアスの効果が確認できる．上部の高強度層のデータを正確に捉えられていない．一方，relaxed lasso では高強度層の *N* 値のトレンドがうまくモデル化できている．

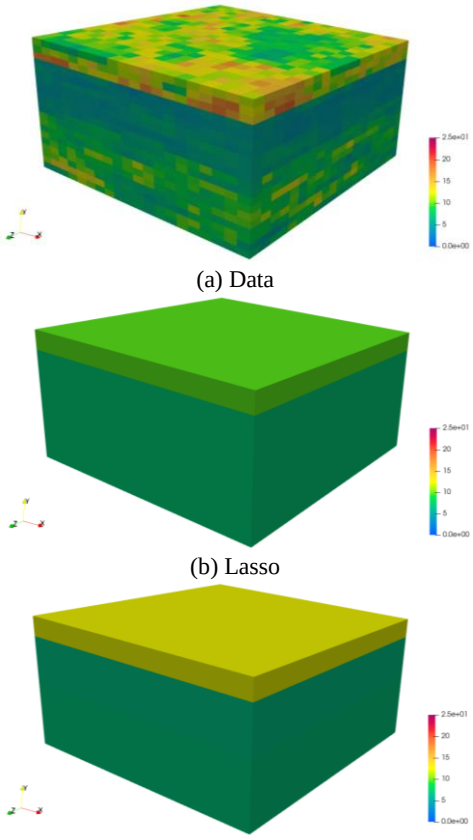
本検討では，空間的にある程度一様に分布したボーリングデータに対して *N* 値の分布推定を行ったため，少ない観測データでもある程度精度の高い結果が得られたものと推察される．多くの実務では得られるデータの空間的な位置について制約があるため，使用するボーリングの空間的な配置と推定精度の関係についても今後定量的に明らかにする必要がある．

４．まとめ

本研究では 3 次元の地盤モデリングのための relaxed lasso を提案し，その有効性について検討した．Relaxed lasso は lasso 推定値が持つバイアスの問題を解決することができるため，地盤モデリングにおいて有効な方法となりえる．

参考文献

1) 吉田郁政，田崎陽介，西村伸一，今出和成:スパースモデリングとクリギングを用いた空間分布推定手法の基礎研究，土木学会論文集 A2（応用力学），75(1), pp.1-11, 2019.
2) T. Kurita: Sparse modeling for the geotechnical observation data, IOP Conf. Ser.: Sci. Eng. 652, 012023, 2019
3) T. Shuku, K.K. Phoon, I. Yoshida: Trend estimation and layer boundary detection in depth-dependent soil data using sparse Bayesian lasso, Computers and Geotechnics, 128, 103845, 2020.
4) N. Meinshausen: Relaxed lasso, Comput. Stat. Data Anal, 52(1), 374-393, 2006.
5) T. Shuku and K.K. Phoon: Three-dimensional subsurface modeling using Geotechnical Lasso, Computers and Geotechnics, 133, 1034068, 2021
6) S. Boyd, N. Parikh, E. Chu, B. Peleato, and J. Eckstein: Distributed optimization and statistical learning via alternating direction method of multipliers. Found Trends Mach. Learn. 3 (1), 122, 2010.
7) R. Tibshirani: Regression shrinkage and selection via the lasso, J. Royal Statist. Soc. B, 58(1), 267-288, 1996.



(a) Data

(b) Lasso

(c) Relaxed lasso

Fig. 1 Estimated 3D distribution of SPT-*N* value.

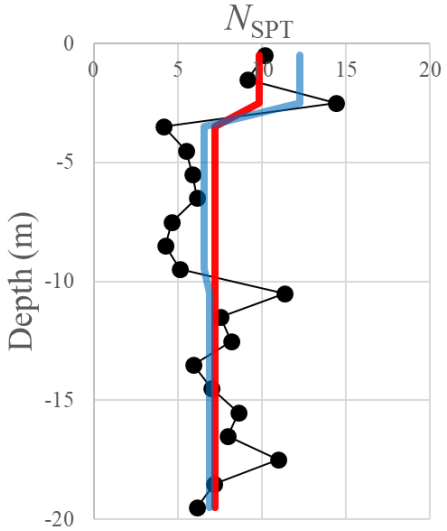


Fig. 2 Comparison between data and estimated trend.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Parameter estimation for earth-fill dam model by using ensemble Kalman filter

Ren YUXIANG, Okayama University
Shinichi NISHIMURA, Okayama University
Toshifumi SHIBATA, Okayama University
Takayuki SHUKU, Okayama University
E-mail: py3g9cvm@s.okayama-u.ac.jp

In 2018 Japan floods, levee breaches of rivers and reservoirs caused by torrential rain have made huge damage to inhabitants. Conservation and maintenance of deteriorated reservoirs for irrigation have become alarming problems and need reliable investigation to evaluate properties of earth-fill dam of reservoirs. In this study, as a solution of inverse problem, a parameter estimation method based on data assimilation for earth-structure systems is presented. Data assimilation like ensemble Kalman filter (EnKF) can be used to obtain an optimal estimation of a system state through the observation of it. EnKF is supposed to perform well in nonlinear and high-dimensional system. For a system of earth-fill dam, EnKF is applied by using first arrival of elastic wave, which relates to its velocity as the observation and numerical simulation. The observation and numerical model relate to the accuracy of estimation. Numerical experiments were made to verify the effectiveness of this method.

1. Introduction

Almost maintenance and reinforcement of earth structures like earth-fill dam require in-situ investigation to confirm the property of it, especially strength. Exploration geophysics becomes widely used in investigation because of its convenience. For almost current analysis method, the solution of inverse problem is just a certain value. The reliability of it cannot be evaluated. Some data assimilation based on Monte Carlo method can combine a group of realization (numerical simulation) with realistic observation to estimate the distribution of model state. EnKF (Evensen,1994) and Particle filter (PF) are the typical method of them. Because PF estimates arbitrary distribution fully by resampling, in most cases, it calls for a lot of realizations which are almost impossible for large numerical mode. In EnKF, the distributions are assumed to be Gaussian and only first and second moments are utilized. Thus, the EnKF can be applied with a small number of realizations. There are some studies used this method to estimate the permeability of ground (Yamamoto, 2014), few studies were made for parameters related to strength of earth structures. In this study, a method which can be used to estimate parameters about strength (young' modulus) of a earth-fill dam model through numerical simulation of elastic wave is presented.

2. EnKF

The EnKF can adjusts parameters of model to an optimum state through combining the observation of realistic system and the "observation" of numerical model. In consider of depth of earth-fill dam which is not too large commonly and the convenience of in-situ investigation, the first arrival of surface wave which just propagates in near-surface ground as the observation data. The velocity of elastic wave like surface wave relates to elastic parameters like Young' modulus and Poisson's ratio of medium. The solution of inverse problem may be unstable while all related parameters are set to unknown. Thus, only Young' modulus which influence the velocity greatly is treated as parameter to be estimated and the others are determined by experience.

In EnKF the model of observation is given by

$$y_t = h_t(x_t, w_t) \tag{1}$$

where y_t is m-dimensional observation vector at time t, x_t is the n-dimensional state vector which should be estimated. The distribution of noise w_t with a mean of zero is Gaussian usually. EnKF cannot be used to deal with nonlinear observation directly. So, the h_t should be linear in most cases through follow equation.

$$y_t = H_t x_t + w_t \tag{2}$$

where H_t observation matrix. x_t in this equation includes both the parameters and observations. This is also named state variable vector. In this study, it is given by

$$x_t = \begin{bmatrix} \boldsymbol{E}_t \\ \boldsymbol{a}_t \end{bmatrix} \tag{3}$$

where vector $\boldsymbol{E}_t$ and $\boldsymbol{a}_t$ consist of all Young' moduli and observation of first arrival.

The adjustment of parameters in EnKF is called updated step and is given by

$$\hat{x}_{t|t}^{(i)} = \tilde{x}_{t|t-1}^{(i)} + \hat{K}_t \left(y_t^{(i)} - H_t \tilde{x}_{t|t-1}^{(i)} \right) \quad i = 1,2,\cdots,N \tag{4}$$

where $\{\tilde{x}_{t|t-1}^{(i)}\}_{i=1}^{N}$ are samples of state vector (i.e., ensemble). The goal of this step is updating every prior model respectively to create the posterior ensemble. This requires computation of $n \times n$ covariance matrix, where n is dimension of state vector in the Kalman filter. It is difficult when n goes to a large number. EnKF can be interpreted as an approximate version through the covariance matrix based on the ensemble.

The other step of EnKF is forecast which describes the time evolution of system. Given model in this study, the parameters do not change with time, because the Young' modulus of dam can be treated as a time-invariant value. The position of wave source changes with time and the new observation of first arrivals is given by numerical simulation. The forecast step is represented by

$$\boldsymbol{E}_{t|t-1}^{(i)} = \boldsymbol{E}_{t-1|t-1}^{(i)} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{a}_{t|t-1}^{(i)} = \hat{\boldsymbol{a}}_{t-1|t-1}^{(i)} \tag{6}$$

where $\hat{a}$ is the vector of first arrival given by simulation.

3. Numerical simulation

Finite element method (FEM) is used to simulate the transient propagation of surface waves with 2-dimensional model. This simulation is based on a finite element package so-called Quake3D (The Japanese Geotechnical Society, 2003). The accuracy of FEM analysis relates to the mesh dimension and boundary conditions (Zerwer, 2002). The surface waves which propagate in a vertically heterogeneous medium consist of waves with different frequency and phase velocity. For FEM high-frequency waves may be removed by Low-pass filtering of the mesh. An appropriate mesh size can be suggested by shortest wavelength to keep whole frequency, but the computational complexity is inacceptable for a large model. Considering the balance of accuracy and efficiency, an acceptable mesh size is suggested by trial and error at the present stage and some high-

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

frequency waves are filtered out. The model and an example of simulated wave shot gathers are shown in Fig 1.

The internal friction angle is 30°, the Poisson ratio of v=0.35, unit weight is 19 kN/m^3, and the viscous is set to be a great value to ensure the model do not yield.

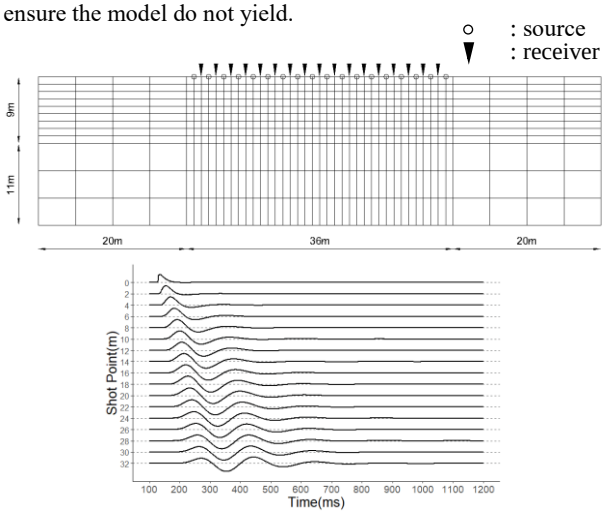


Fig. 1 FEM model (above) and a shot gather (below)

4. Initial models

For EnKF, the ensemble of initial states $\{x_{0|0}^{(i)}\}_{i=1}^{N}$ should be determined appropriately. Quite often, the initial states for all grid points are interpolated by observations at time point 0. in this section, the initial states are generated from the data of N-value of Swedish sounding test, which taken on an earth-fill dam, by sequential Gaussian simulation(sGs). The realizations of sGs are treated as the samples of EnKF. The statistic model for sGs consist of a mean function and a covariance function suggested by MAIC (Nishimura, 2011) and semi-variogram (Journel and Huijbregts, 1978), respectively. The mean function tells the trend of spatial distribution and the covariance function tells the correlation.

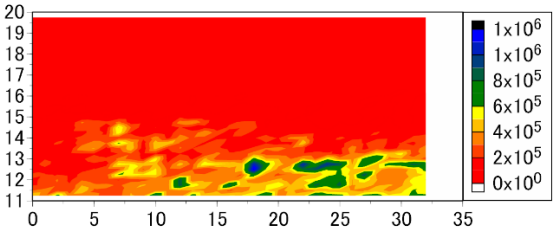
5. Numerical experiment

A distribution of Young's modulus created by sGs is treated as true distribution of a system. A numerical model with true parameters can be used to create a set of observations which are taken as realistic observations in EnKF. Then, a group of initial ensemble members, whose estimation value deviates from the true distribution, are created by sGs and these members are used in parameter estimate with the true observations.

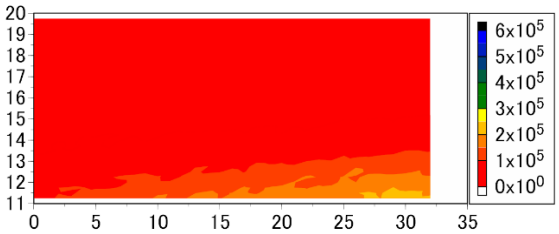
To verify the influence of noise of true observations to estimation by EnKF, a noise $R_t \sim N(0, s^2)$ is applied on the true observations. The standard deviation $\boldsymbol{s}$ is chosen with respect to the value of first arrival

$$\boldsymbol{s} = \alpha \boldsymbol{a} \ (\alpha = 0{,}10\%, 20\%, 30\%) \qquad (7)$$

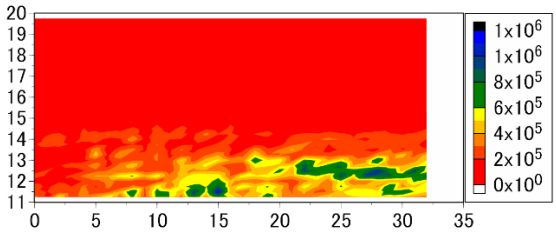
The true model, the mean of initial models and the mean of estimate models obtained by EnKF are shown in Fig.2. Residual sum of squares (RSS) is used to evaluate the error between true observations and estimate observations. Fig.3 shows the convergence of RSS with state updating.



(a) True model



(b) Initial model



(c) Estimate model

Fig.2 The updating of EnKF

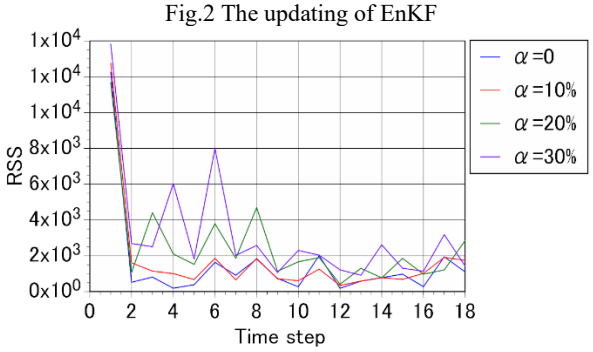


Fig.3 RSS of observations

6. Conclusion

An analysis method of inverse problem which aims to obtain the probability distributions of earth-fill dam model is presented. The effectiveness of EnKF within this model is verified. The RSS of observations goes to convergence with different degree of noise. In the future study, we will try to improve the accuracy of estimation in the details of model.

References

1) G. Evensen: Sequential data assimilation with nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics, Journal of Geophysical Research, Vol.99, No.C5, pp.143-162, 1994.
2) Yamamoto, S., Honda, M., Suzuki, M., & Sakurai, H. :Use of Data Assimilation to Model Groundwater Flow for a Real Underground Structure.ISRM International Symposium - 8th Asian Rock Mechanics Symposium, 2014.
3) The Japanese Geotechnical Society, Using Elastoplastic FEM, Maruzen,2003
4) A. Zerwer, G. Cascante, D. Jean Hutchinson, Parameter Estimation in Finite Element Simulations of Rayleigh Waves, Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, March 2002
5) Shin-ichi NISHIMURA, Yuta TAKAYAMA, Makoto SUZUKI, Akira MURAKAMI and Kazunori FUJISAWA: Prediction of spatial distribution for n-values in earth-fill embankments, Journal of Japan Society of Civil Engineers, Ser. C (Geosphere Engineering) 2011 Volume 67 Issue 2 Pages 252-263
6) Journel, A.G. and Huijbregts, C.J. (1978): Mining Geostatistics,Academic Press, 117-195.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ARD カーネルによる非線形地震応答解析のガウス過程回帰代替モデル構築

Construction of Gaussian process regression surrogate model for nonlinear seismic response analysis using ARD kernel

才田　大聖（筑波大・シス情）　　西尾　真由子（筑波大・シス情）
Taisei SAIDA, University of Tsukuba
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
E-mail: saida.taisei.tj@alumni.tsukuba.ac.jp

Monte Carlo calculation is used in the seismic risk analysis of infrastructures that consider various parameter uncertainties; however, the calculation cost increases as the parameters become higher in the non-linear time history analysis with seismic load input. In this study, we verified a surrogate modeling by the Gaussian process regression for the input / output relationships of the seismic analysis of a typical seismic isolated pier. By using a constructed surrogate model, the number of structural analyzes could be effectively reduced. Then, it was shown that the Automatic Relevance Determination (ARD) kernel can appropriately and automatically extract the degree of influence of the structural parameters on the maximum seismic response for the occurrence of different nonlinearities.

１．序論

地震リスク解析は，構造物の地震による被災度を確率論的に評価する解析であり，特に既存構造物に対しては維持管理計画と合わせた耐震補強対策の策定に有用である．ここでは，入力地震動や構造物の物性値などの不確実性を取り扱う構造信頼性解析を行う．多くの場合はモンテカルロ計算で，不確定パラメータ空間を数千～数万点サンプリングし，各点に対して構造解析を行って最大応答値などの確率分布を得て，限界状態に対する破壊確率から性能評価を行う．しかしこの方法では，非線形性を考慮する地震時刻歴応答解析をサンプル数回行うため計算コストが高くなる．そのため構造解析の回数を減らし，地震リスク解析の計算コストを抑えることのできる代替モデルが有用である．代替モデルは，実験計画法（Design of Experiment: DoE）によって不確実性を考慮するパラメータ空間からのサンプル点と，その各点での構造解析出力を訓練データとして，回帰モデルを構築するものである．構造解析の代わりにそれを用いてモンテカルロ計算を行うことで，通常のモンテカルロ計算で行う構造解析計算の回数を大幅に削減し，計算コストを低減することが期待できる．

構造性能計算に代替モデルを適用する研究は既に数多くある．しかし，その多くは限界状態関数を近似するアプローチである．解析応答値のばらつきや構造パラメータの不確実性が解析応答に与える影響を知るためには，性能照査に用いる解析応答値の分布自体を適切に出力する代替モデルが有効である．解析応答値の分布を目的出力とする既往研究には，例えば，廣畑ら [1]による Chebyshev の直行多項式を応答曲面近似式に用いた応答曲面法を適用したものがある．他の既往研究においても，多項式によって表現された回帰モデルを構築するものが多く，この場合，本質的な入出力関係の複雑さを考慮してモデルやそれに応じた訓練データを決定する必要がある．しかし一般的には，入力パラメータと出力解析応答の関係の複雑さはあらかじめわかるものではない．特に，本研究で対象とする構造物の地震応答解析は，地震動の強度や周波数特性によって非線形挙動の発現とその度合いが多様である．

そこで本研究では，ガウス過程回帰による代替モデル構築に着目した．ガウス過程回帰はカーネル法であり，回帰式はカーネル関数とそのハイパーパラメータが決まれば一意に決まる．また，理論的には無限次の回帰が可能であり，入力不確定パラメータと出力応答の関係が非線形で複雑であっても回帰面を推定することが可能であり，入出力関係の複雑さを事前に留意する必要がないといえる．また，既存構造物の地震リスク解析では特に，不確実性を考慮するパラメータ数が多くなるが，その全てが入出力関係に寄与するとは考えにくい．しかし，非線形性の発現に応じて寄与するパラメータは変化することが考えられる．そこで本研究では，関連度自動決定（Automatic Relevance Determination: ARD）カーネルを用いるガウス過程回帰で，出力応答に対する構造パラメータの寄与度を自動的に考慮する回帰モデル構築を検証する．入力パラメータの出力に対する寄与度を構造工学的検知から考察することで，確率モデルである代替モデルの妥当性を示すことが可能になると考える．

２．免震 RC 橋脚の地震応答解析

本研究では基礎検証のために，道路橋の耐震設計に関する資料で諸元値や計算結果が示されている，免震 RC 橋脚の地震時刻歴応答解析を対象とした [2]．Fig.1 に示す橋脚と上部構造の 2 質点 2 自由度系モデルで，免震支承及び RC 橋脚の履歴特性をバイリニアモデル，武田モデルとして水平バネでモデル化した．時刻歴応答解析の時間増分は 0.001 秒とし，数値積分法には Newmark-β法を用いた．構造減衰は，免震支承は 0%，RC 橋脚は 2%の減衰比として Rayleigh 減衰を仮定した．入力地震動には I 種地盤に対する Level 2 設計地震動を基本とした．その上で，Fig.1 中の 8 つのモデルパラメータで，諸元値に対して±10%上下限値の一様分布として不確実性を表し，代替モデルの入力とした．また，多様な非線形挙動発現に対して汎用な代替モデル構築を検証するため，基本入力地震動を 0.05，0.4，1.0 倍にスケーリングして，各ケースで橋脚天端と免震支承の最大変位を代替モデルの目的出力とした．Fig.2 に示すように，このスケーリングによって RC 橋脚と免震支承の荷重変位履歴で非線形挙動の発現関係が異なるケースとなっている．

３．代替モデル構築結果と考察

本研究では訓練データ数，入力地震動，カーネル関数，サンプリング手法などを比較検証し，代替モデル性能は二乗平均誤差 RMSE と平均値絶対誤差 MAPE，ARD カーネルのハイパーパラメータである特性長スケールで評価した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

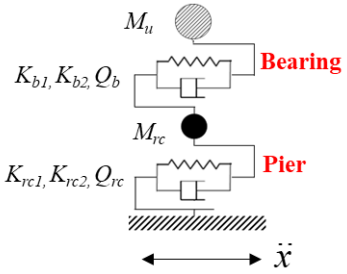
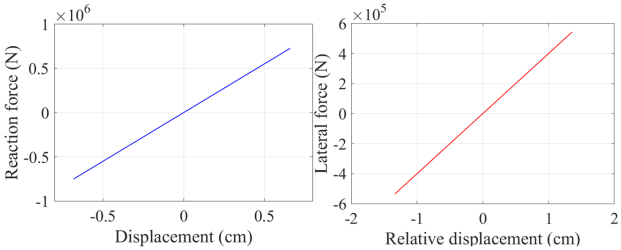
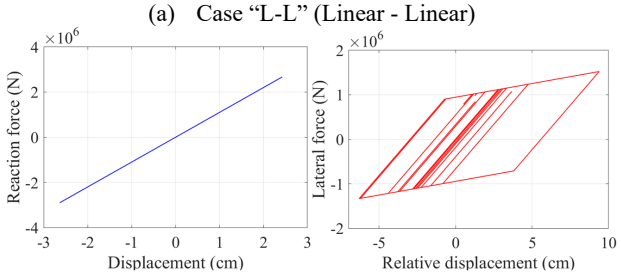


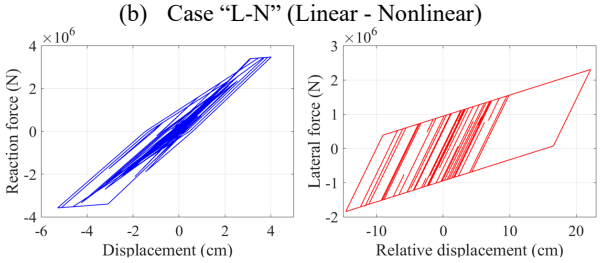
Fig. 1 2DOF lumped-mass model of a RC pier with a seismic rubber bearing



(a) Case “L-L” (Linear - Linear)



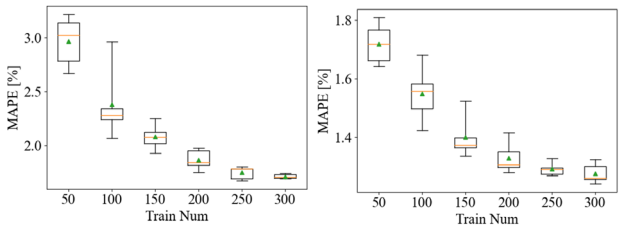
(b) Case “L-N” (Linear - Nonlinear)



(c) Case “N-N” (Nonlinear - Nonlinear)

Fig.2 Load-displacement hysteresis of RC pier (blue) and seismic rubber bearing (red)

訓練データ数については，非線形発現のいずれのケースにおいても 200 の訓練データがあれば，適切な最大応答分布が得られる代替モデルが構築可能であった．Fig.3 に，ケース”N-N”について，訓練データ数と代替モデルの推定誤差の関係を示す．訓練データをランダムに 5 ケース作成し，代替モデル構築の安定性を箱ひげ図にて示している．200 の訓練データ数で MAPE は 2.0%以内に収まっている．このときの回帰曲面を上部構造質量 Mu と免震支承の 1 次剛性 $Kb1$ の空間について示したものが Fig. 4 である．赤点が訓練データ, 緑点がテストデータ, 青面が回帰曲面である．この図より，定性的に代替モデルによって回帰面がうまく張れていることがわかる．そして，非線形性の発現が大きく異なる”L-L”と”N-N”のケースで推定された ARD カーネルの特性長スケールを示した図が Fig. 5 である．ここでは，Sabol’s 法 [3]による感度解析を比較に行い，Total effect と Main effect を赤点および青点で示した．この図より，非線形性の発現に応じてパラメータの寄与度が異なるが，特に Total effect と ARD カーネル特性長スケールの低いパラメータが一致しており，代替モデル出力に寄与していないパラメータを適切に抽出していることを示した．



(a) Pier (b) Bearing

Fig. 3 Relationship between the number of training data and MAPE (Case N - N).

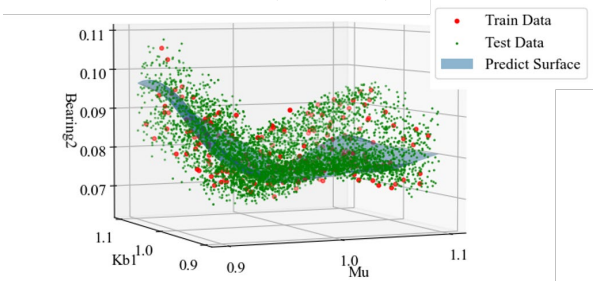
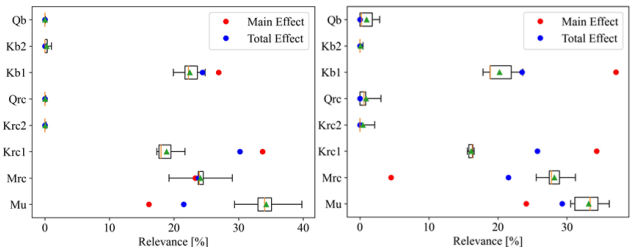
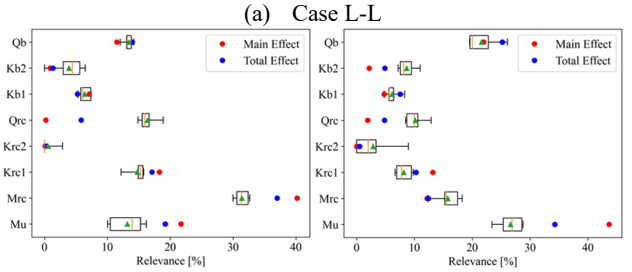


Fig.4 Regression surface of GP surrogate model in Mu and Kb1 space (Case “L-N”, Bearing).



(a) Case L-L



(b) Case N-N

Fig.5 Estimated ARD kernel hyper parameters

4． 結論

本研究では，免震 RC 橋脚の地震時刻歴応答解析を対象として，構造物の地震応答解析に対するガウス過程回帰による代替モデル構築の有効性を検証した．その結果，非線形性挙動の発現特性に関わらず代替モデルは構築可能であり，訓練データ数 200 程度で，誤差 3%程度以内での目的出力の導出が可能であった．また，ARD カーネルで目的出力への感度を適切に考慮する代替モデル構築を確認できた．

参考文献

1) 廣畑ら: 応答曲面法およびベイズ理論に基づく構造信頼性設計手法の提案, 日本機械学会論文集 A 編, 67, 660, pp. 1297-1304, 2001.
2) 日本道路協会: 道路橋の耐震設計に関する資料, 1997.
3) A. Saltelli et al.: Global Sensitivity Analysis, The Primer. 2008.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション（第二部門：計算力学）

第二部門：計算力学（ A)

座長:鳥生 大祐(京都大学)

2021年5月15日(土) 09:00 ～ 10:45 B会場 (B会場)

[S02A-01] 離散Helmholtz分解および曲面板の数値計算法，並びに薄板の座屈解法

*今村 純也[1] （1. imi計算工学研究室）

09:00 ～ 09:15

[S02A-02] 井桁状まくらぎ敷設軌道のための車輪・軌道系連成振動解析法

*紅露 一寛[1]、河野 昭子[2]、阿部 和久[1] （1. 新潟大学、2. （公財）鉄道総合技術研究所）

09:15 ～ 09:30

[S02A-03] 支承の橋軸直角方向の免震化による連続 PC桁の地震時走行性の検討

*成田 顕次[1]、徳永 宗正[1]、池田 学[1] （1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所）

09:30 ～ 09:45

[S02A-04] 鉄道 PRC桁の複線同時載荷によるひび割れ進展に伴う動的応答増大の再現解析

*徳永 宗正[1]、池田 学[1] （1. 鉄道総合技術研究所）

09:45 ～ 10:00

[S02A-05] 相関距離の長い正規確率過程の模擬

*佐藤 忠信[1] （1. 京都大学）

10:00 ～ 10:15

[S02A-06] Implicit numerical integration of the Yoshida-Uemori two-surface plasticity model with isotropic hardening stagnation

*Riccardo Fincato[1], Seiichiro Tsutsumi[1], Alex Zilio[2], Gianluca Mazzucco[2], Valentina Salomoni[2] （1. JWRI, Osaka university, 2. DICEA, Padova University）

10:15 ～ 10:30

[S02A-07] 発電性能を有する RIMDの道路橋への適用に関する解析的検討

三浦 奈々子[1]、*深田 宰史[2]、富岡 佐和子[3] （1. 京都工芸繊維大学　機械工学系、2. 金沢大学　理工研究域　地球社会基盤学系、3. 株式会社　安藤・間）

10:30 ～ 10:45

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

離散 Helmholtz 分解および曲面板の数値計算法，並びに薄板の座屈解法

Discrete Helmholtz decomposition and a numerical scheme for shell structure, and an analysis of thin plate buckling

今村　純也（*imi* 計算工学研究室）
Junya IMAMURA, *imi* Computational Engineering Laboratory
E-mail: jimamura@ra2.so-net.ne.jp

This report is part of Helmholtz decomposition research. In a previous paper, discrete Helmholtz decomposition (*dHd*) was proposed, which is modified for discrete analysis. Recently, I gained an expertise that the vector potential $\boldsymbol{\psi}$ (variable of *dHd*) represents the displacements in Lagrangian coordinate; that is, finite elements represented by *dHd* means iso-parametric elements in Lagrangian coordinate. This report proposes a scheme for geometrical nonlinearity representing both surfaces and equations by *dHd*.

１．はじめに

本稿は形状非線形表示式の固体を，離散 Helmholtz 分解表示法に基づいて数値計算する技法の確立を目的とする．

形状非線形式は，時空間 Taylor 展開に基づく物質微分項を指す．

離散 Helmholtz 分解とは，Helmholtz の定理に基づき任意のベクトル場を Lateral（縦）成分と Transverse（横）成分に分解する方法を，離散計算向きに修正した表示法を指す．

コーシー・リーマンの関係式を制約式として取り込んだ表示法であり，数値 Locking を回避する．

数値 Locking の原因は不完全 n 次式を要素関数とすることにも在る．本稿では，ボクセルを完全 n 次式に数値的に修正する Locking-free 有限要素法 [1]を採る．

コーシー・リーマンの関係式は二次元（2D）で示されているが，共役変数の概念を導入し，3D でも適用する．

固体は一般に自由界面(表面)問題であり，Lagrange 座標上を変位する．離散 Helmholtz 分解の変数$\boldsymbol{\psi}$は Lagrange 座標上の変位を表す点が特徴である．（剛体変位を含む．）

その特徴を曲面板と座屈の解法に応用する．曲面板は一般には微小領域で，板曲げ理論と平面版理論で表し，曲面に沿って，座標回転しながら表して行く．

本稿では直接 3D 式で表示して行く．連立方程式は仮想仕事法で組み立てる．仮想仕事法は制約条件式を，スカラーのエネルギーの dimension に揃えれば，容易に付帯させ得る点が特徴であり，その点を活用する．

3D の内部仕事量計算を板厚 d と曲面 $ds\times dn$ 領域で数値計算して行く方法で，座標回転計算を自動的に組み込むことで，等方向性の 3D 式の明快さを採る．

そのため，板の中立面を移動曲面として追跡表示して行く．その追跡法として粒子法を用いる．粒子法は混相流・自由界面の流れ場計算で確立した技法を移植する．

粒子は，相（気・液・固，void など）の tag のみを付帯して運ぶ役割を果す．

粒子法の最大の特長は質量を 100%保存する点に在る．ただし，Lagrange 座標上の軌道を外れないことが条件である．したがって，離散 Helmholtz 分解のベクトルポテンシャル$\boldsymbol{\psi}$の計算が重要となる．

離散 Helmholtz 分解法では更に進んで，Lagrange 座標点をポテンシャル表示する．Lagrange 変位$\boldsymbol{\psi}$を，Lagrange 軸$\{s,n,\zeta\}$に沿って積分(累積)すれば，曲面板では仮想時間Δt後の座標点を表すこととなる．

そのためポテンシャル$\{\varphi,\boldsymbol{\psi}\}$のポテンシャルを$\{f,\boldsymbol{y}\}$で表して行く．よって$\nabla f$, $\nabla \boldsymbol{y}$ で，$\{s,n,\zeta\}$点に対応するデカルト座標点$\{x,y,z\}$が表される．（$\nabla\varphi$, ∇fは剛体変位なし．）

変位は$\{f,\boldsymbol{y}\}$要素で表して行くが，ひずみは$\{\varphi,\boldsymbol{\psi}\}$要素で表して行く．$\{f,\boldsymbol{y}\}$-$\{\varphi,\boldsymbol{\psi}\}$ハイブリッド要素法である．

更に変位 $\boldsymbol{u}$ 要素および勾配要素$\nabla\boldsymbol{u}$ ともハイブリッドして行く．

上述はいずれも Lagrangian$\{\boldsymbol{y},\boldsymbol{\psi}\}$を，Cartesian 座標の直交格子・格子セルを用い，Eulerian 計算法で求めて行く．

$\{\boldsymbol{u},\nabla\boldsymbol{u}\}$要素はそれぞれ 3 重 1 次要素で表す．対してポテンシャル要素は，3 重 2 次要素のボクセル中心のノードのみ自由で，他のノードをすべてゼロに固定した要素で表す．その要素を COC（Center of the Cell）要素と呼び，$\boldsymbol{u}$ 要素などとのハイブリッド法を COC ポテンシャル要素法と呼んでいる．

非線形問題なのでガウスザイデル法や SOR 法などの反復解法に依る．通常は反復 m 回目で，当該ノード k のパラメータ増分（未知数）$\{\Delta\boldsymbol{u}\}_k$を計算し，$\{\boldsymbol{u}^m\}_k=\{\boldsymbol{u}^{m+1}\}_k+\{\Delta\boldsymbol{u}\}_k$で更新して行く．

その$\{\Delta\boldsymbol{u}\}_k$に代えて，$\{\boldsymbol{y}\}_{COC}$, $\{\boldsymbol{\psi}\}_{COC}$で解く．連立方程式 $[A]\{\Delta\boldsymbol{u}\}=\{B\}$ の左辺の当該緩和行をポテンシャル表示するものである．右辺$\{B\}$は$\boldsymbol{u}^{m-1}$で表すことに変わりない．かつ，$\{\Delta\boldsymbol{u}\}_k=\{\boldsymbol{y}\text{-}COC\text{ の計算値}\}_{COC}$として，$\{\boldsymbol{u}^m\}_k$を更新して行く．

したがって，当該行を緩和するためにのみ適用する作業要素としての COC 要素は，当該 k ノードを COC として，ボクセルの 2×2×2 分の領域を占める．

有限変形計算では，COC 要素は時間軸にも 2 次の，時空要素とする．したがって更に$\times 2\Delta t$ の時空領域を占める．

時空要素とすることで，速度・加速度も表せる．よって陽的解法が可能となる．

薄板の座屈は微小凹凸曲面を初期値として計算して行く．

上述が概要であるが，方法はほぼ言い尽くしている．

２．方 法

(1) 基礎方程式

変位を$\boldsymbol{u}$，せん断剛性をG，ポアソン比をνとして，式(1)で表す．（物質微分の積分値 $\boldsymbol{u}$ は，物質軌跡の接線方向変位．）

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\frac{D\boldsymbol{u}}{Dt} - G(2\nabla_{diag}^2 + shr^2 + \frac{2\nu}{1-2\nu}\nabla div)\boldsymbol{u} = 0 \qquad (1)$$

$\nabla_{diag}\boldsymbol{u}$ は $\nabla\boldsymbol{u}$ の対角項を表す. *shr**u*** は回転 *curl**u*** に対し，せん断ひずみを表すベクトル演算子と定義する. 右肩 ^{2} はそれらの 2 階導関数: $\nabla_{diag}\nabla_{diag}\boldsymbol{u}$, *shr*(*shr**u***) を表すとする.

変位 ***u*** は{*u,v,w*}でも表すとする. 速度は ***u*** の時間微分形の他，***U*** でも表す.（非圧縮では体積ひずみ項を無視する.）

(2) 離散Helmholtz分解表示法

変位ベクトル場 ***u*** を式(2)で表す. この表示形をHelmholtz 分解と区別するために “離散 Helmholtz 分解” と呼ぶ.

$$\boldsymbol{u} = \frac{\partial\psi_i}{\partial x_i} + (\frac{\partial\psi_{i-1}}{\partial x_{i+1}} + \frac{\partial\psi_{i+1}}{\partial x_{i-1}}) \ (\nabla div\boldsymbol{\psi} = \boldsymbol{0}) \qquad (2)$$

ただし，添え字は (*i=1,2,3*) の順の他に，(*i+1=2,3,1*) および (*i-1=3,1,2*) の順でも表すとする. (*i+1*)+*1*=(*i-1*)-*1*=*i* である. 式(2)第 1 項が縦成分であり，$\nabla_{diag}\boldsymbol{\psi}=\nabla\varphi$ とする.

式(2)との式形のアナロジーでポテンシャル {*f,**y***}を式(3)で定義する. 第 1 項は $\nabla_{diag}\boldsymbol{y}=\nabla f$ とする.

$$\boldsymbol{\psi} = \frac{\partial y_i}{\partial x_i} + (\frac{\partial y_{i-1}}{\partial x_{i+1}} + \frac{\partial y_{i+1}}{\partial x_{i-1}}) \ (\nabla div\boldsymbol{y} = \boldsymbol{0}) \qquad (3)$$

かつ，圧縮 / 非圧縮に拘らず（*div**u*** ⇒*0*）とする. ⇒*0* は最小化を表し，最小二乗法による.

物質微分の積分値 ***u*** の積分値は，物質軌跡上に在り，そのデカルト座標積分値{*f,**y***}の導関数は，デカルト座標を表す.

物質微分とひずみの ***u*** 要素を分けたハイブリッド法とする.

外力エネルギーが加わる状況下では，*div**u*** *=0* の状態はない. したがって，体積ひずみエネルギー最小の原理を表す.

式(1)を式(2)で表して計算して行く. かつ，コーシー・リーマンの関係式を数値的に満たしながら計算して行く.

(3) COCポテンシャル要素

COC要素は (4)で表す.（***y*** 要素も同形式.）

$$\psi_i = \{\psi_i\}_{COC}(1 - \frac{t^2}{h_t^2})\prod_{i=1}^{3}(1 - \frac{x_i^2}{h_i^2}) \qquad (4)$$

h_t は時間ピッチ（ $=\Delta t$ ）とし，h_i はボクセル幅とする.

(4) 共役（共軛）変数と最小化の概念

(***α*−*β***) と (***α*+*β***) の対を共役（共軛）変数と呼び，反復計算時の桁落ち誤差の排除機能について述べる.

*curl**u*** の増分 *curlΔ**u*** の “2 つの導関数項” それぞれに+*e* が加わっても，***ω*** の値は変わらない. ただ，|*e*| >>*0*. に成長して行けば桁落ちする.

よって（*shrΔ**u***⇒***0***）を付帯させ，|2*e*|⇒***0*** とする必要がある. その逆（*shrΔ**u*** の数値計算には *curΔ**u***⇒***0***）も必要である.

このことは，仮想仕事式には（*shrΔ**u***⇒***0***），（*curlΔ**u***⇒***0***）のいずれも，同時に満たすべき必要条件であることを意味する.

*div**u*** *=0* の計算でも，分解項の増分 *imiΔ**u*** と共役変数増分 *naiΔ**u*** を同時に最小化して行く必要がある.（*nai**u*** *=0* をコーシー・リーマンの縦成分式とし，その演算子として定義する. *imi**u*** がその共役変数を表す演算子で，2D では=*div**u*** である.）

(5) 界面の特定と仮想仕事量

ボクセル内の相の確率密度関数 *P* を C^1 連続な 3 重 3 次要素で表す. 固体内の頂点ノードを *P=1*，void 相のノードを *P=0* で表し，*P=0.5* の曲面を界面とする.（VOF 関数，レベルセット関数に同じ. *0*→*1* の成長率曲線.）

頂点ノード 8 パラメータの内，固体内ノードのみ$\{P\}_k$=*1* であり，他のパラメータは$\{\nabla P\}_k$他すべて=*0* である. その関数を，当該ノードを原点として，$P=P_{(x)}P_{(y)}P_{(z)}$ で表わせば，$P_{(x)}$ は式(5)で表される. $P_{(y)}$, $P_{(z)}$ も同様であり，$\{P\}_k$=*1* であるノード（群）の和関数として計算される.

$$P_{(x)} = (1 - 3\frac{x^2}{h_x} + 2\frac{x^3}{h_x^3}) \qquad (5)$$

Solid な固体はガウス積分点が *P*≧*0.5* なら，仕事量を積分して行く. 曲面板は界面を計算して板厚 *d* を乗じて積分して行く.

その界面計算は 3 次非線形なので，多少面倒である. 3 次代数解は桁落ちの保証がないので，バイナリーサーチによる.

前述のように界面の変位は{***ψ***}で表される. よって Lagrange 座標（をデカルト座標表示）のアイソパラメトリック要素である. したがって，界面の位置・形状が決まれば，仮想仕事量も決まる.

$\{\boldsymbol{y},\boldsymbol{\psi}\}_k$ の初期値はすべてゼロである. Dirichlet 境界は常にゼロとする.

３．まとめと今後の課題

- 本稿は，固体の有限変形理論のうち，形状非線形問題解法の確立を目的とした.
- 本研究は Helmholtz 分解に基づく連続体理論への有限要素法の適用に関する研究 の一環である。
- 既報 [2] で Helmholtz 分解はπ/4 回転座標系の鏡像であるとし，-π/4 回転系を示した.（共役変数表示となり，変位勾配はコーシー・リーマンの関係式を表す.）
- それら系の平均が離散 Helmholtz 分解表示法である.
- 近時，離散 Helmholtz 分解法のベクトルポテンシャル ***ψ*** が剛体変位（回転）を含む Lagrange 座標上の変位を表すことが解ってきた. よって界面の追跡が容易となった.
- ***ψ*** 要素を用いる仮想仕事法は確立している. したがって界面を追跡することで，形状非線形問題解法を確立し得た.
- 曲面板は界面を中立面として，板厚 *d* で積分して計算して行ける. 載荷を続ければ座屈して行く.（φは板曲げのたわみを表し，計算法は確立している. $D_b\nabla^2\nabla^2\varphi=q$.）
- 薄板の座屈は平面の凹凸誤差を入れれば計算できる.
- *Du/Dt* の ***u*** 要素はひずみ要素と分けたので，2 次の Taylor 展開が可能である. 今後の検討課題とする.
- 立てた空き缶を強制変形して行き，曲面板座屈の数値計算例として示すことが，当面の目標である.

参考文献

1) 今村: 修正 Helmholtz 分解要素を用いる Locking-free FEM，日本流体力学会年会 2019 講演論文集, 2019.
2) 今村: 四辺形・六面体のノード再配置法による有限変形計算法，第 23 回応用力学シンポジウム概要集，講演番号[P01-11], 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

井桁状まくらぎ敷設軌道のための車輪・軌道系連成振動解析法

FE-based simulation method on wheel-track vibration of jointed railway track with grid-type sleepers

紅露一寛（新潟大・工），河野昭子（鉄道総研），阿部和久（新潟大・工）

Kazuhiro KORO, Niigata University
Akiko KONO, Railway Technical Research Institute (RTRI)
Kazuhisa ABE, Niigata University
E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp

We investigate the influence of the vibration models of the grid-type sleepers on the simulated dynamic response of a jointed railway track. The grid-type sleepers are modeled as either non-prismatic Euler beams or 3-D elastodynamic bodies, and are continuously supported by Winkler-type elastic foundation or an elastodynamic layer. Two rails are connected by a supported joint or a suspended joint. Through numerical tests, the dynamic response of the railpad force and the sleeper acceleration show a similar tendency independently of vibration model of grid type-sleeper. The peak values at the impact and their post-peak behaviour are influenced by a choice of vibration model of the grid-type sleepers.

1. はじめに

鉄道は，有限長の鋼製レール上を鋼製車輪が走行する構造上，必ずレール継目が存在する．レール継目では軌道剛性の不連続性や継目部の遊間の存在ゆえに，車輪通過時に大きな衝撃力が発生する．この衝撃力は，特に継目直下のバラスト道床に対し著大な外力として作用し，その結果，バラスト道床沈下に代表される軌道狂いを増長させることとなる．軌道曲線部では，継目通過時の輪重衝撃を緩和できるロングレールの導入が困難な場合も多く，その場合には曲線途中に設けられたレール継目に対する軌道破壊対策が必要となる．特に高剛性の井桁状まくらぎの敷設 [1] はその有効性が確認されており，今後，数値シミュレーションの積極的な活用を含めた合理的な設計法の確立が望まれる．その一方で，井桁状まくらぎ敷設軌道の振動解析モデル選択の妥当性については，その検討が十分とは言い難い状況にある．

そこで本研究では，レール継目を有する軌道系の連成振動解析手法において，井桁状まくらぎの数理モデル化が振動解析結果に及ぼす影響について検討する．また，井桁状まくらぎ下のバラスト道床部のモデル化が振動解析結果に及ぼす影響についても検討する．

2. 車輪および軌道上部構造の振動モデル

本研究では，文献 [2] で示した，車輪・軌道系の鉛直振動を質点とはりをばねとダッシュポットで結合した数理モデルを用いて数値的に評価する．Fig.1 に示すように，車輪は質点でモデル化し，車両重量は死荷重として車輪に作用するものとする．レールは Euler はりのたわみ振動を考慮し，車輪とレールとの接触力は Hertz 接触理論で評価した非線形接触ばねを用いて評価する．なお，レール継目部では 2 本のレールは数 mm 程度の隙間（遊間）を設定した上で，2 枚の継目板をレールを挟み込むようにボルト締めして締結する．継目部での遊間の存在は，レール継目付近を車輪が走行する際，車輪とレールとの接触面の一部欠損や，車輪とレール角部との接触の可能性もある．その場合には接触ばねの低減率を乗じて接触力を評価する．軌道パッド作用力（レール・まくらぎ間作用力）は，Voigt ユニットで評価し，レールは締結位置で離散的に支持されているものとする．

なお，レール継目構造は，支え継ぎとかけ継ぎの 2 種類に分類される．支え継ぎは，レール継目直下にまくらぎを配置してレールを支持する構造であり，かけ継ぎはまくらぎ間に継目を配置して継目下にはまくらぎを配置しない構造である．

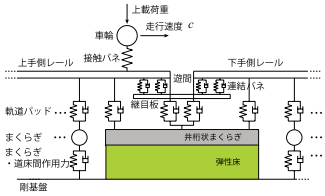


Fig. 1 車輪・軌道系の連成振動解析モデル

3. まくらぎの振動モデル

井桁状まくらぎを敷設したレール継目部での振動解析では，通常の横まくらぎと井桁状まくらぎが解析区間に混在することから，2 種類のまくらぎに対する振動モデル化が必要となる．

3.1 通常まくらぎ

通常まくらぎについては，既往の研究と同様，まくらぎの鉛直振動のみを質点を用いて考慮する．通常まくらぎの運動方程式は次式のとおりである．

$$m_{slp}^{(j)}\ddot{u}_{slp}^{(j)} = F_{rp}^{(j)} - \tilde{F}_{sb}^{(j)} + m_{slp}^{(j)}g \tag{1}$$

ここで，$m_{slp}^{(j)}$ はまくらぎ質量，$u_{slp}^{(j)}$ はまくらぎ鉛直変位，$F_{rp}^{(j)}, F_{sb}^{(j)}$ はそれぞれ軌道パッド作用力，まくらぎ・道床間作用力であり，上添字 (j) は j 番目のまくらぎであることを示す．なお，まくらぎ・道床間作用力 $F_{sb}^{(j)}$ は Voigt ユニットを用いて次式で評価する．

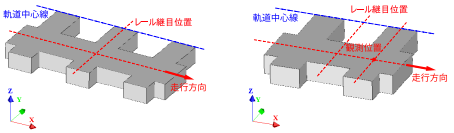
$$\tilde{F}_{sb}^{(j)} = k_{sb}^{(j)}\delta_{sb}^{(j)} + \eta_{sb}^{(j)}\dot{\delta}_{sb}^{(j)} \tag{2}$$

ここで，$k_{sb}^{(j)}$，$\eta_{bs}^{(j)}$ はそれぞれ j 番まくらぎ・道床間のばね定数，減衰係数，$\delta_{sb}^{(j)}$ はまくらぎ・道床間相対変位である．

3.2 井桁状まくらぎ

一方，井桁状モデルは，Fig.2 に示すように，レール継目の支持構造に対応する形で，支え継ぎ用とかけ継ぎ用の 2 種類を考える．本研究では，変断面はり要素モデルをバラスト道床をモデル化した弾性床または 2 次元動弾性体で支持されるモデルを考え，モデル化の比較対象として，井桁状まくら

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) 支え継ぎ用　　(b) かけ継ぎ用

Fig. 2　井桁状まくらぎの形状

ぎを 3 次元動弾性体でモデル化し，時間域 Green 関数法でその動的応答の影響を軌道振動解析で考慮する方法を考える．

変断面はりでモデル化する場合，井桁状まくらぎ（全長 L_s）の運動方程式は次式で与えられる．

$$\int_0^{L_s} E_s I_s(x) u''_{gs} \delta u''_{gs} dx + \int_0^{L_s} \rho_s A_s(x) \ddot{u}_{gs} \delta u_{gs} dx = -\int_0^{L_s} F_s(x) \delta u_{gs} dx + \sum_{j=1}^{N_{rp}} \int_0^{L_s} F_{rp,j} \delta u_{gs} dx \tag{3}$$

ここで，E_s, ρ_s はそれぞれ井桁まくらぎの Young 率と質量密度であり，$A_s(x)$ と $I_s(x)$ はそれぞれ断面積と断面 2 次モーメントである．また，u_{gs}，δu_{gs} はそれぞれ井桁まくらぎのたわみ，および仮想たわみである．$F_{rp,j}$ はレール締結位置でのレール・まくらぎ間作用力，$F_s(x)$ は井桁状まくらぎの反力である．本研究では，$F_s(x)$ ははり要素各区間で一定値となるものとし，線形ばねでモデル化する．

バラスト道床の変形については，弾性床支持の場合には弾性床反力の評価の段階でその影響が考慮されており，道床上面の鉛直変位を陽に評価する必要がない．一方，バラスト道床の動的挙動の影響を動弾性連続体モデルで考慮する場合は，道床上面鉛直変位は時間域 Green 関数法により次式で評価する．

$$u_{b,i}(t) = \int_0^{t^+} \sum_{j=1}^{n_e} F_{s,j}(\tau) G^*_f(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j, t-\tau) d\tau + \int_0^{t^+} \sum_{j=1}^{N_s} \tilde{F}_{sb,j}(\tau) G^*_f(\boldsymbol{x}_i, \tilde{\boldsymbol{x}}_j, t-\tau) d\tau \tag{4}$$

なお，$u_{b,i}(i = 1, 2, \cdots, n_b)$ は道床上面鉛直変位，$\tilde{F}_{sb,j}$ は通常まくらぎ敷設位置 $\tilde{\boldsymbol{x}}_j$ でのまくらぎ・道床間作用力，$F_{s,j}$ は井桁状まくらぎ j 番要素でのまくらぎ・道床間作用力の区分一定値である．解析においては時間領域で式 (4) に近似を導入し，時間域 Green 関数 G^*_f は有限要素解析により数値的に作成したものを用いる．

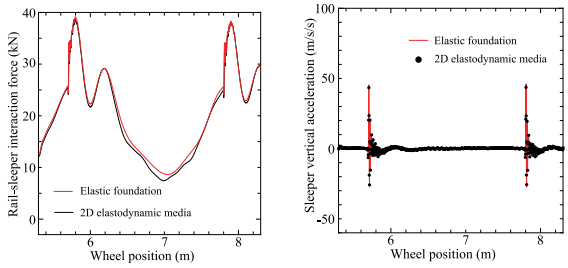
一方，井桁状まくらぎを 3 次元動弾性体でモデル化する場合には，まくらぎが弾性床上に置かれる者とした上で，まくらぎ上のレール締結位置における鉛直変位を，時間域 Green 関数を用いて次式で評価する．

$$u_{slp,i}(t) = \int_0^{t^+} \sum_{j=1}^{N_{rp}} F_{rp,j}(\tau) G^*_{grd}(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{x}_j, t-\tau) d\tau \tag{5}$$

ここで，N_{rp} は井桁状まくらぎ上のレール締結位置の総数，$F_{rp,j}$ は軌道パッド作用力，G^*_{grd} 井桁状まくらぎに関する時間域 Green 関数である．

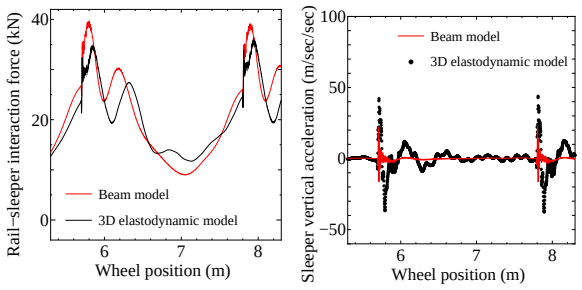
4.　解析結果

まず，井桁状まくらぎを変断面はりでモデル化し，弾性床で支持された解析モデルにおいて，道床内での弾性波伝播



(a) 軌道パッド作用力　　(b) まくらぎ鉛直方向加速度

Fig. 3　バラスト道床のモデル化が振動解析結果に及ぼす影響



(a) 軌道パッド作用力　　(b) まくらぎ鉛直方向加速度

Fig. 4　井桁まくらぎのモデル化が振動解析結果に及ぼす影響

の有無が軌道振動解析結果に及ぼす影響について検討する．Fig.3 は，2.1m の離隔をもつ 2 車輪がかけ継ぎ構造のレール継目を走行速度 30m/s で通過する場合を対象に，継目下流側軌道パッド作用力およびまくらぎ鉛直加速度と車輪位置との関係を図示したものである．なお，観測位置は Fig.2(b) 中に示す通りであり，レール継目での遊間は 5mm に設定した．解析結果からは，軌道パッド作用力，まくらぎ鉛直加速度とも，バラスト道床内の弾性波動伝播の影響は非常に小さい．そのため，井桁まくらぎを変断面はりでモデル化する場合には，鉛直反力は弾性床支持モデルで評価することで十分であると考えられる．

次に，井桁状まくらぎのモデル化が軌道振動応答解析結果に及ぼす影響について検討する．Fig.4 は，井桁状まくらぎを変断面はりモデル，または 3 次元動弾性モデルでモデル化した場合における，軌道パッド作用力・まくらぎ鉛直加速度と車輪走行位置の関係を示したものである．軌道パッド作用力では，継目通過衝撃のタイミングおよび衝撃力発生後の変動の傾向は 2 種類の解析モデルで類似しているが，最大作用力は 10%強の違いが発生しており，衝撃発生後の作用力の変動周期に違いが認められる．3 次元モデルを導入した場合の方が長周期の振動挙動を示している．一方，まくらぎの鉛直加速度については，継目通過時の最大加速度が 2 倍近く違っており，ピーク後挙動も周期・振幅ともに差が小さくない．井桁まくらぎはそれを支持するバラスト道床に比べて剛性が高く，外力も偏心した位置に作用することから，供用時に井桁状まくらぎの剛体的な運動が励起されやすいことも一因と考えられるが，詳細は現在検討中である．

参考文献

1) 輪田朝亮，瀬谷　誠，原田彰久：MTT 施工可能な横圧低減継目グリッドマクラギの開発， JR EAST Technical Review, No.39, pp.63-66, 2012.
2) 紅露一寛，阿部和久，石田誠，鈴木貴洋：レール継目部列車走行試験の有限要素シミュレーションとその再現性. 土木学会応用力学論文集， Vol.8, pp.1037-1047, 2005.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

支承の橋軸直角方向の免震化による連続 PC 桁の地震時走行性の検討

A study of running safety on seismic behavior of railway continuous PC girder by isolation bearing

成田　顕次（鉄道総研）　　徳永　宗正（鉄道総研）　　池田　学（鉄道総研）
Kenji NARITA, Railway Technical Research Institute
Munemasa TOKUNAGA, Railway Technical Research Institute
Manabu IKEDA, Railway Technical Research Institute
E-mail: narita.kenji.97@rtri.or.jp

The aim of this paper is to study the effect of isolation bearing installation on seismic behavior of railway continuous PC girder and its seismic running safety. As the results of nonlinear vehicle–structure interaction analyses, isolation bearing has an effect of increasing limit acceleration input for derailment by 10% ~ 100% compared with the case of rigid bearing.

1．はじめに

近年の大規模地震時に高速列車が脱線する事象が発生しており，鉄道橋りょうの耐震対策が各分野で進められている．新設の長大橋や耐震補強が難しい既設の河川部等の橋りょう等では，支承免震化による耐震対策が数件実施されている．支承免震化による地震時走行性の評価および確保の難易度は高く，特に大規模地震に対して有効な評価手法は確立されていない [1]．本研究では，支承の橋軸直角方向の免震化による橋りょうの地震時走行性の検討を目的とし，PC 連続桁を対象に，非線形動的相互作用解析を行い，支承の免震化の有無による脱線限界入力加速度への影響について検討した．

2．解析手法

Fig. 1 に，非線形動的解析で用いた車両の力学モデルを示す．車両は，車体，台車，輪軸の各構成要素を剛体と仮定し，これら剛体をばね，ダンパーで結合した三次元モデルとした．1 車両当たりの自由度は 31 である．また，実車では各構成要素間に著大な相対変位を抑制できるストッパーが設けられていることから，ばねはバイリニア形の非線形ばねとした．本研究で用いる車両諸元は新幹線車両諸元を参考に仮定した [2]．脱線判定は，車輪とレールの相対水平移動量を用い，その限界値を± 70mm とした．

Fig. 2 に，非線形動的解析で用いた連続桁の力学モデルを示す．鉄道構造物は一般的に標準設計による物が多く，その動的挙動は 1 自由度系モデルで表現できることが多いことから，対象とする橋りょうの橋脚はトリリニア型の骨格曲線，標準型の履歴特性を持つ 1 自由度系でモデル化した [3]．骨格曲線は，降伏震度 $k_{hy}{}^{s}$，最大震度 $k_{hmax}{}^{s}$，降伏振動数 $f_{eq}{}^{s}$，構造物単位長さ重量 w_s をパラメータとして設定し，2 次勾配を 1 次勾配の 1/10，3 次勾配は 1 次勾配の 1/100 とした．減衰は構造物の各モードに対して 5%のモード減衰比 ζ として与えた．

橋りょうは橋脚-支承，支承-桁で構成され，各要素間に非線形ばねを配置し，線路直角方向の水平応答をモデル化した．桁は，既設の PC 連続桁の設計図面を参考にモデル化し，5 径間の橋長 400m(59m+94m×3+59m)で，桁の重量は固定死荷重，付加死荷重合わせて，446.69kN/m，橋軸直角方向の断面二次モーメント I_y は 76.74m^4，鉛直方向 I_z は 90.12m^4 とした．また，軌道を剛とし，桁の変形を無視した剛軌道モデルも併せて検討した．

橋脚のモデル化は，降伏震度 $k_{hy}{}^{s}$=0.5 とし，固有振動数 $f_{eq}{}^{s}$ =0.7Hz，2.0Hz とした．支承のモデル化は，免震化による影響を確認するため，滑り震度 $k_{hy}{}^{b}$=1000 の免震化しない剛の支承及び，滑り震度 $k_{hy}{}^{b}$=0.4，剛性は橋脚の初期剛性の 2 倍とした免震支承を用いた．

入力地震動は，鉄道設計標準の設計地震動 G4 地盤用の L1 地震動（以下，「L1(G4)と示す．）を用い [3]，加振振幅は 50~900 gal の 18 分割とし，数値解析によって車両脱線した際の入力地震動の最大加速度を脱線限界入力加速度とした．

Fig. 3 に，列車走行位置を示す．列車の走行位置による脱線限界入力加速度に対する影響を考慮するために，対象橋りょうの前後に pre 区間，post 区間を設置し，入力地震動の最大加速度の時刻に応じて，走行位置を 7 箇所変化させ網羅的に解析を行った．

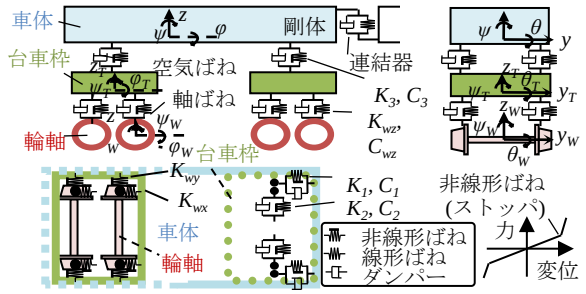


Fig. 1 車両の力学モデル

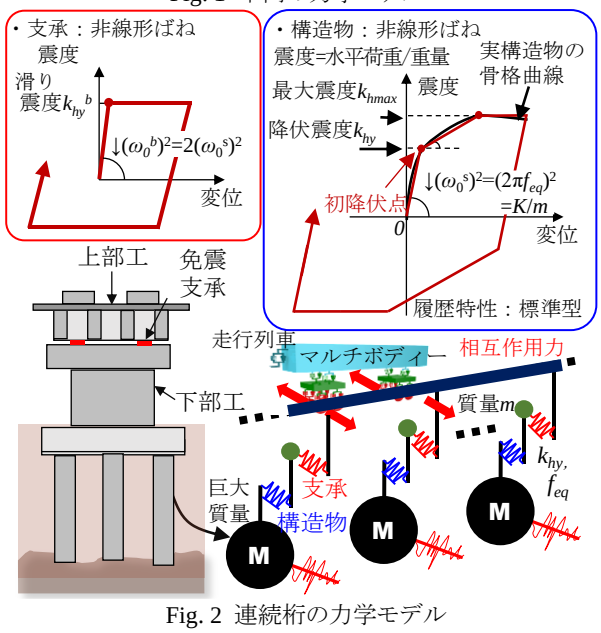


Fig. 2 連続桁の力学モデル

３．解析結果

Fig. 4 に，支承を剛とした場合の橋脚の固有振動数 0.7Hz，2.0Hz の時の桁の最大応答加速度を示す．図には，剛軌道時の桁の脱線限界加速度の結果も示す．図から，固有振動数が高い橋脚では，支点部に比べてスパン中央部で桁の加速度が最大で 5.8m/s² から 9.0m/s² に 1.5 倍程度増加し，剛軌道時の桁の脱線限界加速度を上回る傾向がある．連続桁の支点間の面外方向の曲げ振動が脱線を生じさせる一要因となることがわかる．

Fig. 5 に，支承を剛とした場合の連続 PC 桁の走行車両の脱線位置と脱線限界入力加速度の関係を示す．(a)は，橋脚の固有振動数 f_{eq}^{s} が 0.7Hz，図(b)は f_{eq}^{s} が 2.0Hz の結果である．また，図には剛軌道走行時の脱線限界入力加速度の結果も示す．図から，橋脚の f_{eq}^{s} が 0.7Hz の場合，剛軌道モデルと比較して脱線限界入力加速度が 3.5m/s² から 2.5m/s² に 0.7 倍程度低下し，桁端部に脱線が集中するが，桁上では脱線限界入力加速度が高くなる傾向がある．橋脚の f_{eq}^{s} が 2.0Hz の場合，剛軌道モデルと比較して脱線限界入力加速度が 7.0m/s² から 5.5m/s² に 0.8 倍程度低下する．走行位置毎の脱線箇所に着目すると，f_{eq}^{s} が 0.7Hz の場合，pre 区間側で地震動の最大値を入力される車両が桁端部で脱線する傾向がある．これは，桁の加速度応答による影響ではなく，桁端部に生じる不同変位によって生じた脱線であると考えられる [4]．一方で，f_{eq}^{s} が 2.0Hz の場合，Fig. 4 の桁の最大加速度の結果から，剛軌道に比べて連続桁ではスパン中央で桁の加速度が大きくなることで，脱線限界入力加速度が低下したと考える．

Fig. 6 に，免震支承を用いた場合の連続 PC 桁の走行車両の脱線位置と脱線限界入力加速度の関係を示す．(a)は，橋脚の f_{eq}^{s} が 0.7Hz，(b)は f_{eq}^{s} が 2.0Hz の結果である．Fig. 5 の支承を剛とした場合の結果と比較して，脱線限界入力加速度が増加することがわかる．(a)の f_{eq}^{s} が 0.7Hz の場合では，桁端部では，脱線限界入力加速度は剛の支承を用いた場合に比べて，2.5m/s² から 4.5m/s² に 1.8 倍程度に増加し，桁端部以外では 7.0m/s² に 2 倍程度増加する．(b)の f_{eq}^{s} が 2.0Hz の場合，スパン中央部では 6.0m/s² から 8.0m/s² に 1.3 倍程度に増加し，支点付近では 5.5m/s² から 6.0m/s² に 1.1 倍程度に増加することがわかった．

４．まとめ

支承の橋軸直角方向の免震化によるに伴う，橋りょうの地震時走行性の検討を目的とし，PC 連続桁を対象に免震支承による脱線限界入力加速度の算出を行った結果，以下の結論を得た．

(1) 橋りょうの固有振動数に着目すると，固有振動数が高い場合，桁上で脱線限界入力加速度が剛軌道上よりも 0.8 倍程度に低下する傾向を示すが，固有振動数が低い場合と桁上では脱線限界入力加速度が高くなる傾向があり，脱線限界入力加速度が低下する範囲が桁端部に集中することが得られた．

(2) 支承の橋軸直角方向の免震化に伴い，脱線限界入力加速度はスパン中央部では最大で 2 倍程度に増加し，桁端部でも 1.3 倍程度に増加し，免震化により，脱線限界入力加速度を増加させる効果があることが得られた．

参考文献

1) 徳永宗正ほか：鉄道長大橋りょうの支承免震化を考慮した地震時列車走行性解析,第 71 回土木学会年次講演会, I-236, pp.471-472, 2016.
2) 松本信之，田辺誠，涌井一，曽我部正道：非線形応答を考慮した鉄道車両と構造物との連成応答解析法に関する研究，土木学会論文集 A，Vol. 63，No. 3，pp. 533-551，2007.
3) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説（耐震設計），丸善，2012.
4) 徳永宗正，成田顕次，後藤恵一:鉄道構造物の大規模地震を想定した地震時走行安全性の簡易評価手法，土木学会論文集 A，Vol. 76，No. 2，pp. 376-394, 2020

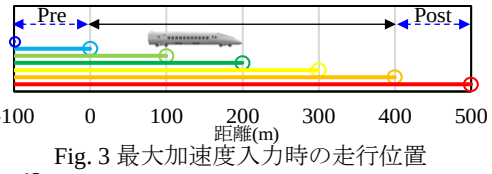


Fig. 3 最大加速度入力時の走行位置

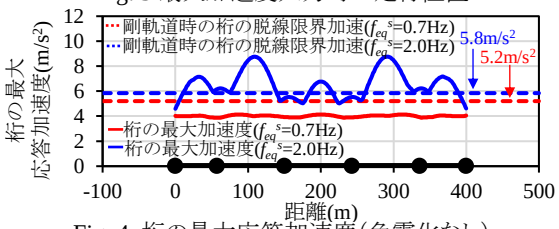
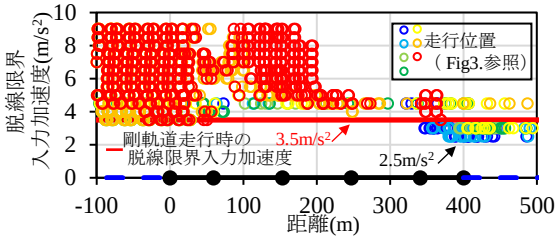
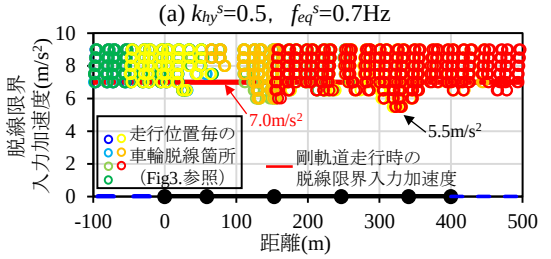


Fig. 4 桁の最大応答加速度（免震化なし）

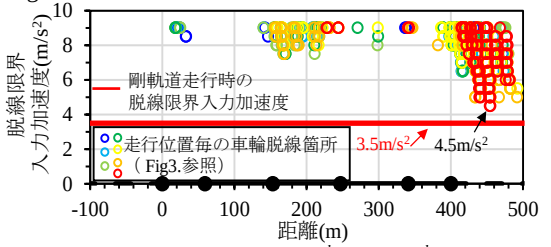


(a) k_{hy}^{s}=0.5，f_{eq}^{s}=0.7Hz

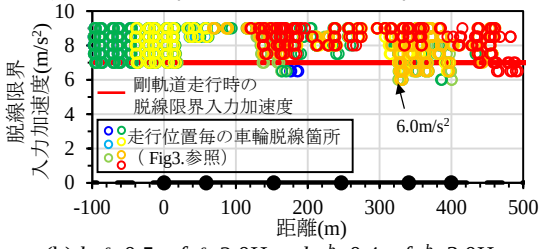


(b) k_{hy}^{s}=0.5，f_{eq}^{s}=2.0Hz

Fig. 5 連続 PC 桁（支承剛）の脱線限界入力加速度



(a) k_{hy}^{s}=0.5，f_{eq}^{s}=0.7Hz，k_{hy}^{b}=0.4，f_{eq}^{b}=1.0Hz



(b) k_{hy}^{s}=0.5，f_{eq}^{s}=2.0Hz，k_{hy}^{b}=0.4，f_{eq}^{b}=3.0Hz

Fig. 6 免震支承適用の連続 PC 桁の脱線限界入力加速度

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

鉄道 PRC 桁の複線同時載荷によるひび割れ進展に伴う動的応答増大の再現解析

Reproduction Analysis of Dynamic Response Increase due to Crack Growth due to Simultaneous Double Track Train passage of Railway PRC Girder

徳永　宗正（鉄道総研）　　池田　学（鉄道総研）
Munemasa TOKUNAGA, RAILWAY TECHNICAL RESEARCH INSTITUTE
Manabu IKEDA, RAILWAY TECHNICAL RESEARCH INSTITUTE
E-mail: tokunaga.munemasa.68@rtri.or.jp

The purpose of this paper is to reproduce of dynamic response increase due to crack growth due to simultaneous double track train passage of railway PRC girder. A dynamic analysis using nonlinear equivalent reduction model that takes into account the historical characteristics after the concrete crack occurrence revealed that the concrete member rigidity gradually decreases, and a resonance phenomenon occurs by repeatedly experiencing double-track loading of train passage.

1．はじめに

一部の高速鉄道の PRC 桁において，開業後一定期間を過ぎたのちに共振により過大な応答が生じる事例が報告されている [1]．同一線区の現状を鑑みると，近接区間においても同じ支間長 29.2m の PRC 桁の共振が報告されており，共振現象が生じる標準 PRC 桁の数は高速走行区間を中心に年々増加していることから，現在はたわみ量が小さい桁においても，将来的に共振によりたわみ量が増加し早急な対策が必要となる可能性もある．共振に伴う動的応答増大のメカニズムの解明は十分になされておらず，将来予測といった定量的な評価は不可能であった．

本研究では，動的応答増大が発生するメカニズムの解明，経年による PRC 桁の動的応答変化の評価を目的として，非線形等価縮約モデルと著者らが開発した鉄道運行情報を活用した動的解析手法を組み合わせた数値解析を実施した．

2．ひび割れ進展に伴う動的応答増大メカニズム

Fig.1 に，複線 PRC 桁の非線形履歴特性を考慮した等価縮約モデルを示す．このため，2dof ではひび割れの進展に伴う構造特性の変化を評価するのに必要十分なエッセンシャルモデルを構築した．線路方向にモーダルリダクションを適用し，スパン中央の断面挙動を 1 質点 2 自由度の剛体モデルで一般化して，上下線の挙動を鉛直方向と回転方向の 2 自由度系とした．対象橋りょうの断面諸元 [2]に基づき，質点の等価質量 m_{eq} は，スパン 29.2m，単位重量 218kN/m の条件から鉛直モードのモード質量を算出し，324.8t とした．質点の等価回転慣性 m_{eq} は，断面より算出される回転慣性 I_0/断面積 A_0 の比が 10 程度であったことから，3247.8tm^2 とした．上下線を走行する列車に対して 2 本の鉛直ばねにより抵抗し，偏心載荷や鉛直ばねの剛性の違いによる不均衡力を回転ばねが負担するモデルである．鉛直ばねには図中に示すひび割れ発生後に剛性が軟化する非線形履歴特性 [3]，回転ばねは上下線の荷重分担率 7:3 として算出した剛性を適用した．減衰は，鉛直モードのモード減衰比が 2%となる値を鉛直ばねにのみ直接減衰として与えた．

Fig.2 に，複線同時載荷の繰り返しによる動的応答増大メカニズムを示す．非線形履歴の影響をわかりやすく理解するための例として，Fig.1 のモデルに対して，単線載荷と完全複線載荷が交互に発生すると仮定して応答変位の変化に着目した．完全複線載荷は上下線が全く同じタイミングで直上を通過する載荷パターンであり，複線載荷で最も厳しい複線載荷の載荷条件である．通過速度は 260km/h，軸重は 120kN (空車質量 45t，80 人定員，50%乗車程度)の条件とした．同図から，初期状態において顕著な動的応答は確認できず，単線載荷で 6mm 程度の変位であったが，完全複線載荷の載荷回数の増加と共に変位波形が成長し，最大応答変位が増加していく様子が確認できる．本条件の場合，完全複線載荷を 5 回経験するまで単線載荷時の変位が 6~11mm 程度であったが，それ以降は 17mm 程度まで急激に増加している．これらは，経験最大変位の更新に伴い剛性が低下した結果，部材剛性が完全な 1 次共振領域まで低

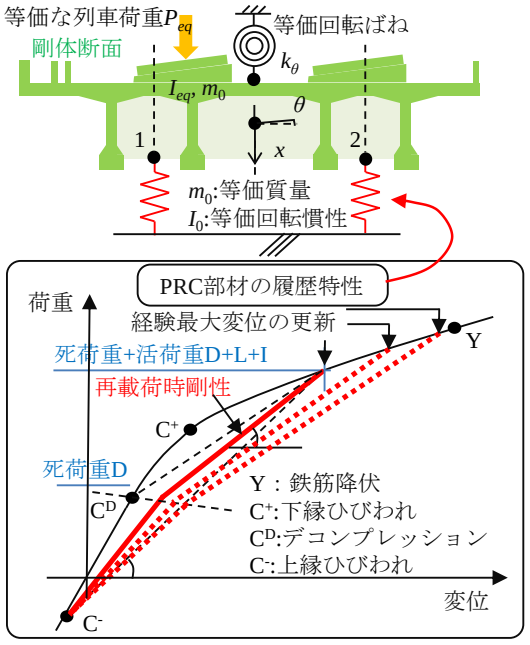


Fig. 1 非線形履歴特性を考慮した複線桁の等価縮約モデル

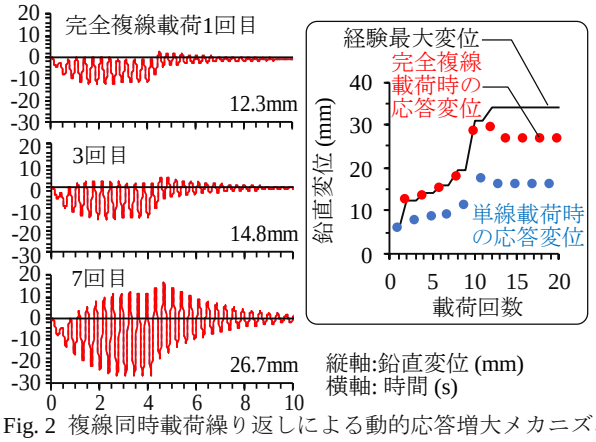


Fig. 2 複線同時載荷繰り返しによる動的応答増大メカニズム

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

下したためである．完全複線載荷を 6 回経験した後は共振速度が 260km/h 未満となったため応答が低減して，更なる経験最大変位の更新は発生しないことが分かる．

３．ひび割れ進展に伴う動的応答増大の再現解析

Fig.3 に，実橋りょうで確認されている動的応答増大を再現するシミュレーションシステム全体構成概要 [4]を示す．図中の CROSS においては，実際の鉄道運行情報ビッグデータの時刻表，標準ランカーブの情報を用いて，単線載荷，複線載荷となる編成を判定する．LOAD では，1 日の標準時刻表の中から，CROSS で判定された単線載荷，複線載荷それぞれに対し，実際の乗車率に基づき算出された軸重を用いて荷重列を作成する．RESPONSE において，算出された荷重列を Fig.1 に示す非線形縮約モデルに導入し，橋りょうの動的応答を評価する．

Fig.4 に，列車運行シミュレーションに基づく対象 PRC 桁の動的応答の経年変化を示す．鉄道運行情報ビッグデータに基づいた約 55 年間で 160 万編成が通過した動的解析結果である．縦軸は上下線の鉛直変位，固有振動数である．図には，実測により得られている変位，固有振動数を併せて示す．図から，供用 17 年程度までは単線載荷時に 10mm 程度以下である．一方，それ以降は，数回の過去最大変位を更新する複線載荷があり，共振速度が運行速度と近くなることで変位が急増することがわかる．それ以降は単線載荷時に 15~20mm 程度の大きな変位が定常的に発生している．実橋りょうにおいてもダイヤ改正以降に大きな変位が確認されており，実測の変位や固有振動数に整合的な結果である．

４．まとめ

本稿では，非線形等価縮約モデルと著者らが開発した鉄道運行情報ビッグデータを活用した動的解析手法を組み合わせた数値解析を実施した．得られた結論は以下の通り．

- コンクリートのひび割れ発生後の履歴特性を考慮した非線形等価縮約モデルを構築し，列車すれ違い時の複線載荷を繰り返し経験することでコンクリート部材の再載荷時剛性が徐々に低下し共振現象が発生するメカニズムを明らかにした．対象橋りょうは単線載荷時においては 6mm 程度の応答が，6 回の完全複線載荷を経験することで 20mm 程度まで応答変位が増大する．
- 列車運行シミュレーションに基づき，対象橋りょうの動的応答の経年変化を評価した結果，大規模なダイヤ改正後の複数回の複線載荷により剛性が急激に低下し，共振速度が運行速度と近くなることで変位が急増することを示し，実際に観測されている現象および変位等の実測値との整合性を示した．

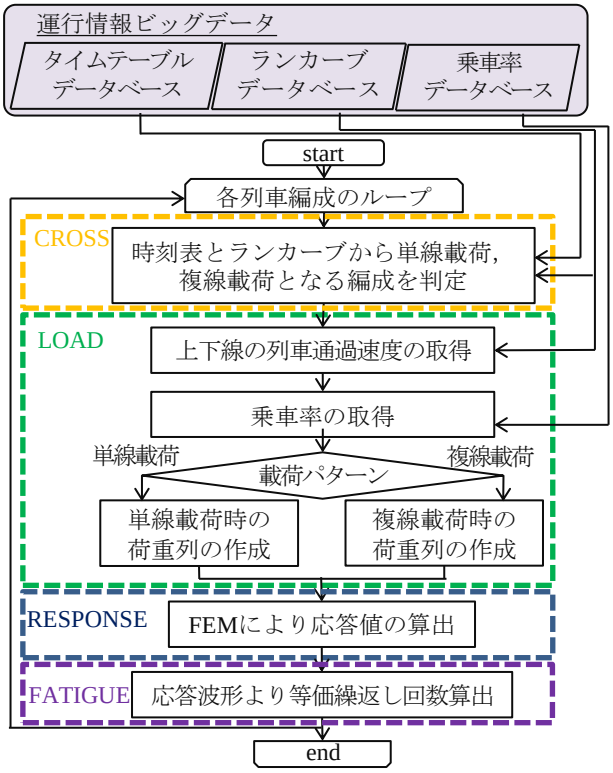
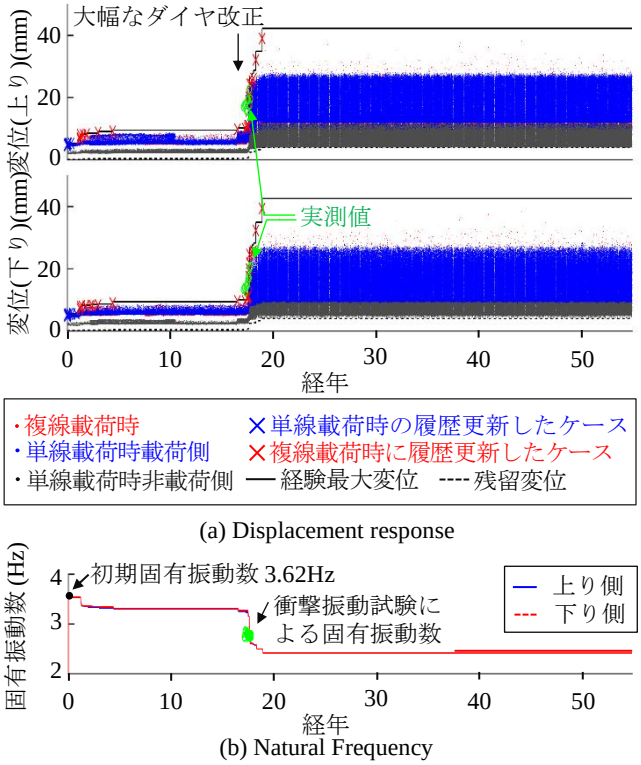


Fig. 3 シミュレーションシステム全体構成概要



(a) Displacement response

(b) Natural Frequency

Fig. 4 列車運行シミュレーションに基づく動的応答の経年変化

参考文献

1) 土屋啓佑：北陸新幹線 PRC に生じる大たわみとその対策，新線路，Vo.30，No.3，pp.54-56，2018.
2) 松岡弘大，徳永宗正，荻原裕貴，築嶋大輔，後藤恵一：列車通過時における高速鉄道 PRC 桁の動的応答に対する支点追加補強の効果と適用範囲，土木学会論文集 A1 (構造・地震工学)，76(3), 523-541，2020.
3) 杉本訓祥，伊藤央，塩原等，小谷俊介：プレストレスト鉄筋コンクリート造部材の履歴復元力特性，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.19，No.2，pp.1143-1148，1997.
4) 徳永宗正，曽我部正道，成田顕次，築嶋大輔：鉄道運行情報ビッグデータを活用した鉄道構造物の時間依存疲労強度の推定手法，土木学会論文集 A2 (応用力学)，Vol.74，No.2，p. I_553-I_560，2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

相関距離の長い正規確率過程の模擬
Simulation of a Normal Stochastic Process with a Long Correlation Distance

佐藤　忠信（京都大学）
Tadanbou SATO, Kyoto University
E-mail:satotdnbseu@yahoo.co.jp

A stochastic process is defined by its correlation coefficient and probability density function. For the case that the stochastic characteristic is defend by normal distribution and if the covariance matrix is Cholesky decomposable or Eigenvalue decomposable the stochastic process can be expressed by a weighting sum of iid random number generated from the standard normal distribution, N(0,1). But for the case that the correlation distance becomes long the decomposition of covariance matrix becomes unstable, therefore the simulation of stochastic process using usual methods is unrealistic. The main purpose of this paper is to develop a simple algorithm for simulating the stochastic process with a long correlation distance

１．はじめに

本研究では媒介変数をωとした確率過程$X(\omega)$を考察する。ωを離散間隔$\Delta\omega$で離散化し、$\{\omega_l\}=\{l\cdot\Delta\omega\}$と置き、離散確率過程を$\{X_l\}=\{X(\omega_l)\}$とする。観測された確率過程$\{X_l\}$の自己相関係数列を$\{\rho_l\}$とする。エルゴード仮説が成立するものとして、自己相関係数列$\{\rho_l\}$が求められているものとする。この場合は、$\rho_0\equiv 1$なので、ρ_0ではなく1と表現すれば、離散過程$\{X_l\}$の共分散行列Σは次式のように表現できる。

$$\Sigma=\sigma_X^2\cdot\begin{bmatrix}1&\rho_1&\cdots&\rho_L&0&\cdots&&\cdots&\cdots&\cdots&0\\ \rho_1&1&\rho_1&\cdots&\rho_L&0&&\cdots&\cdots&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&\ddots&\vdots&\vdots&\ddots&&\cdots&\cdots&\cdots&\vdots\\ \rho_L&\cdots&\rho_1&1&\rho_1&\cdots&\rho_L&0&\cdots&\cdots&0\\ 0&\rho_L&\cdots&\rho_1&1&\rho_1&\cdots&\rho_L&0&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&\ddots&&\ddots&\ddots&\ddots&\vdots&&&\\ 0&\cdots&0&\rho_L&\cdots&\rho_1&1&\rho_1&\cdots&\cdots&\rho_L\\ 0&\cdots&\cdots&0&\rho_L&\cdots&\rho_1&1&\rho_1&\cdots&\rho_{L-1}\\ \vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\ddots&\vdots&\ddots&\ddots&\ddots&\vdots\\ 0&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&0&\rho_L&\cdots&\rho_1&1&\rho_1\\ 0&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&0&\rho_L&\cdots&\rho_1&1\end{bmatrix}\quad(1)$$

ここに、行列Σの1～3行目までは、共分散行列の非定常部分を表し、1～L行目を意味している。4～7行目は共分散行列の定常部分を表し、$L+1$ から$L+1+2^{n_0}$行目を意味している。この部分には2^{n_0}行が含まれている。8～11行目は$L+2+2^{n_0}$から$2L+2+2^{n_0}$行目を意味し、共分散行列の後半部分の非定常部分を表している。本研究では、L値とn_0値が大きな場合に対し、$\{X_l\}$の簡単な模擬法を開発する。

$\{X_l\}$を確率過程として模擬するためには、その確率分布特性が必要となる。ここでは、最も単純な場合として、$\{X_l\}$が正規分布に従い、次式で表現される場合を考える。

$$p(\{X_l\})=\frac{1}{2\pi|\Sigma|^{\frac{1}{2}}}\exp(\{X_l\}^T\Sigma^{-1}\{X_l\})\quad(2)$$

今、標準正規分布$N(0,1)$から独立同分布で生成される、$2L+2+2^{n_0}$次元の乱数列を$\{x_l\}$とし、それを次式で表現する。

$$\{x_l\}^T=\{x_1,\cdots,x_L,\ x_{L+1},x_{L+2},\cdots,x_{L+1+2^{n_0}},\ x_{L+2+2^{n_0}}\cdots,x_{2L+2+2^{n_0}}\}\quad(3)$$

共分散行列Σはコレスキー分解により，下三角行列Cと上三角行列C^Tに分解でき，$\Sigma=CC^T$となるので，確率過程$\{X_l\}$は，次式で模擬できる．

$$\{X_l\}=C\{x_l\}\quad(4)$$

しかし，共分散行列の次元が大きくなると，コレスキー分解が不安定になり，式(4)では，位相差分の模擬はできなくなる．そこで，コレスキー分解に基づかない方法論として，$\{X_l\}$が標準正規乱数列$\{x_l\}$を用いて，次式のような線形結合で表現される場合を考える．

$$\{X_l\}=\sigma_X A\{x_l\}\quad(5)$$

なお，式(5)が成立する場合には，Iを単位行列とすれば，$E[\{x_l\}\{x_l\}^T]=I$であるので，$(2L+2+2^{n_0})$次元の離散値ベクトル$\{X_l\}$の共分散行列Σは次式で与えられる．

$$\begin{aligned}\Sigma&=\sigma_X^2E[A\{x_l\}(A\{x_l\})^T]\\&=\sigma_X^2AE[\{x_l\}\{x_l\}^T]A^T=\sigma_X^2AA^T\end{aligned}\quad(6)$$

したがって，式(6)の関係を満たすように，行列Aを決できればよい。一方、Σの固有値行列Σ_0と固有ベクトル行列Φが求まれば，$\{X_l\}=\sqrt{\Sigma_0}\Phi\{x_l\}$と表現できるので，$A=\sqrt{\Sigma_0}\Phi/\sigma_X$とすれば，式(5)の形式を求めることは可能である．しかし，Σの次元が大きくなると，行列Σの固有値解析が不安定になり，実現性の無くなることは，コレスキー分解法の場合と同様である．そこで行列Aの形式を直接求める方法を考究する。

２．確率過程の模擬アルゴリズムの定式化

ここでは、行列Aの形式を直接求める方法を考究する．そのために、$a_0\equiv 1$であり、lの増加と共に、1より次第に小さくなる数列$\{a_l\}$を考える。それを、$\{a_l\}=\{1,a_1,a_2,\cdots,a_L\}$と表現する。$L$は数列$\{a_l\}$の最大長であり、$\rho_l=e_0$（閾値）を満たす$l$値とする。

この数列$\{a_l\}$を用いて、行列Aが次式で表現できるものとする。

$$\mathrm{A}=\begin{bmatrix}1&a_1&\cdots&a_L&0&\cdots&&\cdots&\cdots&\cdots&0\\ a_1&1&a_1&\cdots&a_L&0&&\cdots&\cdots&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&\ddots&\vdots&\vdots&\ddots&&\cdots&\cdots&\cdots&\vdots\\ a_L&\cdots&a_1&1&a_1&\cdots&a_L&0&\cdots&\cdots&0\\ 0&a_L&\cdots&a_1&1&a_1&\cdots&a_L&0&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&\ddots&\cdots&\ddots&\ddots&\ddots&\vdots&\cdots&\ddots&\vdots\\ 0&\cdots&0&a_L&\cdots&a_1&1&a_1&\cdots&\cdots&a_L\\ 0&\cdots&\cdots&0&a_L&\cdots&a_1&1&a_1&\cdots&a_{L-1}\\ \vdots&\vdots&\vdots&\vdots&\ddots&\ddots&\vdots&\ddots&\ddots&\vdots&\vdots\\ 0&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&0&a_L&\cdots&a_1&1&a_1\\ 0&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&0&a_L&\cdots&a_1&1\end{bmatrix}\quad(7)$$

この場合、行列Aの次元は、式(1)の共分散行列Σの次元と同じで、$(2L+2+2^{n_0})\times(2L+2+2^{n_0})$である。一方、式(5)、(7)を考慮すると、定常過程部分のX_lは次式で模擬できる。

$$X_l=\sigma_X\left\{\sum_{m=1}^{L}a_mx_{l-m}+x_l+\sum_{m=1}^{L}a_mx_{l+m}\right\}\quad(8)$$

今、共分散行列Σの成分をΣ_{ij}とすれば、式(6)の表現が成立するので、次式を得る。

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\Sigma_{ij} = \sigma_X^2 \sum_{k=1}^{2L+2+2^{n_0}} A_{ik}A_{kj} \qquad (9)$$

明かになるように、共分散行列の成分Σ_{ij}は行列Aを構成するベクトル$\{a_l\}$の成分のみから計算することができる。一方、数列$\{X_l\}$の自己相関係数行列の成分ρ_{ij}は。次式となる。

$$\rho_{ij} = \frac{\Sigma_{ij}}{\sqrt{\Sigma_{ii}}\sqrt{\Sigma_{jj}}} \qquad (10)$$

当然のことであるが、ρ_{ij}もベクトル$\{a_l\}$の成分のみから計算することができる。

ここで、ρ_{ij}の特性を詳細に検討することにする。そのために、行列Aの 4～7 行目である$L+1$ から$L+1+2^{n_0}$行目のみを考える。この部分には2^{n_0}行が含まれている。ρ_{ij}はベクトル$\{a_l\}$の成分のみから構成されているので、ベクトル$\{a_l\}$成分の定常性と、ベクトル$\{a_l\}$に対しエルゴード仮説が成立するものとして、式(9)を以下のように書き直す。

$$\Sigma_l = \sigma_X^2 \sum_{k=L+1}^{L+1+2^{n_0}} \sum_{i=L+1}^{L+1+2^{n_0}} A_{ik}A_{k\,i+l} \qquad (11)$$

これを直接計算するのは、時間がかかるので、ベクトル$\{a_l\}$の成分から構成される次式のような、重み係数ベクトルwを考える。

$$w = \{a_L, \cdots, a_1, 1, a_1, \cdots, a_L, 0, \cdots, 0\} \qquad (12)$$

FFT を用いてフーリエ変換を行うため、wの次元は、$2L+1$より十分大きな2^{m_0}次元とする。また、$L+1$点の値は1となっている。wをフーリエ変換し、パワースペクトルを計算し、そのフーリエ逆変換で相関関数$R(l)$を求め、$\tilde{\rho}_l = R(l)/R(0)$として、数列$\{a_l\}$に基づく自己相関係数を求める。当然であるが、$\tilde{\rho}_0 \equiv 1$であるので、数列$\{\tilde{\rho}_l\}$は$\{1, \tilde{\rho}_1, \tilde{\rho}_2, \cdots\}$となる。これは、式(6)で行列$A$の定常部分のみを用いて、$AA^T$を計算し、エルゴード仮説が成立するものとして、自己相関係数を計算することに相当している。しかし、この数列$\{\tilde{\rho}_l\}$が、確率過程$\{X_l\}$の自己相関係数列$\{\rho_l\}$と一致する保障はない。そこで、$\{\rho_l\}$と$\{\tilde{\rho}_l\}$の比を$\{r_l\} = \{\rho_l\}/\{\tilde{\rho}_l\} = \{1, r_1, r_2, \cdots\}$と置き、係数ベクトル$\{1, a_1, a_2, \cdots\}$を$\{1, r_1a_1, r_2a_2, \cdots\} = \{1, b_1, b_2, \cdots\}$と置き換え、式(5)を用いれば定常部分の$X_l$は次式で模擬できることになる。

$$X_l = \sigma_X \left\{ \sum_{m=1}^{L} bx_{l-m} + x_l + \sum_{m=1}^{L} b_m x_{l+m} \right\} \qquad (13)$$

3．数値計算例

観測された記録から求まる自己相関係数が$\rho(\omega)$で、次式のように定義される場合を考えることにする。

$$\rho(\omega) = \exp(-c_0\omega) \qquad (14)$$

$\rho(\omega)$は媒介変数ωの連続関数であるが、ωを離散間隔$\Delta\omega$で離散化し、$\omega_l = l \cdot \Delta\omega$とし、離散化された自己相関係数を$\{\rho_l\} = \{\rho(\omega_l)\}$と置く。相関特性の有効距離を$L$として、$L$を決めるために、自己相関係数の閾値を$e_0$と置き、$\rho_l = e_0$となる$l$値を$L$とする。この場合、$\{\rho_l\}$は次式のように与えられる。具体的には、$e_0 = 0.005$とした。

$$\{\rho_l\} = \{1, \rho_1, \cdots, \rho_L, 0, \cdots, 0\} \qquad (15)$$

さらに、行列Aを定義する$a(\omega)$を次式のように定義する。

$$a(\omega) = \exp(-b_0\omega) \qquad (16)$$

その上で、$\{a_l\} = \{a(\omega_l)\} = \{1, a_1, a_2, \cdots, a_L\}$と置く。当然であるが$a_{L+1} = a(\omega_{L+1})$である。

具体的な、数値計算を実施するために、式(14)と(16)のパラメータを$c_0 = 0.1$とし、$b_0 = 0.7$と置き、$\Delta\omega = 2\pi/dt/2^{24}$とした。この場合に対し、$\{\omega_l\}$と$\{\rho_l\}$の関係を描画したのが**図 1** の黒実線である。$\{\omega_l\}$と$\{a_l\}$の関係は同図の赤実線で表示されている。$\{a_l\}$を用いて、式(12)の重み係数ベクトルwを定義し、自己相関係数$\tilde{\rho}_1(l) = \{\tilde{\rho}_{1l}\} = \{1, \tilde{\rho}_{11}, \tilde{\rho}_{12}, \cdots, \tilde{\rho}_{1L}, \cdots, \tilde{\rho}_{1N}\}$を計算し、$\{\omega_l\}$と$\{\tilde{\rho}_{1l}\}$の関係を描画したのが**図 1** の青実線である。青実線と黒実線との間には差があるので、$\{r_1a_l\}$を用いて式(12)の重み係数ベクトルwを再定義し、自己相関係数$\tilde{\rho}_2(l) = \{\tilde{\rho}_{2l}\} = \{1, \tilde{\rho}_{21}, \tilde{\rho}_{22}, \cdots, \tilde{\rho}_{2L} \cdots, \tilde{\rho}_{2N}\}$を計算し、$\{\omega_l\}$と$\{\tilde{\rho}_{2l}\}$の関係を描画したのが緑線である。これも黒実線とは差があるので、順次r_kを計算し、$k = 7$まで、同様な計算を繰り返して、$\{r_1r_2 \cdots r_7a_l\}$を用いて式(12)の重み係数ベクトルwを求め、自己相関係数$\tilde{\rho}_8(l) = \{\tilde{\rho}_{8l}\} = \{1, \tilde{\rho}_{81}, \tilde{\rho}_{82}, \cdots, \tilde{\rho}_{8L}, \cdots, \tilde{\rho}_{8N}\}$を計算し、$\{\omega_l\}$と$\{\tilde{\rho}_{8l}\}$の関係を描画したのが褐色点線である。褐色点線は黒字線とはほぼ一致している。そこで、式(13)において、$\{b_l\} = \{r_1r_2 \cdots r_7a_l\}$と置き換えて、標準正規乱数の初期値を異なる 8 種類として、$L = 2764$で$n_0 = 10$として(相関距値が非常に長くなる)、$\{X_l\}$を模擬し、$\{X_l\}$と$\{\omega_l\}$の関係を描画したのが**図 2** である。確率特性や自己相関係数が同じであっても、模擬される確率過程の形状は異なっている。

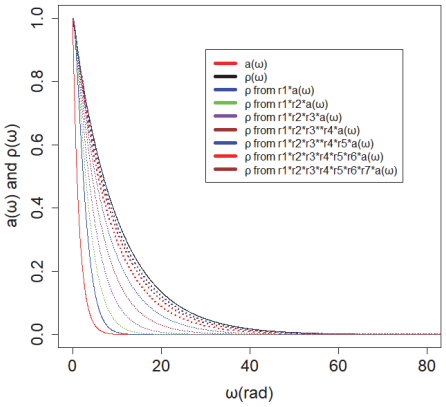


Fig.1 a(ω) and ρ (ω) are expressed as functions of ω . The auto-correlation coefficients calculated from the seven different vectors of $r_1a(\omega)$, $r_1r_2a(\omega)$, $r_1r_2r_3a(\omega)$, $r_1r_2r_3r_4a(\omega)$, $r_1r_2r_3r_4r_6a(\omega)$ and $r_1r_2r_3r_4r_6r_7a(\omega)$ are distinguished in the legend.

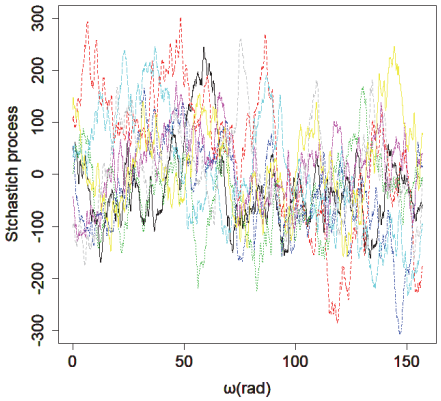


Fig.2 Simulated stochastic process based on Eq.(13), Color differences are the different of initial random numbers.

謝辞　本研究成果は科研費(21K04242)の補助を受けた。

Implicit numerical integration of the Yoshida-Uemori two-surface plasticity model with isotropic hardening stagnation

Riccardo FINCATO, Osaka University
Seiichiro TSUTSUMI, Osaka University
Alex ZILIO, Padova University
Gianluca MAZZUCCO, Padova University
Valentina SALOMONI, Padova University
E-mail: fincato@jwri.osaka-u.ac.jp

The work presented in this paper deals with the numerical investigation and implementation of the *two-surface plasticity model* (or *bounding surface model*). This plasticity theory is able to describe the deformation behaviour of large-strain cyclic plasticity and the stress-strain responses at small-scale re-yielding after large pre-straining. A novel strategy to model the isotropic hardening stagnation is developed within a fully implicit integration scheme in order to speed up the computation and to improve the material description.

1. Introduction

Plastic deformations on metallic materials represent a problem that must be considered in civil engineering and in several industrial sectors (automotive, construction, naval, etc.). This problem has been investigated by many authors, resulting in a high number of analytical and numerical methods.

This phenomenon also occurs in sheet metal forming. In this case, it is important to predict accurately the springback and to compensate it correctly during the die design. Considering problems of large strain cyclic plasticity, for example in the field of sheet metal forming, the Bauschinger effect should be taken into account for a better prediction of the springback (Uemori et al.[1]). In many typical large-strain problems, the springback is a process of small-scale re-yielding after a large pre-strain. Therefore, it is necessary to define a constitutive model able to describe both the deformation behaviors in large strain plasticity and the stress-strain response at small-scale re-yielding.

On the other hand, the increase of the computational power incentivized the theoretical research on mechanical models. In particular, the recourse to implicit integration schemes of the material constitutive equations allows to furtherly improve the computation time, without loss of accuracy. The goal of this work is to develop a fully implicit integration scheme of the *two-surface plasticity model* proposed by Yoshida and Uemori[2], formulating a novel algorithm for the evaluation of the workhardening stagnation.

2. Preliminaries: the *two-surface plasticity model*

Yoshida et al.[3] conducted a series of in-plane cyclic tension-compression tests on steel sheets in order to characterize the material deformation at large strain. As a result of the experimental campaign, they formulated a constitutive model (Yoshida and Uemori[2]) to point out and to correct the shortcomings of classical models with mix isotropic and kinematic hardening. The main features of the two-surface model address three main aspects:

- the reverse deformation is characterized by an initial early yielding and smooth elastoplastic transition with a rapid change of the workhardening rate followed by a softening region.
- In case of mild steel sheets the shape of the reversed stress-strain curve needs an ad hoc modeling.
- The cyclic stress amplitude strongly depend on cyclic strain ranges and mean strains.

The model was formulated accounting for two separate surfaces: the yield surface f, that considers only kinematic hardening, and the bounding surface F, characterized by both isotropic and kinematic hardening. Additionally, the workhardening stagnation can be described by adopting a third surface, the *non-isotropic hardening surface* g_σ (non-IH hereafter). A novel algorithm for the numerical definition of the non-IH surface is the object of this work. Briefly, the constitutive equation of the two-surface model are present as follows, referring to Fig. 1.

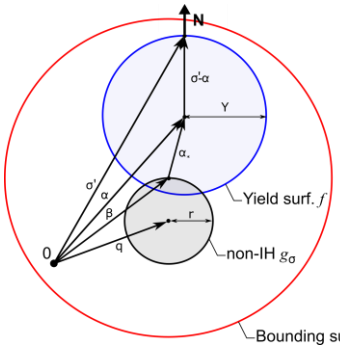


Fig. 1 Sketch of the two-surface model.

$$f=\sqrt{3/2}\left|\boldsymbol{\sigma}'-\boldsymbol{\alpha}\right|-Y;\quad F=\sqrt{3/2}\left|\boldsymbol{\sigma}'-\boldsymbol{\beta}\right|-(B+R)$$
$$g_\sigma=\sqrt{3/2}\left|\boldsymbol{\beta}-\mathbf{q}\right|-r$$
$$\overset{\circ}{\boldsymbol{\alpha}}_*=\sqrt{2/3}Ca\lambda\left[\mathbf{N}-\sqrt{\bar{\alpha}_*/a}\mathbf{N}_*\right];\quad \bar{\alpha}_*=\sqrt{3/2}\left|\boldsymbol{\alpha}_*\right|;\quad a=B+R-Y \quad (1)$$
$$a=B+R-Y;\quad R=R_{sat}\left(1-e^{(-mH)}\right);\quad H=\int\sqrt{2/3}\lambda dt$$
$$\overset{\circ}{\boldsymbol{\beta}}=m\left(\sqrt{2/3}b\lambda\mathbf{N}-\boldsymbol{\beta}\lambda\right);\quad \boldsymbol{\alpha}=\boldsymbol{\alpha}_*+\boldsymbol{\beta};\quad \mathbf{N}=\frac{\partial f/\partial\boldsymbol{\sigma}}{\left|\partial f/\partial\boldsymbol{\sigma}\right|};\quad \mathbf{N}_*=\frac{\boldsymbol{\alpha}_*}{\left|\boldsymbol{\alpha}_*\right|}$$

Where the symbol '$\circ$' indicates the co-rotational rate of the tensor, $\boldsymbol{\sigma}'$ is the deviatoric part of the Cauchy stress, R is the isotropic hardening function of the bounding surface, $\boldsymbol{\alpha}$ and $\boldsymbol{\beta}$ are the back stress of the yield and bounding surface. B, Y, m, b, C and R_{sat} are material parameters, λ is the plastic multiplier and H is the cumulative plastic strain. A detailed explanation of the model can be found in Yoshida and Uemori[2].

3. Numerical integration

The constitutive equations were developed within a finite elastoplasticity framework under the assumption of a hypoelastic-based plasticity and assuming the additive decomposition of the strain rate $\boldsymbol{D}$ into elastic $\boldsymbol{D}^e$ and plastic $\boldsymbol{D}^p$ parts.

3.1. The closest point integration method

Starting from a mechanical equilibrium state at a generic time t_n the objective of the integration scheme is to determine the set of unknowns $\mathbf{x}=\left[\boldsymbol{\sigma},\lambda,\boldsymbol{\alpha}*,\boldsymbol{\beta},H,\mathbf{q},r\right]$ at the subsequent time t_{n+1} ($t_{n+1}= t_n+\Delta t$), given the total strain increment $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{trial}$.

Firstly, the trial elastic is performed by computing the new stress state:

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{trial}=\boldsymbol{\sigma}_n+\mathbf{E}:\mathbf{D} \tag{2}$$

The trial elastic stress state is used to judge if a plastic correction is required or not as in Fig. 2. In case the yield condition is not satisfied a plastic correction is performed through a series of k sub-iterations (starting by k = 0). The scheme adopted is the same as in Fincato and Tsutsumi[4]. The equations governing the problem are rewritten as in Eq. (3) and the first set of updated unknowns $\mathbf{x}_{n+1}^{k+1}$ is obtained by means of Eq. (4).

$$\mathbf{B}_{n+1}^{k}=\begin{bmatrix} f=\sqrt{3/2}\left|\boldsymbol{\sigma}'^{k}_{n+1}-\boldsymbol{\alpha}^{k}_{n+1}\right|-\sigma_y \\ F=\sqrt{3/2}\left|\boldsymbol{\sigma}'^{k}_{n+1}-\boldsymbol{\beta}^{k}_{n+1}\right|-(B+R^{k}_{n+1}) \\ \boldsymbol{\alpha}^{k}_{*,n+1}-\boldsymbol{\alpha}_{*,n}-\sqrt{2/3}Ca\lambda\left[\mathbf{N}^{k}_{n+1}-\sqrt{\bar{\alpha}^{k}_{*,n+1}/a}\,\mathbf{N}^{k}_{*,n+1}\right] \\ \boldsymbol{\beta}^{k}_{n+1}-\boldsymbol{\beta}_n-m\left(\sqrt{2/3}b\lambda\mathbf{N}^{k}_{n+1}-\boldsymbol{\beta}^{k}_{n+1}\lambda\right) \\ H^{k}_{n+1}-H_n-\sqrt{2/3} \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\mathbf{x}_{n+1}^{k+1}=\mathbf{x}_{n+1}^{k}-\left[\mathbf{A}_{n+1}^{k}\right]^{-1}\mathbf{B}_{n+1}^{k}=\mathbf{x}_{n+1}^{k}+\delta\mathbf{x}_{n+1}^{k+1} \tag{4}$$

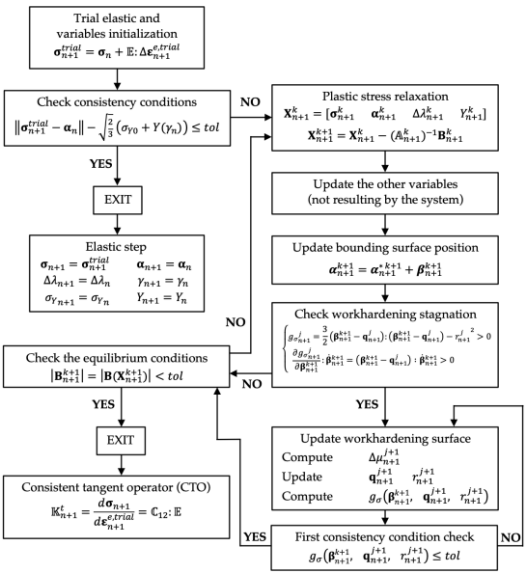


Fig. 2 Scheme of the numerical algorithm.

Where **A** is the matric of the partial derivatives of **B** against the unknowns. Once obtained the updated value of the back stress $\boldsymbol{\beta}_{n+1}^{k+1}$ the workhardening stagnation is evaluated with a similar procedure, through a series of independent j sub-iterations (starting with j = 0). In this case, two conditions are firstly evaluated (i.e. Eq. (5)):

$$\begin{aligned} &g_{\sigma,n+1}^{j}=\sqrt{3/2}\left|\boldsymbol{\beta}_{n+1}^{k+1}-\mathbf{q}_{n+1}^{j}\right|-r_{n+1}^{j}>0 \\ &\frac{\partial g_{\sigma,n+1}^{j}}{\partial\boldsymbol{\beta}}:\overset{\circ}{\boldsymbol{\beta}}_{n+1}^{k+1}>0 \end{aligned} \tag{5}$$

In case both conditions in Eq. (5) are fulfilled the isotropic hardening term R in Eq. (1) is updated, allowing the isotropic expansion of the bounding surface. Moreover, the j+*1* values of **q** and r are computed by means of Eq. (6), otherwise the modification of the non-IH surface is not performed and R is not updated.

$$\begin{aligned} \Delta\mu_{n+1}^{j+1}&=\frac{g_{\sigma,n+1}^{j}}{3(1-h)\left|\boldsymbol{\beta}_{n+1}^{k+1}-\mathbf{q}_{n+1}^{j}\right|+2hr_{n+1}^{j}} \\ \mathbf{q}_{n+1}^{j+1}&=\mathbf{q}_{n+1}^{j}+(1-h)\Delta\mu_{n+1}^{j+1}\left(\boldsymbol{\beta}_{n+1}^{k+1}-\mathbf{q}_{n+1}^{j}\right) \\ r_{n+1}^{j+1}&=r_{n+1}^{j}+h\Delta\mu_{n+1}^{j+1}r_{n+1}^{j} \end{aligned} \tag{6}$$

Where h is a material parameter ($0 < h < 1$). The j iterations stop when the condition $\left|g_{\sigma,n+1}^{j+1}\right|$ is lower than a prescribed tolerance (i.e. tol~10^{-8}). At this point, the norm of **B** is checked, if it is lower than a prescribed tolerance the algorithm stops, otherwise the computation starts again from Eq. (3). A summary of the algorithm is offered in Fig. 2.

3.2. Numerical results

The numerical scheme in Eqs. (2), (3), (4), (5), (6) was implemented via user subroutine for the commercial code Abaqus (ver.6.14). The performances of the algorithm were tested reproducing the experimental results in Yoshida et al.[3]. The following Fig. 3 displays the experimental stress-strain curves (solid black lines) against the numerical ones (solid red lines), obtained for a fully reversed cyclic loading on a mild carbon steel (i.e. SPCC in Yoshida et al.[3]). The numerical prediction seems to be in good agreement with the experimental results.

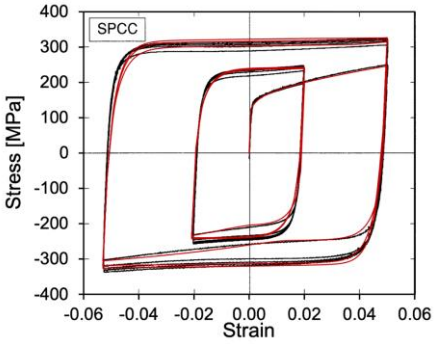


Fig. 3 stress strain responses (strain ranges 4% and 10%)

4. Conclusions

The present work presented a novel algorithm for the modification of the workhardening stagnation surface in the Yoshida-Uemori model. The numerical scheme guarantees a quadratic rate of convergence of the local and global equilibrium without loss of accuracy even at large integration steps.

References

1) Uemori, T., Okada, T., Yoshida, F.: FE analysis of springback in hat-bending with consideration of initial anisotropy and the Bauschinger effect: Key Engineering Materials 177-180, pp.497-502, 2000.
2) Yoshida, F. and Uemori, T.: A model of large-strain cyclic plasticity describing the Bauschinger effect and workhardening stagnation, Int. J. of Plasticity 18, pp.661-686, 2002.
3) Yoshida, F., Uemori, T., Fujiwara, K.: Elasto-plastic behaviour of steel sheets under in-plane cyclic tension-compression at large strain, Int. J. of Plasticity 18, pp.633-659, 2002.
4) Fincato, R., Tsutsumi, S.: Closest-point projection method for the extended subloading surface model. Acta Mech. 228(12), 4213–4233, 2017

発電性能を有する RIMD の道路橋への適用に関する解析的検討
Analytical study on application of RIMD with power generation performance to road bridge

三浦　奈々子（京都工芸繊維大・機械工）　　深田　宰史（金沢大・理工）　　富岡　佐和子（安藤・間・建設）
Nanako MIURA, Kyoto Institute of Technology
Saiji FUKADA, Kanazawa University
Sawako TOMIOKA, Hazama Ando Corporation
E-mail: saiji@se.kanazawa-u.ac.jp

This study conducted to investigate the performances of the bridge vibration damping and the power generation for the RIMD (Rotating Inertial Mass Damper) device due to a moving vehicle on the road bridge using the dynamic response analysis. As the results of the simulation, it was clarified that a large bridge vibration damping and power generation effect could be obtained by using the RIMD device.

１．はじめに

道路交通振動に起因した地盤振動に対する有効な振動対策の一つとして同調質量ダンパ TMD（Tuned Mass Damper）を用いた対策 [1]がある．この対策は，低周波振動対策としても有効であることが知られている．

一方で近年，エネルギー問題に端を発し，身のまわりにあるわずかなエネルギーを電力に変換して活用することを目的とした環境発電（Energy Harvesting）が注目されており，本研究では前述のような橋梁の振動エネルギーを活用することを考えた．これまで，TMD のダンパを電磁誘導式の発電装置に置き換えた発電デバイス（TMG: Tuned Mass Generator）を提案した研究 [2]があるが，著者の一人が TMD の重量負荷を低減させ，大きな制振効果が期待できる回転慣性質量 [3]を利用した新たな制振装置，慣性質量ダンパ RIMD（Rotating Inertial Mass Damper）を開発した．

そこで本研究では，この RIMD に発電性能を付加させた装置を道路橋へ適用した場合，大型車両 1 台走行により橋梁の減衰性能および発電性能がどの程度得られるのか解析的な検討を行った．

２．対象橋梁

一般的に支間長 30m の橋梁はたわみ 1 次振動数が 3Hz 付近に卓越するため，板ばねを有する大型車両のばね上振動数 3Hz と近接して振動問題に発展することがある．そこで本研究では，支間長 30m，4 本の主桁を有する単純桁橋を対象に選定した．

３．振動特性

対象橋梁の卓越振動数およびモード減衰定数を把握することを目的として，試験車を用いた衝撃加振試験を行った．試験車の前輪を高さ 15cm 程度の板材から落下させ，橋梁の卓越振動数，モード減衰定数および振動モードを調べた．試験および固有振動解析により得られた卓越振動数とモード減衰定数の比較を Table 1 に示す．また，固有振動解析により得られた，たわみ 1 次振動の振動モード図を Fig. 1 に示す．なお，試験値の振動特性評価には ERA を用いた．

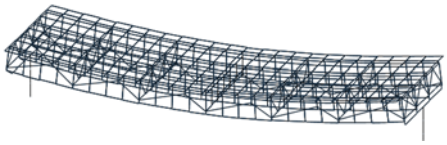


Fig. 1 Vibration mode (Bending 1st).

Table 1 Vibration characteristics.

	Examination	Analysis	Damping
Bending 1st	3.3	3.3	0.022
Torsion 1st	4.7	4.7	0.017
Bending 2nd	12.0	11.7	0.027

４．RIMD

慣性質量ダンパ RIMD は，Fig. 2 に示すように同調質量ダンパ TMD と橋梁本体との間に取り付けることにより，TMD と橋梁との相対加速度を利用して，橋梁の減衰を付加すると同時に，その振動を利用して発電させるものである．

RIMD（Fig. 3 参照）は，ボールねじに取り付けたフライホイールの回転により減衰性能を付加させた制振装置である一方で，ギアを介して発電用モータを回転させることで発電機能を有するものである．なお，本体側とモータ側のギア比により発電性能を増幅することが可能である．

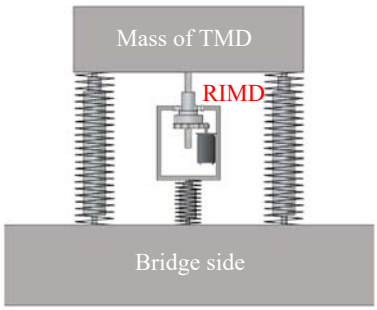


Fig. 2 Installation image of RIMD.

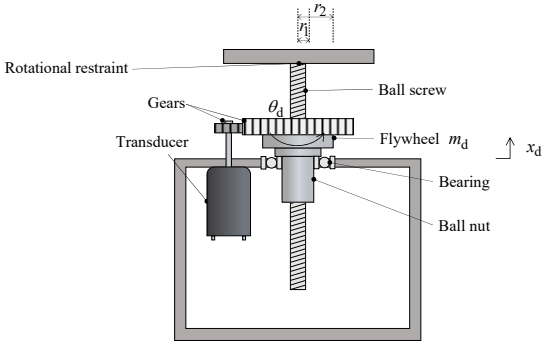


Fig. 3 Details of RIMD.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

提案する RIMD 制振装置を用いた場合，慣性質量効果により，TMD の質量を軽量化でき，反共振を利用して TMD の有効帯域を拡大できる．また，これまでの環境発電技術と比べて大きな電力を得ることができる可能性がある．

RIMD における各パラメータの設計には，Fig. 4 に示す簡易モデルを用いた．ここで，m，k および c は，それぞれ橋梁の質量，剛性係数および減衰係数を示し，m_t，k_t および c_t は，それぞれ TMD の質量，剛性係数および減衰係数を示す．また，Ψ は RIMD の慣性質量を示し，k_d および c_d は，RIMD の支持部材における剛性係数および減衰係数を示している．本研究では，対象橋梁のたわみ 1 次振動を対象として，m，k および c を確定したうえで，m_t を質量比 1%とし，Fig. 4 に示す橋梁部分を正弦波加振し，橋梁の応答値がたわみ 1 次の振動数近傍で極小となるようにパラメータを設定した．

その結果として得られた Fig. 5 に示す応答周波数でみると RIMD を用いることにより，反共振を利用した振動低減帯域を拡大できることがわかる．

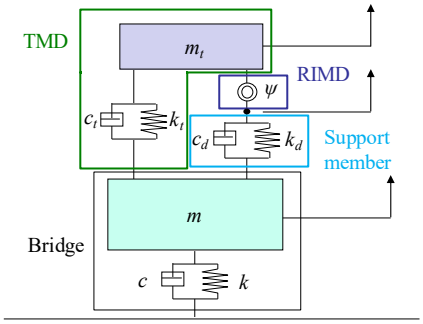


Fig. 4 Analytical model of Bridge, TMD and RIMD.

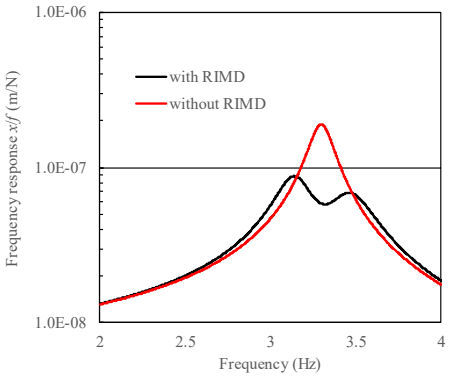


Fig. 5 Characteristics of response of RIMD.

5．車両走行シミュレーション

車両走行による動的応答解析では，Newmark β 法（時間間隔 0.005sec，β=1/4）による直接積分法を用いて各測点の応答値を算出した．また，本解析では橋梁モデルとして立体モデル，車両モデルとして Fig. 6 に示す立体車両モデルを用いた．車両モデルの各諸元は，試験車両に設置した加速度波形から推定した．

Fig. 6 Analytical car model.

6．RIMD 適用による制振効果および発電性能

試験車両モデルが，走行速度 60km/h で幅員中央を走行した場合の加速度応答を RIMD の適用有無で比較した．支間中央（G2）の鉛直加速度を Fig. 7 に示す．なお，RIMD は幅員方向 2 か所に分けて設置した．これより，車両が橋梁から退去する 3.5 秒付近からの大きく減衰し，減衰定数が 3 倍程度向上したことから，制振効果が見込めることが明らかとなった．

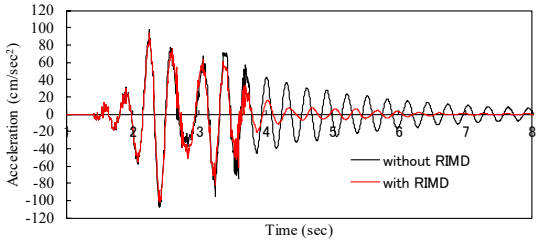


Fig. 7 Comparing of acceleration with and without RIMD.

つぎに，RIMD における相対速度を用いて，発電性能について検討した．走行速度 60km/h で幅員中央を走行した場合の RIMD において発電した電圧を Fig. 8 に示す．なお，同図ではギア比をパラメータとして記載した．これより，ギア比 4 とした場合，最大で 0.6V 程度の起電力が見込まれる結果となった．

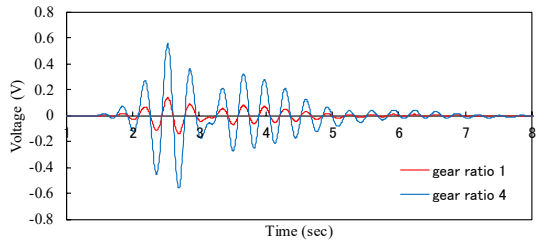


Fig. 8 Voltage generated by RIMD.

7．まとめ

本研究ではこの発電性能を有する RIMD を道路橋へ適用した場合，大型車両 1 台走行により橋梁の減衰性能および発電性能がどの程度得られるのか解析的な検討を行った．

本研究で明らかになった知見は以下の通りである．

1) RIMD を道路橋へ設置することにより，TMD 単体よりも軽量化でき，大きな減衰性能を付加できることが明らかとなった．
2) 大型車両 1 台走行（60km/h 走行）による RIMD から得られる発電性能を調べた結果，ギア比 4 とした場合，最大で 0.6V 程度の起電力が見込まれる結果となった．

参考文献

1) 畔柳昌己，高橋広幸，上東泰，安藤直文，篠文明：鋼桁橋のコンクリート床版から発生する騒音・低周波振動問題への対策－第二東名高速道路　刈谷高架橋環境対策工事－，コンクリート構造物の補修，補強，アップグレード論文報告集，9, pp.369-374, 2009.
2) 竹谷晃一，佐々木栄一，岩吹啓史，長船寿一，洞宏一，名児耶武：橋梁振動を対象とした同調質量系発電デバイスの開発と実橋梁への適用，土木学会論文集 A1 (構造・地震工学), 72 (2), pp.290-301, 2016.
3) 半澤徹也，磯田和彦：回転慣性質量を利用した TMD による上下動制振に関する実験的研究，日本建築学会構造系論文集, 74 (640), pp.1047-1054, 2009.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

第三部門：材料・複雑現象の力学（ A)

座長:中田 幸男(山口大学)

2021年5月15日(土) 09:00 ～ 10:30 C会場 (C会場)

[S03A-01] 不飽和土/水連成解析における降雨時排水パイプ有効範囲の検討

河井 克之[1]、*黒木 大成[2]、赤木 悟[3]、中島 晃司[1]、安冨 懸一[4]、大高 範寛[4] （1. 近畿大学、2. 奥村組、3. 京都大学、4. 日鉄建材株式会社）

09:00 ～ 09:15

[S03A-02] 不飽和土の大変形解析のための多相連成2-Point MPM

*内山 大智[1]、竹川 遊大[1]、肥後 陽介[1] （1. 京都大学）

09:15 ～ 09:30

[S03A-03] 実大ジオグリッド補強土壁載荷実験の SPH法による数値解析

*野々山 栄人[1]、宮田 喜壽[1]、BATHURST Richard[2] （1. 防衛大学校、2. Royal Military College of Canada）

09:30 ～ 09:45

[S03A-04] Rheological and Microstructural Characteristics in Granular Shear Flow of 2D Elliptic Particles

*Xiaoyu JIANG[1], Takashi MATSUSHIMA[1] （1. University of Tsukuba）

09:45 ～ 10:00

[S03A-05] ブルドーザー土砂敷き均しシミュレーターの開発

*松島 亘志[1]、徳永 亘[2]、室山 拓生[2]、木川田 一弥[2] （1. 筑波大学、2. 株式会社安藤・間）

10:00 ～ 10:15

[S03A-06] 地震時の開削トンネルと周辺地盤の相互作用に関する検討

*島田 貴文[1]、西野 風雅[2]、松田 敏輝[2]、西岡 英俊[2] （1. （株）HRC研究所、2. 中央大学）

10:15 ～ 10:30

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

不飽和土/水連成解析における降雨時排水パイプ有効範囲の検討

Study of drain pipe's effective area with using unsaturated soil/water coupled analysis

河井　克之（近畿大学・理工）　　黒木　大成（奥村組）
赤木　悟（京都大学大学院・工）　　中島　晃司（近畿大学・理工）
安冨　懸一（日鉄建材株式会社）　　大高　範寛（日鉄建材株式会社）
Katsuyuki KAWAI, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Kindai University
Taisei KUROKI, Okumura Corporation
Satoru AKAGI, Graduate School of Engineering, Kyoto University
Koji NAKASHIMA, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Kindai University
Kenichi YASUTOMI, Nippon Steel Metal Products Co. Ltd.
Norihiro OTAKA, Nippon Steel Metal Products Co. Ltd.
E-mail: kkawai@civileng.kindai.ac.jp

Infiltrated rainfall contributes to elevation of the phreatic surface and causes instability of an earth structure. Since drain pipe is applicable even for an existing earth structure, there are a lot of construction results as drainage system. However, its drainage capacity is difficult to estimate. In this study, the drain pipe was expressed in the initial and boundary problems on unsaturated soil and rainfall on the embankment models installed drain pipes was simulated. Here, the way to estimate drain pipe's effective area is proposed.

１．はじめに

防災対策が進む中で，豪雨発生頻度は増え続けており，土砂災害の被害も甚大化している．降雨による地盤構造の崩壊は，浸透水の蓄積が地盤の含水量を増大させ，浸潤線を形成することで，結果的に強度低下を招くことから生じる．そのため，排水対策を行い，地盤構造物内の浸潤線を低く保つために，崩壊抑制につながる．そのひとつに排水パイプ工がある．排水パイプ工は，安価かつ簡易であるだけでなく，既存の構造部にも設置できるということから，多くの施工実績を有している．だが，排水パイプ工の排水効果は解析や模型実験を用いた既往の研究 [1]があるものの，実務における定量的な検証が十分ではなく，効果も統計的にまとめられたものから経験に基づいた設計となっている．設計法の確立のためには，排水パイプの有効範囲を明らかにする必要がある．本研究では，排水パイプを含む盛土モデルにおいて降雨浸透解析を行い，排水パイプ有効範囲を明らかにすることを目的とする．

２．解析方法

排水パイプの有効範囲を評価するにあたって，土/水/空気連成解析コード DACSAR-MP[2]を用いて降雨シミュレーションを実施した．排水パイプの影響を三次元的に把握するため，実在の排水パイプ工が設置された鉄道盛土を参考にして，盛土縦断面(図-1)，盛土横断面(図-2)の解析領域を設定した．縦断面解析では，盛土高さを 2.1m とし，底部から 0.425,1.075m の高さに排水パイプが設置されている．解析領域左右端は非排水境界とし，解析領域幅を 1.05, 2.05, 4.05m とすることで排水パイプ設置間隔 1.0, 2.0, 4.0m を表現した．排水パイプ部は，水圧が負の場合には流出入量がゼロ，負から正に転じるとゼロ圧力水頭となる「浸透境界」を設定している．解析領域上端は，流量境界として降雨強度相当の流量を与えた．解析領域底部は，初期条件をそろえるために，まず 1.5m の全水頭境界とし，定常状態を確認した後，降雨開始時に浸透境界に変更して解析を行った．ここでは，降雨強度の影響を見るために，降雨継続時間を 2 日間設定した．盛土横断面解析では，天端および法面には降雨を表現するための降雨強度相当の流量境界を設けた．解析領域左側は，地山となっており斜面上部からの地下水流入があるものとし，ここでは，降雨時の地下水位上昇を表現するために，6.1m の全水頭境界を設けた．また，降雨によって上昇した浸潤線が法面に達した場合の，法面からの滲出を表現するために，法面を含む解析領域右端は浸透境界としている．横断面解析では，降雨継続時間を 3 時間とし，その後，放置期間を設け，以降の浸潤線挙動を確認した．縦断面解析，横断面解析いずれも降雨強度は，20, 30, 40, 50(mm/h)を設定した．解析地盤定数を表-1 に示す．

３．解析結果

図-3 に排水パイプの水平設置間隔 1.0, 2.0m の時に，降雨

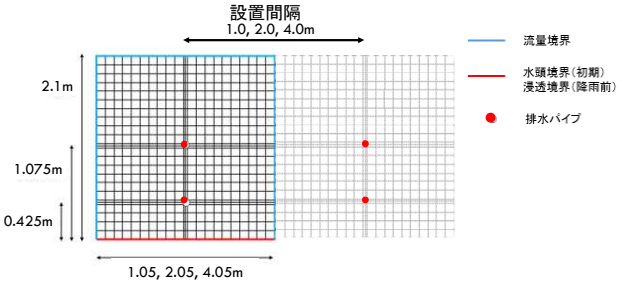


図-1　縦断面解析メッシュ及び水理境界条件

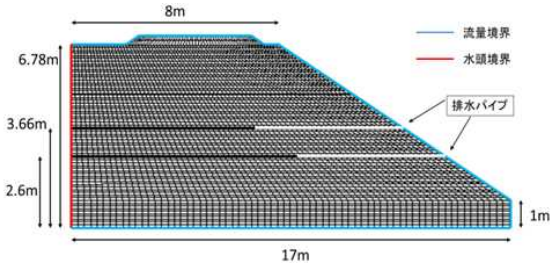


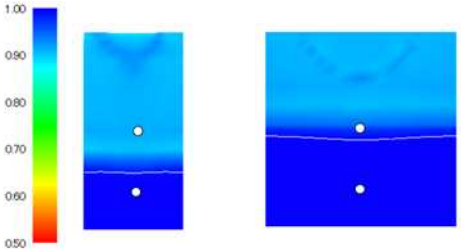
図-2　横断面解析メッシュ及び水理境界条件

表-1　解析入力定数

λ	κ	M	m	n_E
0.087	0.009	1.375	0.6	1.0
a	n_s	S_{r0}	k_x	k_y
10.0	1.0	0.43	2.4×10^{-3}	2.4×10^{-3}

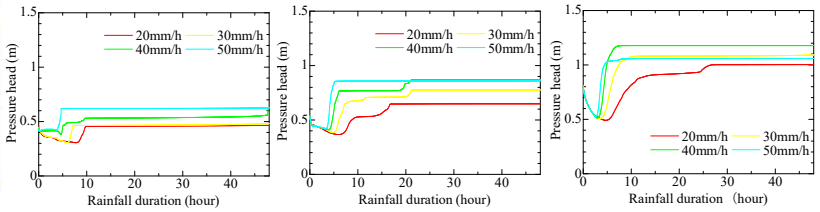
k_x, k_y : Permeability coefficient, unit m/day

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



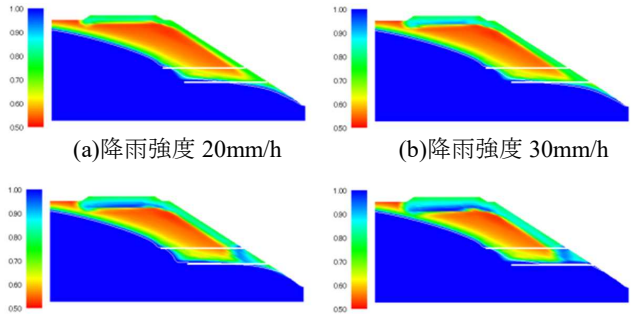
(a)設置間隔 2.0m　(b)設置間隔 1.0m

図-3　縦断面解析飽和度分布



(a)設置間隔 1.0m　(b)設置間隔 2.0m　(c)設置間隔 4.0m

図-4　縦断面解析左下端圧力水頭変化



(a)降雨強度 20mm/h　(b)降雨強度 30mm/h

(c)降雨強度 40mm/h　(d)降雨強度 50mm/h

図-5　横断面解析飽和度分布

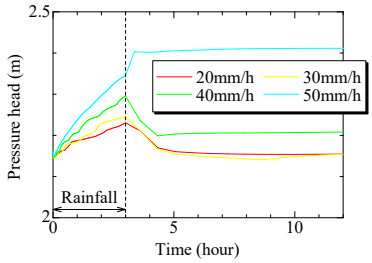


図-6　横断面解析下部排水パイプ先端下の圧力水頭変化

強度 30mm/h を与え，定常状態に達した時の飽和度分布を示す．図中の白実線は圧力水頭ゼロを表す浸潤線である．いずれも下部排水パイプの高さ以上に浸潤線が形成されているものの，設置間隔 2m では上部排水パイプ位置にまで水位が上昇しており，下部排水パイプのみの排水能力では不十分であることが分かる．排水パイプの排水能力を降雨強度に対する地下水位上昇抑制力として表現するために，解析領域左下端の圧力水頭を降雨継続時間に対する計時変化として表現したものを図-4 にまとめる．いずれも，降雨開始後に水圧の低下がみられるのは，降雨開始前の初期条件設定のため底部から 1.5m 水位を設定し，その後浸透境界に変更することで，地表面から流入した雨水が浸潤線に達し，浸潤線を再上昇させるまでの間に，底部からの排水によって地下水位低下が生じるからである．浸透雨水が浸潤線に達すると地下水位が上昇を始め，排水パイプの排水能力と釣り合うと，一定の地下水位を示すようになるのが確認できる．いずれも降雨強度が大きくなると，高い地下水位を示している．圧力水頭が 1m 付近もしくはそれを超えるものは上部排水パイプも機能しているとみなせる．これらを比較すると，設置間隔 1m の場合では，設置した降雨強度では下部排水パイプのみで排水効果が十分見込めることが分かる．ここで，圧力水頭が 1.0m を超えるものについては，上部排水パイプの排水能力に依存していることが分かる．この様に整理することで，設置間隔ごとに想定される降雨強度での浸潤線上昇高を予想することができ，排水パイプの設置間隔や鉛直方向の必要本数などを設計時に見積もることができると考える．

図-5 に横断面解析によって得られた，降雨終了 1 時間後の飽和度分布を示す．図中には解析から得られた浸潤線を白実線で示している．横断面解析では，排水パイプ全長が機能するため，排水効果が大きく現れるが，降雨強度による違いは下部排水パイプ先端部や法面出口近傍で見られる．縦断面解析と同様に，定量的に排水パイプの効果を表現するために，法尻近傍の下部排水パイプ先端の下部要素で得られた圧力水頭変化を図-6 に示す．いずれの降雨強度でも，降雨開始から水圧が上昇しているが，降雨強度の大きいものでは降雨終了後も一定期間水位が上昇しているのが分かる．これは，浸透雨水が降雨終了後に浸潤線に達して，浸潤線上昇を招いていることが分かる．その後の水圧低下挙動は，降雨終了までに浸透した雨水の総量に依存するため，降雨強度が大きくなるほど水圧低下効果が小さくなっていることが分かる．図-5 から確認できるように，降雨強度 50mm/h では，下部排水パイプが法面まで浸潤線以下にあり，結果的に水圧が一定の値にとどまっている．縦断面解析の結果も考慮すると，排水パイプの水平設置間隔が大きいと浸潤線は法面のかなり高い位置にまで達することを意味する．斜面安定解析の際には，この浸潤線位置によって安全率が大きく異なるだけでなく，浸潤線が法面に達すると，パイピング破壊の原因になるなど局所的な崩壊によって法面全体の安定性に影響を与える場合もあり，この様な浸潤線位置の上昇高を解析によって予測しておくことが重要であると言える．

4．まとめ

土/水/空気連成解析コード DACSAR-MP を用いて降雨シミュレーションを行い排水パイプの有効範囲を検討した．その結果，縦断面，横断面を通して，３次元的に浸潤線位置を把握することができると考える．実際の土質条件，地形条件に合わせて事前に排水パイプを考慮した浸透解析を行うことで，排水パイプの設置範囲や設置間隔を決定することができ，効果的な防災対策が可能であると言える．

参考文献

1)　太田直之，杉山友康，渡邉諭，高馬太一，西田幹嗣，石川智史：盛土に用いる排水パイプの浸透流解析モデル，鉄道総研報告，26(9), pp.35-40, 2012.

2)　Sugiyama, Y., K. Kawai and A. Iizuka: Effects of stress conditions on B-value measurement, Soils and Foundations, 56(5), pp.848-860, 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

不飽和土の大変形解析のための多相連成 2-Point MPM
A multiphase coupled 2-Point MPM for simulating large deformation of unsaturated soil

内山　大智（京都大・工）　竹川　遊大（京都大・工）　肥後　陽介（京都大・工）
Daichi UCHIYAMA, Kyoto University
Yudai TAKEGAWA, Kyoto University
Yosuke HIGO, Kyoto University
E-mail: uchiyama.daichi.54v@st.kyoto-u.ac.jp

In recent years, various deformation analysis methods for geomaterials have been developed. One of them is Material Point Method, which is a hybrid method of the lattice method and the particle method, has an advantage in large deformation analysis. For simulating soil deformation including unsaturated regime, it is necessary to formulate the MPM based on the multiphase coupled theory. The purpose of this study is to propose a 2-point MPM formulation for multiphase systems considering convection between solid and liquid phases, in which the solid phase and pore fluid phase are separately solved using two-layer material points. Verification of the formulation and the application of the method to a liquefaction-induced large deformation problem are presented.

1 研究目的

地盤災害の被害を低減するためには，地盤の大変形挙動までを精度よく解析する必要がある．近年様々な大変形解析手法が研究・発展してきており，その一つに Material Point Method[1] がある．MPM は格子法と粒子法とのハイブリッド手法で大変形解析に有利な解析手法である．地盤は不飽和を含む多相系材料であることから，多相系までを解析対象とした定式化およびその適用が必要であり，本研究では固液相間移流を考慮した多相系での u-U 定式化を提案する．また定式化の検証および液状化解析への適用を行うことを目的とする．

2 解析手法

従来の MPM では固相をラグランジュ粒子でモデル化するものが主流であった．これを 1-Point 定式と呼び，相間の移流を考慮するには移流項を離散化する必要がある．そこで固液相を別々のラグランジュ粒子でモデル化することで，移流を考慮する必要のない定式化が提案された．これを 2-Point 定式と呼ぶ[2]．そこで本研究では 2-Point 定式を三相系に拡張した．手法の概念図を以下に示す．

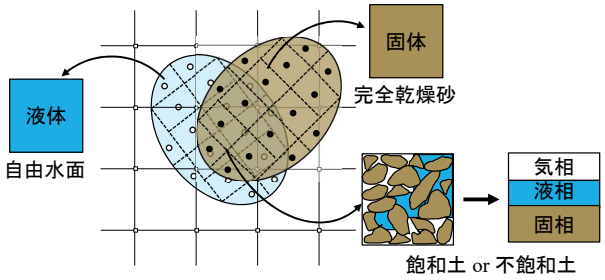


Fig.1　Conceptual diagram of 2-Point formulation

上図のように固相を固相粒子に，気液相を液相粒子にモデル化している．したがって気液移流は考慮していない．全混合体，間隙水及び間隙空気の運動方程式と間隙水，間隙空気の連続式を示す．式 (1)〜(3) で求めた，固液気相の速度 $\boldsymbol{v}^s, \boldsymbol{v}^l, \boldsymbol{v}^a$ を式 (4) に代入することで間隙水圧 p^l, 間隙空気圧 p^a を得る．ここに ρ は密度，$\boldsymbol{\sigma}$ は応力テンソル，$\boldsymbol{b}$ は物体力ベクトル，n は間隙率，S_r は飽和度，k^l,k^a は透水，透気係数，C は比水分容量，K は体積弾性係数であり，上付き s, l, a は固液気相を表す．

$$\rho^s \frac{D^s \boldsymbol{v}^s}{Dt} + \rho^l \frac{D^l \boldsymbol{v}^l}{Dt} + \rho^a \frac{D^l \boldsymbol{v}^a}{Dt} = \mathrm{div}\,\boldsymbol{\sigma} + \rho \boldsymbol{b} \qquad (1)$$

$$\rho^l \frac{D^l \boldsymbol{v}^l}{Dt} = -nS_r \mathrm{grad}\, p^l + \rho^l \boldsymbol{b} - \frac{nS_r \rho^l g}{k^l}(\boldsymbol{v}^l - \boldsymbol{v}^s) \qquad (2)$$

$$\rho^a \frac{D^l \boldsymbol{v}^a}{Dt} = -n(1-S_r)\mathrm{grad} p^a + \rho^a \boldsymbol{b} - \frac{n(1-S_r)\rho^a g}{k^a}(\boldsymbol{v}^a - \boldsymbol{v}^s) \qquad (3)$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{nS_r}{K^l} - \dfrac{C}{\gamma_w} & \dfrac{C}{\gamma_w} \\ \dfrac{C}{\gamma_w} & \dfrac{n(1-S_r)}{K^a} - \dfrac{C}{\gamma_w} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dfrac{D^l p^l}{Dt} \\ \dfrac{D^l p^a}{Dt} \end{Bmatrix} =$$

$$\begin{Bmatrix} -S_r \left\{ (1-n)\mathrm{div}\,\boldsymbol{v^s} + n\mathrm{div}\,\boldsymbol{v^l} + (\boldsymbol{v^l} - \boldsymbol{v^s})\mathrm{grad}\, n \right\} \\ -(1-S_r)\left\{ (1-n)\mathrm{div}\,\boldsymbol{v^s} + n\mathrm{div}\,\boldsymbol{v^a} + (\boldsymbol{v^a} - \boldsymbol{v^s})\mathrm{grad}\, n \right\} \end{Bmatrix} \qquad (4)$$

3 定式化の検証

検証の数値解析として，Zhang の有限変形圧縮問題[3]，Terzaghi の圧密理論の解析結果を示す．1m の弾性柱に自重を作用させ，Zhang らが導いた一次元弾性柱の応力分布-変形関係と解析結果の比較を Fig.2 に示す．

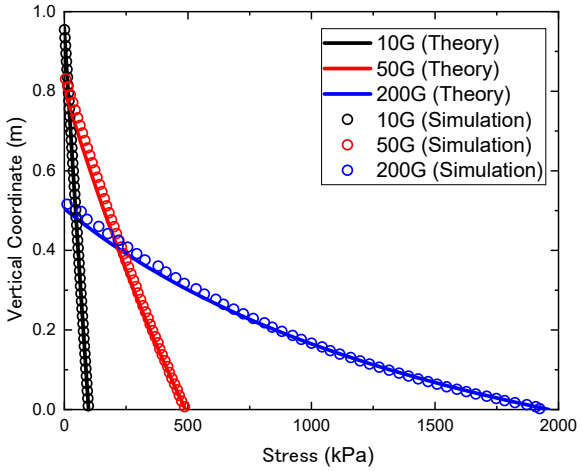


Fig.2　Stress at y-coordinate under different gravity

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Fig.2 は物体力の大きさを 10G から 200G と増加させた結果である．解析結果は理論解と良好に一致しており一相系有限変形領域での定式の妥当性が確認された．

二相系微小変形静的問題の代表例として片面排水の条件で圧密の解析を行う．解析結果を Fig.3 に示す．

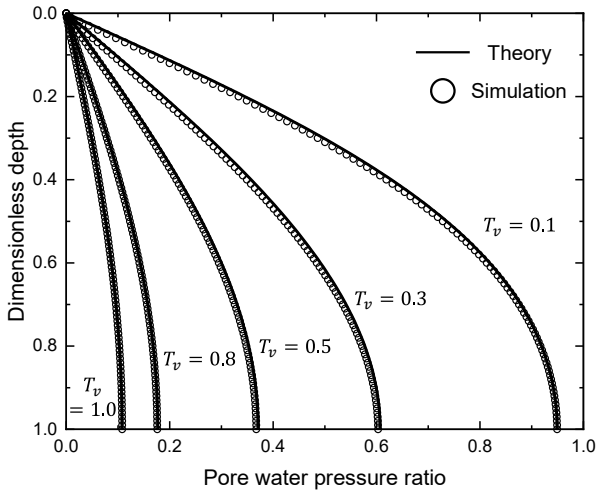


Fig.3　Pore water pressure isochrones

Fig.3 は過剰間隙水圧の深さ分布を示しており，理論解と解析結果は良好に一致していることがわかる．

4 液状化地盤上の不飽和盛土の液状化解析

固液気三相大変形解析への適用として，液状化層にドレーンを有した解析を行う．ドレーンを設置する目的としては，固液相対運動の大きな現象の解析を通して 2-Point 定式の適用性を確認するためである．Fig.4 に固相粒子のモデル図を示しており盛土両法尻から図のようにドレーンをモデル化している．また Fig.5 に液相粒子のモデル図を示す．

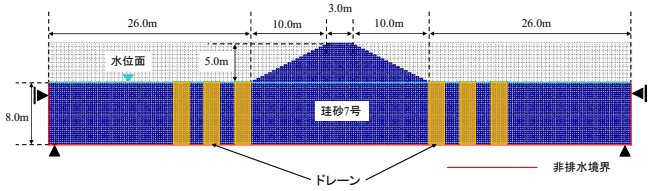


Fig.4　Analysis model of solid particle

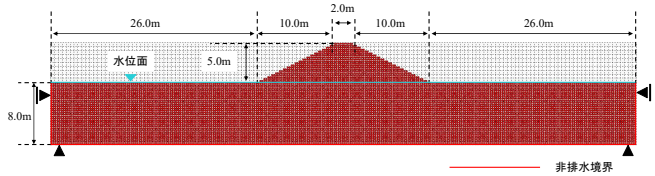


Fig.5　Analysis model of fluid particle

不飽和領域の液相粒子には飽和度 60% まで逆三角形分布で，以浅には 60% 相当の負圧を与えた．構成式には砂の繰返し弾塑性構成式 (Oka et al. (1999)[4]) を適用し，珪砂 7 号の材料定数を用いた [5]．ドレーン部は非液状化材料とし透水係数を 0.1m/s とした．本解析では過圧密境界面及び塑性剛性に対するサクションの効果は考慮せず，骨格応力の増加のみ考慮する不飽和パラメータとした．

ドレーンから排水される 20 秒時点での解析結果を以下に示す．Fig.6 は骨格応力減少比分布であり，1.0 を赤色 (液状化) で 0.0 を青色 (初期状態) で示している．ドレーン部分を除きほぼ全面的に液状化していることがわかる．Fig.7 は固相粒子の変位ベクトル，Fig.8 は液相粒子の変位ベクトルであり 0.5(m) を赤色で 0.0(m) を青色で示す．

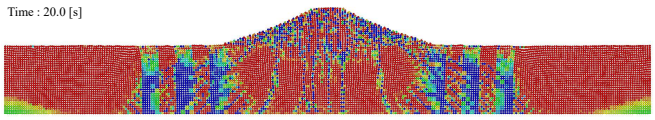


Fig.6　Decrease ratio of skeleton stress

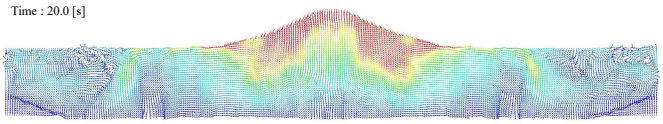


Fig.7　Displacement vector of solid phase

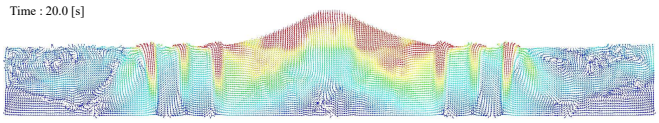


Fig.8　Displacement vector of liquid phase

盛土が大きく沈下し直下の地盤が左右に押し出される様子が分かる．また Fig.8 よりドレーン部分から水が排水されている．2-Point 定式を行うとこのように間隙水の変形を表せること，および，特にドレーン内において，大きな固相と液相の相対変位が生じるような問題への適用が可能であることが，1-Point 定式と比較しての本解析手法の特徴である．

5 結論

地盤変形解析のため，多相系 2-Point MPM の定式化及び離散化を行った後，一相系，二相系に対して検証解析を行った．解析結果より定式の妥当性検証ができている．また大変形問題への適用として，不飽和を含む三相の動的液状化解析を行い本解析手法の適用性を示した．

参考文献

[1] Sulsky, D., Chen, Z. and Schreyer, H. L. (1994). *Compt. Methods Appl. Mech. Engng* **118**, 179-196.

[2] Soga, K., Alonso, E., Yerro, A., Kumar, K. and Bandara, S. (2015). *Geotechnique* **66**(3), 1-26.

[3] Zhang, D. Z., Ma, X., Giguere, P. T. (2011). *J. Comput. Phys.* **230**, 6379-6398.

[4] Oka, F., Yashima, A., Tateishi, A., Taguchi, Y. and Yamashita, A. (1999). *Geotechnique* **49**(5), 661-680.

[5] (一財) LICQA 液状化地盤研究所．(2015)． 液状化解析法 LIQCA.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

実大ジオグリッド補強土壁載荷実験の SPH 法による数値解析
SPH numerical simulation of a full-scale load test of geogrid reinforced soil wall

野々山 栄人（防衛大・システム工） 宮田 喜壽（防衛大・システム工） Richard J. BATHURST（RMC・GeoEngineering Centre）
Hideto NONOYAMA, National Defense Academy
Yoshihisa MIYATA, National Defense Academy
Richard J. BATHURST, Royal Military College of Canada
E-mail: nonoyama@nda.ac.jp

With the growing interest in risk-based design, analysis of deformation, damage, and failure of geo-structures is becoming more important. The authors developed an SPH numerical simulation method for the analysis of reinforced soil walls. The results of simulation of a full-scale load test and two other wall scenarios are presented.

１．はじめに

リスク規範型設計の普及に伴い，地盤構造物の変形・損傷・破壊を一貫して解く重要性が増している．著者らは補強土壁の変形・損傷・破壊挙動を SPH 法で解析する方法の構築を目的として検討を行った [1].

２．ジオグリッド補強土壁の載荷実験

解析対象は，Bathurst ら [2]が実施した高さ 3m のジオグリッド補強土壁の実大載荷実験結果とした．この実験では，大きな上載荷重を作用させることで，ジオグリッド補強土壁を損傷レベルまで至らせている．盛土材は礫を含む砂質土で，単位体積重量 γ = 18.0 kN/m^3，含水比 w = 2 %，相対密度 D_r = 58 %になるように締固められた．この試料の強度定数として，直接せん断試験より，粘着力 c = 0 kPa，ピーク時の内部摩擦角 ϕ = 53 deg. が得られている．補強材には二軸延伸ジオグリッド（引張強度 T_{ult} = 12 kN/m，厚さ t_r = 1 mm）が用いられた．この補強材が鉛直間隔 0.75 m，長さ 3.0m で 4 層敷設された．なお，詳細については文献 [2]に譲る．

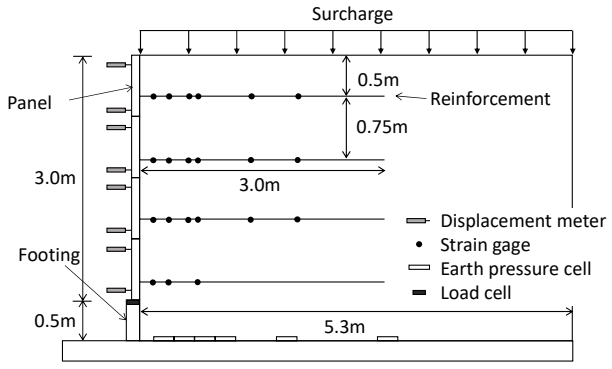


Fig. 1 Model test configuration (Bathurst et al., 1993).

３．数値解析概要

SPH 法とは，解析対象を多数の粒子（計算点）の集合と考える Lagrange 型のメッシュフリー解析手法である．今回の解析では，離散化された運動方程式と連続の式を相互に段階的に解く方法を用い [1,3]，平面ひずみ条件下で解析を実施した．盛土材のモデル化には，非関連流れ則に基づく Drucker-Prager モデルを用いた．補強材については，補強材を粒子で直接モデル化するより，盛土材－補強材－盛土材の積層（以後，複合層）を一体でモデル化した方が実際的と考え，複合層を複合材料モデルで表現することにした．

複合層における補強材長手方向の変形係数については，線形複合則であるフォークトモデルの概念 [4]を用いて，次式でみかけの弾性係数 $\overline{E}$ を算定することにした．

$$\overline{E} = k(1-\alpha)E_s + \alpha E_r \qquad (1)$$

ここで，E_s は盛土材の弾性係数，E_r は補強材の弾性係数，α は盛土材－補強材－盛土材の積層における補強材の構成割合である．本来，補強材に引張り力が生じると盛土材に作用する拘束圧が増加し，盛土材の弾性特性が増加する．個々の弾性係数と構成割合で複合層の弾性係数を表現する上記のモデルではそのような力学特性は表現できない．そこで，補強効果で複合層の弾性係数 $\overline{E}$ が高くなることを表すパラメータ k を導入した．この k は実大構造物の逆解析によって経験則的に定める値とした．

４．補強土壁の載荷実験の再現

ジオグリッド補強土壁の築堤過程・載荷過程を考慮して載荷実験の再現解析を行った．解析に用いた計算点は格子状に配置し，その初期粒子間距離は 0.05 m とし，平滑化領域は初期粒子間距離の 2.1 倍とした．補強土壁本体を表現するための粒子数は 8,875 個とした．境界条件は，補強土壁の底部は水平・鉛直方向ともに固定し，側面については，滑らかな境界層を再現するために弾性モデルを 1 層盛土材の外側に配置した．壁面材直下の基礎についても水平・鉛直方向ともに固定した．固定した計算点は，速度，加速度をゼロとし，応力は支配方程式を用いて計算した．

初期応力については，鉛直方向は土被り圧，水平方向はそれに静止土圧係数（K_0 = 0.5）をかけたものとした．施工後は，載荷実験 [2]と同じ上載圧（12，20，30，40，50，60，70kPa）を補強土壁の天端に設けた計算点に単位体積重量を与えることで再現し，所定の荷重条件で計算点の変位が収束した後に次の載荷段階へ進んだ．

得られた解析結果の一例として，上載圧 q = 30，70kPa の時に得られた最大せん断ひずみの分布および各補強材ひずみの分布を図 2 に示す．図中に複合材料モデルの計算点を灰色の実線で，壁面材および基礎の計算点をオレンジ色の実線で表した．また，補強材ひずみの縦軸の一目盛は 0.5%となっている．30 kPa 載荷時では，せん断ひずみが壁面材の背面部分でわずかに発生が確認できるが，全体には有意なひずみは生じていない．一方，70 kPa 載荷時では，複合材料モデルの水平ひずみが 2.0 %に達したため，最大値の箇所（図 4 中の×印の位置）が降伏点とみなされた．そのため，その周辺で大きなせん断ひずみが生じている．

以上，一連の実験結果との比較により，提案する SPH 法

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

でジオグリッド補強土壁の変形・損傷をある程度の精度で解析できることを検証した．

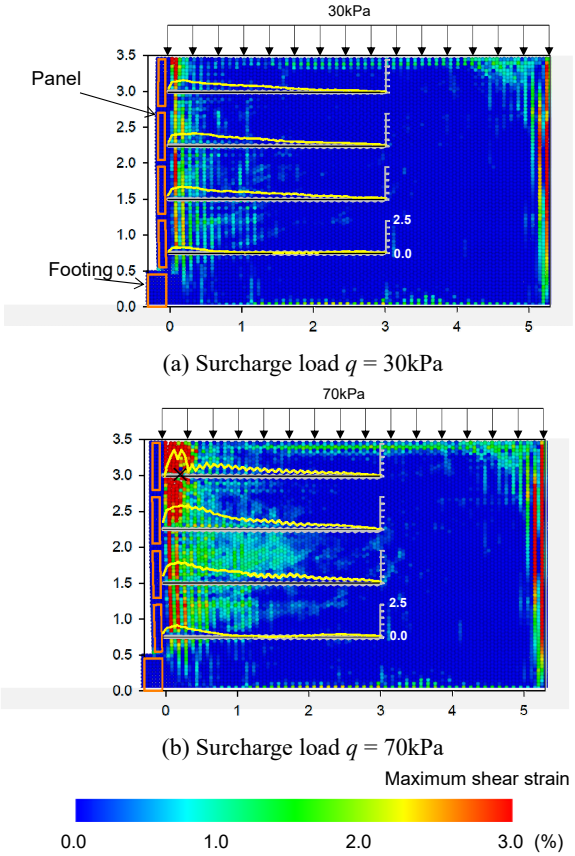


Fig. 2 Simulated shear strain distribution in soils and tensile strain distribution along reinforcement layers for the model test.

5．破壊シナリオを想定した数値シミュレーション

補強土壁の壁面直下の基礎が水平方向に滑り，最終的には基礎と壁面材が機能損失するというシナリオを想定した数値シミュレーションを実施した．具体的には第 4 章に示した計算において，上載圧が 60kPa 作用した条件を初期条件として，基礎に水平方向の強制変位速度として 1.0cm/sec を与え，基礎の水平変位が 4cm に達した段階で，基礎と壁面材要素を解析対象から取り除くという計算を行った．

基礎と壁面材が機能喪失した後の補強土壁の解析結果として，盛土材の最大せん断ひずみ分布および補強材ひずみ分布を図 3 および図 4 にそれぞれ示す．なお，補強材ひずみは，0.5m ごとの平均値として表示している．補強土壁は，基礎の下端から変形し，図 3 に示すように変形した．補強領域を構成していた盛土材の 2/3 の領域にひずみが卓越した．一方，補強領域の残りの 1/3 の領域および補強領域背後では，その前面部分に比べてひずみの卓越は小さく，比較的安定した状態を保たれるという結果になった．現段階において，粒子法の破壊解析の妥当性について，実大模型実験や現場で実際に崩壊した補強土壁のデータをもとに検証するには至っていないが，今回の検討によって，粒子法で補強土壁の変形・損傷・破壊を一貫して解ける可能性を明らかにできたと考えている．

6．まとめ

本研究では，SPH 法を用いて，補強土壁の変形・損傷・破壊を解析する方法について検討を行った．提案法の妥当性を検証するために，実大模型実験の再現解析を行った．一連の結果から，提案法は変形・損傷解析への妥当性を有することに加え，破壊解析に対しても有益な情報を提供できることを明らかにした．

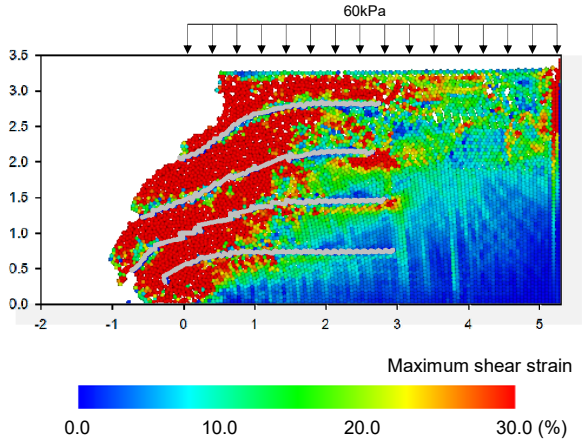


Fig. 3 Estimated shear strain distribution in soils by scenario analysis assuming functional loss of footing and panels.

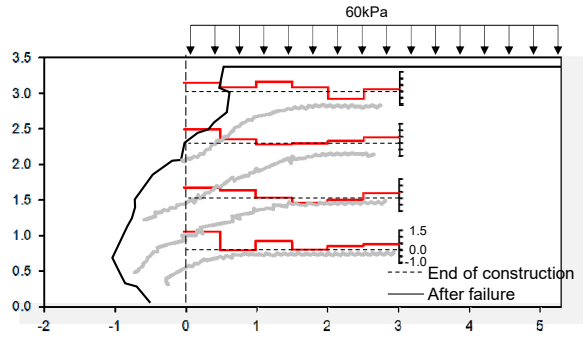


Fig. 4 Estimated tensile strain distribution along reinforcement layers and geometry of deformed wall by the scenario analysis.

謝辞

本研究は科学研究費補助金（17H03309，20H02247）による助成を受け実施したものであり，ここに謝意を表します．

参考文献

1) 野々山栄人，宮田喜壽，Bathurst, R.J.: SPH 法による補強土壁の変形・損傷・破壊解析法，土木学会論文集(A2), 2021(in press).
2) Bathurst, R.J., Jarrett, P.M. and Benjamin, D.J.R.S.: A Database of Results from an Incrementally Constructed Geogrid-reinforced Soil Wall Test, *Proceedings of Soil Reinforcement: Full Scale Experiments of the 80's, ISSMFE/ENPC*, pp.401-430, 1993.
3) Bui, H.H., Fukagawa, R., Sako, K. and Wells, J. C.: Slope stability analysis and discontinuous slope failure simulation by elasto-plastic smoothed particle hydrodynamics (SPH). *Geotechnique*, 61(7), pp.565-574, 2011.
4) Voigt, W.: Uber die beziehung zwischen den beiden elas-tiziatskonstanten, isotroper korper, *Annalen der Physik*, Vol. 38, pp.573-587, 1889.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Rheological and Microstructural Characteristics in Granular Shear Flow of 2D Elliptic Particles

Xiaoyu JIANG, University of Tsukuba
Takashi MATSUSHIMA, University of Tsukuba
E-mail: xiaoxiao0129jp@gmail.com, tmatsu@kz.tsukuba.ac.jp

This is an extension work based on our previous work [J. Xiaoyu and T. Matsushima, J. Appl. Mech., JSCE, 2018][1] where we mainly discussed the influence of intergranular frictional coefficients and particle size distributions on the macroscopic properties of shear flow of disk particles. In this paper, a systematic simulation study of dry, granular, gravity-free, two-dimensional (2D) simple shear flow of elliptic particles under various inertial numbers is performed, investigating the influence of particle shape on the flow rheology and microstructural characteristics by Discrete Element Method (DEM). It is found that 1) macroscopic flow properties with different particle shapes follow basic $\mu - I$ rheology model well; 2) both particle orientation and relative particle orientation distributions show strong orientational anisotropies characterized by a_p and $a_\triangle$, and the logarithm of probability density functions can be approximated by trigonometric function.

1. Introduction

Granular shear flow is common both in natural environments and industry processes. In 2004 GDR-MiDi proposed an empirical constitutive model, the so-called $\mu - I$ rheology model[3], to characterize macroscopic properties of general granular shear flow. It is necessary to investigate the influence of different particle shapes in engineering problems. Furthermore, connection between macroscopic flow properties and microstructural characteristics is not yet clear. In this paper, we will check the applicability of $\mu - I$ rheology model with different particle shapes and investigate the microstructural characteristics, such as particle orientation distributions, to show the orientational anisotropies in granular shear flow.

2. Numerical Experiments

Discrete Element Method[2] (DEM) is an extremely powerful tool to obtain the deep insight of particle dynamics. To investigate the granular simple shear flow between two rough plates (see Fig. 1), 5000 particles are generated with uniformly random size $0.67D < d < 1.33D$, where $D = 1$ is the mean particle diameter. In the case of elliptic particles D is defined as $\sqrt{ab}$, where a and b are the major and minor axis, respectively. Particle shape is then characterized by its aspect ratio $\alpha = a/b$. Another two layers of circular particles are generated to simulate the plates, one is completely fixed at the bottom, another one is located on the top, compressed with a constant confining pressure $P = 10^4$ and is moved at a constant velocity V_{wall}. With the help of periodic boundary condition in flow (horizontal) direction, a continuous, steady, and uniform shear flow is achieved. The size of simulation L_x is $100D$ and L_y is approximately $50D$. To investigate the influence of particle shape, aspect ratio α is varied as 1.0 (circular particle), 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 2.0 and 3.0. Meanwhile, moving wall velocity V_{wall} is varied as 10, 20, 40, 100, 200, 400, 700 and 1000 for each α. A convenient non-dimensional parameter to describe the flow state is the so-called inertial number I[3], defined as $\dot{\gamma} d\sqrt{\rho/P}$, where $\rho = 1$ is the material density and $\dot{\gamma}$ the shear rate. Following this definition, the inertial number of each case ranges approximately from 8×10^{-4} to 2×10^{-1}. A linear spring-dashpot model is applied for interparticle contact, with spring stiffness $k_n = 10k_s = 10^7$, restitution coefficient $e = 0.01$ and interparticle frictional coefficient $\mu_m = 0.5$. The incremental time step $\Delta t = 10^{-5}$ which is about 100-200 times as the duration time of a single collision. Results are recorded after the steady flow is achieved every 1000 steps for 2000 times. Both spatial and temporal averages are taken to erase the local fluctuations.

3. Macroscopic Flow Properties

Macroscopic flow properties such as bulk density ϕ, flow velocity u, stress tensor σ_{ij}, etc., can be extracted from discrete

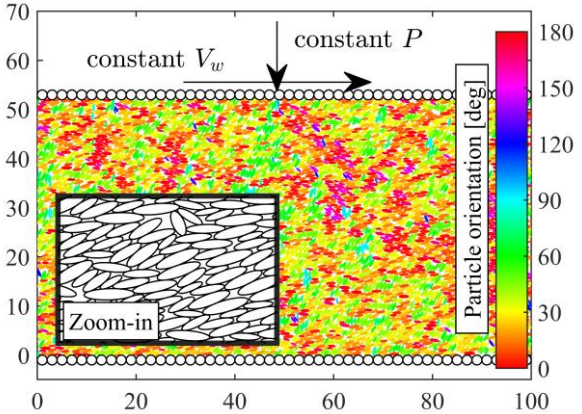


Fig. 1. A snapshot of numerical simulation, with aspect ratio $\alpha = 1.5$. Color of particles represents the particle orientation, the warmer the more horizontal, and the colder the more vertical.

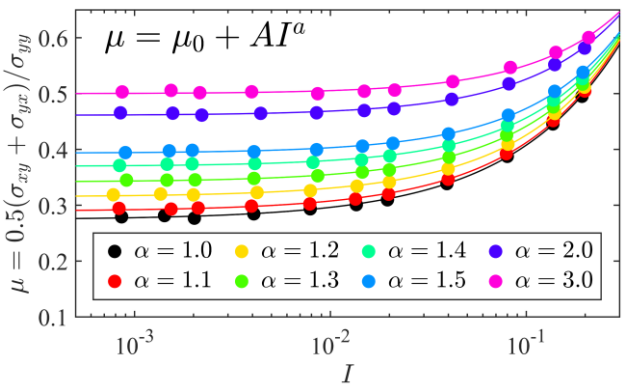


Fig. 2. Effective bulk friction μ as a function of inertial number I with various particle aspect ratio α. Markers are DEM simulation results, and solid lines are fitted curves.

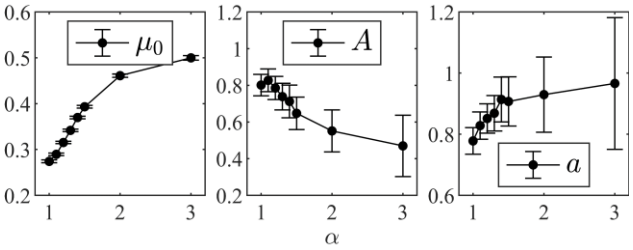


Fig. 3. Fitted parameters μ_0, A and a as a function of aspect ratio α. Error bar shows the 95% confidence interval.

information obtained from DEM simulations. For more detailed formulations see reference[1] and its references.

Effective bulk friction μ is calculated as the ratio of shear stress and confining pressure $0.5(\sigma_{xy}+\sigma_{yx})/\sigma_{yy}$, it is plotted as a function of inertial number I in Fig. 2 for various aspect ratio α. A common approximation for $\mu-I$ relation[4] is $\mu=\mu_0+AI^a$. Our best-fit curves are shown as the solid lines in Fig. 2, and the fitted parameters μ_0, A and a are plotted in Fig. 3 as a function of aspect ratio α. All three parameters tend to saturate towards a constant value as αincreases. A possible microstructural explanation for the saturation is that elliptic particles tend to collect their direction of major axis in flow direction, and as α becomes larger (in this case particles can be regarded as rods or needles), particles are sheared layer by layer almost without particle rotation, no matter with the value of α.

Bulk density ϕ is calculated as the ratio of total particle volume and space volume. A common approximation for $\phi-I$ relation[4] is $\phi=\phi_0+BI^b$, further discussion about ϕ will be reported in the final paper.

4. Microstructural Characteristics

Unlike granular material of circular particles, elliptic particles do not rotate as freely as circular particles when being sheared continuously. The particle orientation θ_p shows a strong anisotropy (see Fig.1). Investigations on such microscopic geometrical characteristics helps us to better understand the origin of macroscopic flow properties.

Fig. 4 shows the probability density function of particle orientation $PDF(\theta_p)$ with various aspect ratio α, in linear-log space. It can be obviously observed that as α increases, much more particles tend to collect their major axis along certain direction. Furthermore, this direction tends to get closer to flow direction. Interestingly, the logarithm of PDFs fit quite well to trigonometrical function

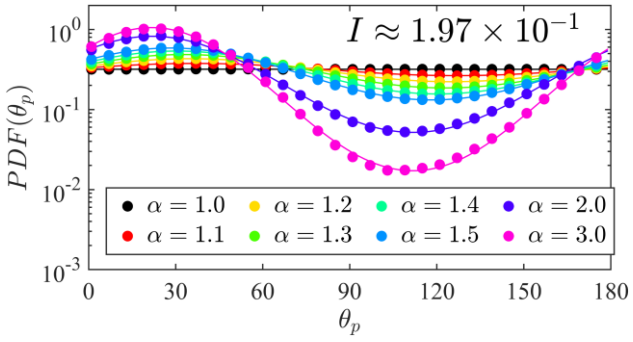


Fig. 4. Particle orientation distribution $PDF(\theta_p)$ with various aspect ratio α under $I \approx 1.97 \times 10^{-1}$. Markers are DEM simulation results, and solid lines are fitted curves.

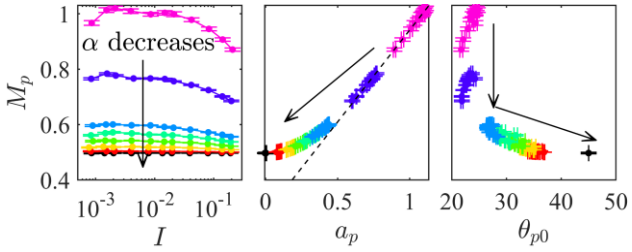


Fig. 5. Fitted parameters M_p, a_p and θ_{p0}. The error bar shows the 95% confidence interval.

$$\log PDF(\theta_p) = M_p + a_p \cos 2(\theta_p - \theta_{p0})$$

Our best-fit curves are shown as solid lines in Fig. 4, and the fitted parameters M_p, a_p and θ_{p0} are plotted in Fig. 5. Results of a_p indicates that particle orientational anisotropy becomes stronger as aspect ratio α increases. Meanwhile, it is also a function of inertial number I. As I increases, the particle orientational anisotropy slightly decreases. This can be explained as follow. When I increases, the interparticle interaction becomes more violent, leading to lower bulk density (not shown in this abstract), in other words, particles have more space to rotate. Thus, the particle orientational anisotropy a_p decreases slightly.

Similarly, the relative particle orientation distribution $PDF(\Delta\theta)$, where $\Delta\theta=\theta_i-\theta_j$, obeys

$$\log PDF(\Delta\theta) = M_\Delta + a_\Delta \cos 2(\Delta\theta - \theta_\Delta)$$

in linear-log space. Notice that θ_Δ is always zero, indicating that the probability is always the highest when $\theta_\Delta = 0$. Further discussion about $PDF(\Delta\theta)$ and its fitting parameters will be reported in the final paper. Fig. 6 shows the relation between two distribution anisotropies a_p and a_Δ with various aspect ratio α, indicating that particle orientation distribution and relative particle orientation distribution are related directly.

References

1) Jiang, X., & Matsushima, T. (2018). Dense Granular Free-Surface Flows: Comparison Between μ(I)-rheology and DEM Simulation. *JSCE A2 (J. Appl. Mech.)*, 74(2), I_393-I_402.
2) Cundall, P. A., & Strack, O. D. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *geotechnique*, *29*(1), 47-65.
3) MiDi, G. D. R. (2004). On dense granular flows. *The European Physical Journal E*, *14*(4), 341-365.
4) Da Cruz, F., Emam, S., Prochnow, M., Roux, J. N., & Chevoir, F. (2005). Rheophysics of dense granular materials: Discrete simulation of plane shear flows. *Physical Review E*, *72*(2), 021309.

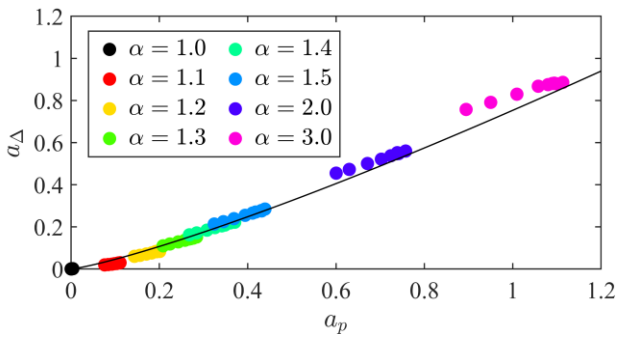


Fig. 6. Relation between two distribution anisotropies a_p and a_Δ of various aspect ratio α.

ブルドーザー土砂敷き均しシミュレーターの開発
Efficient Simulator of Ground Leveling with a Bulldozer: Toward Real-time Feedback and Automatic Operation

松島　亘志（筑波大・シス情）　　徳永　亘（(株)安藤・間）　　室山　拓生（(株)安藤・間）
木川田　一弥（(株)安藤・間）
Takashi MATSUSHIMA, University of Tsukuba
Wataru TOKUNAGA, Hazama Ando Corporation
Takuo MUROYAMA, Hazama Ando Corporation
Kazuya KIKAWADA, Hazama Ando Corporation
E-mail: tmatsu@kz.tsukuba.ac.jp, kikawada.kazuya@ad-hzm.co.jp

We develop an efficient simulator of ground leveling operation with a bulldozer. In the simulator, soil mound is described by a horizontal 2D mesh having the information of soil column height. The formation of shear plane due to the motion of a bulldozer blade is assumed in the soil columns in front of the blade, and the soil mass above the shear plane is moved to the neighboring columns such that the mass conservation holds. The subsequent mechanism of slope failure and flow is modeled using a diffusion equation. Such simple modeling results in a very efficient program to reproduce the complicated soil behavior in ground leveling operation. The performance of the simulator is successively demonstrated by comparing it to field experiments.

１．はじめに

ブルドーザーによる敷均し作業を効率よく行うためには，土砂の動きを考慮して事前にブルドーザーの運動計画を立てる必要がある．従来は，熟練運転者が土砂の種類や地形を考慮して，作業中にブレード(排土板)にかかる反力などを確かめながら，経験的に最適な作業を行ってきたが，現在開発が進められている建機の自動運転技術に際しては，運動計画データの事前作成や，ブレード応答のリアルタイムフィードバックが必要である．敷均し作業においては，土砂は内部にいくつものせん断面を形成しながら複雑に流動する．これまでに，極限解析法に基づくすべり面およびブレード反力の解析解 [1]，個別要素法による数値解析 [2]，せん断層厚さを制御できる高次連続体方程式を粒子法に適用する手法 [3]等，より複雑な現象を再現できる手法の開発が進められているが，様々な現場での土砂の物性は多様であり，事前の定量予測には多くの困難を有することを考えると，実務上許容できる精度で高速に運動計画を作成し，その運動の結果得られるブレード反力をリアルタイムでフィードバックして運動計画を更新していく手法を用いる方が，実用化への近道であると考えられる．そこで本研究では，Rankine の土圧理論と安息角による斜面崩壊モデルを組み合わせた簡易な敷均し解析手法を開発し，実機を用いた実験と比較することによって，その有効性を検討する．

２．土砂敷き均しシミュレータの概要

ブルドーザーの敷き均し作業を土質力学的に考えると，ブレード運動による土砂の受働破壊と，塑性変形による境界条件の変更，の繰り返しと捉えることができる．本研究においては簡単のため，ブレードはある幅を持ち，十分な高さのある(すなわち土砂がブレードを乗り越えない)垂直平面板とし，ブレードの底面高さを一定に保ったまま，ブレードの法線方向に進行するものとする．また，ブレードの前方進行中は，ブレード通過領域にはブルドーザーの駆体があるものとして土砂は入らないと仮定する．その後，ブルドーザーが後進し，ブレードに土圧のかからない初期位置に戻ったのち，後述する斜面崩壊モデルに基づき，通行部に土砂が進入するものとする．

ブルドーザーが前進している間に，ブレードにより押し出される土砂の運動は，変形の局所化を伴う３次元大変形問題であり，連続体の精緻な解析手法を用いると計算時間が膨大となる．そこで本研究では，Rankine の土圧理論をベースに，以下のルールベースアルゴリズムにより土砂を移動させる簡易な敷き均し解析手法を提案する．

(i) ブレードで押し出される土砂量が少ない場合

この場合，土砂自身の自重による鉛直方向応力が小さいため，土砂はブレード前面に盛り上がる．従って，掻き取られた土砂をブレード前面の１計算メッシュ分の領域に堆積させる(Fig.1(a))．その後，(iii)の斜面崩壊モデルを適用し，ブレード前面に安息角斜面が形成される(Fig.1(b))．

(ii) ブレードで押し出される土砂量が多い場合

土砂内に形成されるせん断面の角度を$(\pi/4-\phi/2)$(ただしφは土砂の内部摩擦角）と仮定し，その面より上にある土砂がブレードの水平変位分だけ移動させる(Fig.1(c))．その後(iii)のモデルを適用する．

(iii) 斜面崩壊モデル

(i),(ii)のように幾何学的に移動した土砂の表面形状に対して，拡散方程式の離散化に基づく土砂移動アルゴリズムを適用して，不成形な土砂表面のローカルな斜面勾配が安息角になるまで流動させる(Fig.1(b))．

以上の操作を，各時間刻みで行うことにより，土砂の敷き均し解析を高速に行うことが可能となる．現状では次節のフィールド実験の敷き均しプロセス(ブルドーザーの３回の往復計算)の計算を，intel Core i7-10510U の CPU のノート PC で１分程度で行うことができる．

(i)と(ii)のどちらを選択するかの土砂量のしきい値は解析上のパラメータとなるが，以降の解析ではブレードで押し出される土砂の平均高さが，土砂山全体の平均高さより大きくなった場合に(ii)を適用することとしている．

Fig.2 は，解析手法の検証のため，土砂がブレードの側面に流動せず，図の鉛直断面について平面ひずみ状態とした場合の敷き均し解析結果を示している．ここに，元の土砂山の初期斜面角度は 18.4°，土砂の安息角はϕ_{res}=30°と設定している．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

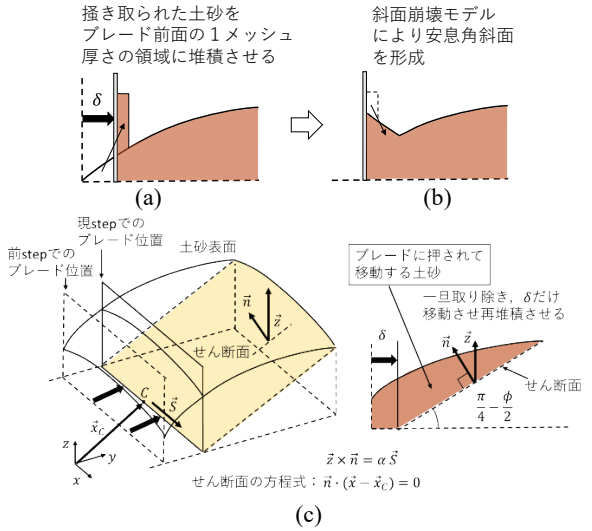


Fig. 1 ブレード押し出しによる土砂移動モデル

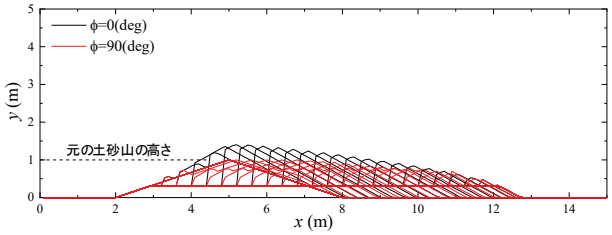


Fig.2　２次元敷き均し状態での土砂の移動状況

せん断面の角度は，極端なケースとして内部摩擦角 ϕ=0° の場合には 45°，ϕ=90° で 0°(水平)となる．両者の結果を比較すると，ϕ=0° のケースでは，土砂はブレード前面に盛り上がる傾向が大きく，押し出された土砂山の高さが増大している．一方ϕ=90° のケースでは，初期の段階で土砂がせん断層に沿って水平に押し出されるので，土砂山の高さはほとんど変化しない．実実験での動画を見ると，この両者の中間程度となっており，その値を元にϕの値を調整することが可能である．

３．解析結果とフィールド実験の比較

フィールド実験は，(株)安藤・間技術研究所の敷地内で，2018 年 12 月に実機を使って行った．実験では 12(m^3)の容積の土砂を，直径 6.0(m)，高さ約 1.3(m)の円錐状に積み上げ，それを Fig.3 に示す３パターンの走行軌跡で敷き均しを行い，敷き均し後の土砂形状を計測した．ブレードサイズは幅 4.04(m)，高さ 1.10(m)であり，ブレード底面の高さは基礎地盤面から 0.3(m)を保つように制御した．

実験で用いた土砂は，平均粒径 D_{50}=0.6(mm)，均等係数 U_C=291 で粒度の良い細粒分質礫質砂であり，湿潤密度 ρ_t=1.69(g/cm^3)，排水３軸圧縮試験の結果より，内部摩擦角 ϕ_d=35.05(deg)，粘着力c=9.1(KN/m^2)であった．解析では安息角 30(deg)と仮定して行った．

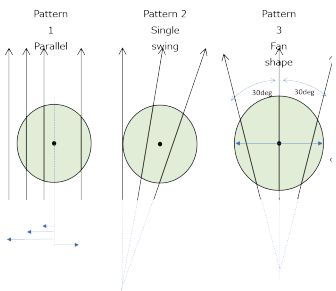


Fig. 3 フィールド実験での3つの敷き均しパターン

３つのパターンについての最終的な敷き均し状況を，実験と解析で比較したものが Fig.4 である．これによれば，pattern 2 が進行方向右側に土砂が敷かれる状況，pattern 3 では pattern 1 に比べて幅広く土砂が敷きならされている状況を再現できていることがわかる．Fig.5 は，pattern 3 での実験動画のスナップショットと解析結果の比較である．

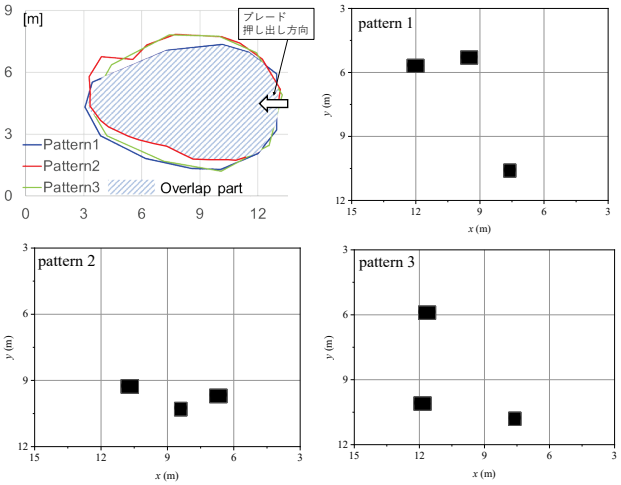


Fig.4　実験(左上)と解析の最終的な敷き均し状況の比較

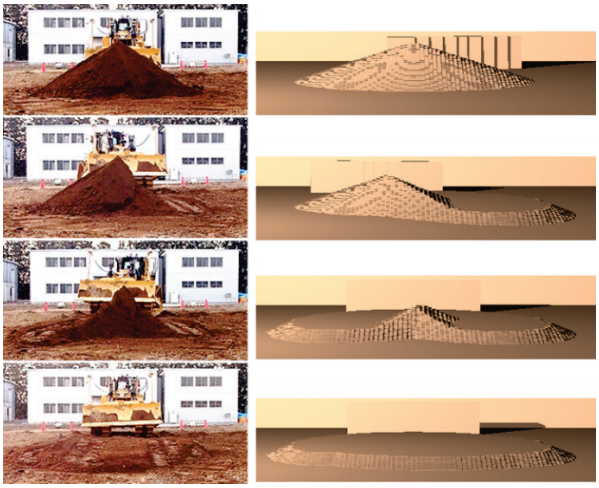


Fig. 5　pattern 3 での敷き均しのスナップショット

６．おわりに

本研究は，ブルドーザーの自動運転に際して必要となる高速土砂敷き均しシミュレーターを開発し，その実験検証を行った．現在は Coulomb 土圧の考え方を適用したアルゴリズムも検討中であり，計算効率等を比較して最適な解析手法を追求していく予定である．

謝辞

2020 年 10 月に他界された大橋良次氏には研究の方向性および実験結果のとりまとめに多大なご尽力をいただいた．感謝申し上げると共にご冥福をお祈りいたします．

参考文献

1) Godwin, R. J., O'dogherty, M. J. (2007). Journal of Terramechanics, 44(1), 3-14.
2)Asaf, Z., Rubinstein, D., Shmulevich, I. (2007). Soil and Tillage Research, 92(1-2), 227-242.
3) Coetzee, C. J. (2014). Computational Particle Mechanics, 1(4), 409-423.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

地震時の開削トンネルと周辺地盤の相互作用に関する検討

Study on the Interaction Between Cut and Cover Tunnel and Surrounding Ground During Earthquakes

島田　貴文（HRC 研究所）　西野　風雅（中央大学）　松田　敏輝（中央大学）　西岡　英俊（中央大学）
Takafumi SHIMADA, HRC Research Institute Co., Ltd
Fuga NISHINO, Chuo University
Toshiki MATSUDA, Chuo University
Hidetoshi NISHIOKA, Chuo University
E-mail: t-shimada@hrc-ri.co.jp

The design of cut and cover tunnels requires an accurate assessment of the relationship between the structure and the ground. In this study, the shear deformation behavior of cut and cover tunnels was tested using a small shear soil tank focusing on the stiffness ratio between the structure and the ground. As a result of the small shear tank test, it was confirmed that the behavior of the cut and cover tunnel changed depending on the stiffness ratio. In addition, the relationship between the stiffness ratio and the shear strain ratio showed a discrepancy between the model test and the elastic FEM analysis.

１．はじめに

開削トンネルは，周囲を地盤で囲まれていることから設計において構造物と地盤の関係性を適切に評価する必要がある．開削トンネルの地震における相互作用・地震時挙動に関する研究では，これまで種々の解析手法が提案され，開削トンネルの躯体（以下，函体）自体に働く応力や変形，地盤内における地震時作用が検討されている．

開削トンネルの地震時挙動については，「函体の剛性」と「周辺地盤の剛性」の剛性比が主要なパラメータになると考えられ，例えば立石・岡[1)]は，函体単独での単純せん断変形量から全体的なせん断弾性係数 G_s を求め，地盤のせん断弾性係数 G_g との比に着目して，解析的な検討を行っている．しかしながら，実験的な検討では，模型の剛性を自由に設定することが難しいことなどもあり，このようなせん断剛性比に着目した実験的な検討事例は少ないのが現状である．

そこで本研究では，周辺地盤がせん断変形を生じた際の函体のせん断変形挙動について，特に両者の剛性比 G_s/G_g に着目した小型模型実験を実施した．

２．実験概要

（１）実験装置

今回の試験に用いた実験装置を図-1 に示す．せん断土槽は，左右の側壁（アルミフレーム製）の上端・下端にピンヒンジを有し，単純せん断変形が可能となっている．この土槽に高さ 200mm まで模型地盤（アルミ棒積層体）を構築した．この模型地盤の上に上蓋を設置して上載圧を作用させ，土槽自体をジャッキで水平方向に載荷して，模型地盤に単純せん断変形を生じさせた．上載圧は深さ 200mm に相当する土被り圧（2.89kN/m^2）とした．なお，土槽の内面および上蓋の下面はアルミフレームとアルミ棒が直接接する状態となっている．

この模型地盤中央に幅・高さ 40mm，高さ 40mm の函体模型を設置し，模型地盤に単純せん断変形を生じさせることで，函体の地震時挙動を模擬した．実験では，土槽自体を変形させるジャッキの荷重と側壁の変位を直接的に計測したほか，画像解析により函体模型および模型地盤の変位を計測した．

（２）模型地盤

模型地盤（アルミ棒積層体）は，長さ 150mm，直径 1.5mm，2mm，3mm の 3 種類のアルミ棒を重量比 1：1：1 で混合し，単位体積重量 21.7kN/m^3 となるよう，撒き出し・締固めを繰返して作製した．

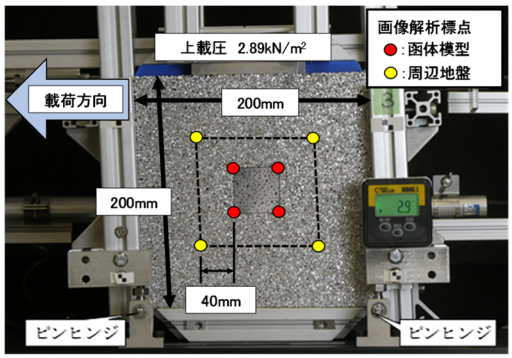


図-1　実験装置の外観（せん断変形後）

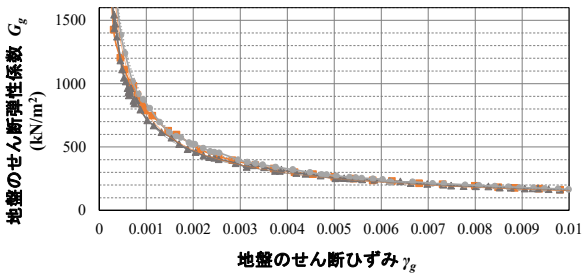


図-2　地盤のせん断剛性G_g-土槽のせん断ひずみγ_g関係

函体模型を埋設しない模型地盤単独での単純せん断実験から求めた模型地盤のせん断弾性係数 G_g と地盤のせん断ひずみ γ_g の関係を図-2 に示す．ここで地盤のせん断ひずみ γ_g は側壁の角度変化量から求め，せん断弾性係数 G_g はジャッキ荷重を上蓋の接触面積で除して求めたせん断応力 τ をその時点でのせん断ひずみ γ_g で除した割線剛性として求めた．模型地盤は砂地盤と同様に微小ひずみレベルから明確な非線形性（ひずみレベル依存性）を示していることが確認できる．

（３）函体模型および実験ケース

函体は，幅 40mm，高さ 40mm，奥行き 30mm の直方体（ブロック）を奥行き方向に等間隔で 3 つ並べて模型地盤中に埋設することで模擬した．実験ケースは，函体模型に用いるブロックの材料および加工形状を変化させた表-1 に示す 3 ケースとした．ここで Case1-S1 については，せん断剛性比が特に小さい条件を模擬する目的で直径 20mm の中空加工を施している．また，表-1 中には，奥

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

行き方向のブロックの配置間隔や中空加工条件も考慮した函体模型全体としての等価せん断弾性係数 G_s の値も示した．

ここで，函体模型の等価せん断弾性係数 G_s と地盤のせん断弾性係数 G_g との比（以下，剛性比 G_s/G_g）を**表-2** に示す．なお，地盤のせん断弾性係数 G_g はひずみレベル依存性を有しているため，**図-2** の G_g—γ_g 関係から γ_g=0.001，0.005，0.01 の 3 つのひずみレベルで G_g を求め，それぞれに対する剛性比 G_s/G_g を示した．

3．実験結果

各実験ケースにおいて，函体模型の各頂点の変位を画像解析で求め（**図-1** 赤丸参照），四角形内部のひずみが一定と仮定して函体のせん断ひずみ γ_s を算出した．また，函体模型の各頂点から縦横に 40mm（＝函体幅・高さ）だけ離れた 4 点の地盤変位を画像解析で求め（**図-1** 黄丸参照），同様に函体周辺部（120mm 角）の地盤のせん断ひずみ γ_g を算出した．得られた地盤のせん断ひずみ γ_g と函体模型のせん断ひずみ γ_s の関係を**図-3** に示す．

地盤のせん断弾性係数 G_g は**図-2** に示すように地盤のひずみ γ_g が 1.0%以下でも明確な非線形性を有しているにも関わらず，**図-3** の γ_s と γ_g の関係は微小ひずみレベルからせん断ひずみ 1.0%を超えるまでの広範なひずみレベルで概ね線形的な関係を示す結果となった．

また，その比率（以下，せん断ひずみ比 γ_s/γ_g）に着目すると，函体模型のせん断弾性係数 G_s が中間の Case2-S2（低弾性ゴム）では，γ_s/γ_g≒1.0 となっており，地盤の変形に対して函体の変形がほぼ追随していることが確認できる．一方，G_s が大きい Case3-S3（硬質ウレタン）は γ_s/γ_g≒0.5＜1.0 となっているのに対して，G_s が小さい Case1-S1（穴あきウレタン）は γ_s/γ_g≒1.5＞1.0 となっており，G_s の大小関係と逆の定性的な傾向が確認できる．

4．剛性比とせん断ひずみ比の関係に関する考察

図-3の実験結果（γ_sとγ_gの線形的な関係）は，地盤のひずみレベル依存性を考慮した耐震設計を行いたい場合でも，函体が弾性的な範囲であればせん断ひずみ比γ_s/γ_gの大きさはあるひずみレベルにおける剛性比G_s/G_gにより概算可能であることを示唆している．なお，実際の耐震設計においては，地震時に生じる地盤のせん断ひずみの大きさは主に地震動と地盤条件によって決定され，一般には函体の有無には依存しないことから，せん断ひずみ比γ_s/γ_gが求まれば，これに地盤の最大せん断ひずみを乗じることで，函体の地震時の最大せん断ひずみも概算することが可能である．

そこで，各ケースの実験結果の剛性比G_s/G_gとせん断ひずみ比γ_s/γ_gの関係を**図-4**に整理した上で，両者の関係について考察する．なお，剛性比は，**表-2**に示すように地盤のひずみレベルに応じて各ケースにつきそれぞれ3つの値で示した．また，比較のため，別途実施した同一寸法・同一境界条件の弾性FEMにより得られた剛性比G_s/G_gとせん断ひずみ比γ_s/γ_gの関係も**図-4**中に図示した．

せん断ひずみ比γ_s/γ_gが1.0の状態（すなわち，地盤と函体が同一の変形を生じている状態）では，剛性比G_s/G_gも1.0であったと考えるべきである．**図-3**の実験結果でγ_s/γ_g≒1.0であったCase2-S2について**図-4**を見ると，剛性比G_s/G_gが1.0となっているのは地盤のせん断弾性係数G_gを求めるひずみレベルがγ_g=0.5%とある程度地盤が非線形化した状態に対応していることがわかる．ただし，同じγ_g=0.5%での他の2ケースも含めたG_s/G_gとγ_s/γ_gとの関係は，G_s/G_gの概ね0.6乗に反比例する傾向を示しており，弾性FEM解析における傾向（G_s/G_gの概ね0.2乗に反比例）とは大きく乖離していることがわかる．すなわち，地盤の非線形性（ひずみレベル依存性）の影響は，γ_sとγ_gの関係そのものを非線形化させるのではなく，G_s/G_gとγ_s/γ_gとの関係を弾性FEM解析から乖離させることに影響していることがわかった．

表-1　実験ケースと函体模型のせん断弾性係数G_g

ケース名	Case1-S1	Case2-S2	Case2-S3
材料	穴あきウレタン	低弾性ゴム	硬質ウレタン
G_s (kN/m^2)	90	252	453

表-2　地盤のせん断ひずみγ_gと剛性比G_s/G_g

		γ_g=0.001	γ_g=0.005	γ_g=0.01
G_g (kN/m^2)		807	267	166
剛性比 G_s/G_g	Case1-S1	0.11	0.34	0.54
	Case2-S2	0.31	0.94	1.52
	Case3-S3	0.56	1.7	2.74

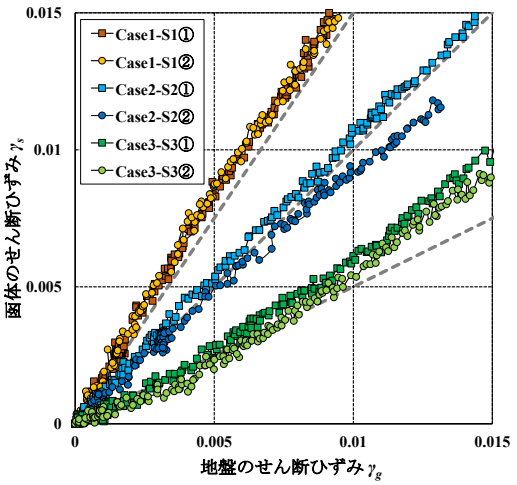


図-3　函体と地盤のせん断ひずみ（γ_s - γ_g）の関係

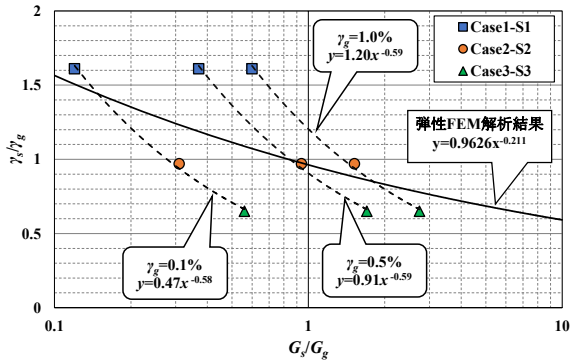


図-4　せん断ひずみ比 γ_s/γ_g と剛性比 G_s/G_g 関係

5．まとめ

本研究では，函体と周辺地盤の剛性比G_s/G_gに着目した模型実験を行い，剛性比G_s/G_gとせん断ひずみ比γ_s/γ_gの関係について実験と弾性FEM解析で乖離が生じる結果となった．このような乖離が生じた要因としては，地盤のひずみレベル依存性の他に，函体変形に合わせて地盤の載荷面が変化する影響（地盤の載荷幅依存性）も考えられる．今後は，大型化したせん断土槽実験および地盤の非線形化を考慮したFEM解析を行い，剛性比の影響を確認する予定である．

参考文献

1)　立石章，岡二三生：地中構造物横断方向のレベル 2 地震動に対する静的耐震計算法の適用性，土木学会論文集，No.752，I-66，pp.179-192，2004.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション（第四部門：流体力学）

第四部門：流体力学（ A）

座長:川村 里実(土木研究所寒地土木研究所)

2021年5月15日(土) 09:00 ～ 10:45 D会場 (D会場)

[S04A-01] 界面の大変形を伴う自由表面流れにおけるレベルセット法と VOF法の特徴比較

*中澤 克成[1]、横嶋 哲[2]、石川 秀平[1]、久末 信幸[3] （1. 静岡大学 大学院総合科学技術研究科 工学専攻 数理システム工学コース、2. 静岡大学 学術院工学領域 数理システム工学系列、3. 関西電力）

09:00 ～　09:15

[S04A-02] 斜め桟粗度による二次流の生成と浮遊ゴミ捕捉法に関する研究

*吉広 健太[1]、冨永 晃宏[1] （1. 名古屋工業大学）

09:15 ～　09:30

[S04A-03] 長方形断面水平水路の跳水の長さとエネルギー損失との関係

*佐藤 柳言[1]、高橋 正行[1]、大津 岩夫[2] （1. 日本大学理工学部土木工学科、2. 日本大学）

09:30 ～　09:45

[S04A-04] 透過水制および不透過水制を過ぎる流れの数値予測

*藤井 裕史[1]、横嶋 哲[2]、伊藤 喬裕[3] （1. 静岡大学 大学院総合科学技術研究科 工学専攻 数理システム工学コース、2. 静岡大学 学術院工学領域 数理システム工学系列、3. 静岡大学 工学部 数理システム工学科）

09:45 ～　10:00

[S04A-05] Effect of Manhole Cover on Flow Characteristics in A Sewer Pipe due to Pump Shutoff

*Hao Zhang[1], Kenji Kawaike[2], Tomohiro Kyouzawa[1], Yuu Satou[1], Junqiang Xia[3] （1. Kochi University, 2. Kyoto University, 3. Wuhan University）

10:00 ～　10:15

[S04A-06] 修正 W-gridモデルによる都市域の氾濫シミュレーション

*木村 一郎[1] （1. 富山大学　都市デザイン学部）

10:15 ～　10:30

[S04A-07] マンホール内の局所流の形成に支配される横引き管の排水機能

*安田 陽一[1]、村野 哲太[2] （1. 日本大学理工学部土木工学科、2. 日本大学大学院理工学研究科土木工学専攻）

10:30 ～　10:45

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

界面の大変形を伴う自由表面流れにおけるレベルセット法と VOF 法の特徴比較

A Comparative Study of Level Set Method and Volume of Fluid Method in Free Surface Flow with Large Interface Deformation

中澤 克成（静岡大・院工） 横嶋 哲（静岡大・工） 石川 秀平（静岡大・院工） 久末 信幸（関西電力）
Katsunari NAKAZAWA, Satoshi YOKOJIMA, Shuhei ISHIKAWA, Shizuoka University
Nobuyuki HISASUE, Kansai Electric Power Company
E-mail: nakazawa.katsunari.17@shizuoka.ac.jp

Both level set methods and VOF methods are widely used for computing immiscible-fluid flows. The present study is an extension of Ishikawa et al. [J. JSCE A2 76(2) I_439 2020], who presented a comparison of the accuracy, mainly in pure advection problems, of ACLS (a level set variant) and CICSAM (a VOF variant) methods. Here the methods have been applied to a dam-break flow, and the prediction accuracy and the computational cost have been carefully examined. In terms of accuracy, it was found that both methods can predict the flow very well. Concerning computational cost, the ACLS method, especially its reinitialization part, can be expensive numerically. The cost, however, can be reduced significantly by restricting the reinitialization (to be more precise, reconstruction of the signed distance field) to the vicinity of the interface. When the interface advection scheme is coupled to the flow solver, the total computational cost is almost entirely dominated by the Navier-Stokes solver and hence is nearly constant irrespective of choice of the scheme.

1. はじめに

自由表面の大変形や気泡･液滴の分裂/合体を伴うような複雑な界面現象は自然界にも工業装置内にも遍在し，それらの数値予測にはレベルセット法と VOF (Volume of Fluid) 法が最もよく利用されてきた．しかしながら両手法を同一ベンチマーク問題に適用して，特徴を論じた例はほとんど存在しない．著者らは前報 [1] で，レベルセット法系統の ACLS (Accurate Conservative Level Set) 法 [2] と VOF 法系統の CICSAM (Compressive Interface Capturing Scheme for Arbitrary Meshes) 法 [3] の特徴比較を試みた．ただし前報で扱った問題の大半は単純な移流問題であり，(流体解析と連成した）混相流解析手法としての特徴比較は水中静止気泡問題という，界面変形や流動がほとんど生じない特殊な例に留まっていた．

前報で得られた主な知見のひとつに，CICSAM 法は低 CFL 数条件下では ACLS 法に匹敵する高い移流精度を示す反面，表面張力の影響が重要な問題に対しては ACLS 法と比べてより精緻な界面曲率算出法を要する，というものがある．他方で水工水理学に関わる問題では表面張力が支配的でないものも多い．そこで本報では，(i) 表面張力の影響が小さく，(ii) 界面の大変形を伴い，(iii) 界面と固体境界が接する，という特徴を有する（2 次元）水柱崩壊問題 [4] に両手法を適用し，特徴を比較した．また，両手法の計算負荷についても検討した．

2. ACLS 法と CICSAM 法

ACLS 法 [2] は，レベルセット法で従来利用されてきた符号付き距離関数 ϕ の代わりに，双曲線正接に基づく ϕ の関数

$$\psi(\mathbf{x},\, t) = \frac{1}{2}\left(\tanh\left(\frac{\phi(\mathbf{x},\, t)}{2\epsilon}\right) + 1\right) \tag{1}$$

を導入することで，レベルセット法の利点を保ちつつ，質量保存性を改善した手法である．ϵ は界面厚さの制御パラメータで，$\epsilon = O(\Delta x)$ (本研究では $\epsilon = 0.5\Delta x$) を用いることで，関数 ψ の値が，[0, 1] 間を滑らかに遷移する．CICSAM 法 [3] は，代数的 VOF と呼ばれる，界面再構築を要しない VOF 法の一種で，幾何的 VOF と比較すると計算精度は劣るものの，プログラム実装や非構造格子への拡張も比較的容易である．CICSAM 法では，風下型の Hyper-C スキームと風上型の UQ スキームを界面の向きに応じて適切にブレンドすることで，数値拡散と数値不安定を抑制する．

両手法とも発散型の移流方程式をクランク・ニコルソン法を用いて陰的に解く点は共通する．本研究では，得られた離散式を近似因数分解によって方向分離し，多重対角行列解法を用いて解いた．また，ACLS 法の移流スキームには 5 次精度 HOUC スキームを用いた．

3. 2 次元水柱崩壊問題

ここでは文献 3) で検討がなされた，サイズ $4L \times (7/3)L$ ($L = 14.6\,\mathrm{cm}$）の上部が開いた水槽内に配置された $L \times 2L$ の初期形状の水柱が崩壊・(側壁に）衝突するケースを扱う．計算格子サイズ Δx は文献 3) と同じく $L/30$ とした．壁面境界条件として文献 3) では粘着・不透過条件が課されたが，ここではすべり・不透過条件とした．また，上方の開境界をより適切に表現するため，ここでは水槽高さを $10L$ と十分な空間を確保した上で上部も閉境界として扱った．今回は文献 1) でも用いた CSF モデルに基づいて表面張力の影響を考慮して数値予測を行ったが，表面張力を無視した場合にも以下で示す結果はほとんど変化しないことを確認済みである．

崩壊水柱の残留高さ h および先端位置 z の時間変化を，Martin & Moyce[4] の実験結果と併せて fig. 1 に示す．ACLS 法と CICSAM 法の結果は，このスケールで見る限り，ほぼ等しい．水柱先端位置 z の移動が実験値よりも早いものの，これは実実験では瞬間的に水柱を無拘束な状態にすることが困難なためと考えられ，他研究者による数値計算結果にも共通する現象である．この点を考慮すれば，両手法ともに水柱崩壊現象を良好に再現できたと言える．Figure 2 は両手法によって再現された水柱崩壊現象のスナップショットを示す．側壁衝突後の振る舞いに相違が見られるものの，既存の研究においても結果がさまざまなこの点を除けば，両手法の結果は非常に良く一致しており，この 2 次元水柱崩壊問題の再現性に関して両手法に有意な差異は認められない．

4. 計算コスト

まず，界面移流に関わる計算コストを明示するため，前報 [1] で実施した Zalesak ディスクの剛体回転問題の数値解析（計算格子点数は 100^2）を検討対象とする．ACLS 法では一般に界面識別関数 ψ の再初期化操作が必要となるが，Zalesak ディスク問題はその例外となるので，ここでは再初期化を施さない場合（文献 2) の fig. 2 に対応）も扱った．再初期化付きの ACLS 法の計算（ACLS w/ reinit. via FMM(∞)）に要した

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

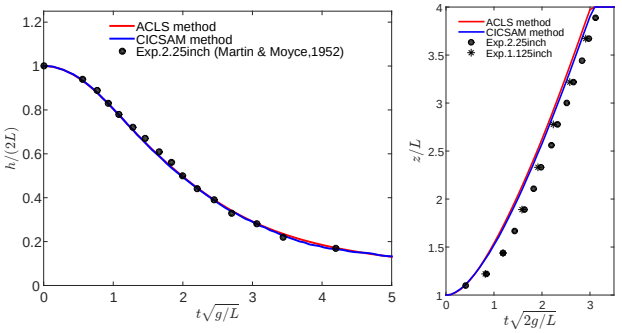
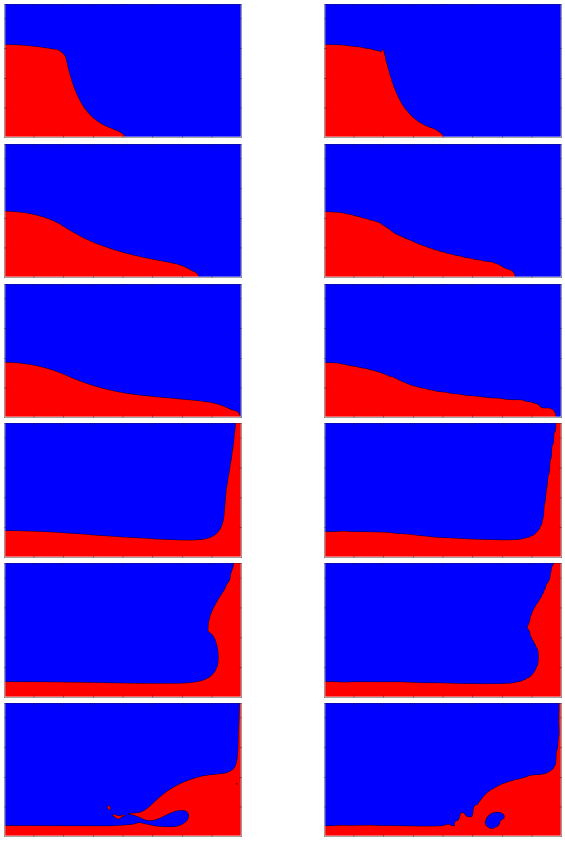


Fig. 1 Time histories of (left) the remaining height and (right) the front position of the collapsing water column.



(a) ACLS method (b) CICSAM method

Fig. 2 Simulation snapshots of dam-break flow at $t/\sqrt{L/2g} = 1.5, 2.5, 3.0, 5.0, 7.0$, and 9.0.

CPU 時間を基準として，結果を table 1 にまとめた．再初期化を施さない場合の ACLS 法の計算時間は CICSAM 法の 1.5 倍程度であり，これは 5 次精度 HOUC スキームを使用したことによるステンシルの広がりで概ね説明できる．他方で ψ の再初期化を含めると計算時間が 5 倍弱（CICSAM 法の 7 倍強）に増加した．詳しく調べると，ψ の再初期化に必要な，界面法線ベクトルの評価に要する符号付き距離関数 ϕ の FMM（fast martching method）を用いた再構築が大きな負荷となっていることが判明した．そこで，文献 2) に倣って，ϕ の再構築を界面近傍に限って行うことにすると，FMM(20)（ϕ の再構築を界面からの距離が $20\Delta x$ 以下の領域に限って実施，FMM(∞) は計算領域全体で ϕ を再構築）の場合に約半分，FMM(10) の場合には約 1/3 倍に計算時間を低減できる（しかしながら計算結果は変わらない）ことを確認した．

Table 1 Relative computational time for Zalesak's disk problem normalized by the time taken by ACLS with reinitialization. FMM(n) indicates that the reconstruction of ϕ is limited to the n bands (i.e., the region where $|\phi| \leq n\Delta x$), and FMM(∞) denotes that ϕ reconstruction is carried out all over the computational domain.

Numerical method	Normalized time/step
ACLS w/o reinit.	0.21
ACLS w/ reinit. via FMM(∞)	1
ACLS w/ reinit. via FMM(20)	0.50
ACLS w/ reinit. via FMM(10)	0.35
CICSAM	0.14

Table 2 Relative computational time for dam-break problem normalized by the time taken by ACLS with reinitialization.

Numerical method	Normalized time/step
ACLS w/ reinit. via FMM(∞)	1
CICSAM	1.01

次に，NS 方程式ソルバーと連成させた場合（混相流解析）の計算コストを議論するため，3. 節で行った水柱崩壊問題の数値計算に要した時間を比較する．Table 2 に示すように，両手法の計算時間はほぼ一致した．これは今回の水柱崩壊問題の数値予測においては，流体解析（特に圧力ポアソン方程式の反復解法）部分の計算コストが圧倒的に卓越するためである．今回の水柱崩壊問題では鉛直方向に通常よりもはるかに広い計算領域を確保していること、その広い領域（すなわち連立方程式のサイズが大きい）で毎時刻ステップに数千回に及ぶ反復操作によって圧力ポアソン方程式の数値解を求めていることに留意は必要であるものの、界面捕獲法単体の計算負荷は、混相流解析の全体のコストにほとんど影響しないと言える．

参考文献

1) 石川 秀平, 横嶋 哲, 久末 信幸, 早瀬川 拓馬: レベルセット法と VOF 法の特徴比較: ACLS 法と CICSAM 法を例として, 土木学会論文集 A2, 76(2), pp.I_439–I_449, 2020.
2) O. Desjardins, V. Moureau and H. Pitsch: An accurate conservative level set/ghost fluid method for simulating turbulent atomization, J. Comput. Phys., 227, pp.8395–8416, 2008.
3) O. Ubbink and R.I. Issa: A method for capturing sharp fluid interfaces on arbitrary meshes, J. Comput. Phys., 153, pp.26–50, 1999.
4) J. C. Martin and W. J. Moyce: An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane, Philos. Trans. Royal Soc. London Ser. A, 244, pp.312–324, 1952.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

斜め桟粗度による二次流の生成と浮遊ゴミ捕捉法に関する研究
Generation of Secondary Flow and Capturing of Floating Garbage by using Skew Strip Roughness

吉広　健太（名古屋工業大学）　　冨永　晃宏（名古屋工業大学）
Kenta YOSHIHIRO, Nagoya Institute of Technology
Akihiro TOMINAGA, Nagoya Institute of Technology
E-mail:k.yoshihiro.480@stn.nitech.ac.jp

In order to capture floating garbage, secondary flow generated by skew strip roughness on one side wall was used. The effects of interval length and skew angle on the strength of secondary flow were investigated and optimum arrangement was obtained. However, the lateral range of effective secondary flow was limited to a certain distance in this one-side arrangement of skew strip roughness. In the garbage capturing experiment, floats were transported to one side by secondary flow and high capture rate was established by using skew catching filter.

1.　はじめに

近年，海洋プラスチック問題が大きく注目されている．その約 8 割が陸域で発生し河川を経由して海洋に流出しているとされ，2050 年には海洋中に存在するプラスチックの重量が魚の重量を上回るという予測まで立てられている．そこで，河川内でプラスチックごみを捕捉し適切な処理をすることにより海洋プラスチック問題の解決に寄与できると考える．先行研究では，水制を用いて流れ構造を変化させ河岸凹部に浮遊ゴミを捕捉する手法が検討されている[1]．今回は側岸に斜め桟粗度を設置することで強制的に二次流を生成し，それの表面流に与える影響を用いて河岸凹部に浮遊ゴミを誘導し捕捉する手法の検討を行った．

2.　側岸斜め桟粗度を用いた場合の水面流れ構造

(1) 実験概要

実験水路は長さ 7.5m，幅 0.30m，水路勾配 I=1/1000 の長方形断面可変勾配開水路を用い，**図-1** に示すように実験 1~4 は単一長方形断面，実験 5 は河岸凹部を設けた水路とし，**表-1** に示す水理条件で実験を行った．

(2) PIV 計測

原点は**図-1**に示す通りで，実験1,3,4は鉛直方向に0.5cm間隔でz=0.5~4.5cmの9断面，実験2はz=0.5~2.0cmの4断面，実験4は2.0cm間隔でz=1.0~7.0cmとz=9.5cmの5断面を計測した．実験1~4では基本的な流れ構造を知るため，斜め桟粗度の設置角度，間隔，距離，粗度高さ，アスペクト比を変化させた．代表的な設置条件を**表-2**に示す．実験5では実験1の結果より，斜め桟粗度の設置条件をcaseL1_1のみとし，誘導壁の設置条件を加えた実験条件を**表-3**に示す．流れの可視化には，直径100μm，比重1.02のナイロン樹脂粒子を用い，厚さ約3mmのシート状にしたグリーンレーザー光を開水路水平断面に照射しビデオ撮影した．この可視化画像は高速度カメラ（Ditect HAS-U1）を用いて1024×1024（pixel）の画像を1/200sで撮影し，画像計測にはFlowExpert（カトウ光研）を用いて流速ベクトル計測を行った．相互相関法により画像を24×24（pixel）の検査領域で解析して，3200個16秒間平均値の平面流速ベクトルデータを得た．

表-1 実験水理条件

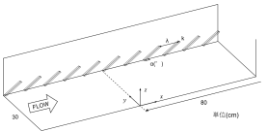
	流量 Q(L/s)	平均流速 U_m(cm/s)	水深(測定位置) h(cm)	水路幅 B(cm)	横断面アスペクト比	フルード数 Fr	水路勾配 I
実験1	3.0	20.0	5.0	30.0	6.0	0.29	1/1000
実験2	4.5	15.0	10.0		3.0	0.15	
実験3	1.5	20.0	5.0	15.0	3.0	0.29	
実験4	0.75	20.0	2.5		6.0	0.40	
実験5	1.5	20.0	5.0	15.0	3.0	0.29	

表-2 桟粗度設置条件

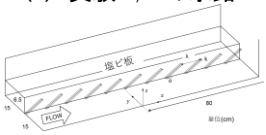
Case	α(°)	k(cm)	λ(cm)	上流端からの距離L(m)
M1_1_2.0	45.0	1.0	10.0	2.0
S1_1_2.0	60.0	1.0	10.0	2.0
L1_1_2.0	30.0	1.0	10.0	2.0
L1_1_1.6				1.6
L1_1_1.2				1.2
L1_2_2.0			20.0	2.0
L1_4_2.0			40.0	2.0
L2_2_2.0	30.0	2.0	20.0	2.0

表-3 桟粗度と誘導壁設置条件

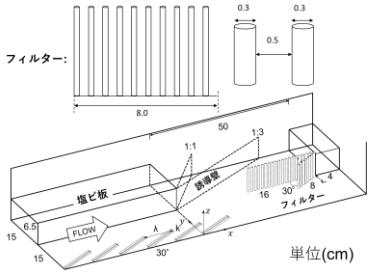
Case	上流端からの距離L(m)	誘導壁	α(°)	k(cm)	λ(cm)
5_N_1.6	1.6	無し	30.0	1.0	10.0
5_N_1.2	1.2				
5_N_0.8	0.8				
5_N_0.4	0.4				
5_1_1.6	1.6	1:1			
5_1_1.2	1.2				
5_1_0.8	0.8				
5_1_0.4	0.4				
5_2_1.6	1.6	1:3			
5_2_1.2	1.2				
5_2_0.8	0.8				
5_2_0.4	0.4				



(a) 実験 1, 2 の水路



(b) 実験 3, 4 の水路



(c) 実験 5 の水路

図-1 実験水路概略図

(3) スーパーボールを用いた捕捉率測定実験

実験5のみで行った．水理条件は**表-1**，実験水路は**図-1(c)**に示す通りである．フィルターの設置条件は(16cm,0°),(8cm,0°),(8cm,30°)の3ケースとした．浮遊物モデルとしてスーパーボール(直径13mm,比重0.91)を約2.0m上流の右岸から1.0,7.5,14.0(cm)の位置でそれぞれ10(個)×5(回)の50個，合計150個放流し，下流端に設置したフィルターと河岸凹部内に捕捉された数を計測し捕捉率を算出した．

3.　実験結果

(1)PIV 計測

斜め桟粗度を設置した場合の基本的な流れ構造を知

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

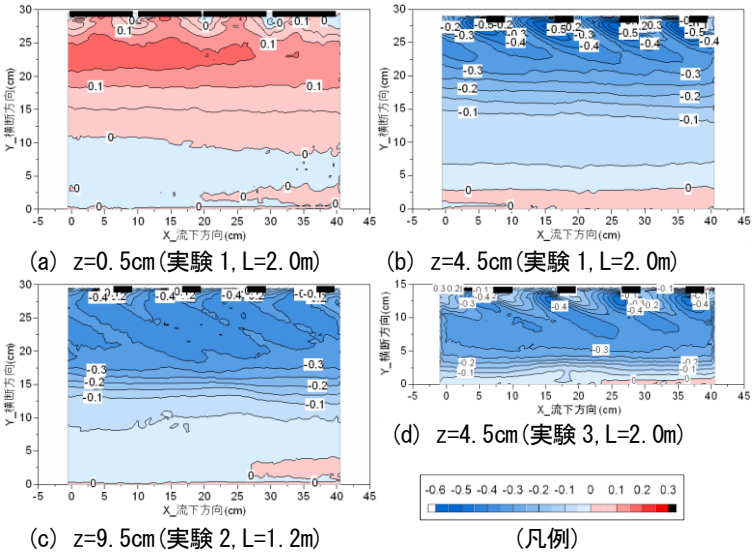


図-2 CaseL1_1 の無次元化した横断流速コンター

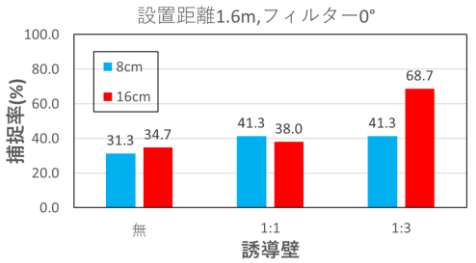


図-4 フィルター設置角 0° の場合の捕捉率

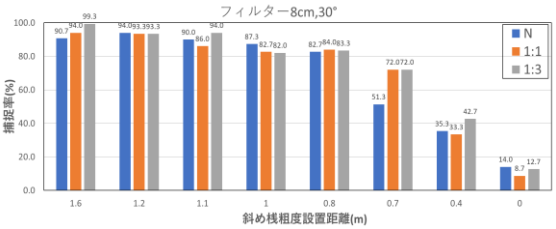


図-5 フィルター設置角 30° の場合の捕捉率

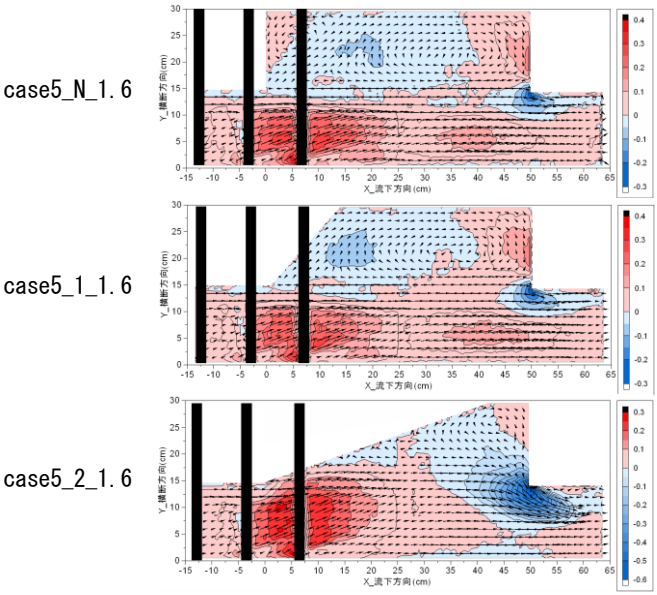


図-3 実験 5(z=4.5)での流速ベクトルと無次元化した横断流速コンター

るために，実験1~4の結果から整理する．斜め桟粗度の最適な配置条件は，実験1の横断流速の横断方向分布と縦断方向分布で比較した結果，粗度高さ1.0cm,設置間隔10cm,設置角度30°,設置距離2.0mであった．caseL1_1_2.0の平均主流速で無次元化した横断流速コンターを図-2に示す．横断流速が底面では正(右岸→左岸)，表面では負(左岸→右岸)と異符号であることより強制的な二次流が生成されたといえる．その大きさについて表面での平均主流速に対する横断流速の割合に着目し，水路幅とアスペクト比による比較を行う．実験1では等高線の間隔が広くなだらかに減少し水路幅の1/2で10%となる．実験2では水路幅の2/5程度まで30%以上の大きさを維持するが，その後急激に減少し水路幅の1/2を少し超えた辺りで10%以下となる．実験3では水路幅の2/3程度までの広範囲に30%以上の大きさを維持し，その後急激に減少する．実験4の横断流速は他よりも著しく小さく全体的に10%程度であった．これよりアスペクト比を小さくすることによる二次流セルの拡大は認められるが，側岸に斜め桟粗度を設置する場合二次流セルの大きさに限界があると考えられる．また，実験4は水深が浅く二次流が十分に発達出来なかった．実験5の表面でのベクトルと横断流速コンターを図-3に示す．誘導壁無しと1:1誘導壁では二次流の影響がy=11cm程度までしか達せず河岸凹部内に流入しないが，1:3誘導壁の場合，横断方向流速が河岸凹部内まで達している．

(2)スーパーボールを用いた捕捉率測定実験

フィルターを設置角0°，長さ8cm，16cmで設置した場合の捕捉率を図-4に示す．16cmで1:3誘導壁を導入すると高い捕捉率が得られる．フィルターを設置角30°，長さ8cmで設置し主流側に4cm張り出した場合の結果を図-5に示す．誘導壁の設置条件にあまり影響されず，90%以上の捕捉率が得られた．斜め桟粗度の設置距離について，1.1mまで90%以上の捕捉率が得られたことから，実験5での斜め桟粗度の最適な設置条件は粗度高さ1.0cm，設置角度30°，設置間隔10cm，設置距離1.1m以上であるといえる．また，スーパーボールの横断方向の投入位置による捕捉率の変化ついて，斜め桟粗度設置距離が1.1m以上のとき最大でも10%の差しかなかったため，浮遊物の位置によらず安定して捕捉できるといえる．フィルターの設置角度による差はPIV計測で分かった以下の2点から説明できる．(1)y=11cmまで強い横断流速が得られることから，フィルターを4cm張り出すことで左岸に寄ったスーパーボールを捕捉できた．(2)河岸凹部内に流入するケースが1:3誘導壁のみであることから，フィルターを16cm，0°で設置する場合1:3誘導壁により河岸凹部内に流入したスーパーボールは一部捕捉されるが1:1誘導壁と誘導壁無しでは捕捉されにくく，8cmだと水面の乱れによりフィルターの手前で逸れて捕捉されにくいといえる．

4. おわりに

斜め桟粗度を側岸に設置する場合，その二次流セル大きさに限界があることが示唆された．河川の幅によって90%以上の捕捉率を得ることができた．

5. 参考文献

1) Tominaga A. Tang Z. and Zhou T. , Capture method of floating garbage by using riverside concavity zone, River Flow 2020, 2154-2162, ISBN 978-0-367-62773-7, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

長方形断面水平水路の跳水の長さとエネルギー損失との関係
Relation between the Jump Length and the Energy Dissipation in a Horizontal Rectangular Channel

佐藤　柳言（日本大・理工）　　高橋　正行（日本大・理工）　　大津　岩夫（日本大）
Ryugen SATOH, Nihon University
Masayuki TAKAHASHI, Nihon University
Iwao OHTSU, Nihon University
E-mail: satou.ryugen@nihon-u.ac.jp

For a free jump in a horizontal rectangular channel, the relation between the jump length and the energy dissipation is explained with the physical meaning. The characteristics of the velocity distribution and the turbulence intensity are obtained experimentally. The convection of the turbulent energy and the work performed by the Reynolds stresses can be calculated, showing that the jump length is interpreted as the length of the zone within which the energy dissipation is accomplished.

1. まえがき

跳水の長さ L_{jo} について，大津 [1] と Ohtsu et al.[2] は，その物理的意味を跳水によるエネルギー損失が達成される長さと解釈し，長方形断面水平水路の場合，$L_{jo}/H_L = f(H_L/H_*)$ の関係を示した．ここに，H_L は跳水の始端断面（断面①，Fig. 1 参照）と終端断面（断面②）との間の損失水頭，$H_*[= H_1]$ は断面①の全水頭である．また，自由跳水の長さ L_{jo} の実験式，

$$\log_{10}(L_{jo}/H_L) = -1.71(H_L/H_1) + 1.58 \quad \text{for} \quad 2.3 \le \mathsf{F}_1 \le 9.5 \tag{1}$$

を提示している [1),2)]．ここに，$\mathsf{F}_1\,[= U_1/(gh_1)^{0.5}]$ は断面①のフルード数，U_1 は断面①の断面平均流速，h_1 は断面①の時間平均水深，g は重力加速度である．さらに，USBR[3] の実験結果を用いて IAHR Design Manual[4] では跳水長 L_{jU} の簡易実験式，

$$L_{jU} \approx 6h_2 \quad \text{for} \quad 4 < \mathsf{F}_1 < 12 \tag{2}$$

（h_2：断面②の時間平均水深）を提案しているが，そこでの実験の大部分は水平水路に接続された傾斜水路下流端部から跳水を形成させたものである [3),5)]．

従来提案されている跳水長の実験式を検証するために，跳水の内部特性（流速，乱れ強さ，エネルギー収支）を明らかにし，跳水長の物理的意味を明らかにすることが必要である．

本研究は，長方形断面水平水路のスルースゲート下流側に形成される自由跳水を対象に，跳水長と跳水のエネルギー損失との関係を説明しようとしたものである．

2. 実験

実験は，スルースゲートを有する水路幅 $B = 0.400$ m の滑面長方形断面水平水路に形成される undeveloped inflow condition[6]（UD と略す）と fully developed inflow condition[6]（FD と略す）の自由跳水を対象に，$\mathsf{F}_1 = 7.2$，レイノルズ数 $\mathsf{R}[= q/\nu] = 6.2 \times 10^4$，アスペクト比 $B/h_1 = 16 \sim 22$ のもとで行われた．ここに，$q\,[= Q/B]$ は単位幅流量，Q は流量，$\nu\,[= \mu/\rho]$ は動粘性係数，μ は水の粘性係数，ρ は水の密度，x は跳水始端断面（断面①）を原点とする水路床に沿った流下方向の座標，y は水路床を原点とする鉛直上向きの座標である．同一な F_1 と R のもとで流入射流の乱流境界層の発達状態を UD と FD のそれぞれの場合に変化させるため，Ohtsu and Yasuda[7] の計算方法を用いて射流の乱流境界層厚 δ と水深 h とを求め，与えられた F_1 と R が得られるように Q，スルースゲートの開口高 a，水路下流端の堰高を調整した．

流速は，二次元電磁流速計（採取間隔 50 ms，採取時間 100 s）とプラントル型ピトー管を用いて測定された．断面①の流速の測定には，一次元レーザードップラー流速計（採取間隔 40 ms，採取時間 160 s）が用いられた．時間平均水深 h はポイントゲージを用いて測定された．なお，測定は水路中央面（$z = 0$，z：水路中央面を原点とする水路横断方向の座標）を対象とした．

3. 最大流速の減衰状況

最大流速 $\overline{u}_m$ の減衰状況を Fig. 2 に示す．図中のプロットは

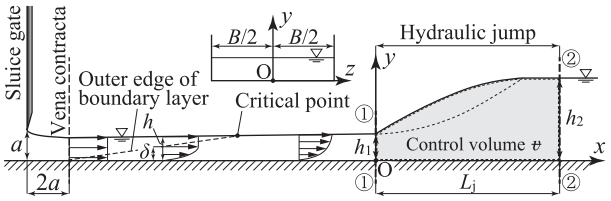


Fig. 1 Definision sketch of the hydraulic jump below a gate.

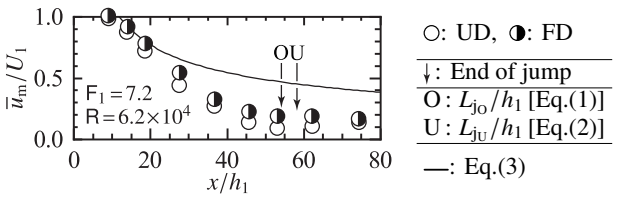


Fig. 2 Decay of the maximum velocity.

与えられた F_1 と R に対する UD と FD の跳水の $\overline{u}_m/U_1$ の実験値である．また，Fig. 2 の図中の矢印は跳水終端を示し，(1) と (2) の各式より求められる L_{jo}/h_1 と L_{jU}/h_1 の値に対応する x/h_1 の値である．Fig. 2 に示されるように，UD と FD の $\overline{u}_m/U_1$ の実験値は，x/h_1 の増加とともに小さくなり，$x/h_1 \gtrsim 53$ では $\overline{u}_m/U_1 \approx 0.15$ で流下方向に概ね一定となる．すなわち，(1) による断面②より下流側 ($x/h_1 \gtrsim L_{jo}/h_1 = 54$) では $\overline{u}_m/U_1$ は十分に小さくなっている．

平板に沿う二次元壁面噴流の $\overline{u}_m$ の減衰状況 [8] は，

$$\overline{u}_m/U_1 = 3.45(x/h_1)^{-0.5} \tag{3}$$

で与えられ，Fig. 2 の図中の実線で示される．Fig. 2 に示されるように，跳水の場合（プロット）と壁面噴流の場合（実線）を比べると，$0 < x/h_1 \lesssim 20$ では，跳水の $\overline{u}_m/U_1$ は壁面噴流の場合と同様な減衰の傾向を示す．$x/h_1 \gtrsim 20$ では，跳水の $\overline{u}_m/U_1$ は壁面噴流の場合よりも急速に減衰している．これは，跳水の表面渦の効果によるものと考えられる．

4. 乱れ強さの特性

与えられた F_1 と R に対して，断面②の近傍の x/h_1 における $\overline{V'^2}\left[= \overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}\right]$ と $\overline{u'^2}$ との関係を Fig. 3 に示す．ここに，$u'[= u - \overline{u}], v'[= v - \overline{v}], w'[= w - \overline{w}]$ は x, y, z 方向の変動流速，u, v, w は x, y, z 方向の瞬間流速，$\overline{u}, \overline{v}, \overline{w}$ は x, y, z 方向の時間平均流速である．Fig. 3 に示されるように，断面②の近傍では UD と FD の両方で $\overline{V'^2}/\overline{u'^2} \approx 2$ となる．また，Rouse et al.[9] の air model での実験によっても跳水終端断面の近傍で $\overline{V'^2}/\overline{u'^2} \approx 2$ となっている．以上より，水流の場合も断面②の近傍では $\overline{V'^2}/\overline{u'^2} \approx 2$ で評価できることが示された．

5. 跳水のエネルギー損失と跳水長との関係

二次元非圧縮性・粘性流体で定流の場合を対象に，断面①②間の検査領域 (control volume, Fig. 1) $\mathcal{V}$ に平均流のエネルギー

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

方程式を適用 [2),9),10)] し，水頭で表示すると，

$$H_1 = H_2 + \frac{1}{\rho g q}\left[\int_0^{h_2} \overline{u}\left(\rho\overline{u'^2}\right)\mathrm{d}y - \int_0^{h_1} \overline{u}\left(\rho\overline{u'^2}\right)\mathrm{d}y\right] - \frac{1}{\rho g q}\int_0^{L_j}\int_0^{h}\left\{\rho\left(\overline{u'^2}-\overline{v'^2}\right)\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \rho\overline{u'v'}\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial y}+\frac{\partial \overline{v}}{\partial x}\right)\right\}\mathrm{d}y\mathrm{d}x \tag{4}$$

となる．ここに，$H_1\,[=\alpha_1 U_1{}^2/(2g)+h_1]$ と $H_2\,[=\alpha_2 U_2{}^2/(2g)+h_2]$ は断面①と②の全水頭，α_1, α_2 は断面①と②のエネルギー補正係数 $\alpha\left[=\int_0^h(\overline{u}/U)^3\,\mathrm{d}y/h\right]$，$U_2$ は断面②の断面平均流速 U である．ただし，断面①と②では静水圧分布であるものと仮定し，y 方向の時間平均流速 $\overline{v}$，粘性応力，水面におけるレイノルズ応力を無視している．(4) の右辺第二項は断面①と②に作用するレイノルズ応力による仕事の水頭表示（Rs と略す），右辺第三項は乱れの生成項の水頭表示（Pro. と略す）である．

検査領域 v に変動流のエネルギー方程式を適用 [2),9),10)] し，水頭で表示すると，

$$-\frac{1}{\rho g q}\int_0^{L_j}\int_0^{h}\left\{\rho\left(\overline{u'^2}-\overline{v'^2}\right)\frac{\partial \overline{u}}{\partial x} + \rho\overline{u'v'}\left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial y}+\frac{\partial \overline{v}}{\partial x}\right)\right\}\mathrm{d}y\mathrm{d}x = \frac{1}{\rho g q}\left[\int_0^{h_2}\left(\rho\frac{\overline{V'^2}}{2}\right)\overline{u}\,\mathrm{d}y - \int_0^{h_1}\left(\rho\frac{\overline{V'^2}}{2}\right)\overline{u}\,\mathrm{d}y\right] + \frac{1}{\rho g q}\int_0^{L_j}\int_0^{h}\mu\left[2\left\{\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v'}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial w'}{\partial z}\right)^2\right\} + \left(\frac{\partial u'}{\partial y}+\frac{\partial v'}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial u'}{\partial z}+\frac{\partial w'}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v'}{\partial z}+\frac{\partial w'}{\partial y}\right)^2\right]\mathrm{d}y\mathrm{d}x \tag{5}$$

となる．ただし，乱流による乱れの運動エネルギー flux，変動圧力および乱れの粘性応力を無視 [9)] している．(5) の左辺は乱れの生成項の水頭表示 (Pro.)，右辺第一項は乱れの対流項の水頭表示（Con. と略す），右辺第二項は乱れの粘性消散項の水頭表示 (Dis. と略す) である．(4) と (5) より，略記で整理すると，

$$(\mathrm{Dis.}+\mathrm{Con.}+\mathrm{Rs})/(H_1-H_2)=1 \tag{6}$$

が得られる．

任意の断面② ($x=x$) の乱れの対流項の水頭表示 $(\mathrm{Con.})_x$ は，

$$(\mathrm{Con.})_x = \frac{1}{\rho g q}\left[\int_0^{h_2(x)}\left(\rho\frac{\overline{V'^2}}{2}\right)\overline{u}\,\mathrm{d}y - \int_0^{h_1}\left(\rho\frac{\overline{V'^2}}{2}\right)\overline{u}\,\mathrm{d}y\right] \tag{7}$$

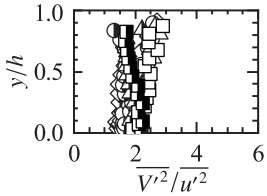
で示される．与えられた F_1 と R に対して，断面①では滑面開水路乱流の乱れ特性 [11)] を用いると $\overline{V'^2}=1.8\overline{u'^2}$ となり，断面②では 4. の結果より $\overline{V'^2}=2\overline{u'^2}$ として $(\mathrm{Con.})_x$ を求めた結果の一例を Fig. 4 に示す．Fig. 4 に示されるように，$27 \lesssim x/h_1 \lesssim 53$ では，x/h_1 の増加とともに $(\mathrm{Con.})_x/(H_1-H_2)$ は小さくなる．$x/h_1 \gtrsim 53$ では，$(\mathrm{Con.})_x/(H_1-H_2) \lesssim 0.01$ となり，$(\mathrm{Con.})_x/(H_1-H_2)$ の値は UD と FD の両方で十分に小さくなっている．また，任意の断面② ($x=x$) において，断面①と②に作用するレイノルズ応力による仕事の水頭表示 $(\mathrm{Rs})_x$ は，

$$(\mathrm{Rs})_x = \frac{1}{\rho g q}\left[\int_0^{h_2(x)}\overline{u}\left(\rho\overline{u'^2}\right)\mathrm{d}y - \int_0^{h_1}\overline{u}\left(\rho\overline{u'^2}\right)\mathrm{d}y\right] \tag{8}$$

で示される．本実験結果によると，$x/h_1 \gtrsim 53$ では UD と FD の両方で $(\mathrm{Rs})_x/(H_1-H_2) \lesssim 0.01$ となり，$(\mathrm{Rs})_x/(H_1-H_2)$ の値は十分に小さいことが確認された．よって，与えられた F_1 と R に対して $x/h_1 \gtrsim 53$ では，Con. と Rs は Dis. に比べて無視できるほど十分に小さいため，(5) と (6) より，

$$\mathrm{Pro.} \approx \mathrm{Dis.} = H_1 - H_2 = H_\mathrm{L} \tag{9}$$

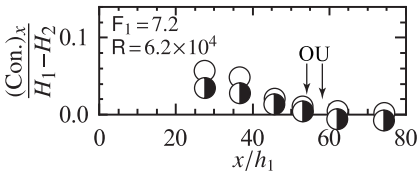
となる．(9) が成立する最上流側断面 ($x/h_1 \approx 53$) は，(1) による断面② ($L_{jo}/h_1 = 54$) とほぼ一致する．すなわち，(1) で示される跳水終端断面では，跳水内部で生成された乱れが粘性消散し，エネルギーが十分に減勢されていることが理解される．以上より，(1) は跳水によるエネルギー損失が達成される長さであることが実証された．



$\mathsf{F}_1 = 7.2$, $\mathsf{R} = 6.2\times10^4$

UD	FD	x/h_1
◇	◆	46
○	◑	53
△	◭	62
□	◨	74

Fig. 3 Relationship between $\overline{V'^2}$ and $\overline{u'^2}$.



○: UD, ◑: FD

↓: End of jump

O : L_{jo}/h_1 [Eq.(1)]

U : L_{jU}/h_1 [Eq.(2)]

Fig. 4 Variation of $(\mathrm{Con.})_x/(H_1-H_2)$ with x/h_1.

6. まとめ

与えられた跳水始端断面のフルード数 F_1 とレイノルズ数 R に対して，長方形断面水平水路のスルースゲート下流側の自由跳水の跳水長とエネルギー損失との関係について以下の結果が示された．

- 自由跳水の最大流速 $\overline{u}_\mathrm{m}/U_1$ は，二次元壁面噴流の場合よりも急速に減衰することを示した．
- 跳水終端断面近傍の $\overline{V'^2}/\overline{u'^2}$ の鉛直方向分布を検証し，跳水終端断面の近傍で $\overline{V'^2}/\overline{u'^2} \approx 2$ となることを明らかにした．
- (7) における乱れの対流項の水頭表示 $(\mathrm{Con.})_x$ と (8) における跳水始端・終端断面に作用するレイノルズ応力による仕事の水頭表示 $(\mathrm{Rs})_x$ を実験的に明らかにし，本実験の範囲では $x/h_1 \gtrsim 53$ で (9) の関係になることを示した．
- (1) によって定められる跳水長は，跳水によるエネルギー損失が達成される長さであることが実証された．

謝辞：著者の一人（高橋正行）は本研究の一部に科研費 (19K04624) の助成を受けた．ここに記して謝意を表します．

参考文献

1) 大津岩夫: 台形および長方形断面水路の自由跳水と潜り跳水, 土木学会論文報告集, 1976(246), pp.57–72, 1976.
2) Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Awazu, S.: Free and submerged hydraulic jumps in rectangular channels, 35, Rep. Res. Inst. Sci. Technol., Nihon Univ., 1990.
3) Bradley, J. and Peterka, A.: The hydraulic design of stilling basins: Hydraulic jumps on a horizontal apron (Basin I), *J. Hydraul. Div.*, 83(HY5), pp.1401-1–1401-24, 1957.
4) Vischer, D. and Hager, W.: *Energy dissipators*, *IAHR Hydraulic structures design manual*, 9, A.A. Balkema, Rotterdam, 1995.
5) 高橋正行, 内田健太, 大津岩夫: 跳水の流況と空気混入特性に対するレイノルズ数の影響, 土木学会論文集 B1(水工学), 74(4), pp.I_625–I_630, 2018.
6) Takahashi, M. and Ohtsu, I.: Effects of inflows on air entrainment in hydraulic jumps below a gate, *J. Hydraul. Res.*, 55(2), pp.259–268, 2017.
7) Ohtsu, I. and Yasuda, Y.: Characteristics of supercritical flow below sluice gate, *J. Hydraul. Eng.*, 120(3), pp.332–346, 1994.
8) Sigalla, A.: Measurements of skin friction in a plane turbulent wall jet, *J. Roy. Aeron. Soc.*, 62(576), pp.873–877, 1958.
9) Rouse, H., Siao, T., and Nagaratnam, S.: Turbulence characteristics of the hydraulic jump, *J. Hydraul. Div.*, 84(HY1), pp.1528-1–1528-30, 1958.
10) Ohtsu, I., Yasuda, Y., and Takahashi, M.: Discussion of "Energy dissipation and turbulent production in weak hydraulic jumps", *J. Hydraul. Eng.*, 137(8), pp.860–862, 2011.
11) 祢津家久: 開水路乱流の乱れ強度に関する研究, 土木学会論文報告集, 1977(261), pp.67–76, 1977.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

透過水制および不透過水制を過ぎる流れの数値予測
Numerical Prediction of Flow Past Permeable and Impermeable Groins

藤井 裕史（静岡大・院工）　横嶋 哲（静岡大・工）　伊藤 喬裕（静岡大・工）
Hirofumi FUJII, Satoshi YOKOJIMA, Takahiro ITO, Shizuoka University
E-mail: yokojima@shizuoka.ac.jp

Numerical predictions of flow past permeable and impermeable groins have been carried out. The results were critically compared with the corresponding experimental data. Since the experiment shows that the mean flow structure is nearly uniform in the water-depth direction, a planar two-dimensional model was employed as a zeroth approximation to the target flow. Under the assumption, the groin was fully resolved by an immersed boundary method, and no turbulence model was used. It has been revealed that the planar model well reproduces the experimental data in the permeable-groin cases but fails to capture the flow features in the impermeable case. In the former cases where the groin is composed of circular cylinders, wake generated by each of the cylinders interacts with one another, yields unsteady vortex structures of various sizes behind the groin, which may mimic turbulent fluctuations and compensate for the absence of any turbulence model.

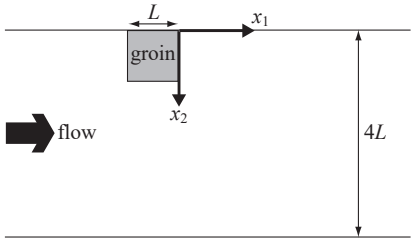


Fig. 1 Plan view of turbulent open-channel flow with a groin[1)]. The groin is either permeable or impermeable, the former is composed of circular cylinders (see, e.g., fig. 4), and the number density and the spatial arrangement (in-line/staggered) are systematically changed.

1. はじめに

本報では透過水制および不透過水制を有する流れに関する水理実験（Safie and Tominaga[1)]）を比較対象とした 2 次元数値予測結果について報告する．信頼性の高い実験結果とのこのような比較は，水工水理学上の諸問題に対する計算流体力学の適用性の現状や課題の把握に寄与する．

2. 検討対象流れと数値計算法

Safie and Tominaga[1)] は fig. 1 に示すような $L = 7.5\,\mathrm{cm}$ の透過水制模型を有する水路幅 30 cm の直線開水路乱流の流速分布を PIV 法を用いて計測した．水制は直径 $D = 5\,\mathrm{mm}$ の円柱の集合で構成され，円柱配置パターン（in-line または staggered 配置）および円柱本数（4×4 から 8×8 まで）が系統的に変更された．後述の fig. 4 は 7×7 の場合の in-line および staggered 配置を表す．また，比較のため，水制が完全に不透過な場合も検討がなされた．全てのケースにおいて流入水深 $h = 4\,\mathrm{cm}$，断面平均流速 $U_\mathrm{m} = 15.6\,\mathrm{cm}$（$h$ および U_m に基づくレイノルズ数 $Re_\mathrm{m} = 6200$，フルード数 $Fr_\mathrm{m} = 0.25$）で，水制は常に非水没な状態にあった．詳細は文献 1) を参照されたい．

Safie and Tominaga[1)] はこの流れの平均流構造は，いずれのケースでも，水路床近傍を除けば水深方向に概ね一様と報告しており，彼らの検討の大半は水路床から 2 cm（$= h/2$，i.e., 半水深位置）上方の水平面で計測された流れ構造に対してなされている．よってここでは水平 2 次元モデルによってこの流れの再現を試みる．埋め込み境界法[2)] を用いて水制構造物表面で粘着・不透過条件を課した．計算領域は主流方向に $[-5L, 10L]$ を確保（ただし，不透過水制の場合のみ $[-5L, 20L]$）し，上流端で流入流速を与え，下流端では対流流出条件を課した．計算格子幅は全計算領域で $\Delta x_1 = \Delta x_2 = D/12$ で等間隔とした．NS 方程式の移流項の離散化には QUICK スキームを，それ以外の項に対しては 2 次精度中心差分法を用いた．なお，今回の CFD 解析では，乱流モデルを導入していない．したがって上述の流入流速として，水理実験で観測された時間平均流速分布と概ね一致する分布を与えた．それぞれの系に対して流れが統計的定常状態に達した後の，$1500D/U_\mathrm{m}$ に渡る時間平均操作によって統計量を算出した．以下では $\bar{f}$ は物理量 f の時間平均値を表す．

3. 結果と考察

ここでは case 7L（透過水制，in-line 配置，円柱本数 $49 = 7\times7$），case 7S（透過水制，staggered 配置，円柱本数 $46 \approx 7\times7$），case Imp（不透過水制）に関して，本計算結果と実験結果[1)] を比較する．平均主流速分布を fig. 2 に示す．Case 7L については，本計算は実験結果を非常に精度良く再現した．Case 7S については，figs. 2(c) と (d) の比較からは，それなりの相違が存在するように見えるものの，fig. 3 に示すように，いくつかの断面で x_2 方向 1 次元分布を比べると，本計算結果は概ね実験結果の特徴を捉えていることがわかる．なお，$x_2/L = 4$ の側壁に近づくにつれて本計算結果がより早く減衰する点は，本計算はいかなる乱流モデルも用いていないことに因る．他方で，case Imp については，本計算は水制背後の逆流域をかなり過小評価するなど，定性的にも相違が明確に認められる．

Fig. 4 は case 7L および 7S に対して，本計算から得られた水制内部を過ぎる平均流速ベクトル図を表す．赤い矢印は文献 1) で観察・報告された，透過水制の流入/流出の概要を意味する．すなわち本計算は，実験[1)] で観察された，円柱配置パターンの相違に因る水制付近での流動特性の違いを精度良く捉えていることが読み取れる．

以下では，本研究で用いた水平 2 次元層流モデルがなぜ透過水制を過ぎる流れを精度良く再現できた反面，不透過水制については実験結果から大きく外れたのかを考察する．透過水制を過ぎる流れでは，個々の円柱背後に円柱直径 D スケールの後流渦が断続的に発生し，それらが複雑に相互作用することで，水制下流にはさまざまなスケールの非定常な渦構造が存在し，それらが疑似的に乱流変動の役割を代替したものと推察される．不透過水制の場合には，サイズ $L = 15D$ の単一スケールの渦放出に留まるため，透過水制のケースのように乱流効果の代替には至らなかったと思われる．

今後の課題として，(i) 上述の考察の裏付け，および (ii) 何かしらの乱流モデルを導入して case Imp の予測精度の改善，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

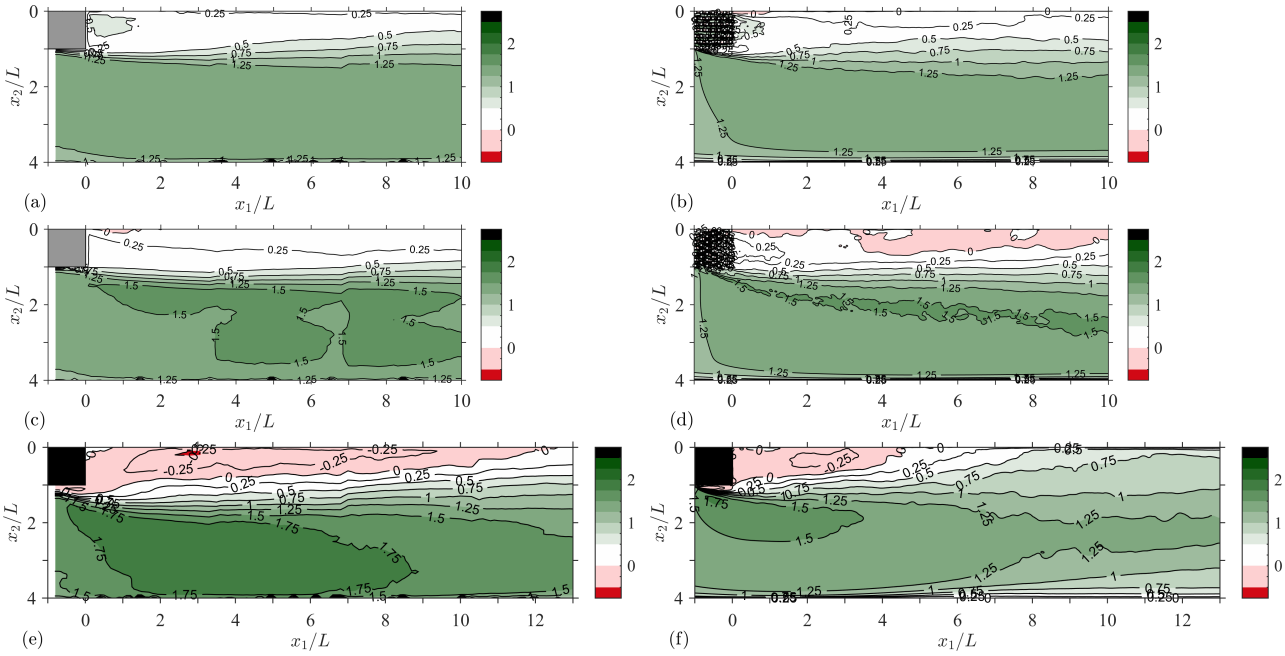


Fig. 2 Profiles of streamwise mean velocity $\bar{u}_1/U_\mathrm{m}$ obtained from (a) case 7L, experiment[1)], (b) case 7L, present calculation, (c) case 7S, experiment[1)], (d) case 7S, present calculation, (e) case Imp, experiment[1)], and (f) case Imp, present calculation.

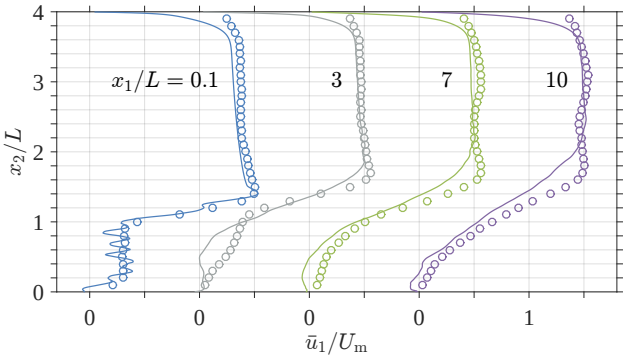


Fig. 3 Streamwise mean velocity $\bar{u}_1/U_\mathrm{m}$ at several cross sections in case 7S: symbols - experiment[1)]; lines - present calculation.

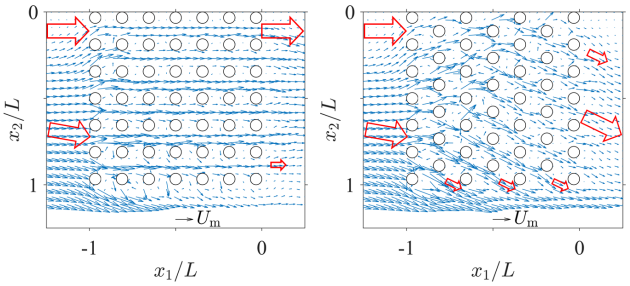


Fig. 4 Mean velocity vectors past permeable groins obtained from the present calculations: (left) case 7L; (right) case 7S. Every eighth vector is plotted for clarity. The red arrows indicate the schematized inflow and outflow of groins presented in fig. 10 of ref. 1).

が挙げられる．ただし，水制構造物の表現に埋め込み境界法[2)]を使用しているため，$k-\varepsilon$ モデルのように新たな輸送方程式が系に加わるものの導入はハードルが高い．まずは上述の困難を伴わないゼロ方程式モデルを導入し，case Imp の再現性がどの程度改善されるかを確かめたい．

謝辞

冨永 晃宏 先生（名工大）からは，貴重な実験データを提供頂いた．記して謝意を表する．

参考文献

1) O. Safie and A. Tominaga: Effects of pile arrangement on the flow around a pile-group groyne, J. JSCE, 8, pp.207–220, 2020.
2) M. Uhlmann: An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows, J. Comput. Phys., 209, pp.448–476, 2005.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Effect of Manhole Cover on Flow Characteristics in A Sewer Pipe due to Pump Shutoff

Hao ZHANG, Natural Sciences Cluster, Research and Education Faculty, Kochi University
Kenji KAWAIKE, Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University
Tomohiro KYOUZAWA, Faculty of Science and Technology, Kochi University
Yuu SATOU, Faculty of Science and Technology, Kochi University
Junqiang XIA, School of Water Resources and Hydropower Engineering, Wuhan University
E-mail: zhang@kochi-u.ac.jp

The cover conditions of manholes influence the sewer pipe flows and pluvial flood risks during the accidently or intentional shutoff of drainage pumps. Understanding the corresponding transient flow is hence important for the design of sewer pipes and the management of urban floods. Laboratory experiments are carried out to study the effects of manhole covers on the flow characteristics in a sewer pipe due to the sudden shutoff of a pump. Three kinds of manhole cover conditions, i.e. a closed-type cover, a cover with an air vent and no cover are investigated. According to the experiments, the manhole cover conditions exert significant impacts on the flow velocities and pressure distributions in the sewer pipe. The temporal changes of the flow in a surcharged condition is much rapid compared with that in an open channel condition. The manhole serves as a surge tank in the system and the characteristics of the sewer pipe flow in the upstream of the manhole are quite different from those in the downstream of the manhole.

1. Introduction

The shutoff of drainage pump during heavy rainstorms, either accidently or on purpose, is a crucial concern in the design of sewer pipes and the management of pluvial floods. The pump shutoff may induce water hammer and air hammer phenomena, posing great impacts on the sewer pipe flow. In the past several decades, there are a lot of research on the mechanisms and countermeasures for the transient flows in various pipelines due to the shutoff of pumps [e.g. 1)]. Nevertheless, it is noted that the transient flow is furthermore affected by local hydraulic elements such manholes during its propagation in the sewer pipe. It makes the flow much more complex.

Manholes are commonly installed facilities in an urban drainage system. They are not only access ways for sewer maintenance but also important connecting parts of different pipelines [2)]. By temporarily storing water in the manholes during the pump shutoff, rapid velocity changes in the sewer pipe can be largely prevented. From this viewpoint, the manholes can be considered, to some extent, as surge tanks to suppress pressure. On the other hand, the manholes may suffer from great pressure changes, or the water entering the manholes may overflow to the ground surface depending on the conditions of the manhole covers. These kinds of changes in the pressure and the flow conditions of the manholes will exert impacts on the flow in the sewer pipe.

In this study, the transient flow characteristics in a sewer pipe with a manhole of different cover conditions are investigated with laboratory experiments.

2. Methods

A series of experiments were conducted in a scaled physical sewer pipe system located in the Ujigawa Open Laboratory, Disaster Prevention Research Institute of Kyoto University.

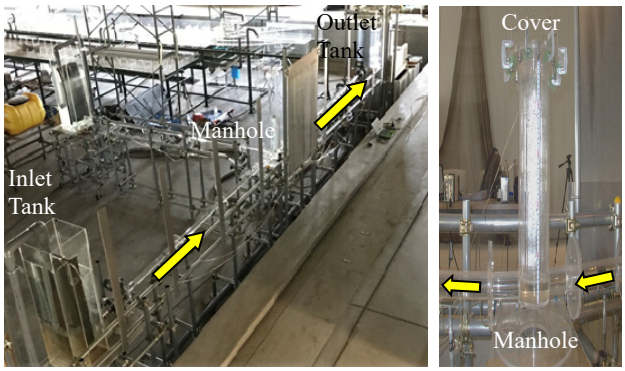
2.1. Experiment facilities

The experiment facilities and setup are shown in Fig.1. The sewer pipe consists of an inlet pipe and an outlet pipe which join together with a circular manhole. Both the inlet pipe and the outlet pipe have a length of 4m. The diameter of the sewer pipe is 5cm and that of the manhole is 15cm. Water is pumped from a downstream reservoir to an upstream tank and is then supplied to the inlet tank by an overflow weir. The water level in the outlet tank can be adjusted by changing the height of a movable weir. An electro-magnetic flow meter is installed near the inlet tank and a valve is set near the outlet tank. At representative locations along the sewer pipe, manometers are installed.

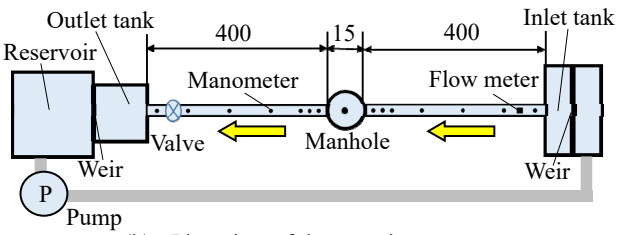
The tanks, the sewer pipe and the manhole are made from transparent acrylic materials. Moreover, the sewer pipe is arranged horizontally in all the experiments.

2.2. Experiment conditions

Manholes with different cover arrangements are investigated in the experiments, i.e. a closed-type cover, a cover with an air vent and no cover (open type). And two kinds of initial flow conditions are tested in the sewer pipe, i.e. an open channel flow with a flow discharge of 0.36l/s and a surcharged flow with a flow discharge of 0.90l/s. The scenario of the pump shutoff is achieved by suddenly closing the valve near the outlet tank in the experiment. In total, six experiment cases are conducted and the details are specified in Tab.1.



(a) Photo of the experiment facilities



(b) Plan view of the experiment setup

Fig. 1 Experiment setup (Unit: cm)

Table 1 Experiment conditions.

Case	Discharge (l/s)	Flow condition	Manhole cover
1	0.36	Open channel	Closed
2	0.36	Open channel	Air vent
3	0.36	Open channel	Open
4	0.90	Surcharged	Closed
5	0.90	Surcharged	Air vent
6	0.90	Surcharged	Open

2.3. Experiment measurements

In each experiment case, the temporal variations of the water levels in the inlet tank and the manhole, as well as the readings of the flow meter near the inlet tank and the manometers installed at typical locations along the sewer pipe are recoded with video cameras. The transient flow characteristics are then extracted by analyzing the experiment videos.

3. Results and Discussions

Based on the experiment results, several important parameters representing the flow characteristics are selected for analyses, including the flow discharge near the inlet tank, the water levels in the inlet tank and the manhole, as well as the hydraulic grade lines in both the inlet and the outlet pipes.

According to the results, it is found that the conditions of the manhole cover exert significant impacts on the flow characteristics in the sewer pipe system.

The characteristic of the water level changes in the inlet tank is different from that in the manhole. Monotonic increasing of the water level is observed in the inlet tank. While in the manhole, water level fluctuates soon after the pump shutoff and gradually increases after some time depending on the cover conditions. The hydraulic grade lines in the inlet pipe are completely different from those in the outlet pipe especially in the early stage after the pump shutoff.

The temporal changes of the piezometric head and the water level in the manhole are plotted in Fig.2 as an example.

4. Conclusions

An experimental study has been presented on the effects of manhole covers on the transient flow characteristics in a sewer pipe due to the sudden shutoff of a pump. In the study, manholes with a closed-type cover, a cover with an air vent and no cover are investigated. It is found that the manhole cover conditions exert significant impacts on the flow velocities and pressure distributions in the sewer pipe. The temporal changes of the flow in a surcharged condition is much rapid compared with that in an open channel condition. The characteristics of the sewer pipe flow in the upstream of the manhole are quite different from those in the downstream of the manhole.

Acknowledgements: This research is financially supported by the DPRI Collaborative Research Fund of Kyoto University (PI: Dr. H. Zhang and Grant Number: 2019G-05) and the Visiting Scholar's Fund of Wuhan University (PI: Dr. H. Zhang and Grant Number 2019HLG03).

References

1) Zhao, M., Mclnnis, A. and Axworthy, H.: A Review of the water hammer theory and practice, Journal of Applied Mechanic Review, Vol. 58, pp. 49- 76, 2005.
2) Zhang, H., Kawaike, K., Okada, S. and Fujiwara, T.: Experimental study on hydraulic properties of manholes in a surcharged sewer pipe system, Journal of JSCE, Ser.A2 (Applied Mechanics), Vol.76(2), pp.451-460, 2021.

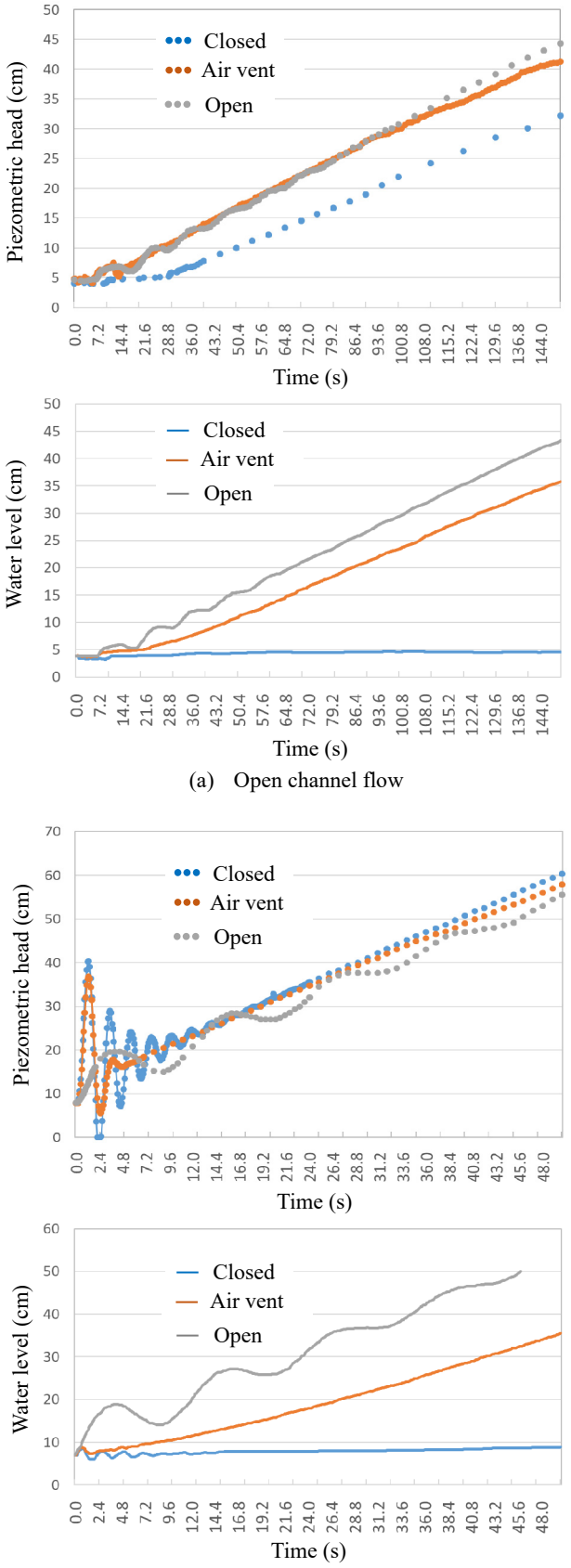


Fig. 2 Piezometric head and water level in the manhole

修正 W-grid モデルによる都市域の氾濫シミュレーション
Refinement of W-grid Model for Efficient Simulation of Flood Inundation in Urban Area

木村　一郎（富山大・都市デザイン）
Ichiro KIMURA, University of Toyama
E-mail: ichiro@sus.u-toyama.ac.jp

The W-grid model employs two scaled grid system: a fine grid for storing topographic data and a coarse grid for solving governing equations for simulating large scale flow phenomena efficiently. To apply the W-grid model to flood in an urban area, I improved the original W-grid model by considering the drag force by buildings and mass conservation at wet and dry area. The refined model was applied to the flood experiment in Sapporo city. The computational results showed that the present refined model can simulate the inundation at an urban area more accurately and efficiently than the common single grid model.

１．はじめに

近年，航空レーダ測量等の発達により高精度，高解像度の地形データの取得が容易となってきた．また，降雨についてはＸバンドデータの普及により，やはりデータの高解像度化が進んでいる．これらの地形，気象情報の高品質化は，ハザードマップ作成等における氾濫シミュレーションにおいても大きな恩恵をもたらしてくれるはずであった．ところが，実際のところ，特に広域を対象とした氾濫計算で用いる計算格子は，計算機負荷の観点から地形情報の解像度よりもはるかに粗い場合がほとんどで，地形情報もこの計算格子に合わせて間引き，あるいは平均化などのダウンサイジングがなされるため，地形情報の高度化の恩恵が氾濫解析に十分反映されているとはいえない．

これに対して，Morikawa ら(2018)[1]は，地形情報を細かい格子上に格納しつつ，氾濫解析の基礎式はそれより１オーダー程度大きい粗い格子で解く方法を氾濫解析に適用する可能性を示した．この方法は，Volp ら(2013)[2]による方法に基づくもので，Double grid model あるいは Hyper-grid model などと呼ばれる．Morikawa らは，この方法により北海道豊平川氾濫実験の再現を試み，既往のモデルと比較したところ，計算速度の面で大きな利点があることが指摘されたが，氾濫のフロントの進行速度を過大評価することや，水深の再現精度が良くないことなどの問題点も見られた．

本研究では，Morikawa らの用いた方法（以下，W-grid モデルと呼ぶ）について，次の二点の改良を施し，都市域への氾濫現象の計算における精度の向上を図る．一つは，建物による抗力の考慮，もう一つは，氾濫水フロントの移動モデルの改良による質量保存の厳密化である．このようにして構築された修正 W-grid モデルを豊平川氾濫実験に適用し，計算精度を検証するとともに，従来モデルに対する計算機負荷の低減効果を検討する．

２．W-grid モデルの概要

W-grid モデルで用いる計算格子の様子を Fig.1 に示す．実線が粗格子，破線が細格子である．粗格子上では，(x,y) 方向の流量フラックス（Q^u, Q^v），および，水位（ζ）を定義し，細格子上で地表高，粗度係数を定義する．連続式，運動方程式は，次式となる．なお，紙面の都合上，運動方程式は x 方向のみについて示す．

[連続式]

$$(V_{\Omega_{m,n}})_t = Q^u_{m-\frac{1}{2},n} - Q^u_{m+\frac{1}{2},n} + Q^v_{m,n-\frac{1}{2}} - Q^v_{m,n+\frac{1}{2}} \qquad (1)$$

[x 方向運動方程式]

$$(uV_{\Omega_{m+\frac{1}{2},n}})_t + \overline{F}^x_{adv} + \overline{F}^x_{pres} + \overline{F}^x_{fric} = 0 \qquad (2)$$

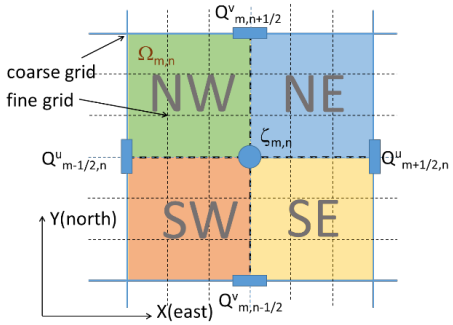


Fig. 1 Computational grid for W-grid model

ここに，u: x 方向流速成分，$\Omega_{m,n}$：格子セル面積（Fig.1 参照），t:時間，$V_{\Omega m,n}$: 格子セル(m,n)に含まれる水の体積，$\overline{F}^x_{adv}, \overline{F}^x_{pres}, \overline{F}^x_{fric}$: それぞれ移流項，圧力項，底面摩擦項の x 方向成分である．t の下付き添え字は時間微分を表す．このうち，特に摩擦項と移流項の取り扱いに特徴があり，これらの項では細格子の高解像度の地形情報および粗度に関する情報を反映させたモデル化がなされる．摩擦項については，

$$\overline{F}^x_{fric:\Omega_{m+\frac{1}{2},n}} = u_{m+\frac{1}{2},n}\left(\frac{|U^{NE}_{m,n}|V_{\Omega^{NE}_{m,n}}}{H_{f:\Omega^{NE}_{m,n}}} + \frac{|U^{SE}_{m,n}|V_{\Omega^{SE}_{m,n}}}{H_{f:\Omega^{SE}_{m,n}}} + \frac{|U^{NW}_{m+1,n}|V_{\Omega^{NW}_{m+1,n}}}{H_{f:\Omega^{NW}_{m+1,n}}} + \frac{|U^{SW}_{m+1,n}|V_{\Omega^{SW}_{m+1,n}}}{H_{f:\Omega^{SW}_{m+1,n}}}\right) \qquad (3)$$

とする．添え字 NE, SE などについては，Fig.1 を参照されたい．また，$u_{m+1/2,n}$ は，Fig.1 の格子の右側の粗格子縁における x 方向水深平均流速である．式(3)で，H_R は Volp らによって導入された摩擦水深と呼ばれる新たな物理量で，長さのスケールを有し，たとえば，NE 領域では次式で計算される．

$$H_{f:\Omega^{NE}_{m,n}} = \left\{\frac{1}{V_{\Omega^{NE}_{m,n}}}\iint_{\Omega^{NE}_{m,n}} H\sqrt{\frac{H}{c_f}}\,d\Omega\right\}^2 \qquad (4)$$

ここに，H : 細格子上で定義される水深であり，二重積分は粗格子の領域 NE 内に存在する細格子上の物理量の面積分を意味する．c_f は無次元底面摩擦係数で，シェジー式，あるいはマニング式を用いることで，次のように評価される．

$$c_f = \frac{g}{C^2} \ : \text{Chezy}, \quad c_f = \frac{gn^2}{H^{1/3}} \ : \text{Manning} \qquad (5)$$

ここに，C:シェジー係数，n:マニング係数，g:重力加速度である．Volp らの原著論文ではシェジー式が用いられているが今回はマニング式を用いる．粗度係数は細格子上で定義される．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

移流項についても同様に細格子上の地形や粗度が反映されたモデル化がなされるが，紙面の都合上省略する．

Fig.3 Experiment on Flood of the Toyohira River (1999)

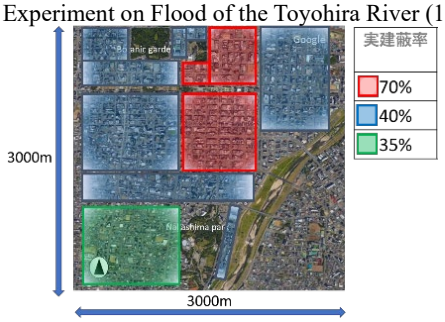


Fig.4 Computational area and building coverage

３．モデルの改良

Morikawa らは，２で示した W-grid モデルを豊平川氾濫実験に適用した結果，ある程度の再現性が確認されたものの，洪水フロントの進行や水深を過大評価という問題点も指摘された．これを克服すべく，次のような改良を試みる．

（１）　建物の抗力の評価

W-grid モデルでは，粗格子上で運動方程式を解く．都市部の氾濫の場合，建物の影響が重要となる．建物は地形の凹凸として細格子上に格納されており，これが粗格子内のドライエリアとして計算に反映されるが，建物に衝突する流れの抗力はこのままでは考慮されない．そこで，式(4)の摩擦係数 c_f を建物の抗力 c_B を含んだ c_f'におきかえる．

$$C_f' = C_f + C_B, \qquad C_B = \frac{1}{2} C_D \cdot \frac{\sum_{\Omega_{m,n}^{NE}} A_p}{\Omega_{m,n}^{NE}} \tag{6}$$

ここに，C_D：抗力係数，A_p：流れに対する建物の射影面積である．Ap について，札幌のような碁盤目状の都市では，街区の方向が洪水の伝達に影響する．本研究では建物を矩形，かつ建物の辺が(x,y)方向に向いていると仮定し，流れと建物の向きを考慮して，Fig.2 を参考に

$$A_p = (\Delta x \sin\theta + \Delta y \cos\theta) \cdot H' \tag{7}$$

のように A_p を計算する．ここに，(Δx，Δy)：建物の(x,y)方向長さ，θ：流れと x 軸との角度である．

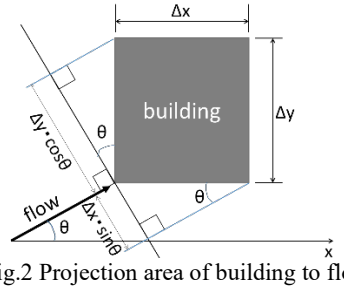


Fig.2 Projection area of building to flow

（２）　氾濫フロント進行における質量保存の厳密化

式(1)の連続式の差分形は，次式となる．

$$V_{\Omega m,n}^{new} = V_{\Omega m,n}^{new} + \Delta t \cdot \left(Q_{m-\frac{1}{2},n}^{u} - Q_{m+\frac{1}{2},n}^{u} + Q_{m,n-\frac{1}{2}}^{v} - Q_{m,n+\frac{1}{2}}^{v} \right) \tag{8}$$

wet セルが dry セルに変化する場合，左辺が負となる場合がある．既往モデル [1]ではこのような場合に単純に左辺を０と置き直して計算を進めた．しかしこれは湧き出しを許容することを意味する．これを避けるため左辺が負の場合，右辺のフラックスに重み付けで割り振ることで，左辺を厳密に０とする．この操作は他のセルにも影響を及ぼすため，全てのセルの左辺の値が非負となるまでこれを繰り返す．

４．モデルの検証

（１）対象とする流れ場と計算条件

Morikawa らと同様に豊平川氾濫実験のシミュレーションを試みる．Fig.3 は実験の様子である．この実験では，札幌市中心部を 1/50 スケールで再現し，建物は 210×200×60mm のレンガを実建蔽率に応じて配置している．Fig.3 は計算対象領域と実建蔽率の分布である．なお，粗度係数 n=0.03 とする．破堤流量は実験と同様に 771m³/s とする．

計算は，実験とほぼ同条件で実施する．計算格子は細格子が 20×20m，粗格子が 200×200m とし，比較のため，すべての領域を細格子あるいは粗格子とした計算も実施した．

（２）　計算結果と考察

Fig. 5 は計算結果における氾濫域の分布を実験結果（破線）と比較したものである．上が W-grid モデル，下が比較尾のための細格子の単一格子による計算結果である．計算結果は実験結果よりも若干氾濫域を過大評価している．W-grid による結果は単一細格子の結果とおおむね一致する．

次に，計算終了時の t=24(hr)における領域の中心線上（Fig.5 中の一点鎖線）の水深分布について，W-grid，単一細格子，単一粗格子の結果を比較したものが Fig.6 である．単一粗格子の結果は水深を過小評価しているが，W-grid モデルと単一細格子の結果は概ね一致する．

計算時間については，単一粗格子，単一細格子，W-grid の比がおよそ 1:540:11 であった．W-grid の結果と単一細格子の結果が類似であることを勘案すると，W-grid モデルの優れた計算効率が確認されたといえる．

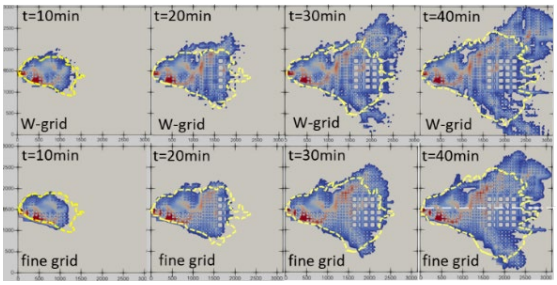


Fig. 5 Comparison of inundation area

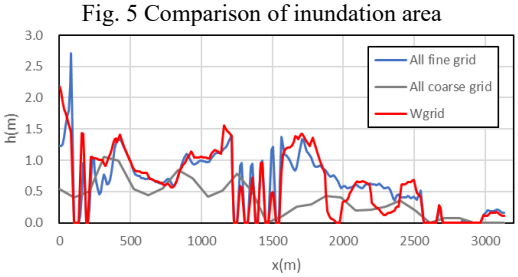


Fig.6 Comparison of computed depth profiles

参考文献

1) G. Morikawa and I. Kimura: Numerical analysis of flood with a double grid model, 9th River Flow 2018, E3S Web of Conferences 40, 5042, Leyon, France, pp.1-6, 2018.
2) N. D. Volp, B. C. van Prooijen, G. S. Stelling:A finite volume approach for shallow water flow accounting for high-resolution bathymetry and roughness data, Water Resources Research, 49, 4126–4135, 2013.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

マンホール内の局所流の形成に支配される横引き管の排水機能

Drainage function of pipe flows governed by formation of local flow in manhole

安田陽一（日本大学・理工土木）村野哲太（日本大学大学院・学生・理工土木）
Youichi YASUDA, Nihon University, College of Science and Technology, Dept. of Civil Engineering
Tetsuta Murano, Master Student, Nihon University, Graduate School of Science and Technology, Dept. of Civil Engineering
E-mail: yasuda.youichi@nihon.ac.jp

Experimental investigation on hydraulics in pipe flows connected to manhole yields that the formation of local flow in manhole is significant for the drainage faculty. The installation of a drop between inlet and outlet pipes connected to manhole and the pressure control in manhole were conducted in the connection with angle of 90, 120, 150, and 180 degrees between inflow and outlet pipes at manhole. In accordance with several conditions, the discharge coefficient for inlet pipe flow shows 1.2 under the condition of 120 degree and 470 ‰ slope.

１．はじめに

近年，市街地内を中心に集中豪雨による内水氾濫が各地で多発している．内水氾濫は雨水が一挙に下水道施設に流入し，下水道の設計流量を超過することで発生するが，氾濫時におけるマンホール内の水の挙動やマンホールに接続する横引き管内の流れの特性など，水理学的な検討が不足している [1]．最近では，横引き管の排水機能に関する実験的な検討を行っている．マンホールに接続する横引き管の接続角度を 120 度および 180 度とした場合を対象に，流入管，流出管に管径の半分の落差を設けることで排水能力が向上することを明らかにし，接続角度を 120 度とした場合に，マンホール内に局所流の制御板を設置することで横引き管の排水能力が向上することを示した [2]．これらの実験では，マンホール上部は開放状態であり，上部で大気と通じているため，マンホールの空間内では大気圧を維持した状態となっている．ここでは，マンホール内の圧力に着目し，横引き管の接続角度を 90°，120°，150°，180°とした場合を対象に，マンホール上部を開放した場合と閉塞した場合を比較し，閉塞させたことによるマンホール内の圧力変化が排水能力に与える影響について，流況および流量係数から実験的に検討を行った．

２．実験概要

水路幅 0.80 m, 水路高さ 0.60 m, 水路長さ 17 m を有する可変勾配式矩形水路に，**写真 1** に示すように，横引き管およびマンホール模型（高さ 0.3m）を設置し実験を行った．マンホールに接続する横引き管の設置位置（高さ）に管径の半分の段差を設けている（流入口の方が上方に位置する）．マンホールに接続する横引き管の接続角度 θ を 90°，120°，150°，180°としている．なお，マンホール底部では流出管の上流端下縁まで，固定部材で空洞をなくし，水平に仕上げている．実験条件を**表 1** に示す．マンホール内の圧力調整のため開放状態と閉塞状態の実験を行った．閉塞状態とする場合，**写真 2** に示すように，マンホール上部に木版を設置することで閉塞状態としている．実験はフルードの相似則に従う．水深測定については，ポイントゲージを用いて，流入管直上流の水深 h_u を測定した．マンホール内の流況はデジタルカメラで動画および画像で記録した．

３．マンホール内の流況

表 1 に示す条件で実験を行った結果，**図 1** に示されるように，マンホール下流側の横引き管の勾配およびマンホール上部の閉塞有無によって，同一の横引き管路の径，長さ，流量規模でもマンホール内の流況は変化する．特に，180° を除く他の接続角度の場合，マンホール上部を閉塞することによって，マンホール壁に衝突して回り込む流れが回転力を増す．また，マンホール上部の空間から局所流により取り込まれた気泡が流出口に連行され，空間内の圧力が大気圧より小さくなり，マンホール内の水位が上昇する．このことによって，横引き管上流部の水位が低下した．

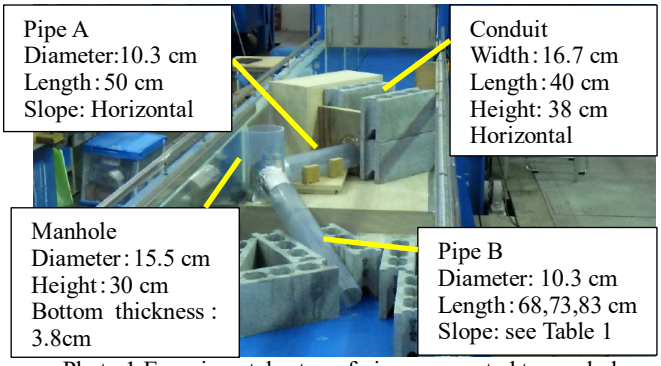


Photo 1 Experimental setup of pipes connected to manhole

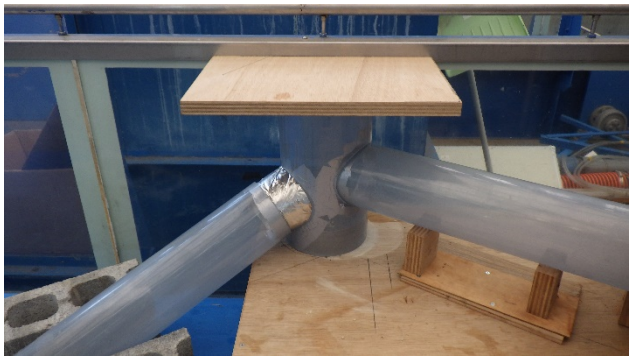
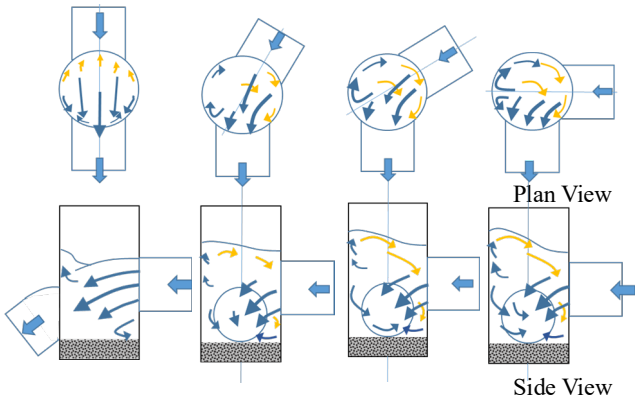


Photo 2 Experimental setup for blockage condition

Table 1 Experimental conditions

θ(degree)	Q(m³/s)	L_u/D (-)	i_u (‰)	L_d/D (-)	i_d (‰)	開放・閉塞
90	0.00440 ～ 0.01319	4.85	0	8.06	211	開放・閉塞
90	0.00492 ～ 0.01465	4.85	0	6.6	467	閉塞・閉塞
120	0.00586 ～ 0.01504	4.85	0	6.6	242	開放・閉塞
120	0.00590 ～ 0.01651	4.85	0	6.6	470	閉塞・閉塞
150	0.00586 ～ 0.01504	4.85	0	6.6	242	開放・閉塞
150	0.00582 ～ 0.01394	4.85	0	6.6	472	閉塞・閉塞
180	0.00653 ～ 0.01091	4.85	0	6.6	250	開放・閉塞
180	0.00596 ～ 0.01319	4.85	0	6.6	481	開放・閉塞
180	0.00496 ～ 0.01263	4.85	0	7.08	440	開放

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



a) 180°　b) 150°　c) 120°　d) 90°

Fig.1 Image figures for flow condition in manhole

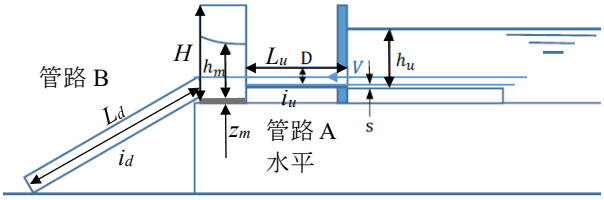


Fig.2 Definition sketch of Notation

4．導水路から管路 B への流入口の流量係数の変化

導水路から管路 B への流入口での排水能力を検討するために，図 3 に示す適用概念図に基づき，Bernoulli の定理を適用し，流量係数 C_d を(1)式で定義した [1),2)].

$$C_d = \frac{4Q}{\pi D^2 \sqrt{2g\left(h_u - \frac{D}{2} - s\right)}} \qquad (1)$$

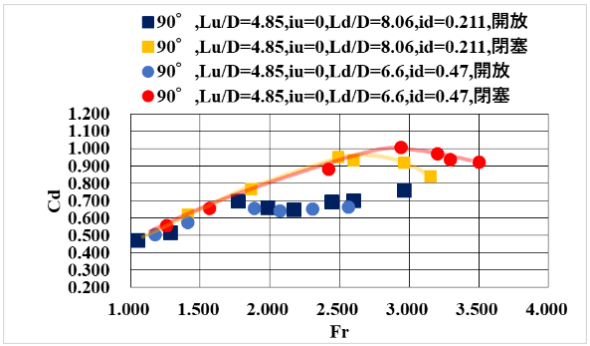
ここに，D は管径，h_mはマンホール内の水深，h_uは導水路内の水深，s は導水路の底部から管路 B の管底までの高さである．

実験測定データ(流量 Q，導水路内の水深 h_u)を(1)式に代入して流量係数 C_d を算定し，横引き管上流端でのフルード数 $F_r = V/\sqrt{gR}\,(V = 4Q/\pi D^2, R = D/4)$，接続角度，$L_d/D$，$i_d$ を変化させ，かつマンホール上部の閉塞の有無による C_d の変化について整理したものを図 4 に示す．

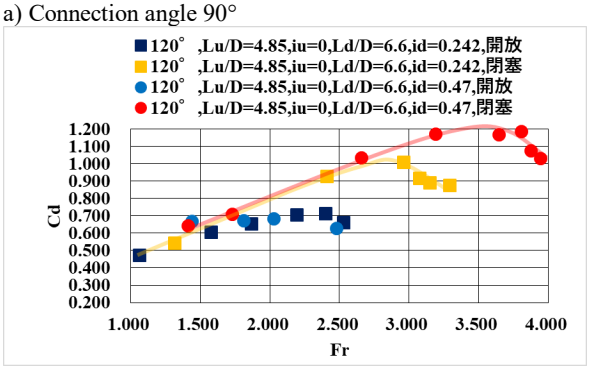
図に示されるように，マンホール上部を開放している場合，流量係数 C_d は接続角度，L_d/D，i_dに関わらず，フルード数F_rによって単調増加する．その一方，マンホール上部を閉塞している場合，流量係数 C_d はF_r，接続角度，L_d/D，i_d によって変化し，90°，120°の場合と 150°の場合と 180°の場合では変化傾向が異なる．これはマンホール内の局所流の形成が異なることによるものと考えられる．特に，120°の場合，C_d の値は最大 1.2 に達することが示された．

5．おわりに

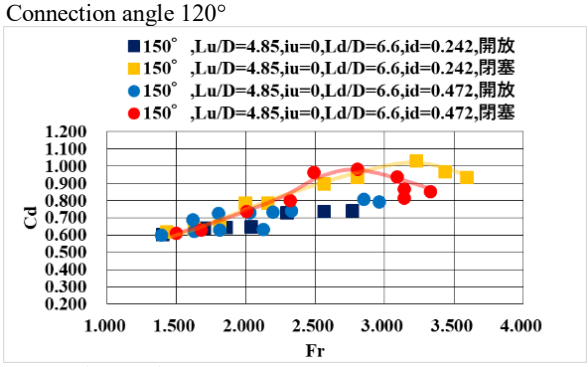
表 1 に示す実験条件のもとで，マンホール上部の圧力に着目し，接続する横引き管の排水機能について，マンホール上部を開放した場合と閉塞した場合の比較を行った．接続角度が 90°，120°，150°とした場合，マンホール上部を閉塞することで，マンホール空間内の圧力が低下し，マンホールから流出管へ向かう流れが回転して流出するようになり，マンホール上部を開放した場合よりも流量係数が向上することを示した．特に，120°の場合，C_d の値は最大 1.2 に達することが示された．



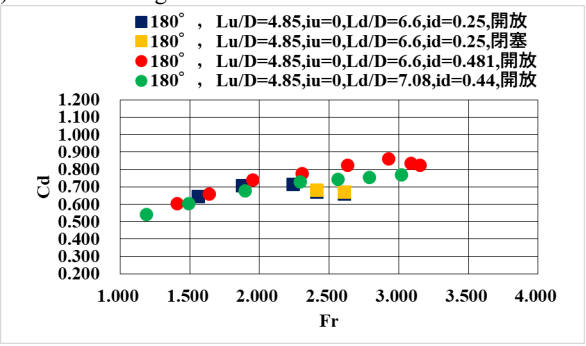
a) Connection angle 90°



b) Connection angle 120°



c) Connection angle 150°



d) Connection angle 180°

Fig. 4 Changes of C_d with *Fr* at upstream end of horizontal pipe

参考文献

1) 安田陽一:自由放流端を有する管路の排出機能に関する実験的検討, 土木学会論文集 A2(応用力学),Vol. 73, No.2 (応用力学論文集 Vol. 20), pp.I_571-I_578, 2017.
2) 安田陽一，石川眞，斎野秀幸：マンホールに接続する横引き管の排水機能に関する実験的検討， 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 76, No. 2(応用力学論文集 Vol. 23), I_423-I_430, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション（第五部門：応用数理問題ー計算機科学から社会科学まで）

第五部門：応用数理問題（ A)

座長:本田 利器(東京大学)

2021年5月15日(土) 09:00 ～ 10:30 E会場 (E会場)

[S05A-01] 本震による傾斜を想定したガスホルダーの余震耐震性の簡易評価手法の提案

*小林 実央[1]、田附 英幸[2]、中井 健太郎[3]、野田 利弘[4] （1. 東京ガス株式会社、2. 株式会社IHIプラント、3. 名古屋大学 大学院工学研究科、4. 名古屋大学 減災連携研究センター）

09:00 ～ 09:15

[S05A-02] 強震動下の鉄骨構造物に生じる部材破断の発生箇所制御に関する確率論的評価

*塩見 謙介[1]、五十嵐 晃[2] （1. 株式会社IHI、2. 京都大学防災研究所）

09:15 ～ 09:30

[S05A-03] Particle Filterを用いたモデル更新と意思決定

*中村 朋佳[1]、吉田 郁政[1]、珠玖 隆行[2] （1. 東京都市大学、2. 岡山大学）

09:30 ～ 09:45

[S05A-04] 衛星画像を用いた機械学習による被災箇所推定に関する研究

*妹尾 大輝[1]、久保 栞[1]、磯打 千雅子[2]、吉田 秀典[1] （1. 香川大学 、2. 四国危機管理教育・研究・地域連携推進機構）

09:45 ～ 10:00

[S05A-05] デジタルツインのための高分解能な大規模液状化解析

*日下部 亮太[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1]、堀 宗朗[2]、Wijerathne Lalith[1] （1. 東京大学、2. 海洋研究開発機構）

10:00 ～ 10:15

[S05A-06] 高詳細三次元地殻構造モデルを用いた断層すべり推定における海底観測網の感度解析

*村上 颯太[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1]、堀 高峰[2]、太田 雄策[3] （1. 東京大学地震研究所、2. 海洋研究開発機構　地震津波海域観測研究開発センター、3. 東北大学大学院理学研究科附属地震・噴火予知研究観測センター）

10:15 ～ 10:30

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

本震による傾斜を想定したガスホルダーの余震耐震性の簡易評価手法の提案

Proposal of a Simple Evaluation Method for Evaluating the Seismic Aftershock Resistance of a Spherical Gas Holder Inclined by the Main Earthquake

小林　実央（東京ガス）　　田附 英幸（IHI プラント）
中井　健太郎（名古屋大・工）　　野田　利弘（名古屋大・減災連携研究センター）
Mio KOBAYASHI, Tokyo Gas Co., Ltd.
Hideyuki TAZUKE, IHI Plant Services Corporation
Kentaro NAKAI, Nagoya University
Toshihiro NODA, Nagoya University
E-mail: mio@tokyo-gas.co.jp

We aim to evaluate the seismic stability of the existing spherical gas holder, which requires higher safety as a countermeasure for severe cases. In this paper, a simple evaluation method using 1D mass-spring nonlinear response analysis is proposed to evaluate the seismic stability of the gas holder inclined under the assumption of maximum aftershocks. The validity of this mass-spring analysis was confirmed by a 3D framework model analysis.

１．はじめに

東日本大震災では浦安市など東京湾エリアの広範囲で液状化が生じ，今後も首都圏直下地震や南海トラフの巨大地震などの発生が想定されている．また，東京都においては，国土強靭化地域計画 [1]の推進目標の一つに「産業施設の安全対策の強化」が掲げられ，球形ガスホルダー（以下「ホルダー」）を重要な産業施設と位置づけて安全対策を万全にするための取り組みを進めることが述べられている．

一方，ホルダーの耐震性評価は評価対象設備の 1 次固有周期を考慮した近似的設計手法である修正震度法による評価 [2]であり，通常基礎・地盤の残留変形・傾斜やそのホルダーへの影響といった終局的な耐震性能までを評価するものではない．地震で不等沈下による傾斜が発生すると，ホルダーのタイロッドブレースには不均等な荷重が作用した状態となるため，耐震性に影響を及ぼす可能性がある．しかし，ホルダーについて，不等沈下時の余震に対する耐震性への影響を検討した例はないため，地震復旧時の使用可否の判断のための維持管理基準もない．

著者らはこれまで，液状化による不等沈下やその状態での最大級の地震への対応を安全側に評価することが必要として，ホルダーに対して，3 次元水～土連成有限変形解析を行ってきた [3]．この結果，南関東沖積低地の代表的ホルダーでは，直下型地震により，液状化が生じホルダー地盤が沈下するとともに全ての杭が損傷するものの，ホルダー本体や基礎に影響を及ぼすような変形は確認されなかったこと，等を示してきた．

本研究では，上記維持管理基準策定のために，既報 [3]で照査したホルダーを対象に，当該ホルダーが地震で傾斜したとして，震度 7 クラスの余震が生じても健全と判断できる傾斜量を把握するための，1 質点ばね解析を用いた簡易な評価手法を提案する．

２．解析方法（余震耐震性の簡易評価手法）

評価対象のホルダーの構造を Fig. 1 に示す．ホルダーの各部材を評価する解析は，支持構造部（脚柱，ﾌﾞﾚｰｽ）の材料・幾何学的非線形性および応答機構を考慮し，かつ非線形ダンパーを扱うため極めて非線形性が強いものになり，3D モデル解析には多大な労力が必要となる．そこで，汎用有限要素コードを用いた非線形解析を 2 ステップで行う．その解析方法概要を Fig. 2 に示す．地表面で与える入力地震動は「2011 年東北地方太平洋沖地震：K-NET 浦安波(EW)」を耐震設計基準 [3] のスペクトルで調整したものを用いた．

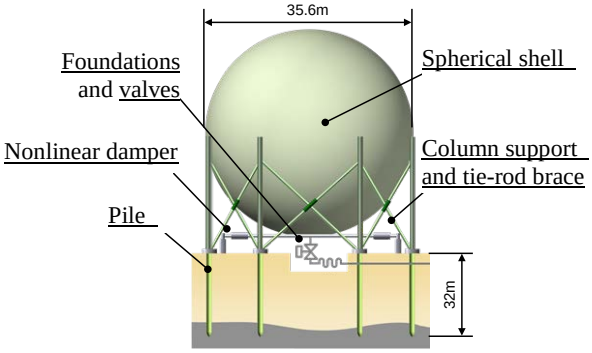


Fig. 1 Outline drawing of a spherical gas holder

第 1 ステップでは，構造物を Pushover 解析の結果で 1 自由度系に置き換え応答を求める宇佐美ら [4]の方法を参考に，ホルダー各部材を Fig. 2a)のように 3D 骨組モデルに置換して静的非線形解析を実施し，傾斜毎に＋x 方向，－x 方向の非線形ばね特性を求める．ここでばねとは，Fig.2 b)のようにホルダーに水平力が作用した際のホルダー支持構造部の剛性であり，ホルダー部材の材料非線形性，幾何学的非線形性，重力の影響が考慮されている．球殻は剛体とみなし，荷重―変位関係は，降伏変位以降の荷重の平均値を代表値として，バイリニアモデルとして定めた．

第 2 ステップでは，第 1 ステップで求めたばね特性を反映した Fig. 2c)に示すばね質点系の 1 次元動的非線形解析を実施する．ばね質点系の解析モデルとしては，水平設置された通常のホルダーの構造評価に適用する 1 質点ばねモデルに第 1 ステップで求めた傾斜を考慮したばねを用いることで，傾斜地盤上のホルダー挙動を再現するものである．

３．解析結果とまとめ

以上の解析条件に基づき，3D 骨組非線形解析により得られた解析対象ホルダーの傾斜毎の荷重―球殻中心変位関係曲線を Fig. 3 に示す．傾斜量は，対象ホルダー地盤の地震後圧密終了時の沈下量が最大で 0.4m 程度 [3]と算出されたことを踏まえその 5 倍程度まで 0.45m～2.2m の範囲で 6 パターン定めた．同図に示すように，荷重―変位関係は傾斜量の増減に連動して平行移動するように増減し，各 case の限界塑性変位はほぼ同レベルとなった．つまり，同図で示した範囲（傾斜量 2.2m まで）であれば，ホルダーの傾斜が

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

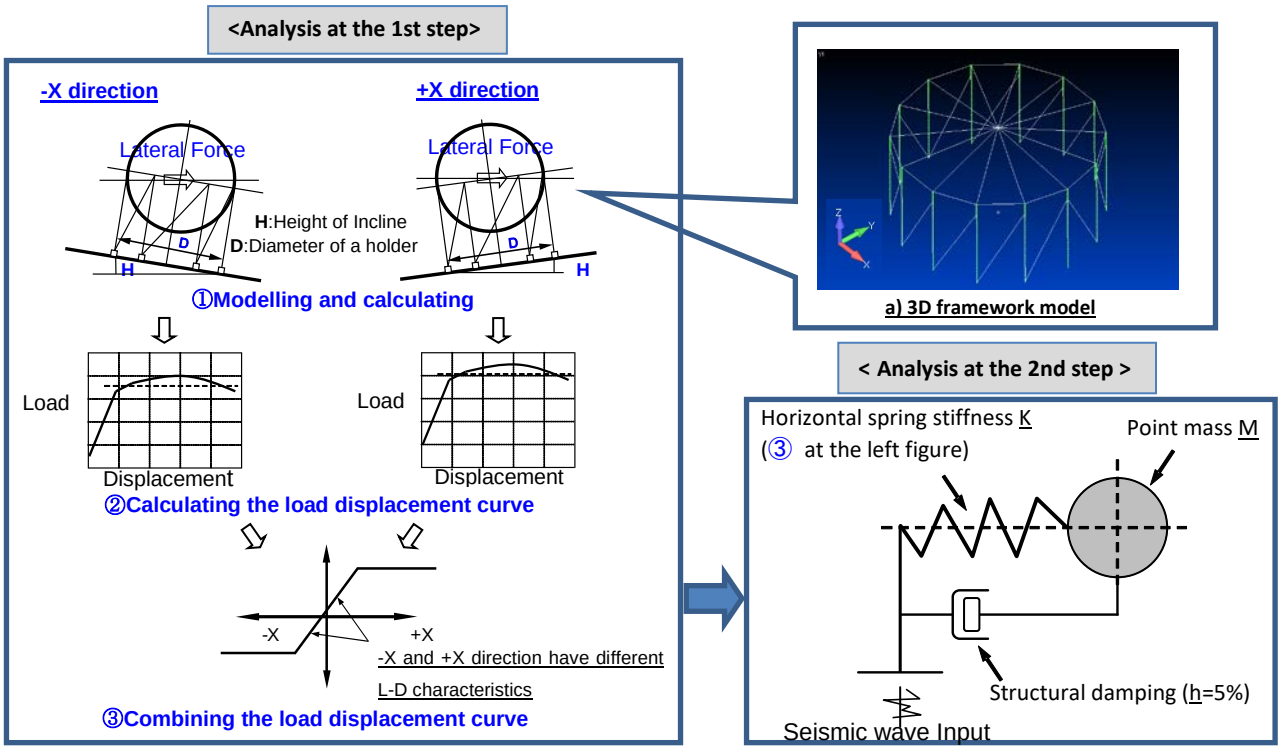


Fig. 2 Procedure for the seismic performance evaluation of gas holder considering ground incline due to unequal settlement

進行してもホルダーの塑性変形性能はほとんど損なわれないことがわかった. なお, 同図の荷重―変位関係において, 限界塑性変位は, ホルダーの耐震設計基準 [2]に基づき脚柱の全断面降伏変位の 0.9 倍として示している.

今回のホルダー支持構造部反力～球殻部変位関係についての 3D 骨組非線形解析と 1 質点ばね解析の比較を Fig. 4 に示す. 両者の結果は概ね同等で 1 質点ばね解析が若干大きい. グラフは省略するが速度・加速度・減衰力においても同様に 1 質点ばね解析が若干大きいため, 同解析が耐震性評価としてより安全側で妥当であるといえる.

Table. 1 は, 第 2 ステップの 1 質点ばね解析における, 耐震性評価項目の代表傾斜量ケースの応答および許容値である. ダンパーの減衰力および発生速度は, すべて許容値内に収まることがわかった. 一方, 支持構造物の球殻中心変位は, 限界塑性変位に比して裕度はあるものの, ダンパーの許容最大ストローク（170mm）を考慮すると余震耐震評価上許容される最大傾斜は 0.95m（傾斜角約 2°）であることがわかった. 今後この結果を対象ホルダーの地震復旧時の使用判断に活用するとともに, この簡易な評価手法による維持管理基準の策定を目指し, 同基準を他のホルダーにも適用していく.

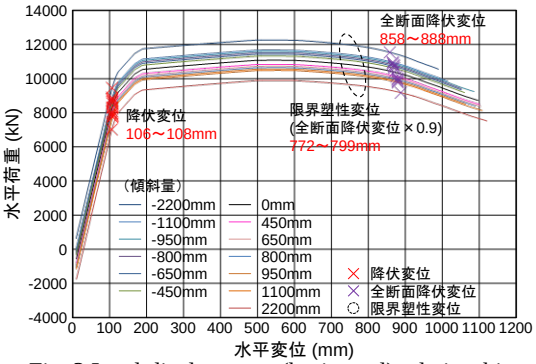


Fig. 3 Load-displacement (horizontal) relationship of an inclined holder

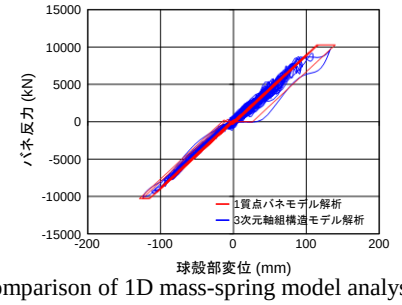


Fig. 4 Comparison of 1D mass-spring model analysis and 3D framework model analysis (inclination of 0.95 m)

Table. 1 Seismic performance evaluation results of an inclined holder

Inclination (m)	0.00	0.95	2.20	Allowable limit
Spherical Shell disp. (mm)	131	166	207	< 170
Damping Force (kN)	344	337	350	< 700
Damping velocity (mm/s)	919	970	961	< 1360

参考文献

1) 東京都：東京都国土強靭化地域計画，p.63，2016.
2) （一社）日本ガス協会:製造設備等耐震設計指針, 2012.
3) 小林 実央, 野田 利弘, 中井 健太郎, 高稲 敏浩, 浅岡 顕：最大級の地震による激甚シナリオを想定した砂地盤上の球形ガスホルダーの 3 次元地震応答解析，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol. 74，No. 2，pp.I_693-I_703，2018.
4) 宇佐美 勉，鄭 沂，葛 漢彬：Pushover 解析と等価 1 自由度モデルによる鋼製ラーメン橋脚の耐震照査法，土木学会論文集，No.626／I-48，pp.231-240，1999.

強震動下の鉄骨構造物に生じる部材破断の発生箇所制御に関する確率論的評価

Probabilistic Evaluation of Control of the Location of Structural Member Fracture in Steel Frame Structures under Severe Earthquakes

塩見　謙介（IHI）　　五十嵐　晃（京大・防災研）
Kensuke SHIOMI, IHI Corporation
Akira IGARASHI, Kyoto University
E-mail: shiomi3534@ihi-g.com

For the purpose of the realization of a resilient steel frame structure, this paper proposes a method based on the structural reliability theory to evaluate the probability of controlling the locations of structural member fracture due to the low cycle fatigue at the beam-end in rahmen structure, considering the variation in the low cycle fatigue life of steel materials. It is demonstrated to calculate the probability for an example frame structure whose members' cross sections were modified.

１．はじめに

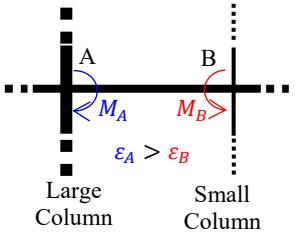
南海トラフ巨大地震等の大型海溝型地震が，発電設備に代表される機械設備の主たる構成要素である支持鉄骨に作用した場合，繰返し変形により梁端部で低サイクル疲労破壊による部材破断が生じる可能性がある．このような破断は設備機能に有害であり，溶接補修などの対応が取られる．しかしながら機械設備では機器・配管類支持のため床や通路が少なく，作業員のアクセス・補修作業が困難となるエリアが多い．そこでアクセスが困難な部位での部材破断の発生を避けアクセス性の良い部位に誘導することが出来れば，同程度の損傷量であっても結果的に修復性の向上につながり，被災後の設備復旧の迅速化（レジリエンス性の向上）が期待される．このような構造は，構造物を修復困難エリアと修復容易エリアに分類し，地震時に各部位に生じる変形（ひずみ）が，前者で小さく後者で大きくなるように骨組を設計することで実現できる．しかしながら鉄鋼材料の低サイクル疲労寿命は一般に大きくばらつくため，各ひずみに与えるべき差の定量評価には，確率論的アプローチが必要となる．そこで本研究では，信頼性設計（レベルⅢ）と弾塑性プッシュオーバー解析を組み合わせ，特定部位において大きなひずみが生じるように設計された骨組において，その部位で意図通りに破断が先行する確率を算出する方法を提案する．

２．破断先行確率の算出方法

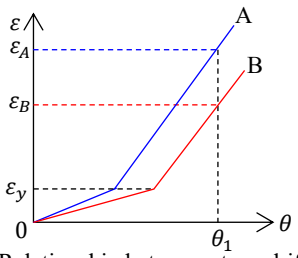
提案する破断先行確率の算出方法を説明する．Fig. 1(a)のような 1 スパン骨組において，梁の A 端部で破断を先行させることを想定する．左右の柱の断面形状に差を与える（左側の柱を大型化）することで，梁の両端部のひずみ量に差を生じさせることが可能となる．この状態でプッシュオーバー解析を実施すると，Fig. 1(b)のように，建物変形（層間変形角）と両端部ひずみの関係が得られる（ε_y：降伏ひずみ）．ある層間変形角θ_1が 1 サイクル生じた際に両端部に生じるひずみ量をε_A，ε_Bとする．Miner 則によれば，この 1 サイクル中に両端部に生じる疲労損傷量ΔD_A，ΔD_Bは，S-N 曲線上でε_A，ε_Bに対応する破壊サイクル数N_A，N_Bの逆数となる（Fig. 1(c)）．そのため$\varepsilon_A > \varepsilon_B$であれば$\Delta D_A > \Delta D_B$が維持され，最終的に A 端部で先行して破断することが期待される．一方疲労寿命のばらつきを考慮した場合，S-N 線図がばらつき量に従ってシフトする（P-S-N 線図）ため，このN_A，N_BすなわちΔD_A，ΔD_Bは確率変数となり，A 端部での先行破断確率は$P[\Delta D_A > \Delta D_B]$で評価される．疲労寿命および$\Delta D_A$, ΔD_Bのばらつきは対数正規分布に従うことが知られており，$P[\Delta D_A > \Delta D_B]$は，式(1)に示す対数正規分布の同時確率密度関数の$x_A > x_B$の積分（式(2)）により評価できる．ここで$\sum$は共分散行列，μ_{Di}，σ_{Di}はΔD_iの平均及び標準偏差であり（$i = A, B$），疲労試験データのばらつき度合から推定可能である．なお同一部材内の各位置（梁端部 A，B 含む）での疲労寿命は相関が存在する可能性があることから，相関係数をρとして相関を考慮した式としている．

$$f_{\Delta D_A \Delta D_B}(x_A, x_B) = \frac{1}{2\pi x_A x_B \sqrt{|\Sigma|}} exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left(\frac{(\ln x_A - \mu_{DA})^2}{\sigma_{DA}{}^2} - \frac{(\ln x_A - \mu_{DA})(\ln x_B - \mu_{DB})\rho}{\sigma_{DA}\sigma_{DB}} - \frac{(\ln x_B - \mu_{DB})^2}{\sigma_{DB}{}^2}\right)\right\} \quad (1)$$

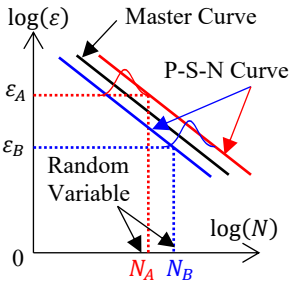
$$P[\Delta D_A > \Delta D_B] = \int\int_{x_A > x_B} f_{\Delta D_A \Delta D_B}(x_A, x_B) dx_A dx_B \quad (2)$$



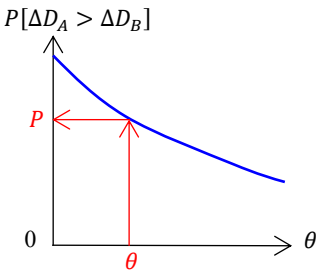
(a) Single span in frame.



(b) Relationship between story-drift of frame and strain in beam-end.



(c) S-N Curve



(d) Relationship between story-drift of frame and probability P.

Fig. 1 Evaluation of probability P.

本手順を，層間変形角θ毎に実施することで，Fig. 1(d)に示すように層間変形角-破断先行確率の関係が得られる．よって想定する地震動に対して生じうる構造物の変形レベルθがわかれば，その地震動に対し骨組において意図通りの破断が生じる確率Pを求めることが可能となる．

３．具体的な構造モデルへの提案手法の適用

Fig. 2 に示す 4 層ラーメン構造へ提案手法を適用し，破断先行確率の算定を行った．今回は左から 2 番目の柱 2 に

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

取り付く梁端部 B，C での破断防止を目的とし，A，D で先行して破断が生じる確率（以下，AD 破断確率）を算出する．柱 1～4 の断面形状を全て同一としたモデル 1 をベースとし，B，C に対する A，D のひずみが大きくなるよう柱 1，3 の断面を大型化したモデル 2～4 を作成した．使用した断面形状を Table 1 に示す．最も大型化したモデル 4 では，柱の断面 2 次モーメントがノミナルモデルの約 2 倍となっている．部材の材質は SS400 とし，文献 [1]掲載の疲労試験データとそれらに対する最適適合曲線（Fig. 3）より，疲労寿命のばらつき量の同定を行った．最適適合曲線は式(3)で表現される（S_a：仮想弾性応力（ひずみ×ヤング率），N_f：破断サイクル数）．分布形状として対数正規分布を仮定して同定した結果，寿命ばらつきの対数値の平均は -0.073，標準偏差は 0.380 であった．これによりひずみに対する疲労損傷度ΔD_iの確率密度関数の定式化が可能となる．疲労寿命の相関係数は$\rho = 0, 0.5,\ 0.8$の 3 通りを仮定した．

$$S_a = 1.07 \times 10^5 {N_f}^{-0.58} + 238.5 \qquad (3)$$

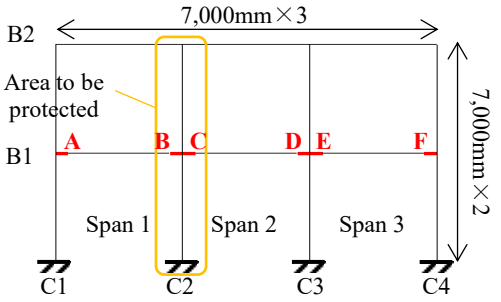


Fig. 2 Time variation of the displacement at point A.

Table 1 Cross section of members

Model	C1	C2	C3	C4	B1，B2
1	□800×28				H1000×450 ×16×36
2	□800×40	↓	□800×40	↓	
3	□900×32	↓	□900×32	↓	
4	□900×40	↓	□900×40	↓	

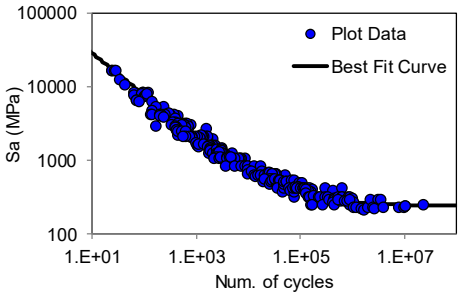
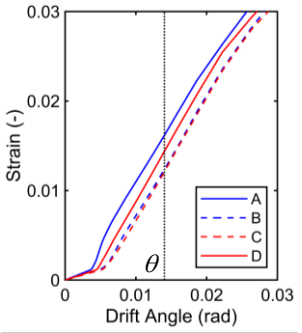


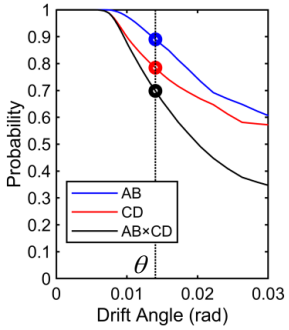
Fig. 3 Low cycle fatigue test data and Best fit curve.

モデル 3，$\rho = 0.5$を例として，具体的な計算の流れを Fig. 4 に示す．プッシュオーバー解析を行い，第 1 層層間変形角と梁端部 A～D のひずみの関係を算出する（Fig. 4(a)）．次にある層間変形角θにおける A～D のひずみと，仮定した相関係数を用いてΔD_AとΔD_B，ΔD_CとΔD_Dの同時確率密度関数を定式化する．これらをコンター表示したものが Fig. 4(b)であり，それぞれ$\Delta D_A > \Delta D_B$，$\Delta D_C < \Delta D_D$となる領域を積分することで，B に先行して A が破断する確率$P[\Delta D_A > \Delta D_B]$，C に先行して D が破断する確率 $P[\Delta D_C < \Delta D_D]$が求まる．最後に，両者は独立と仮定して積を取ることで，層間変形角-AD 破断確率関係が得られる（Fig. 4(c)）．

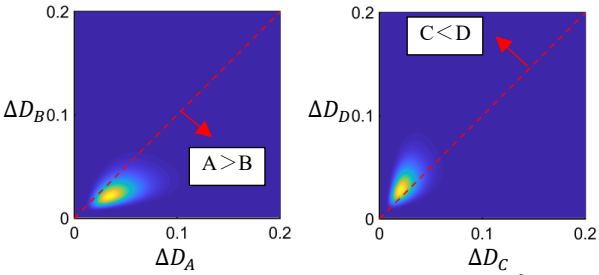
各モデル・各相関係数に対し得られた結果を Fig. 5 に示す．同図の通り，柱断面の大型化，相関係数の増加により確率が増加する傾向が確認できる．例えば大地震時の変形の目安となる層間変形角 0.01 rad 程度では，相関係数にもよるものの，柱断面を大型化することで，80～90%程度の確率で意図した部位へ破断が誘導できると考えられる．



(a) Relationship between story-drift and strain in A-D.



(c) Obtained relationship between story-drift and probability P.



(b) Joint probability density function at θ.

Fig. 4 Estimation of probability P. (For Model 3, $\rho = 0.5$)

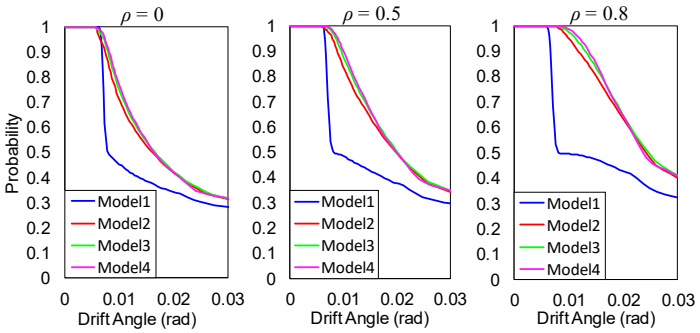


Fig. 5 Obtained probability P.

4．まとめ

修復性を高めた鉄骨構造物の実現を目的とし，特定部位に低サイクル疲労破壊による部材破断を誘導する確率の評価方法を提案した．本手法の妥当性については，別途モンテカルロシミュレーションによる検証を行っており，その結果については講演にて報告する．

参考文献

1) (一社)日本溶接協会原子力研究委員会 FQA2 小委員会 ナレッジプラットホーム公開資料（2017 年）：DFC 小委員会「設計疲労線図の策定に係る調査（2012 年度報告書）」，2017.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Particle Filter を用いたモデル更新と意思決定
Model update and decision making using Particle Filter

中村　朋佳（東京都市大・総合理工）　吉田　郁政（東京都市大・都市工学科）　珠玖　隆行（岡山大・環境理工）
Tomoka NAKAMURA, Tokyo City University
Ikumasa YOSHIDA, Tokyo City University
Takayuki SHUKU, Okayama University
E-mail: thomoka1226@gmail.com

In many real problems, predictions by numerical analysis are used to make decisions about whether or not to take measures. There are many uncertainties in the numerical analysis that makes predictions. Data assimilation is a method of reducing prediction uncertainty using observational data. Predicting long term settlement is important for life cycle management of infrastructures constructed on the soft clay ground such as embankments, reclaimed island, etc. This study combines particle filter and reliability estimation for settlement prediction, and shows update of limit state exceeding probabilities according to give observation data. It is demonstrated that the data assimilation and model updates allow for clearer decisions making.

１．はじめに

様々な現象の予測を数値解析で行う際に境界条件，モデルパラメータなどが必要となるが，それらの値には不確定性が伴う．観測データに基づき不確定生を減少させる手法は最近ではデータ同化 [1]と呼ばれることが多い．データ同化の目的はモデルパラメータの推定自体の場合もあるが，多くの場合は更新されたモデルによる予測精度の向上である．多くの実問題では予測に基づいてなんらかの対策の有無などの意思決定が行われる．たとえば，羽田空港 D 滑走路建設工事では供用開始後 100 年間に生じる圧密沈下量の予測結果より滑走路の上げ越し量が設計されている [2]．沈下量に関する計測結果から予測量の更新を行い，さらにその際の不確定性も考慮することで，より合理的な意思決定を行うことが期待される．

本研究ではデータ同化と信頼性解析を組み合わせ，観測情報に応じて限界状態超過確率の更新が行われた結果を示す．一例として盛土施工時に生じる圧密沈下問題を対象とし，データ同化手法として比較的容易に実装することが可能である Particle Filter(以下 PF)[1]を使用した．

２．Particle Filter を用いた限界状態確率の算定

PF を用いた限界状態確率の算定の概要を示す [3]. PF は，モンテカルロシミュレーション(以下 MCS)に基づき多くのサンプルを発生させて確率分布を近似的に表現する手法である. ある確率分布 $p(\boldsymbol{x})$に従う n 個のサンプルを発生させ，これを $\boldsymbol{x}^{(j)}$, j=1, n とすると $p(\boldsymbol{x})$は近似的に以下の式で表される．

$$p(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}^{(j)}) \tag{1}$$

ここで，δ はディラックのデルタ関数である．このようにある確率密度関数に従って発生させたサンプル(粒子)をもとに δ 関数を用いて近似表現することができ，これは経験的確率密度関数と呼ばれる．次に観測情報により確率密度分布を更新する．ベイズ更新の式を用いて事後の確率分布 $p(\boldsymbol{x}|\boldsymbol{z})$は以下のように表される．

$$p(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{z}) = \frac{p(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z})}{p(\boldsymbol{z})} = \frac{p(\boldsymbol{z}\,|\,\boldsymbol{x})p(\boldsymbol{x})}{\int p(\boldsymbol{z}\,|\,\boldsymbol{x})p(\boldsymbol{x})d\boldsymbol{x}} \tag{2}$$

$p(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{x})$は観測量 $\boldsymbol{z}$ を固定して考えると状態量 $\boldsymbol{x}$ に対する尤度を表している．サンプル値 $\boldsymbol{x}^{(j)}$に対する尤度 $q^{(j)}$を次式のように定義する．

$$q^{(j)} = p(\boldsymbol{z}\,|\,\boldsymbol{x}^{(j)}) \tag{3}$$

式(3)より経験的確率密度分布として次の式が得られる．

$$p(\boldsymbol{x}\,|\,\boldsymbol{Z}) = \sum_{j=1}^{n}\left(\frac{q^{(j)}}{\sum_{i=1}^{n}q^{(i)}}\right)\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}^{(j)}) = \sum_{j=1}^{n}a^{(j)}\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}^{(j)}) \tag{4}$$

ここで，$a^{(j)}$は次式の基準化された尤度を表している．

$$a^{(j)} = \frac{q^{(j)}}{\sum_{i=1}^{n}q^{(i)}} \tag{5}$$

式(4)を式(1)と比較すると同じサンプルを使って表されているが，式(4)では各サンプルに重み $a^{(j)}$が乗じられていることがわかる．つまり，観測情報から決まる尤度比に従って各サンプルの重み $a^{(j)}$が与えられたと解釈することができる．従って，更新された信頼性評価，すなわち限界状態確率は次式のようになる．

$$p_f = p(g<0) = 1-\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}a^{(j)}U\left(g\left(\boldsymbol{x}^{(j)}\right)\right) \tag{6}$$

ここで，g は限界状態関数，U はステップ関数を表す．

３．圧密沈下予測の対象とする地盤や観測情報の概要

Fig.1 に対象となる盛土基礎地盤を簡略化した断面図を示す．盛土中心直下の地表から+0.8m 地点を M0，-1.5m 地点を M1，-4.5m 地点を M2，-7.5m 地点を M3 とする．本報告では M0 地点の沈下データを観測量として用いる．数値解析モデルとして土/水連成有限要素法(以下 FEM)を使用する．解析に用いる FE メッシュは盛土の対称性を考慮して Fig.1 の右半分のみモデル化した．砂・礫質土である 1，5 層目に線形弾性モデル，粘性土である 2，3，4 層目を Cam-clay モデルでモデル化した．本研究では，時間－沈下挙動に大きく影響を及ぼす 2-4 層の粘性土層のみに着目し，各層の圧縮指数 λ および透水係数 k(m/s)のみを推定対象のパラメータとした．よって，推定対象となる地盤パラメータは計 6 パラメータである．また，時間 t における盛土荷重（f_t）を以下の式でモデル化した．

$$f_t = \begin{cases} \alpha F_0\{(\exp(\beta t)-1)/(\exp(\beta T)-1)\} & t \le T \\ \alpha F_0 & t > T \end{cases} \tag{7}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ここで，T は盛土施工にかかる日数，F_0 は盛土施工完了時の盛土高さに対応する荷重強度，f_t は盛土施工開始 t 日における作用荷重である．α，βは荷重強度および載荷パターンを制御するパラメータであり，データ同化の対象とした．Fig.2 に T，t を基準化し，αを 1.0 に固定した場合のβの違いによる荷重パターンの違いを示す．

4．観測量に応じた限界状態確率の更新

上記の推定対象とした 8 個のパラメータについて Table.1 に示す範囲の一様分布を仮定し，2 万個の粒子を発生させて MCS を行った．地点 M0 について盛土施工開始から約 1 年間の沈下量に注目し，沈下量が小さい順から 10，50，90 パーセンタイル値を 3 種類の観測量 A，B，C とした．Fig.3 にこれら 3 つの観測量の時間-沈下曲線を示す．予測対象時点を約 3 年後とし，時間方向に観測量が増加することで地点 M0 の 3 年後の沈下量の累積分布関数の更新が行われた結果を Fig.4 に示す．Fig.4(1)に示す観測量が増加するにつれて観測量の特徴に合わせて，矢印の方向に累積分布関数の更新が行われていることが確認できる．限界状態となる沈下量を 1.4m と仮定した際の限界状態超過確率を算出した結果を Fig.5 に示す．A では時間方向に観測量が増加するにつれて超過確率が低くなり，C では逆に高くなっていることが確認できる．B は 50 パーセンタイル値を観測量としたケースであるが，Fig.4(2)に示すようにばらつきが小さくなることで確率がやや小さくなっている．

5．まとめ

本研究では圧密沈下問題を対象とし，データ同化と信頼性解析を組み合わせることで観測情報に応じて限界状態超過確率が更新されることを示した．データ同化を用いてモデル更新を行うことで，不確定性が減少しより明確な意思決定が可能になる．今後の課題としては，こうしたデータ同化の手法は計算コストが大きいことからその計算効率の向上が上げられる．

参考文献

1) 樋口知之：予測にいかす統計モデリングの基礎―ベイズ統計入門から応用まで，講談社，2011.
2) 野口孝俊，渡部要一，鈴木弘之，堺谷常廣，梯浩一郎，小倉勝利，水野健太：羽田空港 D 滑走路の設計，土木学会論文集 C，Vol.68，No.1，pp.150-162，2012.
3) 吉田郁政，秋山充良，鈴木修一，山上雅人：Sequential Monte Carlo Simulation を用いた維持管理のための信頼性評価手法，土木学会論文集 A，Vol.65，2009.

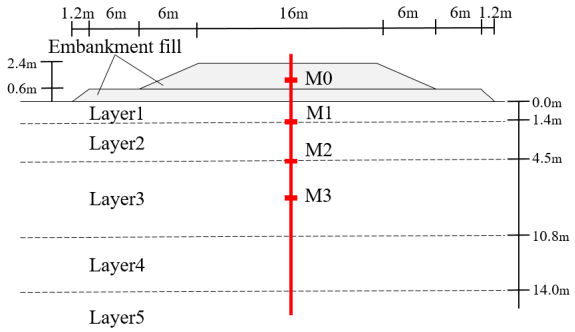


Fig. 1　Overview of the target ground

Table.1　The ranges of the parameters of initial distributions

	parameter	Initial distribution
Loading condition	$\log_{10}\beta$	-1.7 – 0.2
	$\log_{10}\alpha$	-0.1 – 0.1
Layer 2-4	$\log_{10}\lambda$	-0.4 – 0.17
	$\log_{10}k$(m/s)	-3.0 – 1.0

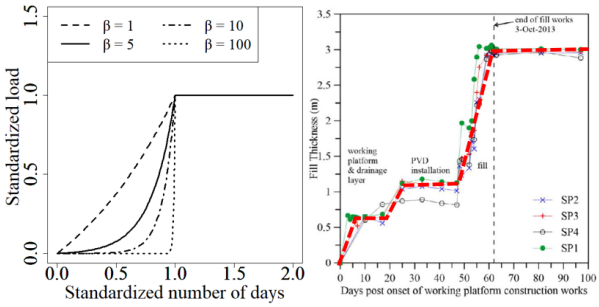


Fig. 2　Modeling of Loading Conditions

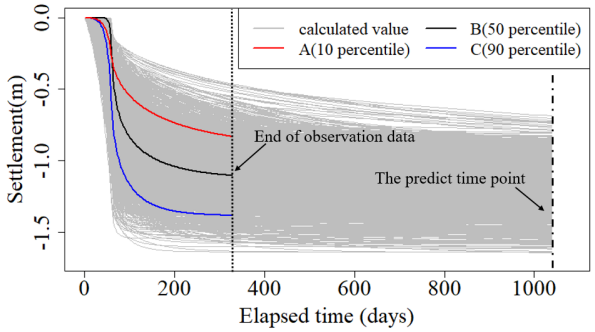
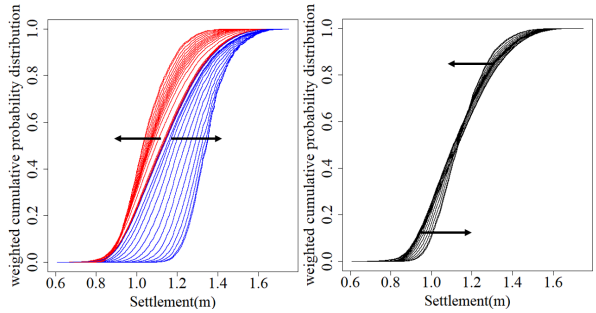


Fig. 3　Settlement at M0, three obaservation data and prediction



(1) Observation A, C　　(2) Observation B

Fig.4　Cumulative distribution of settlement at M0 in three years

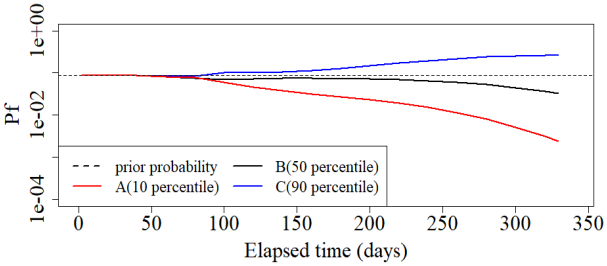


Fig. 5　Limit state exceedance probability in three years with given length of observation data

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

衛星画像を用いた機械学習による被災箇所推定に関する研究
Research on the estimation of the damaged area by machine learning using satellite image

妹尾　大輝（香川大・院工）　久保　栞（香川大・協力研究員）　磯打　千雅子（四国危機管理教育・研究・地域連携推進機構）　吉田　秀典（香川大・創造工）
Daiki SENO, Kagawa University
Shiori KUBO, Kagawa University
Chikako ISOUCHI, Institute of Education, Research and Regional Cooperation for Crisis Management Shikoku
Hidenori YOSHIDA, Kagawa University
E-mail: s17t030@stu.kagawa-u.ac.jp

In recent years, heavy rain disasters have occurred frequently in various parts of Japan are causing severe damages. It is important to identify the damaged area for recovery and reconstruction. In this study, the estimation of the damaged area by heavy rain disaster using the optical satellite image is conducted by the land cover classification using machine learning and the grasp of the area of change before and after the disaster using an additive color mixture method. As a result, it is possible to classify the feature categories appropriately and to grasp the places where the land cover changed before and after the disaster. Therefore, the area where many houses were damaged during the heavy rain disaster are identified.

１．緒言

近年，気候変動によって深刻な豪雨災害が発生し，日本各地において甚大な被害が発生している．災害発生後には，迅速な復旧・復興活動を実施するためには，被災状況を把握する必要がある．被災箇所抽出には航空写真や衛星画像が活用されるようになってきたが，豪雨災害など，被害が広域におよぶ災害については，衛星画像を使用した分析が多い[1,2]．そこで，本研究では，低コストかつ処理が容易な光学画像を用いて，機械学習の援用による土地被覆分類を行う．さらに，災害前後の土地被覆の変化を把握することで，被災地域の推定を行う．

２．分析手法

本研究では，被災地域の推定を行うにあたり，まず，教師あり分類を用いた土地被覆分類を行う．分類手法としては，スペクトル空間における教師スペクトルと分類対象スペクトルの角度を類似点として最近傍法により分類を行う Spectral Angle Mapping（SAM）を使用している．次に，加色混合法を用いて災害前後における土地被覆変化の把握を行う．加色混合法とは，レッドスケールならびにシアンスケールの 2 画像を加色混合することで，2 時期における変化を抽出する手法である．

３．光学衛星画像を用いた土地被覆分類

３．１．衛星画像データ

平成30年7月豪雨が発生した際に甚大な被害を受けた岡山県倉敷市真備町を対象とした被災地域の推定を行う．本研究では，産業技術総合研究所が提供する LandBrowser という衛星データプラットフォームより，災害前後に撮影された計 2 枚の光学衛星画像を取得する（Fig.1）．分析にあたり使用する衛星画像の詳細を Table.1 に示す．

３．２．教師データ

「教師あり」の分類をするため，Fig.2 内の赤枠で示す領域を，それぞれ教師データとして登録する．分類したカテゴリは，図に黄色に黒文字で示す計 8 か所とする．

３．３．土地被覆分類結果

災害前後の光学衛星画像に対し，それぞれ土地被覆分類を行った結果を Fig.3，4 に示す．植生や建物，田畑など，本研究で使用した光学衛星画像の解像度 30m×30m 以上にわたる領域については，適切に分類されていることがわかる．しかし，河川や道路など，本研究で使用した光学衛星画像の解像度を下回る大きさの領域については，分類が適切に行われていない箇所が散見される．また，分析対象地域の中央部を東西に通る小田川の北側の地域について，光学衛星画像（Fig.1）においては土地被覆の変化が目視で判別できないものの，分類結果においては，災害前に広域にわたって存在していた建物を示す赤色の領域が（Fig.3），災害後には減少し，道路や田畑を示す薄茶色の領域が増加

Fig.1 Optical satellite images of before(right) and after(left) disaster

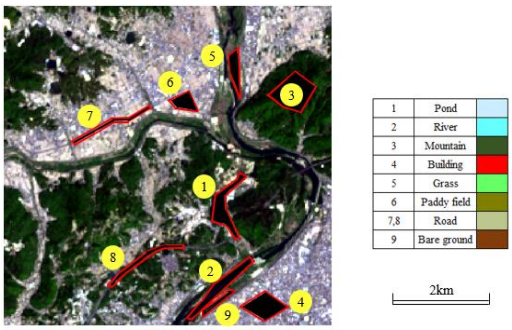


Fig.2 Training data of each category

Table.1　Detail of satellite data

Satellite	Target area	Date of shooting	Resolution	Cloudiness	Band
Landsat-8	Mabi Town of Kurashiki City, Okayama Prefecture	Before the disaster：2018/4/20 After the disaster　：2019/5/20	30m	10%	1～7

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

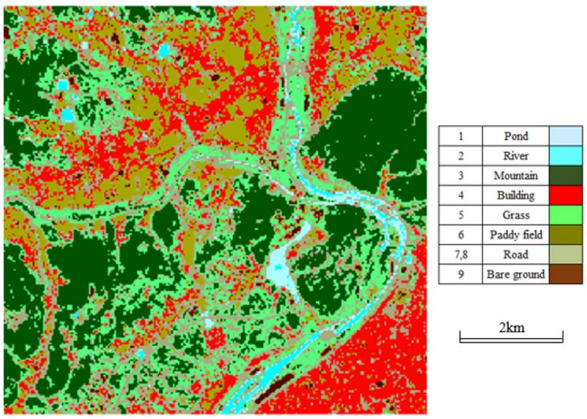


Fig.3 Result of land cover classification (Before the disaster)

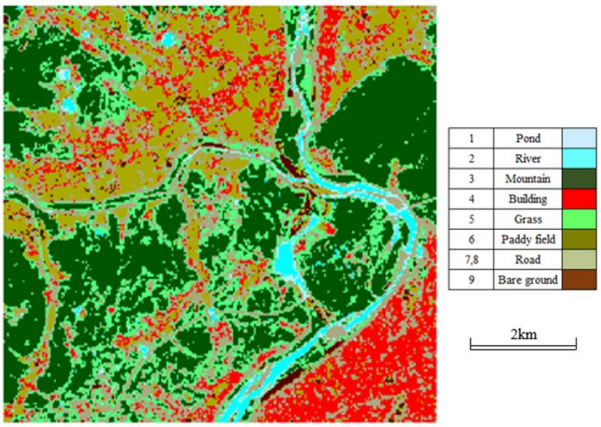


Fig.4 Result of land cover classification (After the disaster)

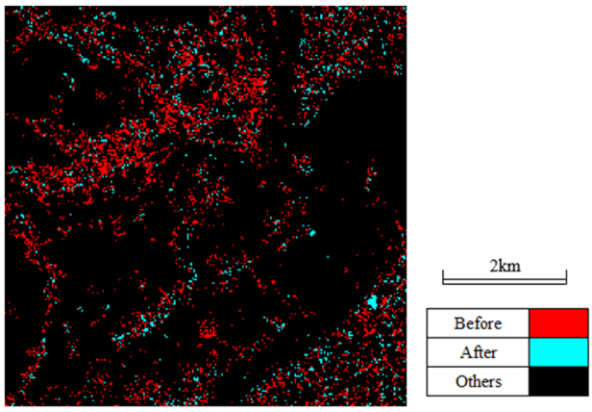


Fig.5 Result of additive color mixing (Building)

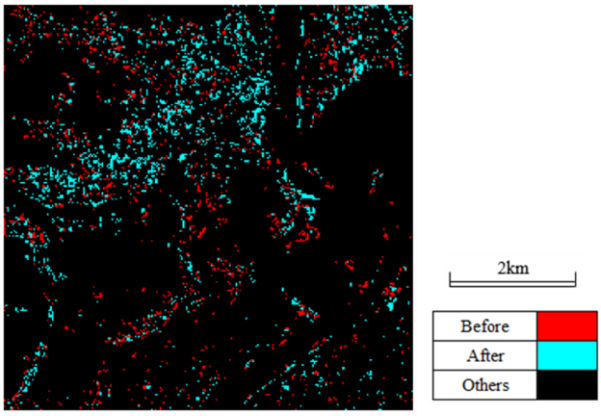


Fig.6 Result of additive color mixing (Paddy field)

していることがわかる（Fig.4）.

以上より，解像度が 30m 程度の光学衛星画像を用いた場合，植生や建物といった広範囲にわたる領域の変化については把握できるものの，道路などの詳細な変化については把握が困難であることが判明した.

３．４．被災領域推定結果

土地被覆分類結果（Fig.3，4）より任意のカテゴリを抽出し，それぞれのカテゴリに対して加色混合することにより，災害前後の変化領域の把握を行う．紙面が限られるため，前節で明確に変化のあった建物，田畑の 2 カテゴリについて，加色混合法を用いた変化領域の抽出を行い，その結果を Fig.5，6 にそれぞれ示す．なお，災害前の分類画像をレッドスケール，災害後の分類画像をシアンスケールに変更しているため，Fig.5，6 において，災害によって減少したカテゴリは赤，増加したカテゴリはシアンで示される．このとき，変化のない領域については，すべて黒で示すこととする.

建物領域に関する加色混合の結果（Fig.5）より，前節で示した通り，対象地域の中央部を東西に通る小田川の北側においては，広範囲にわたって赤く示されており，災害後に建物が減少しているといえる．また，シアンで示されている領域が非常に少なく，小田川の北側と同様，他の地域においても赤く示されている地域が多いことから，災害によって建物が損傷や倒壊していることが推定される.

また，田畑領域に関する加色混合の結果（Fig.6）より，赤く示されている領域，つまり，災害後に建物が減少した領域と同領域が，シアンで示されており，災害後に，田畑が増加したといえる．しかし，災害後に田畑が作られたとは考え難いことから，実際には，田畑と類似した傾向をもつ裸地であると考えられる．著者らの一部による現地調査の結果，上記の領域においては，浸水被害を受けたことで，多くの家屋が解体され更地となっている土地や，リフォームなどを行っている家屋が多く存在することが判明している．そのため， 建物が減少し，田畑などの地域が増加したという本推定結果は妥当であると考えられる.

４．結言

本研究より，光学衛星画像に対し，機械学習を用いた土地被覆分類を行うことで，土地被覆をおおむね適切に分類することが可能であることが判明した．さらに，その結果に対し，加色混合法による変化領域の把握を行うことで，災害前後におけるカテゴリごとの変化を明確にすることが可能となった．しかし，本研究で使用した衛星画像の解像度は低く，道路等の小領域に対する分類が困難であったことから，より詳細な被災箇所推定が必要な場合については，高解像度の光学衛星画像を使用することが望まれる．また，今後の課題として，変化領域について定量的に示すこと，ならびに結果の詳細な検証が必要である.

参考文献

1) 浦部和哉，佐治斉：空撮画像を用いた山間部における地震災害後の道路閉塞領域検出，日本地震工学会論文集，第 9 巻，第 4 号，pp.26-38，2009
2) 江口毅，三浦房紀：衛星リモートセンシングを用いた地震および豪雨による斜面崩壊箇所発生箇所の早期発見手法，土木学会論文集 F6（安全），Vol.72，No.1，pp.11-20，2016

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

デジタルツインのための高分解能な大規模液状化解析
High-resolution Large-scale Soil Liquefaction Analysis for Digital Twin

日下部　亮太（東京大・地震研）　市村　強（東京大・地震研）　藤田　航平（東京大・地震研）
堀　宗朗（JAMSTEC）　Lalith Wijerathne （東京大・地震研）
Ryota Kusakabe, The University of Tokyo
Tsuyoshi ICHIMURA, The University of Tokyo
Kohei FUJITA, The University of Tokyo
Muneo HORI, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology,
Lalith Wijerathne, The University of Tokyo
E-mail: ryota-k@eri.u-tokyo.ac.jp

Along with the development of computer environment and computational technique, large-scale physics-based simulations have been realized. In addition, accumulation of “big data” has raised expectations for BDEC (big data & extreme-scale computing). In digital twin concept, an example of BDEC, simulation has to be performed repeatedly and thus, stability of the simulation is important. In this study, we realized stabilized soil liquefaction analysis with a high-resolution large-scale soil-structure model.

１．背景

計算機環境・計算手法の発達に伴って，大規模な物理シミュレーションが可能になってきている [1]．さらに，膨大なデータが収集可能になってきたことに伴って, BDEC (big data & extreme-scale computing) への期待が高まっている．BDEC では，膨大な観測データやそれらをもとにした機械学習と計算科学のシミュレーションが統合され，より信頼性の高いシミュレーションが可能になると考えられる．その一例として，都市のデジタルツイン構想が挙げられる．高詳細な都市モデルであるデジタルツインをサイバー空間上に構築し，時々刻々と得られる観測データをもとにモデルの状態を更新しながら，デジタルツイン上で数値解析による仮想実験を行い，その結果を政策などの意思決定に用いる．

本研究では，デジタルツインでの物理シミュレーションの中でも特に計算コストが高いと考えられる地震シミュレーションを対象とした．従来の解析では設定が難しい場合が多い地下水位を浸透流解析により決定し，液状化を考慮した解析を行った．液状化を考慮した場合，地盤が強い非線形性を示すため，高分解能の地盤構造物モデルを使うとシミュレーションが不安定になることがある．デジタルツインでは，内部状態がリアルタイムで更新されていくのに合わせて，繰り返しシミュレーションを実施するため，解析の安定性が求められる．そのため，解析の不安定化を防ぐ手法が求められる．

そこで，破壊解析などで使用されている積分平均化理論 [2)3)]によって空間方向に構成則の平均化を行うことで，解析の安定化を図った．さらに，高周波成分を減衰される一般化α法 [4)]を時間積分に使用することで，数値誤差による解析の不安定化の抑制を図った．

２．問題設定

本研究では，非構造四面体二次要素を用いた有限要素法により地震応答解析を行う．また，時間積分法として一般化α法を用いる．支配方程式は有限要素法と一般化α法により離散化された運動方程式(1)となる．

$$\boldsymbol{A}\delta\boldsymbol{u} = \boldsymbol{b}, \tag{1}$$

$$\boldsymbol{A} = \frac{1-\alpha_{\mathrm{m}}}{\beta\, dt^2}\boldsymbol{M} + \frac{(1-\alpha_{\mathrm{f}})\gamma}{\beta\, dt}\boldsymbol{C}^{(n)} + (1-\alpha_{\mathrm{f}})\boldsymbol{K}^{(n)}, \tag{2}$$

$$\boldsymbol{b} = (1-\alpha_{\mathrm{f}})\boldsymbol{f}^{(n+1)} + \alpha_{\mathrm{f}}\boldsymbol{f}^{(n)} - \boldsymbol{q}^{(n)} + \boldsymbol{M}\left[\left(\frac{1-\alpha_{\mathrm{m}}}{2\beta}-1\right)\boldsymbol{a}^{(n)} + \frac{1-\alpha_{\mathrm{m}}}{\beta\, dt}\boldsymbol{v}^{(n)}\right] + \boldsymbol{C}^{(n)}\left[(1-\alpha_{\mathrm{f}})\left(\frac{\gamma}{2\beta}-1\right)dt\boldsymbol{a}^{(n)} + \left(\frac{(1-\alpha_{\mathrm{f}})\gamma}{\beta}-1\right)\boldsymbol{v}^{(n)}\right] \tag{3}$$

ただし，$\boldsymbol{M},\boldsymbol{C},\boldsymbol{K}$はそれぞれ質量行列，レイリー減衰行列，剛性行列，$\delta\boldsymbol{u},\boldsymbol{v},\boldsymbol{a},\boldsymbol{q},\boldsymbol{f}$はそれぞれ，変位増分，速度，加速度，内力，外力である．$*^{(n)}$はn時間ステップでの変数であることを示す．$\alpha_{\mathrm{f}},\alpha_{\mathrm{m}},\beta,\gamma$は一般化α法のパラメータである．式(1)を各ステップで計算し，変位増分を得て，一般化α法によって，変位，速度，加速度を更新する．剛性行列と内力は構成則によって更新する．

３．手法：積分平均化法

材料が強い非線形を示すなど複雑な現象を対象とする場合，離散化の空間分解能を高くすると，シミュレーションが不安定になり発散してしまうこととがある．この原因として構成則がポイントワイズで成立すると仮定していることが挙げられる．地盤は不均質であり，構成則はある一定の体積における平均的な応力ひずみ関係をモデル化したものである．0.1m オーダーの超高分解能な解析においてこの仮定に基づいて解析を行うと，実現象を適切に表現できなくなってしまうことがある．これによって，解析の不安定が引き起こされていると考えられる．

本研究では，構成則として Iai (1993)の液状化構成則 [5)]を用いた．この構成則は，非排水条件下での地盤液状化を記述するもので，過剰間隙水圧モデルとマルチスプリングモデルからなっている．過剰間隙水圧モデルによって，液状化の進行度から地盤の剛性パラメータ$\boldsymbol{\theta}$ (体積弾性係数, せん断剛性係数，せん断強度)が計算され，マルチスプリングモデルによって，剛性パラメータ$\boldsymbol{\theta}$とひずみ$\boldsymbol{\varepsilon}$から，応力$\boldsymbol{\sigma}$と弾塑性行列$\boldsymbol{D}$が計算される．

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\varepsilon};\boldsymbol{\theta}) \tag{4}$$

$$\boldsymbol{D} = \frac{\partial \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\varepsilon};\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \tag{5}$$

通常の解析手法では, 小さな要素を使って解析を行うと，(1)液状化が進行し，(2)剛性が低下し，(3)ひずみが大きくなり，(4)塑性せん断仕事が累積され，(5)さらに液状化が進行する，というサイクルがごく一部の要素で発生し，それらの要素だけで異常に大きなひずみが生じてしまうことがある．これは，ある一定体積における平均的な挙動を定式化した構成則をポイントワイズに成立するものと仮定して計

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

算したことにより発生した挙動であり，現実に起こるとは考えづらい．

開発手法では，破壊解析の分野で研究が進められてきた積分平均化理論 [2)3)]を用いて，構成則の空間平均化を行った．構成則の平均化は以下の手順で行う．

1. 従来の構成則と同様に，過剰間隙水圧モデルによって，各位置$\boldsymbol{x}$における剛性パラメータ$\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{x})$を計算する．
2. 積分平均化理論によって，剛性のパラメータの非局所化量$\bar{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{x})$を以下のように計算する．ただし，$R$は平均化の領域を規定するパラメータで，本研究では$R = 1$ mとした．

$$\bar{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{x}) = \int_V \alpha(\boldsymbol{\xi};\boldsymbol{x})\boldsymbol{\theta}(\boldsymbol{\xi})\, d\boldsymbol{\xi} \tag{6}$$

$$\alpha(\boldsymbol{\xi};\boldsymbol{x}) = \frac{\alpha_0(\|\boldsymbol{\xi}-\boldsymbol{x}\|)}{\int_V \alpha_0(\|\boldsymbol{\zeta}-\boldsymbol{x}\|)\, d\boldsymbol{\zeta}} \tag{7}$$

$$\alpha_0(r) = \begin{cases} \left(1-\dfrac{r^2}{R^2}\right)^2 & (\text{if } 0 \le r \le R) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{8}$$

3. 剛性パラメータの代わりに，剛性パラメータの非局所化量を使って，応力と弾塑性行列を計算する．

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\varepsilon};\bar{\boldsymbol{\theta}}) \tag{9}$$

$$\boldsymbol{D} = \frac{\partial \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\varepsilon};\bar{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \tag{10}$$

この平均化により，高分解能な地盤構造物モデルを使った解析においても，一定の体積での平均的な挙動として構成則が計算されることになるため，不安定化が防げると期待される．

4．数値解析

本研究で開発した安定化手法の有効性を示すために，数値実験を行った．従来の手法では不安定化してしまう高分解能な地盤モデルを使った解析が，本研究の安定化手法を用いることで安定的に解析でき，かつ解析結果が収束することを示す．液状化層と線形層の 2 層からなる地盤モデルを使い，空間離散化の分解能が 1m, 0.5m, 0.25m, 0.125m の 4 ケースについて，従来手法と開発手法で解析を行い，解の収束性を確認した．従来手法では，式(4) (5)によって構成則の計算を行い，時間積分にはニューマークの β 法を使用した．

図 1 に地表面中心部における変位の時刻歴を示す．従来法では，分解能を小さくしても，解析結果が収束しない．また，分解能 0.25m, 0.125m のケースでは解析が$t = 5.6$ s 付近で異常終了した．一方，開発手法を使った場合，分解能 0.125m のケースでも解析が実行できており，解析結果も収束している．開発手法により，高分解能なモデルを使っても安定に解析が実行でき，かつ，収束解が得られることが示された．

適用例として図 2 に示す地盤構造物モデルについて液状化解析を行った．浸透流解析により地下水位を決定した．空間分解能は 0.5m であり，これは，従来手法では解析が不安定になりうる分解能であるが，開発手法を使うことで安定的に解析が実施された．

5．まとめ

本研究では，デジタルツインのための液状化解析の安定化手法を開発した．積分平均化理論を用いた構成則の平均化により，高分解能の解析の安定的な実施を可能にした．本研究では，液状化構成則についての実装を行ったが，同様に不安定化しうる非線形構成則に対しても開発手法を適用することは可能であると考えられる．

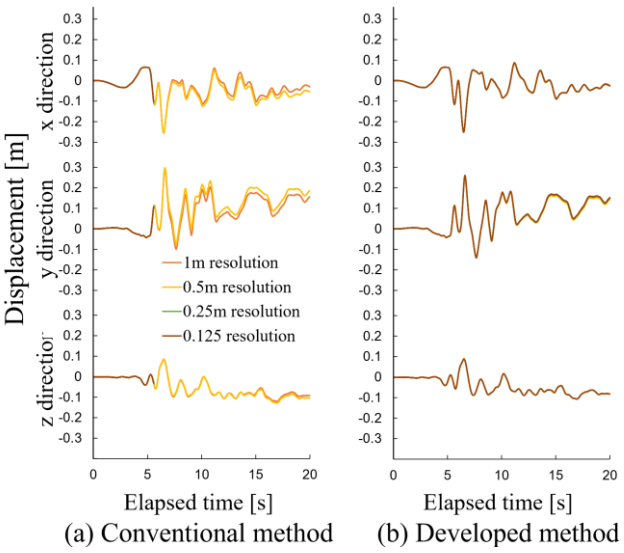


Fig. 1 Comparison of time history of displacement

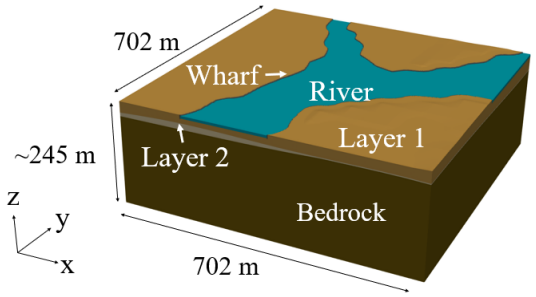


Fig. 2 Soil-structure model used in the application.

参考文献

1) T. Ichimura et al.: Physics-Based Urban Earthquake Simulation Enhanced by 10.7 BlnDOF × 30 K Time-Step Unstructured FE Non-Linear Seismic Wave Simulation, Proceedings of the International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis, pp.15-26, 2014
2) J.H.P. de Vree et al.: Comparison of nonlocal approaches in continuum damage mechanics, Computers & Structures, 55(4), pp.581-588, 1995.
3) M. Jirásek and S. Marfia: Non-local damage model based on displacement averaging, International Journal for Numerical Methods in Engineering. 63(1), pp.77-102, 2005.
4) J. Chung and G. M. Hulbert: A Time Integration Algorithm for Structural Dynamics With Improved Numerical Dissipation: The Generalized-α Method, Journal of Applied Mechanics, 60(2), pp.371-375, 1993.
5) S. Iai: Three dimensional formulation and objectivity of a strain space multiple mechanism model for sand, Soils and Foundations, 33(1), pp.192-199, 1993.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

高詳細三次元地殻構造モデルを用いた断層すべり推定における海底観測網の感度解析
Sensitivity analysis for seafloor geodetic constraints on the fault state with high-fidelity 3D crustal structure model

村上颯太，市村強，藤田航平 (東京大・地震研)，堀高峰 （海洋研究開発機構），太田雄策 （東北大・理）
Sota MURAKAMI，Tsuyoshi ICHIMURA，Kohei FUJITA，the University of Tokyo，
Takane HORI，Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology，Yusaku OHTA，Tohoku University
E-mail：souta@eri.u-tokyo.ac.jp

The seafloor crustal deformation observation on the seismogenic zone is expected to play a major role in estimating the fault state. To check its effectiveness, we propose a method to quantitatively evaluate the estimation accuracy. A highly reliable Green's function that reflect a high-fidelity crustal structure is calculated by finite element method. By performing many inversions, we evaluate the effect of increase in the number of observation points and the effect of measurement error. As an application example of the Kuril Trench, it is demonstrated that observation of seafloor crustal deformation plays a major role in the estimation performance.

1 はじめに

プレート間状態推定は海溝型地震の震災シナリオ構築の上で重要な役割を果たすと期待されており，震源域直上の海底における海底地殻変動観測によりその推定精度向上が期待されている．しかしながら，観測点数の増加や測定誤差の低減により，地震時すべりや地震間のすべり遅れの推定精度がどの程度向上するかについては，定量的な検討がこれまで十分なされてきたとは言えず，有効性を定量的に検討する必要がある．

また，観測技術の進展により，解像度の高い地殻構造データが整備されつつある．詳細な地殻構造データを利用した有限要素解析よってプレート間状態と地殻変動データを結びつけるグリーン関数をより忠実に計算することができる．大規模な有限要素解析は計算コストが問題であるが，計算機環境及び計算手法の進歩により，その問題を克服しつつある．

以上のことから，本研究においては，高詳細な三次元地殻構造モデルに基づく地殻変動解析を用いて，数値実験におけるモデルおよびそこから得られる結果に対する信頼性を高めつつ，海底地殻変動観測網の設定差による地震時すべりや地震間のすべり遅れ推定への影響を定量的に評価することを目指す．本稿においては，地震間のすべり遅れ推定を対象とする．

2 手法

本研究では，地殻構造モデルの複雑な幾何形状を精度よくモデル化し，地表の応力フリーの境界条件を精度よく考慮するため, 非構造要素による有限要素法を用いて，グリーン関数を計算する．本研究では，ロバストに自動的に三次元大規模有限要素モデルを生成可能な手法 [1] により，非構造四面体二次要素を用いた三次元有限要素地殻モデルを構築している．本研究で用いるような大規模モデルを用いた有限要素解析の解析コストも膨大となり，これを高速化する必要がある．そのため，[1] により提案されている CPU 版の高速大規模有限要素解析手法を，portability に優れる Openacc により GPU 計算機へ移植した手法により本研究ではグリーン関数を計算する．

基底断層すべりに対する地表面の応答であるグリーン関数を用いて，観測方程式は

$$\boldsymbol{d} = \boldsymbol{G}\boldsymbol{a} + \boldsymbol{e} \tag{1}$$

と表せる．ただし，$\boldsymbol{d}$ は観測点における地表面変位ベクトルである. $\boldsymbol{G}$ は観測行列であり, グリーン関数 g_i で構成される. $\boldsymbol{e}$ は平均 $\boldsymbol{0}$, 分散共分散 $\boldsymbol{\Sigma}$ の正規分布に従う誤差であるとする. 問題を安定化させてインバージョンを行うためには正則化する必要があり，ここではすべり分布に関する事前情報を使って正則化することとし，目的関数

$$\Phi(\boldsymbol{a}) = (\boldsymbol{d} - \boldsymbol{G}\boldsymbol{a})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\boldsymbol{d} - \boldsymbol{G}\boldsymbol{a}) + \lambda \boldsymbol{a}^T \boldsymbol{L}\boldsymbol{a} \tag{2}$$

を最小化することとする．ここでは $\boldsymbol{a}^T\boldsymbol{L}\boldsymbol{a}$ は roughness と呼ばれる正則化項であり，非現実的な粗さをもつすべり分布に対して罰則を与える．観測ノイズの多様性を考慮しつつ，観測点の有無や測定精度の違いによる推定性能の差を検証するために，モンテカルロアプローチを導入する．各ケースに対して 4000 パターンのノイズを付与した疑似観測データのインバージョンを行う．

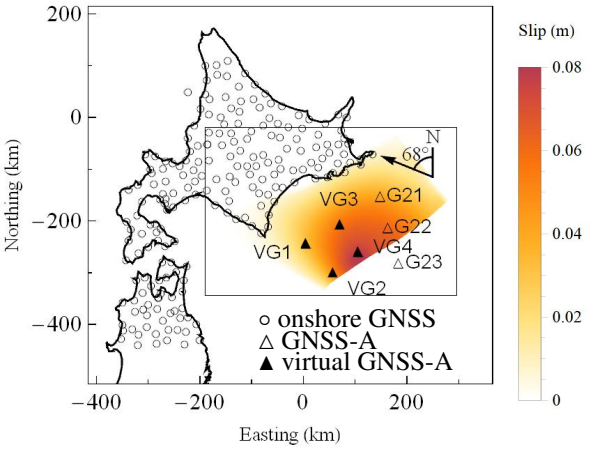


Fig 1: Reference distribution of interseismic slip-deficit.

3 適用例

本研究では，過去に M9 クラスの地震発生が知られ，その発生の切迫性が高い，千島海溝十勝および根室沖を対象領域とした．数値実験で用いる地震間のすべり遅れ分布の参照解とする一年間あたりのすべり遅れレートは，内閣府防災が 2019 年に公表したシナリオ [2] における地震すべり分布をもとに，地震時すべり分布の最大値が 8cm となるように全体の値を調整し，すべりの向きをプレート沈み込みの方向とした（図 1）．プレート境界形状ならびに地表面形状の DEM データを用いて，図 2 に示す大規模有限要素地殻モデルを構築した．四面体二次要素の最小の要素サイズが 1,620m となるように生成されており，モデルの自由度は 5×10^7 程度となっている．図 1 に示す対象領域において，32.4km の間隔のグリッド，117 点での東西方向と南北方向を合わせた 234 パターンの基底断層滑りに対するグリーン関数を計算した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

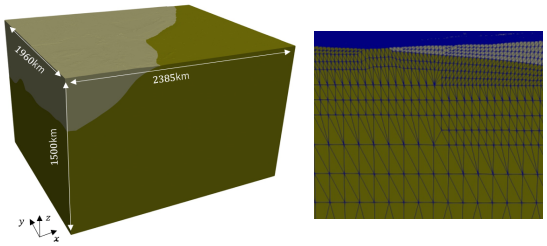


Fig 2: Overview and close-up view of the FE model

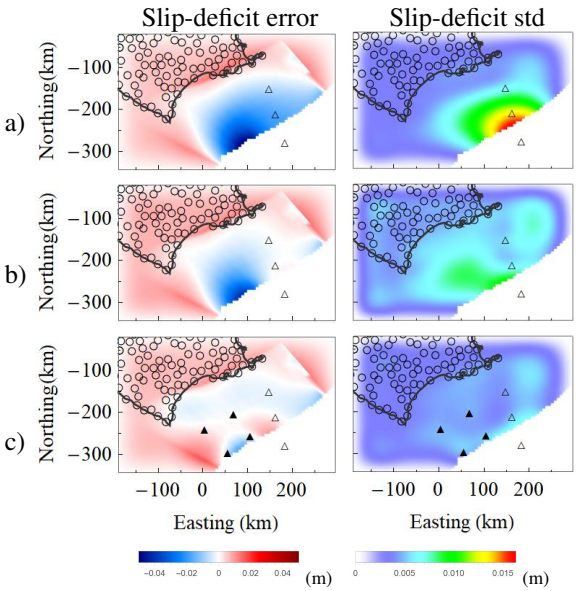


Fig 3: Error between mean and reference solution, and standard deviation of interseismic fault slip-deficit distribution. (a) GNSS and GNSS-A, (b) GNSS and high-precision GNSS-A, and (c) GNSS and high-precision GNSS-A with additional GNSS-A observation points.

なお，解析アルゴリズムの工夫・GPU への実装を行ったことにより解析時間が大幅に短縮されており，この 5×10^7 程度 の自由度の有限要素モデルを用いた 234 回の有限要素解析（グリーン関数の計算）を，GPU サーバー（IBM Power System AC922 with 2 16-core IBM POWER9 2.60 GHz CPUs and 4 NVIDIA Tesla V100 GPUs）を 2 計算ノードを用いて，2.0×10^3 秒程度という短時間で実現している．

本研究では，観測誤差がすべり分布の推定に与える影響を定量的に調べることが目的であるため，前述の参照解による地殻変動を各観測点で計算した上で，擬似的な観測誤差を与える必要がある．観測データとして，陸上 GNSS, GNSS-A による地殻変動を想定する．陸上 GNSS における観測誤差は水平方向 4mm/年，鉛直方向 8mm/年とする．現在，対象領域での GNSS-A 観測の頻度は年に 1 回程度であり，そこから得られる水平方向の変位速度の推定精度は 20mm/年程度であることが期待される．一方で，より高頻度に観測を行った場合，観測誤差を大幅に低減できるため，将来的には GNSS-A の観測精度は 5mm/年程度となる可能性がある．また，GNSS-A の観測点が将来的に追加される可能性もある．そこで, a) 陸上 GNSS ＋ GNSS-A（低精度），b) 陸上 GNSS ＋ GNSS-A（高精度），c) 陸上 GNSS ＋ GNSS-A

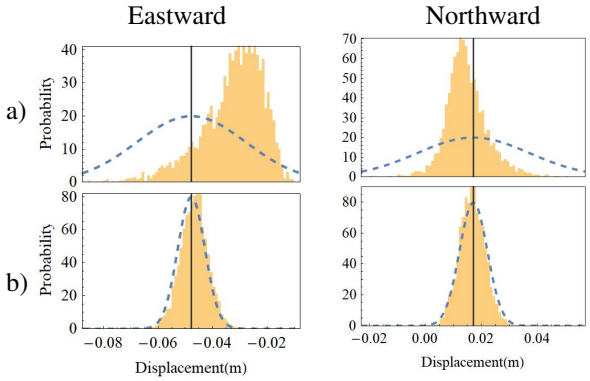


Fig 4: Horizontal displacement distribution at observation point G22. (a) GNSS and GNSS-A (b) GNSS and high-precision GNSS-A.

（高精度）＋観測点追加の 3 つのパターンに対して検証を行った．

現状の観測頻度にもとづく精度ではその感度が十分ではなく，すべり遅れの推定精度は必ずしも高くない（図 3a）．観測精度を向上させた場合，分布の再現には至らないが，海底観測点付近における推定値が大幅に改善している（図 3b）．さらに，GNSS-A 観測点を増設した場合，プレートの走行方向の固着不均質についても，その推定精度が明瞭に向上していることがわかる（図 3c）．観測点の追加・精度向上の効果を確認するためにポイントワイズの評価を実施した．ノイズを踏まえた観測値の分布（点線）と推定した地震間すべり遅れから得られる予測値（ヒストグラム）を比較した (図 4)．観測精度が低い場合，強く正則化が作用するために，予測値は正則化の影響を受けることによって偏りが生じている（図 4a）．一方で，観測精度を上げた場合には，正則化の影響が小さくなるために，予測値は観測値の分布と一致しており，観測値の情報を有効にインバージョンに取り入れていることが示唆される（図 4b）．

4 終わりに

開発した大規模解析技術をもとに，海溝型地震の震災シナリオ高度化のためのプレート間状態推定に大きな役割が期待される震源域直上の海底地殻変動観測網の有効性を定量的に検討する手法を示した．また，本手法を千島海溝近傍に適用することで，海溝軸付近の海底地殻変動の観測がプレート間すべり遅れの推定性能に重要な役割を果たしていることが示された．今後は，地殻構造の曖昧さの考慮等，より現実的な問題設定での定量的評価への展開が期待される．

参考文献

[1] Ichimura, T., Agata, R., Hori, T., Hirahara, K., Hashimoto, C., Hori, M., et al. (2016). An elastic/viscoelastic finite element analysis method for crustal deformation using a 3-D island-scale high-fidelity model. Geophys. J. Int. 206, 114–129

[2] [Dataset] 内閣府防災担当 (2020). 日本海溝・千島海溝沿いの巨大地震モデルの検討について（参考図表集）

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

第一部門：物理数学力学問題 （ B）

座長:斉木 功(東北大学)

2021年5月15日(土) 10:55 ～ 12:25 A会場 (A会場)

[S01B-01] ノイズを含む観測データからの PINNsによるパラメータ推定

*出口 翔大[1]、柴田 洋佑[1]、浅井 光輝[1] （1. 九州大学）

10:55 ～ 11:10

[S01B-02] 弾性波動場への軟化子を用いたくりこみ理論の展開と実装

*丸山 海航[1]、東平 光生[1] （1. 東京理科大学）

11:10 ～ 11:25

[S01B-03] スパース性を利用した2次元面外波によるき裂同定

*脇田 歩美[1]、廣瀬 壮一[1] （1. 東京工業大学）

11:25 ～ 11:40

[S01B-04] 粘弾性体中の領域型および境界型欠陥に対する2次元線形化逆散乱解析

*竹田 晴彦[1]、斎藤 隆泰[1]、廣瀬 壮一[2] （1. 群馬大学、2. 東京工業大学）

11:40 ～ 11:55

[S01B-05] トポロジー感度を欠陥検出指標に用いた三次元動弾性時間反転解析による欠陥形状再構成

斎藤 隆泰[1]、*山崎 文也[1]、田代 匡彦[1]、木本 和志[2] （1. 群馬大学、2. 岡山大学）

11:55 ～ 12:10

[S01B-06] 花崗岩の造岩鉱物粒スケールでみた弾性波伝播特性

*木本 和志[1]、岡野 蒼[1]、斎藤 隆泰[2] （1. 岡山大学　環境生命科学研究科、2. 群馬大学　理工学府）

12:10 ～ 12:25

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ノイズを含む観測データからの PINNs によるパラメータ推定
Unknown parameter estimation using Physics Informed Neural Networks with noised observation data

出口　翔大（九州大・工）　　柴田　洋佑（九州大・工）　　浅井　光輝（九州大・工）
Shota DEGUCHI, Kyushu University
Yosuke SHIBATA, Kyushu University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: deguchi@doc.kyushu-u.ac.jp

With the 2011 off the Pacific coast of Tohoku Earthquake and the late frequency increase in heavy rainfall, numerical simulations have often been employed for the disaster prediction. However, city-scale numerical simulations sometimes require high-resolution models and large computational costs. One can replace those models with equivalent-permeability-having porous media in order for the computational efficiency. In this study, instead of traditional man-powered operations or empirical laws, parameter selection of the media is interpreted as an inverse problem with the help of Physics-Informed Neural Networks (PINNs). Since limited data observations could be done in general engineering issues, this study particularly surveys the inverse problem applicability of PINNs.

１．緒言

2011 年東北地方太平洋沖地震による津波被害を契機に，近年，頻発化・激甚化する災害への関心は急速に高まってきている．都市スケールでの津波遡上解析や氾濫解析を正確に行うには，解析領域内の構造物を可能な限り詳細にモデル化することが求められるが，一般に高解像度のモデルを用いた数値解析は膨大な計算資源を要する．対応策として，本来，高い解像度を要するような構造物が密集する領域を，等価な透水性を持つ多孔質体に置換して計算することが有用な手段として挙げられる．これにより，計算モデル全体の解像度を抑えながら実現象の再現解析が可能となるが，多孔質体のパラメータ推定には人的反復や経験則が導入されることが多く，議論の余地がある．

本研究では，構造群と等価な多孔質体のパラメータを推定する問題を機械学習によって行うことを目標とし，まずはノイズを含む観測データからのパラメータ推定に関する基礎検討を行った．これは，観測データ（出力）からパラメータ（入力）を推定する逆問題であり，Raissi et al[1)]が提案した PINNs（Physics-Informed Neural Networks）の適用を検討した．PINNs は深層学習の一部であり，物理現象の支配方程式を損失関数に組み込むことで，当該事象に対する表現力を特化する NN である．本研究は，PINNs の適用性と限界を調査し，将来課題に向けた問題点を整理した．

２．問題設定

本研究では，観測データの解像度の高さと問題設計の柔軟さから，数値解析結果を教師データとする．本例題では，障害物背面での非圧縮性流れに着目し，当該流体の密度と動粘性係数を推定する．Fig. 1 に示すように，縦 16×横 40 の長方形領域（Fig. 1 内 Computational region）内に 1×1 の正方形の障害物を設置し，数値計算を実施する．ここで，計算資源を抑えるため，PINNs の学習データはカルマン渦の発生が陽に確認できる領域（Fig. 1 内 Learning region）に限定する．

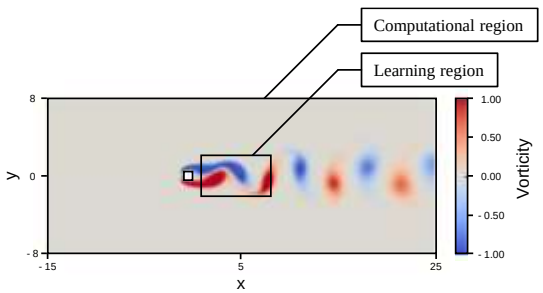


Fig. 1 Problem set-up

３．解析手法

３．１．流体解析

数値流体解析には，オープンソースの CFD 計算ツール，OpenFOAM を用いている．OpenFOAM はオイラー的な求解を行い，安定した数値計算が可能である．まず，非圧縮性 2 次元流れの支配方程式は以下のように書かれる．

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}-\nu\nabla^2 u=0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}-\nu\nabla^2 v=0 \tag{3}$$

ここで，u・vは流体の速度のx・y方向成分，pは圧力を示す．また，ρは密度，νは動粘性係数である．本例題では，$\rho=1.0$，$\nu=0.01$と設定している．尚，本例題においては乱流モデルの導入は行わず，直接解析により領域内の数値解を得る．また，式(1)の連続の式については，流れ関数ψを導入することで自動的に満足する．

$$u=\frac{\partial \psi}{\partial y},\qquad v=-\frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{4}$$

解析条件として，初期条件と境界条件を次のように与えている．初期条件については，領域内の全ての点でゼロ速度・ゼロ圧力を与える．境界条件については，左端境界から一様流速 1 で流体が流入し，右端境界から流出する．このとき，右端境界では圧力ゼロのディリクレ条件が，上下境界にはすべり条件が与えられている．

以上の条件の下，数値流体解析を実施した．解析結果は Fig. 2A (a)～(c)のようになっている．

３．２．Physics-Informed Neural Networks（ノイズ無し）

前節より得る数値解を教師データとして，PINNs の学習を行う．まず，PINNs が予測する速度場・圧力場と教師データである観測値との差を以下のように評価し，これらを損失項と呼ぶこととする．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$f_u = u - u^* \quad (5)$$
$$f_v = v - v^* \quad (6)$$
$$f_p = p - p^* \quad (7)$$

ここで, 上付き文字$(\cdot^*)$はPINNsが予測する物理量を示す. 前述の通り，PINNsは特定の物理現象の支配方程式を損失関数の一部とすることで，対象となる現象への表現力を向上させる. そこで, 本例題における支配方程式（式(2), (3)）を基に，以下の損失項も同時に定義する.

$$g_x = \frac{\partial u^*}{\partial t} + u^*\frac{\partial u^*}{\partial x} + v^*\frac{\partial u^*}{\partial y} + \frac{1}{\rho^*}\frac{\partial p^*}{\partial x} - \nu^*\nabla^2 u^* \quad (8)$$

$$g_y = \frac{\partial v^*}{\partial t} + u^*\frac{\partial v^*}{\partial x} + v^*\frac{\partial v^*}{\partial y} + \frac{1}{\rho^*}\frac{\partial p^*}{\partial y} - \nu^*\nabla^2 v^* \quad (9)$$

ここで，変数及びパラメータに$(\cdot^*)$が付けられているのは，PINNsの予測量が支配方程式に従うよう制約するためである. 式(5)~(9)に定義した損失項の二乗和を用いて, PINNsが包括的に最小化する損失関数Lを以下のように定義する.

$$L = \frac{1}{N}\sum_{i}^{N}\left(|f_u|^2 + |f_v|^2 + |f_p|^2\right) + \frac{1}{N}\sum_{i}^{N}\left(|g_x|^2 + |g_y|^2\right) \quad (10)$$

ここで，Nは学習に用いるデータ点の総数を表す．この損失関数Lを最小化することでPINNsを訓練する．尚，NNの設計についてはRaissi et alに倣い，中間層は8層，1層当たりのニューロンは20としている.

３．３．Physics-Informed Neural Networks（ノイズ有り）

前節の数値実験は安定した数値解を基に設計したものである．しかしながら，実世界では観測・処理等の過程で，データに様々なノイズが加わることが予想される．本節ではこうした事態を想定し，数値解に任意のノイズを加えることでPINNsを実問題への応用にまで疑似的に拡張し，ノイズに対するロバスト性を確認する.

具体的には，Fig. 3Aに示すように数値解にノイズを加え，これを新たな教師データとしてPINNsの学習を行う．その他，損失関数やNNの設計は前節と同様としている.

４．解析結果

ノイズ無し条件での PINNs のパラメータ推定結果は Table 1 のようにまとめられる．密度ρ，動粘性係数ν共に，真値に対する良い近似を与えている．また，パラメータの推定結果を用いた速度場，圧力場の予測も可能であり，その結果は Fig. 2B のようにまとめられる．Table 1 より，密度・動粘性係数において真値と推定値との誤差を比較すれば，動粘性係数の誤差が密度のそれより 20 倍程度大きい．要因としては，本例題で学習対象としている流体の運動において，粘性が支配的でないことが考えられる．流体の運動が粘性に強く影響される問題を対象とすれば，特性の異なる推定結果となることが予想される.

また，ノイズ有り条件での推定結果は Table 2 のようにまとめられる．速度場，圧力場の予測は Fig. 3B の通りであり，任意のノイズが存在する観測データに対しても PINNs の適用可能性を示す結果となった.

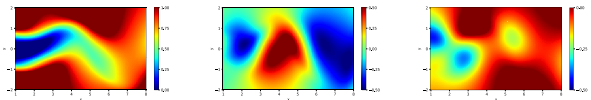
５．結言

深層学習の一種である PINNs を用いることで，限定した出力データからパラメータ推定を行い，その性能を調査した．PINNs は，学習済の NN を活用すれば，逆問題だけでなく流れ場の再現解析（順解析）も可能である．また，実現象への適用を想定し，数値解にノイズを与えた場合にも PINNs が十分に機能することを確認した.

本研究では，流体の物性値として密度$\rho = 1.0$，動粘性係数$\nu = 0.01$を設定した．これは多くの工学問題で取り扱う水などと比較して非常に軽く，粘性が大きい流体である．また本研究では数値解を教師データに用いたが，実測値を用いる場合にはデータの欠損や低解像度化等が予想される．今後は PINNs の実務への応用，及び適用限界の明確化に向けてさらなる検討が必要とされる.

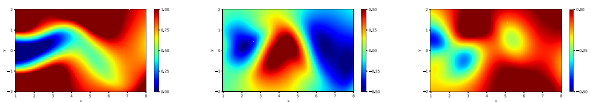
参考文献

1) Raissi, M., Perdikaris, P., Karniadakis, G.E.: Physics-informed nueral networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations, *Journal of Computational Physics*, Vol.378, pp.686-707, 2019.



(a) Velocity u (b) Velocity v (c) Pressure p

Fig. 2A Reference data (clean data)

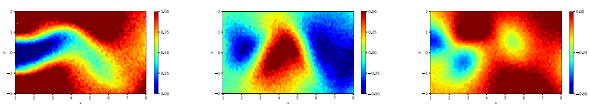


(a) Velocity u (b) Velocity v (c) Pressure p

Fig. 2B PINNs estimation (clean data)

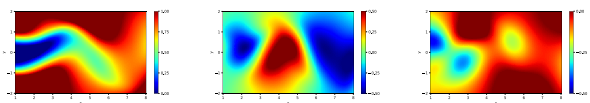
Table 1 Parameter estimation result (clean data)

	Reference data	PINNs estimation	Error (%)
Density, ρ	1.00	0.9938	0.62
Kinematic viscosity, ν	0.01	0.0113	13.09



(a) Velocity u (b) Velocity v (c) Pressure p

Fig. 3A Reference data (noised data)



(a) Velocity u (b) Velocity v (c) Pressure p

Fig. 3B PINNs estimation (noised data)

Table 2 Parameter estimation result (noised data)

	Reference data	PINNs estimation	Error (%)
Density, ρ	1.00	0.9909	0.91
Kinematic viscosity, ν	0.01	0.0115	15.50

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

弾性波動場への軟化子を用いたくりこみ理論の展開と実装

A RENORMALIZATION METHOD BASED ON MOLLIFIER DEVELOPED FOR ELASTIC WAVEFIELD

丸山海航（東京理科大学 理工学部）・東平光生 (東京理科大学 理工学部)

Kaito Maruyama, Tokyo University of Science
Terumi Touhei, Tokyo University of Science
E-mail: maru9428@gmail.com

It is well-known that the Born approximation is a useful tool to simplify the representation of the wavefield which is influenced by the presence of the point like scatterers. For the case of the Born approximation is not valid, however, we encounter the problem of the divergence due to the interaction of the point-like scatterers. In this paper, a renormalization method based on the use of the mollifier is developed. Effectiveness of the present method is examined and verified by several numerical computations.

1. 本研究の背景と目的

波動散乱解析において，散乱体の空間スケールが扱う波動の波長に比べ非常に小さい場合は散乱体は点散乱源とみなされる．こうした散乱波動場の表現に Born 近似を用いず，点散乱源の相互作用を考慮する場合には発散の問題が存在することが知られている．近年 Hu ら [1] はくりこみ理論を用いることでこの問題を解決し，Foldy[2] の示した散乱波動場の表現と等価であることを示している．しかし半無限弾性波動場のような境界条件を持つ波動では，Hu らの示した方法論は必ずしも適用できないと考えられる．この問題を解決するために本論文では軟化子を用いてくりこみ理論の展開を考える．ただし, ここでは簡単のため扱う波動場は 3 次元全無限のスカラー波動場とする．

2. 解析理論

本研究で扱う 3 次元スカラー波動場の Helmholtz 方程式は式 (1) で与えられる．

$$(\nabla^2 + k^2)u(\vec{x}) = \frac{1}{\mu}F(\vec{x}) \tag{1}$$

ここに $\vec{x}$ を任意の位置ベクトル，μ はせん断弾性係数，k は波数で角振動数を ω，ρ_0 をバックグラウンドの質量密度とすると $k = \sqrt{\dfrac{\rho_0}{\mu}}\omega$ で F は外力である．

また式の Green 関数は式 (2) のように与えられる．

$$g(\vec{x}, \vec{y}) = \frac{\exp(ik|\vec{x} - \vec{y}|)}{4\pi\mu|\vec{x} - \vec{y}|} \tag{2}$$

ここに $\vec{x}$ および $\vec{y}$ は Green 関数の観測点およびソース点である．本論文では点散乱源は波動場の密度の変動で特徴づけられるものとし，式 (3) のように表現する．

$$\rho(\vec{x}) = \rho_0 + \sum_{\alpha=1}^{N} \rho_\alpha \delta(\vec{x} - \vec{y}_\alpha) \tag{3}$$

ここに ρ_α は点散乱源の強度，δ は Dirac のデルタ関数であり，$\vec{y}_\alpha$ を点散乱源の位置ベクトルである．このような点散乱源を有する波動場の表現は式 (4) となる．

$$u(\vec{x}) = \omega^2 \sum_{\alpha=1}^{N} g(\vec{x}, \vec{x}_\alpha)\rho_\alpha u(\vec{y}_\alpha) + u^I(\vec{x}) \tag{4}$$

点散乱源の相互作用を考慮する場合には，相互作用方程式を式から構成する必要があるものの，この過程で Green 関数のソース点と観測点が一致する場合が現れ，発散の困難が生じる．

この問題を解決するために，点散乱源の記述に用いた Dirac のデルタ関数の代わりに軟化子を用いることにする．軟化子は式 (5) のように与えられる．

$$\delta_\eta(\vec{x}) = \begin{cases} \dfrac{C}{\eta^n} \exp\left(\dfrac{1}{1 - \frac{|\vec{x}|^2}{\eta^2}}\right) & (-\eta < |\vec{x}| < \eta) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \tag{5}$$

ここで V を原点を中心とする単位球とすると，C は式 (6) を満たす値である．

$$\iiint_V C \exp\left(\frac{1}{1 - |\vec{x}|^2}\right) d^3\vec{x} = 1 \tag{6}$$

また本研究では η を scale parameter と呼び点散乱源の広がりを表し，点散乱源を軟化子を用いて表現した場合の波動場の表現は式 (7) で与えられる．

$$u(\vec{x}) = \sum_{\alpha=1}^{N} \rho_\alpha \omega^2 u(\vec{y}_\alpha) \int_{\mathbb{R}^3} g(\vec{x}, \vec{z})\delta_\eta(\vec{z} - \vec{y}_\alpha) d^3\vec{z} + u^I(\vec{x}) \tag{7}$$

式の空間座標に点散乱源の座標を代入し，$\eta \to 0$ のときの発散を追跡する．ここで $\Gamma_{\alpha\beta}$ は点散乱源 $\vec{y}_\alpha, \vec{y}_\beta$ との相互作用を表し，ランダウの記号を用いると式 (8) のように表せる．

$$\Gamma_{\alpha\beta} = \begin{cases} g(\vec{y}_\alpha, \vec{y}_\beta)\rho_\beta\omega^2 & (\alpha \neq \beta) \\ O\left(\frac{1}{\eta}\right) & (\alpha = \beta) \end{cases} \tag{8}$$

詳細な計算プロセスは紙面の都合上省略するが，密度を式 (9) のように再定義することで発散の問題を回避する．$\eta \to 0$ で発散の問題を回避することが可能となる．

$$\frac{1}{\rho_\alpha} = \frac{1}{\tilde{\rho}_\alpha} + \frac{\omega^2 A}{\eta} \tag{9}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

これより任意の位置 $\vec{x}$ におけるくり込み理論を適用した全波動場の表現は式 (10) のように表される．

$$u(\vec{x}) = \omega^2 \sum_{\alpha=1}^{N} \sum_{\beta=1}^{N} g(\vec{x}, \vec{y}_\alpha) M^{-1}_{\alpha\beta} u^I(\vec{y}_\beta) + u^I(\vec{x}) \quad (10)$$

これは Hu ら [1] と同様の結果で $M_{\alpha\beta}$ は $\tilde{\rho}_\alpha$ を含む行列である．

3. 解析結果

先程得られた波動場の表現を利用し散乱逆解析を行う．本研究では MUSIC[3] を用いる．

解析モデルは saltmodel[4] であり，五十嵐 [5] が Fig. 1 のように 1618 個の点散乱源モデルとして表現したものを用いた．また加振観測 grid は 11×11 で設置した．

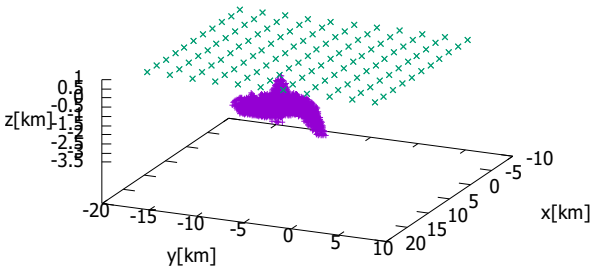
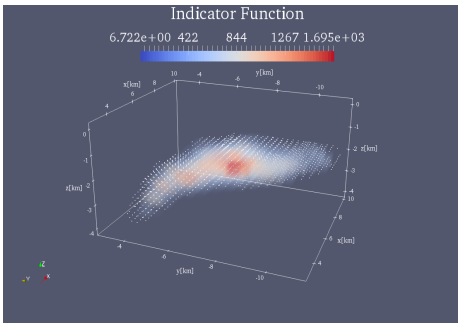


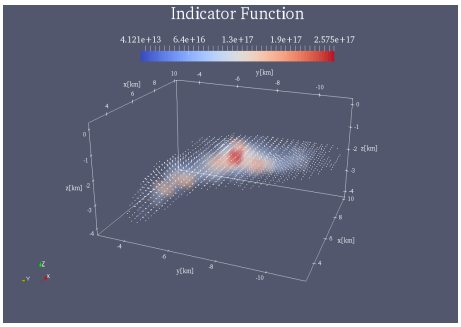
Fig. 1: SEG/EAGE saltmodel

Fig. 2 はくりこみ理論を適用した場合と Born 近似の場合における MUSIC[3] を用いた散乱逆解析の結果である．

くりこみ理論を適用した場合には良好な結果を得られることがわかる．



(a) くりこみ理論



(b)Born 近似

Fig. 2: Inversion 結果

4. 結論

本研究では「弾性波動場への軟化子を用いたくりこみ理論の展開と実装」と題して，点散乱源の相互作用で生じる発散の問題について軟化子を用いて解決する方法を提示した．そして，相互作用モデルを通した散乱波動場の表現を用いて散乱逆解析を行なった．散乱逆解析には MUSIC を用いた．

軟化子を用いてくりこみパラメータを定義する場合，このパラメータの表現形式は Hu らの導出したものとほぼ同一であることが分かっている．しかし，古典的な波動場で，このくりこみパラメータをどう解釈するかは，今後の検討課題である．

また，今回の逆解析ではくりこみ理論で相互作用を考慮して得られる散乱テンソルを用いた場合，Born 近似も，より広範囲の散乱源の位置同定にも成功している．相互作用を考慮した場合の散乱波の伝播特性にも関わることと考えられるものの，今後も多数のテストが必要であろう．

参考文献

1) Guanghui Hu, and Mourad Sini, “Elastic scattering by finitely many point-like obstacles”, J. Math. Phys. 54, (2013).
2) L. Foldy, “The multiple scattering of waves. I. General theory of isotropic scattering by randomly distributed scatterers ”, Phys. Rev. 67, (1945).
3) Margaret Cheney, “The linear sampling method and the MUSIC algorithm ”, Inverse Problems, 17, (2001), 591-595.
4) A.Abubakar,G.Pan,M.Li,L.Zhang,T.M.Habashy and P.M.van den Berg, “Three-dimensional seismic full-waveform inversion using the finite-difference contrast source inversion method ”, Geophysical Prospecting (2011).
5) 五十嵐 光来, “領域積分方程式のための SEG/EAGE saltmodel の構築とそのモデルの Inversion”, 東京理科大学理工学研究科土木工学専攻 修士論文, (2018).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

スパース性を利用した 2 次元面外波によるき裂同定
Crack identification from 2D anti-plane waves using sparsity

脇田　歩美（東工大・環境・社会）　　廣瀬　壮一（東工大・環境・社会）
Ayumi WAKITA, Tokyo Institute of Technology
Sohichi HIROSE, Tokyo Institute of Technology
E-mail: wakita.a.ab@m.titech.ac.jp

In this study, the optimization approach of LASSO and ADMM for solving a system of equations with sparse solutions is applied to crack identification in two-dimensional anti-plane wave field. Displacements at multiple points around a crack are firstly simulated by giving the crack opening displacement (COD), and then substituted into the ADMM calculation to identify the prescribed crack. It is demonstrated that not only the amount of COD and position but also the direction of the crack surface can be estimated properly.

１．はじめに

き裂は材料あるいは構造物の破壊現象と密接な関係があり，その特性を明らかにすることは重要である．例えば，アコースティック・エミッション(AE)は，材料内の微小破壊に伴うき裂から発生する弾性波であるが，比較的簡易な手法によって AE 源の位置や破壊パターンの解析が行われてきた[1]．最近，AE は構造物や機器のヘルスモニタリング技術として注目されており，AE からその発生源であるき裂のより詳細な特性を明らかにすることができれば，より精度の高い健全性評価が可能になると考えられる．

本研究では，き裂近傍の複数の点で得られた波形からき裂の位置のみならず，き裂の不連続量，方向，大きさ等を定量的に推定することによって精度の良いき裂の検出に寄与することを目指す．

近年，センシング技術の向上により，モニタリングのための逆解析において扱うデータ量は膨大になっており，それをいかに正確に処理するかが問題となっている．少量のデータから特徴を抽出し，推定することができる技術としてスパースモデリングがある．スパースモデリングでは，スパース性に基づいて膨大な量のデータの中から，必要なデータのみを抽出する[2]．スパース性とは，膨大なデータの中で本質部分に関わるものが疎であるという特性のことであり，スパース性を持つということは，ほとんどの成分が零をもつ，または持つだろうと期待される性質をもつということである．本研究では，このスパースモデリングを用いて逆解析を行うこととする．

以下においては，まず波動理論によってき裂が存在する際の変位の式を導出する．そして，スパースモデリングを用いた逆解析理論について説明する．最後に，き裂の推定についての解析例を示す．

２．波動理論の定式化

Fig.1 に示すように，2 次元領域におけるき裂面Sを考える．S上の点$\boldsymbol{x}$では，円周波数ωで定常的に面外方向の変位のくい違い$[u(\boldsymbol{x})]e^{-i\omega t}$が生じ，それによって 2 次元面外弾性波が発生しているとする．このとき，観測点$\boldsymbol{y}$における変位$u(\boldsymbol{y})$は，以下のように表せる．

$$u(\boldsymbol{y}) = -\int_S T(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})[u(\boldsymbol{x})]dS_x \qquad (1)$$

ここに，$T(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \mu\boldsymbol{n}(\boldsymbol{x})\cdot\nabla_y U(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$であり，時間項$e^{-i\omega t}$はすべての項に共通のため省略した．$\mu$はせん断剛性，$\boldsymbol{n}(\boldsymbol{x})$はき裂面上の点$\boldsymbol{x}$における法線ベクトル，$U(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = \mathrm{i}/4\mu\,\mathrm{H}_0^{(1)}(k|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}|)$，$\mathrm{H}_0^{(1)}$は第一種 0 次ハンケル関数，$k$は波数である．

表面力成分$T(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$には法線ベクトルが含まれるが，き裂面の方向がわからないため，領域で積分するように以下のように変形する．

$$\begin{aligned} u(\boldsymbol{y}) &= -\int_S \{\partial U(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})/\partial x_\beta\}\{\mu n_\beta(\boldsymbol{x})[u(\boldsymbol{x})]\}\mathrm{d}S_x \\ &= -\int_D \{\partial U(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})/\partial x_\beta\}\left\{\int_S \mu n_\beta(\boldsymbol{\xi})[u(\boldsymbol{\xi})]\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\xi})dS_\xi\right\}\mathrm{d}V_x \qquad (2) \end{aligned}$$

ここに，Dはき裂面Sを含む領域である．領域DをN個の小領域$\Delta D_j (j = 1,\cdots,N)$に分割し，それぞれの小領域ではき裂は直線であり，くい違い量は一定であるとすると，式(2)は次のように書き換えられる．

$$u_i \approx -\sum_{j=1}^{N}\sum_{\beta=1}^{2}\int_{\Delta D_j}\frac{\partial U(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}_i)}{\partial x_\beta}\mathrm{d}V_x\left\{\left(\mu\boldsymbol{n}_\beta[u]\right)_j/\Delta l_j\right\} \quad (i = 1,\cdots,M) \qquad (3)$$

ここに，Δl_jはき裂が小領域を横切る長さで，面Sに分布していた$\mu\boldsymbol{n}_\beta[u]$を式(3)では小領域$\Delta D_j$内に分布する量に換えるために$\Delta l_j$を導入している．

３．スパースモデリングを用いた逆解析理論

式(3)において，u_iを$\boldsymbol{u}$，積分項を$\boldsymbol{A}$，$\left\{\left(\mu\boldsymbol{n}_\beta[u]\right)_j/\Delta l_j\right\}$を解ベクトル$\boldsymbol{x}$とおくと，最終的に解くべき方程式は$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$となる．き裂がある小領域にのみ分布していると仮定すると，解ベクトルの成分の中で非零のものの数が少なくなる．つまりスパース性をもつと考えられる．解ベクトルのスパース性を利用して逆解析するために，一般化 LASSO を用いると、解くべき方程式は次の最適化問題で表すことができる[2]．

$$\underset{\boldsymbol{x},\ \boldsymbol{z}}{\text{minimize}}\ \frac{1}{2}\|\boldsymbol{u}-\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}\|_2^2 + \lambda\|\boldsymbol{z}\|_1 \quad \text{subject to } \boldsymbol{D}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{z} = \boldsymbol{0} \qquad (4)$$

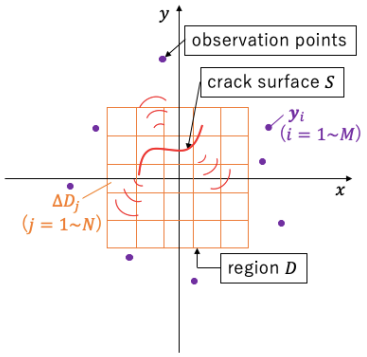


Fig. 1 Crack surface in two-dimensional region

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ここで，$\|\boldsymbol{x}\|_q$はベクトル$\boldsymbol{x}$のL_qノルムである．また、$\boldsymbol{D}$はペナルティ行列であるが、本研究では単位行列とした。

また，この最適化問題を解くために ADMM[3]という手法を用いる．ADMM は，拡張ラグランジュ法を改良したものであり，以下のように反復計算で解を求める．

$$\boldsymbol{x}^{(k+1)} = (\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{A} + \rho\boldsymbol{D}^T\boldsymbol{D})^{-1}\{\boldsymbol{A}^T\boldsymbol{u} + \rho\boldsymbol{D}^T(\boldsymbol{z}^{(k)} - \boldsymbol{v}^{(k)}/\rho)\}$$

$$\boldsymbol{z}^{(k+1)} = S_{\frac{\lambda}{\rho}}\left(\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}^{(k+1)} + \frac{\boldsymbol{v}^{(k)}}{\rho}\right) \tag{5}$$

$$\boldsymbol{v}^{(k+1)} = \boldsymbol{v}^{(k)} + \rho(\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}^{(k+1)} - \boldsymbol{z}^{(k+1)})$$

ここに，$\boldsymbol{v} \in R^N$はラグランジュの未定乗数，ρはペナルティパラメータ，上付き文字は反復回数を示す．また，S_ηはソフトしきい値作用素と呼ばれ，以下の式で表される．

$$S_\eta(y_i) = \begin{cases} y_i - \eta & y_i \geq \eta \\ 0 & -\eta \leq y_i < \eta \\ y_i + \eta & y_i < -\eta \end{cases} \tag{6}$$

反復回数$(k+1)$回の結果を用いて主残差$\boldsymbol{r}^{(k+1)}$と双対残差$\boldsymbol{d}^{(k+1)}$は以下のように定義する．

$$\boldsymbol{r}^{(k+1)} = \boldsymbol{D}\boldsymbol{x}^{(k+1)} - \boldsymbol{z}^{(k+1)} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{d}^{(k+1)} = -\rho\boldsymbol{D}^T(\boldsymbol{z}^{(k+1)} - \boldsymbol{z}^{(k)}) \tag{8}$$

式(5)の反復計算における収束判定は、式(7)、(8)の$\boldsymbol{r}^{(k+1)}$と$\boldsymbol{d}^{(k+1)}$を用いた以下の条件式[3]によった．

$$\|\boldsymbol{r}^{(k+1)}\|_2 \leq \sqrt{M}\epsilon^{abs} + \epsilon^{rel}\max\left\{\|\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}^{(k+1)}\|_2,\ \|\boldsymbol{z}^{(k+1)}\|_2\right\} \tag{9}$$

$$\|\boldsymbol{d}^{(k+1)}\|_2 \leq \sqrt{N}\epsilon^{abs} + \epsilon^{rel}\|\boldsymbol{D}^T\boldsymbol{u}^{(k+1)}\|_2 \tag{10}$$

ここに，ϵ^{abs}，ϵ^{rel}はそれぞれ絶対許容値，相対許容値であり、$\epsilon^{abs} = 1.0 \times 10^{-9}$，$\epsilon^{rel} = 1.0 \times 10^{-8}$とした．$M$，$N$はそれぞれ主残差，双対残差の次元の大きさである．

4．解析例

数値シミュレーションにより，逆解析を行った．すなわち、まず式(1)において$[u(\boldsymbol{x})]$を与えて$u(\boldsymbol{y})$を計算する。得られた$u(\boldsymbol{y})$を式(5)の$\boldsymbol{u}$に代入して解$\boldsymbol{x}$を求める。波数は全て$ak = 1$とした．また，逆解析の際に必要な一般化 LASSO の正則化パラメータλは毎回適切な値を CV 法[4]を用いて決定し，ペナルティパラメータは$\rho = 1.0 \times 10^{-2}$とした．

また，対象とする領域は，$x-y$座標において$-a \leq x \leq a, -a \leq y \leq a$の正方形領域$D$を考える．そしてその正方形領域を格子状に分割し，小領域ΔD_jとして考える．観測点は，原点を中心とする半径$2a$の円上に等間隔でおくこととする．分割数は$5 \times 5 = 25$個，観測点の個数は 32 個とした．

Fig.2 に示すような斜めのき裂を考える．き裂の法線ベクトルは，$(n_1, n_2) = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}\right)$となる．き裂面では，$[u] = [u^R] + \mathrm{i}[u^I] = 1.0 + 2.0\mathrm{i}$のくい違い量を与えた．このときの結果が図 3 から図 6 である．左が逆解析の結果，右が数値シミュレーションで与えた値である．

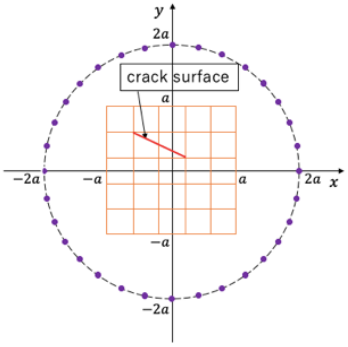


Fig. 2 Diagonal crack surface

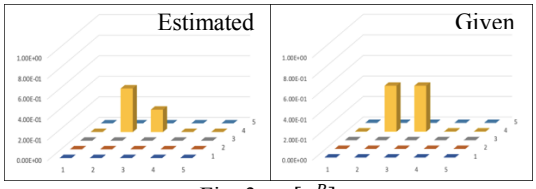


Fig. 3 $n_1[u^R]$

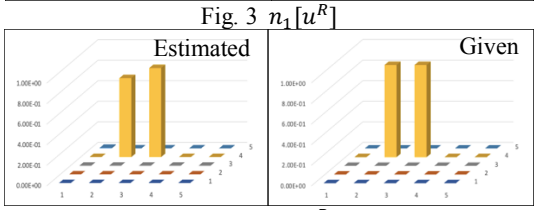


Fig. 4 $n_2[u^R]$

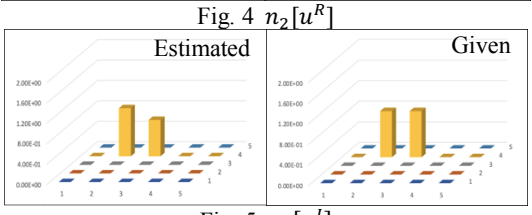


Fig. 5 $n_1[u^I]$

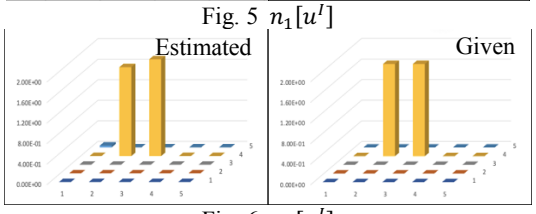


Fig. 6 $n_2[u^I]$

Table 1 Given crack surface and Estimated results

	n_1	n_2	u^R	u^I
Given	0.447	0.894	1.000	2.000
Estimated	0.391	0.920	1.008	1.988

また，この結果から法線ベクトルの方向やくい違い量を求めてまとめたものが Table1 である．法線ベクトルの値に多少の誤差が見られるが、き裂の場所と大きさ、くい違い量、き裂面の向きが推定できている。

5．おわりに

2 次元面外波からき裂面を探索するという逆問題に LASSO を適用した．実際にき裂が存在すると考えられる領域より大きく領域をとり，観測した変位から逆解析を行うことでき裂面の探索を行うことができた．き裂面の位置や変位のくい違い量だけでなく方向も推定することができた．本研究では，2 次元面外波，1 本の直線き裂を考えたが，今後は曲線，複数のき裂，3 次元問題に適用したい．

参考文献

1) 大津政康:アコースティック・エミッションの特性と理論，森北出版，1988.
2) 大関真之:今日からできるスパースモデリング，2015 年度大阪市立大学・電子・物理工学特別講義，2015.
3) Boyd, S., Parikh, N., Chu, E., Peleato, B. and Eckstein, J.: Distributed Optimization and Statistical Leaning via the Alternating Direction Method of Multipliers, Foundation and Trends in Machine Learning, Vol.3, No.1, pp.1-122, 2011.
4) Hastie, T. Tibshirani, R. and Wainwright, M.: Statistical Learning with Sparsity The Lasso and Generalizations, CRC Press, 2015.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

粘弾性体中の領域型および境界型欠陥に対する 2 次元線形化逆散乱解析

2-D linearized inverse scattering analysis for domain and boundary type defects in viscoelastic media

竹田晴彦・斎藤隆泰 (群馬大・理工学府)・廣瀬壮一 (東工大・環境・社会理工学院)

Haruhiko TAKEDA and Takahiro SAITOH, Gunma University
Sohichi HIROSE, Tokyo Institute of Technology
E-mail: t160c056@gunma-u.ac.jp

This paper presents 2-D linearized inverse scattering analysis for domain and boundary type defects in viscoelastic media. The linearized inverse scattering analyses based on the Born and Kirchhoff approximations are applied to defects in viscoelastic media. The scattered wave forms used in these inverse scattering analyses are calculated by the convolution quadrature time-domain boundary element method (CQBEM). Some numerical examples for defects in viscoelastic media are shown to validate the proposed methods.

1. はじめに

固体中の欠陥の位置や形状を再構成する手法の一つである Born 近似や Kirchhoff 近似に基づく逆散乱解析は, 様々な弾性波動問題 [1] へ適用されてきた. しかし, 粘弾性体中の欠陥に対して逆散乱解析を適用した例は, 3 次元粘弾性波動問題における単一空洞のような領域型欠陥に対する解析例 [2] が存在するのみで, 粘弾性体中の複数空洞や, き裂等の境界型欠陥に対する解析例は未だ無い. そこで本研究では, 2 次元面内粘弾性波動問題に対する逆散乱解析を開発し, 複数空洞や, き裂に対する逆散乱解析を実行する. ここで, 逆散乱解析に必要となる散乱波形データの計算には, 演算子積分時間領域境界要素法 (CQBEM) を用いて計算を行う. 本稿では, 紙面の都合上, CQBEM を用いた粘弾性体中の欠陥に対する順散乱解析の定式化は省略し, 領域型および境界型欠陥に対する Born 近似と Kirchhoff 近似に基づく線形化逆散乱解析の定式化について示す. その後, 数値解析例を示すことで本手法の有効性を確認し, 最後に今後の課題について述べる.

2. 粘弾性体中の欠陥に対する逆散乱解析の定式化

図 1 に示すような, 2 次元面内粘弾性波動場において, 無限粘弾性体 D 中の欠陥 D_c の位置や形状を推定する逆問題を考える. 逆散乱解析に必要となる散乱波形データの取得は, 図 1 中の原点 O に向け十分遠方から入射波 $u_i^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{x},t)$ を送信し, 観測点 $\boldsymbol{x}$ において, 欠陥 D_c による散乱波 $u_i^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x},t)$ を取得するものとする. 以下では, 周波数領域において定式化を進める.

(1) 粘弾性波動問題における散乱波の積分表現

さて, 2 次元面内粘弾性波動問題における周波数領域での散乱波 $\tilde{u}_i^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x},\omega)$ に関する積分方程式は, 対象とする欠陥 D_c の境界 S において表面力フリーを仮定すると, 次式で表される.

$$\tilde{u}_i^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x},\omega) = -\int_S \tilde{T}_{ij}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)\tilde{u}_j(\boldsymbol{y},\omega)dS_y \qquad (1)$$

ここで, ω は角周波数, $\tilde{T}_{ij}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)$ は 2 次元面内粘弾性波動問題における周波数領域の二重層核である. さて, 式 (1) の散乱波に対する積分方程式に対し, 遠方場近似を適用し,

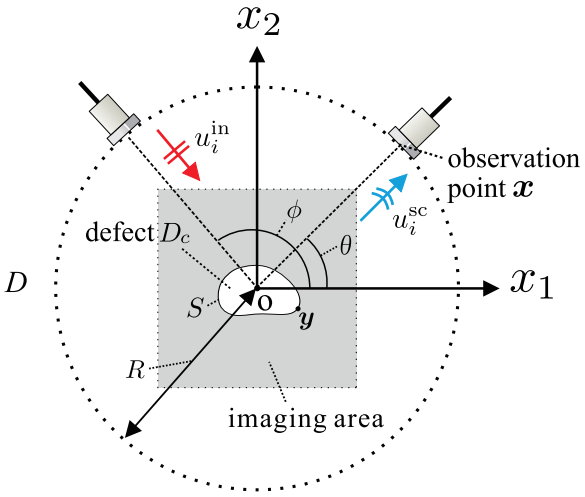


Fig. 1 Inverse scattering analysis model.

縦波成分のみを考慮すると以下の式を得る.

$$\tilde{u}_i^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x},\omega) = -\frac{\mathrm{i}\tilde{k}_L B_{ijk}^L}{\sqrt{8\pi\tilde{k}_L|x|}}\mathrm{e}^{(\mathrm{i}\tilde{k}_L|\boldsymbol{x}|+\frac{\pi}{4})} \times \int_S n_k(\boldsymbol{y})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\tilde{k}_L\hat{\boldsymbol{x}}\cdot\boldsymbol{y}}\tilde{u}_j(\boldsymbol{y},\omega)dS_y \qquad (2)$$

ここで, B_{ijk}^L は, $B_{ijk}^L = -(1-2\kappa)\hat{\boldsymbol{x}}_i\delta_{jk} - 2\kappa\hat{\boldsymbol{x}}_i\hat{\boldsymbol{x}}_j\hat{\boldsymbol{x}}_k$, κ は, $\kappa = \tilde{k}_L/\tilde{k}_T$ として式を整理しており, $\hat{\boldsymbol{x}}$ は $\boldsymbol{x}$ の単位ベクトル, $\tilde{k}_L$, $\tilde{k}_T$ は粘弾性波動問題における周波数領域での縦波および横波の複素波数である. $n_k(\boldsymbol{y})$ は境界上の点 $\boldsymbol{y}$ における外向き単位法線ベクトルである.

(2) 入射波

入射波 $u_i^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{x},t)$ は縦波平面波と仮定し, 周波数領域において次のように与える.

$$\tilde{u}_j^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{x},\omega) = F^v(\tilde{k}_L)\hat{d}_j^{\mathrm{in}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\tilde{k}_L\hat{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{in}}\cdot\boldsymbol{x}} \qquad (3)$$

ここで, $\hat{\boldsymbol{d}}^{\mathrm{in}}$, $\hat{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{in}}$ はそれぞれ, 入射波の偏向方向および進行方向を表す単位ベクトルであり, $F^v(\tilde{k}_L)$ は粘弾性体中を進

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

行する入射波の振幅である．

(3)　領域型欠陥に対する Born 逆解析

ここでは，空洞等の領域型欠陥に対し，パルスエコー法を想定し，Born 近似を用いて定式化を行う．Born 近似では，境界 S 上の点 $\boldsymbol{y}$ での未知変位 $\tilde{u}_j(\boldsymbol{y},\omega)$ を入射変位 $\tilde{u}_j^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{y},\omega)$ で近似する．Born 近似を施した式 (2) に対し，Gauss の発散定理を適用することで式変形を行い，さらに欠陥 D_c 内部でのみ 1 の値とり，その他の領域ではゼロとなる特性関数 $\Gamma(\boldsymbol{y})$ を導入する．最終的に，逆フーリエ変換を適用することで，特性関数 $\Gamma(\boldsymbol{y})$ を以下のように導出することが出来る．

$$\Gamma(\boldsymbol{y}) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{2\pi\tilde{k}_L|\boldsymbol{x}|}\tilde{u}_i^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x},\omega)}{\pi^2 \hat{d}_i^{\mathrm{in}} F^v(\tilde{k}_L)} \times \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\tilde{k}_L|\boldsymbol{x}|-2\tilde{k}_L\hat{\boldsymbol{x}}\cdot\boldsymbol{y}+\frac{\pi}{4})} d\omega d\theta \qquad (4)$$

ただし，θ は図 1 における観測点 $\boldsymbol{x}$ の角度である．

a)　境界型欠陥に対する Kirchhoff 逆解析

ここでは，き裂等の境界型欠陥に対し，ピッチキャッチ法を想定し，Kirchhoff 近似を用いて定式化を行う．Kirchhoff 近似では，境界 S 上の点 $\boldsymbol{y}$ での未知変位 $\tilde{u}_j(\boldsymbol{y},\omega)$ を，スネルの法則の下，入射波の照射面における入射変位 $\tilde{u}_j^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{y},\omega)$ と反射変位 $\tilde{u}_j^{\mathrm{ref}}(\boldsymbol{y},\omega)$ の和として近似する．Kirchhoff 近似を施した式 (2) に対し，欠陥の境界上においてのみ値を有する特異関数 $\gamma(\boldsymbol{y})$ を導入する．最終的に，逆フーリエ変換を適用することで特異関数 $\gamma(\boldsymbol{y})$ を以下のように導出することが出来る．

$$\gamma(\boldsymbol{y}) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\infty} \frac{\sqrt{2\pi\tilde{k}_L|\boldsymbol{x}|}\tilde{u}_i^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x},\omega)(1-\cos(\theta-\phi))}{\pi^2 B_{ijk}^L n_k^{\mathrm{st}}(\hat{d}_j^{\mathrm{in}}+\hat{d}_j^{\mathrm{ref}})F^v(\tilde{k}_L)} \times \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(\tilde{k}_L|\boldsymbol{x}|-\tilde{k}_L(\hat{\boldsymbol{x}}-\hat{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{in}})\cdot\boldsymbol{y}+\frac{\pi}{4})} d\omega d\theta \qquad (5)$$

ここで，ϕ は図 1 における入射波の入射角，$\hat{d}_j^{\mathrm{ref}}$ は反射波の偏向方向単位ベクトル，n_k^{st} は停留点における単位法線ベクトル [3] である．

3.　数値解析例

以下，数値解析例を示す．ここでは，粘弾性体中の空洞およびき裂の再構成結果を示す．散乱波形データの観測は，距離 $R = 12a$ の位置において，$\theta = 10^\circ$ 刻みの計 36 点で行っており，また，粘弾性体のモデル化には三要素標準モデルを用いている．

(1)　空洞に対する逆散乱解析結果

図 2(a), (b) には，粘弾性体中の領域型欠陥である直径 $2a$ の単一空洞および複数空洞に対し，正規化された特性関数 $\Gamma(\boldsymbol{y})$ を空間上にプロットすることで欠陥形状を再構成した結果を示す．ここで，図中の白線は空洞の正解位置を表している．解析結果より，単一空洞に対しては粘弾性の影響下であっても精度良く欠陥形状が再構成出来ている．一方，複数空洞に関しては，おおよその欠陥位置と大きさは再構成出来ているものの，空洞の内側に関しては再構成出来ていない．これは，複数空洞の性質上，空洞内側に入射波が直接到達しないことによる散乱波形データの不足や，多重散乱と粘弾性効果に伴い，再構成の精度を低下させているためであると考えられる．

(2)　き裂に対する逆散乱解析結果

図 3(a), (b) には，等方弾性体および粘弾性体中の境界型欠陥である長さ $2a$ のき裂に対し，特異関数 $\gamma(\boldsymbol{y})$ を空間上にプロットすることで欠陥形状を再構成した結果を示す．ここで，入射波は $\phi = 90^\circ, 270^\circ$ から与えている．また，図中の白線はき裂の正解位置を表している．解析結果より，等

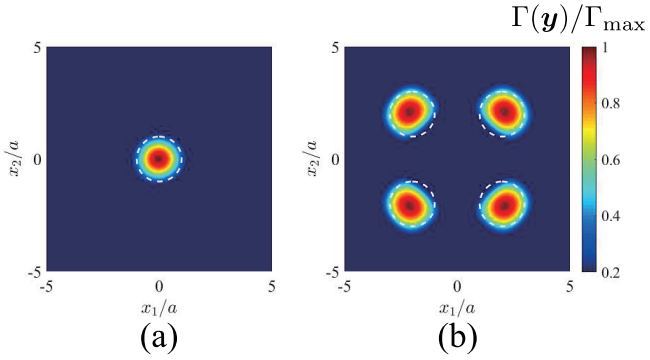


Fig. 2 Shape reconstruction results for (a)single cavity (b)four cavities in a viscoelastic medium.

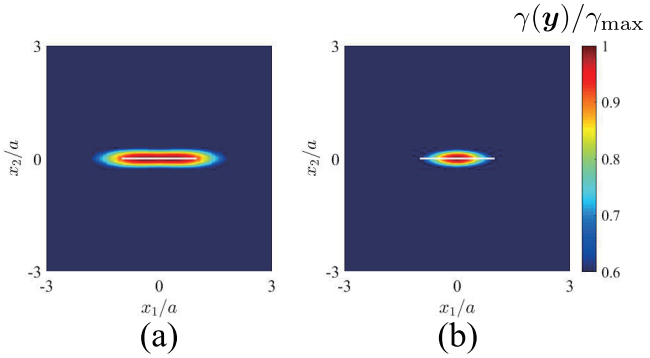


Fig. 3 Shape reconstruction results for a crack in (a)an elastic medium (b)a viscoelastic medium.

方弾性体中のき裂は，その大きさや位置を精度良く再構成出来ている．一方，粘弾性体中のき裂は，特にき裂先端において再構成の精度が落ちている事が確認できる．これは，Kirchhoff 近似が高周波の帯域において有効な近似であることに対し，粘弾性体中を伝搬する弾性波は，高周波の成分から減衰することから，その近似精度が落ちることが原因であると考えられる．

4.　まとめと今後の課題

粘弾性体中の領域型および境界型欠陥に対する 2 次元逆散乱解析を行い，その再構成能を検討した．解析結果より，粘弾性体中の複数空洞やき裂を概ね再構成出来たものの，粘弾性効果によってその精度を低下させる可能性があることが分かった．今後は，粘弾性の影響に伴う欠陥形状再構成能の検討や，異方性・粘弾性の影響を考慮した逆散乱解析を行う予定である．

参考文献

1) 斎藤隆泰，稲垣祐生，下田瑞斗： 異方性弾性体中の欠陥に対する 2 次元逆散乱解析，非破壊検査，**66**(2) (2017), pp. 84–89.
2) 竹田晴彦，斎藤隆泰：演算子積分時間領域境界要素法を用いた粘弾性体中の空洞に対する 3 次元順解析および逆散乱解析，計算数理工学論文集，**20** (2020), pp. 1–6.
3) Schmerr, L. W.： Fundamentals of ultrasonic nondestructive evaluation, (1998), Plenum Press.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

トポロジー感度を欠陥検出指標に用いた三次元動弾性時間反転解析による欠陥形状再構成

Shape reconstruction for a defect using 3-D elastodynamic time-reversal analysis with topological sensitivity

斎藤隆泰・山崎文也・田代匡彦 (群馬大・理工学府)
木本和志 (岡山大・環境生命科学研究科)

Takahiro SAITOH, Fumiya YAMAZAKI and Masahiko TASHIRO, Gunma University
Kazushi Kimoto, Okayama University
E-mail: t-saitoh@gunma-u.ac.jp

This study conducts 3-D elastodynamic time-reversal analysis using topological sensitivity. The time-reversal method is one of the effective inverse scattering technique to detect a defect in elastic solids. The topological sensitivity is utilized to determine the convergence area of time-reversed waves from receiver points. The convolution quadrature time-domain boundary element method(CQBEM) for 3-D elastodynamics is used to obtain scattered and time-reversed wave fields. Some defect detection results obtained by using this approach are demonstrated to investigate the performance of the present method.

1. はじめに

構造物維持管理手法の一つである超音波非破壊評価法の最終目的は, 材料内部の欠陥の位置, 個数のみならず, 形状まで正しく再構成することにある. そのため, これまで様々な逆解析手法が開発されてきたが, 近年, 時間反転法と呼ばれる, 計測した欠陥からの散乱波を試験体内部に時間反転し, 再入射させた波動の集束点を欠陥位置と捉える手法が提案されてきた. しかしながら, 時間反転波の集束位置だけで欠陥の位置を特定することは難しい. そのため本研究グループでは, トポロジー感度を用いて, 時間反転波の集束位置を決定するすることを行ってきた. これまでに, 二次元, 三次元スカラー波動問題, 二次元動弾性問題へと適用し, その有効性について検討してきたが, 三次元動弾性問題への適用が残されている. そこで, 本研究では, そのようなこれまでの成果 [1] を, 三次元動弾性問題に拡張し, 欠陥の位置等を決定することを試みる. 以下では, 解くべき問題やトポロジー感度の定式化を説明した後, 三次元固体中に欠陥が存在する場合における, 欠陥決定解析結果を示す. 適用の対象は, 三次元弾性波動場での超音波マトリクスアレイ探傷 [2] を想定し, 欠陥からの散乱波の計算およびその時間反転による波動場の計算には, 演算子積分時間領域境界要素法 [3] を用いる.

2. 解くべき問題

本研究で対象とする超音波の送受信概要の一例を Fig.1(a) に示す. また, 境界 Γ を持つ欠陥が存在する領域を Ω^Γ とし, 以下のような弾性波動場 $\boldsymbol{u}^\Gamma$ の初期値境界値問題 (順問題) を考える.

$$\mu u^\Gamma_{i,jj}(\boldsymbol{x},t)+(\lambda+\mu)u^\Gamma_{j,ji}(\boldsymbol{x},t)=\rho\ddot{u}^\Gamma(\boldsymbol{x},t) \quad (\boldsymbol{x}\in\Omega^\Gamma, 0<t) \tag{1}$$

$$q^\Gamma_i(\boldsymbol{x},t)=0 \quad (\boldsymbol{x}\in\Gamma, 0<t) \tag{2}$$

$$u^\Gamma_i(\boldsymbol{x},0)=\dot{u}^\Gamma_i(\boldsymbol{x},0)=0 \quad (\boldsymbol{x}\in\Omega^\Gamma) \tag{3}$$

ここで, μ, λ は Lamé 定数, t は時間, $\dot{(\ )}$ は時間微分, $\boldsymbol{q}^\Gamma$ は変位 $\boldsymbol{u}^\Gamma$ に対応する表面力を表し, 散乱波は放射条件を満足するものとする. 本研究では, 解析対象領域 Ω^Γ 内部に入射波を送信し, 欠陥からの散乱波を, Fig.1(a) のような,

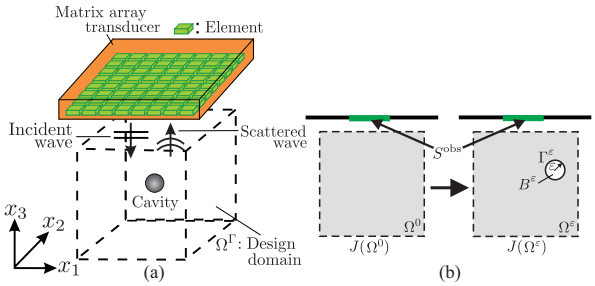


Fig. 1 Problems (a) design domain (b) topological sensitivity.

M 個のアレイ素子 $\boldsymbol{z}^m (m=1,2,\ldots,M)$ で受信し, 受信した散乱波形から欠陥の位置等を決定する問題へと帰着させる. ここで, 欠陥が存在しないと仮定した場合のアレイ探触子の表面境界 $S^{\rm obs}$ 上の受信点 $\boldsymbol{z}^m$ における弾性波動場 $\boldsymbol{u}^0(\boldsymbol{z}^m,t)$ と実際の位置に欠陥が存在する場合の計測データ $\boldsymbol{u}^{\Gamma,{\rm obs}}(\boldsymbol{z}^m,t)$ の差である以下の目的汎関数 $J(\Omega^0)$ を導入する.

$$J(\Omega^0)=\frac{1}{2}\sum_{m=1}^{M}\int_0^T \varphi(\boldsymbol{u}^0(\boldsymbol{z}^m,t),\boldsymbol{z}^m,t)dt \quad (0\le t\le T) \tag{4}$$

$$\varphi(\boldsymbol{u}^0(\boldsymbol{z}^m,t),\boldsymbol{z}^m,t)=|\boldsymbol{u}^0(\boldsymbol{z}^m,t)-\boldsymbol{u}^{\Gamma,{\rm obs}}(\boldsymbol{z}^m,t)|^2 \tag{5}$$

式 (4) の目的汎関数 $J(\Omega^0)$ を導入し, 次節で説明する目的汎関数より導出されるトポロジー感度より, 最適な欠陥の位置等を決定する.

3. 時間反転法とトポロジー感度

Fig.1(b) のような, 欠陥が存在しない領域 Ω^0 内部の内点 $\boldsymbol{x}$ に, 新たな無限小の球空洞 (半径 ε) が発生した時の目的汎関数を $J(\Omega^\varepsilon)$ とすると, 一般的に, トポロジー感度は, 空洞発生前後の目的汎関数の変化率を, 発生した空洞の体積

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

で除した形で定義され, 以下の式で与えられる.

$$\mathcal{T}(\boldsymbol{x}) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{J(\Omega^{\varepsilon}) - J(\Omega^{0})}{\frac{4}{3}\pi\varepsilon^{3}} \tag{6}$$

式 (6) より, 実際の空洞位置 $\boldsymbol{x}$ のトポロジー感度 $\mathcal{T}(\boldsymbol{x})$ は, 目的汎関数が減少する方向 ($J(\Omega^{\varepsilon}) < J(\Omega^{0})$) より, 必ず負であり, 大きな値をもつと考えられる. 式 (4)-(6) より, 本解析で用いるトポロジー感度 $\mathcal{T}(\boldsymbol{x})$ は以下の式で与えられる.

$$\mathcal{T}(\boldsymbol{x}) = \left(\hat{u}^{0}_{i,j} * (A_{ijkl} u^{0}_{k,l}) + \rho \dot{u}^{0}_{i} * \dot{\hat{u}}^{0}_{i} \right)(\boldsymbol{x}, T) \tag{7}$$

$$A_{ijkl} = 2\mu \left[\frac{(1-\nu^{2})}{2(1-2\nu)^{2}} \delta_{ij}\delta_{kl} + \frac{15(1-\nu)}{7-5\nu} \left\{ \frac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - \frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kl} \right\} \right] \tag{8}$$

ここに, $\hat{\boldsymbol{u}}^{0}(\boldsymbol{x}, t)$ はトポロジー感度 $\mathcal{T}(\boldsymbol{x})$ を解析的に解くために定義した随伴波動場の解である. また, $*$ は畳込み積分, ν はポアソン比, δ_{ik} は Kronecker のデルタを表す. この随伴波動場を, 順問題の解 $\boldsymbol{u}^{0}(\boldsymbol{z}^{m}, t)$ と実際の空洞により得られる計測データ $\boldsymbol{u}^{\Gamma,\mathrm{obs}}(\boldsymbol{z}^{m}, t)$ の差を振幅とし, 受信点 $\boldsymbol{z}^{m}$ を波源とする点源波を時間反転させることで求める. 順問題と時間反転させて得られる随伴波動場の解より, 式 (7) のトポロジー感度 $\mathcal{T}(\boldsymbol{x})$ を求めることで, 最適な空洞の位置等を決定する.

4. 数値解析例

解析モデルは, Fig.2(a) のような, 対象領域 Ω^{Γ} 内部に球状空洞 (半径 a) が存在するモデルを考える. 空洞中心位置から x_3 方向 $10a$ 離れた位置にアレイ探触子を設置し, 平面波を角度 0° で送信し, Fig.2(a) のような 256 個の素子 $\boldsymbol{z}^{m}(m = 1, 2, \ldots, 256)$ で受信した散乱波形から, 未知の空洞の位置等を決定する解析を行った.

(1) 三次元弾性波動解析 (順解析)

本解析で送信する平面波は, 探触子面 S^{m} 上における $\boldsymbol{z}^{m}(m = 1, 2, \cdots, 256)$ からのポイントソースのリッカー波の重ね合わせと考え, 次式で与えた.

$$u^{\Gamma,\mathrm{in}}_{i}(\boldsymbol{x}, t) = \sum_{m=1}^{256} \int_{S^{m}} G_{ij}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}^{m}, t) * q^{\Gamma}_{j}(\boldsymbol{z}^{m}, t) dS_{z} \tag{9}$$

$$q^{\Gamma}_{j}(\boldsymbol{z}^{m}, t) = \sigma_{ij}(\boldsymbol{z}^{m}, t) n_{i} = (C_{ijkl} u^{\Gamma}_{k,l}) n_{i} \tag{10}$$

$$u^{\Gamma}_{k}(\boldsymbol{z}^{m}, t) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \delta_{3k} A_{0} (\alpha - 0.5) \exp(-\alpha) \tag{11}$$

ただし,

$$\alpha = \left[\frac{w_{p}}{2} \left(t - t_{s} - t_{m} \right) \right]^{2} \tag{12}$$

ここに, $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}^{m}, t)$ は三次元弾性波動問題における時間領域の基本解, A_{0} は振幅, ω_{p} は中心周波数 f_{p} に対応する角周波数, t_{s} はリッカー波のピーク時刻である. 式 (12) より, 各アレイ素子にディレイ時間 t_{m} を与えることで, 任意の方向に入射波を与えることができる. なお, 解析条件は, 振幅 $A_{0} = 100$, 中心周波数 $f_{p}a/c_{T} = 1.0$, ピーク時刻 $t_{s} = 1/f_{p}$ として与えた. 境界要素解析では, 空洞 1 つあたりの要素数を 512, 総時間ステップ数 N を $N = 512$, 時間増分 $c_{L}\Delta t/a \simeq 0.0866$ で与えた. また, 縦波速度 c_{L}, 横波速度 c_{T} の比は $c_{L}/c_{T} = \sqrt{3}$ であり, ポアソン比 ν は $\nu = 0.25$ とした. Fig.2(b)-(c) は, それぞれ平面波を角度 $\theta = 0°$ で送信した場合の $c_{L}t/a \simeq 6.06, 17.32$ における空洞周辺の三次元弾性波動場を示している. なお, 参考のため, 空洞を白球

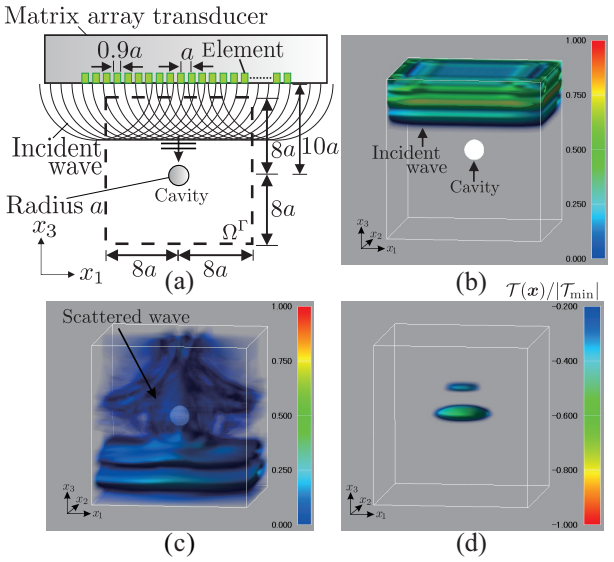


Fig. 2 Numerical examples (a)analysis model, (b) total wave fields at $c_{L}t/a \simeq 6.06$ (c)$c_{L}t/a \simeq 17.32$ (d)topological sensitivity in $\boldsymbol{\Omega^{\Gamma}}$.

で示してある. Fig.2(b)-(c) より, 入射波の伝搬と, 空洞からの散乱波が発生・伝搬している様子を確認することができる. 以上の数値解析結果で得られた各素子上の点 $\boldsymbol{z}^{m}$ における散乱波動場を, 計測データ $\boldsymbol{u}^{\Gamma,\mathrm{obs}}(\boldsymbol{x}, t)$ として時間反転解析に用いる.

(2) 時間反転法による欠陥形状再構成 (逆解析)

Fig.2(a) のような, 1 辺 $8a$ の対象領域 Ω^{Γ} 内部に存在する球状空洞の位置等を決定した数値解析結果を示す. 解析パラメータは, 先に示した三次元弾性波動解析で用いたものと同様である. Fig.2(d) は, 対象領域 Ω^{Γ} 内部の $51 \times 51 \times 51 = 132651$ 点の全内点でのトポロジー感度 $\mathcal{T}(\boldsymbol{x})$ を求めた結果である. なお, トポロジー感度 $\mathcal{T}(\boldsymbol{x})$ は, その最小値の絶対値 $|\mathcal{T}_{\min}|$ で無次元化した値を用いている. Fig.2(d) より, トポロジー感度 $\mathcal{T}(\boldsymbol{x})$ は, 実際の空洞の位置周辺で大きな負の値を示していることが見て取れる. 以上のことから, 本手法を用いて, 対象領域 Ω^{Γ} 内部の未知の欠陥の位置等を正しく決定できており, 本手法の妥当性が示せた.

5. まとめと今後の課題

対象領域 Ω^{Γ} 内部に存在する球状空洞に対して, トポロジー感度 $\mathcal{T}(\boldsymbol{x})$ を欠陥検出指標に用いた時間反転解析を行い, 欠陥の位置等を正しく決定することができた. 今後は, 異方性動弾性問題に拡張する予定である.

参考文献

1) 斎藤隆泰, 田代匡彦, 森川光, 木本和志:トポロジー感度を欠陥検出指標に用いた時間反転法の 3 次元マトリクスアレイ探傷法への応用, 土木学会論文集 A2(応用力学), vol.75, No.2, pp.I_41-I_49, 2019.
2) 中畑和之, 上甲智史, 廣瀬壮一:逆散乱解析法の超音波フェーズドアレイ探傷への応用, 応用力学論文集, Vol.10, pp.61-68, 2007.
3) 斎藤隆泰, 近澤文香, 廣瀬壮一:演算子積分時間領域境界要素法を用いた飽和多孔質弾性体における大規模波動散乱解析, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.68, pp.187-197, 2012.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

花崗岩の造岩鉱物粒スケールでみた弾性波伝播特性
Elastic Wave Propagation in a Granite at a Scale of Rock Forming Mineral Grains

木本　和志・岡野　蒼（岡山大・環境生命科学）　斎藤　隆泰（群馬大・理工学府）
Kazushi KIMOTO and Aoi OKANO, Okayama University
Takahiro SAITOH, Gunma University
E-mail: kimoto@okayama-u.ac.jp

This study investigates the propagation characteristics of P-wave traveling in a granite. Specifically, the local phase velocity and decay factor are evaluated experimentally for the P-wave using a granite plate specimen. In the experiment, ultrasonic P-waves transmitted in the thickness direction are measured by scanning the plate surface with a laser Doppler vibrometer (LDV). The phase velocity and decay factor are evaluated based on the phase delay and amplitude decay relative to a separately measured reference signal. The phase velocity and decay factor obtained thus are investigated statistically for each rock-forming mineral species. As a result, it is found that a stronger dispersion and dissipation take place in feldspar rather than in quartz.

１．はじめに

花崗岩はき裂性の結晶質岩で，新鮮な状態でも造岩鉱物粒程度のスケールでは多数のマイクロクラックを有することが知られている．マイクロクラックは花崗岩の透水性や物質輸送特性，剛性，強度，物理・化学的な風化の進行に影響を与える．そのため，マイクロクラックの大きさや量を把握することは，高レベル放射性廃棄物の地層処分のように，長期に渡って安全性を担保する必要のある処分場を花崗岩体中に建設する際に重要となる．岩石中のき裂の大きさや量，分布状況は偏光顕微鏡で岩石薄片を観察することで調べられる．しかしながら，岩石薄片の作成には手間がかかる上，岩石内部の状態やき裂の経時的な変化を観察することはできない．一方，岩石の弾性波試験は結果の定量的な解釈が難しいことが多いものの，試料内部の状態を簡単な検査で調べることができ，経時的なモニタリングも容易にできるという面で利点がある．さらに，弾性波の伝播はき裂の影響を強く受けるため，弾性波計測結果からき裂の量や成長を調べる試みが行われている[1]．ただし，花崗岩中の弾性波伝播は鉱物粒やき裂による多重散乱のために非常に複雑で，き裂の定量的な評価や，組成の異なる花崗岩間での比較行うには至っていない．

花崗岩中の弾性波伝播特性を理解するためには，き裂を含む造岩鉱物粒による弾性波の多重散乱解析を行うことが有効と考えられる．多重散乱解析の実施には各造岩鉱物の密度と弾性係数値が必要とされる．このうち密度は物質の結晶構造だけで決まるため鉱物種ごとに定めることができ，また鉱物種間での差も小さい．一方，弾性係数は結晶軸方向やき裂の有無による不確実性があるため，対象とする岩石の状態を反映して統計的に与える必要がある．各種造岩鉱物の弾性係数はよく知られているが，それらは無欠陥の単結晶に対するもので，文献値だけから造岩鉱物の弾性係数を定めることはできない．そこで本研究では，超音波計測によって局所的な弾性波速度を求めることで鉱物粒毎の弾性係数を推定する．これを多数の鉱物粒について行うことで，弾性波速度あるいは弾性係数の統計データを得る．以下では，この目的のために行った超音波計測方法について述べた後，縦波の位相速度についてについて得られた結果を報告する．具体的には，0.5MHz から 1.5MHz 程度の周波数帯域での位相速度と減衰定数の確立分布を示す．その結果，位相速度のばらつき，速度分散と減衰構造が長石と石英で有意に異なることを示す．

２．透過超音波計測

Fig.1 に実験に用いた花崗岩試験片を示す．この試験片は岡山県万成地域の採石場で採取した万成花崗岩を厚さ 3.42 ㎜の平板状に切断加工したものである．この試験片を用い，板厚方向へ透過する縦波を計測して位相速度と減衰定数を評価した．超音波の送信は供試体表面に接触させた線集束型の圧電超音波探触で，受信はレーザードップラー振動計(LDV)を用いて行った．送信探触子は曲率半径 26.1mm，投影面積 25mm×40mm の圧電素子をくさび状のシュー材に取り付けたもので，シュー先端部の幅と長さはそれぞれ 2mm と 50mm，共振周波数は 1MHz である．試験片は水平 2 軸，回転 1 軸の 3 軸ステージ上に固定して位置を精確に調整し，探触子は 100V の矩形電圧パルスを印加して駆動した．LDV での受信波形はオシロスコープ上で 4,096 回平均化した後，デジタル波形として収録し，その際，サンプリング周波数は 15MHz，計測時間範囲は 100 μ 秒とした．Fig.2 に送信および受信点の配置を示す．図中の R で示した点線は送信センサー直上にとった長さ 40mm の測線を表している．R 上でのスキャンピッチは 0.25mm で R 上 161 の観測点で波形を取得した．このような透過波計測を y 方向に 1mm 間隔で送信センサーを移動させて計 40 測線について行うことで合計 6,460 の波形を取得した．なお，透過波が通過した鉱物種はデジタル画像上で特定し，鉱物種毎の統計を取ることができるようにする．ただし，試験片の表裏面で異なる鉱物種となっている観測点での波形データは除外し，表裏面で同一の鉱物種となっている点で得られた波形だけを使用することとした．

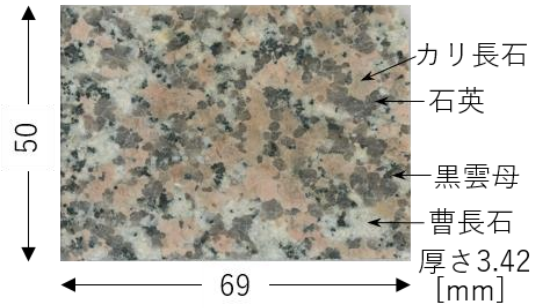


Fig.1 Granite sample for the ultrasonic measurements.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

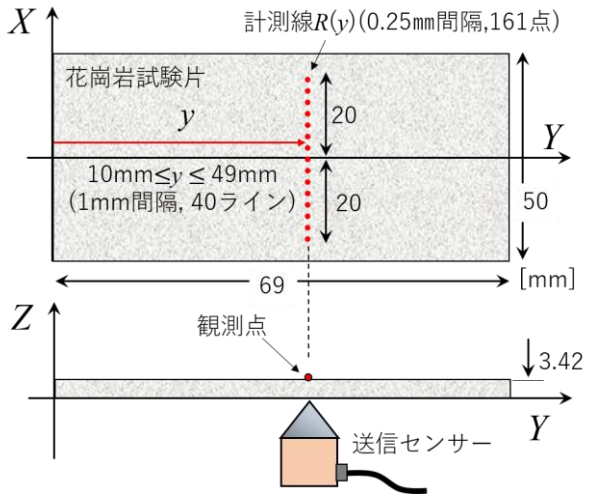


Fig. 2 The ultrasonic transmission and observation points.

その結果，黒雲母では 6 点，石英 590 点，カリ長石 825 点，ナトリウム長石 549 点でのデータが最終的に得られた．黒雲母の含有量は他の主要造岩鉱物に比べて小さく，波形数も非常に少ないことから，本研究では黒雲母を除く 3 つの鉱物について検討を行うこととした．

３．位相速度と減衰係数

計測した透過波波形と基準波形の位相差と振幅比を求め，花崗岩片の局所的な位相速度cと減衰係数αを求めた．基準波形には送信センサーを試験片に接触さない状態で駆動したときに，シュー先端部で生じる振動の波形を用い，二つの波形の位相差$\Delta\phi$と振幅比rは時間波形の初動部分を取り出してフーリエ変換を行い，透過波と参照波のスペクトル比をとることで求めた．位相速度と減衰率は，このようにして透過波形毎に得られた$\Delta\phi$とrから，次の式に基づいて評価した．

$$\Delta\phi = \frac{\omega h}{c}, \quad e^{-\alpha k h} = r \qquad (1)$$

ここに，hは試験片の厚さを，ωとkはそれぞれ角周波数と波数を表す．図 3 と図 4 はこのようにして評価した位相速度と減衰係数の周波数毎に頻度分布として示したものである．これらの図には，紙面の制約から石英とカリ長石に対する結果のみを示している．横軸は周波数を，縦軸はc(位相速度)あるいはα(減衰係数)を表し，各(c,α)における頻度がカラーマップで示されている．また，白の実線は最大頻度に最も近い結果を与える波形に対して計算された位相速度あるいは減衰率を示し，典型的cあるいはαの挙動を表している．図 3 に示されるように，石英の場合，周波数に対する位相速度の変化は小さく，速度のばらつきも小さい．一方，カリ長石では，位相速度は周波数に対して増加傾向にあり，同一の周波数でもばらつきが大きい．また，減衰係数はカリ長石で石英の約 2 倍程度となっており，カリ長石の場合周波数に対して低下している．以上のことから，石英とカリ長石では縦波に対する応答が明らかに異なり，速度分散やエネルギーの散逸による減衰がカリ長石でより大きいことが分かる．

４．まとめ

本研究では，花崗岩片を透過する縦波を計測し，位相速度および減衰係数と周波数の統計的な関係を鉱物種毎に調べた．その結果，速度分散や散逸は石英よりもカリ長石で強く現れることが明らかとなった．今後は，これら鉱物種

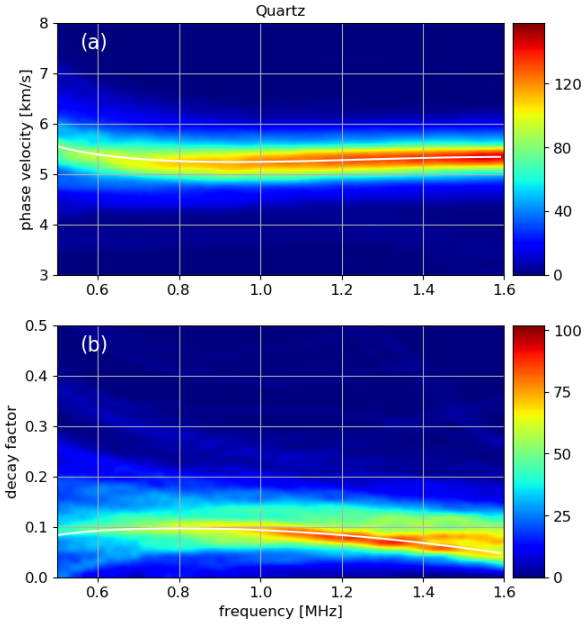


Fig. 3 (a) Phase velocity and (b) decay factor (quartz).

毎の波動伝播特性が，どのように平均化されて多結晶質体としての伝播特性を決定するかを調べることが課題となる．そのためには，横波についても同様な計測を行うとともに，不均質粘弾性媒体として花崗岩のモデル化と数値波動解析を，計測した伝播特性を考慮して行うことが必要になる．

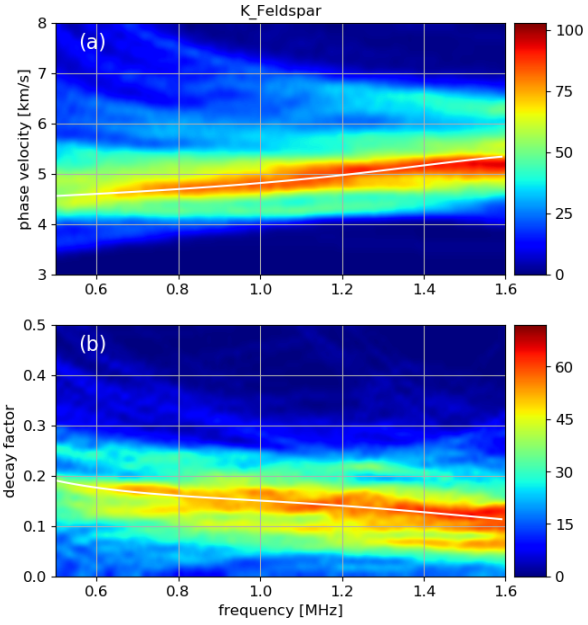


Fig. 4 (a) Phase velocity and (b) decay factor (K-Feldspar).

参考文献

[1] L. Griffiths et al. “Thermal cracking in Westerly granite monitored using direct wave velocity, coda wave interferometry, and acoustic emissions, Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 123, pp.2246-2261 (2018).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション（第二部門：計算力学）

第二部門：計算力学（ B）

座長:丸山 泰蔵(愛媛大学)

2021年5月15日(土) 10:55 ～ 12:40 B会場 (B会場)

[S02B-01] 有限要素法による変形シミュレーションと損傷分析の新しいアプローチ

*中岡 准一[1]、トラン ハン[1]、廣瀬 壮一[1]、ブイ ティン[1] （1. 東京工業大学）

10:55 ～ 11:10

[S02B-02] NURBSソリッド要素を用いた曲線部材の線形弾性解析における積分点数の検討

*唐澤 奈央子[1]、長谷部 寛[1] （1. 日本大学）

11:10 ～ 11:25

[S02B-03] 熱硬化性樹脂の硬化と有限変形粘弾性の完全陰的熱・機械連成増分型変分法

*山中 耀介[1]、松原 成志朗[2]、森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1] （1. 東北大学、2. 名古屋大学）

11:25 ～ 11:40

[S02B-04] Modeling of thermal shrinkage induced-cracking in brittle material using HO-PDS-FEM

*Muhammad Naveed Akram[1], Mahendra Pal Kumar[2], Lalith Wijerathne[3], KAWAHITO Yosuke[4], Kameda Toshihiro[5], Hori Muneo[6] （1. University of Tokyo, Civil Engineering Department, 2. Hyogo Earthquake Engineering Research Center, National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience, 3. Earthquake Research Institute, University of Tokyo, 4. Institute for Extra-cutting-edge Science and Technology Avant-garde Research, Advanced Science-Technology Research, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology, 5. Department of Engineering Mechanics and Energy, University of Tsukuba, 6. Research Institute for Value-Added-Information Generation, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology）

11:40 ～ 11:55

[S02B-05] シェル構造のマルチステージ破壊シミュレーションのための大変位解析

*Vardanyan Anna[1]、竹内 則雄[1]、寺田 賢二郎[2] （1. 法政大学、2. 東北大学）

11:55 ～ 12:10

[S02B-06] 線形弾性解析を用いたアイソジオメトリック解析のためのソリッドメッシュ生成法

*長谷部 寛[1]、森岡 舜[1]、今井 忠勝[1]、野村 卓史[1] （1. 日本大学）

12:10 ～ 12:25

[S02B-07] 微圧縮固体の動的問題に対する分離型時間積分

*山田 貴博[1] （1. 横浜国立大学）

12:25 ～ 12:40

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

FEM Simulation of Large Deformation and Novel Approach for Damage Analysis

Junichi NAKAOKA, Tokyo Institute of Technology
Hung T. TRAN, Tokyo Institute of Technology
Sohichi HIROSE, Tokyo Institute of Technology
Tinh Q. BUI, Tokyo Institute of Technology
E-mail: nakaoka.j.aa@m.titech.ac.jp

In this study, we conduct simulations for finite deformation without and with damage. We propose a new computational damage approach for brittle fracture using low-order elements. Considering the defects that occur when the material is broken, variation of mass density is used to model degradation of materials. Simulation results are compared with reference solutions.

1. Introduction

FEM simulations are useful for the safe design and construction of various civil engineering structures. In this paper, we conducted FEM simulation for large deformation without and with damage. We thus introduce a novel computational approach for damage analysis.

When the material gets damaged, in the ideal case, the amount of the material is preserved, because the connection between molecules break regularly. However, in the real case, the amount of the material is not preserved, because the connection between molecules breaks randomly, it means that the thickness of the crack is much greater than the thickness of one atomic layer. Therefore, it is thought that the accuracy could be improved by performing the analysis considering the defect of the substance.

2. Displacement Field (Mechanic Problem)

We first analyze the problem without damage. It is necessary to calculate the displacement of the entire material for its behavior, so in this study equilibrium equation [1] is used to calculate the displacement field $\mathbf{u}$:

$$div\boldsymbol{\sigma} + \rho\mathbf{b} = \mathbf{0}\,, \tag{1}$$

where $\boldsymbol{\sigma}$ is the Cauchy stress tensor, ρ is the current density, and $\mathbf{b}$ is the current body force per unit mass. Stress and displacement have the following relation with the constitutive equations [1]

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}_c\mathbf{B}\mathbf{u}, \tag{2}$$

where $\mathbf{D}_c$ is the elastic matrix which is constructed from the fourth-ordered spatial elastic tensor, $\mathbf{B}$ is the partial derivative for $\mathbf{u}$ with respect to the current coordinate $\mathbf{x}$ to convert the displacement to strain.

The boundary conditions are:

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \text{ on } \Gamma_u, \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{n} = \mathbf{T} \text{ on } \Gamma_t, \tag{4}$$

where $\bar{\mathbf{u}}$ is prescribed displacements over the boundary Γ_u, $\mathbf{T}$ is prescribed traction over the boundary Γ_t, and $\mathbf{n}$ is outward normal vector on $\partial\Omega$. In this study, Eq.(1) is incrementally solved by means of Newton – Raphson algorithm.

3. Numerical Example without Damage

We analyze incompressible material (i.e, $J = 1$) under plane stress conditions, see e.g, Bathe et al. [2], and the Mooney Rilvin model [1] is used. The material is divided into four equal parts and modeled and the material constants [2] are shown in Fig.3.1.

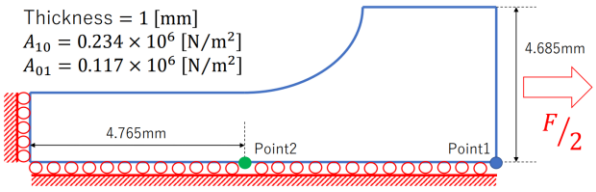


Fig.3.1 Geometry (a quarter)

Fig.3.2 shows the relationship between applied load and extension of the original geometry. In Fig.3.2, the solid line shows the calculation result of point 1, and the triangles show the reference result of Bathe et al.[2]. The dashed line shows the calculation result of point 2, and the dots show the reference result of Bathe et al. [2].

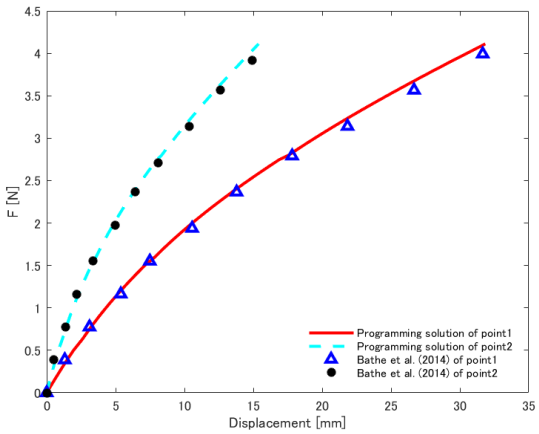


Fig.3.2 Load – displacement of the original geometry in comparison with the reference result [2]

4. Mass Density Field (Damage Problem)

We analyze the problem considering damage. The damage is driven by localized mass loss or mass density. As the displacement increases, the density decreases. If material gets damaged, the density becomes 0. Therefore, we use the current density of the material to determine the damaged part.

In this study, we use the localized mass balance equation [3] to calculate current mass density, which is the following equation,

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$div\left(l^2 H_{(\xi)} \exp\left[-\left(\frac{W_e}{\Phi} \right)^m \right] grad \frac{\rho}{\rho_0} \right) + H_{(\xi)} \exp\left[-\left(\frac{W_e}{\Phi} \right)^m \right] - \frac{\rho}{\rho_0} = 0 , \quad (5)$$

where l is characteristic length, W_e is the energy per element, Φ is the energy limiter, and ρ_0 is the original density, m controls the sharpness of the transition to material failure on the stress – strain curve, and boundary condition is as follows

$$\mathbf{s} \cdot \mathbf{n} = 0 \text{ on } \partial\Omega, \quad (6)$$

where $\mathbf{s}$ is the spatial mass flux.

Finally, programming flow of this method is presented. This flow is shown in Fig.4.1. This flow is repeated over and over again until the end of the simulation.

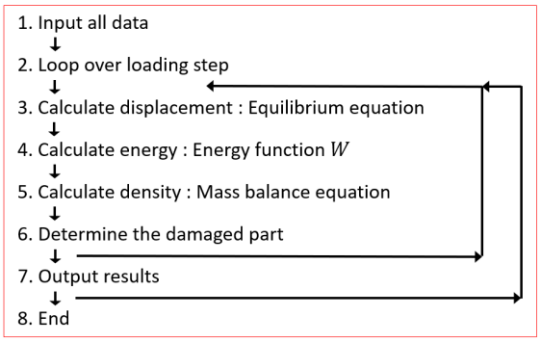


Fig.4.1 Programming flow

5. Numerical Example of Damage

We first analyze the single edge notched under uniaxial tension, see e.g Ubit Pillai et al.[4], and the neo-Hookean model [1] is used. The simulation is performed using the object shown in Fig.5.1, and the material constants [4] are also shown in Fig.5.1.

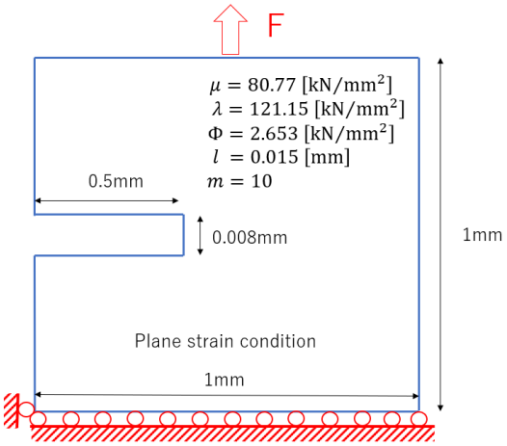


Fig.5.1 Chapter 5 Geometry of the problem

In this problem, three different size of meshes are prepared, S1, S2, and S3, as shown in Fig. 5.2. S1's effective size of the mesh is $0.008\ [\mathrm{mm}]$, and number of elements is 7661. S2's effective size of the mesh is $0.004\ [\mathrm{mm}]$, and number of elements is 9006. S3's effective size of the mesh is $0.002\ [\mathrm{mm}]$, and number of elements is 34788.

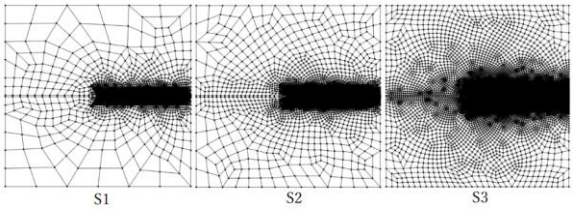


Fig.5.2 Meshing

Figs.5.3 (a), (b), and (c) show normalized density fields of the numerical results. In this figure, the yellow color means undamaged material, on the other hand, the dark blue means damaged part. In addition, the reference result of Ubit Pillai et al. [4] is shown as Fig.5.3 (d), and it uses Phase-field model. In this figure, the dark blue means undamaged material, and the red means damaged material. From this figure, the simulation results differ depending on the mesh, and S3 yields acceptable result.

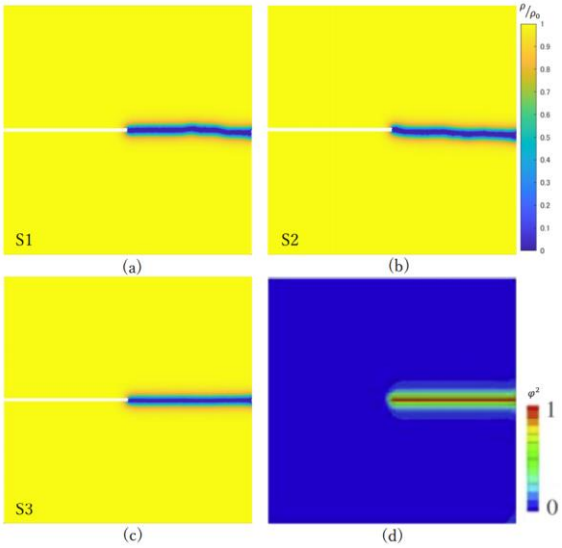


Fig.5.3 Chapter 5 (1) (a), (b), (c) Normalized density fields of this study and (d) Phase-field model Ubit Pillai et al. [4]

6. Conclusion

We present some results of large deformation without damage and introduce a computational damage model based on localized mass loss for brittle fracture that is developed using finite element method. A good agreement on the result between the developed method and reference is obtained.

References

1) Nam-Ho Kim: Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis, 2014.
2) Bathe, K. J., E. Ramm, and E. L. Wilson: Finite Element Formulations for Large Deformation Dynamic Analysis, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 9, 353-386, 1975.
3) Anshul Faye, Yoav Lev, K. Y. Volokh: The effect of local inertia around the crack-tip in dynamic fracture of soft materials, Mechanics of Soft Materials, 2019.
4) Udit Pillai, Yousef Heidera, Bernd Markert : A diffusive dynamic brittle fracture model for heterogeneous solids and porous materials with implementation using a user-element subroutine, Computational Materials Science, 153, 36-47, 2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

NURBS ソリッド要素を用いた曲線部材の線形弾性解析における積分点数の検討
Study on the number of quadrature points for liner elastic analysis of a curved beam using NURBS solid elements

唐澤　奈央子（日本大・理）　　長谷部　寛（日本大・理）
Naoko KARASAWA , Nihon University
Hiroshi HASEBE , Nihon University
E-mail:csna17062@g.nihon-u.ac.jp

We studied the number of Gaussian quadrature points for a curved beam in the NURBS-based isogeometric analysis. For comparison, a cantilever beam drawn by the B-spline function was also investigated. In the case of a cantilever beam, the number of quadrature points increased with the relation "degree (of B-spline) + 1". On the contrary, in the case of a curved beam, the degree did not affect clearly, but the number of elements decided the number of quadrature points.

1. はじめに

アイソジオメトリック解析は，近似関数の基底関数にCADの形状表現に用いられるNURBSに代表されるスプライン関数を用い，自由曲面の厳密な形状表現を可能にした解析手法である[1]．一方で，要素間の連続性を有するスプライン関数の要素積分に数値積分が用いられるが，必要な積分点数については検討の余地がある[2]．特に形状および要素分割数に応じて重みが変わるNURBSの積分に必要な積分点数は明確でない．

一方で，土木構造物では曲線，曲面の部材や構造要素が用いられることも多い．したがってNURBS要素に必要な積分点数を把握することは重要である．そこで本研究では，アーチ部材を想定し，曲がりばりをNURBSソリッド要素で分割，弾性解析を行うとともに，必要な積分点数を検討した．また，比較のためにNURBSの重みが1となるB-Spline関数で表現可能な片持ちばりに対しても，同様の検討を行った．

2. NURBS ソリッドと基底関数

NURBSソリッド$\mathbf{S}(\xi,\eta,\zeta)$は，実空間上に配置されるコントロールポイントの座標値により構成される位置ベクトル$\mathbf{B}_{i,j,k}$とNURBS基底関数$R^{p,q,r}_{i,j,k}(\xi,\eta,\zeta)$の線形結合として次式で表される．

$$\mathbf{S}(\xi,\eta,\zeta)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{l}R^{p,q,r}_{i,j,k}(\xi,\eta,\zeta)\mathbf{B}_{i,j,k} \tag{1}$$

$$R^{p,q,r}_{i,j,k}(\xi,\eta,\zeta)=\frac{N_i^p(\xi)M_j^q(\eta)L_k^r(\zeta)w_{i,j,k}}{\sum_a^n\sum_b^m\sum_c^l N_a^p(\xi)M_b^q(\eta)L_c^r(\zeta)w_{a,b,c}} \tag{2}$$

ここで，ξ,η,ζはパラメータ空間の座標，i,j,kはコントロールポイントの番号，n,m,lはコントロールポイント数，p,q,rは基底関数の次数，$w_{i,j,k}$は形状を制御するためのコントロールポイントにおける重み，$N_i^p(\xi),M_j^q(\eta),L_k^r(\zeta)$はB-Spline基底関数であり，式(3)で表される．

$$N_i^0(\xi)=\begin{cases}1\ (\ \xi_i\le\xi\le\xi_{i+1})\\ 0\ \ otherwise.\end{cases} \tag{3a}$$

$$N_i^p(\xi)=\frac{\xi-\xi_i}{\xi_{i+p}-\xi_i}N_i^{p-1}(\xi)+\frac{\xi_{i+p+1}-\xi}{\xi_{i+p+1}-\xi_{i+1}}N_{i+1}^{p-1}(\xi) \tag{3b}$$

ここで，ξ_iはノットと呼ばれるパラメータであり，曲線上の要素の境界を表すパラメータ空間座標系の座標値である．η,ζ方向のB-Spline基底関数$M_j^q(\eta),L_k^r(\zeta)$も式(3)と同様の形で表される．また式(2)より，NURBSの全ての重みが1となるとき，NURBSはB-Splineに帰着する．

3. 支配方程式と離散化法

支配方程式には線形弾性体の平衡方程式 (式(4)) を採用した．

$$\frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial x_j}+f_i=0 \tag{4a}$$

$$\sigma_{ij}=C_{ijkl}\varepsilon_{ij},\ \ \varepsilon_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i}+\frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) \tag{4b}$$

ここでσ_{ij}は応力テンソル，f_iは物体力，ε_{ij}はひずみテンソル，u_iは変位ベクトル，C_{ijkl}は弾性テンソルである．式(4)を弱形式化し，Galerkin法に基づいてNURBSソリッド要素で離散化した．係数行列の積分にはガウスの求積法を用い，連立1次方程式の解法にはCG法を用いた．なお，収束判定基準は，直接法と同程度の精度が得られる値に設定した．

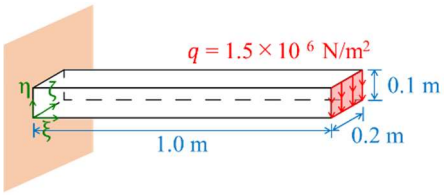
4. 解析条件

片持ちばりと曲がりばりの解析モデルと境界条件を **Fig. 1** に示す．ξ，η，ζはパラメータ空間の座標であり，それぞれξが実空間におけるはりの軸方向，ηが軸直交方向，ζが奥行き方向に相当する．ヤング率はE=2.1×10^{11} N/m^2，ポアソン比はν=0とした．用いた解析メッシュの要素数はξ方向 : η 方向 : ζ方向=2 : 1 : 1の比率を保つように，ξ方向2，4，8，16要素の4ケースをCADで作成し，1〜4次のNURBS基底関数で解析を行った(ただし，1次は片持ちばりのみ)．一例として，基底関数2次，ξ方向8要素のメッシュを **Fig. 2** に示す．

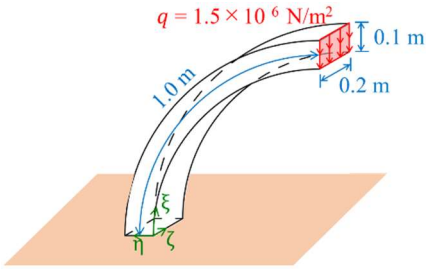
5. ガウス積分点数の検討

それぞれのケースで自由端の鉛直変位に着目した．積分点数を2〜10点まで変化させたときの変位を，参照解を基準とした相対誤差でまとめ，積分点数に対する相対誤差の収束性を見た．参照解は積分点数 10 点の自由端鉛直変位とし，相対誤差は参照解と解析解の差を参照解で除して算出した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Cantilever beam drawn by B-Spline



(b) Curved beam drawn by NURBS

Fig. 1 Computational model and boundary conditions

5.1 片持ちばり (B-Spline ソリッドの場合)

ξ方向 2 要素における積分点数と相対誤差の関係を **Fig. 3** に示す．基底関数の次数が 1 次のとき 2 点，2 次のとき 3 点，4 次のとき 4 点，5 次のとき 5 点で相対誤差は収束する結果が得られた．このことから，B-Spline ソリッドは次数 n に対して $n+1$ 点の積分点数が必要となることが分かる．また，ξ方向 4～16 要素でも同様の検討を行ったが，要素数の違いにより収束の傾向に違いは見られなかった．

5.2 曲がりばり (NURBS ソリッドの場合)

曲がりばりも片持ちばりと同様にξ方向 2 要素において，積分点数と相対誤差の関係を検討した．その結果を **Fig. 4** に示す．片持ちばりを対象としたときの検討よりも次数の違いによる収束傾向の違いは顕著に表れなかった．そのため，曲がりばりの積分点数決定において次数の及ぼす影響は小さいものと考えられる．

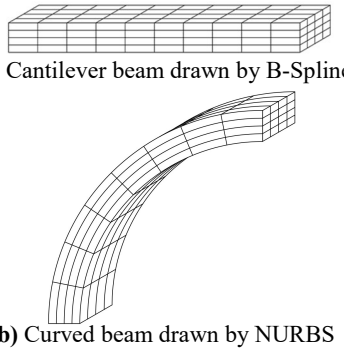
そこで，基底関数の次数が 2 次の場合で要素数に応じて積分点数と相対誤差の関係を比較した結果を **Fig. 5** に示す．2 要素の場合 8 点，4 要素の場合 6 点，8 要素の場合 5 点，16 要素の場合 4 点で積分点数は収束する結果が得られた．このことから，NURBS は要素数の増加に伴い積分点数が減少することが分かる．また，基底関数の次数が 3 次と 4 次の場合でも検討を行ったが，同様の傾向が得られた．

6. まとめ

本研究は片持ちばりと曲がりばりのそれぞれで積分点数の検討を行い，収束する積分点数を比較した．その結果，片持ちばり(B-Spline ソリッド)は次数により積分点数が決まるのに対して曲がりばり(NURBS ソリッド)は要素数により積分点数が決まることが分かった．さらに，片持ちばりは次数の増加に伴い必要な積分点数が増加するのに対して，曲がりばりは要素数の増加に伴い必要な積分点数が減少することが分かった．

参考文献

1) J.A. Cottrell, T.J.R. Hughes, Y. Bazilevs : Isogeometric Analysis -Toward Integration of CAD and FEA, Wile , 2009
2) T.J.R. Hughes, A. Reali, G.Sangalli : Efficient quadrature for NURBS-based isogeometric analysis, Comput. Methods Appl. Mesh. Engrg. 199, 301-313, 2010



(a) Cantilever beam drawn by B-Spline

(b) Curved beam drawn by NURBS

Fig. 2 Computational meshes (8 elements in ξ direction)

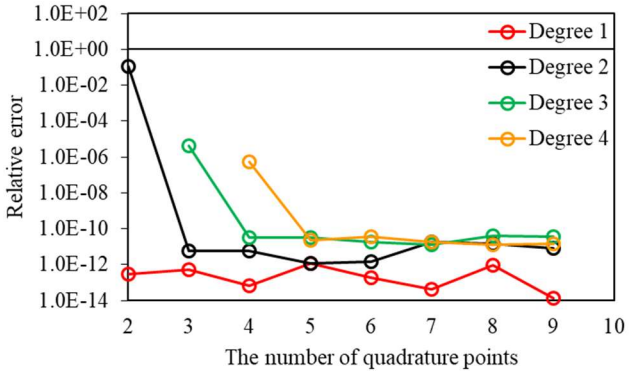


Fig. 3 The number of quadrature points and relative error according to the degree of basis function (Cantilever beam, 2 elements in ξ direction)

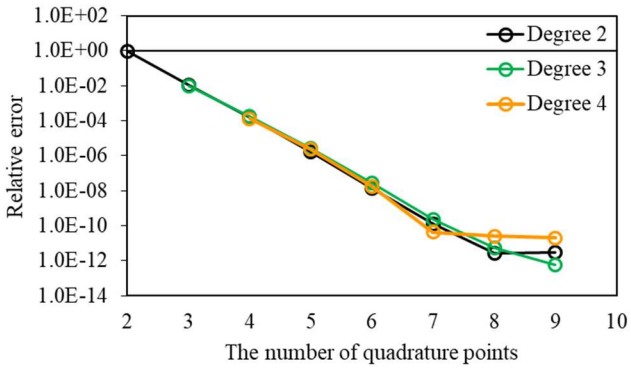


Fig.4 The number of quadrature points and relative error according to the degree of basis function (Curved beam, 2 elements in ξ direction)

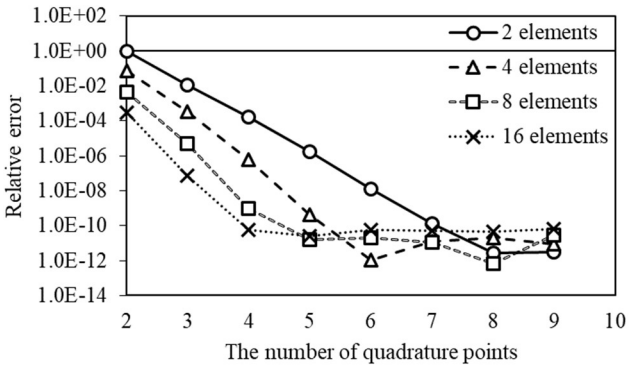


Fig. 5 The number of quadrature points and relative error according to the number of elements (Curved beam, Degree 2)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

熱硬化性樹脂の硬化と有限変形粘弾性の完全陰的熱･機械連成増分型変分法

Variational Formulations for Fully Implicit Thermo-Mechanical Coupled Problem of Finite Viscoelasticity in Resin Subjected to Cure

山中　耀介（東北大・工）　　松原　成志朗（名古屋大・工）
森口　周二（東北大・工）　　寺田　賢二郎（東北大・工）
Yosuke YAMANAKA, Tohoku University
Seishiro MATSUBARA, Nagoya University
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: yosuke.yamanaka.s7@dc.tohoku.ac.jp

We propose two separate methods for fully implicit thermo-mechanically coupled analysis of thermosetting resins during the curing process by formulating an energy minimization problem. To this end, the internal energy and the dual dissipation potential are originally derived to characterize the finite thermo-viscoelasticity of thermosetting resins subjected to cure. One of the methods is classified into the incremental variational formulation, in which the optimization problem is directly discretized to obtain the set of discretized governing equations, whereas the other takes the first step in deriving the stationary condition before time discretization. Both of the approaches provide fully implicit algorithms, but lead to different numerical solutions due to different discretized equations. Several numerical examples are presented to exemplify the performance of the proposed methods and clarify their differences in comparison with the results with the semi-implicit method.

１．はじめに

本研究では，硬化過程での熱硬化性樹脂の温度分布と変形状態を同時に予測可能な２つの完全陰的熱・機械連成解析手法を提案する．具体的には，まず Yang ら [1]の方法を参照して，硬化過程での熱硬化性樹脂のつり合い問題を有限変形粘弾性・非定常熱伝導・硬化反応を考慮したエネルギー汎関数の最適化問題として定式化する．１つ目の解析手法は，この最適化問題を直接，時間離散化することで構築される一方で，２つ目の解析手法は，時間連続な最適化問題の停留条件を時間離散化することで構築される．そのため，時間離散化手法の違いにより，２つの解析手法で異なる支配方程式が導出される．そこで本研究では，複数の例題について，それぞれの解析手法を用いて得られた計算結果を比較・検討し，支配方程式の違いが解析結果に及ぼす影響を評価する．同時に，提案した解析手法が硬化中の熱硬化性樹脂の材料挙動を再現可能であることも例証する．

２．材料モデリング

本研究では，Holzaphel と Simo[2]の粘弾性モデルに硬化・収縮反応と熱膨張変形を考慮した材料構成則を用いることで，硬化過程での熱硬化性樹脂の力学挙動を表現する．

参照配置 $\mathcal{B}_0$内の物質点$\boldsymbol{X}$に蓄えられる Helmholtz の自由エネルギーを粘弾性成分Ψ^{ve}，硬化成分Ψ^{ch}，比熱に関する成分Ψ^{th}の和として定義する．

$$\Psi = \Psi^{\mathrm{ve}}(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{\Gamma}^{\alpha}, \xi, T) + \Psi^{\mathrm{ch}}(\xi) + \Psi^{\mathrm{th}}(T) \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{F}, T$および$\xi \in [0,1]$は，それぞれ変形勾配テンソル，温度，硬化度である．また，$\boldsymbol{\Gamma}^{\alpha}(\alpha = 1,2,..,n_m)$は一般化 Maxwell モデルを構成する$\alpha$番目の非平衡部（以下，$\alpha$番目の Maxwell 要素）の粘性ひずみである．

一方で，力学的エネルギー散逸を用いた Legendre-Fenchel 変換から，硬化反応と粘弾性に関する双対散逸ポテンシャルがそれぞれ以下のように導出される．

$$\varphi^{\mathrm{v}}(\dot{\boldsymbol{\Gamma}}^{\alpha}, \xi, T) = \sum_{\alpha=1}^{n_m} \frac{1}{2}\eta^{\alpha}(\xi, T)\left\|\dot{\boldsymbol{\Gamma}}^{\alpha}\right\|, \qquad \varphi^{\mathrm{c}}(\dot{\gamma}_{\xi}, T) = \frac{1}{2k(T)}\dot{\gamma}_{\xi}^{2} \tag{2}$$

ここで，$\eta^{\alpha}(\xi, T)$はα番目の Maxwell 要素の粘性係数，$k(T)$は Arrhenius の速度定数であり，$\dot{\gamma}_{\xi}$ は硬化乗数である．

３．増分型変分法

本節では，前節で示した Helmholtz 自由エネルギーと双対散逸ポテンシャルを用いて数値解析手法を定式化する．なお，紙面の都合上，１つ目の手法（Method 1）についてのみ記述する．

Yang ら [1]によると，時間区間$t \in [t_n, t_{n+1}]$で連続体に蓄えられる全エネルギー増分量$\Delta\Phi$は次式で定義される．

$$\Delta\Phi(\boldsymbol{\varphi}_{n+1}, \boldsymbol{\Gamma}^{\alpha}_{n+1}, \xi_{n+1}, N_{n+1}, T_{n+1}) = \int_{\mathcal{B}_0} \Delta\Upsilon \, dV - G_{n+1} \tag{3}$$

ここで，N_{n+1}はエントロピーである．また，$\Delta\Upsilon, G_{n+1}$はそれぞれ局所ポテンシャル増分および外部仕事増分であり，前者を次のように定義する．

$$\begin{aligned}
&\Delta\Upsilon(\boldsymbol{F}_{n+1}, \boldsymbol{\Gamma}^{\alpha}_{n+1}, \xi_{n+1}, N_{n+1}, T_{n+1}) \\
&= E_{n+1}(\boldsymbol{F}_{n+1}, \boldsymbol{\Gamma}^{\alpha}_{n+1}, \xi_{n+1}, N_{n+1}) - E_n - T_{n+1}(N_{n+1} - N_n) \\
&+\Delta t\varphi^{\mathrm{v}}_{n+1}\left(f^{int}_{n+1}(T_{n+1}, \theta_{n+1})\frac{\boldsymbol{\Gamma}^{\alpha}_{n+1} - \boldsymbol{\Gamma}^{\alpha}_{n}}{\Delta t}, \xi_{n+1}, \theta_{n+1}\right) \\
&+\Delta t\varphi^{\mathrm{c}}_{n+1}\left(f^{int}_{n+1}(T_{n+1}, \theta_{n+1})\,\Delta\gamma_{\xi}, \theta_{n+1}\right) - \chi_{n+1}\left(\boldsymbol{G}_{n+1}(T_{n+1})\right)
\end{aligned} \tag{4}$$

ここで，θ_{n+1}は平衡温度であり，次式の温度最大化問題に式(1)を代入することで，その具体形を導出できる [2]．

$$\theta_{\mathrm{n+1}} = \underset{\forall \mathrm{T_{n+1}}}{\arg\sup}\{\Psi_{\mathrm{n+1}} + \mathrm{T_{n+1}N_{n+1}}\} \tag{5}$$

さらに，E_{n+1}, f^{int}_{n+1}はそれぞれ内部エネルギーと積分因子であり，平衡温度を用いて次式で表される．

$$E_{n+1}(\boldsymbol{F}_{n+1}, \boldsymbol{\Gamma}^{\alpha}_{n+1}, \xi_{n+1}, N_{n+1}) = \Psi_{n+1} + \theta_{n+1}N_{n+1} \tag{6}$$

$$f^{\mathrm{int}}_{n+1}(T_{n+1}, \theta_{n+1}) = \frac{T_{n+1}}{\theta_{n+1}} \tag{7}$$

最後に，時刻t_{n+1}における連続体の平衡状態は，式(4)の全エネルギー増分$\Delta\Phi$を用いた次の最適化問題を解くことによって決定する．

$$\begin{aligned}
&\inf_{\forall \boldsymbol{\varphi}_{n+1}} \sup_{\forall T_{n+1}} \left(\inf_{\forall \boldsymbol{\Gamma}^{\alpha}_{n+1}, \Delta\gamma_{\xi}, \tilde{A}_{\xi,n+1}, N_{n+1}} \Delta\Phi \right) \\
&\text{subject to } \xi_{n+1}\left(\Delta\gamma_{\xi}, \tilde{A}_{\xi,n+1}\right) = \Delta\gamma_{\xi} H_{\xi}\left(\tilde{A}_{\xi,n+1}\right)
\end{aligned} \tag{8}$$

最適化問題(9)の内部変数$\{N_{n+1}, \boldsymbol{\Gamma}^{\alpha}_{n+1}, \Delta\gamma_{\xi}\}$と擬応力$\tilde{A}_{\xi,n+1}$に関する停留条件として以下の強形式の支配方程式が導かれる．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

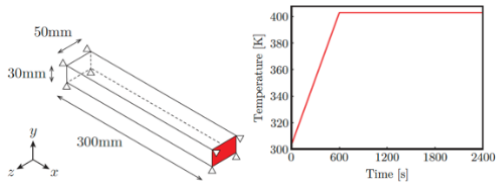


Fig 1. Setting of analysis: targeted structure and analysis conditions

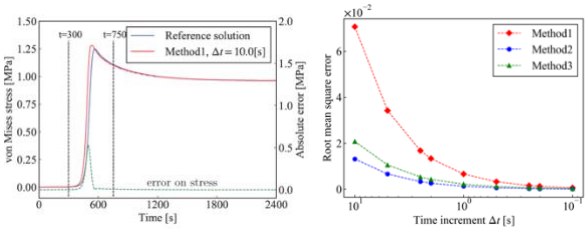


Fig 2. Time histories of von Mises stress and convergence behaviors of error on the stress

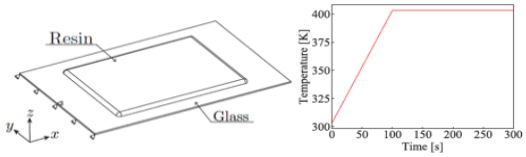


Fig 3. Setting of analysis: targeted structure and analysis conditions

$$D\Delta\Phi[\delta N_{n+1}] = 0 \Leftrightarrow \theta_{n+1} - T_{n+1} + \Delta t\partial_{N_{n+1}}(\varphi^{\mathrm{v}}_{n+1} + \varphi^{\mathrm{c}}_{n+1}) = 0$$

$$D\Delta\Phi[\delta\boldsymbol{\Gamma}^{\alpha}_{n+1}] = 0 \Leftrightarrow -Q^{\alpha}_{n+1} + \left(\frac{T_{n+1}}{\theta_{n+1}}\right)\eta^{\alpha}(\xi_{n+1},\theta_{n+1})\frac{\boldsymbol{\Gamma}^{\alpha}_{n+1} - \boldsymbol{\Gamma}^{\alpha}_{n}}{\Delta t} = 0$$

$$D\Delta\Phi[\delta\Delta\gamma_{\xi}] = 0 \Leftrightarrow -A_{\xi,n+1}H_{\xi}(\tilde{A}_{\xi,n+1}) + \left(\frac{T_{n+1}}{\theta_{n+1}}\right)k(\theta_{n+1})\frac{\Delta\gamma_{\xi}}{\Delta t} + \Delta t H_{\xi}(\tilde{A}_{\xi,n+1})\partial_{\xi_{n+1}}(\varphi^{\mathrm{v}}_{n+1} + \varphi^{\mathrm{c}}_{n+1}) = 0$$

$$D\Delta\Phi[\delta\tilde{A}_{\xi,n+1}] = 0 \Leftrightarrow -\Delta\gamma_{\xi}A_{\xi,n+1}\delta_{\xi}(\tilde{A}_{\xi,n+1})\delta_{\xi}\tilde{A}_{\xi,n+1} = 0$$

同様に，大域変数$\{\boldsymbol{\varphi}_{n+1}, T_{n+1}\}$についての停留条件は次の支配方程式の組が導出される．

$$D\Delta\Phi[\delta\boldsymbol{\varphi}_{n+1}] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\int_{\mathcal{B}_0}\{\boldsymbol{P}_{n+1} + \Delta t\partial_{\boldsymbol{F}_{n+1}}(\varphi^{\mathrm{v}}_{n+1} + \varphi^{\mathrm{c}}_{n+1})\} : \delta\boldsymbol{F}_{n+1}dV - DG_{n+1}[\delta\boldsymbol{\varphi}_{n+1}] = 0$$

$$D\Delta\Phi[\delta T_{n+1}] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\int_{\mathcal{B}_0}\{-(N_{n+1} - N_n) + \Delta t\partial_{T_{n+1}}(\varphi^{\mathrm{v}}_{n+1} + \varphi^{\mathrm{c}}_{n+1})\} : \delta T dV - DG_{n+1}[\delta T_{n+1}] = 0$$

以上の定式化をもとに構築した完全陰的な数値解析手法を，以後 Method 1 と呼称し，また，もう一方の手法を Method 2 とする．第1節で述べたとおり，Method 2 における支配方程式は時間連続な最適化問題の停留条件を時間離散化することで得られる．これら2つに加えて，我々の既往研究 [3]と類似の準陰的な解析手法を Method 3 とし，Method 1, 2 とともに比較対象とする．

４．数値計算例

３種の数値解析手法について，時間刻み幅Δtに対する数値解の収束性を比較・検証するために，Fig 1 に示す梁状構造物の側面に同図右側の赤色で示される温度履歴を与える数値解析を行なった．本例題では，熱伝導による昇温に伴って硬化反応が発展し，硬化収縮および熱膨張変形による応力が構造物全体に現れる．Fig 2 左側のグラフにおいて，赤色と青色の曲線は相当応力の時刻歴変化を示しており，特に赤色は Method 1 を用いてΔt=10.0[s]の条件で計算した解析結果を示している．

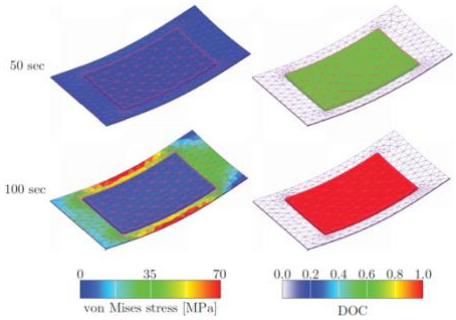


Fig 4. Deformed configurations with distributions of von Mises stress and DOC

一方で，青色の曲線は Method 2 を用いてΔt=0.05[s]の条件で計算した解析結果であり，本研究ではこれを参照解とする．また，Fig 2 右側のグラフは３つの手法でΔtを変えて計算を行い，得られた von Mises 応力を参照解と全時刻にわたって比較した際の平方根平均二乗誤差を，Δtを横軸として整理した結果である．結果をみると，３つの解析手法で算出される誤差がそれぞれ異なるが，Method 2 がΔtの設定に依存せず，良好な結果が得られている．

また，本研究で提案した材料構成則が硬化過程での熱硬化性樹脂の材料挙動を予測しうることを例証するために，Fig 3 に示す例題を Method 1 を用いて解析した．解析条件として，片面を樹脂でコーティングしたガラス板を対象構造物として，ガラス板の一端の変位を拘束し，拘束端にグラフに示す温度履歴を与えた．Fig 4 は時刻 50 秒および 100 秒の変形図を相当応力と硬化度の分布とともに示しており，熱硬化性樹脂の硬化による収縮とそれに伴って発現する応力によってモデル全体にそりが生じていることを確認できる．

５．おわりに

本研究では硬化過程での熱硬化性樹脂の温度分布と変形状態を同時に予測可能な２つの完全陰的熱・機械連成解析手法を提案した．提案手法の性能を，計算結果の時間刻み幅に対する収束挙動を比較することで検証した．加えて，硬化中の樹脂の材料挙動を表現可能であることを例証した．

参考文献

1) Q. Yang, L. Stainier, and M. Ortiz. A variational formulation of the coupled thermo-mechanical boundary value problem for general dissipative solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 54(2): 401–424, 2006.
2) G. A. Holzapfel and J. C. Simo. A new viscoelastic constitutive model for continuous media at finite thermomechanical changes. *International Journal of Solids and Structures*, 33(20):3019 – 3034, 1996.
3) V. Fohrmeister, A. Bartels, and J. Mosler. Variational updates for thermomechanically coupled gradient enhanced elastoplasticity – implementation based on hyper-dual numbers. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 339: 239 – 261, 2018.
4) Y. Yamanaka, S. Matsubara, R. Saito, S. Moriguchi, and K. Terada. Thermo-mechanical coupled incremental variational formulation for thermosetting resins subjected to curing process. International Journal of Solids and Structures, In Press, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Modeling of thermal shrinkage induced-cracking in brittle material using HO-PDS-FEM

Mahendra Kumar PAL, National Research Institute for Earth Science and Disaster Resilience
Muhammad Naveed AKRAM, The University of Tokyo
Lalith MADDEGEDARA, The University of Tokyo
Yosuke KAWAHITO, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology
Toshihiro Kameda, University of Tsukuba
Muneo HORI, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology
E-mail: lalith@eri.u-tokyo.ac.jp

In this abstract, we present the implementation of HO-PDS-FEM for thermal conduction in solids and cracking due to convective and radiative cooling. Implementation is validated by reproducing the experimental observations of cracking in Al_2O_3 sheet due to convective cooling. Cracking pattern reproduced in simulation are in good agreement with those in experument.

Key Words: *Thermal cracking, Convective cooling, Brittle material, Higher order particle discretization scheme*

1. Introduction

This paper presents a numerical modeling of thermal shrinkage-induced cracks in brittle materials such as concrete using Higher Order *Particle Discretization Scheme-Finite Element Method*[1)] (HO-PDS-FEM).

Materials like glass, concrete, etc.are vulnerable to catastrophic cracking when exposed to high-temperature due to the lack of ductility. Research on thermal shock failure of brittle materials has been of interest to researchers for more than a decade for a range of application from fire safety to LASER cutting. Bourdin [2)] has studied the variational approach to model fracture and stated that crack initiation and propagation can be unified in the variation framework. Author has extended his study to model quenching of glass i.e. crack propagation under thermal load.

There are several difficulties in modeling thermal cracking: unavailability of efficiently model for the cracking phenomena, lack of accurate data of material properties at high-temperature, and temperature dependent material properties.

We chose HO-PDS-FEM [1)] for modeling thermal induced cracking because PDS-FEM provides simple and numerically efficient failure treatment. Jiang *et. al*[3)] have performed experimental and numerical study on cracking pattern in ceramics subjected to thermal shocks. Further, they have also estimated the temperature dependent material parameters using inverse analysis, which allows us to validate results.

In this study, implementation of HO-PDS-FEM to analyze thermal conduction in solids is presentated with its verification and validation. Quenching of a thin plate of 99% Al_2O_3 has been simulated to validate the implementation. Cracking patterns (length and spacing) reproduced in simulaiton are similar to those measured in experiment.

2. Mathematical Background

2.1 Higher Order PDS

PDS uses a conjugate tessellation in approximating the derivatives, so that bounded derivatives can be estimated by connecting the local polynomial expansions of an approximated function. In HO-PDS, we considered localized polynomial expansion of a function and its derivative around a set of Voronoi mother points, $\{\mathbf{x}^\alpha\}$, and centre of gravity of Delaunay elements, $\{\mathbf{x}^\beta\}$, respectively. The characteristic function of a Voronoi, Φ^α, is denoted by $\phi^\alpha(\mathbf{x})$ while that of Delaunay, Ψ^β, by $\psi^\beta(\mathbf{x})$. Functions and their derivatives are approximated as $f^d(\mathbf{x}) = \sum_\alpha f^{\alpha n} P^{\alpha n}$ and $g^d(\mathbf{x}) = \sum_\beta g^{\beta m} Q^{\beta m}$, respectively. $P^{\alpha n} = \left\{1, .., (\mathbf{x}-\mathbf{x}^\alpha)^{n-1}\right\}\phi^\alpha(\mathbf{x})$, $Q^{\beta m} = \left\{1, .., (\mathbf{x}-\mathbf{x}^\beta)^{m-1}\right\}\psi^\beta(\mathbf{x})$.

The set of coefficients $\{f^{\alpha n}\}$s' and $\{g^{\beta n}\}$s' can be determined by minimizing the L^2-norm of the error $f - f^d$,: $E^f = \int_\Omega (f(\mathbf{x}) - f^d(\mathbf{x}))^2 ds$, and $g - f,_i^d$,: $E^g = \int_\Omega (g(\mathbf{x}) - f,_i^d(\mathbf{x}))^2 ds$, respectively.

2.2 Higher Order PDS-FEM for thermal conduction in solids

Lets consider an arbitrary domain Ω, subjected to a prescribed temperature $\partial\Omega$. During the time interval dt, temperature of body rises to dT.The energy balance of the solid for the time interval dt can be expressed as follows:

$$\int \rho c \frac{dT}{dt}\,\mathrm{d}v = -\int_\Omega \nabla.\mathbf{q}\,\mathrm{d}v + \int_\Omega H\,\mathrm{d}v \qquad (1)$$

where, ρ is density, c is specific heat, and $\mathbf{q} = -\kappa\boldsymbol{\Delta}T$.

Energy balance (**Eq.** 1) holds true for any arbitrary control volume and therefore the balance equation can be written as **Eq.** 2.

$$\rho c \frac{dT}{dt} + \nabla.\mathbf{q} - H = 0 \qquad (2)$$

with essential boundary conditions $T(x, t_0) = \bar{T}$ on $\partial\Omega_T$ and convection boundary conditions $\mathbf{n}.\mathbf{q} = h_c(T - T_\infty)$ on $\partial\Omega_c$.

The weak form can be obtained by multiplying with an arbitrary function $g(x)$, which satisfies $g(\bar{x}) = 0$ where $\bar{x} = \partial\Omega$.

$$0 = \int_\Omega g(\rho c \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} - H - \mathbf{q}\nabla g)\,\mathrm{d}v + \int_{\partial\Omega} g\mathbf{n}.\mathbf{q}\,\mathrm{d}s \qquad (3)$$

Let's approximate temperature using Voronoi tesselation as $T^d(\mathbf{x}, t) = \sum_\alpha T^{\alpha n} P^{\alpha n}$ and derivatives over Delaunay tessellation as $\frac{\partial T}{\partial x_i} \approx T_i^d(\mathbf{x}, t) = \sum_\beta T^{\beta m} Q^{\beta m}$.

After substituting above approximation to Eq. 3 and setting $g = g^{\alpha n} P^{\alpha n}$, for any arbitrary $g^{\alpha n}$, following set of linear equations are obtained

$$M^{\alpha n n'}\dot{T}^{\alpha n n'} + J^{\beta m m'} B_i^{\beta m \alpha n} \kappa_{ij} B_j^{\beta m' \alpha' n'} T^{\alpha' n'}$$
$$-I^{\alpha n' n'} H^{\alpha n'} + I^{\alpha n n'}_{\partial\Omega_q} \bar{q}^{\alpha n'} - I^{\alpha n n'}_{\partial\Omega_c} h_c^\alpha (T^{\alpha n'} - T_\infty^{\alpha n'}) = 0$$

where, $K^{\beta\alpha\alpha'} = J^{\beta m m'} B_i^{\beta m \alpha n} \kappa_{ij} B_j^{\beta m' \alpha' n'}$ is the element thermal conductivity matrix.

3. Numerical Example

Our target problem is convective cooling of a thin 99% Al_2O_3 plate of dimension 50×10×1 mm heated to temperature $T_0 = 300°C$. Specimen was cooled by water bath and digitally scanned after dying with blue ink to observe the cracks [3].

The ceramic material is assumed to be isotropic and homogeneous. The values of Young's modulus, Poison's ratio, density and surface energy density of 99% Al_2O_3 are 370 GPa, 0.22, 3980 kg/m^3 and 12.16 Jm^2, respectively. In the current simulation, coefficient of convective heat, specific heat capacity, thermal conductivity and coefficient of thermal expansion are assumed to be 54500 Wm^{-2}k^{-1}, 880 J/kg.K, 31 W/m.K and 7.5 ×10^{-6} K^{-1}, respectively.The convective boundary conditions are set along the rectangular boundaries with surrounding temperature of value 20°C.

It is observed that cracks are perpendicular to the boundaries and evolve (length and spacing) with an increase in thermal shock. **Fig.1** shows the cracking

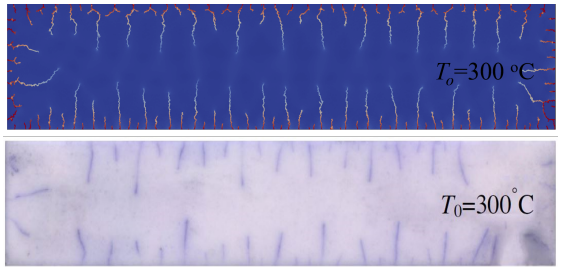


Fig. 1 Crack pattern after thermal shock. (Upper figure is from simulation and lower is from experiment)

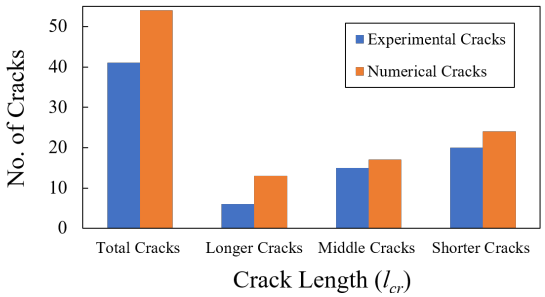


Fig. 2 Comparison of crack statistics

patterns obtained from simulation and from experiment. Cracking pattern generated in numerical simulation is similar to that of experiment. As is shown in **Fig.2**, the number of short ($l_{cr} \leq 1.1mm$) and middle cracks is close to values in experiment. However, the numbers of longer cracks ($l_{cr} \geq 3.4mm$) in simulation is higher than experimental value, which is obvious because material parameters are assumed to be constant for a given temperature in the current study.

4. Concluding Remarks

Formulation of HO-PDS-FEM to solve thermal conduction problem in solid is presented using variational approach. Cooling of thin plate of 99% Al_2O_3 exposed to high temperature has been modeled. The cracking pattern obtained from simulation is similar to that of experiment.

REFERENCES

1) Mahendra Kumar Pal, Lalith Wijerathne, Muneo Hori,: Numerical modeling of brittle cracks using Higher Order Particle Discretization Scheme-FEM, Int J. Comput. Methods, 15(3), 2018, 1843006.
2) Bourdin, B.: The variational formulation of brittle fracture:numerical implementation and extensions, IUTAM symposium on discretization methods for evolving discontinuities. New York: Springer; 2007.
3) Jiang,C.P.,Wu,X.F.,Li,J.,Song,F.,Shao,Y.F.,Xu,X.H., Yan,P.: A study of the mechanism of formation and numerical simulations of crack patterns in ceramics subjected to thermal shock, Acta-Mater.60, pp. 4540-4550, 2012.

シェル構造のマルチステージ破壊シミュレーションのための大変位解析
Large Displacement Analysis for Multi-stage Failure Simulation of Shell Structures

Anna Vardanyan（法政大院・デ工）　竹内　則雄（法政大・デ工）　寺田　賢二郎（東北大・IRIDeS）
Anna VARDANYAN, Hosei University
Norio TAKEUCHI, Hosei University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: takeuchi@hosei.ac.jp

In this study, we propose a large displacement analysis method using flat plate shell elements in HPM for multi-stage failure simulation (MSFS). First, we describe the flat plate elements of HPM using the local coordinate system. Even with a flat plate, adjacent elements have an angle when a large displacement occurs. Next, we propose the relative displacement in this case. The "step by step method" is used as the algorithm for large displacement analysis. Finally, the accuracy of the solution of the proposed method is verified by a simple numerical example.

１．はじめに

マルチステージ破壊シミュレーション(MSFS)では，弾性状態から破壊が進行し崩壊メカニズムを形成した後，離散的な運動が生じる一連の現象を対象としている [1]．脆性材料などでは崩壊メカニズム状態近傍において，剛体変位が卓越する大変位状態が生じることも度々見受けられる．このため，MSFS では，崩壊メカニズムを形成する荷重状態の解析法として大変位解析が必要である．

一方，ガラス板の破壊など，薄板状の破壊解析では平板要素や平板シェル要素を用いると便利である．しかし，当初，平な面の平板も，大変位状態になると曲がった面を有する状態になる．このため，MSFS では，平板要素の使用は適切ではなく，平板シェル要素を用いる必要がある．

本研究では，MSFS の手法としてハイブリッド型ペナルティ法(HPM)の適用を考えており [2]，ガラス板のような薄板における MSFS のために，HPM の平板シェル要素 [3]を用いた大変位解析法を提案する．

２．HPM の平板シェル要素

HPM では，式(1)のハイブリッド型仮想仕事式を元に離散化方程式を誘導する．

$$\sum_{e=1}^{M}\delta W^{(e)}+\sum_{s=1}^{N}H_{<s>}=0 \tag{1}$$

ここで，M は要素数，N は要素境界辺数で，第 1 項は仮想仕事式，第 2 項は付帯条件の式を表しており，以下に示すとおりである．

$$\delta W^{(e)}=\int_{\Omega^{(e)}}\boldsymbol{\sigma}:\mathrm{grad}\delta\boldsymbol{u}\,dV-\int_{\Omega^{(e)}}\boldsymbol{f}\cdot\delta\boldsymbol{u}dV-\int_{\Gamma^{(e)}}\boldsymbol{t}\cdot\delta\boldsymbol{u}\,dS$$

$$H_{<s>}=-\delta\int_{\Gamma_{<s>}}\boldsymbol{\lambda}\cdot(\boldsymbol{u}^{(a)}_{<ab>}-\boldsymbol{u}^{(b)}_{<ab>})\,dS$$

また，$\boldsymbol{\sigma}$は応力，$\boldsymbol{f}$は物体力，$\boldsymbol{u}$は変位，$\boldsymbol{\lambda}$は Lagrange の未定乗数であり$\delta\boldsymbol{u}$ は仮想変位である．

図 1 は，HPM の平板シェル要素の由度を表している．

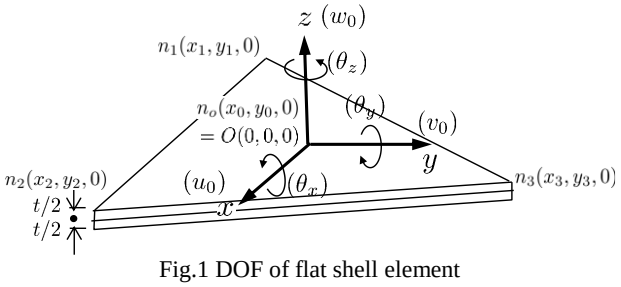


Fig.1 DOF of flat shell element

ここで，図 2 に示すように，x-y-z 座標系は要素毎に設けた局所座標系を表しており，全体座標系 X-Y-Z との間に次の関係がある．

$$\boldsymbol{x}=\boldsymbol{R}_x\boldsymbol{X} \tag{2}$$

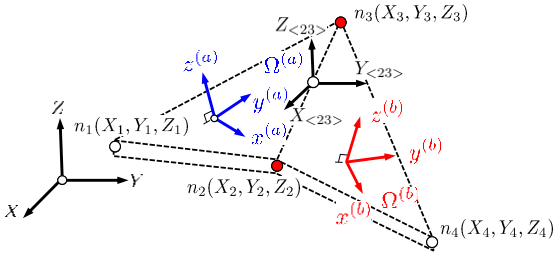


Fig.2 Local coordinate system for each subdomain

これらの関係を用いると，隣接する要素の局所座標系の間に以下の関係が成立する．

$$\boldsymbol{x}^{(a)}_{<23>}=\boldsymbol{R}^{(a)}_x\left(\boldsymbol{R}^{(b)}_x\right)^{-1}\boldsymbol{x}^{(b)}_{<23>} \tag{3}$$

ここで，(a)(b)は隣接要素 $\Omega^{(a)}$と$\Omega^{(b)}$ を表しており，<23>は境界辺 n2-n3 を表している．

いま，変位場を以下のように表す．

$$\boldsymbol{u}^{(e)}=\boldsymbol{N}^{(e)}\boldsymbol{U}^{(e)} \tag{4}$$

このとき，隣接要素の変位を，例えば$\Omega^{(a)}$の局所座標系で表して，相対変位を計算する．

$$\boldsymbol{u}^{(a|a)}_{n<ab>}=\boldsymbol{R}^{(a)}_{<ab>}\boldsymbol{u}^{(a)}_{<ab>} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{u}^{(b|a)}_{n<ab>}=\boldsymbol{R}^{(a)}_{<ab>}\boldsymbol{R}^{(a)}_x\left(\boldsymbol{R}^{(b)}_x\right)^{-1}\boldsymbol{u}^{(b)}_{<ab>} \tag{6}$$

ここで，(b|a)は$\Omega^{(a)}$の局所座標系で表した$\Omega^{(b)}$の変位場を表しており，$\boldsymbol{R}^{(a)}_{<ab>}$は$\Omega^{(a)}$の局所座標系を辺<ab>に沿った座標系に変換する行列である．

以上のもとに式(1)から離散化方程式を誘導すると次のようになる．

$$\boldsymbol{K}_s\boldsymbol{U}=\boldsymbol{P}_s \tag{7}$$

$$\boldsymbol{K}_s=\sum_{e=1}^{M}\boldsymbol{K}^{(e)}_s+\sum_{s=1}^{N}\boldsymbol{K}_{s_{<s>}},\ \boldsymbol{P}_s=\sum_{e=1}^{M}\boldsymbol{P}^{(e)}_s$$

３．大変位解析のアルゴリズム

大変位解析において，有限回転を考慮した解析法を用いることもできるが，クラックなどの進行型破壊を扱う場合，逐次計算法が有利である．両者の方法では，同等の解が得られることから [4]，本研究では，大変位解析として荷重をいくつかの小さな増分荷重に分割し，増分荷重毎に領域形

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

状を更新しながら，求まった増分応力を加算して全応力を求める座標更新型の逐次計算法を用いる．

① 荷重を分割 ⊿P （荷重分割数：n）
② 分割荷重（増分荷重）で微小変形解析
$$\boldsymbol{x}^{n+1} = \boldsymbol{x}^{n} + \Delta\boldsymbol{x}^{n+1}$$
③ 変形後の領域形状での剛性行列をつくる
（n回繰り返す）

ただし，誤差の累積を防ぐため，限界回転角を設け，それを超えないように荷重増分を自動的にコントロールする．

4．数値計算例

本研究で提案した手法を検証するため，図 3 に示す片持ち梁の大変位解析を行う．

図 4 は，限界回転角のよる解を梁の解と比較した結果である．0.05 以下に設定すると一定の解が得られている．

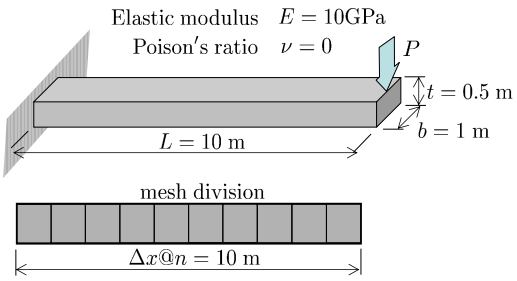


Fig.3 Numerical model and material constants

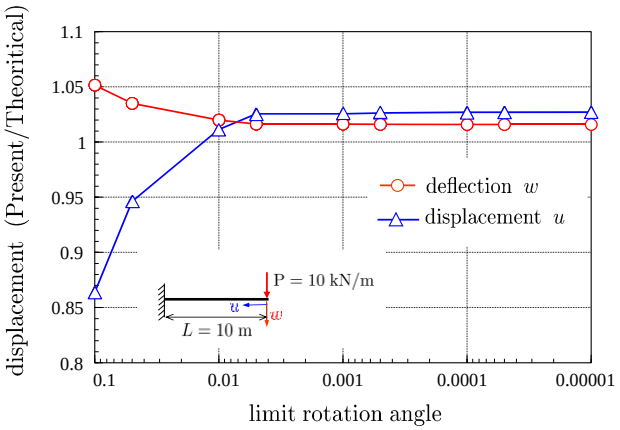


Fig.4 Accuracy of displacement u and w for limit rotation angle

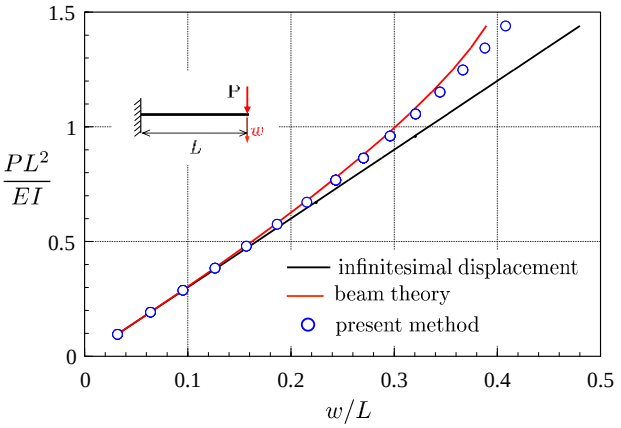


Fig.5 Relationship between load and large deflection

図 5 と図 6 は，荷重と変位の関係を示した図である．図 5 がたわみ，図 6 が水平変位である．実線が梁の大変位解であり，○が本手法による解を表している．本手法による結果は梁と同等の結果となっている．

図 7 は変位モードを示した図である．20 分割の例で，変位は実スケールで表している．

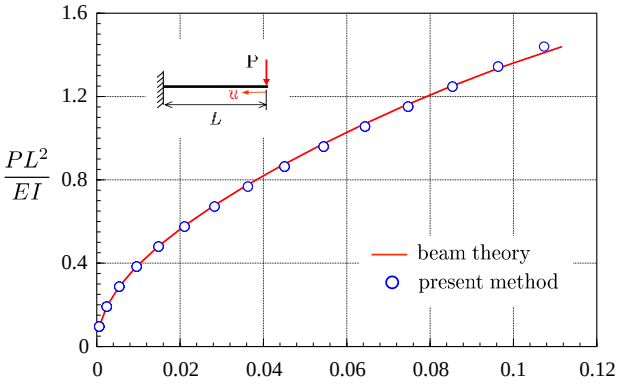


Fig.6 Relationship between load and lateral displacement

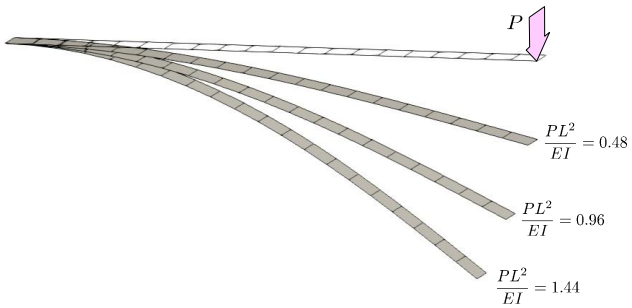


Fig.7 Displacement mode for each load

5．まとめ

本研究では，HPM の平板シェル要素を用いて大変位問題に対する解析手法を提案した．平らな板であっても，剛体変位が卓越すると，平らな平面は維持できなくなるため，相対変位の計算において，変位を隣接する要素の一方の局所座標系に変換する方法を提案した．さらに座標更新型の逐次計算法において，限界回転角を設定し，誤差の累積を防ぐ方法を提案した．

これらの方法を用いて，片持ち梁の大変位解析を試みたところ，梁の理論解と同等の結果が得られた．

参考文献

1) 山口清道，山村和人，竹内則雄，寺田賢二郎：HPM を用いた骨組構造のマルチステージ破壊シミュレーション，土木学会論文集 A2, 75, 2, I_225-I_236, 2019.
2) 山口清道，山村和人，竹内則雄，寺田賢二郎：HPM を用いた斜面安定問題のマルチステージ破壊シミュレーション，計算工学講演会論文集，25, 2020.
3) A. Vardanyan and N. Takeuchi: Development of a Flat Shell Element in Hybrid-type Penalty Method, Bulletin of Research Center for Computing and Multimedia Studies, Hosei University, 35, pp.21-35, 2020.
4) 山口清道，山村和人，竹内則雄，寺田賢二郎：有限回転を考慮した HPM による大変位解析，土木学会第 19 回応用力学シンポジウム講演概要集, 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

線形弾性解析を用いたアイソジオメトリック解析のためのソリッドメッシュ生成法
Solid mesh generation for isogeometric analysis based on the equations of linear elasticity

長谷部　寛（日本大・理工）　　森岡　舜（日本大・理工(研究当時)）
今井　忠勝（日本大・理工(研究当時)）　野村　卓史（日本大・理工）
Hiroshi HASEBE, Nihon University
Syun MORIOKA, Nihon University
Tadakatsu IMAI, Nihon University
Takashi NOMURA, Nihon University
E-mail: hasebe.hiroshi@nihon-u.ac.jp

For isogeometric analysis of structures, solid meshes are required. However, solids model drawn by CAD do not have their internal information which is available for solid mesh generation. Therefore, we proposed a mesh generation technique for isogeometric analysis based on the equations of linear elasticity. The proposed method calculates the difference of coordinate of control points on the surfaces between a desired model and a primitive mesh such as a cube. Then, we solve the equations of linear elasticity for the primitive mesh such as a cube with imposing the difference of coordinates as displacement boundary conditions.

１．はじめに

従来の有限要素法では，対象とする形状および選択する要素の組み合わせにより形状誤差が生じる課題を有していた．それに対してアイソジオメトリック解析は，CAD で描かれた形状を厳密に表現できる解析法である [1]．アイソパラメトリック要素のコンセプトを踏襲し，CAD の形状表現に用いられるスプライン関数を要素の補間関数に用いるとともに，近似関数の補間にも同じスプライン関数を採用する．その結果，CAD の形状を厳密に表現した状態での解析が可能となる．

一方で，多くの CAD はソリッドモデルの表現に B-rep（Boundary Representation）と呼ばれるサーフェス同士を結合する形でソリッドモデルを表現する方法を用いている．そのため，Fig.1 に示すようにソリッドモデルを構成要素に分解するとサーフェスになり，ソリッドモデル内部の情報は有していない．土木構造物の解析では，ソリッド要素が良く用いられるが，内部情報を有していないことから CAD のソリッドモデルをそのまま解析メッシュとして用いることはできず，たとえば一つのサーフェスをスイープして，ソリッドモデル内部に有限要素法の節点に相当する制御点と，要素を生成する必要がある．しかし，複雑な形状を対象とする場合，生成された制御点が自己交差する可能性があり，より柔軟にソリッドモデル内部に制御点と要素を生成する方法が必要となる．

そこで本研究では，有限要素法に基づく流体構造連成解析で広く用いられている弾性体の平衡方程式を解いてメッシュを変形させる方法 [2] を活用した，アイソジオメトリック解析のためのソリッドメッシュ生成法を構築した．

２．ソリッド要素

アイソジオメトリック解析では，B-spline や NURBS などのスプライン関数を基底関数に用いる．本報では，B-spline に限定して述べるが，NURBS にも応用可能である．以下に B-spline 基底関数，および B-spline ソリッド要素を示す．

$$N_i^0(\xi) = \begin{cases} 1 \ (\ \xi_i \le \xi \le \xi_{i+1}) \\ 0 \quad \text{otherwise.} \end{cases} \tag{1a}$$

$$N_i^p(\xi) = \frac{\xi - \xi_i}{\xi_{i+p} - \xi_i} N_i^{p-1}(\xi) + \frac{\xi_{i+p+1} - \xi}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+1}} N_{i+1}^{p-1}(\xi) \tag{1b}$$

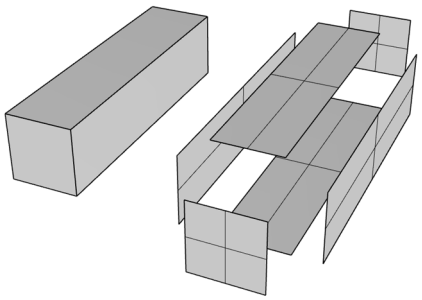


Fig. 1 A solid model and its consisting surfaces

$$\mathbf{S}(\xi,\eta,\zeta) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{k=1}^{l} N_i^p(\xi) M_j^q(\eta) L_k^r(\zeta) \mathbf{B}_{i,j,k} \tag{2}$$

ここで，ξ，η，ζはパラメータ空間の座標，$N_i^p(\xi)$，$M_j^q(\eta)$，$L_k^r(\zeta)$ はそれぞれξ 方向，η 方向，ζ 方向の B-spline 基底関数，i,j,k はコントロールポイント番号，m,η,l はコントロールポイント数，p,q,r は基底関数の次数，$\mathbf{B}_{i,j,k}$はコントロールポイントの座標値により構成される位置ベクトルである．

３．提案するソリッドメッシュ生成法

CAD で描いたソリッドモデルは，その内部に制御点や要素を有していないが，その表面は CAD のサーフェスモデルであり，制御点や要素情報を有している．また，CAD の操作で，単純な形状を伸ばしたり，曲げたり，ねじったりして目的の形状を生成する場合がある．これらを考慮して本研究では以下の 2 点を核とするソリッドモデル生成法を提案する．

① CAD で目的の形状（以下，目的形状）を生成する操作を弾性体の変形プロセスと見なす。
② 基本的な形状（以下，基本形状）と目的形状，それぞれの表面の制御点の座標の差を線形弾性解析の強制変位と見なす．

これらを踏まえた提案するソリッドメッシュ生成法を Fig. 2 に示す．CAD 上で目的形状と基本形状を描画し，それらの制御点の座標値の差を算出する．立方体などの基本

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

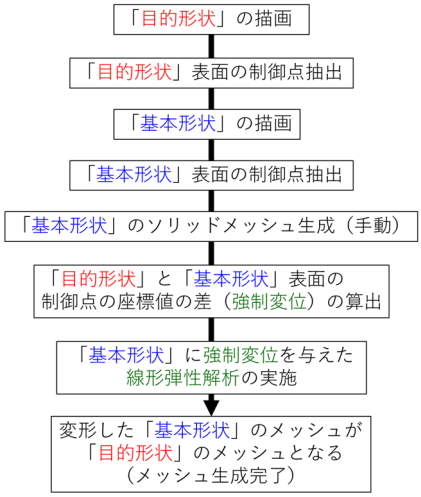


Fig. 2 Procedure of proposed technique for solid mesh generation

形状のソリッドメッシュをサーフェスのスイープなどで作成する．ここで，基本形状表面の制御点座標値を$\mathbf{B}^0_{i,j,k}$，目的形状表面の制御点座標値を$\mathbf{B}^1_{i,j,k}$とし，それらの差を$\Delta\mathbf{B}_{i,j,k}$とする．次に，以下の線形弾性体の方程式を解く．

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i = 0 \tag{4a}$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{ij}, \ \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) \tag{4b}$$

ここでσ_{ij}は応力テンソル，f_iは物体力，ε_{ij}はひずみテンソル，u_iは変位ベクトル，C_{ijkl}は弾性テンソルであり，強制変位の条件として先の座標値の差$\Delta\mathbf{B}_{i,j,k}$を与える．

この解析の結果，変形した基本形状のソリッドメッシュが得られる．それが目的形状のメッシュとなる．以上が構築したメッシュ生成法である．

４．提案するソリッドメッシュ生成法

第 3 章で述べた方法により生成した曲がりばりソリッドメッシュを示す．Fig. 4，5 は CAD で描いた目的形状（曲がりばり），および基本形状である．

Fig. 6 は基本形状の一つのサーフェスをスイープして作成した基本形状のソリッドメッシュ（制御点配置図）である．このように，基本形状の形に制約はない．ただし，基本形状のソリッドメッシュに対して強制変位を与えて変形させるため，強制変位が大きすぎる場合は線形弾性解析が破綻する場合がある．そのため，目的形状に近い形状を基本形状に選択すると安定してメッシュ生成が行える．

Fig. 7 は，提案手法により生成された曲がりばりのソリッドメッシュ（制御点配置図）である．内部の制御点が表面上の制御点位置に合うよう配置されており，提案方法で質の良いソリッドメッシュを生成できると確認された．

５．まとめ

本研究では，アイソジオメトリック解析に用いるソリッドメッシュ生成法として，線形弾性解析を活用した方法を提案した．基本形状と目的形状の表面の制御点に着目し，それらの座長値の差を強制変位として線形弾性解析を実施することで，目的形状のソリッドメッシュを生成するものである．曲がりばりのメッシュ生成を行い，質の良いソリッドメッシュが生成されることを確認した．今後は，複数ドメインのソリッドメッシュへの適用，要素サイズの制御などが課題である．

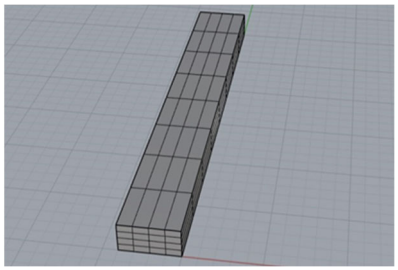


Fig. 4 A primitive model

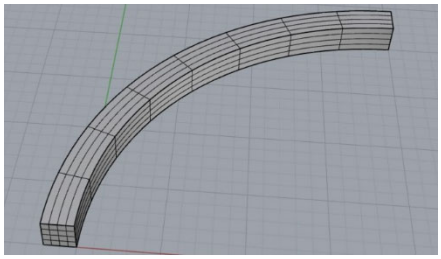


Fig. 5 A desired model (curved beam)

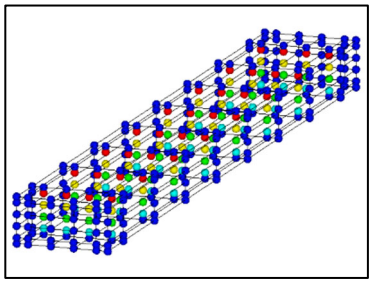


Fig. 6 Control points of the primitive model

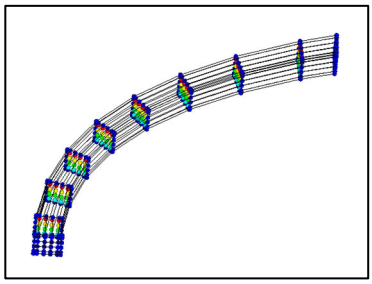


Fig. 7 Control points of the desired model
(result of proposed method)

謝辞

本研究の一部は（一財）日本建設情報総合センターの研究助成を受けて実施した．Thomas J. R. Hughes 教授（The university of Texas at Austin）にはアイソジオメトリック解析全般をご指導いただいた．ここに記して謝意を表します．

参考文献

1) J. A. Cottrell, T. J. R. Hughes and Y. Bazilevs: Isogeometric Analysis: Toward Integration of CAD and FEA, Wiley, 2009.
2) K. Stein, T. E. Tezduyar and R. Benney: Automatic mesh update with the solid-extension mesh moving technique, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 193, 2019-2032, 2004.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

微圧縮固体の動的問題に対する分離型時間積分
Splitting Time Integrator for Dynamic Problems of Nearly Incompressible Solid

山田　貴博（横浜国大・環境情報）
Takahiro YAMADA, Yokohama National University
E-mail: tyamada@ynu.ac.jp

Since the velocity of P-wave may much larger than that of S-wave in nearly incompressible materials, explicit time integrators are hardly applied to such problems. In this paper, a novel time integration scheme for dynamic problems of nearly incompressible solid, which is an extension of the Rattle algorithm for constrained Hamiltonian systems, is proposed. In the proposed approach, an explicit integration is applied to deviatoric components of the equation of motion while volumetric ones are evaluated implicitly by solving a variant of discrete Poisson equations.

１．はじめに

固体の大変形問題においては，体積剛性がせん断剛性に比べて極めて大きな値となる微圧縮性を呈する現象がゴム弾性等を例として多く見られる．このような問題の過渡応答解析において，波動方程式としての特性に重点を置く場合には，位相誤差の小さい陽的時間積分法 [1]を適用することが望ましい．このとき，陽的スキームは条件付き数値安定性を有することから，体積変形に対する応力速度すなわちP波速度を基準として時間刻みを設定することが必要となる．しかしながら，このような時間刻みは等容変形として現れる現象に対しては過度に小さいものとなることが考えられる．一方，無条件安定な陰的時間積分法では，このような時間刻みの制約を回避することができるが，数値的には大きな位相誤差が発生することとなる [1]．そこで本研究では，陽的時間積分法において，P 波速度に起因する時間刻みの制約を緩和する手法を考える．

類似な問題として，低マッハ数の圧縮性流体の問題を考えることができる．この問題では，前処理を行うことで音速で伝播する項を分離し [2]，音速で伝播する項に対しては疑似時間を導入しつつ陰的時間積分を導入することが行われている [3]．そこで本研究では，同様な考え方を固体の動的問題に適用し，数値計算アルゴリズムの上でP波速度で伝播する項を分離するスキームを考える．特に，微圧縮性は，拘束条件である非圧縮性からの摂動として捉えられることから，筆者等が提案した拘束条件付き問題に対するスキーム [4]を拡張した混合型定式化に対する時間積分法 [5) 6)]を採用する．さらに，集中化質量行列を用いて速度と変位を消去し，圧力のみの連立１次方程式を導出する．これにより，S 波成分を陽的に，P 波成分を陰的に取り扱うことが可能な分離型のアルゴリズムが得られる．

本研究は，以上のような分離型時間積分スキームを変位と圧力を未知数とする u-p 混合型有限要素法に適用し，その数値特性を評価することを目的とするものである．

２．支配方程式と時間積分

本研究では，微圧縮均質等方弾性体の動的問題を考える．いま，領域 Ω で定義された時刻 t に依存する変位 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$ を未知数とし，体積変形成分と等容変形成分を分離した構成則に基づく次の弾性体の運動方程式から出発する．

$$\rho\frac{\partial^2\boldsymbol{u}}{\partial t^2}=\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}_{dev}(\boldsymbol{u})+K\nabla(\nabla\cdot\boldsymbol{u})+\boldsymbol{f} \tag{1}$$

ここで，ρ は密度，K は体積弾性係数，$\boldsymbol{f}$ は体積力である．また，$\boldsymbol{\sigma}_{dev}(\boldsymbol{u})$ は変位 $\boldsymbol{u}$ から計算される偏差応力であり，本研究では弾性体を考えることから，せん断弾性係数 μ を用いて以下のように表される．

$$\boldsymbol{\sigma}_{dev}(\boldsymbol{u})=\mu\left(\nabla\boldsymbol{u}+\nabla\boldsymbol{u}^t-\frac{2}{3}\mathbf{I}\nabla\cdot\boldsymbol{u}\right)$$

式(1)の右辺第２項は，平均応力は体積ひずみ $\nabla\cdot\boldsymbol{u}$ に比例することを意味することから，圧力 p を導入すると，式(1)は次式のように書き換えられる．

$$\rho\frac{\partial^2\boldsymbol{u}}{\partial t^2}=\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}_{dev}(\boldsymbol{u})-\nabla p+\boldsymbol{f},\quad p=-K\nabla\cdot\boldsymbol{u} \tag{2}$$

いま，式(2)は混合型の定式化に対応するものであることから，筆者等が提案する Rattle スキーム [4]を拡張した混合型定式化のための時間積分 [6]を式(2)に適用すると，次の２段階から成る半離散化方程式が得られる．

[Stage 1]

$$\begin{aligned}&\frac{1}{\Delta t}\left(\boldsymbol{u}^{n+1}-\boldsymbol{u}^{n}\right)=\boldsymbol{v}^{n+\frac{1}{2}}\\&\frac{2\rho}{\Delta t}\left(\boldsymbol{v}^{n+\frac{1}{2}}-\boldsymbol{v}^{n}\right)=\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}_{dev}(\boldsymbol{u}^{n})-\nabla\overline{p}^{n}+\boldsymbol{f}^{n}\\&\overline{p}^{n}=-K\nabla\cdot\left\{\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{u}^{n}+\boldsymbol{u}^{n+1}\right)-\frac{\Delta t}{2}\boldsymbol{v}^{n}\right\}\end{aligned} \tag{3}$$

[Stage 2]

$$\begin{aligned}&\frac{2\rho}{\Delta t}\left(\boldsymbol{v}^{n+1}-\boldsymbol{v}^{n+\frac{1}{2}}\right)=\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}_{dev}(\boldsymbol{u}^{n+1})-\nabla p^{n+1}+\boldsymbol{f}^{n+1}\\&p^{n+1}=-K\nabla\cdot\left\{\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{u}^{n}+\boldsymbol{u}^{n+1}\right)+\frac{\Delta t}{2}\boldsymbol{v}^{n+1}\right\}\end{aligned} \tag{4}$$

ここで，$\boldsymbol{u}^n$, $\boldsymbol{v}^n$, p^n はそれぞれ時刻 t_n に対応する n ステップの変位，速度，圧力であり，$\Delta t=t_{n+1}-t_n$ は時間刻みである．$\boldsymbol{v}^{n+\frac{1}{2}}$ は n ステップと n+1 ステップの中間点における速度である．このスキームは，中心差分法に基づく陽的時間積分法である Verlet 法を拡張したものであり，２次精度で，外力がハミルトニアンのシンプレクティック形式を保存するシンプレクティックスキームとなっている．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．空間離散化と代数方程式

上述の半離散化方程式(3)(4)において，変位と圧力を独立変数として Galerkin 法に基づき空間方向に離散化する．

Stage 1 については， $\boldsymbol{v}^{n+\frac{1}{2}}$ を消去すると，変位 $\boldsymbol{u}^{n+1}$ と圧力 $\bar{p}^n$ を未知数とする以下の代数方程式が得られる．

$$\begin{aligned}&\mathbf{M}\mathbf{U}^{n+1}-\frac{\Delta t^2}{2}\mathbf{C}\bar{\mathbf{P}}^n=\mathbf{M}\left(\mathbf{U}^n+\Delta t\mathbf{V}^n\right)+\frac{\Delta t^2}{2}\left(\mathbf{F}_{ext}^n-\mathbf{F}_{int}^n\right)\\&\frac{1}{2}\mathbf{C}^t\mathbf{U}^{n+1}+\frac{1}{K}\mathbf{S}\bar{\mathbf{P}}^n=-\frac{1}{2}\mathbf{C}^t\left(\mathbf{U}^n-\Delta t\mathbf{V}^n\right)\end{aligned} \tag{5}$$

ここで， $\mathbf{U}^n, \mathbf{V}^n$ は n ステップの変位と速度に対する節点ベクトルであり， $\bar{\mathbf{P}}^n$ は圧力自由度のベクトルである．行列 $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{S}$ は，離散化された変位 $\boldsymbol{u}_h$ と仮想変位 $\boldsymbol{w}_h$ および離散化された圧力 p_h とその許容変数 q_h を用いて，弱定式化から以下で表される．

$$\begin{aligned}&\int_\Omega \rho\boldsymbol{u}_h\cdot\boldsymbol{w}_h dx=\mathbf{W}^t\mathbf{M}\mathbf{U},\ \int_\Omega \nabla q_h\cdot\boldsymbol{u}_h dx=\mathbf{Q}^t\mathbf{C}^t\mathbf{U}\\&\int_\Omega p_h q_h dx=\mathbf{Q}^t\mathbf{S}\mathbf{P}\end{aligned} \tag{6}$$

さらに，$\mathbf{F}_{int}^n, \mathbf{F}_{ext}^n$ は内力と外力の等価節点力ベクトルであり，以下に対応したものである．

$$\begin{aligned}&\int_\Omega \nabla_s\boldsymbol{w}_h:\boldsymbol{\sigma}_{dev}(\boldsymbol{u}^n)dx=\mathbf{W}^t\mathbf{F}_{int}^n\\&\int_\Omega \boldsymbol{w}_h\cdot\boldsymbol{f}^n dx=\mathbf{W}^t\mathbf{F}_{ext}^n\end{aligned} \tag{7}$$

式(5)は， $\mathbf{U}^{n+1}$， $\bar{\mathbf{P}}^n$ を未知数とした連立１次方程式であるが，変位についての質量行列 $\mathbf{M}$ を集中化したもの $\tilde{\mathbf{M}}$ に置き換え， $\mathbf{U}^{n+1}$ を消去することで，圧力 $\bar{\mathbf{P}}^n$ のみの方程式として次式が得られる．

$$\begin{aligned}&\left(\frac{1}{K}\mathbf{S}+\frac{\Delta t^2}{4}\mathbf{C}^t\tilde{\mathbf{M}}^{-1}\mathbf{C}\right)\bar{\mathbf{P}}^n\\&=-\mathbf{C}^t\left\{\mathbf{U}^n+\frac{\Delta t^2}{4}\tilde{\mathbf{M}}^{-1}\left(\mathbf{F}_{ext}^n-\mathbf{F}_{int}^n\right)\right\}\end{aligned} \tag{8}$$

いま，行列 $\mathbf{C}^t\tilde{\mathbf{M}}^{-1}\mathbf{C}$ は圧力に対する離散ポアソン作用素と解釈することができる．

以上より，stage 1 においては，まず式(6)によって圧力 $\bar{p}^n$ を計算し，その後，式(3)の第２式から中間速度 $\boldsymbol{v}^{n+\frac{1}{2}}$ を求め，得られた中間速度 $\boldsymbol{v}^{n+\frac{1}{2}}$ から式(3)の第１式から変位 $\boldsymbol{u}^{n+1}$ を求めれば良いことが分かる．

Stage 2 については，stage 1 と同様な空間離散化により以下の代数方程式として表すことができる．

$$\begin{aligned}&\mathbf{M}\mathbf{V}^{n+1}-\frac{\Delta t}{2}\mathbf{C}\mathbf{P}^{n+1}=\mathbf{M}\mathbf{V}^{n+\frac{1}{2}}+\frac{\Delta t}{2}\left(\mathbf{F}_{ext}^{n+1}-\mathbf{F}_{int}^{n+1}\right)\\&\frac{1}{2}\mathbf{C}^t\mathbf{V}^{n+1}+\frac{1}{K}\mathbf{S}\mathbf{P}^{n+1}=\frac{1}{2}\mathbf{C}^t\mathbf{U}^{n+1}+\frac{\Delta t}{2}\mathbf{C}^t\mathbf{V}^{n+\frac{1}{2}}\end{aligned} \tag{9}$$

ここで， $\mathbf{V}^{n+1}$ を消去すると次式が得られる．

$$\begin{aligned}&\left(\frac{1}{K}\mathbf{S}+\frac{\Delta t^2}{4}\mathbf{C}^t\tilde{\mathbf{M}}^{-1}\mathbf{C}\right)\mathbf{P}^{n+1}\\&=-\mathbf{C}^t\left\{\mathbf{U}^n+\mathbf{U}^{n+1}+\Delta t\mathbf{V}^n+\frac{\Delta t^2}{4}\tilde{\mathbf{M}}^{-1}\left(\mathbf{F}_{ext}^{n+1}-\mathbf{F}_{int}^{n+1}\right)\right\}\end{aligned} \tag{10}$$

ここで現れた圧力に対する係数行列は stage 1 と同一であり，連立１次方程式の求解に直接法を用いる場合には，三角化された行列を保存すれば後退代入のみで解が得られる．

Stage 2 では，式(10)の求解により圧力を求め，式(9)の第１式から速度 $\boldsymbol{v}^{n+1}$ が得られる．

本研究では，弾性体に対する定式化を行ったが，式(7)の第１式から分かるように等容成分の構成則については既知の変位からの陽的な評価のみとなっている．したがって，非線形の材料構成則への拡張は容易である．

４．有限要素離散化

空間離散化に対しては，本研究では LBBK 条件を満足する u-p 混合型有限要素近似を採用する．

式(8)(10)で現れる圧力に関する係数行列 $\mathbf{C}^t\tilde{\mathbf{M}}^{-1}\mathbf{C}$ は，変位について集中化質量を用いることにより，節点変位ベクトルに対する全体剛性マトリックスと同様なスパース性を有するものとして得られる．一方，圧力に対して，要素毎に独立な不連続近似を用いると行列 $\mathbf{S}$ も対角行列となる．したがって，式(8)(10)における連立１次方程式の求解に際しては，疎行列に対する手法を適用することが可能であり，本研究で提案する計算手法は完全な陽解法ではないが，変位を未知数とする陰解法に比べて計算負荷が低いものとなる．

５．数値実験

基本的な数値特性を把握するため，平面ひずみを仮定した２次元問題に対する数値実験を行った． u-p 混合型有限要素近似としては，変位を三角形１次要素により近似し，４つの三角形１次要素において定数圧力を仮定する P_1-iso-P_2/P_0 要素を用いた．

参考文献

1) 山田貴博: 波動方程式に対するガラーキン法に基づく数値計算手法の特性評価，応用力学論文集，11，pp. 117-122, 2008.
2) J. Weiss, W.A. Smith: Preconditioning Applied to Variable and Constant Density Flows, AIAA Journal, 33, pp. 2050-2057, 1995.
3) L.D. Dailey, R.H. Pletcher: Evaluation of multigrid acceleration for preconditioned time-accurate Navier-Stokes algorithms, Comput.Fluids, 25, pp. 791-811, 1996.
4) H.C. Andersen: Rattle: A “velocity” version of the shake algorithm for molecular dynamics calculations, J. Comput. Phys., 52, pp.24-34, 1983.
5) 池田貴和子，山田貴博: ケーブルに対する混合型変分原理に基づく数値時間積分法，計算工学講演会論文集，6(1), pp.71-74, 2001.
6) 山田貴博: 弾性体に対する混合型変分原理に基づく保存型数値時間積分法，第51回理論応用力学講演会講演論文集, p. 307, 2001.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

第三部門：材料・複雑現象の力学（ B)

座長:肥後 陽介(京都大学)

2021年5月15日(土) 10:55 ～ 12:25 C会場 (C会場)

[S03B-01] 土/水/空気連成解析による転圧時の締固め度分布の検討

*河井 克之[1]、有西 海飛[2]、中島 晃司[1] （1. 近畿大学、2. 大成建設）

10:55 ～ 11:10

[S03B-02] 個別要素法による透過型砂防堰堤の破壊検証シミュレーション

*嶋川 理[1]、堀口 俊行[1]、別府 万寿博[1]、香月 智[1] （1. 防衛大学校）

11:10 ～ 11:25

[S03B-03] 土の変形・亀裂・破砕を連続して扱うための Peridynamics-DEM連成モデル

*福元 豊[1]、新保 泰輝[2] （1. 長岡技術科学大学、2. 石川工業高等専門学校）

11:25 ～ 11:40

[S03B-04] 二種混合体を用いた土石流の流速に与える大粒子含有率の影響

*田上 聖人[1]、吉村 翔[1]、中田 幸男[1]、村上 豊和[2]、久田 裕史[2]、竹本 将[2] （1. 山口大学大学院、2. 高速道路総合研究所）

11:40 ～ 11:55

[S03B-05] マクロひずみモード解析による洗掘検知に関する研究

*田中 尊之[1]、コウ コウ[1]、呉 智深[1] （1. 茨城大学）

11:55 ～ 12:10

[S03B-06] 表面加熱および均質加熱による月面模擬砂 FJS-1の融解凝固実験

*太田 将裕[1]、渡邉 拓也[2]、松島 亘志[2] （1. （株）竹中土木、2. 筑波大学）

12:10 ～ 12:25

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

土/水/空気連成解析による転圧時の締固め度分布の検討

Compaction degree distribution induced by roller compaction with using soil/water/air coupled F. E. simulation

河井　克之（近畿大学・理工）　　有西　海飛（大成建設）　　中島　晃司（近畿大学・理工）
Katsuyuki KAWAI, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Kindai University
Kaito ARIBISHI, Taisei Corporation
Koji NAKASHIMA, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Kindai University
E-mail: kkawai@civileng.kindai.ac.jp

In this study, compaction is assumed as loading and unloading on unsaturated soil under water-undrained and air-drained conditions, and the compaction simulation is conducted with soil/water /air coupled finite element analysis. The roller compaction was simulated to investigate the effects of compaction construction used in geotechnical engineering site. Roller compaction generated heterogeneity of compaction degree within the ground due to rotation of principal stress. It was found that the quality of compaction is strongly dependent on the direction of roller compaction.

１．はじめに

土工で用いられる締固めについては，近年になって不飽和土の力学体系の適用によって表現されるようになり，強度発現のメカニズムなども解明されつつある．しかしながら，実際の現場施工には「転圧」が用いられる．転圧は輪重が移動することを意味するが，その際地盤内では主応力方向の回転とともに，土粒子～間隙水～間隙空気の複雑な相互作用による非可逆的な変形が生じる．材料の締固め特性を同定する室内締固め試験とは，スケール効果のみならず，力の作用も異なり，結果的に室内試験結果を現場の施工管理に適用することを困難にしていると考える．本研究では，「締固め」の力学的な意義を，不飽和状態の試料に対する載荷・除荷と捉え，境界値問題の中で表現するとともに，転圧シミュレーションを実施し，地盤内に生じる状態量分布について検討する．

２．解析補法

解析には，土/水/空気連成有限要素解析コード DACSAR-MP[1]を用いる．この解析コードでは，飽和度に応じた地盤材料の剛性の違いを表現できるだけでなく，水分特性曲線に現れるヒステリシスの影響，間隙空気の圧縮井挙動や間隙水への溶解なども考慮している．まずは，転圧シミュレーションのための締固め特性を規定するために，室内静的締固め試験を模擬して図-1 に示す解析領域を設定した．表-1 に解析入力定数，図-2 に水分特性曲線を示す．初期間隙比を 0.85 とし含水比相当の飽和度と，その飽和度に対応する主吸水曲線上のサクションを初期状態として与え，上面に所定の応力を 1 分間載荷し，直ちに 1 分間かけて除荷することで締固めを表現した．その結果，図-3 の様な締固め曲線群が得られた．それぞれ最適含水比で最大乾燥密度を示しており，載荷重に応じて曲線が左上方に移動しており締固めを表現できていることが分かる．この締固め曲線を参考にして，転圧シミュレーションを実施した．図-4 のように，静的締固めシミュレーションと同じ層厚で水平方向に広がりのある解析領域を設定し，図に示す通り，締固め荷重を解析領域左端から右方向に移動させていく．転圧荷重は 3 要素にまたがるため，一つの要素当たり，図中の枠内に示すような荷重履歴が与えられることになる．また，繰り返し転圧の影響を見るために，左端から右端への転圧終了後，右端から左端へと復路の転圧を行った．

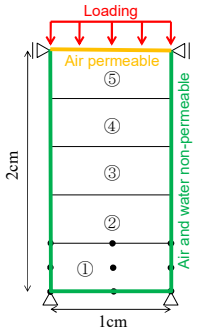


図-1　静的締固めシミュレーション解析メッシュ及び境界条件

表-1　解析入力定数

λ	κ	k_w(m/sec)	M
0.107	0.011	1.157×10^{-7}	1.344
a	n_s	k_a(m/sec)	m
30	1.0	1.157×10^{-5}	0.8

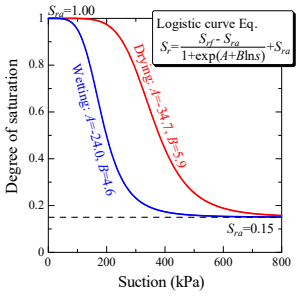


図-2　入力水分特性曲線

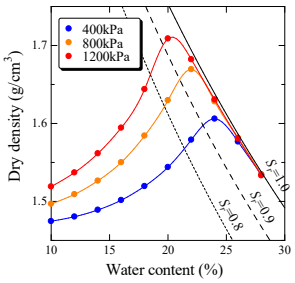


図-3　締固めシミュレーションから得られた締固め曲線

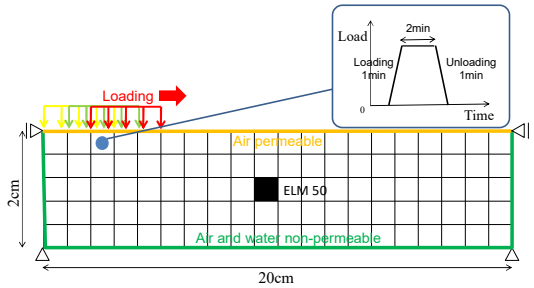


図-4　転圧シミュレーション解析メッシュ及び境界条件

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．解析結果

締固めを行う場合，内部で間隙水圧の上昇とともにサクション低下が生じる．その時にサクション低下挙動が含水比に依存し，締固め度に影響を及ぼすことが分かっている[2]．図-5 に転圧中の間隙水圧分布を示すが，転圧荷重の前方に間隙水圧の大きい領域が発現する．この時の過剰間隙水圧は水平方向に消散する．図-6 に含水比の異なる 800kPa 荷重の往路転圧後，復路転圧後の間隙比分布を示す．図-3 の締固め曲線より，800kPa の締固め荷重での最適含水比は 22.5%程であることが確認できる．いずれも往路の転圧後に，右端転圧面付近に間隙比の小さいよく締め固まった領域が広がっている．この傾向は含水比が最適含水比に近づくほど顕著になっている．これは，転圧の進行に伴う主応力の変化によるものと考えられる．その後，復路転圧を行うと左右方向の不均一性はやや弱まるものの，依然初期転圧方向の影響が残った左右非対称の間隙比分布であることが分かる．図-7 に，転圧を 3 往復行った時の転圧面中央節点の変位を示す．転圧往路では，荷重の接近時に右方へ変位し，荷重通過時に大きく圧縮，その後除荷による膨潤とともに，わずかに左方に変位している．復路時には水平方向に逆の挙動を示すものの，初期転圧方向に大きな非可逆的な変異が残留する．この時の変位挙動も最適含水比に近づくほどに顕著になっている．解析領域左端近傍では，左方への移動が拘束されるため，結果的に図-6 のような間隙比分布を呈することが分かる．例えば，擁壁裏のような有限な範囲を転圧によって締め固める場合，擁壁方向に向かって初期転圧を行うことで，擁壁背面の効率的な締固めが行えることを意味している．図-8 に，往路転圧後，復路転圧後の転圧面の圧縮量を示す．含水比ごとに縦軸は異なるが左右の圧縮量の差を比較できるように，最大値と最小値の差は等しくしている．往路転圧後の圧縮量に注目すると，転圧初期点の左端での圧縮量が最も大きくなっており，転圧末の右端に向かって圧縮量が小さくなっているのが確認できる．これは，図-7 からも分かるように，転圧荷重の接近により変位が転圧荷重進行方向に向かうが，左端では転圧荷重の接近過程がないため鉛直方向に効率的に締固め荷重が作用するからであると考えられる．この左右での圧縮量の違いが最適含水比に近づくほどに顕著になっている．復路転圧によって，この水平方向の不正な転圧面はやや解消されるものの，転圧後も圧縮量の違いは残ることが分かり，初期転圧方向の影響が現れることが分かる．

４．まとめ

土/水/空気連成解析コードを用いて，数値シミュレーションによって転圧を模擬した．その結果，締固め特性について，初期の転圧方向への依存性が確認できた．転圧は主応力方向の回転を示すため，弾塑性体である地盤材料にとっては，初期の転圧方向へ圧縮変形が卓越し，転圧によって含水比に応じた内部の不均一性を生じさせることも分かった．

参考文献

1) Sugiyama, Y., K. Kawai and A. Iizuka: Effects of stress conditions on B-value measurement, Soils and Foundations, Vol.56, No.5, pp.848-860, 2016.
2) 河井克之，金銀羅，流田寛之，飯塚敦，本田道識：不飽和土の力学を用いた締固め土における圧密降伏応力の簡易予測手法，応用力学論文集，Vol.5，pp.785-792，2002.

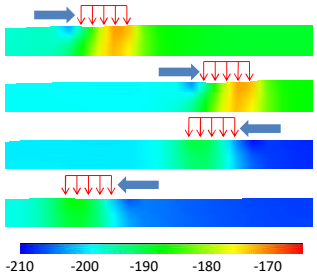


図-5 間隙水圧分布(18%試料 800kPa 転圧)

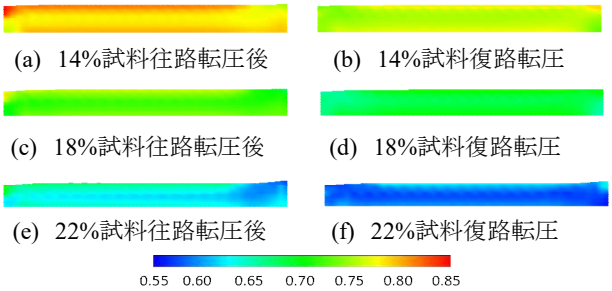


図-6 800kPa 転圧後の間隙比分布

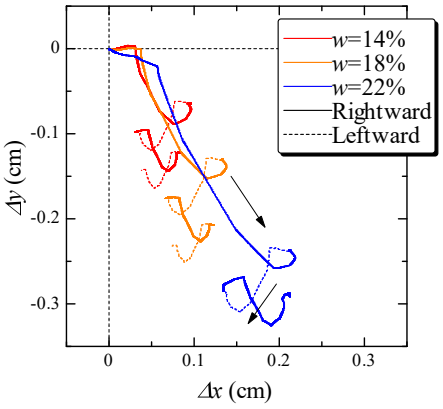


図-7 転圧面中央節点の変位

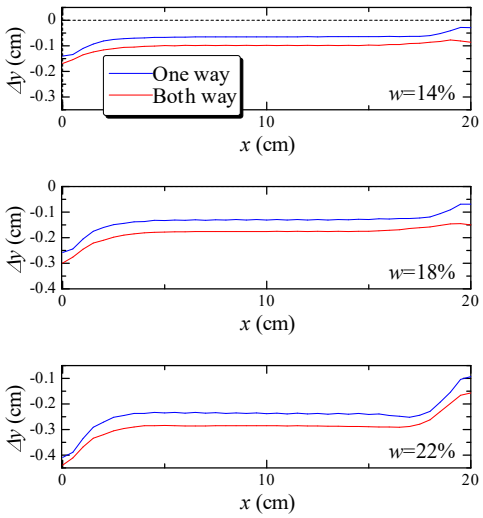


図-8 800kPa 転圧後の転圧面圧縮量

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

個別要素法による透過型砂防堰堤の破壊検証シミュレーション
Destruction Assessment Simulation of Open Sabo Dam Utilizing DEM

嶋川　理（防衛大学校・建設）　堀口　俊行（防衛大学校・建設）　別府　万寿博（防衛大学校・建設）
香月　智（防衛大学校・建設）

Osamu SHIMAKAWA, National Defense Academy
Toshiyuki HORIGUCHI, National Defense Academy
Masuhiro BEPPU, National Defense Academy
Satoshi KATSUKI, National Defense Academy
E-mail: em57045@nda.ac.jp

This study verifies the destruction phenomenon of an open Sabo dam considering the joint part. In addition, the analysis elucidates the difference of destruction process using DEM in case of each joint part strength. Therefore, the open Sabo dam models are three types with different shape. In the experimental result, Type A was not damaged, Type B and Type C had led to collapse due to a bouldery debris flow. It was found that the damage of an open Sabo dam was dependent on the strength of the joint part and the initial deposition amount. Therefore, the destruction and process cause indicated to advance from joint part.

１．緒　言

近年は，短期的かつ局所的な強雨により土砂災害の被害が増大傾向にある．砂防構造物は，透過型砂防堰堤（以下，透過型）が用いられることが前提となっている．透過型は，鋼材を用いた頑強で冗長性を有する構造物であるが，平成26年7月9日の南木曾読書地区では，土石流により梨子沢第1砂防堰堤の上部が破断するという事例が発生した[1]．著者ら[2]は，この破壊現象の検証のため現地観測データと崩壊後の礫径調査の粒形分布を用いて，実スケールの再現解析により土石流流体力の推定および堰堤の損傷状況について検討した．しかし，各部材の損傷状況や破壊に至る過程について詳細な検証ができていない．

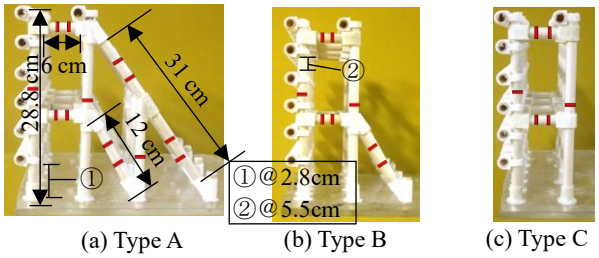
そこで本研究は，被災事例から継手部分の強度を変化させ，実験スケールでの再現実験を行い，破壊現象を検証するものである．さらに，個別要素法を用いて実験の再現シミュレーションを行い，その破壊メカニズムについて検討する．

２．水路実験

土石流モデルは，現地の礫径調査を参考にし，D_{95}：40 mm（25.5 kg），D_{80}：30 mm（31.5 kg），D_{60}：20 mm（18.0 kg）の3種類の礫径を用いた．その礫量は，総量75 kgとした．実験水路は，長さ 4.35m の勾配変化型水路を用いており，2段階勾配を設定できる．本実験では下流側を11.3 °とし，上流側は土石流の段波生成のため20 °とした．流水は，上流側で水を溜め一気に開放するダムブレイク方式で与えた．

Fig.1 に，3種類の堰堤モデルを示す．Type A は，梨子沢第1砂防堰堤の形状を模したものである．Type B は，上部の斜材を除去し，天端部の抵抗を減らしたものである．Type C は，全ての斜材を除去して垂直部材のみとしたものである．中空鋼管の部分は，部材を中空に加工したバルサ材を用いて，連結部分を 3D プリンターで作成したものを用いた．Fig.1 中に示している赤色の部分は継手を示している．さらに，実験要領は，礫を事前に50 %堆積させてから，土石流を流し込むこととした[3]．

本実験では，継手部分を考慮したケース（FS 70 %）と考慮していないケース（FS 100 %）を比較している．継手を考慮したケースは，実際の構造物の継手強度比を参考にして，中空鋼管の70 %強度として決定した．なお，このモデルでは，事前に行った切り欠きを与えていないバルサの曲げ試験を基に，強度100 %としている．Table.1 に，実験結果を示す．また，Fig.2 に，各堰堤モデルの FS 70 %の衝突後の状況を示す．Type A は，継手強度によらず破壊に至らなかった．Type B は，継手強度が70 %の場合において，堰堤の中腹当たりの継手部で破壊し，後続の土石流の作用力により土石流が堰堤上部を押し倒している．また，下流側の部材も前面と同様に継手部で破壊している．しかし，FS 100 %では損傷せず土石流モデルを捕捉した．Type C はいずれの継手強度でも根元の端部の箇所から破壊し，堰堤全体が流出した．



(a) Type A　(b) Type B　(c) Type C

Fig.1 Dam model

Table.1　Experimental result.

Type	A	B	C
FS 100 %	○	○	×
FS 70 %	○	×	×

○:No damage　×:Destroy, (FS : Flange strength)

(a) Type A　(b) Type B　(c) Type C

Fig.2 Experimental result.

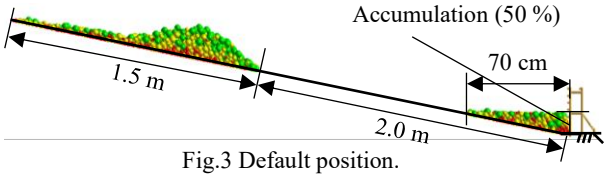


Fig.3 Default position.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．個別要素法解析

３．１　解析諸元

礫モデルは，実験で使用した粒径分布を参考に，形状は球形要素によりモデル化した．水路は，三角形平面要素を組み合わせて使用した．堰堤モデルは，円柱形要素を組み合わせて構成し，実験で使用した接合部分については集合体要素とした．

Table.2 に解析諸元を示す．ばね係数は，曲げ試験から得られた曲げモーメント～曲率関係から近似的に推定して曲げ剛性を決定した．また，断面分割法を用いて実験と同様の曲げモーメント～曲率関係を推定させて軸剛性を推定した．実験で切り欠きを与えた部分は鋼管の強度に対して 70 %とした継手部のばねを与え．その他の部分は鋼管部のばねとした．解析ケースは，実験と同様に継手強度 100 %，70 %の 2 種類と堰堤モデル 3 種類の組み合わせで計 6 ケース行った．

Fig.3 に，本解析における初期配置を示す．礫の色はそれぞれ，D_{95}：緑色，D_{80}：黄色，D_{60}：赤色とした．堰堤上流側の堆積部と，後方の礫群に分けて初期配置を決めた．流体の計算は，流速分布モデルを用いて礫群を流下させている．流速は実験映像から，v＝3.0 m/s で与えた．なお，堆積している礫に与える流体力は，後方の礫群が堆積部分に到達するまで作用しないものとした．

３．２　解析結果

Table.3 に，全解析結果を示している．破壊の判定は実験を再現できた．ここでは，その中でも継手強度 70 %の 2 ケース(Type A, Type B)について示す．Fig.4 に，Type A の解析結果を示す．堰堤全体がやや下流側に変形しているが，継手および結合部に損傷は生起しなかった．Fig.5 に，Type B の実験と解析の衝突過程を比較している．土石流が，堰堤に衝突した時間を $t = t_0$ とした．$t = t_0 + 0.11$ s では，上流側の継手部の一部の要素間が外れ，下流側に押し込まれている．$t = t_0 + 0.15$ s で上流側の縦部材が継手とその他の縦部材で破断して完全に切り離された．また，下流側の縦部材が 1 本を残して全て破断した．ここまでの時間スケールと堰堤の上段が破壊していく過程は実験と類似したものとなっている．$t = t_0 + 0.2$ s で残りの下流側縦部材が破断し，堰堤上部が流出した．

４．結　言

本研究は，透過型の模型実験を行うことで，その破壊に至る現象を破壊事例と比較し，そのメカニズムについて検討したものである．実験では，被災事例のように崩壊した堰堤上部が流出する要因は継手強度の低下が大きいと考えられる．さらに，解析でも同様に継手の影響を考慮することで堰堤が破壊に至る現象を再現できた．

参考文献

1)平松晋也ら：平成26年7月9日長野県南木曽町で発生した土石流災害，砂防学会誌，Vol67，No.4，pp.61-82，2014.
2)Horiguchi T., Richefeu V. : Post-analysis simulation of the collapse of an open sabo dam of steel pipes subjected to boulder laden debris flow，International Journal of Sediment Research 35(6), pp.621-635, 2020.
3)大野峻矢，嶋川理，堀口俊行，香月智：大規模土石流モデルを用いた透過型砂防堰堤における破壊事例に関する研究，土木学会関東支部年次講演集，Vol.48，I-21，2021.

Table.2 Analysis specifications.

item		value
Dam model	Cylinder	459
	Clump model	84
Debris flow	D_{95} (40-50 mm)	151
	D_{80} (24-40 mm)	503
	D_{50} (15-24 mm)	1589
Tube model	Axial stiffness EA (N)	4.49×10^{3}
	Bend stiffness EI (N･m^2)	0.257
	Yield moment (N･m)	1.134
	Strain ε (%)	14.8
Flange	Axial stiffness EA (N)	2.97×10^{3}
	Bend stiffness EI (N･m^2)	0.225
	Yield moment (N･m)	0.899
	Strain ε (%)	11.5
Base	Axial stiffness EA (N)	1.47×10^{4}
	Bend stiffness EI (N･m^2)	0.496
	Yield moment (N･m)	5.00
	Strain ε (%)	14.8
Between Element spring	Normal spring	1.0×10^{7}
	Shear spring	3.5×10^{6}
Time step		1.0×10^{-7}

Table.3　Analysis result.

Type	A	B	C
FS 100 %	○	○	×
FS 70 %	○	×	×

○:No damage　×:Destory (FS : Flange strength)

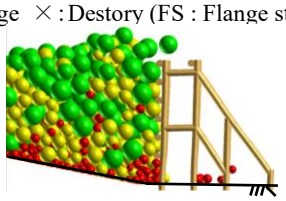
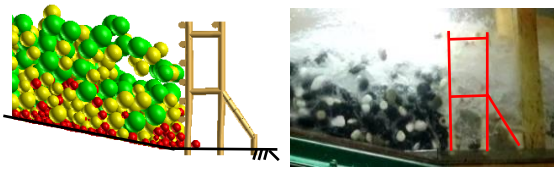
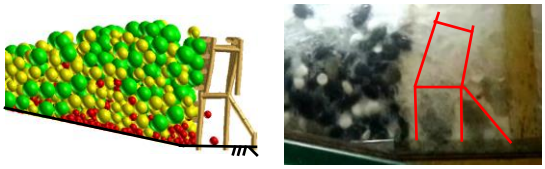


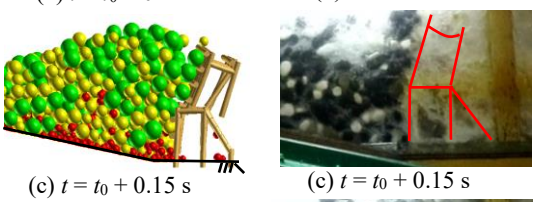
Fig.4 Analysis result (Type A).



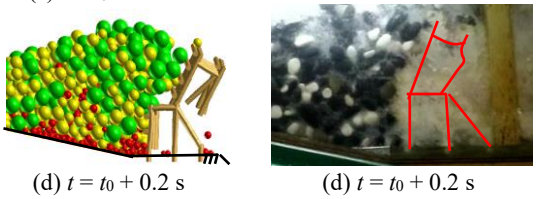
(a) $t = t_0$　(a) $t = t_0$



(b) $t = t_0 + 0.11$s　(b) $t = t_0 + 0.11$ s



(c) $t = t_0 + 0.15$ s　(c) $t = t_0 + 0.15$ s



(d) $t = t_0 + 0.2$ s　(d) $t = t_0 + 0.2$ s

Fig.5 Comparison with analysis and experiment (Type B).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

土の変形・亀裂・破砕を連続して扱うための Peridynamics-DEM 連成モデル
Combined Numerical Model of Peridynamics and DEM for Deformation, Cracking and Crushing of Soil

福元　豊（長岡技術科学大）　　新保　泰輝（石川高専）

Yutaka FUKUMOTO, Nagaoka University of Technology
Taiki SHIMBO, National Institute of Technology, Ishikawa College
E-mail: yfukumoto@vos.nagaokaut.ac.jp

The study proposed a combined numerical model of the peridynamics (PD) and the discrete element method (DEM) to efficiently handle the fracture behavior of geomaterials. The bond-based model of the PD is employed in order to reproduce the behavior of the initiation of cracks and the fracture. At the same time, the DEM is also introduced so that the interaction forces between the fragmented pieces after the fracture can be calculated including the friction force. As a result of the simulation of crushable geomaterials under one dimensional compression, it is demonstrated that the proposed model can continuously express a series of processes leading to the fracture in which the geomaterials are deformed, cracked and crushed.

１．はじめに

土の変形・亀裂・破砕を効率よく扱うための Peridynamics（PD）と個別要素法（DEM）を連成した数値計算モデルについて検討した．物体内に亀裂が生じて破壊するまでを，粒子型の連続体解析手法の一種である PD に基づいて計算した．それと同時に，物体同士または破壊後の分裂した物体同士の相互作用力を，摩擦も含めて DEM に基づいて計算した．検証例題として，土のような破砕性を持つ複数の物体に対する圧縮破壊の計算を実施した．その結果，PD-DEM 連成モデルによって，変形～亀裂発生～破砕の一連の過程を連続的に表現できることがわかった．

２．Peridynamics に基づく数値計算モデル

PD は，変位不連続の問題を取り扱うために Silling[1]によって提案された連続体解析手法である．初期の計算点の配置は等間隔の格子状にすることが多いが，計算中に固定の格子を必要としないため，メッシュフリーまたは粒子型の数値解析手法とも言える．近年，土木工学分野で対象となる土，岩盤，コンクリートのような材料への PD の応用が進んでいる[2]．

本報告では，最もシンプルな Bond-based モデルに基づいた PD（BPD）を採用した．初期位置が **X** で表される計算点の時間 t における運動方程式は以下である．

$$\rho(\mathrm{X})\ddot{\mathbf{u}}(\mathrm{X},t)=\int_{\Omega_X}\mathbf{f}\left(\mathbf{X},\mathbf{X}',t\right)dV_{X'}+\mathbf{b}(\mathbf{X},t) \tag{1}$$

ρは質量密度，**u** は加速度，**f** は力密度，**b** は外力項である．Fig. 1 は PD の概念図であり，h は計算点の間隔，δは影響半径，$\Omega_\mathbf{X}$ は影響半径内に所属する計算点，**X'**は$\Omega_\mathbf{X}$ の中で **X** とペアとなる点の 1 つである．BPD において，**f** は以下のように計算される．

$$\mathbf{f}(\mathbf{X},\mathbf{X}',t)=cs\mathbf{M} \tag{2}$$

c は micro-modulus，s は計算点間の距離の伸びに相当する bond stretch（$=(|\boldsymbol{\xi}+\boldsymbol{\eta}|-|\boldsymbol{\xi}|)/|\boldsymbol{\xi}|$），**M** は変形後の **X'**（$=\mathbf{x}'(\mathbf{X}',t)$）に対する **X**（$=\mathbf{x}(\mathbf{X},t)$）の単位ベクトルである．$c$ の値の算出方法は，3 次元条件，2 次元平面応力条件，2 次元平面ひずみ条件によって変わる．

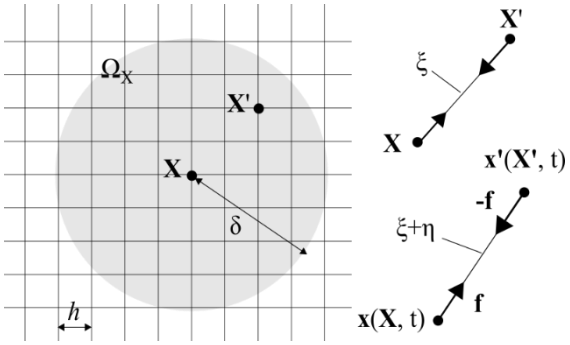


Fig. 1　Conceptual description of the PD.

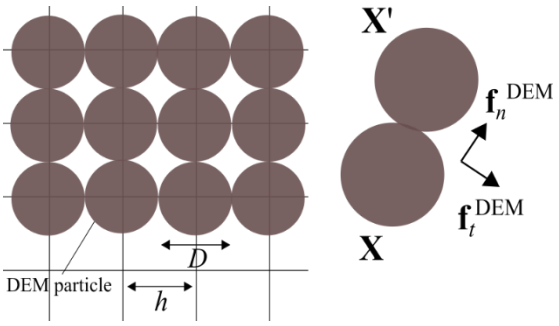


Fig. 2 Conceptual description of the PD-DEM.

BPD の計算点 **X**-**X'**間の接続は，s の値が所定の上限値を超えた場合に切断される．$\Omega_\mathbf{X}$ に含まれる計算点のうち，切断されたボンドの数の割合を$\varphi(\mathbf{X})$によって表した．$\varphi(\mathbf{X})$の範囲は 0~1 で，1 が完全に破壊した状態である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

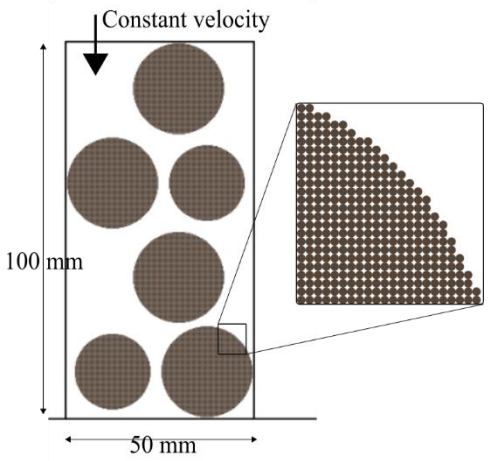


Fig. 3 Initial setup of numerical simulation of PD-DEM.

３．Peridynamics と DEM を連成した数値計算モデル

物体内に亀裂が生じて破壊するまでを PD によって計算することは可能であるが，物体同士または破壊後の分裂した物体同士の相互作用力を計算するためには，別の方法の導入が必要である．Short-range force [3]のように，単に破壊後のめり込み防止することが目的の方法も提案されているが，本報告では摩擦まで考慮できる DEM の計算方法を以下の式のように導入した．

$$\rho(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{X},t)=\int_{\Omega_X}\mathbf{f}(\mathbf{X},\mathbf{X}',t)dV_{X'}+\mathbf{b}(\mathbf{X},t)+\sum_{n_c}(\mathbf{f}_n^{DEM}+\mathbf{f}_t^{DEM}) \tag{3}$$

Fig. 2 のように，PD の計算点を中心として直径が計算点の間隔と同じ h の円を DEM 粒子と仮定した．計算点 **X**-**X**’ 間の接続が切断された場合にのみ DEM に基づく接触計算を適用した．式中の n_c は，DEM 計算が適用される計算点のペア数である．周囲との接続がすべて切断された計算点（粒子）の運動については，回転運動まで考慮した．

４．土の圧縮破砕のシミュレーション

PD-DEM 連成モデルの検証のため，Fig. 3 に示す通り，土のような破砕性を持つ複数の物体に対する圧縮破壊のシミュレーションを実施した．h=250μm，δ=4h，粒子数は 38,976 個であり，時間ステップ 2.0×10^{-6} s で 2.5×10^{6} step（5.0 秒間）とした．重力加速度は鉛直下向きに作用させた．s の上限値を決める破壊靭性に関するパラメータは，締固めた土を想定した一軸圧縮強度の大きさ（100kPa 程度）が得られるように与えた．上端の壁を鉛直下向きに一定速度 0.01m/s で変位させることで圧縮した．ここでは，摩擦を考慮した場合と考慮しない場合の 2 通りの結果を示した．

Fig. 4 のカラーバーはφ(**X**)の値であり，赤色に近づくほど破壊が進んでいることを示している．どちらのケースにおいても，物体自体の破壊，物体同士の相互作用，破壊後の断片の生成，断片同士の相互作用，さらに破壊が進んで細粒化する様子が確認できた．2 つのケースの破壊の進行過程には違いが見られ，DEM の計算方法の導入によって摩擦を考慮した効果も確認することができた．

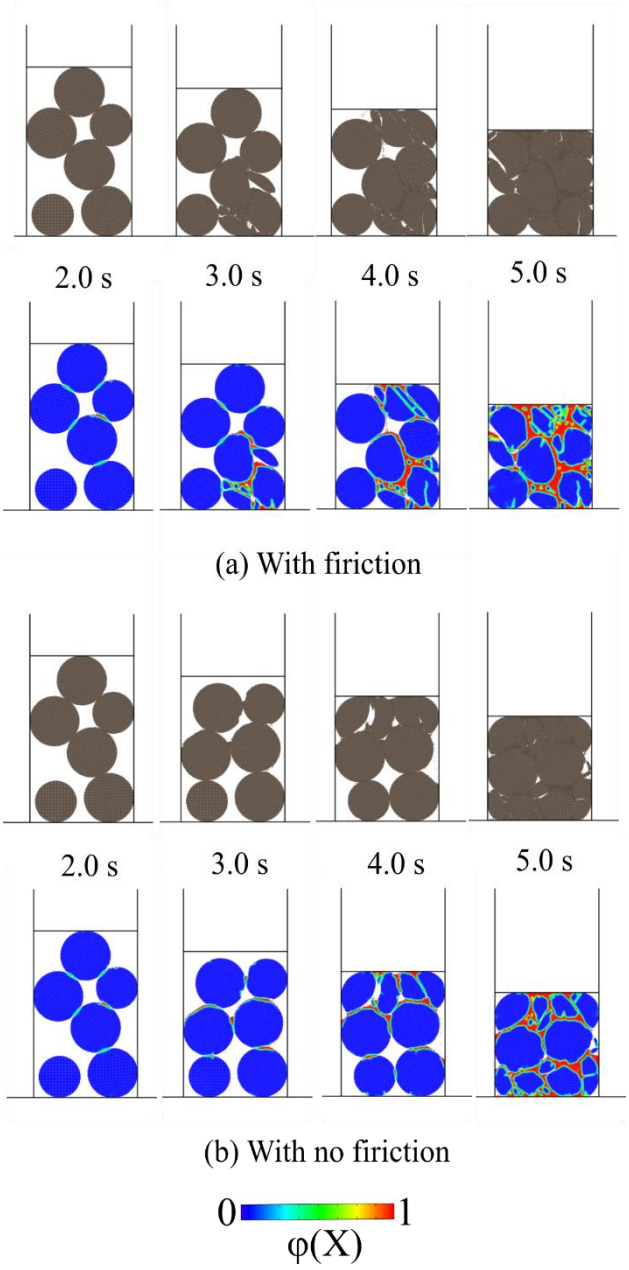


Fig. 4 Graphs of numerical simulation and colored maps of distribution of local damage.

５．おわりに

本研究では，「令和 2 年度高専-長岡技大共同研究の推進」と「科研費 19K15085」より助成を受けた．

参考文献

1) Silling, S. A., Askari, E. (2005). A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics. Computers & structures, 83(17-18), 1526-1535.
2) Shimbo, T., Itto, R., Inaba, K., Araki, K., Watanabe, N. (2020). Seismic response analysis for ordinary state-based peridynamics in a linear isotropic elastic material. *Journal of Peridynamics and Nonlocal Modeling*, 1-20.
3) Macek, R. W., Silling, S. A. (2007). Peridynamics via finite element analysis. *Finite Elements in Analysis and Design*, *43*(15), 1169-1178.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

二種混合体を用いた土石流の流速に与える大粒子含有率の影響

Effect of large particle content on debris flow velocity using binary granular mixture

田上聖人，吉村翔，中田幸男（山口大学大学院） 村上豊和，久田裕史，竹本将（高速道路総合研究所）
Masato TAUE, Sho YOSHIMURA, Yukio NAKATA (Yamaguchi University)
Toyokazu MURAKAMI, Hirofumi HISADA, Nasaru TAKEMOTO (Nippon Expressway Research Institute Co., Ltd)
E-mail: vo34fd@yucivil.onmicrosoft.com

A debris flow model experiment was conducted for binary granular mixture, in order to evaluate the effect of the large particle content on the debris flow velocity. The obtained flow velocity decreases approaching the large particle content V_L^a% having the maximum density of binary granular mixture.

１．はじめに

土石流には，逆グレーディング現象や先頭部への巨礫の集積機能があることが知られている [1]．既往の研究としては，山本ら [2]や松村ら [3]が石礫を含む土石流の模型実験を実施し，流速や水深，逆グレーディング現象について評価している．しかし，同一の試料における大粒子の含有率を変えて行われてはない．土石流の中で大粒子と小粒子とで異なる動きをすることから，大粒子の含有量が，土石流の流動に大きく影響を与えると考えられる．そこで，本研究では，二種混合体試料を用いた土石流模型実験を実施することで，土石流の流速に与える大粒子含有率の影響について考察する．

２．二種混合体試料および物理特性

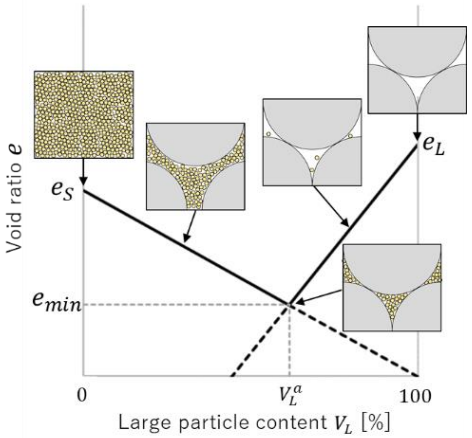


Fig. 1 Conceptual diagram of large particle content and void ratio.

二種混合体は，大粒子と小粒子の粒径の異なる二種類の試料によって構成され，それぞれの影響を顕著にとらえることができる試料である．大粒子は礫分，小粒子は細粒分を代表している．

図-1 は，大粒子含有率と二種混合体全体の間隙比の関係および内部構造の概念図である．二種混合体は，大粒子，小粒子の単体試料よりも間隙比が低くなる．Lade et al.[4]は，図-1 のように，大粒子，小粒子の単体試料の間隙比から，大粒子含有率による間隙比の理論式および密度が最大になる大粒子含有率V_L^a%を算出する理論式(1)を提案した．

$$V_L^a = \frac{100(1+e_S)}{e_L+e_S+1} \quad (1)$$

ここで，V_L^aは二種混合体の密度が最大になる大粒子含有率[%]，e_Lは大粒子単体試料の間隙比，e_Sは小粒子単体試料の間隙比である．

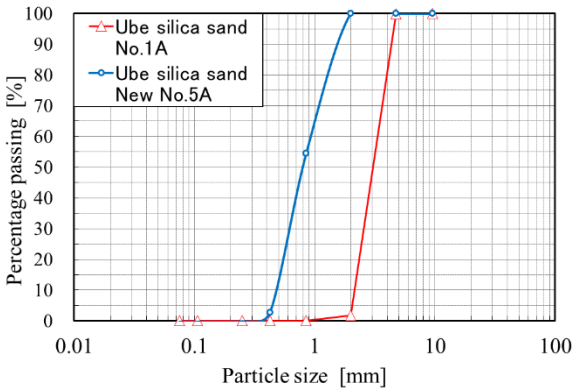


Fig. 2 Grain size accumulation curve of Ube silica sand No.1A and Ube silica sand New No.5A.

本研究では，大粒子試料に，宇部珪砂 1 号 A(平均粒径3.35mm)，小粒子試料に，宇部珪砂新特 5 号 A(平均粒径0.81mm)を使用した． これらの試料は，同じ原石を砕いて粒度調整がなされているため，土粒子密度が $2.626g/cm^3$ で同じである．これにより，純粋に粒径のみの影響を評価できると考えられる．また，最小密度試験で得られた間隙比の結果をもとに，式(1)で算出したV_L^aは，64.9%となった．

３．土石流模型装置

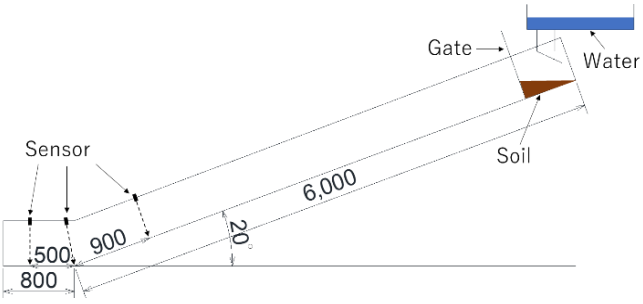


Fig. 3 Schematic diagram of debris flow model device.

図-3 に土石流模型装置の概略図を示す．装置は，水平部分が 800mm，20 度の勾配を持つ斜面部分が 6000mm からなり，斜面部分の上端に開閉式のゲート，その上部に給水

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

用のタンクが配置されている．渓床には，大粒子試料と同じ宇部珪砂 1 号 A を貼り付け，粗度を与えている．また，装置の屈折部分を基準にして，水平方向に 500mm，斜面方向に 900mm の地点に，計 3 台のレーザー変位計を設置した．斜面部分と屈折部分のレーザー変位計で，土石流の斜面部分の流速，屈折部分と水平部分のレーザー変位計で，水平部分の流速を計測した．

４．実験条件

試料は，乾燥状態の重量を 30kg に設定し，大粒子含有率 0，20，40，50，60，70，80，100%の 8 種類の二種混合体を作成した．ここでの含有率は，土粒子の体積を基準とした体積含有率である．また，試料を含まない水のみケース用意し，計 9 ケースで実験を行った．

実験手順は，以下のとおりである．

(a) 二種混合体試料をゲートに充填する．
(b) 試料が飽和するまで，水を加える．
(c) ゲートを開放し，試料の流動が停止するまで放置する．
(d) 水の供給量が 20L になるように，給水タンクから，2L/s の流量で 10 秒間水を流す．
(e) 土石流の先端部が，センサー直下を通過した時刻を記録し，流速を算出する．

５．二種混合体土石流の流速と大粒子含有率の関係

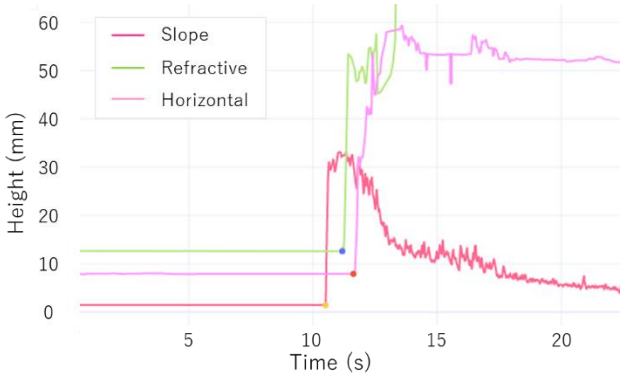


Fig. 4 Debris flow waveform data measured by sensor. (Large particle content 70%)

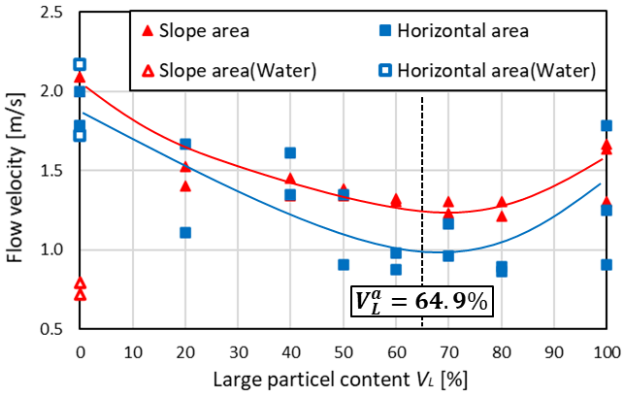


Fig. 5 Relationship between large particle content and flow velocity.

図-4 に，各レーザー変位計で計測した土石流の波形データ，図-5 に，大粒子含有率と斜面部分および水平部分の流速を示す．レーザー変位計で測定された水深の立ち上がりが土石流先端の到達時間とし，到達時間の時間差から速度を算出した．図-5 中の曲線は，流速の推定線．破線は，Lade et al.[4]の間隙理論から算出された，本実験の二種混合体の密度が最大になる大粒子含有率$V_L^a = 64.9\%$を表している．

まず，斜面部分の水のみの流速よりも，土が混じった土石流の流速の方が大きいことがわかる．これは，土石流は土の粒子を含んでいることから，水よりも重いため，自重による力が大きかったことが原因と考えられる．

場所別の土石流の流速は，斜面部分に比べて，水平部分の方が遅く，ばらつきが大きくなっている．これは，土石流が水平移動に移行したことで，重力加速度の影響がなくなったことと，屈折部分で渓床に衝突して，エネルギーの消散および分散が起こったことが原因である．

土石流の流速と大粒子含有率の関係については，大粒子含有率が上昇し，V_L^a%に近づくにつれて，大粒子含有率 0%の流速から低下し，V_L^a%付近で，最低になること．V_L^a%を超えると，大粒子含有率 100%の流速に向かって，増加することが見て取れる．この傾向は，Lade et al.[2]の間隙比の推移に類似していることから，間隙比並びに密度に関係しており，土石流中の粒子の密度が増加すると，流速が低下することを意味している．

粒子の密度の増加により，流速が低下するメカニズムとしては，「渓床の粒子と土石流中の粒子の接触の発生と伝達」が考えられる．土石流が流れる際には，渓床に貼り付けた粒子と渓床近傍を流れる土石流中の粒子が接触する．粒子の密度が低い場合，渓床の粒子と土石流の粒子が接触する確率が少ないため，抵抗の発生確率が低くなる．また，発生した抵抗も，土石流中の粒子の間隔が広いため，粒子同士の接触確率が低くなることで，抵抗の伝達が起こりにくく，影響が渓床のごく近傍に限られる．そのため，流速の低下が起こりにくい．一方で，粒子の密度が高い場合，渓床の粒子と土石流の粒子が接触する確率が高いため，抵抗の発生確率が高くなる．また，発生した抵抗も，土石流中の粒子の間隔が狭いため，粒子同士の接触確率が高くなることで，抵抗の伝達が起こりやすく，影響が土石流全体に広がる．これにより，流速の低下が発生すると推測される．

６．まとめ

本研究では，大粒子含有率を変化させた二種混合体試料を用いて土石流模型実験を実施し，土石流の流速に与える大粒子含有率の影響について考察した．その結果，二種混合体の密度が最大になる大粒子含有率V_L^a%に近づくにつれて，土石流の流速が低下することが明らかになった．

参考文献

1) 高橋保:土石流の機構と対策, p.182-188，近未来社, 2004.
2) 山本彰，山本修一，鳥井原誠，平間邦興:砂防ダムに作用する土石流の衝撃力に関する研究，砂防学会誌，Vol.51, No.2, pp.22-30, 1998.
3) 松村健太郎，堀口俊行，香月智:直線水路実験と回転円筒実験における礫分分級現象の比較，構造工学論文集,Vol. 66A, pp.928-940, 2020.
4) P. Lade , C. Liggio and J. Yamamuro: Effects of non-plastic fines on minimum and maximum void ratios of sand, Geotechnical Testing Journal, Vol.21, No.4, pp.336-347, 1998.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

マクロひずみモード解析による洗掘検知に関する研究
Scour Identification of Bridge Pies using Modal Macro-strain Analysis

田中　尊之（茨大・工）　Huang Huang（茨大・工）　呉　智深（茨大・工）
Takayuki TANAKA, Ibaraki University
Huang HUANG, Ibaraki University
Zhishen WU, Ibaraki University
FAX: 0294-38-5268　E-mail: zhishen.wu.prof@vc.ibaraki.ac.jp

The present investigation deals with the scour monitoring through the area-distributed sensing system and long-gauge strain sensors. In the current study, scour damages were detected in terms of the change in modal macro-strain vector which is estimated using vibration data of long-gauge strain sensors. Experimental results of bridge pier specimens under different scour damage levels were carried out. The comparison results of long-gauge strain sensors, accelerometers, and strain gauges were presented, so as to demonstrate the validity of the proposed method in identifying location and amount of scour damages.

１．はじめに

近年，日本では気候変動に伴う集中豪雨や台風による洪水被害が多数発生している．それにより橋梁に発生する問題の一つとして，橋脚基礎の洗掘がある．洗掘とは流水によって構造物周辺の土砂が削り取られ消失する現象である．洗掘が発生すると，構造物基礎の根入れ不足が生じ，橋梁の安全性が低下し，沈下や傾斜，落橋に繋がる可能性もある．現在の洗掘に対する主な調査手法はボート上からポールを使った河床測定や潜水士による目視である．しかし，これらの手法は調査と費用に時間がかかるうえ，河川増水時には作業に危険が伴うため，十分な精度と頻度で調査を行うことが困難である．そこで，橋脚基礎周辺の洗掘状況を迅速かつ正確にそして継続的にモニタリング手法が求められている．

現在，洗掘モニタリング手法は，依然として構築されておらず，既存の傾斜計測センサは，多点型センサのため，すべての橋脚に取付けるには，非常に多くのセンサと計測機器が必要となる．また，構造物はそれぞれが固有振動数を持っている．構造物の剛性や地盤のバネ定数に依存する値であり，固有振動数の変化を調べることで洗掘を評価することができると考えられている [1]．一方，近年では，一本の光ファイバで構造物のひずみを広範囲に分布計測可能なロングゲージセンサを用いた構造ヘルスモニタリングを行う研究が進められており，構造物のひずみ測定の他に，ひずみから変位，振動特性，損傷同定などの算出を可能にしている．

以上を踏まえ，本研究は洗掘検知手法としてマクロひずみモード解析手法を提案し，ロングゲージセンサを用いて橋脚の振動を測定し，その計測マクロひずみからモード解析を行い，早期洗掘検知方法の構築を目的とする．詳細は後述するが，橋脚を模擬した供試体を作成し，洗掘量を与えたうえで衝撃試験を実施した．その結果を基に固有振動数, ひずみモードなどの振動特性に及ぼす影響を検討した．

２．本研究の洗掘検知手法

従来の洗掘検知の手法として固有振動数の変化を求める方法がある．現在衝撃振動試験により橋梁を評価する手法が一般的に行われている．しかし，固有振動数は構造物に大きな損傷が発生した場合にも変化は小さく，この手法だけでは損傷評価には不十分である．特に早期の洗堀ではその低下率が小さく検知することが難しい．一方，著者らはロングゲージセンサを開発した．そのセンサにより，ひずみモードを用いてひび割れなどの早期損傷を評価することに成功した [2]．本研究では，ひずみモード比による洗掘検知手法を提案し，その検証実験を行った．計測原理は，ある基準点と評価点を定め，その点のひずみデータを FFT 解析し，得られた卓越振動数における縦軸の値であるひずみモード値の比により損傷を評価する方法である．ひずみモード比の近似直線の傾きの変化から損傷を検知する（Fig. 1）

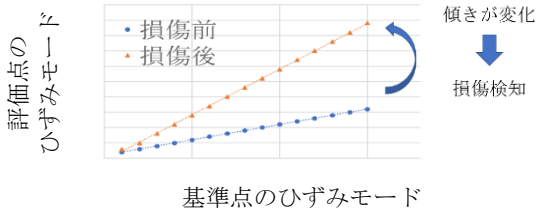


Fig. 1 ひずみモードによる損傷検知方法.

３．検証試験

本試験は，衝撃試験により様々なセンサを比較し，洗掘検知の優位性を検討する．橋脚に見立てた試験体を 2 種類用意した．上部構造の死荷重に直方体のコンクリート，橋脚部に一方は，コンクリート柱，もう一方は鉄筋を用いて供試体を製作した．Fig. 2 に試験の概要を示す．

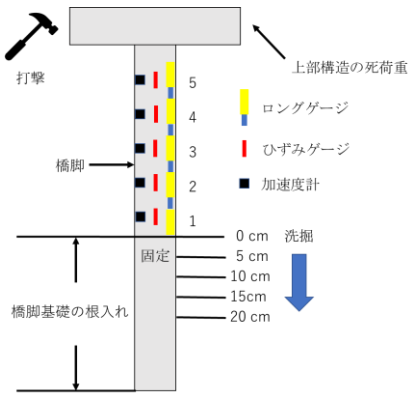


Fig. 2 試験の概要.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

その供試体に，ロングゲージ，加速度計，ひずみゲージのセンサを設置した．センサの本数は 5 本であり，間隔は等間隔とした．センサは橋脚基礎に近い方からセンサ 1，～5 とした．橋脚基礎部は壁に固定し，ハンマーにより 20 με 以下の打撃を与えることで試験体に振動を与えデータを取得した．最初にデータを計測した位置から，固定する位置を変えて，根入れの深さを小さくし，洗掘を再現した．洗掘のケースは洗掘量 0 cm，5 cm，10 cm，15 cm，20 cm の 5 ケースとした．

4．洗掘の早期検知に有効な手段の検討

まず，一般的によく使われる固有振動数，ロングゲージによるひずみモード，加速度計による変位モードの 3 つの指標と洗堀量の関係を把握した．変位モードとは，加速度データを FFT 変換することにより得られる変位モード値の比により損傷を評価する方法である．試験から得られた洗堀による固有振動数の変化率と基準点をセンサ 1，評価点をセンサ 5 とした時の洗堀によるひずみモード比の変化率を Table 1 に示す．また，その時のひずみモード比と洗堀量の関係を Fig. 3 に示す．変化率の大きさからひずみモードによる方法が洗掘検知に有効であることが分かった．

Table 1 固有振動数とひずみモード比の変化率.

	固有振動数			ひずみモード比の傾き		
洗掘量 (cm)	洗堀前	洗掘後	変化率 (%)	洗掘前	洗掘後	変化率 (%)
5	10.145	10.006	1.374	0.014	0.020	45.714
10	10.145	10.005	1.384	0.014	0.023	65.714
15	10.145	9.910	2.324	0.014	0.028	99.286
20	10.145	9.890	2.515	0.014	0.026	87.857

5．洗堀に対する感度の検討

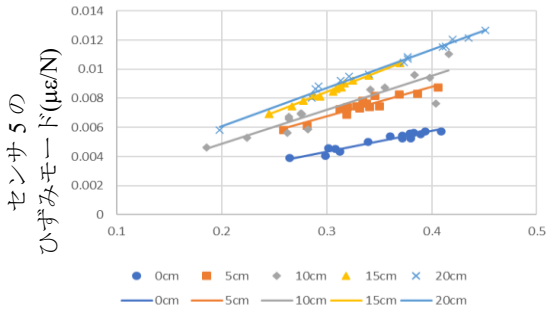
ひずみモードによる洗掘検知において基準点センサ 1 に対し評価点をセンサ 2～センサ 5 とし，センサ間の距離を変えた時の洗堀量とひずみモード比の傾きの変化率を Table 2 に示す．これより，センサの間隔が広い方が感度は高いということが分かった．

Table 2 センサ間隔と感度の関係.

洗掘量 (cm)	洗掘量 0 cm の傾きとの変化率 (%)			
	センサ 1-2	センサ 1-3	センサ 1-4	センサ 1-5
5	3.14	8.16	23.43	45.71
10	3.70	3.32	33.90	65.71
15	6.35	15.38	44.50	99.29
20	5.45	17.26	37.70	87.86

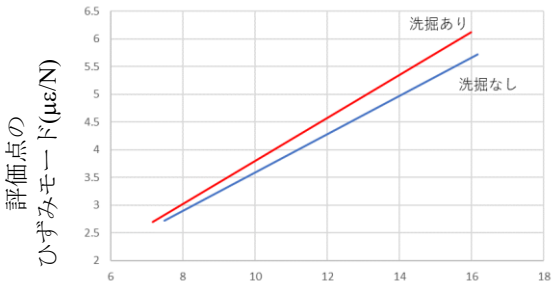
6．ノイズによる影響の検討

実際の現場では，厳しい環境条件の中，計測を行うため計測データにノイズが発生することが考えられる．そのため，実測データのノイズによる影響の検討が必要である．ロングゲージの 10 μ ε 以下のひずみ応答にランダムにノイズを入れてひずみモードにどのような影響があるかを調べた．Figs. 4-5 はその一例であり，生データと取得したデータにそれぞれ 2 %，5 %，10 %のノイズを入れた時の傾きの変化である．ノイズが生じた場合でも傾きの変化により洗掘が検出できることが分かった．



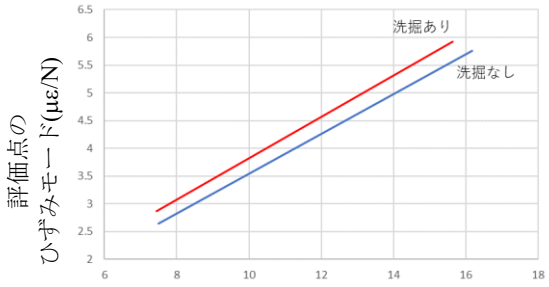
センサ 1 のひずみモード(με/N)

Fig. 3 ひずみモード比と洗堀量の関係.



基準点のひずみモード(με/N)

Fig. 4 生データにおける洗掘の有無による傾きの変化.



基準点のひずみモード(με/N)

Fig. 5 ノイズ 10 %における洗掘の有無による傾きの変化.

7．結論

本報の結論は以下の通りである．

- 既存の固有振動数による洗掘検知手法と比べてロングゲージセンサによるひずみモードを用いた手法の方が洗掘検知に有効であることが分かった．
- 一連の洗堀量の実証実験結果よりひずみモードの感度と有効なセンサ位置を確認した．
- 10μ ε 以下のひずみ応答に 10 %のノイズを入れてもひずみモードの傾きの変化が確認できた．

参考文献

1) D.M. Siringoringo, Y. Fujino: Dynamic characteristics of an overpass bridge in a full-scale destructive test, Journal of Engineering Mechanics, 139(6), pp. 691-701, 2011.
2) S. Li, Z.S. Wu: A Health monitoring strategy for RC flexural structures based on distributed long-gage fiber optic sensors, Journal of Applied Mechanics (JSCE), 10, pp. 983-994, 2007.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

表面加熱および均質加熱による月面模擬砂 FJS-1 の融解凝固実験
Melting and Solidification Experiment of Lunar Soil Simulant, FJS-1 by Surface and Isotropic Heating

太田　将裕（㈱竹中土木）　　渡邉　拓也（筑波大・シス情）　　松島　亘志(筑波大・シス情)
Masahiro OTA, TAKENAKA CIVIL ENGINEERING & CONSTRUCTION CO., Ltd.
Takuya WATANABE, University of Tsukuba
Takashi MATSUSHIMA, University of Tsukuba
E-mail: ota-ms@takenaka-doboku.co.jp

This study aims at obtaining basic knowledge on melting and solidification behavior of a lunar soil simulant, FJS-1 by surface and isotropic heating. The materials used are the original FJS-1, imitating the representative grading of lunar soil, and two sieved materials whose grain sizes are more and less than 0.1mm, respectively. Each material is either densely or loosely packed, and is heated either by surface or furnace heating with various conditions. The results show that (1) finer materials melt faster and deduce denser solid product, (2) denser products are stiffer and stronger, (3) Surface heating yields layered products whose physical properties differ in different layer, (4) Correlation between the uniaxial compression strength and Vickers hardness coefficient is confirmed, which is useful to evaluate the mechanical properties of layered products.

１．はじめに

月面基地開発において，月面表層土を加熱によって融解・凝固させ，建設資材として利用することが検討されている．例えば，表層土をそのまま熱で融解し凝固させることによって，ローバーが効率的に移動できる道路を作ることができる．また，直方体形状に凝固させれば，煉瓦のような建設資材となる [1]．一方で，月面表層土のような幅広い粒度を持つ粉体を加熱した場合の応答は，粉体の熱伝導性や，部分融解した後の固液気３相系としての振る舞いなど非常に複雑であり，基礎的な実験による理解が欠かせない．

そこで本研究では，月面模擬砂である FJS-1[2]に対して焼成実験を行い，その融解・凝固応答と凝固生成物の力学特性の検討を行った．

２．用いた材料と実験方法

FJS-1 は清水建設が開発した月面海地域の月面模擬砂であり，その化学組成や粒度分布はアポロ計画で得られた月面の代表的な値に合わせてある [2]. 本研究では，粒度分布の影響を見るため，オリジナルの FJS-1 を粒径 0.1mm でふるい分けを行い，合計 3 種類の試料(FJS1-D>0.1mm, FJS1-D<0.1mm, FJS-1 オリジナル)を用いて実験を行った. 加熱方法としては，電気炉を用いた均質加熱方式，および将来の月面開発での太陽光集光加熱を模擬した表面加熱方式の２通りを用いた．

３．電気炉による均質加熱実験

本章の実験には，全方位加熱を検討するため日陶科学㈱ NHK-170 型卓上電気炉を使用した. 実験では，直径 41mm，高さ 42mm の坩堝を用い，粒径(オリジナル,0.1mm 以下,0.1mm 以上)，初期間隙比(緩詰,密詰)，最高温度(1200,1150,1100 度)，最高温度保持時間(5 分,1 時間,4 時間)の 4 種類のパラメータを変化させ焼成実験を行った. なお，それぞれのケースでは，焼成試料の熱割れを防ぐために，14 時間程度かけてゆっくりと冷却を行った．その後，直径 13mm，高さ 20mm の円柱に切り出して，１軸圧縮試験を行った．試験は各ケースで３回程度行い，その平均を取った．Fig. 1 に各最高温度および温度保持時間での最大一軸圧縮応力の 3D グラフを示す．

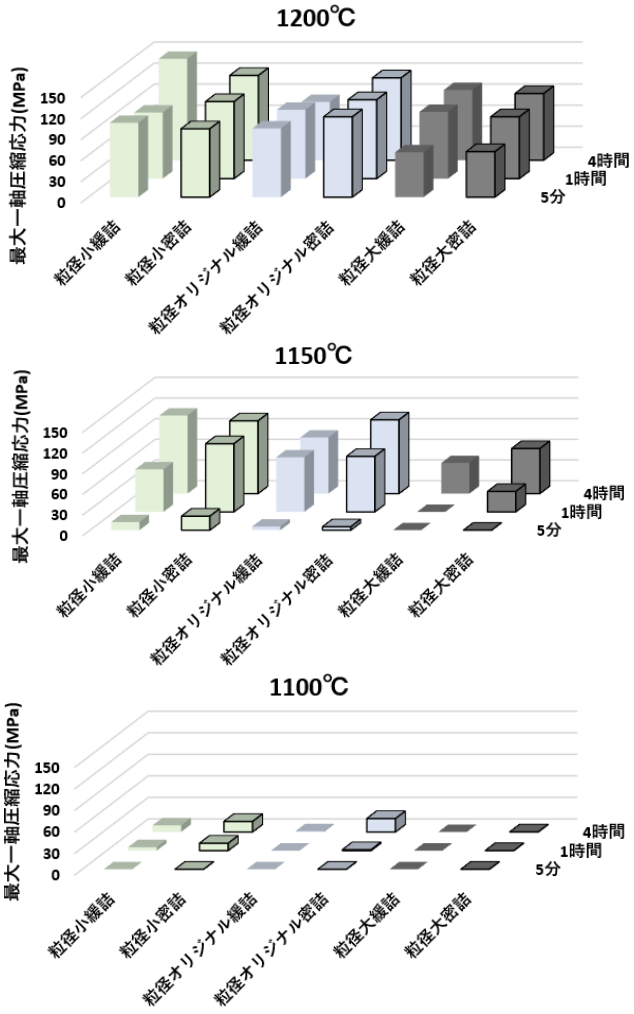


Fig. 1 Maximum uniaxial stress at each temperature

図より，融点付近の 1150℃と融点以下の 1100℃では，粒径が小さいほど，さらに堆積方法が密詰である時，圧縮応力が増加する傾向にあることが分かる．

次に，加熱後のバルク密度と圧縮応力の関係を Fig.2 に示す. 全体として密度が高くなるほど圧縮応力が高くなり，バルク密度が FJS-1 の粒子密度(2.94g/cm^3)に近づくほど，強度増加が著しい．また，最高温度が高い程，密度も高く

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

なることがわかり，1200℃で加熱すれば，高強度コンクリートを超える強度の建材が得られる可能性があることが分かった.

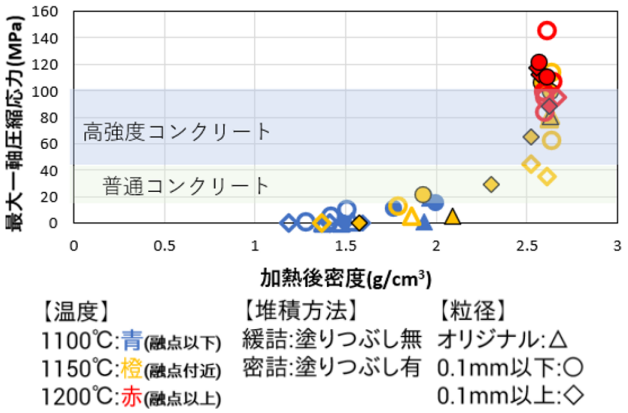


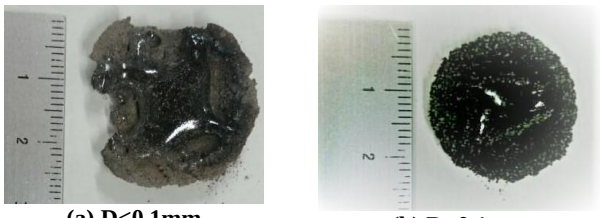
Fig. 2　Uniaxial compression strength in terms of bulk density

４．表面加熱実験

本章の実験には，ヒートテック株式会社のハロゲンポイントヒーターHPH-160W を使用した. 本加熱器は直径 2cm 程度の領域を数秒で一気に 1000℃以上まで急速加熱できる点，サーモカメラによって試料表面の温度を計測し，それをフィードバックすることにより，様々な加熱履歴を設定できる点に特徴がある.

加熱方法は段階加熱(初期表面温度 500℃で約 2 分間温度を維持し，100℃昇温させて 2 分間温度を維持した. 以降もこの昇温方法を繰り返し，1200℃に達した後約 5 分間温度維持して加熱終了)と急速加熱(1200℃5 分間維持)の 2 種類で行った. 直径 40mm, 高さ 40mm の坩堝にゆるく堆積させた FJS-1(0.1mm 以下と 0.1mm 以上の 2 種類)表面の直径 24mm の範囲にハロゲンランプを照射して表面加熱を行った.

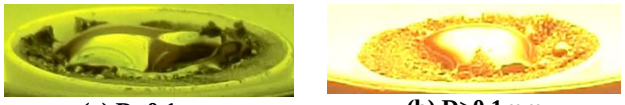
段階加熱は粒径の大小にかかわらず 1200℃で表層の厚さ 1~2mm の部分が溶けることが分かった. また，固化体は粒径が小さい方が少しだけ大きかった(Fig.3).



(a) D<0.1mm　　(b) D>0.1mm

Fig. 3 Solidified surface part in stepwise surface heating

次に，急速加熱の加熱 2 分後の表層の様子を Fig.4 に示す. 粒径が小さい方は表層がほぼ溶けているのに対して, 粒径が大きい方は中央のみが溶けている. これらの計 4 回の実験により，粒径が小さい方が溶けやすく熱拡散が大きいことが分かった. また、急速加熱は段階加熱と異なり，砂が流動しながら熱拡散が広がる現象が確認できた.



(a) D<0.1mm　　(b) D>0.1mm

Fig. 4 Melted Surface condition in rapid heating

５．ビッカース硬度計測

均質加熱および表面加熱によって得られた固化物に対してビッカース硬度を計測した. ビッカース硬度計測には, 株式会社明石製作所のビッカース硬さ試験機 AVA-A を使用した. Fig.5 にビッカース硬度と圧縮強度の関係を示す。マーカーの見方は Fig.2 と同様である．圧縮強度とビッカース硬度は，おおまかに線形の関係(図中の破線)にあり，温度が高い程ビッカース硬度は増加することがわかった.

また，表面加熱実験の固化試料は，厚みが足りずに一軸圧縮試験が行えなかったため，点線でビッカース硬度のみ示している．ここでの表面加熱温度は 1200℃であったが，同様に 1200℃の加熱を行った均質加熱実験結果(Fig. 5 の赤色マーカー)に比べて, 明らかに大きなビッカース硬度となった. これは，実験後の表面状態より，急速加熱によるガラス化によるものと考えている. Fig.5 の均質加熱実験結果から求めた一軸圧縮強度とビッカース硬度の関係から外挿すると，これらのガラス化材料は，200MPa を超える圧縮強度を持つ可能性がある.

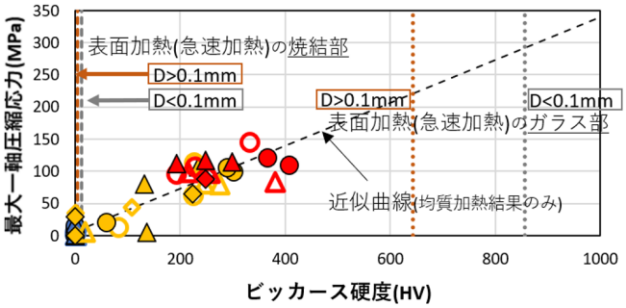


Fig. 5:The Vickers hardness and the maximum uniaxial compression stress

６．まとめ

電気炉を用いた均質加熱方式，およびハロゲンポイントヒーターを用いた表面加熱方式により，月面模擬砂 FJS-1 の焼成実験を行った．以下に得られた知見をまとめる.

(1) 焼成中の最高温度が高いほど, 生成固化物の密度が高くなり，圧縮強度は増加する．FJS-1 の場合，1200℃で加熱すれば,高強度コンクリートよりも高強度の材料を作製可能である.

(2) 同じ最高焼成温度では，最高温度保持時間が長い程，粒径が小さいほど, また初期の試料が密詰であるほど, 生成固化物の圧縮強度は増加する.

(3) 表面加熱方式では，温度条件の違いにより，深さ方向に異なる固化物が生成する. 急速加熱した表面では材料がガラス化し, 非常に高いビッカース硬度を示した.

今後は材料を積層しながら焼成し，厚みのある固化生成物を作成して，その力学特性を検討する予定である.

謝辞

JAXA 若林氏，清水建設金森氏には焼成実験について丁寧なアドバイスをいただきました．感謝申し上げます.

参考文献

1) Hoshino, T., Wakabayashi, S., Yoshihara, S., Hatanaka, N.: Key Technology Development for Future Lunar Utilization- Block Production Using Lunar Regolith, Trans. JSASS Aerospace Tech. Japan Vol.14, 2016

2) Kanamori, H., Udagawa, S., Yoshida, T., Matsumoto, S., Takagi, K.: Properties of Lunar Soil Simulant Manufactured in Japan, Sixth ASCE Specialty Conference and Exposition on Engineering, Construction, and Operations in Space, 1998.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション（第四部門：流体力学）

第四部門：流体力学（ B)

座長:音田 慎一郎(京都大学)

2021年5月15日(土) 10:55 ～ 12:40 D会場 (D会場)

[S04B-01] 水難事故発生個所における特徴的な要素の周期性について

*赤堀 良介[1]、岡田 拓巳[1]、久志本 陸[1] （1. 愛知工業大学）

10:55 ～ 11:10

[S04B-02] 杭群周辺の河床変動に及ぼす杭群密度および配置方法の影響

*伊藤 瑞基[1]、冨永 晃宏[1] （1. 名古屋工業大学）

11:10 ～ 11:25

[S04B-03] 基盤岩の穿入による滝群の形成

*小峰 秋房[2]、泉 典洋[1]、井上 卓也[3] （1. 北海道大学、2. 五洋建設株式会社、3. 寒地土木研究所）

11:25 ～ 11:40

[S04B-04] 背水の影響区間における河床波の発達過程に関する水理実験

*伊波 友生[1]、久加 朋子[2]、山口 里実[1]、吉川 泰弘[3] （1. 国立研究開発法人　土木研究所寒地土木研究所、2. 北海道大学、3. 北見工業大学）

11:40 ～ 11:55

[S04B-05] Response of alternate bar morphodynamics to sediment supply condition under a cycled hydrograph

*Huang Dai[1], Toshiki Iwasaki[1], Yasuyuki Shimizu[1] （1. Hokkaido University）

11:55 ～ 12:10

[S04B-06] 河床砂州の安定性に及ぼす流量変化の影響

*泉 典洋[1]、高津 教彰[1]、川村 里実[2] （1. 北海道大学、2. 寒地土木研究所）

12:10 ～ 12:25

[S04B-07] 土石流特性に対する微細砂の役割と含有率の評価法

*山崎 祐介、江頭 進治[1] （1. 土木研究所ICHARM）

12:25 ～ 12:40

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

水難事故発生個所における特徴的な要素の周期性について
A Study on the Periodicity of the Characteristic Flow Structures at the Sites of Water Accidents

赤堀　良介（愛知工業大学・工学部）　岡田　拓巳（愛知工業大学・工学部）　久志本　陸（愛知工業大学・工学部）
Ryosuke AKAHORI, Aichi Institute of Technology
Takumi OKADA, Aichi Institute of Technology
Riku KUSHIMOTO, Aichi Institute of Technology
E-mail: rakahori@aitech.ac.jp

In this study, the periodicity of the characteristic flow structures that can be observed in the several sites where the water accidents were frequently occurred was investigated. On these sites, the following typical structures were observed; rapids, constrictions, sinusoidal shear flows, and recirculating flow generated by the reattachment of the shear flow. By the results of numerical calculations, the longest period was observed at the region of recirculation flow.

１．はじめに

近年，レジャーとしての水辺の利用が盛んに行われている．最近 10 年間の水難事故発生件数は横ばいの状況にあり，例えば 2019 年は国内の河川・湖沼等に限っても，248 名の死者・行方不明者が発生している [1]．河川におけるレクリエーションに関連した水難事故に関しては，明確に特定箇所に発生が集中する傾向があり，都市からのアクセスが良好であることなど，利用形態に関しての指摘がなされている [2]．一方で水理的な考察に関しては定性的な説明に留まる例が多く，現地観測や数値解析などを踏まえた例は限られている [3]．筆者らの検討する限りでは，水難事故が発生する箇所において，事故を誘発する可能性があるいくつかの特徴が見られ，これらに対する定量的な検討が必要である．本研究では，中部圏における代表的な水難事故多発箇所における流れの状況を既往研究の結果から示した後，矢作川における事故多発箇所を主な対象として，特徴的な流れの要素について周期性の面から検討を行った．

２．対象地点

中部圏の代表的な水難事故発生個所として，木曽川の 木曽川本線橋（東海北陸自動車道高架橋）付近と長良川美濃橋付近を挙げる．それぞれ木曽川上流河川事務所資料 [4]により水難事故多発箇所として注意喚起される場所である．

本学近郊の矢作川における水難事故発生個所としては，池島公園付近を挙げる．池島公園は豊田市街地に近く，訪れる人の多い公園であったが，近年は毎年連続して水難事故が発生していた．管理上の理由として，2020 年 4 月より公園自体は廃止となっている [5]．ここでは 2019 年の水難事故の後に水難学会の事故調査委員による現場検証が実施されており [6]，流れの有する特徴に関して考察がなされた．

３．検討手法

木曽川本線橋付近を対象とした検討 [7]では，国土交通省中部地方整備局木曽川上流河川事務所より提供された ADCP による測深データを，また美濃橋付近を対象とした検討 [8]では筆者らの実施による RC ボートによる音響測深データを地形データとして使用した．また近隣の観測所の水文量から事故発生時の流量を推定し，解析の際の境界条件とした．解析に際しては iRIC[9]の Nays2D 系ソルバーによる平面 2 次元解析を実施した後に，自作コードの 3 次元 LES モデルによる解析を実施した．

矢作川池島公園付近を対象とした検討では，新たに高所カメラを利用した SfM MVS 解析を実施することで，数値解析の際に必要となる地形データを得た．現地観測は 2020 年 11 月 17 日に実施した．本研究では 7m の収縮ポールに遠隔カメラ（Sony QX-1）を取り付けたもので代用した [10]．撮影画像に SfM-MVS（Agisoft 社、PhotoScan Professional edition Ver.1.2.6）を適用して，オルソ画像および表面高さモデルである Digital Surface Model（DSM）を作成した．池島公園を対象とした解析では iRIC[9]の Nays2D 系ソルバーによる平面 2 次元解析のみ実施し，得られた結果に対して FFT によるスペクトル解析を実施することで周期性を検討した．流入の条件に関しては，直上流のダムおよび発電所からの放流量の値を使用した．

４．代表的水難事故発生個所における流れの特徴

ここでは代表して長良川美濃橋の結果 [8]について述べる．平面 2 次元解析結果の瞬間値について，流速絶対値のコンター図と流速ベクトルを重ねたものを Fig.1 に示す．ここで特徴として挙げられる要素として，a) 早瀬部分からの高速流，b1) 狭窄部の上流で見られる循環流，b2) 狭窄部の下流で見られる循環流，c) 岩と突出部による狭窄部から生じる蛇行した縮流，などが挙げられる．また 3 次元 LES 解析による同地点の結果について，鉛直方向流速成分の値について等値面で示した図を Fig.2 に示す．ここには，早瀬から淵に向かって生じる下降流の水塊が，狭窄部を過ぎても下流に伝播していく様子が示されている．Fig.1 に示された右岸の礫床から遊泳を開始した場合に，これらの要素の影響を受けることが推測された．

５．矢作川池島公園付近に対する解析結果と考察

解析結果の瞬間値について，流速絶対値のコンター図と流速ベクトルを重ねたものを Fig.3 に示す．配置は左右岸で逆となるが，流れの特徴は Fig.1 と Fig.3 で良く一致している．一方で，検証 [6]で考察された特徴として，エントリー箇所から生じる離岸方向の流れが存在するが，これに関しては Fig.3 の池島公園の結果に，明瞭に表れていた．ここで Fig.1，Fig.3 に示された i)から iii)までの点について，i) 早瀬，ii) 縮流，iii) 循環流中の離岸方向流れ，以上のそれぞれを代表する点として，数値解析結果のうちの流速絶対値の時間変化に対して FFT によるスペクトル解析を実施した．結果を Fig.4 に示す．それぞれの周波数ピークから，美濃橋では i) 早瀬の周期が短く（周波数が高く），ii) 縮流の蛇行部と iii) 離岸方向の流れの強弱は周期が長い（周波数が低い）．美濃橋では離岸方向の流れは蛇行流の接岸時に発生するため，この 2 者では同じ周期となった．池島では

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

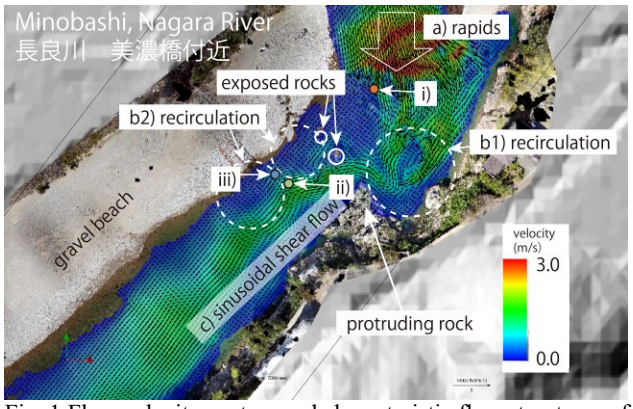


Fig. 1 Flow velocity vectors and characteristic flow structures of calculated results by the horizontal 2D model[9], in the case of Minobashi, Nagara River

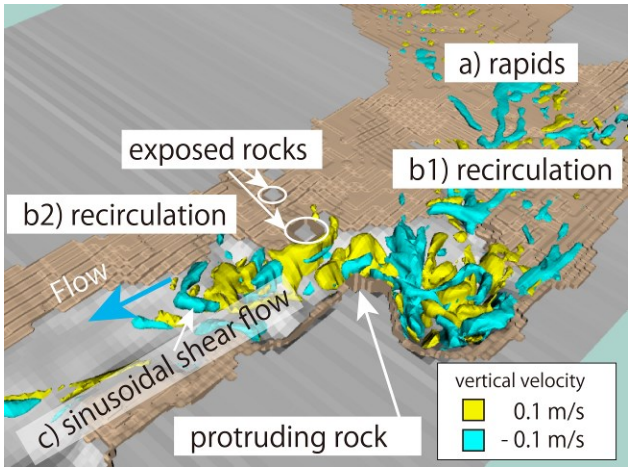


Fig. 2 Contour surfaces of vertical velocity component calculated by 3D LES model, Minobashi, Nagara River

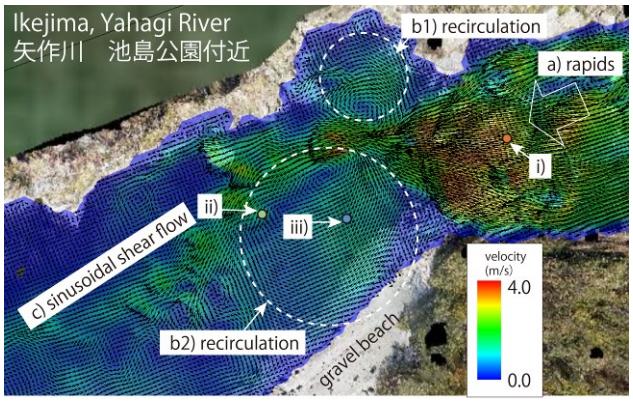


Fig. 3 Flow velocity vectors and characteristic flow structures of calculated results by the horizontal 2D model[9] in the case of Ikejima, Yahagi River

i) 早瀬の周期が最も短く，次いで ii) 縮流の蛇行部，iii) 離岸方向の流れの順に，周期が長くなった．池島に関しては，iii) 離岸方向の流れが明確に長い周期を有していた．両者とも ii) 縮流の変動に関して，Strauhal 数を用いて変動の周期を算出すると，局所的な地形の空間スケールと平均流速に規定された周期であることが推測された．一方で，池島の iii)に示された離岸方向の流れが他の要素と明らかに異なる長い周期を有していることについては，単一水制の下流の循環流構造などに類似するとみられるが [11]，アスペクト比から推測される接岸距離など傾向が一致しない部分も多く，今後の詳細な検討が必要である．またこれらの周期性が事故の危険性に与える影響については，現地の知見に基づく慎重な考察が必要と考えられる．

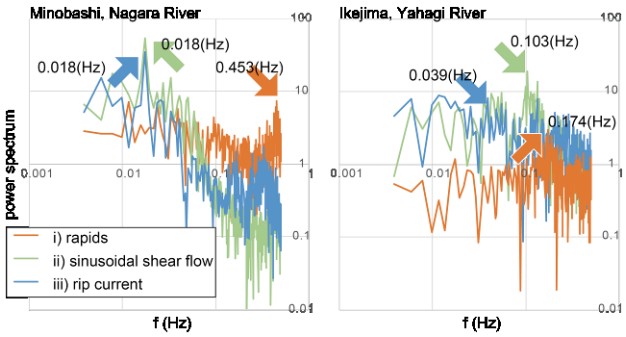


Fig. 4 Power spectrum of velocity fluctuations at i), ii) and iii) in Fig.1 and Fig.3 (left: Minobashi, right: Ikejima)

参考文献

1) 公益財団法人河川財団 Web，水難事故防止に関するデータ（調査・分析）：No more 水難事故 2020，https://www.kasen.or.jp/Portals/0/pdf_mizube/suinan_2020.pdf（最終閲覧日 2021 年 3 月 14 日）
2) 宮尾博一，清水晃，吉野英夫，並木和弘，土井康義：水難事故防止策に関する研究～最新の動向を踏まえた手法と対策例～，河川環境総合研究所報告，第 15 号，pp.13-23，2009.
3) 落合繁：河川における水難事故頻発箇所の流れ場の特徴に関する研究,平成21年度 岐阜大学 大学院 工学研究科 社会基盤工学専攻 河川工学研究室 修士論文集，2010.
4) 木曽川上流河川事務所 Web，水難事故について，https://www.cbr.mlit.go.jp/kisojyo/garbage/suinanjiko.html（最終閲覧日 2021 年 3 月 14 日）
5) 豊田市 Web（矢作川池島公園・矢作川時瀬公園の廃止について），https://www.city.toyota.aichi.jp/shisetsu/sports/kouen/1036893.html（最終閲覧日 2021 年 3 月 14 日）
6) Yahoo ニュース記事（幼い女の子 2 人の命を奪った水難事故　原因はまさかの現象だった　水難事故調レポート），https://news.yahoo.co.jp/byline/saitohidetoshi/20200501-00176326/（最終閲覧日 2021 年 3 月 14 日）
7) 赤堀良介：水難事故発生集中箇所における局所流の検討，平成 29 年度 愛知工業大学 地域防災研究センター年次報告書，vo1.13，2017.
8) 赤堀良介，駒井俊亮：水難事故発生箇所における数値解析による流れの検討，平成 30 年度土木学会中部支部研究発表会，II-28，2019.
9) iRIC software，http://i-ric.org/ja/（最終閲覧日 2021 年 3 月 14 日）
10) 後藤秀昭：SFM(Structure from Motion)-MVS(Multi-Video Stereo)技術を用いた変位地形の数値表層モデルの形成と変位量の計測-1970 年代撮影の空中写真およびポールカメラの写真を用いた検討-，活断層研究，42 号，pp.73-83，2015.
11) 陳飛勇，池田駿介：水制周りの水平剥離渦の構造に関する実験的研究，水工学論文集，第 40 巻，pp.787-792，1996.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

杭群周辺の河床変動に及ぼす杭群密度および配置方法の影響

Effects of density and arrangement on bed evolution around pile group Instructions for Preparation

伊藤　瑞基　　冨永　晃宏（名工大・工）
Mizuki Ito, Nagoya Institute of Technology
Akaihiro Tominaga, Nagoya Institute of Technology
E-mail: m.ito.882@nitech.ac.jp

Bed evolution around pile group with different density and arrangement was investigated experimentally. The maximum scour depth becomes larger with an increase of the number of piles in the lateral direction but the number of piles in the streamwise direction does not affect the scour depth. The staggered arrangement of piles increases the maximum scour depth than the inline arrangement. The correction method for the maximum scour depth of staggered arrangement was proposed.

1.　はじめに

透過水制は局所洗掘の抑制し，下流に緩やかな減速をもたらすことが期待される．しかし，透過水制における具体的な最大洗掘深の予測式は明らかにされていない．そこで本研究では，円柱を杭群として用い，杭群密度および配置方法が，最大洗掘深および杭群周辺の河床変動に及ぼす影響について模型実験を行い検討した．

2.　実験条件

実験は，掃流砂を対象とした静的洗掘条件で行った．実験水路は，長さ 12m，幅 0.6m，勾配 I=1/1000 の勾配可変水路を用いた．水路は上流から 6~8m の深さ 150mm の段落ち部に平均粒径 0.417mm の 5 号砂を前後の河床面まで敷き詰め，移動床部分とした．水理条件は Table 1 に示す．杭群模型は長さ，幅ともに水路全幅の 1/4 にあたる 150mm とし，直径 D=10mm の円柱を水路縦断，横断方向それぞれで杭の本数n_x，n_yを設定し，等間隔に並べた．杭群高さは 250mm とし非越流下で実験を行った．杭群は水路上流端から 6.35m の右岸側に 1 つ設置した．ただし，Fig.2 に示してある杭群模型の構造上，壁面から 5mm だけ離れている．グラフの原点は杭群前面の壁面とした．ケース名は，先頭の数字は水路横断方向の杭の本数n_y，2 番目の数字は水路縦断方向の杭の本数n_xであり，偶数列の杭を奇数列の杭と杭の中央に置く千鳥配置には S，整列配置には L をケース名の末尾に付けた．また，不透過水制を用いて行ったケース名は full とした．今回用いる密度λは次式で定義する．

$$\lambda = \frac{\pi D^2}{4 S_x S_y} \qquad (1)$$

ここで，S_iは I 軸における杭の中心間の距離である．
通水直後の大きな水面勾配のために砂が流れないように小さい流量で水を溜めてから杭群周辺の河床変動が平衡状態となるまで(18 時間程度) 定常流量通水させた後，河床形状をレーザー距離計で計測した．水深はポイントゲージを用いて一定になるようにした．ただし，不透過のケースは杭群前方の土砂がすべて洗掘されたため，その時点(8 時間程度)で通水を終了した．測定範囲は，x= -30~75cm，y=0~45cm とし，測定間隔は横断方向では 5mm，縦断方向では杭群周辺(x=-3.0~18mm)は 5mm，それ以外は 10mm とした．

3.　実験結果

Fig.3 に通水後の各ケースの河床高さコンター，Fig.4 に杭群の中心通る河床高さの縦断図(y=8.0cm)を示す．今回の実験では，水路縦断方向の杭の本数n_x，横断方向の杭の本数n_y，配置形態(整列配置 L または千鳥配置 S)の 3 項目を変化させて行った．

Table 1 Experimental conditions

Discharge Q (L/S)	Water depth h (cm)	Mean velocity U_m(cm/s)	Froude number F_r	Critical shear velocity u_{*c}(cm/s)
8.0	5.0	26.7	0.38	1.68

Table 2 Pile-groups details

Case name		Number of piles		Pile spacing S_x(mm)		Pile spacing S_y(mm)		Pile-group density λ	
44L	44S	16	14	46.7		46.7		0.036	
55L	55S	25	23	35.0		35.0		0.064	
66L	66S	36	33	28.0		28.0		0.100	
77L	77S	49	46	23.3		23.3		0.144	
88L	88S	64	60	20.0		20.0		0.196	
64L	68L	24	48	46.7	20.0	28.0		0.060	0.140
46L	86L	24	48	28.0		46.7	20.0	0.060	0.140

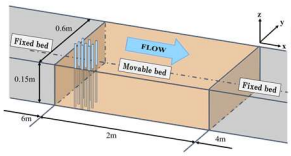


Fig.1 Experimental flume

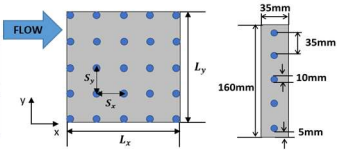


Fig.2 Pile-group model

(1)　水路縦断方向の杭の本数(n_x)の影響

Fig.3(a)(b)(c)に水路縦断方向の杭の本数が異なるケースの河床高さコンターを示す．杭群内の洗掘および杭群背後の堆積形状は類似している．しかし，主流域部分の洗掘は杭の本数が多くなるほど小さくなる．これは，杭の本数が多くなるほど杭群内での減速が大きく，杭群後方の水路中央部への流れが相対的に小さくなるためだと考えられる．

(2)　水路横断方向の杭の本数(n_y)の影響

Fig.3(b)(d)(e)に水路横断方向の杭の本数が異なるケースの河床コンターを示す．横断方向の杭の本数が多いケースは，杭群前面の洗掘は大きく，範囲も広いが，杭群内で洗掘深が急激に小さくなっている．これに対し，杭の本数が少ないケースは，杭群前面の洗掘は小さいが，杭群内で洗掘深が一定で，杭群後方まで洗掘が広がっている．また，杭群背後の堆積は杭の本数が少ないものほど，薄く広く堆積している．これは杭の本数が少ない場合，杭群内の流速の減速が相対的に小さく巻き上げられた砂が下流まで運ばれるのに対し，杭の本数が多くなると，杭群内の減速が大きく杭群後方での掃流力が低下するためだと考えられる．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

(3)　配置形態の影響

Fig.3(b)(f)，Table 3 より千鳥配置と整列配置の比較を行う．千鳥配置は整列配置より最大洗掘深が大きく，杭群横の洗掘が大きくなっている．これは千鳥配置がより多くの流れを水路中央にむかうものに変えるためだと考えられる．また，千鳥配置は整列配置に比べ杭群背後に厚く狭く土砂が堆積している．これは，千鳥配置は偶数列の杭と奇数列の杭の配置が異なるため，杭群の減速効果が大きく，通過流速が小さくなっているためだと考えられる．

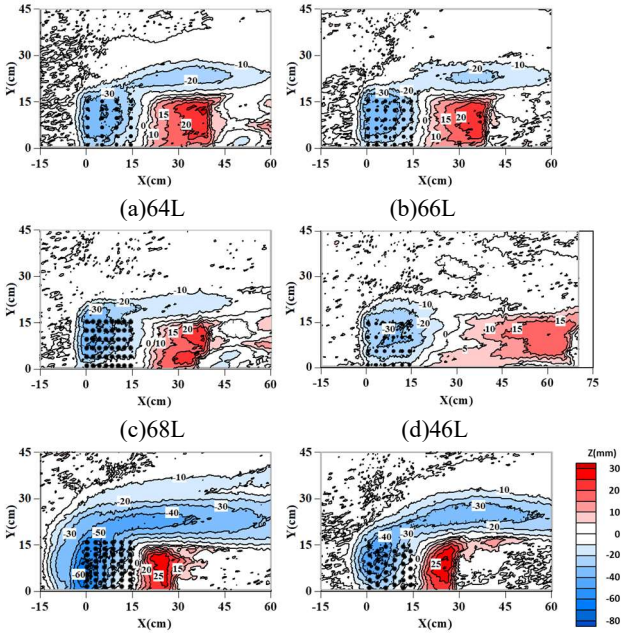


Fig.3 Contours of bed elevation

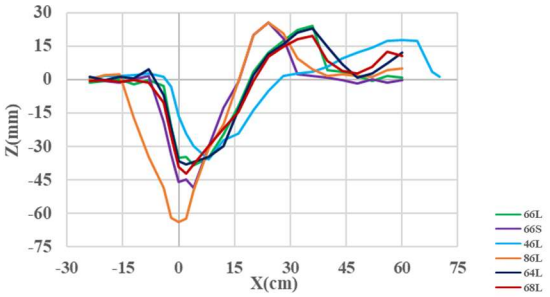


Fig.4 Longitudinal distribution of bed elevation

Table 3 Comparison of Z_S

case	Z_S(mm)	case	Z_S(mm)
44L	32.3	44S	38.8
55L	36.1	55S	49.7
66L	41.9	66S	53.1
77L	58.5	77S	64.7
88L	69.7	88S	76.7
64L	41.5	68L	44.2
46L	35.7	86L	66.7

4.　最大洗掘深推定式の検討

Table 3 に各ケースの最大洗掘深を示す．水路横断方向の杭の本数が増加すると，最大洗掘深は大きくなっているが，同じ本数でも，千鳥配置は整列配置より最大洗掘深は大きくなっている．そのため，杭群の配置形態に関する補正方法を検討する．Fig.6 のように千鳥配置は，偶数列の杭群を奇数列に近づけることによって，横断方向の杭の本数が多い整列配置になるという考えのもと，水路横断方向の杭の本数が n 本の千鳥配置に対する補正係数を次式で定義する．

$$\alpha = \frac{\beta \times \lambda'_n + (1-\beta) \times \lambda'_{(2n-1)}}{\lambda'_n} \quad (2)$$

ここでλ'_nは水路横断方向の杭の本数が n 本のときの不透過度であり，βおよびλ'_nは次式で定義する．

$$\beta = S_x/S_r \quad (3)$$

$$\lambda' = \frac{\pi n_y D^2/4}{L_y D} = \frac{\pi n_y D}{4L_y} \quad (4)$$

ここでS_rは千鳥配置における奇数列と偶数列の杭の中心間隔である．Fig.6 に補正係数αと不透過度λ′の関係($\beta = 2/\sqrt{5}$)を示す．杭群の密度を大きくした極限では不透過になると考え，不透過($\lambda' = 1$)の最大洗掘深として次の Laursen-Toch の平衡洗掘深さの推定式 [1]による予測値を用いる．

$$Z_{S0}/L_y = 1.5(h_0/L_y)^{0.3} \quad (5)$$

本実験($L_y = 15cm$，$h_0 = 5.0cm$)における不透過（$\lambda' = 1$）の値は1.079となり，これに漸近する近似式として次式を提案する．

$$Z_s/L_y = 1.5\alpha\lambda'(h_0/L_y)^{0.3} \quad (6)$$

Fig.7 に$(1/\alpha)\,Z_S/L_y$とλ'の関係を示す．

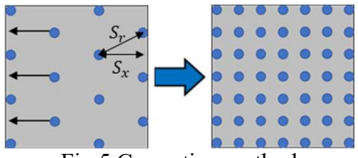


Fig.5 Correction method

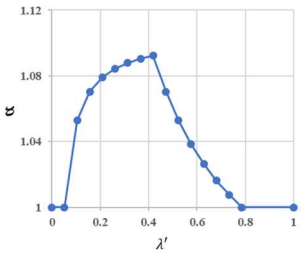


Fig.6 Relation between λ′ and α ($\beta = 2/\sqrt{5}$)

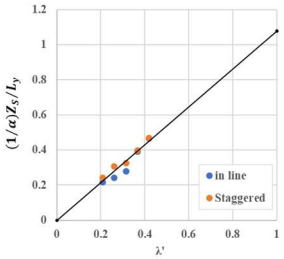


Fig.7 Relation between λ′ and $(1/\alpha)\,Z_S/L_y$

5.　まとめ

本研究では，杭群を用いた杭群密度および配置方法が河床変動に及ぼす影響について検討した．以下に得られた知見を示す．

(1)　水路横断方向の杭群密度が高いほど，最大洗掘深は大きくなる．また，洗掘は杭群前方に位置し，堆積範囲は狭くなる．

(2)　横断方向の杭群密度が同じ場合，千鳥配置は整列配置より最大洗掘深が大きくなる．補正方法を提案した．

6.　おわりに

今回の研究では水理条件，模型条件，使用する土砂といった条件を一定で行ったが，諸条件を変更させた検討が今後必要である．

参考文献

1)　土木学会編（1999）：水理公式集，平成 11 年版 pp.218-222

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

基盤岩の穿入による滝群の形成
The formation of a series of waterfalls due to bedrock incision

小峰　秋房(五洋建設)　泉　典洋(北大・工)　井上　卓也(寒地土研)

Akifusa KOMINE, Penta-Ocean Construction Co. Ltd.
Norihiro IZUMI, Hokkaido University
Takuya INOUE, CERI
E-mail: nizumi@eng.hokudai.ac.jp

In mountainous areas where the sediment transport capacity exceeds the sediment supply, rivers with exposed bedrock can be seen on the riverbed. In such rivers, it is observed that the transported gravel causes bedrock incision and forms a series of waterfalls. Izumi et al.[1),2)] have proposed a model of the formation of steps caused by bedrock incision and predict the shape, wavelength, and wave height of the steps. In this study, we experimentally reproduced how periodic steps are actually formed on bedrock.

１．はじめに

土砂供給量に比べて土砂輸送能力が上回る山地領域では基岩盤が露出した河川が存在する．このような岩盤が露出した河川では，輸送される砂礫によって岩盤の侵食が発生する[3),4)]．流送される砂礫による侵食過程は次のような特徴を持つ．砂礫の輸送量が少ないと基盤岩はあまり侵食を受けない．しかし，砂礫の輸送量が多いと河床は砂礫に覆われ，あまり侵食されない．すなわち輸送される砂礫の量が多くても少なくても河床岩盤の侵食は起こり難くなる．

流れる砂礫により基盤岩が侵食を受けると，滝や滝群が発生することがある．滝や滝群が発生するプロセスには，上記の基盤岩侵食の特徴が大きく関係していると考えられるが，その詳細は明らかになっていない．

Scheingross et al.[5)]および山口[6)]らの実験では，滝壺は砂が堆積することで一定の大きさより大きくなることはなく，滝の上流側に新たなステップや大きく侵食される部分が発生することで，その部分が鉛直方向に侵食されることによって，全体として河床が低下し，滝は上流側に更新されていくというシナリオを提案している．しかし，常にそのシナリオが発生するのかなど未だ不明な点も多い．

本研究では，予め明瞭なステップが与えられたとき，そのステップがどのような挙動をするのかを明らかにするとともに，給砂量の違いによるステップの挙動の違いを明らかにすることを目的として，基盤岩を模したポリウレタンフォームを設置した水路を用いた実験を行った．

２．実験の概要

実験は，水路長 300cm，水路幅 1 cm のアクリル製水路を用いて行った．水路全体に河床岩盤を模したポリウレタンフォーム（商品名 OASIS）を設置した．水路の下流端から 90~95 cm と 180～185 cm の二つの区間に高低差 5cm，勾配角 45 度のステップを予め形成して通水を行った．上流端から一定の流量で水を流し，手動で一定量の給砂を行った．給砂用に用いたのは鹿島珪砂二号（平均粒径：2.84 mm）である．

実験は水路勾配および給砂量を変えながら 3 ケース実施した．各ケースの実験条件は表-1 に示した通りである．また，各ケースの実験開始前に，それぞれの水路で河床が砂礫に覆われないように給砂出来る最大の給砂量を調べた．その結果，各ケースでの給砂可能な給砂量の最大値は Case 1 では 500 g/min，Case 2 と Case 3 では 1250 g/min であった．各ケースの給砂量をそれぞれのケースで給砂可能な最大の給砂量と比較すると，Case 1 での給砂量は給砂可能な最大の給砂量の 40%，Case 2 では 32 %，Case 3 では 60 %となる．

表-1　実験条件

Case	流量 (m^3/s)	初期水深(cm)	給砂量 (g/min)	勾配	実験時間 (mins)
1	1.1×10^{-4}	1	200	0.1	2,160
2	1.1×10^{-4}	1	400	0.15	1,440
3	1.1×10^{-4}	1	750	0.15	1,080

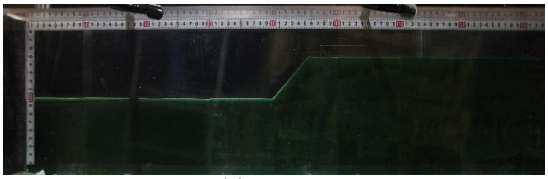
通水中の水位や河床高，河床の状態を把握するためにデジタルカメラ 2 台を用いて定期的に撮影を行った．撮影範囲は，あらかじめ設置した 2 つのステップの前後 40cm ほどである．また，Case 2 と Case 3 では，河床の状態の変化をより詳細に把握し，時間ごとやケースごとの違いを明らかにするために定期的に実験を一時中断し，通水を止め水路に残った砂礫を取り除き，河床を露出させた状態で 3D スキャナーを用いて河床を水路全体にわたり撮影した．

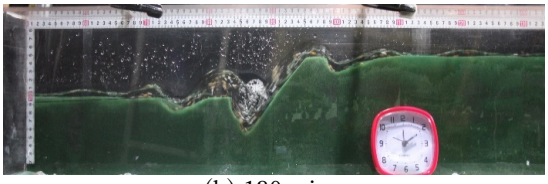
３．結果と考察

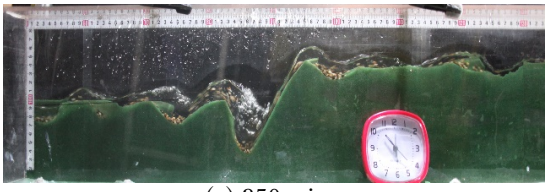
何れのケースの上下流二つのステップ近傍では，ほぼ同様の侵食プロセスを示した．ここでは代表例として Case 2 の下流側のステップ周辺の地形変化を取り上げる．

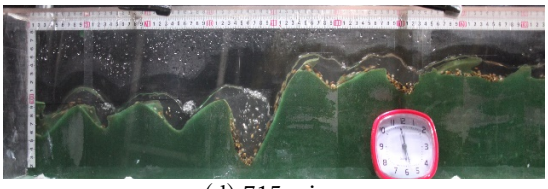
河床形状の時間変化を図-1 に示す．図-1(b)の 130 分後にはステップ直下が大きく掘れ，滝壺が形成されている．また，ステップの上流および滝壺の下流に浅いくぼみが 1 つずつ形成されている．(c)の 350 分後には，滝壺は侵食を受け続け，ステップの上流と滝壺の下流に連続した浅いくぼみが複数形成されてきているのが分かる．(e)の 1080 分後，滝壺には砂礫がたまり侵食は止まっているが，上下流のくぼみは成長し，連続した複数のステップ地形が発達しているのがわかる．(f)の 1435 分後には滝壺は成長を止め，ステップ下流側の連続したくぼみは維持され，ステップ上流側の連続したくぼみは形を崩しつつも維持されている．

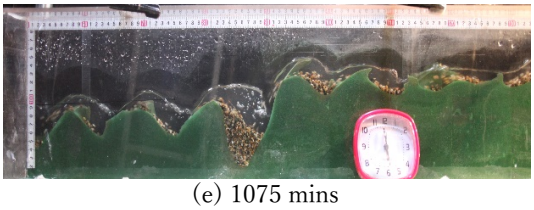
©公益社団法人土木学会 応用力学委員会


(a) 0 mins


(b) 130 mins


(c) 350 mins


(d) 715 mins


(e) 1075 mins

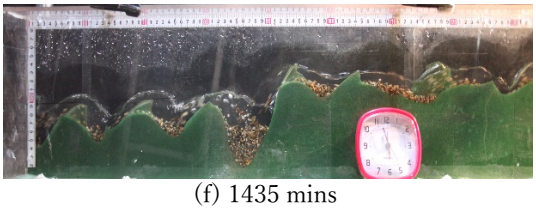

(f) 1435 mins

図-1 Case 2 における下流側ステップ周辺の時間変化

図-2 は Case 2 と Case 3 の実験終了時の水路全体の河床形状の図である．いずれのケースでも最初に形成したステップの上下流に複数のステップが伝播するように形成され，河床上全体がステップで覆われた．また，Case 2 と 3 では波長はほぼ等しいことがわかる．この二つのケースでは給砂量が異なるが，波長はその影響を受けていない．

4．おわりに

予めステップが形成された状態から掃流砂による基盤岩の侵食によって発生する河床変動プロセスを実験によって再現した．それによるとステップの上下流に複数のステップが形成されることが明らかとなった．実際に周期的に形成された複数の滝群が観察されることがあるが，この実験で観察されたようなプロセスで滝群が形成されることが示唆された．

参考文献

1) 泉典洋，横川美和，パーカー ゲイリー: 基盤岩上に形成される周期的ステップ地形，土木学会論文集 B1(水工学), 68(4), I_955-I_960, 2012.
2) Izumi, N., Yokokawa, M. and Parker, G.: Incisional cyclic steps of permanent form in mixed bedrock-alluvial rivers, J. Geophys. Res., Earth Surf, 122, 130-152, doi:10.1002/2016JF003847, 2017.
3) Sklar, L. S., and Dietrich, W. E.: A mechanistic model for river incision into bedrock by saltating bed load, Water Resour. Res., 40(6), doi: 10.1029/2003WR002469, 2004.
4) Chatanantavet, P. and Parker, G.: Physically based modeling of bedrock incision by abrasion, plucking, and macroabrasion J. Geophys. Res., Earth Surf., 114, F04018, doi:10.1029/2008JF001044, 2009.
5) Scheingross, J. S., and Lamb, M. P.: Self-formed waterfall plunge pools in homogenous rock, Gepphy. Res.Lett., 44, 200-208, 2017.
6) 山口進，井上卓也，赤堀良介，佐藤大介，清水康行，泉典洋: ニックポイント近傍における流砂衝突速度の PTV 解析，土木学会論文集 B1(水工学) , 74(4), I_1153-I_1158, 2018.

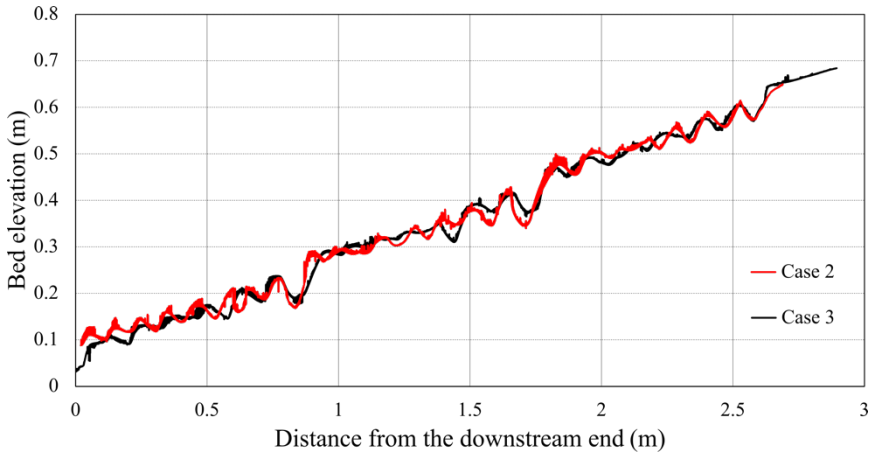


図-2 Case 2 と Case 3 実験終了時の水路全体の河床形状

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

背水の影響区間における河床波の発達過程に関する水理実験
Hydraulic Experiments on the Development of Sand Waves in Backwater Section

伊波　友生（国研・寒地土研）　　久加　朋子（北海道大・工）
山口　里実（国研・寒地土研）　　吉川　泰弘（北見工大・工）
Yu INAMI, Civil Engineering Research Institute for Cold Region
Tomoko KYUKA, Toyama Prefectural University
Satomi YAMAGUCHI, Civil Engineering Research Institute for Cold Region
Yasuhiro YOSHIKAWA, Kitami Institute of Technology
E-mail: inami-y@ceri.go.jp

We conducted hydraulic experiments to understand 1) the development of sand waves in response to the water level at the downstream end of the flume and 2) the influence of sand waves on the water level. The spatial measurements of the riverbed were carried out using a blue laser, and its validity is discussed in this study. The experimental results show that the wavelength and height of sand waves measured by the blue laser were almost identical to those measured by visual observation. The mean absolute error MAE is 0.016 m when the bed height measured by the blue laser is compared with the bed height measured visually. Our study shows that the blue-laser method is an efficient technique for the spatial measurement of the riverbed.

１．はじめに

小規模河床波の発達は流れに対する形状抵抗が増大するため河川水位上昇の一因となる．近年，大河川に合流する支川で越水氾濫等が多発しており，下流側の水位の影響を受ける背水区間での水位予測が重要となっている[1,2]が，背水の影響区間において河床波が発達しやすい箇所などの発達過程は十分にわかっていない．本研究では，下流端水位を合流点での水位とみなして，下流端水位に応じた河床波の発達状況や縦断的な発達特性を把握することを目的とし，背水の影響区間における河床波の発達過程を観測するための水理実験を実施した．

この時，河床や小規模河床波を面的かつ縦断方向に長い延長を計測することが必要となる．近年は，マルチビームによる音響測深と ADCP による計測を組み合わせた方法[3]や，実験水路において水面と河床を非接触で計測する動的光切断法[4,5]などが提案されている．しかし，いずれの方法も実験水路において長い延長を非接触で計測するには適さない．そこで本研究では，ブルーレーザを用いて非接触の面的な河床計測を実施し，その妥当性や有用性を検証した上で，背水区間における縦断的な河床波の発達特性を議論することとした．

２．実験概要

(1)　移動床水理実験

実験は長さ 34 m（そのうち移動床区間 27.0 m），幅 0.5 m の両岸ともにアクリル製側壁を有する水路にて実施した（Fig-1）．実験条件は，流量：30 L / s，粒径：0.515 mm，河床勾配:1 / 500 である．初期河床の敷厚は 0.15 m である．実験は水面形がせき上げ背水となるケースと低下背水となるケースを実施し，本要旨ではせき上げ背水となるケースについて述べる．この時，下流端水位：0.12 m（ゲート開度：20.8 %）とした．下流端の水位を一定に保つために観音開き式のゲートを下流端に設置した．事前にゲート開度とそれによって得られる下流端の水位との関係をキャリブレーションし，ゲート開度を決定した．通水は，十分な湿潤状態から開始するために通水開始前に湛水（0.3 L / sec）を行い，水路上流の水位が安定した後に実験を開始した．通水は 4 時間実施した．後述のブルーレーザ計測との比較のために，実験水路左岸側面の水位と河床高を 1 m 間隔で 30 分ごとに目視で計測した．

Fig. 1 Experimental flume (x = 17.3 m ～ 21.3 m).

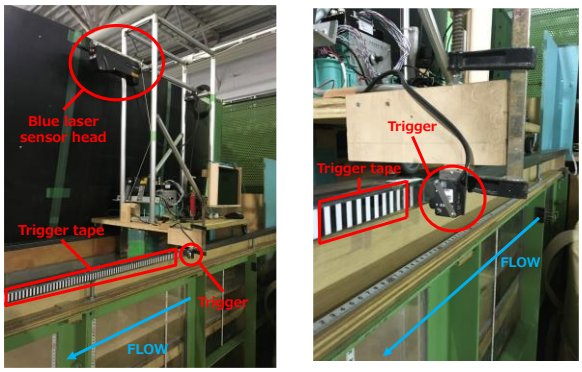


Fig. 2 Blue laser measurement.
(a) Blue laser setup.　　(b) Trigger.

(2)　ブルーレーザを用いた河床計測手法

ブルーレーザ変位計（Keyence 製 LJ-X8900）をレーザ光線が鉛直下向きに照射するように滑車付きの架台に取り付けた（Fig-2 (a)）．水路側面には 5 mm 間隔のトリガーテープを張った（Fig-2 (b)）．架台を流下方向に移動させるとトリガーがトリガーテープを読み取り，流下方向に 5 mm 間隔で河床を面的に計測した．なお予備実験から，通水中におけるブルーレーザ変位計での河床計測は困難であることが分かった．これは，水面が波立っているためレーザが散乱するためや，レーザが浮遊砂に反射するためと考えられる．したがって，河床を崩さないように静かに湛水し，静水中でブルーレーザを照射することで面的な河床を計測した．河床計測は通水 30 分後（静水中），60 分後（静水中），240 分後（静水中），240 分後（空気中）の合計 4 回実施した．240 分後（空気中）の計測結果を用いて，水面による屈折を補正した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

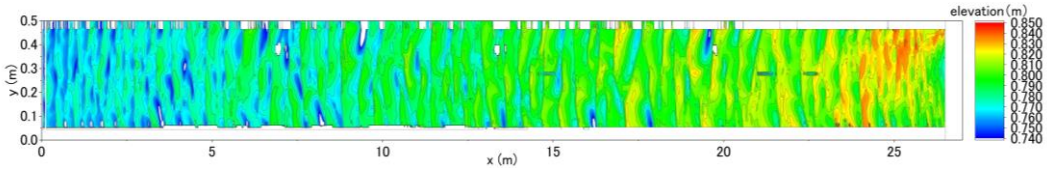


Fig. 3 (a) River bed (after 30 minutes, under water).

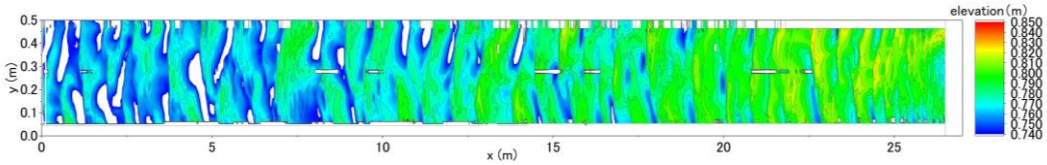


Fig. 3 (b) River bed (after 60 minutes, under water).

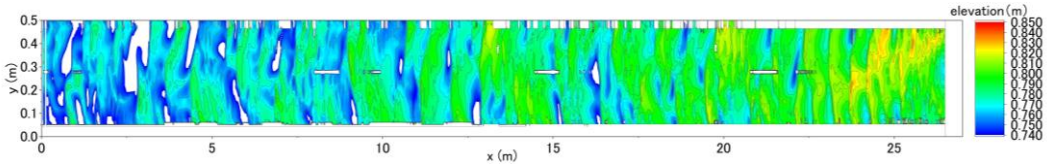


Fig. 3 (c) River bed (after 240 minutes, under water).

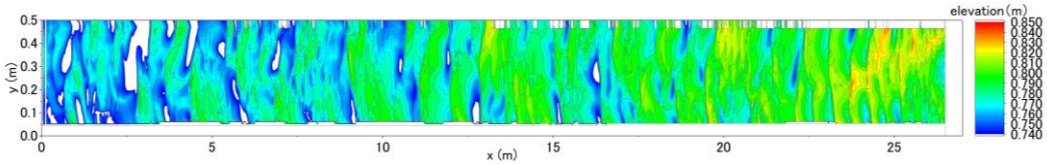


Fig. 3 (d) River bed (after 240 minutes, without water).

３．ブルーレーザを用いた河床計測の精度検証および結果

Fig-3 にブルーレーザで計測した河床を示す. Fig-3 (a) ～(c)は静水中での計測であり，Fig-3 (d)は通水 240 分後の河床に対して水を抜いた状態で計測したものである．分解能が高いため，砂堆形状を計測できることが分かる．ブルーレーザ計測から得られた砂堆の平均波長は 0.68 m，平均波高は 0.03 m であった．目視計測から得られた砂堆の平均波長は 0.67 m，平均波高は 0.030 m であり，ほぼ一致した．

Fig-4 に通水 30 分後におけるブルーレーザ計測から得られた水路左岸側面における河床高と目視計測から得られた水路左岸側面における河床高を示す．平均絶対誤差 MAE は 0.016 m であり，ブルーレーザを用いた計測が有用であることが分かる．ブルーレーザは細かなノイズを拾っているものの，実測値の傾向は概ね捉えていることが分かる．

せき上げ背水のケースでは砂堆の波長，波高は縦断的におおむね一定であった．一方，低下背水のケースでは砂堆が流下しながら発達し，下流端部においてフラッシュされた．以上から下流端水位によって河床波の縦断的な発達特性が異なることが分かった．

４．まとめ

ブルーレーザを用いて河床を面的に計測することができた．主要な結論を以下に示す．

1）．ブルーレーザ計測から得られた小規模河床波の波長，波高と目視計測から得られた波長，波高とを比較するとほぼ一致した．

2）．ブルーレーザ計測から得られた河床高と目視計測から得られた河床高とを比較すると，平均絶対誤差 MAE は 0.016 m であり，本手法は河床を面的に計測するのに有用であると考えられる．

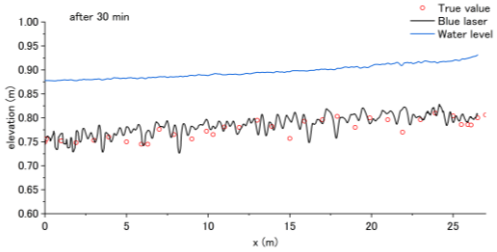


Fig. 4 Error rate.

3）．下流端水位によって河床波の縦断的な発達特性が異なることが分かった．

参考文献

1) 岡村誠司，福岡捷二:利根川河口区間における河床波の形成・発達・消滅過程と洪水中の河床波抵抗の評価，土木学会論文集 B1 (水工学), 69(2), 83-100, 2013.

2) 吉川泰弘，渡邊康玄:1 次元不定流混合粒径河床変動計算におけるマニングの粗度係数と交換層厚の検討，寒地土木研究所月報, No.662, 2008.

3) 橘田隆史，萬矢敦啓，小関博司，吉川世里子，岡田将治，工藤俊:流況河床高同時観測システムの構築と観測から得られた河床波の挙動，土木学会論文集 B1 (水工学), 73(4), I_535-I_540., 2017.

4) 星野剛，安田浩保:レーザーシートを用いた水位・河床位の時空間連続計測手法の開発，土木学会論文集 A2 (応用力学), 70.2: I_841-I_850, 2014

5) 星野剛，安田浩保，利根川明弘:動的光切断法を用いた河床波形成過程における水面・水底面の幾何学形状の計測，土木学会論文集 B1 (水工学), 2016, 72.4: I_883-I_888, 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Response of alternate bar morphodynamics to sediment supply condition under a cycled hydrograph

Huang Dai, Hokkaido University
Email: huangdd@eis.hokudai.ac.jp
Toshiki Iwasaki, Hokkaido University
Yasuyuki Shimizu, Hokkaido University

Sediment supply plays an important role in the river morphology. However, the specific impact of sediment supply on river morphology is still not obvious. According to the concept of hydrograph boundary layer (HBL), upstream river bed change caused by imbalance of sediment supply to the capacity is able to propagate only limited length, and will have no effect on the river bed beyond such short length. This study has performed a two-dimensional morphodynamic calculation to test the concept of HBL, which has been proposed under 1-dimensional simulation, meaning that the concept of HBL is still valid for plane change of river morphology. In this study, unsteady flow with equilibrium or constant sediment supply has been employed in straight channel without deformable bank to simulate alternate bar morphodynamics. Wavelet analysis has been used to quantify the properties of the alternate bars at the downstream reach. The results indicate that under the condition with HBL, the characteristics of the alternate bars is slightly different from the case without HBL. The results suggest that the case of HBL may have created additional complexity that still affect the formation of the alternate bars beyond the HBL.

1. Introduction

Imbalance of sediment supply from the upper river reach to sediment transport capacity causes the bed aggradation or degradation in downstream reach, controlling overall river morphologies. However, it still remains unclear how such riverbed perturbation influences the downstream river morphodynamics. In this regard, Wong and Parker[1)] proposed an important concept called hydrograph boundary layer (hereafter, HBL). This concept indicates that under cycled hydrographs and a constant sediment supply condition, the bed elevation responds to the hydrograph only in a specific reach near the sediment feed point. So far, studies have been done based on the concept of HBL, Parker et al[2)] have tested several variables such as hydrograph duration, grain size distribution, bed slope, etc to find their influence on the HBL; An et al[3)] have applied the HBL theory into massive sediment supply into a river caused by the earthquake in order to find out the how riverbed will react by such sediment supply condition. Most of these works have been done under 1-dimensional flow and sediment transport fields. However, it may be worth pursuing whether or not this HBL concept is still valid for two-dimensional cases. It has been well pointed out that 2D river morphology such as sand bars and meandering could also be affected by the sediment supply condition, but interpretation of the effect of sediment supply on the river morphodynamics is not always straightforward because of the difficulty of sediment transport measurement in the field.

In this study, we perform two dimensional morphodynamic calculation regarding alternate bar development with HBL effect. According to the concept of HBL, the sediment transport rate outside the HBL region will reach equilibrium since there is almost no change of bed elevation. It can be inferred from the properties of the HBL that if two cases with same cycled hydrograph but different sediment supply, river morphology outside the HBL may not change as well as the bed elevation. However, this study is to find out how HBL acts in 2-dimensional cases and how river morphology will be response to the imbalance of sediment supply to the sediment transport capacity.

2. Method

2.1. Numerical model

We use the Nays2DH model, which is a two-dimensional morphodynamic model enclosed in the iRIC software. The flow model is an unsteady two-dimensional shallow water flow model, and we only take into account the bedload transport as a sediment transport. The Meyer-Peter and Müller formula has been used and sediment has been considered as uniform grain size.

2.2. Computational conditions

As a case study, we simplify the condition of the Otofuke River affected by a large flood in 2011[4)]. This event caused significant development of sand bars and meandering. The channel for the calculation is straight with 70 m in width and 21 km in length, and the slope of initial river bed is set to 0.005. Manning roughness of 0.028 and uniform particle size of 40mm were used. The observed hydrograph is modeled as a simple triangle shape hydrograph, that is, the discharge increases from 100 to 600 m^3/s linearly within 20 h, and decreases from 600 to 100 m^3/s linearly within the next 20 h, which makes the whole cycle 40 h. We obtained 50 hydrographs for both computations.

We set two sediment supply condition; in case 1, equilibrium sediment supply rate is obtained from the upstream end, meaning no river bed change in the upstream end. In case 2, we provided a constant sediment supply to generate the HBL and to understand how the HBL affect the downstream sand bar properties.

3. Results

Figure 1 shows the bed elevation change along the right bank at the end of the calculation (i.e., after 50 hydrographs), illustrating the overall morphodynamic feature in the calculation. The bed fluctuation seen in the downstream reach (x=6-21km) is caused by the presence of alternate bars. Figure 2 demonstrates the plane 2D views of the simulated alternate bars in this reach. In the upstream reach, the bed does not fluctuate in space, meaning no sand bar development. Overall 1D morphodynamic features shown in Fig. 1 and 2D bar characteristics seems quite similar, but detail analysis in terms of temporal change presented here show slight difference.

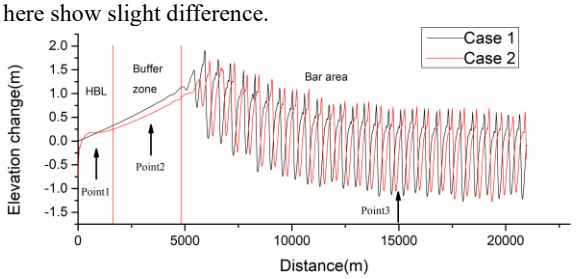


Fig.1 Elevation change along the distance at the right bank

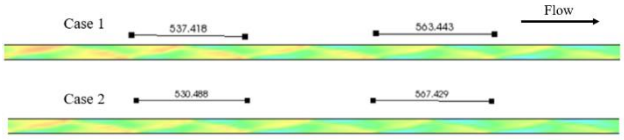


Fig.2 2-D aerial view of the channel (unit: m)

Meanwhile, we divided the computational reach as three zone based on the feature of elevation change as shown in Fig.1, that is HBL zone (0~1500m), buffer zone (1500m~5000m), bar zone (5000m~).

Figure 3 shows the temporal change of the bed elevation in points 1-3, which represents a typical morphodynamic feature in the three zones. In HBL zone, the bed elevation in Case 2 fluctuates in time, but no such change in Case 1. This is caused by the sediment supply condition we set in both calculations. In buffer zone, however, there is no significant difference in terms of this bed fluctuation. It clearly shows the presence of HBL in the upstream reach, meaning that the bed fluctuation caused by the sediment supply condition is not able to propagate far downstream. The thickness of HBL seems 2 km in this case, which might be an adaptation length scale for the effect of sediment supply on the river bed changes.

In Fig.3 (c), time range from 1500 to 2000 hours has been taken to have a clearer view of the change of sand bars. Although the bar zone is located very far from the HBL, there is a difference in the temporal change of the bed elevation between two cases, indicating a breakdown of the HBL in 2D case. To quantify this difference, we apply wavelet analysis[5] for the elevation changes shown in Fig. 3(c).

The wavelet analyze shows clear difference in sand bar characteristics. As shown in Fig.4(a), under equilibrium sediment supply condition, the dominant sand bar duration is around 40 h, and this is consistent in time. It indicates that quite regular bar develops and migrates toward downstream in this calculation. On the other hand, Fig.4(b) shows much complex pattern in terms of dominant bar periods. There are many periods appear around the period of 40 hours, which means the influence from hydrograph become no longer regular. Meanwhile, a different dominant period with quite high amplitude appears at the period of 20 hours, and this feature is changing in time. Physical meaning of this difference still remains unknown, so need to be investigated in future. However, the important result herein is that the upstream perturbation caused by sediment supply condition might have some effect on downstream morphodynamics beyond the HBL.

4. Conclusions

We investigate effect of sediment supply condition on the sand bar morphodynamics using the concept of HBL proposed by Wong and Parker. Two dimensional morphodynamic calculation regarding sand bar development is performed under different sediment supply condition; one is equilibrium feed condition, and the other is constant supply. The results indicates that there would be three zone of riverbed elevation in downstream direction, namely, HBL, buffer and bar zones.

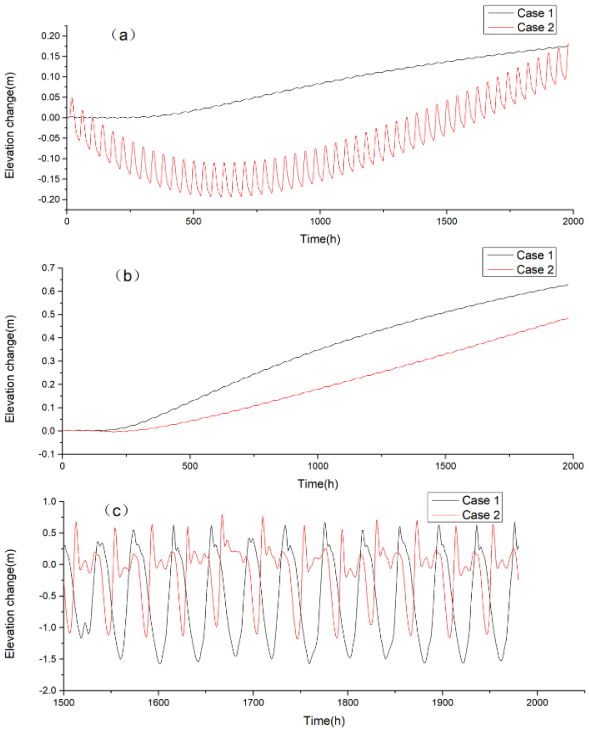


Fig.3(a)~(c) Elevation change along the time of point 1, 2 and 3 in case 1 and 2

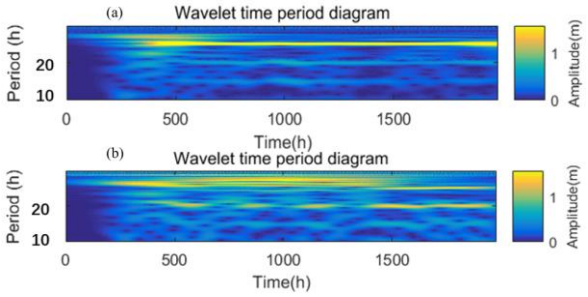


Fig.4 (a) (b) Wavelet analysis at point 1 and 2

In buffer zone, the bed elevation has the same behavior in both equilibrium and constant sediment supply cases, which indicates that sediment supply condition has no effect in buffer zone. This indirectly support Wong and Parker's theory, that the bed elevation responds to the hydrograph only in the HBL.

In the bar area, the difference in bar characteristics indicated by wavelet analysis shows non-negligible effect of sediment supply condition on the downstream bar development beyond HBL. It may indicate that HBL concept is almost valid for two-dimensional cases, but the bed fluctuation caused by sediment supply condition may cause additional complexity in the downstream system, making the bar properties more unstable.

References

1) Wong M, Parker G.: One-dimensional modeling of bed evolution in a gravel bed river subject to a cycled flood hydrograph. journal of geophysical research earth surface, F3, 111, 2006.
2) Parker G, Hassan M, Wilcock P.: 10 Adjustment of the bed surface size distribution of gravel-bed rivers in response to cycled hydrographs. Developments in Earth Surface Processes, 11(07), 241–285,2006.
3) An C, Fu X, Wang G, et al.: Effect of grain sorting on gravel bed river evolution subject to cycled hydrographs: Bed load sheets and breakdown of the hydrograph boundary layer. Journal of Geophysical Research, 8,122, 2017
4) Nagata T, Watanabe Y, Yasuda H, et al.: Development of a meandering channel caused by the planform shape of the river bank. Earth Surface Dynamics, 2(1), 255-270, 2014.
5) Morlet J, Arens G, Fourgeau E, et al.: Wave propagation and sampling theory--Part I: Complex signal and scattering in multilayered media. Geophysics, 47(2), 203-221, 1982.

河床砂州の安定性に及ぼす流量変化の影響
Effects of the variation of discharge on the instability of fluvial bars

泉　典洋（北大・工）　　高津　教彰（北大・工）　　川村　里実（寒地土研）
Norihiro IZUMI, Hokkaido University
Michiaki TAKATSU, Hokkaido University
Satomi KAWAMURA, CERI
E-mail: nizumi@eng.hokudai.ac.jp

It has been observed that the bank erosion takes place not at the peak of discharge but during the decrease in discharge. We perform linear stability analysis for the formation of alternate bars including the effect of the variation of discharge. We assume that the variation of discharge is sufficiently slower than the variation of bed elevation, and introduce two different time scales: the time for the variation of bed elevation t and that for the variation of discharge T. With the use of the multiple scale expansion method, we obtain the growth rate of perturbation as a function of T. It is found that the bed is more unstable when the discharge is smaller than the peak in the range of large wavenumbers in particular.

１．はじめに

流量ピーク時ではなく流量が減少してから発生する側岸侵食の事例が，平成 23 年 9 月の出水における音更川や平成 28 年 8 月の北海道豪雨における音更川および札内川で発生している[1),2)]．これは，流量のピーク時よりも流量の少ない時の方が河床が不安定化したことを示唆している．

これまでも水理量が変化する条件下における砂州の安定解析はいくつか行われている．本研究では，Tubino et al.[3)]および渡邊ら[4), 5)]の解析と類似の多重尺度展開法は用いるものの，彼らの解析とは異なる視点から擾乱の発達速度を導くことで，流量の変化が河床の安定性に及ぼす影響を明らかにする．

２．流量の変化を考慮した線形安定解析

洪水時，流量が徐々に変化することによって全ての水理量が時間とともにゆっくりと変化している状況を考える．流量変化の時間スケールは地形変化の時間スケールよりさらには大きいと仮定し，地形変化を表す時間tと，流量の変化を表す時間Tという二つの時間変数を導入する．tとTの間には次のような関係があるとする．

$$t = t^{\star}, \quad T = \sigma t^{\star} \tag{1}$$

ここで$t^{\star}$は地形変化を表す時間スケールで無次元化した時間，σは地形変化と流量変化の時間スケールの比を表すパラメータであり，流量変化が地形変化と比較して十分ゆっくりである場合，1 より十分小さいと仮定できる．

式(1)の関係を用いると時間微分は次のように表される．

$$\frac{\partial}{\partial t^{\star}} = \frac{\partial t}{\partial t^{\star}}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial t^{\star}}\frac{\partial}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial t} + \sigma\frac{\partial}{\partial T} \tag{2}$$

準定常の仮定を用いた浅水流方程式および連続の式，Exner 方程式に式(2)を代入し，σを含む項を無視すると，それぞれより次式が得られる[6)]．

$$U\frac{\partial U}{\partial x} + V\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial x} + \beta\frac{\tau_{bx}}{D} = 0 \tag{3}$$

$$U\frac{\partial V}{\partial x} + V\frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial y} + \beta\frac{\tau_{by}}{D} = 0 \tag{4}$$

$$\frac{\partial (UD)}{\partial x} + \frac{\partial (VD)}{\partial y} = 0 \tag{5}$$

$$\frac{\partial (F_m^2 H - D)}{\partial t} + \frac{\partial Q_{bx}}{\partial x} + \frac{\partial Q_{by}}{\partial y} = 0 \tag{6}$$

ここで，tは時間，xおよびyはそれぞれ流下方向および横断方向の座標，UおよびVはそれぞれxおよびy方向の流速成分，HおよびDはそれぞれ水面の高さと水深，βはアスペクト比(=川幅/水深)，(τ_{bx}, τ_{by})は底面剪断力ベクトル$(= C_f(U^2+V^2)^{\frac{1}{2}}(U,V))$，$F_m$は流量ピーク時における Froude 数，$Q_{bx}$および$Q_{by}$はそれぞれ$x$および$y$方向の流砂量成分であり，全ての変数は既に流量ピーク時の流下方向流速および水深，河道の半幅を用いて無次元化されている．上式は準定常近似の場合の通常の浅水流方程式であるが，式中のすべての変数はTの関数であることに注意する必要がある．

流れは側岸部を横切って流れることはない．したがって，側岸部では次の条件が要求される．

$$V = 0 \ \ (y = \pm 1) \tag{7}$$

ここで$y = \pm 1$ は側岸部の位置である．

また，側岸部では横断方向の流砂量もゼロとなる．したがって次の条件が成り立つ必要がある．

$$Q_{by} = 0 \ \ (y = \pm 1) \tag{8}$$

Q_{by}は流速Vおよび底面の横断勾配の関数であるから，(7)および(8)より次の条件が得られる．

$$\frac{\partial (F_m H - D)}{\partial y} = 0 \ \ (y = \pm 1) \tag{9}$$

擾乱を与える前の基本状態における変数に添字 0 をつけて表すと次式が得られる．

$$\frac{\partial H_0(x,T)}{\partial x} + \beta C_f \frac{U_0^2(T)}{D_0\,(T)} = 0 \tag{10}$$

$$U_0\,(T) D_0\,(T) = Q(T) \tag{11}$$

瞬間的には等流状態にあると仮定し，流量が徐々に変化する間も河床勾配と水面勾配は一定に保たれるとすると次式が成立する．

$$\frac{\partial H_0(x,T)}{\partial x} = -\beta C_{fm} \tag{12}$$

式(10)-(12)から次の関係式が得られる．

$$\frac{C_f(D_0(T))}{D_0^3(T)} = \frac{C_{fm}}{Q^2(T)} \tag{13}$$

ここで Keulegan の抵抗則を用いると$C_f(D_0(T)) = [\ln(D_0(T)/k_s)]^{-2}$であるから，上式を$D_0(T)$について解けば$D_0(T)$が得られ，さらに $U_0(T) = Q(T)/D_0(T)$より$U_0(T)$が求められる．

基本状態に微小な擾乱を与えることを考え，次のような漸近展開を導入する．

$$U(x,y,T) = U_0(T) + AU_1(T)e^{i(kx-\omega(T)t)}\sin\frac{n\pi}{2}y \tag{14}$$

$$V(x,y,T) = AV_1(T)e^{i(kx-\omega(T)t)}\cos\frac{n\pi}{2}y \tag{15}$$

$$H(x,y,T) = -\beta C_{fm}x + AH_1(T)e^{i(kx-\omega(T)t)}\sin\frac{n\pi}{2}y \tag{16}$$

$$D(x,y,T) = D_0(T) + AD_1(T)e^{i(kx-\omega(T)t)}\sin\frac{n\pi}{2}y \tag{17}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ここで n = 1, 2, 3,…, Aおよびk, ωはそれぞれ擾乱の振幅および波数, 複素角振動数である. これらの解は既に境界条件(7)-(9)を満足する. (14)-(17)を支配方程式に代入し, Aを微小パラメータとしてAの一次の項を取り出すと各変数に関する斉次の代数方程式が得られる. その可解条件からωが得られる. ωの虚部が擾乱の成長率に相当する.

３．結果と考察

図-1 に$Q(T)$を与えた時の擾乱の成長率Im[ω]のk-β平面上におけるコンターを示す. 図中太い実線が中立曲線であり, 点線が負のコンター, 細い実線が正のコンター, そしてコンター上の数値が成長率の値を表している. **図-1**(a)が$Q = 1$の場合でありピーク流量に相当する. 河床が不安定になり砂州が発生する最小のアスペクト比である臨界アスペクト比は 4 程度であり不安定領域は波数kが最大 2.7 付近まで広がっている様子が判る. **図-1**(b)は$Q = 0.5$の場合のコンター図である. 擾乱の成長率Im[ω]の値自体は若干小さくなるものの（特にアスペクト比が大きい領域で）, 臨界アスペクト比は 2 付近まで減少し, 不安定領域はそれぞれ波数kが最大 3 付近にまで広がっている様子が判る. これはピーク流量時よりも流量がその 5 割と小さくなるにしたがってピーク時のアスペクト比が小さい場合でも砂州が発生し易くなり, 波長が短い擾乱に対しても河床が不安定となることを示している.

河床は必ずしもピーク流量時に最も不安定となるわけではなく, **図-1** の条件の場合, 不安定となり得る擾乱の波長は流量が 3 割の時に最小となり, 臨界アスペクト比はほぼ 1 となることが解析の結果明らかとなった. この原因としては慣性力の影響であると考えられる. 流量が大きい場合は慣性力が大きいため, 直進性が大きく河床に与えられた微小擾乱の影響を受けにくい. したがって, 特に波長の短い擾乱には反応しにくくなり, 波長が比較的長い擾乱に対してのみ不安定となる. 一方, 流量が小さい場合, 慣性力が減少することで波長の短い擾乱に対しても不安定となる.

冒頭で述べた音更川や札内川の堤防決壊の事例でも流量が減少する過程で河床の砂州が発達し, 砂州の影響によって側岸浸食が進んだ可能性が考えられる. ただし, この解析ではσに関して 0 次までの解しか求めていないため, 安定性は相対流量のみで決まる. すなわち, 流量が増加するときも減少するときも, 流量が同じであれば安定性は同一となる. 流量の増減など履歴性の影響を調べるためにはσについて高次の解を求める必要がある. また, σが流れの非定常性を表すパラメータδと同程度の大きさであるような場合, 両者の高次の項が重要となる. これらについては今後の課題である.

４．おわりに

解析の結果から流量が最大の時よりも, それより流量が小さい時の方が河床はより不安定となることが明らかとなった. 特に流量がピーク時の 3 割の時に河床が不安定となり得る擾乱の波長は最も短くなる. また, 流量が小さくなるにしたがって臨界アスペクト比は小さくなり, ピーク時のアスペクト比が小さい河川でも砂州が発達し得ることが明らかとなった.

参考文献

1) 北海道開発局帯広開発建設部治水課,（独）土木研究所寒地土木研究所寒地水圏研究グループ: 平成 23 年 9 月 2 日からの停滞前線による大雨被害十勝川水系音更川の堤防の一部流出に関わる調査報告, pp. 1-23, 2017.
2) 土木学会北海道豪雨災害調査団, 2016 年 8 月北海道豪雨災害報告書, 2017.
3) Tubino, M.: Growth of alternate bars in unsteady flow. Water Resources Research, Vol.27, No.1, pp37-52, 1991.
4) 渡邊康玄, M.Tubino, G.Zolezzi: 非定常流における交互砂州の安定解析, 土木学会第56回年次学術講演会講演概要集第2部, pp.172-173, 2001.
5) 渡邊康玄, 佐藤耕治, 大山史晃: 非定常流の下での砂州形成実験, 土木学会水工学論文集第46巻, pp. 725-730, 2002.
6) Colombini, M.,G. Seminara and M. Tubino: Finite amplitude alternate bars. Journal of Fluid Mechanics, Vol.181, pp. 213-232, 1987.

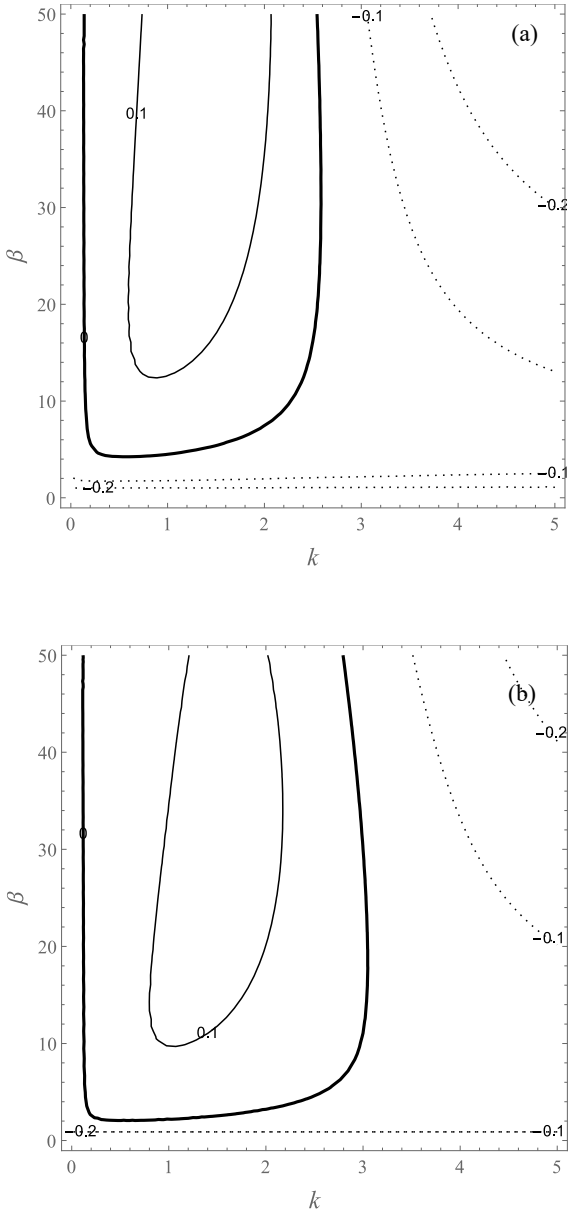


図-1 流量の変化に伴う河床擾乱の成長率Im[ω]のコンター図の変化. (a) $Q = 1$, (b) $Q = 0.5$. ($r = 0.3, F_m = 0.4, \theta_m = 0.1, \theta_c = 0.05, C_{fm} = 0.01, n = 1$)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

土石流特性に対する微細砂の役割と含有率の評価法
A Method to Evaluate the Fraction of Fine Sediment and Its Role in Debris Flow Characteristics

山崎　祐介　　江頭　進治（土木研究所 ICHARM）
Yusuke YAMAZAKI
Shinji EGASHIRA, ICHARM PWRI
E-mail: y_vcndbf@yahoo.ne.jp

The present study proposes a method to evaluate the fraction of fine sediment and its role in debris flow characteristics. A multi-layer model for riverbed is introduced to formulate mass conservation equation for debris flow body, coarse sediment, fine sediment, and sediment deposition. The method is tested by numerical experiment that is different spatial allocation pattern of fine sediment fraction in sediment deposition. The results indicate the sediment deposition which contains a larger amount of fine sediment, increases debris flow mobility and results in larger peak discharge.

１．はじめに

土石流の流動性に及ぼす微細砂の役割の重要性は，多くの研究において論じられている．これは，土石流を構成する砂礫粒子のうち，ある粒径よりも小さい砂粒子が流体相に遷移し，間隙流体の質量密度を増加させるとともに固相の濃度を減少させることによって土石流の流動性が大きくなるといったことである [1]．このような現象を評価するためには，土石流による渓床堆積物の侵食・堆積過程を通じて，流動体および渓床堆積物における微細砂の含有率が時空間的にどのように変動するかを評価する方法を明らかにしておくことが重要である．本研究は，多層モデルを適用して，土石流及び渓床堆積物における微細砂含有率の評価式を導くとともに，土石流特性に及ぼす微細砂の役割について数値実験により検討を行うものである．

２．解析モデル

解析モデルは，土石流に関する運動方程式，水と土砂の質量保存則，粗粒砂および微細砂の質量保存則（含有率），ならびに浸食・堆積速度式から構成される．渓床堆積物を構成する粗粒砂および微細砂の保存則の誘導には，移動床水理現象の解析で採用されている layer model[2]を適用している．ただし，表層の交換層を第 1 層，第 2 層を遷移層と定義している．また，堆積が生じる場合には，土石流を構成する粗粒砂が堆積時に渓床の骨格を形成し，その間隙に微細砂を含む流体相が取り込まれるものと仮定している．

以上要するに，運動量保存則は次式で表される．

$$\frac{\partial vh}{\partial t}+\frac{1}{B}\frac{\partial \beta vvhB}{\partial x}=-gh\frac{\partial H}{\partial x}-\frac{\tau_b}{\rho_m} \tag{1}$$

ここに，tは時間，vは水深平均流速，hは流動深，xは渓床に沿う軸，Bは川幅，βは運動量補正係数，τ_bは渓床せん断力 [3]，ρ_mは土石流の質量密度，Hは土石流の表面標高で$H=z_b+h\cos\theta$で表され，z_bは渓床の標高，θは渓床勾配である．

水と土砂の質量保存則，粗粒砂および微細砂の質量保存則は次式で表される．

侵食時:

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{1}{B}\frac{\partial vhB}{\partial x}=\frac{E}{c_{*1}} \tag{2}$$

$$\frac{\partial c_c h}{\partial t}+\frac{1}{B}\frac{\partial \gamma c_c vhB}{\partial x}=p_{c1}E \tag{3}$$

$$\frac{\partial c_f(1-c_c)h}{\partial t}+\frac{1}{B}\frac{\partial c_f(1-c_c)vhB}{\partial x}=p_{f1}E \tag{4}$$

ここに，Eは侵食・堆積速度 [4]，c_{*1}は交換層における粗粒砂と微粒砂合計の体積濃度，c_cは粗粒砂の体積濃度，p_{c1}は交換層における粗粒砂の含有率，c_fは微細砂の体積濃度，p_{f1}は交換層における微細砂の含有率，γは土砂輸送補正係数である．侵食・堆積速度 [4]は次式で表される．

$$E/v=c_{*1}\tan(\theta-\theta_e) \tag{5}$$

ここに，θ_eは平衡勾配で，次式で表される．

$$\tan\theta_e=\frac{(\sigma/\rho-1)c_c}{(\sigma/\rho-1)c_c+1}\tan\phi \tag{6}$$

ここに，σは砂礫の質量密度，ϕは砂礫の内部摩擦角，ρは微細砂を含む流体相の質量密度で，次式で表される．

$$\rho=(\sigma-\rho_{\mathrm{w}})c_{\mathrm{f}}+\rho_{\mathrm{w}} \tag{7}$$

ここに，ρ_{w}は水の質量密度である．

堆積時:

$$\frac{\partial h}{\partial t}+\frac{1}{B}\frac{\partial vhB}{\partial x}=-\frac{|E|}{c_{*D}} \tag{8}$$

$$\frac{\partial c_c h}{\partial t}+\frac{1}{B}\frac{\partial \gamma c_c vhB}{\partial x}=-p_{cD}|E| \tag{9}$$

$$\frac{\partial c_f(1-c_c)h}{\partial t}+\frac{1}{B}\frac{\partial c_f(1-c_c)vhB}{\partial x}=-p_{fD}|E| \tag{10}$$

ここに，$|E|$は堆積速度 [4]，c_{*D}は土石流の堆積によって新たに形成される渓床材料の，微細砂を含む土砂堆積濃度，p_{cD}およびp_{fD}は，それぞれc_{*D}における粗粒砂および微細砂の含有率で，それぞれ次式で表される．

$$|E|/v=c_{*D}\tan(\theta-\theta_e) \tag{11}$$

$$c_{*D}=c_*+(1-c_*)c_f \tag{12}$$

$$p_{cD}=c_*/c_{*D} \tag{13}$$

$$p_{fD}=(1-c_*)c_f/c_{*D} \tag{14}$$

ここに，c_*は渓床を形成している粗粒砂の体積濃度である．

渓床堆積物の質量保存則は次式で表される．

侵食時:　$$\partial z_b/\partial t=-E/(c_{*1}\cos\theta) \tag{15}$$

堆積時:　$$\partial z_b/\partial t=|E|/(c_{*D}\cos\theta) \tag{16}$$

交換層および遷移層における土砂濃度および微細砂の含有率は次式で表される．

侵食時：

$$\partial c_{*1}/\partial t=(1/\Delta_1)(c_{*2}/c_{*1}-1)E \tag{17}$$

$$\partial p_{f1}/\partial t=(c_{*2}/{c_{*1}}^2\Delta_1)\left(p_{f2}-p_{f1}\right)E \tag{18}$$

ここに，c_{*1}は交換層における土砂濃度，p_{f1}は微細砂含有率，Δ_1は定数の交換層厚，c_{*2}は遷移層における土砂濃度，p_{f2}は微細砂含有率である．侵食深が遷移層の厚さΔ_2よりも小さい範囲ではc_{*2}，p_{f2}は変化しない．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

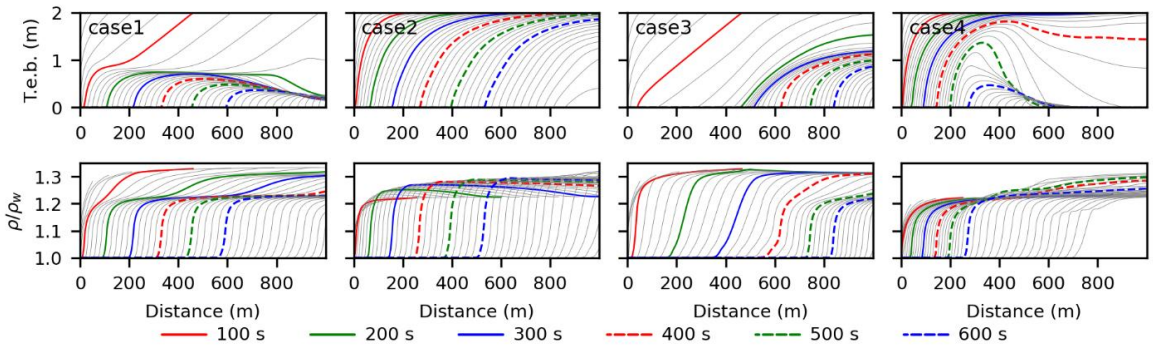


Fig. 1 Temporal changes of the thickness of erodible bed (T.e.b.) and relative density of debris flow (ρ/ρ_w) in every 20 seconds.

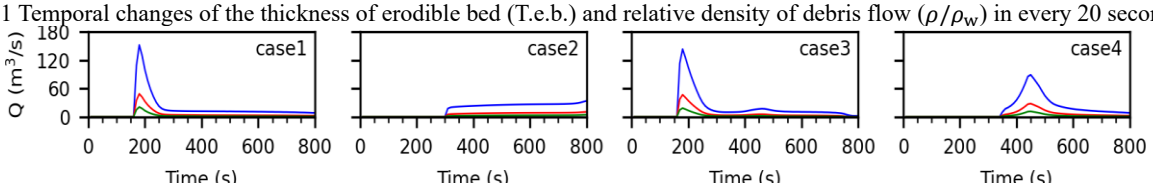


Fig. 2 Temporal changes of the discharge of debris flow (Blue), coarse sediment (Red), and fine sediment (Green) at the flume end.

堆積時：

$$\partial c_{*1}/\partial t = (1/\Delta_1)(1 - c_{*1}/c_{*D})|E| \quad (19)$$

$$\partial p_{f1}/\partial t = (1/c_{*D}\Delta_1)(p_{fD} - p_{f1})|E| \quad (20)$$

$$\partial c_{*2}/\partial t = (1/\Delta_2 c_{*D})(c_{*1} - c_{*2})|E| \quad (21)$$

$$\partial p_{f2}/\partial t = (c_{*1}/c_{*2}\Delta_2 c_{*D})(p_{f1} - p_{f2})|E| \quad (22)$$

侵食深が遷移層厚よりも大きい場合および遷移層厚が交換層厚より大きくなった場合については，既往成果 [2]と同様なので紙面の都合上割愛する．

３．計算条件

渓床堆積物における微細砂含有率の空間分布が，土石流の流下過程に及ぼす影響を検討する．水路は，幅 5 m，長さ 1000 m，勾配 10° とし，固定床上に厚さ 2 m の堆積物を設置する．堆積物の微細砂含有率p_fとして，堆積物の全長を上層と下層に分割あるいは全層を上流と下流に分割して異なる値を設定する．

ケース 1．上層：$p_f = 0.30$，下層：$p_f = 0.25$
ケース 2．上層：$p_f = 0.25$，下層：$p_f = 0.30$
ケース 3．上流：$p_f = 0.30$，下流：$p_f = 0.25$
ケース 4．上流：$p_f = 0.25$，下流：$p_f = 0.30$

上流端から，水のみ 2 m³/s を 900 秒間供給する．粒径は 0.1 m，砂礫の質量密度は 2650 kg/m³，内部摩擦角は 35°，c_*は 0.6，Δ_1は 0.1 m とする．$p_f = 0.25$および$p_f = 0.30$の層が水で飽和し，流動化すると間隙流体の質量密度ρはそれぞれ，$\rho = 1450$ kg/m³ および$\rho = 1512$ kg/m³ である．

４．計算結果

図 1 に上流端から下流端における堆積物厚および土石流の間隙流体の比重ρ/ρ_wの時間変化を，図-2 に水路下流端における土石流，粗粒砂，および微細砂の流出量を示す．

ケース 1 では，200 秒後には上層が全区間にわたり侵食されている．間隙流体の比重は，100 秒後の 200 から 400 m および 200 秒後の 500 m より下流では 1.3 であるが，200 秒後の 100 から 300 m では 1.2 に減少している．この変化は，土石流が侵食する堆積物がp_f=0.3 の上層からp_f=0.25 の下層に遷移したことによるものである．下流端の土石流，粗粒砂，微細砂の流出量は，200 秒後に 150, 50, 20 m³/s となり，その後 10, 3, 1 m³/s となっている．

ケース 2 では，100 秒後まではp_f=0.25 の上層のみが侵食されるため間隙流体の比重は 1.2 であるが，侵食が進みp_f=0.3 の下層が浸食されるようになると，間隙流体の比重は 1.3 まで増加している．土石流，粗粒砂，微細砂の流出量は，25, 8, 3 m³/s のほぼ一定であるが，微増している．

ケース 3 では，200 秒後までに上流の全層と下流の上層が侵食され，その後下流の下層が侵食されている．間隙流体の比重は，400 秒後までは 1.3 であるが，その後 1.2 にまで減少している．これは，上流にあったp_f=0.3 の堆積物が侵食により流失し，下流のp_f=0.25 の堆積物のみが侵食され，流出するようになったことを示している．下流端における土石流などの流出は，ケース 1 に類似している．

ケース 4 では，400 秒後までに 0 から 150 m が侵食され，その後 400 m より下流が侵食されている．400 秒後の間隙流体の比重は，400 m から下流端にかけて 1.2 から 1.3 まで増加している．これは，下流のp_f=0.3 の堆積物が侵食されることによるものである．土石流，粗粒砂，微細砂の流出量は，400 秒後に増加し，90, 28, 12 m³/s となっている．

５．おわりに

本研究により，堆積物の微細砂含有率の空間分布によって堆積物の浸食過程や土石流の流出過程が異なることが示された．これは，土石流が微細砂を侵食することにより，土石流の間隙流体の質量密度が増加し，平衡勾配が減少することで流動性が増加することによるものである．今後，堆積過程についても検討していく予定である．

参考文献

1) 江頭進治，宮本邦明，竹林洋史：崩壊に伴う土石流・泥流の形成と規模の決定機構，砂防学会誌，Vol.68, No.5，pp.38-42，2016.
2) 芦田和男，江頭進治，劉炳義：二層モデルによる複断面河道の流れおよび河床変動の数値解析，京都大学防災研究所年報，第 35 号，B-2，pp. 41-62，1992.
3) 江頭進治，宮本邦明，伊藤隆郭：掃流砂量に関する力学的解釈，水工学論文集，41 巻，pp. 789-794，1997.
4) 江頭進治：土石流の停止・堆積のメカニズム（１），砂防学会誌，Vol.46，No.1，pp.45-49，1993.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション（第五部門：応用数理問題ー計算機科学から社会科学まで）

第五部門：応用数理問題（ B)

座長:市村 強(東京大学)

2021年5月15日(土) 10:55 ～ 12:25 E会場 (E会場)

[S05B-01] 車載センサから得られた3軸加速度データ の 補正法 に関する提案

*金子 直樹[1]、秦 涼太[1]、岡田 幸彦[1]、山本 亨輔[1] （1. 筑波大学）

10:55 ～ 11:10

[S05B-02] 移動センシングを用いたシステム同定において計測ノイズが車両パラメータの推定精度に及ぼす影響の数値的検討

*秦 涼太[1]、井上 潤[1]、岡田 幸彦[1]、山本 亨輔[1] （1. 筑波大学）

11:10 ～ 11:25

[S05B-03] 車両振動データから橋梁検出を行うための GPS情報利用に関する検証

*高橋 悠太[1]、金子 直樹[2]、秦 涼太[2]、山本 亨輔[2] （1. 八千代エンジニヤリング株式会社技術創発研究所、2. 筑波大学）

11:25 ～ 11:40

[S05B-04] Synthesis of Intensive Ground Motions with Specified Response Spectra by Autoencoder

*Di Lin[1], Riki Honda[1] （1. University of Tokyo）

11:40 ～ 11:55

[S05B-05] SfMの活用による橋梁撮影画像からの損傷箇所の3次元位置推定

*山根 達郎[1]、全 邦釘[1]、本田 利器[1] （1. 東京大学）

11:55 ～ 12:10

[S05B-06] 深層学習に基づく洪水災害後の空中写真を利用した建物の被害状況の推定に関する基礎的研究

*和田 光真[1]、久保 栞[1]、吉田 秀典[2] （1. 香川大学 協力研究員、2. 香川大学創造工学部）

12:10 ～ 12:25

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

車載センサから得られた 3 軸加速度データの補正法に関する提案

Proposal of a Correction Method for 3-Axis Acceleration Data Obtained from Vehicle-mounted Sensors

金子　直樹（筑波大）　秦　涼太（筑波大・社会工）　岡田　幸彦（筑波大・社会工）　山本　亨輔（筑波大・工）
KANEKO Naoki, University of Tsukuba
SHIN Ryota, University of Tsukuba
OKADA Yukihiko, University of Tsukuba
YAMAMOTO Kyosuke, University of Tsukuba
E-mail: yamamoto_k@kz.tsukuba.ac.jp

This study proposes a method to automatically estimate the angles and calibration coefficients of the on-vehicle sensors from their acceleration vibration data. The angles and coefficients, in the proposed method, are searched by PSO (particle swarm optimization) method to match all corrected acceleration vibrations in the travel- and lateral-directions, respectively. This idea can improve the practicality of vehicle response analysis.

1. はじめに

現在，全ての橋梁は目視により定期的な点検が義務化されている．一方，人的資源や公共投資の減少傾向が続いており，継続的な詳細点検は困難である．この問題を解決するため，低コストかつ短時間に橋梁モニタリングを行うことができる車両応答分析[1)]を開発中である．これは車両にセンサを設置し，計測された車両応答から橋梁の特徴を推定する方法である．橋梁の損傷検知や路面の舗装状態を推定できると期待されている．車両応答分析を用いたモニタリング技術の概念図をFig.1に示す．

車両振動計測では3軸加速度センサの利用を想定している．しかし，実環境において加速度センサの3つの軸を車両の進行方向，水平方向，鉛直方向を正確に一致させながら設置することは難しい．実際に，車両にセンサを設置した時の様子をFig.2に示す．この問題のため，計測されたデータをそのまま分析に利用することができない．そこで，計測された車両振動データを進行・横・鉛直方向に変換する補正操作が必要である．加えて各センサはケーブル長などの影響で個性が生じ，校正係数が異なる．本研究では，計測方向の変換に加えて，校正係数の比率についても自動的に補正を行う手法を提案する．

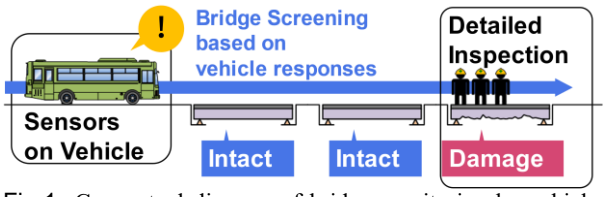


Fig.1 Conceptual diagram of bridge monitoring by vehicle response analysis

Fig.2 An accelerometer installed under the rear wheel spring of a vehicle

2. 方法

車両振動計測では，加速度センサの電圧を AD コンバータで読み取り，デジタルデータ化する．この電圧値を加速度に変換することで，分析に利用可能となる．しかし，AD コンバータによって得られた加速度データは，電圧変動の影響によりトレンドを含んでおり，分析する際にはトレンド除去の処理を行うことが想定される．また，車両が振動していない停止時における振動データに対して平均ゼロ化処理を行うことで基準線を生成できると考えられるが，この処理により重力加速度の影響が消えると考えられる．つまり，軸および校正係数の補正方法として，重力加速度を用いることはできない．

一方，走行実験では一つの車両に複数の加速度センサを設置する（Fig.3 参照）．各センサは 3 軸計測されており，もし，正しく傾斜を推定することができれば，進行方向や横方向の加速度は一致するものと予測される．進行方向の加速度は車両の加減速であり，横方向の加速度はカーブ走行時に発生する．したがって，進行方向および横方向の加速度が一致するように補正マトリクスを最適化できれば，3 軸加速度データが補正できると言える．

そこで，補正後加速度データの一致度を元にパラメータ最適化を行うことを考えるが，目的関数の形状が不明であるため，最適解の探索方法として，粒子群最適化（Particle Swarm Optimization; PSO）[2)]を採用することとする．

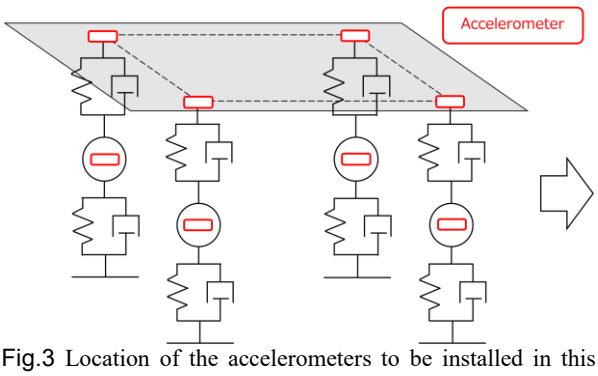


Fig.3 Location of the accelerometers to be installed in this research group

2.1 各センサの補正方法

センサiにおける正確な進行方向・横方向・鉛直方向の車両加速度を$\ddot{x}_i(t)$，$\ddot{y}_i(t)$，$\ddot{z}_i(t)$とする．一方，実際に計測さ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

れる 3 軸加速度データは，$\ddot{X}_i(t)$，$\ddot{Y}_i(t)$，$\ddot{Z}_i(t)$とする．この値はトレンド除去および平均ゼロ化処理が行われているものとする．両者の関係は

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}_i \\ \ddot{y}_i \\ \ddot{z}_i \end{Bmatrix} = \mathbf{R}_i \mathbf{C}_i \begin{Bmatrix} \ddot{X}_i \\ \ddot{Y}_i \\ \ddot{Z}_i \end{Bmatrix} \tag{1}$$

と書ける．ここで$\mathbf{R}_i$は回転行列，$\mathbf{C}_i$は校正係数行列である．$\mathbf{C}_i$の非対角成分はゼロで，対角成分にセンサiの各軸の電圧と加速度の変換係数を持つ．

2.2 回転行列

X_i，Y_i，Z_i軸をそれぞれψ_i，θ_i，ϕ_iだけ回転させる場合を考える．X_i軸回りにψ_i回転させた時の回転行列$\mathbf{R}_{X_i}$は

$$\mathbf{R}_{X_i}(\psi_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi_i & \sin\psi_i \\ 0 & -\sin\psi_i & \cos\psi_i \end{bmatrix} \tag{2}$$

となる．同様に，Y_i軸回りθ_i回転させた時の回転行列$\mathbf{R}_{Y_i}$は

$$\mathbf{R}_{Y_i}(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & 0 & -\sin\theta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta_i & 0 & \cos\theta_i \end{bmatrix} \tag{3}$$

Z_i軸回りϕ_i回転させた時の回転行列$\mathbf{R}_{Z_i}$は

$$\mathbf{R}_{Z_i}(\phi_i) = \begin{bmatrix} \cos\phi_i & \sin\phi_i & 0 \\ -\sin\phi_i & \cos\phi_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

となる．これらから回転行列$\mathbf{R}_i$は，以下の式で表される．

$$\mathbf{R}_i(\psi_i, \theta_i, \phi_i) = \mathbf{R}_{X_i}(\psi_i)\mathbf{R}_{Y_i}(\theta_i)\mathbf{R}_{Z_i}(\phi_i) \tag{5}$$

2.3 校正係数行列

校正係数行列$\mathbf{C}_i$は以下の式で表される．

$$\mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} C_{X_i} & 0 & 0 \\ 0 & C_{Y_i} & 0 \\ 0 & 0 & C_{Z_i} \end{bmatrix} \tag{6}$$

2.4 目的関数

センサiとjを考え，補正後加速度データ$\ddot{x}_i$と$\ddot{x}_j$の二乗誤差および$\ddot{y}_i$と$\ddot{y}_j$の二乗誤差を目的関数とする．

$$J = \sum_{\substack{i,j,k \\ (i \neq j)}} \left(\left(\ddot{x}_i(k\Delta t) - \ddot{x}_j(k\Delta t) \right)^2 + \left(\ddot{y}_i(k\Delta t) - \ddot{y}_j(k\Delta t) \right)^2 \right) \tag{7}$$

ここで，kは計測ステップ番号，Δtは計測間隔を表す．

2.5 PSO 法によるパラメータ同定手法

本手法では，パラメータ$\boldsymbol{p}_i = \left[\psi_i, \theta_i, \phi_i, C_{X_i}, C_{Y_i}, C_{Z_i}\right]^{\mathrm{T}}$を PSO 法によって推定する．但し，センサ数が$n$の時，対象となる全パラメータをまとめると$\boldsymbol{P} = \left[\boldsymbol{p}_1^{\mathrm{T}} \cdots \boldsymbol{p}_n^{\mathrm{T}}\right]^{\mathrm{T}}$となって，$6n$個のパラメータ推定となる．例えば，計測点数を 8 とすると推定パラメータ数は 48 個となり，相当の計算負荷が予測される．

ここで，PSO 法では同時に複数の推定候補を用意する．候補番号をs, 更新回数を tとして, パラメータ推定値を$\boldsymbol{P}_{s,t}$と書くことにする．sを固定して過去の更新の中で目的関数を最小にした$\boldsymbol{P}_{s,t}$を$\boldsymbol{L}_{s,t}$（ローカル最適）とし，過去の更新中, 全候補の中で目的関数を最小にした$\boldsymbol{P}_{s,t}$を$\boldsymbol{G}_t$（グローバル最適）とする．パラメータ更新値$\Delta\boldsymbol{P}_{s,t+1}(= \boldsymbol{P}_{s,t+1} - \boldsymbol{P}_{s,t})$は以下の式で与えられる．

$$\Delta\boldsymbol{P}_{s,t+1} = w_1\Delta\boldsymbol{P}_{s,t} + R_2 w_2\left(\boldsymbol{L}_{s,t} - \boldsymbol{P}_{s,t}\right) + R_3 w_3\left(\boldsymbol{G}_t - \boldsymbol{P}_{s,t}\right) \tag{8}$$

ここで, w_1は慣性速度係数, w_2およびw_3は加速度係数, R_2, R_3は$[0,1]$の一様乱数である．十分に収束した時の$\boldsymbol{G}_t$を推定パラメータとする．

3．まとめと今後の課題

本稿では，TRL（Technology Readiness Level）：1～2 程度で車載の 3 軸振動センサ・データから鉛直加速度振動データを抽出する方法を考案した．提案方法では，PSO 法に基づいてセンサの設置角を求め，補正操作を行う．但し，更新する変数が$6n$個であり，PSO 法ではかなりの高負荷が予想される．また，全ての校正係数行列を等倍しても，設置角の結果とは独立しているため，校正係数の内ひとつは基準として固定する必要がある．

上記課題の解決方法として，回転行列と校正係数行列を個別に推定する 2 段階方式の採用が考えられる．つまり，先ず, 目的関数を$\ddot{x}_i$と$\ddot{x}_j$の相関係数および$\ddot{y}_i$と$\ddot{y}_j$の相関係数の和と定義して，設置角のみを PSO 法で求め，次に振幅が一致するように校正係数の比率を再度，PSO 法で求める．どの方法が適切かは数値実験および実車走行実験による検証が必要である．

また，車体の回転（ロール・ピッチ・ヨー）が無視できない場合, $\ddot{x}_i$と$\ddot{y}_i$は設置角を正確に求めても一致しない. そこで，車体回転の影響も考慮したモデルの構築も今後の課題である．

今後の研究においては，数値シミュレーションにより計測データを模擬・再現し，本手法の設置角推定精度を確かめる．さらに，実車に取り付けたセンサの設置角を計測した上で，振動データに本手法を適用し，推定設置角と比較を行う予定である．

参考文献

1) Y. B. Yang, C.W. Lin and J. D. Yau: Extracting bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle, *Journal of Sound and Vibration*, *272*(3-5), pp.471-493, 2004.
2) J. Kennedy, R.C. Eberhart: Particle swarm optimization, *Proc. of IEEE Int. Conf. on Neural Networks*, pp.1942-1948, 1995.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

移動センシングを用いたシステム同定において計測ノイズが車両パラメータの推定精度に及ぼす影響の数値的検討

Numerical Verification of Noise Influence on Vehicle Parameter Estimation Accuracy of System Identification by On-going Monitoring

秦　涼太（筑波大・社会工）　井上　潤（筑波大・工）　岡田　幸彦（筑波大・社会工）　山本　亨輔（筑波大・工）
SHIN Ryota, University of Tsukuba
INOUE Jun, University of Tsukuba
OKADA Yukihiko, University of Tsukuba
YAMAMOTO Kyosuke, University of Tsukuba
E-mail: yamamoto_k@kz.tsukuba.ac.jp

In this study, we devise a technology to simultaneously inspect vehicles, bridges, and road surfaces from vibration data of traveling vehicles at the same time. To estimate the parameters of vehicles, bridges and road surfaces by convergent computation, the shape of the objective function is important because it affects not only the accuracy but also the efficiency. As a result of numerical calculation, it was found that the objective function is always convex downward, even under the influence of measurement noises. This result suggests that the optimal solution can be searched by a simple method such as gradient descent.

１．はじめに

道路交通インフラは人・物の移動を支え，生活に必要不可欠なものだが，全ての橋梁・路面を日常的に点検するとコストが膨大になる．そこで，走行する車両の振動データ等から，車両・橋梁・路面を同時に点検する技術を考案する．信号を用いたインフラモニタリング手法として，Yang ら [1]によって車両応答分析が提案された．山本ら [2]は走行車両の振動応答に基づき橋梁のモード形状を推定する手法を提案した．また，長山ら [3]は車両応答から路面縦断形状を推定し，ハーフカーモデルの車両パラメータを同定する手法を提案している．さらに，村上 [4]は，粒子群最適化に基づき，複数車両の振動データから，車両・橋梁・路面を同時に推定している．これは，ランダムに仮定された車両・橋梁パラメータと計測された車両振動データを組み合わせ，その内で最も尤もらしい路面凹凸を推定できたパラメータを採用するという手法である．これにより，車両振動データさえ取得できれば，車両・橋梁・路面が全て推定できる可能性が高まった．しかし，これまで，本手法はクオーターカーモデルでの検証に留まっており，ハーフカーモデルやエンジン振動などの外乱や計測ノイズがパラメータ推定値に与える影響は調査されていない．

そこで，本研究では，エンジン振動の影響を考慮したハーフカーモデルを構築し，村上モデル [4]を拡張する．また，路面凹凸の誤差関数の形状を明らかにすることに加えて，計測ノイズが各パラメータ推定値に与える影響を調査する．

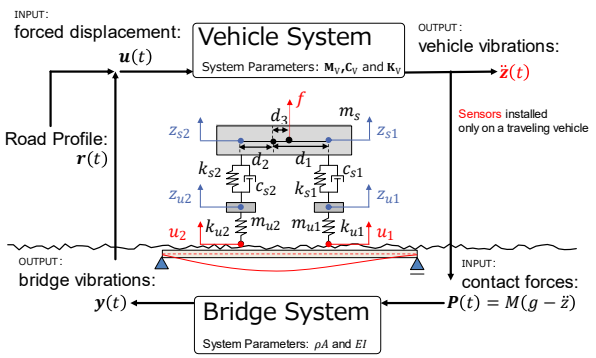


Fig.1 Vehicle and bridge models and VBI systems

２．数値実験

提案手法では，車両振動から，車両・橋梁・路面凹凸を推定する．今回は，走行中の車両振動データを数値的に再現し，提案手法によって，車両・橋梁・路面凹凸が推定できるか検討する．本研究で使用する VBI システムの概要を Fig.1 に示す．車両はハーフカーモデルを採用し，橋梁は曲げのみを考慮した 1 次元単純梁とした．数値実験では，車両モデルと橋梁モデルを分離し，Newmark-β 法と繰り返し法を用いてそれぞれの入力を求める．

車両の運動方程式は，

$$\mathbf{M}_v\ddot{\boldsymbol{z}}(t) + \mathbf{C}_v\dot{\boldsymbol{z}}(t) + \mathbf{K}_v\boldsymbol{z}(t) = f(t) \tag{1}$$

と表すことができる．ここで，

$$\mathbf{M}_v = \begin{bmatrix} \dfrac{d_2 m_s}{d_1+d_2} & \dfrac{d_1 m_s}{d_1+d_2} & & \\ \dfrac{I}{d_1+d_2} & -\dfrac{I}{d_1+d_2} & & \\ & & m_{u1} & \\ & & & m_{u2} \end{bmatrix} \tag{2}$$

$$\mathbf{C}_v = \begin{bmatrix} c_{s1} & c_{s2} & -c_{s1} & -c_{s2} \\ d_1 c_{s1} & -d_2 c_{s2} & -d_1 c_{s1} & d_2 c_{s2} \\ -c_{s1} & 0 & c_{s1} & 0 \\ 0 & -c_{s2} & 0 & c_{s2} \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\mathbf{K}_v = \begin{bmatrix} k_{s1} & k_{s2} & -k_{s1} & -k_{s2} \\ d_1 k_{s1} & -d_2 k_{s2} & -d_1 k_{s1} & d_2 k_{s2} \\ -k_{s1} & 0 & k_{s1}+k_{u1} & 0 \\ 0 & -k_{s2} & 0 & k_{s2}+k_{u2} \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{z}(t) = [z_{s1}, z_{s2}, z_{u1}, z_{u2}]^T \tag{5}$$

$$\boldsymbol{f}(t) = [f, d_3 f, k_{u1}u_1, k_{u2}u_2]^T \tag{6}$$

$\mathbf{M}_v$, $\mathbf{C}_v$, $\mathbf{K}_v$はそれぞれ車両の質量，減衰，剛性マトリクスである．$\boldsymbol{f}(t)$は外力項であり，エンジン振動による加振力fとタイヤに入力される入力変位$\boldsymbol{u}$の影響からなる．

車両振動データが計測されたものとして，ランダムに車両システム・パラメータの初期値を仮定する．Newmark-β 法により，車両の運動方程式の左辺を全て求めることがで

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

きるので，荷重$\boldsymbol{f}(t)$が求まり，エンジン振動f及び入力プロファイル$\boldsymbol{u}(t)$が推定される．次に，ランダムに仮定した橋梁システム･パラメータと車両による接地力$\boldsymbol{P}(t)$を用いて，橋梁振動$\boldsymbol{y}(t)$を求めることができる．

$$\mathbf{M}_{\mathrm{B}}\ddot{\boldsymbol{y}}+\mathbf{C}_{\mathrm{B}}\dot{\boldsymbol{y}}+\mathbf{K}_{\mathrm{B}}\boldsymbol{y}=\mathbf{L}(t)\mathbf{P}(t) \tag{7}$$

ここで，$\mathbf{M}_{\mathrm{B}}$，$\mathbf{C}_{\mathrm{B}}$，$\mathbf{K}_{\mathrm{B}}$は橋梁の質量・減衰・剛性行列で$\mathbf{L}(t)$は等価節点力配分マトリクスある．接地力は以下である．

$$\mathbf{P}(t)=\begin{Bmatrix}-\dfrac{d_2}{d_1+d_2}m_s(g-\ddot{z}_{s1})+m_{u1}(g-\ddot{z}_{u1})\\ -\dfrac{d_1}{d_1+d_2}m_s(g-\ddot{z}_{s2})+m_{u2}(g-\ddot{z}_{u2})\end{Bmatrix} \tag{8}$$

先に求めた入力変位$\boldsymbol{u}(t)$から橋梁振動成分$\tilde{\boldsymbol{y}}(t)=\mathbf{L}^T\boldsymbol{y}$を差し引くと，路面応答$\boldsymbol{r}(t)$が推定できる．ここで，路面凹凸$r_i(t)$を車軸位置$x_i(t)$で位置同期し，路面凹凸$R_i(x)$（$R_i\big(x_i(t)\big)=r_i(t)$）とする．車両が直進する時，前輪と後輪は同じ経路を進むため，路面凹凸$R_1(x)$，$R_2(x)$は等しくなるはずである．しかし，車両・橋梁パラメータがランダム仮定したものなので，$R_1(x)$と$R_2(x)$の値は異なる．そこで，両者の二乗誤差を最小化する最適化問題を考え，最小化するパラメータ組み合わせを推定値とする．目的関数は

$$J=\sum|R_1(x)-R_2(x)|^2 \tag{9}$$

である．ランダム仮定のパラメータが全て正解値ならば，算出した 2 つの路面凹凸は一致する．したがって，算出する路面凹凸が一致するようにパラメータを更新できれば，最終的にパラメータも正解値に近づくと期待できる．このようなパラメータ同定手法を「VBI システム同定」と呼ぶこととする．但し，目的関数の形状は不明であり，前輪と後輪で推定した路面凹凸が一致する時の，車両と橋梁のシステム・パラメータの組み合わせが必ず 1 組のみ存在するとは限らない．そこで，パラメータを一つ選び，値を変化させることで目的関数の形状を確認する．各パラメータの探索範囲は極小の値から正解値の 2 倍までの範囲としている．この検討は，システム同定の総当たり式に相当するので，計算コストは大きいが，正解値の組み合わせを探索する方法としては確実であり，目的関数の形状を知ることが出来る．

3．結果と考察

VBI システム同定を用いた車両・橋梁パラメータ探索手法の各パラメータおよびノイズの影響を検討し，さらに勾配降下法を用いて VBI システム同定を行った．以下表示する図は，全て縦軸を前輪と後輪で求めた路面凹凸の推定誤差Jとし，横軸を各パラメータの値とした．

車両のパラメータm_{u1}を変化させた場合に得られた誤差関数の結果を Fig.2 に示す．赤い点線がそれぞれのパラメータの正解値の位置であり，赤丸が誤差関数の最小値，つまり総当たり式で求めた際の最適解の位置である．他の車輌パラメータでも同様に下に凸で放物線に似た形状となっていることが分かり，多峰性はほとんど見られなかった．次に車両振動にノイズを加えた場合の検討を行う．

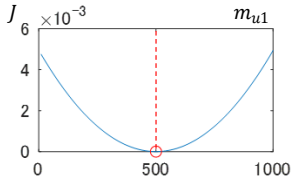


Fig.2 Objective function shape

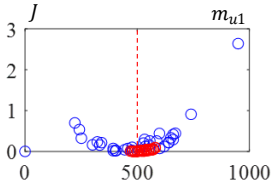


Fig.3 Result of adding noise

本研究でのノイズは，エンジン振動や観測ノイズを想定しているので，全てのセンサーに同じ大きさのノイズが乗ると想定される．そこで，より振幅の大きいばね下の車両振動の最大振幅に対して 1.0, 5.0%のノイズ(一様乱数を用いたもの)を加えた場合の最適解を求めた．50 回試行した結果を Fig.3 に示す．ノイズを加えても同様に下に凸の放物線に似た形状であり，m_{u1}の結果を見ると 5.0%ではばらつきは大きいが，1.0%では正解値の周辺に分布する．但し，他の車輌パラメータk_{s1}とc_{s1}は 1.0%ノイズの場合でもばらつきが大きいことも分かっており，正解値の周辺に分布しない．質量の推定精度は悪くないが，速度振動・変位振動のような数値積分結果に影響されやすいパラメータ（減衰や剛性）はノイズによる影響で推定精度が下がることを確認した．これはノイズの影響が数値積分によって蓄積されるためであると考えられる．

4．まとめと今後の課題

本研究では外乱を考慮したモデルを構築し，VBI システム同定において計測ノイズが各パラメータ推定値に与える影響を目的関数の形状から明らかにした．

数値シミュレーションによってパラメータを総当たり式に求めた結果，目的関数は下に凸で放物線に似た形状となり，ノイズが無ければ頂点が正解値と一致することがわかった．また，多くは多峰性も見られなかった．これらから，パラメータ推定の高速化が可能である．一方，車両振動にノイズを加えた場合は目的関数の形状は変わらないものの，推定値は正解値からずれ，パラメータによってその誤差も異なることがわかった．これは，車両振動の数値積分の影響が減衰項や剛性項に顕著なため，ノイズの影響を受けやすいパラメータと受けにくいパラメータがあるためだと考えられる．

今回使用したノイズは一様乱数だが，実際のノイズには様々な外乱が含まれるため，他のノイズでも検討する必要がある．また，ノイズによって正解値と推定値との間に誤差が生じてしまうため，この誤差の影響を緩和する，もしくは誤差分をシフトさせて正解値に補正する手法を研究する必要がある．

参考文献

1) Y.B. Yang, C.W. Lin and J.D. Yau: Extracting bridge frequencies from the dynamic response of a passing vehicle, Journal of Sound and Vibration, *272*(3-5), pp.471-493, 2004.
2) 山本亨輔，大島義信，杉浦邦征，川野広隆:車両応答に基づく橋梁のモード形状推定法，構造工学論文集 A1, 67, pp.242-257, 2011.
3) 長山智則，趙博宇，薛凱:走行時の車体振動を利用したハーフカーモデルの同定と路面縦断形状の推定．土木学会論文集 E1, 75(1), pp.1-16, 2019.
4) 村上翔:粒子群最適化に基づく複数車両の振動データを用いた車両・橋梁・路面のパラメータ同定，筑波大学，学士論文，2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

車両振動データから橋梁検出を行うための GPS 情報利用に関する検証

Basic Examination on GPS information utilization
for Bridge Detection from vehicle vibration data

高橋　悠太（八千代エンジニヤリング）　　金子　直樹（筑波大）　　秦　涼太（筑波大）　　山本　亨輔（筑波大）
Yuta TAKAHASHI, Yachiyo Engineering Co., Ltd.
Naoki KANEKO, University of Tsukuba
Ryouta SHIN, University of Tsukuba
Kyousuke YAMAMOTO, University of Tsukuba
E-mail: yt-takahashi@yachiyo-eng.co.jp

Bridge monitoring by sensors is often high cost for middle-short span bridges. This study focus the drive-by inspection which can measure the bridge vibration without place of sensor on bridge. The vehicle vibration through over bridge must be extracted from continuous data. This study try to verify whether the relative distance between GPS device on bridge and vehicle can be used for extraction of vehicle vibration through over bridge. For first step, the vehicle vibration data which is seem to be through over actual bridge is extracted by proposal method, and the validity of method is confirmed with estimated mechanical value of bridge.

１．背景

我が国は道路総延長 127km，橋梁数 70 万基を有し，技術者減少が懸念される将来，点検維持の負担増大が想定される．橋梁点検では近接目視点検が基本とされてきたが，平成 31 年 2 月に橋梁定期点検要領 [1]が改訂されている．これによると，近接目視点検に代わる手段として，ドローン画像などが使用可能となった．加えて，令和 2 年 6 月，点検支援技術性能カタログ [2]が更新され，いくつかの技術を近接目視と同等の情報が得られる技術として参考にできるとしている．対象技術に，橋梁上に加速度センサーを設置し，得られた橋梁応答から劣化や異常を検知する技術も含まれている [3]．振動計測であれば，ドローン画像と異なり，常時モニタリングも可能となるが，橋梁 1 基あたりの設置コストが高く，長大橋を除いて導入は進んでいない．これに対し，現在未記載の技術に，車両に搭載した加速度センサーから車両振動を得て，車両-橋梁間相互作用システムの運動方程式に基づいて橋梁振動を推定し，劣化や異常を検知する車両応答分析技術が開発されている [4]．橋梁振動は直接計測せず，間接的に推定された橋梁振動から橋梁の状態把握を目指すため，推定精度の低下が考えられるが，センサーを個々の橋梁に設置する必要がなく，道路面のデータも収集可能なスクリーニング技術になると期待される．

本技術をモニタリング技術とした場合，車両振動データから，橋梁上を走行した部分を抽出する必要がある．センサーシステムに GPS デバイスを追加することで，位置情報を付与できるが，自動運転などでの利用を想定された高精度高周波数の RTK デバイス等はいまだ高価である．GPS の精度は電離層などの影響を受けるが，相対距離については比較的精度が維持されることから，従来精度の安価な GPS デバイスを複数利用することを考える．ただし，正解となる位置情報は測量で決定されるものであり，完全な位置情報は得られない点に留意する．また，補完的な技術として，振動データから力学的特徴量に基づいた抽出方法も考えられる [5]．なお，この方法は LSTM（Long-Short Term Memory: 長短期記憶）[6]を用いる．車両振動データの中で，凡そ橋梁通過中と思われる部分を取り出し，教師を付けて学習させる．この時，LSTM は構造変化を特徴量の変化として捉えられていると考えられ，繰り返し学習を用いることで，GPS 精度に因らず，橋梁上の振動データが抽出可能である．本研究では，この教師の抽出に用いる GSP 情報を，橋梁出入口に設置した簡易な GPS デバイスと，車両に搭載された GPS デバイスの相対距離から算定可能か，検証を行う．

２．実験概要

実橋梁の出入り口に，Fig. 1 のような小型の GPS センサーデバイスをそれぞれ 1 つずつ設置する．また車両前輪に同様の GPS デバイスを設置する．それぞれ GPGGA 形式で緯度経度を出力し，両者の相対緯度経度差が10^{-14}以下となるとき，橋梁に進入したと定義する．取得頻度は 1Hz とする．実験橋梁は橋長 3m 程度，橋幅 5m 程度のコンクリートラーメン橋で，前回定期点検に健全度判定 IV とされた後，修繕が終えていると考えられる．車両は中型トラック(Table.1)を用いた．追加の積載物はほとんどない状態で走行する．センサー位置はバネ上下・前輪後輪・右輪左輪の組み合わせで 8 か所，それぞれ 3 軸で，24 軸の加速度データを計測する．ADC の量子分解能は 20bit，時間分解能は 300Hz とした．橋梁には ADC 分解能 24bit，時間分解能 300Hz の 1 軸加速度センサーを片側 6 か所，合計 12 か所設置して橋梁振動を計測した．得られた橋梁振動は，車両振動との相関性を確認し，本手法の妥当性検証に使用する．

まず，橋梁センサーで得られた振動データから，同橋梁上に設置された GPS デバイスの位置情報と車両で得られた位置情報の相対距離を用いて，橋梁上を車両が走行していたと推定される範囲を抽出する．橋梁側の振動データから直接車両通行時のデータを抽出する場合，橋梁データは複数入手可能であり，相互相関を取ることで時刻同期の精度をより高めることができる．よって車両振動から抽出するという本来の検討より前段階の検討として，今回行う．

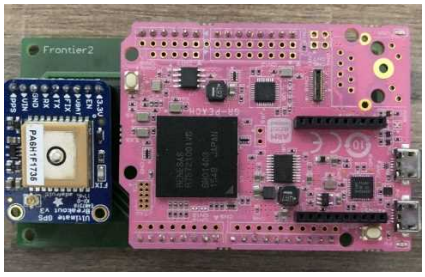


Fig. 1 GPS device

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

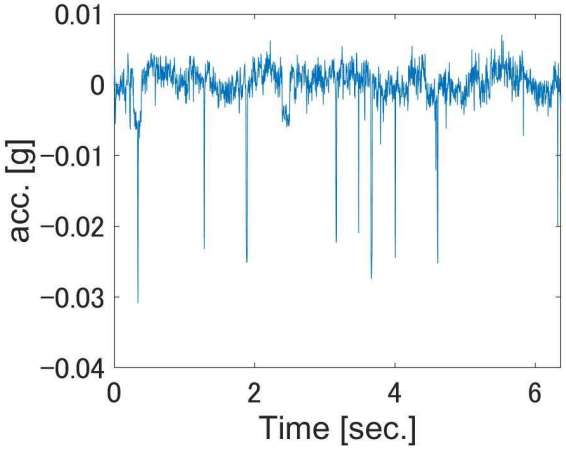


Fig. 2 Acceleration on Bridge

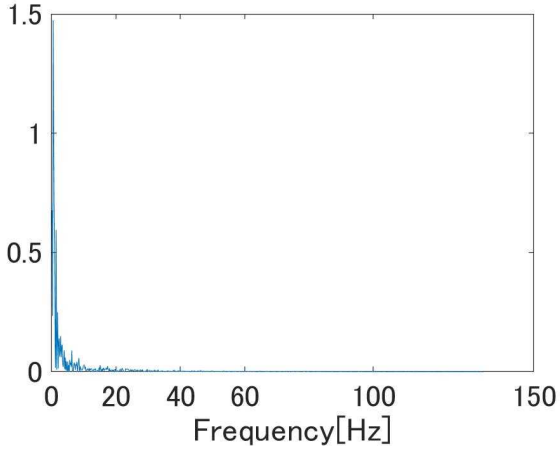


Fig. 3 Power Spectrum Density of Acceleration on Bridge

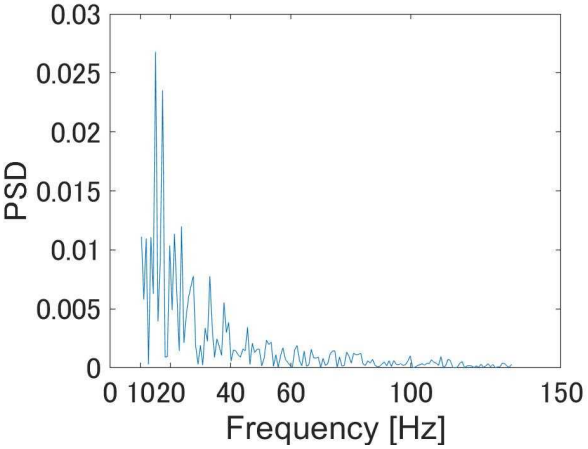


Fig. 4 PSD over 10Hz which is seem to be electrical trend

Table 1 Parameter of Experiment Car

Type	Medium truck
Estimated Unsprung Natural Frequency [Hz]	34.6
Wheel Elasticity [MPa]	2
Dry Weight [kg]	1900
Estimated Unsprung Weight [kg]	1500

３．結果と考察

抽出された橋梁振動の内，橋梁中点付近（6 つのセンサーの内，入口から 3 つ目）での加速度振動とそのパワースペクトル密度（PSD）を Fig. 2 に示す．加速度振動を見ると，ほとんど揺れていないことが分かる．そのため，PSD(Fig. 3)についても，センサーの電気的なトレンドと同程度の 10Hz 以下の周波数が卓越している．10Hz 以下をフィルターした結果を Fig. 4 に示す．15～20Hz の間を超えると，PSD は大きく低下している．既往研究から，4m 程度の RC コンクリートラーメンが同程度の卓越振動数を有している．また，既往研究 [4]を参考に中型トラックのバネ下振動数を推定すると，タイヤ弾性率を 2[MPa]，概算タイヤ径を 0.9[m]とし，概算バネ下重量を 1500[kg]とすると，使用車両のバネ下固有振動数は 34.6[Hz]付近と考えると，計測データから抽出した車両走行中の橋梁振動として，ある程度の妥当性を有していると考えられる．ただし，橋梁・車両共に，今回推定した振動数は概算であるため，同時に計測した他の橋梁振動データや，車両振動データと照合し，力学的な妥当性を検証する必要がある．

４．まとめと今後の課題

連続的な車両振動データから橋梁データを抽出するため，GPS デバイスの相対距離を用いた手法を検討した．前段階の検討として，橋梁で得られた振動から車両走行中データの抽出を試みた．車両走行中，橋梁はほとんど揺れていなかったが，FFT 結果として，橋梁の卓越振動数と考えられている範囲を得られた．今後，車両データとの照合を行い，また，複数実験で得られたデータと照合し，本手法の実現性について，明らかとする．

参考文献

1) 国土交通省 道路局 国道・技術課: 橋梁定期点検要領, 2019.
2) 国土交通省: 点検支援技術性能カタログ(案), 2020.
3) 例えば, A. Malekjafarian, C.W. Kim, E. J. OBrien, L. J. Prendergast, P. C. Fitzgerald, S. Nakajima: Experimental Demonstration of a Mode Shape-Based Scour-Monitoring Method for Multispan Bridges with Shallow Foundations, Journal of Bridge Engineering, 25(8), 04020050 - 04020050, 2020
4) 例えば, 高橋悠太, 山本亨輔, 岡田幸彦: 空間特異モード角度を用いた比較的軽度な橋梁損傷検知の可能性検討, 構造工学論文集, Vol. 65A, pp.283-292, 2019.
5) R. Murai, R. Miyamoto, K. Yamamoto and Y. Okada: Numerical Experiments of Bridge Position Estimation for On-Going Monitoring, Proceedings of the World Congress on Engineering 2019, pp.1-6, 2019.
6) F. A. Gers, J. Schmidhuber, and F. Cummins, “Learning to forget: Continual prediction with LSTM,” Neural Computation, vol. 12, no. 10, pp. 2451–2471, 2000.
7) 原田和洋, 曽我部正道, 杉崎光一, 貝戸清之: 鉄道 RC 高架橋における部材振動性状の簡易推定法, 土木学会第 63 回年次学術講演会, 2008.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Synthesis of Intensive Ground Motions with Specified Response Spectra by Autoencoder

Di Lin, University of Tokyo
Riki Honda, University of Tokyo

There exists difference among the nonlinear response induced by ground motions fitted to the same response spectrum. This paper proposes a method to use dominant features to synthesize intense ground motions for design purpose, which are fitted to the specified response spectrum. The dominant features are extracted by Autoencoder, and their contribution to the intensity of nonlinear response is analyzed. Performance of the proposed method is discussed based on numerical simulation results.

1. Introduction

For design purpose, intense input ground motion (GM) is desirable. However, due to the scarcity of existing history GM records, it is a difficult task to find appropriate GM records in design. Various methods have been proposed to generate new GMs through modifying the design response spectrum[1]. However, having similar response spectra, which are obtained from linear analysis, GMs' nonlinear responses on one specific structure still exhibits significant differences. Some implicit factors in its time history may account for this phenomenon. Various physical indices, such as PGA, PGV, SI-value, and duration time, should have some influence, but no governing factors are known. This paper proposes a machine learning approach.

The objective of this work is to develop a method to use Autoencoder to identify the features of GMs, and with these features, synthesize new design GMs, which still matches the design response but more intense in nonlinear response.

2. Database and Preprocessing

5,000 pieces of GM records are selected from K-NET within magnitude 3 to 5. For each GM record, a period of 60 seconds in its acceleration time history which includes the main part of wave is picked out. As our research target focus on GMs with similar response spectra, spectrum fitting should be taken for these GM records. Considering that the fundamental frequencies of most structures are lower than 5 Hz, the spectrum fitting is taken within 0 to 7 Hz with high frequency components removed.

After spectrum fitting, the nonlinear response of those GMs on one specific structure is obtained through OpenSees. Same as GMs, for each time history of displacement response, a segment of 60 seconds is chosen to be used in simulation.

Then, the GM and its nonlinear response displacement are combined together to form one input data for Autoencoder.

3. Feature Identification by Autoencoder

Autoencoder is used to analyze the input GMs and their corresponding nonlinear response displacement to extract features which contains the necessary information to reconstruct GMs and response displacements.

The structure of Autoencoder is decided as 5 encoder layers and 5 decoder layers. And the dimension of latent layer is 5 (features). Since the output and input of an Autoencoder model should be the same, the validation of our model is to compare the simulated GM and response (output) with the real GM and response (input). After training the Autoencoder, 5 features of every input data are known. By modifying the value of 5 features, a new GM can be synthesized through decoder layers of the Autoencoder.

The identified features do not have clear relationship with the typical intensity measures of the GMs, such as PGA. In order to generate intense GMs, the relation between 5 features and some intensity measures should be analyzed. In this study, peak displacement of structure is considered. For this purpose, a regression neural network is established to find how the value of these 5 features influence the peak displacement of structure.

4. Simulation Results

Figure 1 shows one example of the input and output of Autoencoder. Although the output is not completely the same as input, the main wave of GM and the plastic deformation of structure are well estimated. More than half of the synthesized GMs have the PGA within the 80-120% of the original GM. About 55% of the synthesized GM yield peak response displacement within 80% to 120% of that of the original GM.

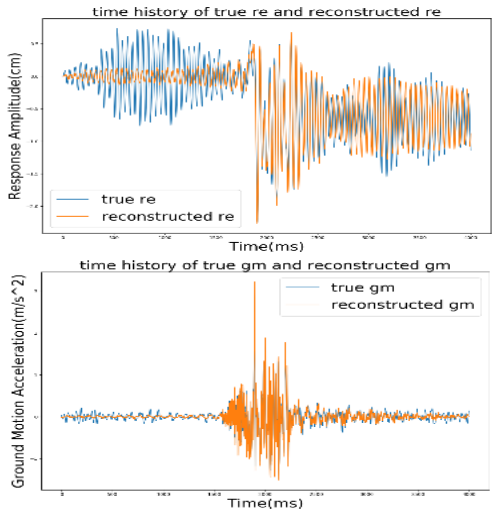


Figure 1 The real GM and its response compared with simulated results from Autoencoder

The features extracted from a well-trained Autoencoder model are used as the input of regression neural network. The output is the peak displacement of each input data. By this way, the relation of the value of features and peak displacement is obtained.

In order to understand the contribution of the identified features, the value of one of the features is modified, while other four features are kept constant. The relation between single feature and peak displacement are plotted in Figure 2 (a)-(e).

Figure 2 shows how the values of the features increase the amplitude of response displacement for the example GM. We selected feature No.2, which is plotted in the panel (b), considering it as the best choice. We changed the value of feature No.2 from -1.0207 to -3 and kept other features constant. These values of features are given to the latent layer of Autoencoder, and a new GM is generated through decoder layers.

To investigate whether the synthesized GM is more intense than the original GM, the nonlinear response of the structure is carried out using the synthesized GM as the input ground motion by OpenSees. Figure 3 compares the time history of the response of the synthesized GM and that of original GM. It is clearly observed that the response displacement induced by the synthesized GM is much more tough than that of the original GM. In terms of the intensity distribution, the peak displacement due to the original GM corresponds to 63 percentile value of the whole GM records we collected, while that of the synthesized GM is 98 percentiles, that is, almost the largest value.

The difference of the response spectrum of the synthesized GM deviated from the target spectrum is about 25% in the mean, which indicates that the synthesized GM still matches the design response spectrum and satisfies the requirement of our research target.

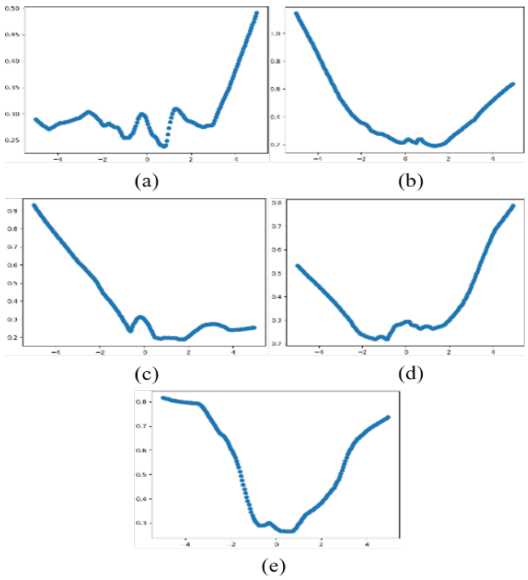


Figure 2 The relation between peak displacement and each feature

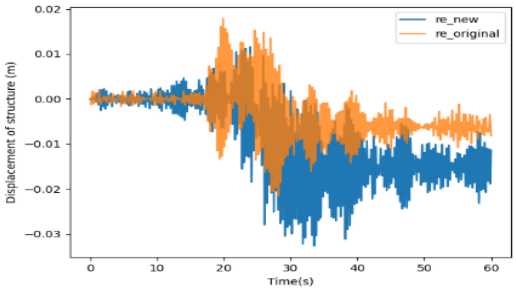


Figure 3 The response of new GM and original GM

5. Summary

Autoencoder is trained to learn from GMs, whose response spectra are adjusted to the target spectrum, and their corresponding nonlinear response structural system. To extract the key features of them. Through regression neural network, the relation between those features and peak displacement in nonlinear response is obtained. Following this relation, features can be modified to synthesize a new GM whose response spectrum still matches the design response spectrum but much more intense for the nonlinear response of the structure.

6. Reference

1) Baker and Jack W.: Conditional mean spectrum: Tool for ground-motion selection, *Journal of Structural Engineering* 137(3), pp.322-331, 201

SfM の活用による橋梁撮影画像からの損傷箇所の 3 次元位置推定
Estimation of 3D Coordinates of Damaged Area from Bridge Images by Using SfM

山根　達郎（東京大学・新領域）　全　邦釘（東京大学・総合研究機構）　本田　利器（東京大学・新領域）
Tatsuro YAMANE, The University of Tokyo
Pang-jo CHUN, The University of Tokyo
Riki HONDA, The University of Tokyo
E-mail: yamane.tatsuro.20@dois.k.u-tokyo.ac.jp

A three-dimensional model can be used in bridge maintenance and management to record information on deterioration and damage with high resolution. One method of creating a three-dimensional model is to use Structure from Motion. However, it is difficult to create a three-dimensional model of the entire bridge using images of the damage taken from a short distance. In this study, we constructed two types of three-dimensional models and aligned them so that we could use images of the damage taken from a short distance. In addition, the proposed method reduces the computational cost of calculating the location of the damage.

１．はじめに

インフラ構造物の安全な供用のためには，定期的な点検を行って損傷状態を把握し，適切な処置を行う必要がある．橋梁の場合，同じ部材に発生している損傷であっても，その発生場所によってその重要度は異なる．しかし，一般的な点検調書は，記録できる情報量に限界があり，損傷の位置情報は部材ごとの記録に留まっている．そこで， 3 次元モデルを活用することで，橋梁に生じた損傷の位置情報をより高い解像度で記録できるようになると考えられる．

橋梁の 3 次元モデルの構築においては様々な方法が考えられ，近年では，UAV の性能向上に伴い，画像から 3 次元データを構築することができる Structure from Motion（SfM）を活用した橋梁 3 次元モデルの構築が検討されている [1]．この場合，橋梁全体や部材全体が写るように周囲から撮影を行うことで，橋梁全体の形状を復元することができる．

一方，損傷状態を詳細に把握するためには，損傷に近接して撮影することが望ましいが，近接距離から撮影した画像を SfM に用いて橋梁全体の 3 次元モデルを作成することは難しい．本研究では，近接距離から撮影した画像を使って損傷の 3 次元的な位置を推定する方法について提案する．また，実際の橋梁への適用を行い，提案手法を用いて損傷の 3 次元位置を推定できることを示す．

２．画像からの損傷位置の 3 次元位置の算出

SfM は，複数の撮影画像を基に画像内に共通する特徴点を判定して，各カメラが存在する座標位置および方向ベクトルを推定し，撮影対象の形状を復元する手法である．また，近年では，機械学習の活用による画像からの損傷検出に関する研究も活発に行われている [2]．ここで，カメラの方向ベクトルおよび画像内の損傷の位置，カメラのパラメータを基に，カメラから損傷への方向ベクトルを計算できる．損傷への方向ベクトルと 3 次元モデルが交差する座標を求めることで，損傷の座標位置を算出することができる．

Fig.1 に，カメラから損傷への方向ベクトルを求めるための考え方を示す．画像の横幅 l_w と，画像の中心から損傷位置までの横方向の長さ d_w，カメラの水平画角 θ_h から，カメラの方向ベクトルと損傷への方向ベクトルからなす水平方向の角度 θ_{d_w} が求まる．鉛直方向の角度も同様にして算出できる．このようにして，画像内の損傷位置を基に，カメラから損傷への方向ベクトルが算出できる．算出した方向ベクトルと，SfM によって構築した 3 次元モデルが交差する点を算出することで，損傷の 3 次元座標が算出できる．

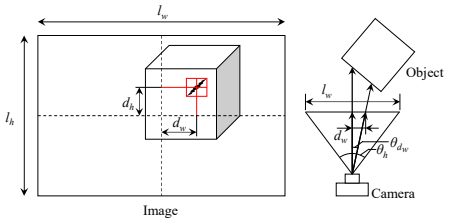


Fig.1 Direction vector from camera to damage.

３．近接撮影画像の使用

損傷の詳細な把握のためには，損傷を近接距離から撮影することが望ましい．また，機械学習による損傷検出を行う場合にも，近接撮影画像を使うことで検出精度が確保しやすい．しかし，近接撮影画像を，橋梁全体を遠距離から撮影した画像に混在させた場合，画像同士に共通する特徴点の判定が困難になるため SfM を正しく行うことができない．また，近接撮影画像のみを用いて橋梁全体の 3 次元モデルを作成しようとしても，画像の枚数が膨大になるため，計算コストが非常に高くなる．

そこで本研究では，橋梁全体および各部材を撮影した画像から構築する橋梁全体の 3 次元モデルの他に，損傷とその周辺部材のみを撮影した画像から構築する部分的な 3 次元モデルを作成し，これら 2 つのモデルの位置を合わせることで，近接撮影画像を用いて損傷の 3 次元位置を推定する方法を提案する．

なお，このことから，前章で述べた損傷位置の推定は，部分的な 3 次元モデルのみを対象にして行う．そこで求められた損傷の位置を，橋梁全体の 3 次元モデルの座標系に落とし込むことで，橋梁全体系において損傷がどこに位置しているかが分かるようになる．また，損傷位置の推定を部分的な 3 次元モデルを対象にして行うことで，前章の方法により損傷位置を計算するコストも削減できる．

SfM を行った後にまず復元される対象物の 3 次元データは点群データであり，その後，三角形メッシュによるサーフェスモデルが構築される．2 つの点群データの位置座標を一致させる代表的な手法としては，Iterative Closest Point（ICP）が挙げられるが，ICP は 2 つの点群データの初期位置を予め手動で概ね一致させる必要がある．また，SfM によって構築した損傷周辺の 3 次元データと橋梁全体の 3 次元データは解像度が全く異なるため，点群データのみを使って自動的に位置合わせを行うことは困難である．また，サーフェスモデルについても同様である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

そこで本手法では，Fig.2 に示すように，2 つの 3 次元データに共通する画像を撮影したカメラ位置（以下，共通カメラ）の座標を介して位置合わせを行う．共通カメラは，橋梁全体を遠距離から撮影した画像と，損傷を近距離から撮影した画像の中間的な距離から撮影したものを用いる．

本手法では，最小二乗法を用いて共通カメラ座標の位置合わせを行う．まず，複数の共通カメラ座標における重心位置が一致するように 3 次元データを平行移動させる．そして，共通カメラ同士の距離の平均値が最も小さくなるように，XYZ 軸周りそれぞれの回転行列を求める．そして，求めた回転行列を用いて損傷位置の座標および各カメラ位置の座標を回転させる．最後に，共通カメラ座標の重心位置を中心に，共通カメラ同士の距離の平均値分，損傷位置の座標および各カメラ位置の座標を拡大・縮小させる．

以上のようにして，2 つの 3 次元データに共通するカメラ座標の位置合わせを行うことができる．なお，共通するカメラの数を増やすことで，位置合わせの精度が高まると考えられ，その関係性については今後さらなる検討を行う．

また，橋梁の規模が非常に大きい場合は，構築する 3 次元データの数を増やし，本手法を多段階に適用することで損傷を近接撮影した画像を用いることも可能である．

４．実橋梁への適用

本検討で対象とした橋梁は，Fig.3 に示す橋長約 22m，幅員 7m のコンクリート桁橋である． 本橋には鉄筋露出をはじめとした様々な損傷が存在している．損傷がある箇所を撮影した画像の一つを Fig.4 に示す．ここでは，本研究で提案した手法を用いて，Fig.4 に示す損傷の位置について，橋梁全体の 3 次元モデルへの反映を行った．なお，画像からの損傷検出については様々な手法が提案されているため，本検討では画像からの損傷検出は既にできているケースを仮定し，予め画像内での損傷位置を設定している．

本検討では，3 次元モデルの作成のための SfM ソフトウェアには，Agisoft 社の Metashape を使用した．作成した 3 次元モデルを Fig.5 に示す．Fig.5(a)は損傷周辺の 3 次元モデルであり，損傷およびその周辺の各部材を撮影した画像 49 枚を用いて作成した．Fig.5(b)は橋梁全体の 3 次元モデルであり，橋梁全体および橋梁の各部材を撮影した画像 820 枚を用いて作成した．本研究では，損傷周辺の部材を 10m 程度の距離から撮影した画像 39 枚を共通カメラ用の画像として両方のモデル作成に使用した．これらの画像のカメラ座標を用いて，3 次元データの位置合わせを行った．

最後に，算出された橋梁全体座標系での損傷位置を，3D CAD モデルに反映させた．ここでは，SfM によって構築した橋梁全体の 3 次元データと 3D CAD モデルの両方から，床版の端部の点の座標を取得して座標系を一致させた．損傷位置を示した 3D CAD モデルを Fig.6 に示す．Fig.6 から，Fig.4 で示した横桁の場所に損傷の位置情報が反映されていることが確認できる．

５．おわりに

本研究では，橋梁の損傷周辺の部分的な 3 次元モデルを SfM によって作成することで，損傷を近距離から撮影した画像を使って損傷の 3 次元位置を推定できる方法を提案した．本提案手法によって，機械学習を用いて損傷検出する際の精度も確保しやすくなるほか，損傷位置を計算するコストも削減できる．

また，実際の橋梁を用いて検証を行い，提案手法を用いて損傷の 3 次元位置を推定できることを示した．

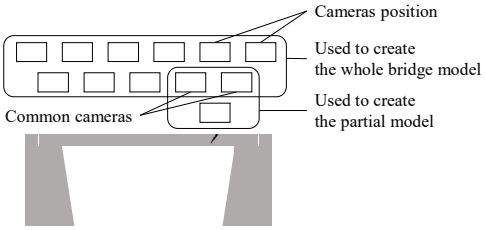


Fig.2 Cameras common to both models.

Fig.3 Girder bridge considered in this study.

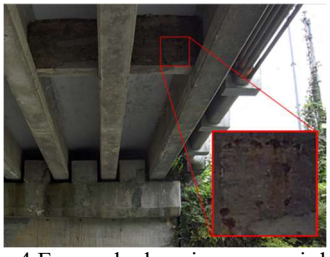


Fig.4 Exposed rebars in a cross girder.

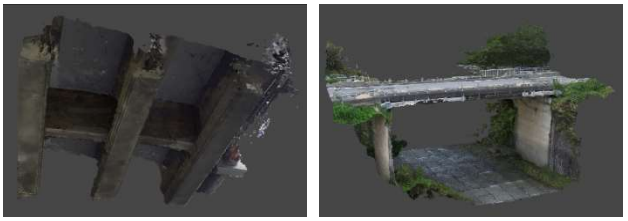


Fig.5 (a) Partial model with the damage; (b) Whole bridge model.

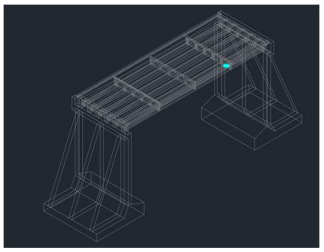


Fig. 6 3D CAD Model with coordinate information of damage.

謝辞

本研究では，国土交通省関東地方整備局甲府河川国道事務所のご協力をいただきました．記して謝意を表します．

参考文献

1) A. Khaloo, D. Lattanzi, K. Cunningham, R. Dell'Andrea and M. Riley: Unmanned aerial vehicle inspection of the Placer River Trail Bridge through image-based 3D modelling, Structure and Infrastructure Engineering, 14(1), pp.124–136, 2018.
2) X. Liang: Image-based post-disaster inspection of reinforced concrete bridge systems using deep learning with Bayesian optimization, Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 34(5), pp.415–430, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

深層学習に基づく洪水災害後の空中写真を利用した建物の被害状況の推定に関する基礎的研究

Basic research on the estimation of building damage using aerial photographs after flood disasters based on deep learning

和田　光真（香川大）　　久保　栞（香川大）　　吉田　秀典（香川大・創造工）
Mitsumasa WADA, Kagawa University
Shiori KUBO, Kagawa University
Hidenori YOSHIDA, Faculty of Engineering and Design, Kagawa University
FAX: 087-864-2188, E-mail: s15d401@stu.kagawa-u.ac.jp

Disaster prevention is important as a countermeasure against natural disasters before damages. The reconstruction measures after disasters are also necessary. While the importance of pre-disaster measures is becoming more and more well known, there are many problems with post-disaster recovery measures. In this study, estimation of building damage using aerial photographs after flood disasters based on deep learning is examined. In deep learning, convolutional neural networks and trained data were used. As a result of judging from the aerial photograph after the disaster with the model after learning, the damage situation was grasped by the heat map.

１．はじめに

想定を上回る自然災害への対策として，災害前の防災対策に加えて災害後の復興対策も重要である．近年では，豪雨による洪水によって木造家屋が浸水する被害が多発しており，浸水対策や建築制限等による防災施策が活発化している [1]．一方，復旧・復興に関しては，被害を最小限にするための避難や災害時のコミュニティ形成策等の提案があるものの，具体的な施策は示されておらず，今後も検討が必要と考える．復旧・復興を迅速に実施するためには，災害状況を迅速に把握することが重要であり，被害把握を実施する手段として，衛星画像や空中写真が活躍している．しかしながら，災害時の混乱の中で，専門知識を有していない限りは，被害状況を短時間かつ適切に把握することは難しい．近年，人工知能による研究が活発化しており，画像を詳細に分析する研究が進められている（例えば，文献 [2), 3)]）．こうした研究を防災の分野にも発展させ，深層学習による災害検出（例えば，文献 [4)]）などに係る研究が進められているが，学習データの収集コストが大きくなることが共通課題である．そこで本研究では，深層学習に用いる学習データに対して事前処理を実施することにより，画像収集コストを抑えた手法を援用することによって，災害後の被害状況を把握する基礎的なモデルを構築する．空中写真は，セスナ機やドローンなどで容易に入手でき，災害直後の迅速な調査を実施するうえで実用性が高い．一方で，深層学習は大量のサンプル画像が必要であるが，災害後の空中写真を撮影した事例が少なく，被害の判定に採用できるものは限られ，我が国における災害記録や研究の数も，まだ十分とは言えない．災害後の空中写真で災害状況を把握することができれば，目視等のアナログ的な評価よりも迅速に被災状況を把握することが期待できる．

2. 基礎理論

2.1 CNN による学習

本研究では，災害後の空中写真から災害状況を把握することを目的として，画像判定に関して安定した結果が得られる畳み込みニューラルネットワーク：CNN[5)]を用いる．畳み込み（Convolution）とは，元データである RGB 画像にフィルタを乗じ，バイアスを加算することで元データの容量を小さくする．また，CNN では，バッチ正規化（Batch Normalization[6)]）という手法を用いており，畳み込みデータ配列の大きさは変えず，数値の平均化と分散化によってデータの偏りを減らすことができる．式(1)から式(4)に Batch Normalization の処理を示す．

$$m_n = \frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1} x_{kn} \tag{1}$$

$$v_n^2 = \frac{1}{K}\sum_{k=0}^{K-1} (x_{kn} - m_n)^2 \tag{2}$$

$$\hat{x}_{kn} = \frac{x_{kn} - m_n}{\sqrt{v_n^2 + \epsilon}} \tag{3}$$

$$y_{kn} = \gamma_n \hat{x}_{kn} + \beta_n \tag{4}$$

ここで，式(1)のm_nは，平均化処理を示し，Kはデータの個数，x_{kn}はK個のデータの集合である．式(2)のv_n^2は分散化処理を示す．式(3)は，0 値防止のごく小さな値ϵを用いて，平均 0，分散 1 のデータ$\hat{x}_{kn}$へ変換することを示す．

2.2 学習データの準備

教師あり学習を実施するための学習データを作成する．空中写真のデータは，災害後の空中写真を公開している国土地理院 [7)]から入手する．次に，入手した地図の画像から建物検知用の学習データを作成する．学習データは，すべて同じ画像サイズに統一する．地図から切り抜く画像サイズが大きくなると，計算コストも同時に大きくなる．本研究では，計算機の負荷を抑えるため，解像度を 1 ピクセルあたり 22cm とし，1028×1028 ピクセル(226.16m×226.16m)の大きさの画像を切り取り，学習率が安定するまで様々な画像を収集し，本研究では 18 枚を取り込んだあたりで良好な結果が得られた．これらの空中写真データに対して，木造家屋と見られる屋根をもつ建物（Positive と定義）を洪水時に倒壊等の被害を受ける可能性が高い建物と位置づけ，目視によって，建物の中央部に 1×1 ピクセルの「点」を追加する（Annotation と定義）．そして，上記 Positive 以外の構造物（Negative と定義）として田畑，車，樹木，道路および水路等においても同様に「点」を追加する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

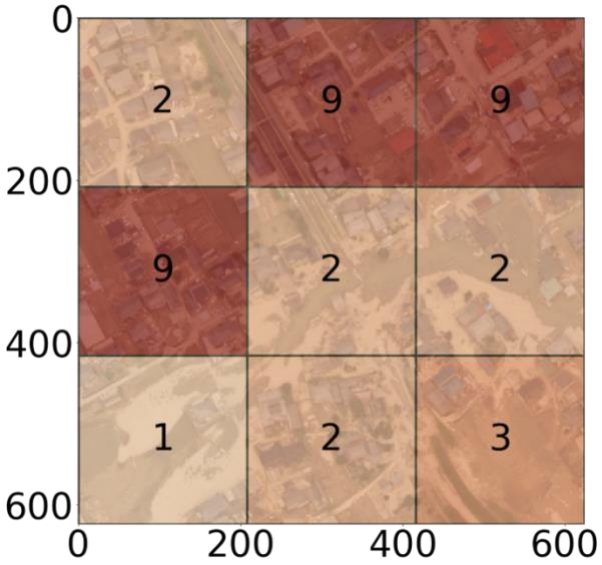


Fig.1 Judgment result of building abundance density (Area A)

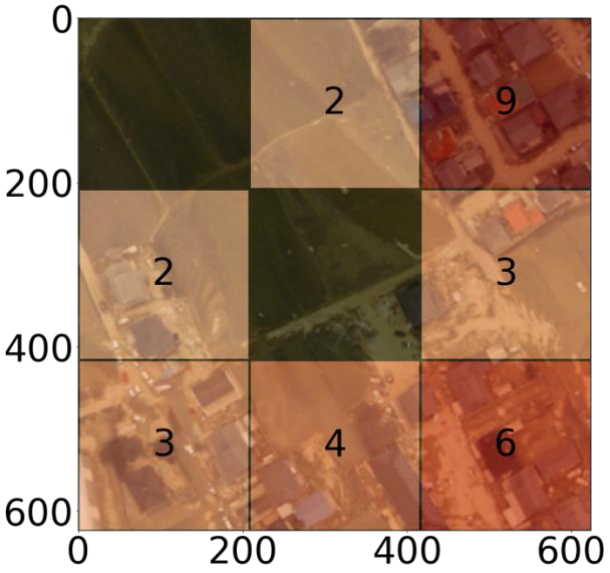


Fig.2 Judgment result of building abundance density (Area B)

3. 空中写真による建物の検知

学習データを用いて画像処理は実施していない空中写真において建物の数を検知する．空中写真は，国土地理院（平成 30 年の西日本豪雨災害後）から入手する．画像の大きさは，被害を受けた範囲が概ね収まる程度の縦×横：1028×1028 ピクセルの空中写真を用意する．学習データによって，対象画像を 224×224 ピクセルの大きさに分割して建物棟数を検知する．全体図を表示すると判読が難しいため，便宜上 600×600 程度の大きさでの拡大表示を示す．棟数を検知した結果を Fig.1（地域 A）に示す．地域 A では，全体的に浸水被害を受けており，特に中央部分において倒壊の被害が発生している．ここでは屋根として判定可能な家屋において，建物を検知している．次に，被害の少ない別の地域における建物の検知結果を Fig.2（地域 B）に示す．地域 B では，被害がある場所とない場所とが混在しており，地域 A よりは家屋が少ない．Fig.2 の左上および中心では家屋がないため検知していない．また， Fig.2 右上の住宅地密集地域においては，家屋の密集度合いが表現できており，また，Fig.2 中央右の地域においては，浸水の泥などが道路をふさいだ状況や，一部家屋が倒壊しているように見えるが，家屋の屋根形状に着目した検知結果が得られている．

4. まとめ

本研究は，深層学習によって建物棟数の推定方法を示す基礎的な研究を実施した．本研究で用いた空中写真は国土地理院の公開データであるため，画像収集のコストを低減できる．国土地理院に限らず，空中写真と同等以上の解像度を有する画像であれば，より広域な領域においても容易に学習が可能である．学習データに基づいて構築されたモデルにより，災害後の家屋密度が自動判定されるため，短時間で状況把握が可能となる．また，災害前の空中写真と災害後の空中写真とを見比べるのは手間を要するが，本研究のような家屋分布を示す地図を併用すれば，概ねの建物数を見積もることができる．しかしながら，災害では様々な状況が想定されるため，本研究の学習モデルの汎用性をより高めることが求められる．本研究で提案する手法は，災害時の空中写真による家屋の判定は可能であるが，田や山林の季節色並びに積雪状態等の空中写真は元の訓練データに含まれていないため，これらが含まれていると判定精度が低下することが予想される．本モデルの判定結果を防災政策や構造物の再興計画にそのまま導入するにあたっては慎重に検討すべきであり，全てを人工知能任せにするのではなく，当面は，人間が判断するにあたっての参考利用に留め，今後の更なる精度向上を待つ必要があろう．判定結果の信頼性を高めるためには，さらに多くの訓練データが必要であり，本研究の今後の検討課題としたい．

参考文献

1) 国土交通省 H P : 気候変動を踏まえた治水計画に係る技術検討会，（2021 年 3 月 15 日閲覧可）．
2) R. Hamaguchi and S. Hikosaka: Building Detection from Satellite Imagery using Ensemble of Size-specific Detectors, IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (CVPRW), pp.187-191, 2018
3) 岡崎 豪，レブル オリオル： ディープラーニングによる建物特性の抽出と台風被害想定の手法，人工知能学会全国大会論文集，JSAI2017 巻，第 31 回全国大会，セッション，3P1-NFC-00a-4，p.3P1NFC00a4，2017.
4) 植田 大介，間普 真吾，呉本 尭，災害前後 SAR 画像と DEM データを用いた CNN による土砂災害検出，人工知能学会全国大会論文集，JSAI2018 巻，第 32 回全国大会，セッション，1D1-02，p.1D102，2018.
5) Y. LeCun and Y. Bengio: Convolutional networks for images, speech, and time-series, In M. A. Arbib, editor, The Handbook of Brain Theory and Neural Networks, MIT Press, 1995.
6) S. Ioffe, C. Szegedy: Batch Normalization: Accelerating Deep Network Training by Reducing Internal Covariate Shift, In International Conference on Machine Learning, pages, pp.448-456, 2015.
7) 国土地理院 H P：平成 30 年 7 月豪雨による倉敷市真備町周辺浸水推定段彩図，（2021 年 3 月 15 日閲覧可）．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

第一部門：物理数学力学問題 （ C）

座長:中畑 和之(愛媛大学)

2021年5月15日(土) 13:30 ～ 15:15 A会場 (A会場)

[S01C-01] Poisson効果による断面変形を考慮した梁理論

*斉木 功[1]、田淵 航[2] （1. 東北大学、2. 川田工業株式会社）

13:30 ～ 13:45

[S01C-02] 構梁・高架橋群における下部工単体の固有振動数同定法の提案

*和田 一範[1]、坂井 公俊[1] （1. 鉄道総合技術研究所）

13:45 ～ 14:00

[S01C-03] モード解析によるセルフモニタリングベンダーエレメントの振動特性

*荻野 俊寛[1] （1. 秋田大学）

14:00 ～ 14:15

[S01C-04] 樹木のテーパー形状が限界高さに与える影響

*金浜 瞳也[1]、藤村 高憲[1]、佐藤 太裕[1] （1. 北海道大学）

14:15 ～ 14:30

[S01C-05] 交点クランプを有する2ケーブルの同時張力推定手法の改良

*高鶴 憲正[1]、古川 愛子[1]、鈴木 実[2] （1. 京都大学、2. 神鋼鋼線工業（株））

14:30 ～ 14:45

[S01C-06] 軌道・台車連成系の動的応答期待値解析法

阿部 和久[1]、*由野 舜[1]、紅露 一寛[1] （1. 新潟大学）

14:45 ～ 15:00

[S01C-07] 送電鉄塔維持管理手法における基礎変位と主柱材傾斜量の解析技術の開発

*栗原 幸也[1]、高橋 圭一[1]、相澤 敦武[2]、中村 直樹[2]、佐伯 昌之[3] （1. 東電設計株式会社、2. 東京電力パワーグリッド株式会社、3. 東京理科大学）

15:00 ～ 15:15

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Poisson 効果による断面変形を考慮した梁理論

A Beam Theory Considering Cross-Sectional Defromation Due to the Poisson Effect

斉木 功（東北大学）　田淵 航（川田工業株式会社）
Isao SAIKI, Tohoku University
Ko TABUCHI, KAWADA INDUSTRIES, Inc.
E-mail: isao.saiki.a4@tohoku.ac.jp

Since, in homogeneous beams, displacement perpendicular to the axis by the Poisson effect is not constrained, elementary beam theory uses a one-dimensional elastic constitutive law. However, in composite beams consisting of multiple materials with different Poisson's ratios, the multiple materials constrain each other's displacement in the perpendicular direction to the axis. Therefore, the axial stiffness and the bending stiffness are affected by the constraints. In this study, we extend the beam theory including the cross-sectional deformation to that considering the Poisson effect. Comparison of the solutions of the proposed beam and continuum shows the validity of the proposed beam theory.

1. はじめに

均質な梁では Poisson 効果による軸直角方向変位が拘束されることはないので，初等梁理論では 1 次元の構成則を用いている．しかしながら，複合断面梁では，異なる Poisson 比を持つ複数の材料が互いに軸直角方向の変位を拘束することになる．そのため，軸剛性や曲げ剛性はその拘束の影響を受ける．

このような Poisson 効果は，例えば 1980 年代以降に積層板 [1] や積層梁 [2] に関する研究で考慮されている．2000 年に入り，一般の梁や特徴長さを有する梁において Poisson 効果を考慮した研究 [3),4)] は行われているが，軸直角方向の変形を用に考慮した文献は著者らの知る限り見当たらない．近年では，負の Poisson 比を持つ均質な梁に関する研究 [5)] や計測されるひずみから Poisson 効果を含めた梁の変形を再構築することに主眼をおいた研究 [6),7)] が報告されている．

そこで本研究では，任意形状の複合断面を有する梁において Poisson 効果を考慮できる梁理論を，断面変形を考慮できる梁理論 [8)] を拡張することで定式化することを目的とする．

2. Poisson 効果を考慮した梁理論の定式化

Fig. 1 に示すような長さ ℓ の長さ方向に一様な任意形状断面の梁を解析対象とする．梁軸方向を x_1，梁軸直角水平方向を x_2，鉛直方向を x_3 とする正規直交座標系を設定する．断面に x_2 軸周りの曲げのみが作用したときの中立軸と x_3 軸周りの曲げのみが作用したときの中立軸との交点を x_2，x_3 の原点とする．

断面変形を考慮した梁理論 [8)] では，任意形状の断面領域において，せん断遅れに起因する軸方向変位と横せん断に起因する軸方向変位を統合して断面の面外方向の変位場を $f_\mathrm{s}(x_2, x_3)$ と定義している．本論文では，この変位場に加えて Poisson 効果による面内方向の断面変形の変位場を考慮することを提案する．

梁の断面の平均 x_1 軸方向変位を u_1，平均たわみを $u_3(x_1)$，回転を $\theta(x_1)$，せん断遅れと横せん断に起因する断面変形の軸方向の変位場 $f_\mathrm{s}(x_2, x_3)$ に対する一般化変位を $g_\mathrm{s}(x_1)$，Poisson 効果に起因する曲げによる面内方向の断面変形の変位場 $f_\mathrm{b}(x_2, x_3)$（x_2 方向の成分 $f_{\mathrm{b}2}$ と x_3 方向の成分 $f_{\mathrm{b}3}$ を持つ）に対する一般化変位を $g_\mathrm{b}(x_1)$，Poisson 効果に起因する軸力による面内方向の断面変形の変位場 $f_\mathrm{a}(x_2, x_3)$（x_2 方向の成分 $f_{\mathrm{a}2}$ と x_3 方向の成分 $f_{\mathrm{a}3}$ を持つ）に対する一般化変位を $g_\mathrm{a}(x_1)$ と

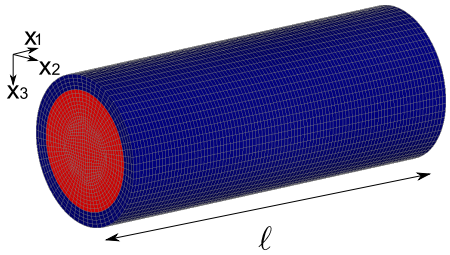


Fig. 1 Subject of the analysis and coordinate system.

すると，梁の x_1，x_2，x_3 方向変位場はそれぞれ

$$u_1 = u_1(x_1) + x_3\theta(x_1) + f_\mathrm{s}(x_2, x_3)g_\mathrm{s}(x_1) \tag{1}$$

$$u_2 = f_{\mathrm{b}2}(x_2, x_3)g_\mathrm{b}(x_1) + f_{\mathrm{a}2}(x_2, x_3)g_\mathrm{a}(x_1) \tag{2}$$

$$u_3 = u_3(x_1) + f_{\mathrm{b}3}(x_2, x_3)g_b(x_1) + f_{\mathrm{a}3}(x_2, x_3)g_\mathrm{a}(x_1) \tag{3}$$

と表すことができる．

梁の断面の平均的な横せん断変形 $\tilde{\gamma}(x_1)$ を Timoshenko 梁と同様に断面の回転とたわみ角の差として

$$\tilde{\gamma}(x_1) \coloneqq \theta(x_1) - (-u_3(x_1)') \tag{4}$$

と定義する．ここで，$\coloneqq$ は定義，$(\cdot)'$ は x_1 に関する導関数を表す．

以上に示す変位場から梁の全ポテンシャルエネルギを求め，全ポテンシャルエネルギ停留原理を用いることで，u_1，u_3，θ，g_s，g_b，g_a に関する以下の支配方程式

$$K_\mathrm{A}u_1' + R_{14}\theta' + R_{15}g_\mathrm{s}' + R_{16}g_\mathrm{b} + R_{17}g_\mathrm{a} - N = 0 \tag{5}$$

$$-R_{14}u_1' - K_\mathrm{B}\theta' - R_1g_\mathrm{s}' - R_6g_\mathrm{b} - R_{18}g_\mathrm{a} + M = 0 \tag{6}$$

$$\begin{aligned}&-R_{14}u_1'' - K_\mathrm{B}\theta'' + K_\mathrm{s}\tilde{\gamma} + R_4g_\mathrm{s}\\&- R_1g_\mathrm{s}'' + (R_7 - R_6)\,g_\mathrm{b}' + (R_{19} - R_{18})\,g_\mathrm{a}' = 0\end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}&-R_{15}u_1'' - R_1\theta'' + R_4\tilde{\gamma} + R_3g_\mathrm{s}\\&- R_2g_\mathrm{s}'' + (R_9 - R_8)\,g_\mathrm{b}' + (R_{21} - R_{20})\,g_\mathrm{a}' = 0\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}&R_{16}u_1' + R_6\theta' - R_7\tilde{\gamma}'\\&+ (R_8 - R_9)\,g_\mathrm{s}' + (R_{11} + R_{12} + R_{13})g_\mathrm{b}\\&- R_{10}g_\mathrm{b}'' + (R_{22} + R_{23} + R_{24})g_\mathrm{a} - R_{25}g_\mathrm{a}'' = 0\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}&R_{17}u_1' + R_{18}\theta' - R_{19}\tilde{\gamma}'\\&+ (R_{20} - R_{21})\,g_\mathrm{s}' + (R_{22} + R_{23} + R_{24})g_\mathrm{b}\\&- R_{25}g_\mathrm{b}'' + (R_{27} + R_{28} + R_{29})g_\mathrm{a} - R_{26}g_\mathrm{a}'' = 0\end{aligned} \tag{10}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

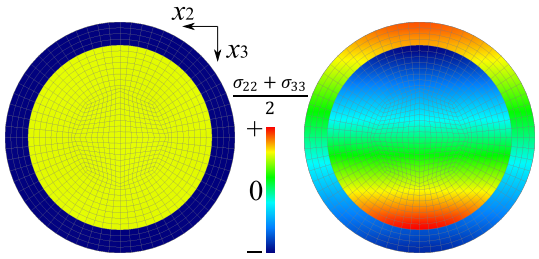


Fig. 2 Inplane averaged stress of the RVE.

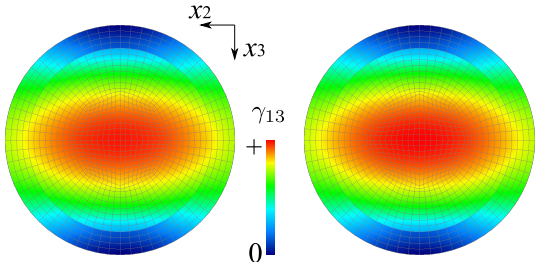


Fig. 3 Transverse shear strain distribution of the beam subjected to bending.

が得られる．ここで N は軸力，M は曲げモーメントを表す．また，K_s，K_A，K_B はそれぞれせん断剛性，Poisson 変形を拘束した場合の軸剛性と曲げ剛性であり，R_i $(i = 1, \cdots, 4, 6, \cdots, 29)$ は断面変形に関するパラメタである．これらのパラメタの値は代表体積要素の有限要素解析および数値積分で求める．

3. 非均質断面梁の曲げせん断解析

Fig. 1 に示す円形非均質断面の梁を解析対象として，提案した梁理論の精度を 70 する．赤色で示すコア部を材料 1，青色で示す円管部を材料 2 とし，共に等方線形弾性体とする．材料 1, 2 の Young 率を $E_1 = E_2 = 200$GPa とし，Poisson 比は $\nu_1 = 0.49$，$\nu_2 = 0$ とした．円管の内径を 0.4m，外径を 0.5m とした．

代表体積要素は 1 次 6 面体アイソパラメトリック要素を用いて離散化した．支配方程式に含まれるパラメタは代表体積要素に単位の横せん断変形，曲げ変形，軸ひずみを与えることで得られる断面変形モードを用いて求める [8]．**Fig. 2**(a) に軸変形，(b) に曲げ変形を与えたときの代表体積要素の断面内平均応力 $\frac{\sigma_{22}+\sigma_{33}}{2}$ を示す．Poisson 効果により円管とコアそれぞれで圧縮と引張の異なる応力が生じている．この解析から得られる断面の曲げ剛性は Young 率と断面 2 次モーメントの積で求められる曲げ剛性よりも 7.4%大きく，軸剛性は Young 率と断面積の積で求められる軸剛性よりも 6.7%大きくなった．このことから，Poisson 効果を考慮していない従来の手法は **Fig. 1** に示すような非均質断面の曲げ剛性や軸剛性を過小評価すると言える．

次に，この断面で長さ $\ell = 4.8$m の両端固定梁を対象とした解析を行った．本提案手法による解は，式 (5)~(10) を有限要素離散化し，数値的に求めている．本提案手法の精度・妥当性を評価するために，通常の連続体要素による解析結果を参照解とする．連続体要素によるモデルは，代表体積要素と同じ要素寸法で要素分割を行い，両端の全ての節点を完全拘束することで固定端とした．梁の右端に $u_3 = 0.8$m の強制変位を与え，曲げせん断を解析した．

本手法では，提案梁理論による解 $u_1, u_3, \tilde{\gamma}, g_s, g_b, g_a$ と導入した変位場 (1)~(3) に基づくひずみ場から任意のひずみを解析的に得ることができる．ここで，断面変形モード f_s, f_b, f_a が有限要素離散化した代表体積要素により得られていることから，任意のひずみを提案梁理論の解に基づき代表体積要素に再構築することができる．これは，均質化法による局所化の過程と等価である．このような方法で求めた $x_1 = 1.8$m（梁の左端から径間長の 3/8 の位置）の断面における横せん断ひずみ γ_{13} 分布を **Fig. 3** に示す．同図 (a) は参照解，(b) が本手法により再構築した解である．同図より参照解と本手法による解は定性的に一致していることがわかる．**Fig. 3** に示す断面の横せん断ひずみについて本提案と参照解との相対差 L^2 ノルムを求めると 1.4%となった．同位置断面の横せん断ひずみについて断面変形梁 [8] による解と参照解との相対差 L^2 ノルムを求めると 7.3%となった．以上から，本手法は Poisson 効果を考慮していない断面変形梁と比較して精度が向上している．

4. おわりに

本研究では Poisson 効果を考慮可能な梁理論を構築した．非均質断面梁に対して本理論を適用し，連続体要素による数値解析結果を参照解として比較を行った．その結果，Poisson 効果を考慮していない断面変形梁 [?] と比較して精度が改善されることを示した．

参考文献

1) Reddy, J.N.: A Simple Higher-Order Theory for Laminated Composite Plates, *J. Appl. Mech.*, Vol.51, pp.745-752, 1984.
2) Chandrashenkhara, K., Bangera, K.M.: Free vibration of composite beams using a refined shear flexible beam element, *Comput. Struct.*, Vol.43, No.4, pp.719-727, 1992.
3) Ma, H.M., Gao, L.-H., Reddy, J.N.: A microstructure-dependent Timoshenko beam model based on a modified couple stress theory, *J. Mech. Phy. Solids*, Vol.56, pp.3379-3391, 2008.
4) Wang, B., Zhao, J., Zhou, S.: A micro scale Timoshenko beam model based on strain gradient elasticity theory, *Europ. J. Mech. A/Solids*, Vol.29, pp.591-599, 2010.
5) Faroughi, S., Shaat, M.: Poisson's ratio effects on the mechanics of auxetic nanobeams, *Europ. J. Mech. A/Solids*, Vol.70, pp.8-14, 2018.
6) Chadha, M., Todd, M.D.: A comprehensive kinematic model of single-manifold Cosserat beam structures with application to a finite strain measurement model for strain gauges, *Int. J. Solids Struct.*, Vol.159, pp.58-76, 2019.
7) Schaefer, P.-L., Chagnon, G., Moreau-Gaudry, A.: 3D small strain large deflection beam shape sensing including poisson effect, *Eng. Struct.*, Vol.209, 109948, 2020.
8) 斉木 功, 鄭 勲: せん断遅れと横せん断による断面変形を統一的に考慮した梁理論, 土木学会論文集 A2, Vol.77, No.1, pp.1-11, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

構梁・高架橋群における下部工単体の固有振動数同定法の提案
Natural frequency identification method for a substructure in bridges and viaducts

和田　一範（鉄道総合技術研究所）　　坂井　公俊（鉄道総合技術研究所）
Kazunori WADA, Railway Technical Research Institute
Kimitoshi SAKAI, Railway Technical Research Institute
E-mail: wada.kazunori.73@rtri.or.jp

We have proposed a method to identify the natural frequency of a substructure from the data obtained by measuring the vibration of bridges and viaducts. In the method, the natural frequency of a substructure can be theoretically calculated by using the undamped natural frequency and natural modes of the whole structure. The eigenvalue analysis was performed, and it was shown that the natural frequency of the substructure can be identified by the proposed method.

１．はじめに

道路や鉄道の橋梁・高架橋は，支承を介して複数の上部工・下部工が連続した群を構成している．このため，振動計測から得られる固有振動数などの振動特性は，隣接構造物の振動の影響を含んだ構造全体系としての特性である．これは，道路橋を対象とした橋脚単体と構造全体系の実測比較 [1]や鉄道構造物群の連成に関する実測および解析的検討 [2]などの研究事例を見ても明らかである．

振動計測で得られる構造全体系の振動特性は，構造物の健全度判断に活用されてきた．特に鉄道分野では，橋梁・高架橋群の構造全体系の固有振動数を指標として，下部工の健全度を評価する衝撃振動試験 [3),4)]が長年に亘り活用されている．下部工の損傷や安定性の低下は，構造全体系の固有振動数の低下を招くため，本手法は有効な非破壊検査法の１つといえる．その一方で，局所的な下部工の損傷が構造全体系の固有振動数の変化に与える影響は限定的であるとともに，隣接する構造物の違いによってもその影響度は変化すると考えられる．そのため，下部工の固有振動数の低下が判断できるようになれば，より直接的かつ正確に健全度を判断できる可能性がある．

そこで，支承を介して複数の上部工・下部工が連続した橋梁・高架橋群をばねマスモデルで表現し，振動計測等で得られる構造全体系の振動特性から下部工単体の剛性に直接関係する下部工単体の固有振動数を同定する手法を提案する．本稿では運動方程式の理論展開による提案手法の概要を述べた後，固有値解析による妥当性の検証を行う．

２．下部工単体の固有振動数同定法

本章で述べる理論展開は下記前提条件のもと行う．

・橋梁・高架橋群は弾性挙動をする
・剛性の振動数依存性は考慮しない
・減衰は Rayleigh 減衰等の比例減衰型の特性とする

橋梁・高架橋群（Fig. 1）をばねマスモデル（Fig. 2）で表現し，このモデルの減衰自由振動問題を考える．この問題の運動方程式は下記となる．

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{X} = \boldsymbol{0} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{M}$ は質量行列，$\boldsymbol{C}$ は減衰行列，$\boldsymbol{K}$ は剛性行列を表し，$\boldsymbol{X}$ は各質点の変位ベクトルである．上式の解として調和振動解を仮定すると，下記の形で表せる．

$$\boldsymbol{X} = \{r_1 \quad r_2 \quad \cdots \quad r_{2n+1}\}^T e^{\lambda t \pm i\phi}, \lambda = -\sigma \pm i\omega_D \tag{2}$$

ここで λ は固有値であり，構造全体系の減衰固有円振動数 ω_D とモード減衰定数 σ で表される．また，r_1～r_{2n+1} は各変位振幅，ϕ は位相角である．式(1)に式(2)を代入して整理すると下式となる．

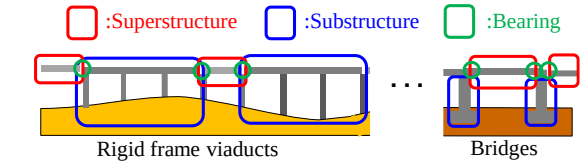


Fig. 1 Image of bridges and rigid frame viaducts

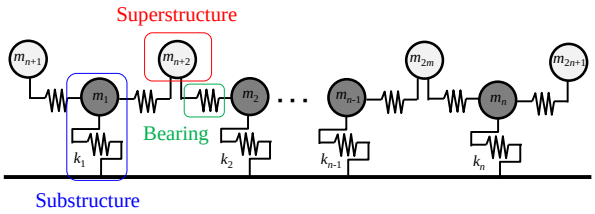


Fig. 2 Multi-degree-of-freedom spring mass model

$$\sum_{i=1}^{n}(\lambda C_i + \Omega_i^2)M_i R_i = -\lambda^2 \sum_{i=1}^{2n+1} M_i R_i \tag{3}$$

ここで，l を着目する下部工の添え字として

$$C_i = \frac{c_i}{m_i}, \Omega_i^2 = \frac{k_i}{m_i}, M_i = \frac{m_i}{m_l}, R_i = \frac{r_i}{r_l} \tag{4}$$

と表現している．なお，Ω_i は下部工 i 単体の固有円振動数に相当する．式(3)について実部=虚部=0 の条件を適用すると j 次モードに関して次式が成り立つ．

$$\sum_{i=1}^{n}\Omega_i^2 M_i R_{ji} = \omega_j^2 \sum_{i=1}^{2n+1} M_i R_{ji} \tag{5}$$

ここで，ω_j は j 次の非減衰固有円振動数である．式(5)を見ると，未知数は $\Omega_i(i=1,2,\cdots,n)$ の n 個であり，質量比 M_i は設計図書等から算定することができる．そのため，n 組の非減衰固有円振動数 ω_j と固有モード R_{ji} を何らかの方法で評価できれば下部工 i 単体の固有円振動数 Ω_i を求めることができる．

なお，通常想定される橋梁・高架橋の減衰定数（数%）であれば，非減衰固有円振動数は減衰固有円振動数に置き換えても同定精度への影響が小さいことを別途確認している．そのため，実測においては，橋梁・高架橋群の上部工，下部工の複数点にセンサを配置した地震観測や微動観測等を行い，得られた応答波形に FDD（Frequency Domain Decomposition）法 [5)]等を適用することにより，構造全体系

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1 Verification analysis case

Case	M_2	M_3	M_4	M_5	M_6	M_7	F_1(Hz)	F_2(Hz)	F_3(Hz)	F_4(Hz)	F_5(Hz)	F_6(Hz)	F_7(Hz)
1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
2	1.50	2.00	2.50	0.50	0.75	1.25	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
3	1.50	2.00	2.50	0.50	0.75	1.25	2.00	1.20	3.33	5.00	10.00	2.50	1.67

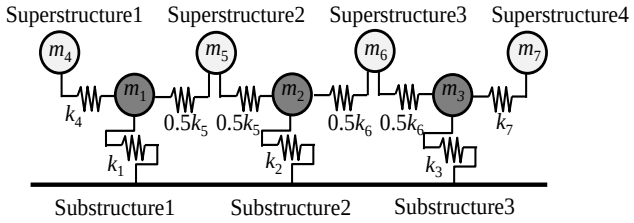


Fig. 3 Verification analysis model

Table 2 Result of eigenvalue analysis

Case	Mode	Natural frequency (Hz)	Effective mass ratio
1	1st	1.15	0.96
	2nd	1.27	0.00
	3rd	1.71	0.01
2	1st	0.99	0.47
	2nd	1.34	0.43
	3rd	1.72	0.03
3	1st	1.12	0.71
	2nd	1.53	0.16
	3rd	2.37	0.02

の減衰固有振動数と固有モードを求めることで，下部工単体の固有振動数が同定できると考えられる．

３．固有値解析による手法の妥当性検証

固有値解析により解析的に構造全体系の固有振動数や固有モードを算定し，提案手法により下部工単体の固有振動数が同定可能か検証する．下部工 3 基・上部工 4 連の 7 自由度モデル（Fig. 3）を対象に Table 1 に示す 3 ケースで検討した．パラメータの設定において，下部工 1 の質量 m_1 は 1 に基準化し，質点 i との質量比 $M_i=m_i/m_1$ を変化させた．また，支承の剛性や下部工の剛性を表すばね値 k_i は，それぞれ単体としての固有振動数 F_i を設定し，それらを基に $k_i=4\pi^2 m_i^2 F_i^2$ と換算して設定した．なお，ここでは手法の妥当性検証に主眼を置いているため，各パラメータは実際の橋梁・高架橋群を想定しておらず仮想の値である．

Case1～3 の構造全体系の固有振動数 f，有効質量比を Table 2 に示し，Case3 の 1～3 次の固有モードを Fig. 4 に示す．各モードの固有振動数からは下部工単体の固有振動数（F_1～F_3）を判断できないことがわかる．次に，各 Case の 1～3 次モードの固有振動数および固有モードを活用し，式(5)により算定した各下部工単体の固有振動数を Fig. 5 に示す．図には設定した正解値も併せて示すが，各 Case，各下部工の固有振動数が正確に同定できていることがわかる．以上より，橋梁・高架橋群をモデル化したばねマスモデルにおいて，構造全体系の固有振動数および固有モードが推定できれば，提案手法により下部工単体の固有振動数を同定できることが示された．

４．おわりに

本研究では支承を介して複数の上部工・下部工が連続した橋梁・高架橋群をばねマスモデルで表現し，減衰自由振動問題を理論展開することで，構造全体系の固有振動数および固有モードから下部工単体の剛性に直接関係する固有

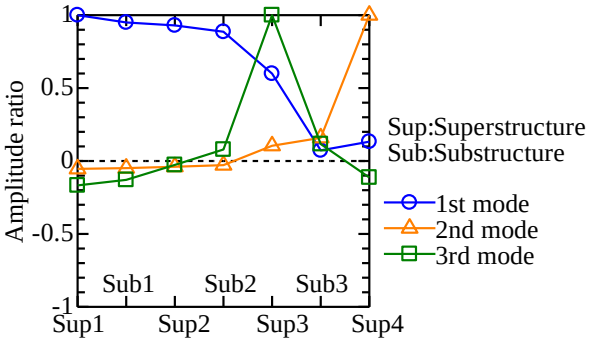


Fig. 4 Natural mode (Case3)

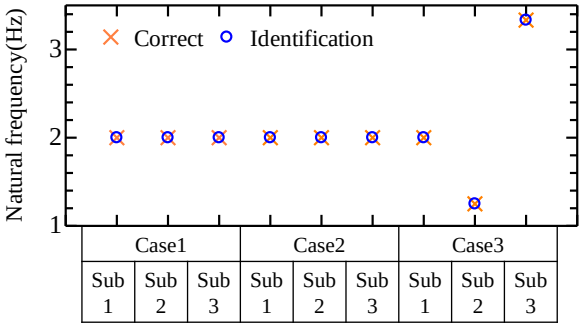


Fig.5 Identification of natural frequency for a substructure

振動数を同定する手法を提案した．そして，固有値解析により提案手法の妥当性を検証した．構造全体系の固有振動数および固有モードは，地震・微動観測等の振動計測によって推定可能と考えられる．そのため，本手法を用いることで下部工単体の剛性の変化を把握できる可能性があり，従来の構造全体系の固有振動数の変化で判断してきた下部工の健全度評価 [3),4)]の精度向上が期待できる．今後は振動計測結果の活用を想定し，橋梁・高架橋群の骨組モデルに対する動的解析結果を基に，下部工単体の固有振動数を同定することで提案手法の更なる妥当性検証を行う．

参考文献

1) 中島章典，中野喜代美，中村晋：常時微動に基づく独立橋脚および橋梁完成系の振動特性の把握，構造工学論文集 Vol.56A，pp.305-315，2010
2) 徳永宗正，曽我部正道，谷村幸裕，小野潔：常時微動測定に基づく鉄道高架橋の等価固有周期の推定手法，土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol.71，No.1，pp.72-86，2015
3) 西村昭彦，棚村史郎：既設橋梁橋脚の健全度判定法に関する研究，鉄道総研報告 Vol.3，No.8，pp.118-127，1989
4) 西村昭彦：ラーメン高架橋の健全度評価法の研究，鉄道総研報告 Vol.4，No.9，pp.14-21，1990
5) Brincker, R., Zhang, L. and Anderson, P. : Modal Identification from Ambient Response Using Frequency Domain Decomposition, Proceedings of 18th International Modal Analysis Conference, San Antonio, Texas, pp.625-630, 2000

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

モード解析によるセルフモニタリングベンダーエレメントの振動特性
Vibration Characteristics of Self-Monitoring Bender Element Identified by Modal Analysis

荻野　俊寛（秋田大・理工）
Toshihiro OGINO, Akita University
E-mail: ogino@gipc.akita-u.ac.jp

For the purpose of accuracy improvement of travel time determination for bender element test, vibration characteristics of a bender element has been investigated using modal analysis. Based on 25 responses of the motion directly measured on the bender element, the motion has been described by superposition of four modes with predominant frequencies below 50 kHz. By the estimated mode shapes, it has been revealed that bending motions in the width direction are dominant in the second to fourth modes, while a simple bending motion of a cantilever plate in the length direction is observed in the first mode.

１．はじめに

ベンダーエレメント(BE)法による土供試体の S 波速度測定は，受信波の立ち上がり点やピーク点が必ずしも波の到達時刻と一致せず，適切な伝播時間の決定が困難な場合がある。近年の研究によってその原因のひとつが BE 自身の振動特性にあることがわかってきた [1), 2)]。また，著者は BE の振動特性を取り除くことで，伝播時間の測定精度が飛躍的に向上することを数値解析によって示した [2)]。本報告は実際の BE の振動特性を明らかにするため，レーザー変位計によって振動を直接計測し，その振動をモード解析によっていくつかのモードの重ね合わせで近似した。

２．実験

レーザー変位計を用いて BE の振動特性を大気中で直接測定した。実験に用いた BE および試験装置の概略を図-1 に示す。BE 中央付近のモニタリング部は自身の変形によって発生する電圧をフィードバックさせるために周囲から絶縁されており，この部分は電圧を印加しても伸縮運動を発生しない。

実験では底部を剛に固定した BE に入力波 $x(t)$としてスイープ波を入力し振動させ，レーザー変位計によってその変位応答 $y(t)$を計測する(図-2)。レーザー変位計のヘッドは微動台上に固定されており，0.5mm ずつ移動させながら測定を 300 回繰返し，BE の振動を面的に計測した。

３．測定されたベンダーエレメントの振動特性

実験から，計測点ごとに周波数応答関数 $H_{yx}(f)$が 300 点得られる。図-3 に代表的な点における $H_{yx}(f)$のスペクトルを示す。振幅スペクトルは 4kHz 周辺および 25kHz 周辺にピークを示し，二つの固有振動数を持つことがわかる。また，固有振動数周辺でπの位相変化が見られることから，この系は多自由度の減衰振動を示すことがうかがえる。

いったん周波数応答関数が得られると，任意の入力 $x(t)$に対する応答は式(1)で計算することができる [3)]。

$$Y(f) = H_{yx}(f)X(f) \tag{1}$$

ここに，$X(f)$，$Y(f)$はそれぞれ，$x(t)$，$y(t)$のフーリエ変換である。$X(f)$として振動数 f_i= 4kHz および 25kHz の 1 波長の sin 波を入力した場合の BE の変形を可視化し，図-3 に示す。f_i= 4kHz の場合，長さ方向の曲げ振動が観察されているが，f_i= 25kHz の場合，BE 両端部の振幅が中央部よりも大きく，中心線を対称とした幅方向の振動が卓越している。このことから，25kHz 周辺の固有振動数は幅方向の曲げ振動によるものと推察される。

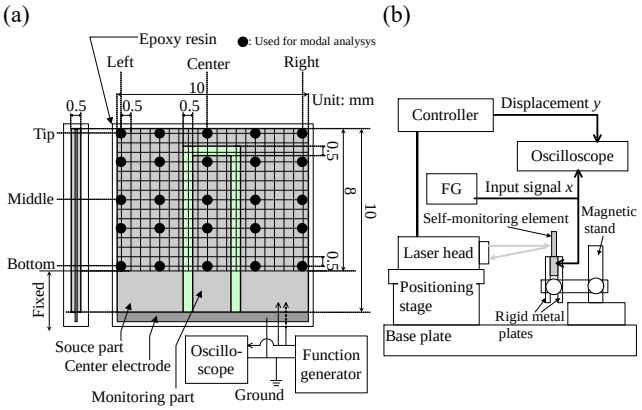


Fig. 1 Schematic diagram of bender element (a) and experimental set-up (b).

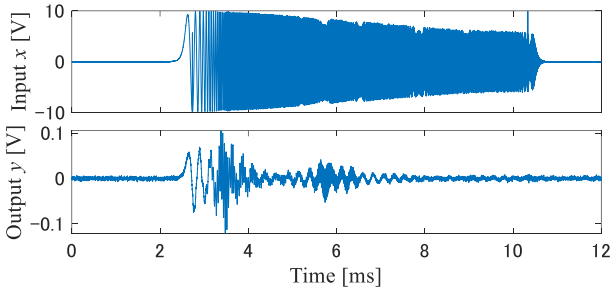


Fig. 2 Input sweep signal $x(t)$ and its response $y(t)$ at the tip center of the bender element.

４．ベンダーエレメント変位のモード解析

BE の振動をいくつかの固有振動数を持つ減衰振動の重ね合わせとして近似的に表現する。解析には上記の 300 点の計測点のうち，25 点を用いた(図-1)。図-3 から全ての計測点で 2 つのピーク点が観察されたことを踏まえ，モード数は 2 と設定した。次に，プロニーの方法を用いて計測点 i における n 次モードの振動を BE の変位 $y_{n,i}(t)$で近似し，モードの直交性から全体の変位 $y_i(t)$を $y_{n,i}(t)$の級数として式(3)で表した。

$$y_{n,i}(t) = 2|\phi_{n,i}|\exp(-d_n f_n t)\cos(2\pi(f_d)_n t + \theta_{n,i}) \tag{2}$$

$$y_i(t) = \sum_{n=1}^{2} y_{n,i}(t) \tag{3}$$

ここに，d_n は n 次モードの減衰比，$\phi_{n,i}$ は各計測点のモード形状である。$\theta_{n,i}$ は$\phi_{n,i}$ のなす角である。また，f_n=$(f_d)_n$/(1-d_n^2)$^{0.5}$ である。近似の結果，25 の計測点において周波数応答関数

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

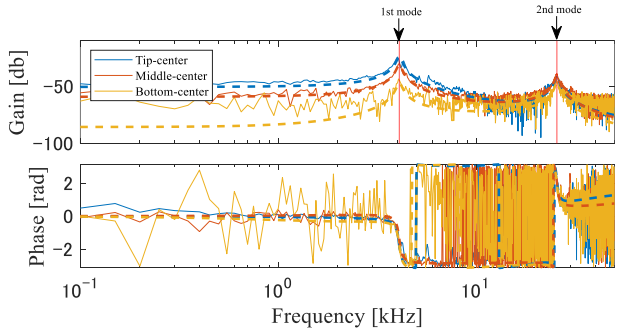


Fig. 3 Frequency responses observed (solid lines) and reconstructed by Eq. (2) (dashed lines) at representative points.

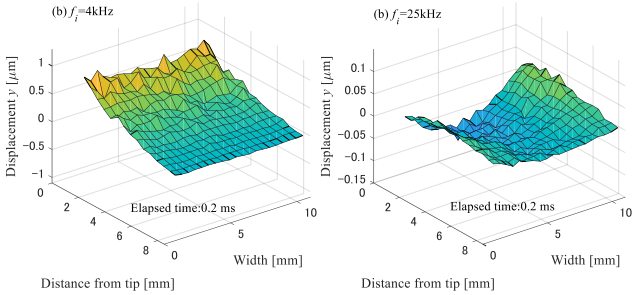


Fig. 4 BE motion reconstructed by Eq. (1) for different one cycle sine input, (a) f_i = 4kHz, and (b) f_i = 25 kHz. The right side edges in the foreground correspond to the fixed bottom in Fig. 1(a).

の振幅スペクトルから安定的に観察される固有振動数，減衰比，およびモード形状を抽出した。

図-3 に抽出された固有振動数$(f_d)_n$ の位置を示す。また，代表例として，図-5 に先端中央の計測点における近似された $y_{n,i}(t)$および $y_i(t)$の時刻歴を示す。固有振動数が最も小さい 1 次モードは 2 次モードよりも支配的であり，1ms の時点でも比較的大きな振幅で継続している。2 次モードは応答の初期では大きな振幅を保持しているが，減衰が速く 1ms 程度でほぼ収束している。2 つのモードの和である $y_i(t)$は，明瞭に 1 次モードと 2 次モードを識別することができる。

図-5 に示す $y_{n,i}(t)$を全ての計測点について集めることで各モードでの BE の面的な振動の様子，すなわちモード形状を知ることができる。これは $y_{n,i}(t)$のフーリエ変換の虚部と相似な関係にあるので，その値を用いて各モードにおけるモード形状を可視化した(図-6)。図-4 の BE の形状は 1 次および 2 次のモード形状と 1 次モードの形状は固定端を支点に先端にいくほどたわみが大きくなる，片持ち板の単純曲げとなっている。この運動が供試体への S 波生成に寄与していると考えられる。一方，2 次モードの形状は中心線を対称に，幅方向の曲げが卓越しており，これまで仮定されてきた BE の挙動とは大きく異なる。このことは，BE を高周波領域で駆動した場合，想定とは異なる波が供試体中に生成されることを意味している。硬質な供試体に対する BE 試験では高周波の送信波を用いる必要があり，このような条件下では受信波形上で S 波の到達点が不明瞭となる問題がしばしば発生する。この問題の発生要因として高周波における BE のこのような挙動が寄与している可能性がある。

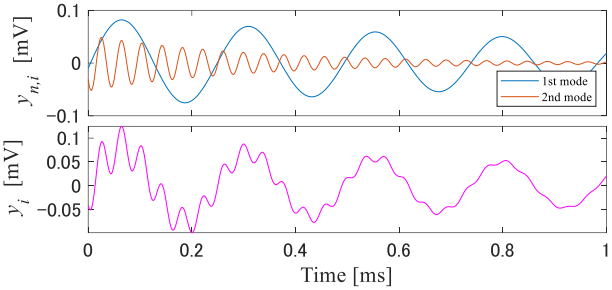


Fig. 5 Time series of BE motion reconstructed from Eq. (2) and Eq. (3) at the tip center.

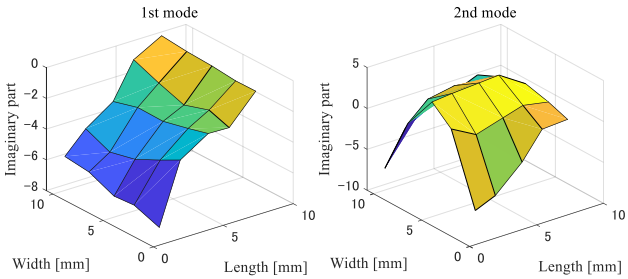


Fig. 6 Mode shapes identified by Eq. (2). The right side edges in the background correspond to the fixed bottom in Fig. 1(a).

5．まとめ

受信波形から BE の振動特性を取り除くことは，BE 法による土供試体の S 波速度測定の精度向上につながる。それを念頭に，モード解析によって BE の振動特性を明らかにした。本報告から得られた知見は以下の通りである。

- セルフモニタリング部を持つ BE の自由振動を 50kHz 以下の級数として近似した。
- 低周波領域で卓越する 1 次のモード形状は片持ち板の単純曲げであり，これまで仮定されていた BE の挙動と一致した。一方，高周波領域では想定と大きく異なる挙動が現れ，その形状は幅方向の曲げが卓越する高次モードの重ね合わせであることがわかった。

なお，実際の実験では BE は供試体中に挿入されており，本報告の実験のように振動を直接計測することはできないため，セルフモニタリング等によるフィードバック信号から BE の振動特性を評価することで，S 波速度測定の精度向上が可能になると考えられる。

謝辞：本研究の実施にあたり科研費(18K04342)の助成を受けた。ここに記して謝意を表す。

参考文献

1) Ogino, T.: Travel time observation using numerical simulation of bender element testing in time and frequency domain, Soils and Foundations, 59(3), pp.657-670, 2019.
2) Irfan, M., Cascante, G., Basu, D., and Khan, Z.: Novel evaluation of bender element transmitter response in transparent soil, Géotechnique, 70(3), pp. 187-198, 2020.
3) Ogino, T., Mitachi, T., Chan, K. H., Oikawa, H., and Tsushima, M.: A method for received waveform reconstruction based on bender element test using frequency-swept signal. Soils and foundations, 48(2), 287-295, 2008.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

樹木のテーパー形状が限界高さに与える影響
Effects of Tree Tapered Form on Critical Height

金浜　瞳也（北大・工）　　藤村　高憲（北大・工）　　佐藤　太裕（北大・工）
Tohya KANAHAMA, Hokkaido University
Takanori FUJIMURA, Hokkaido University
Motohiro SATO, Hokkaido University
E-mail: kanahama.toya.q1@elms.hokudai.ac.jp

The purpose of this study is to derive the theoretical solution of critical height for self-weight buckling in tapered trees and clarification the mechanical rationalities of tapered form. We model trees as cylinder with various tapers and derive theoretical solutions by effectively using boundary and mechanical conditions. By this study, the theoretical solutions of critical height in tepered trees were derived and the mechanical rationalities of the tapered form was theoretically clarified. The validity of the theoretical solution of this study has been confirmed by FEM analysis.

１．はじめに

近年, 生体が進化の過程で獲得した合理性に着想を得て, 様々な形で応用する「生物形態模倣」が注目されている．これまでに，最終著者らは土木工学における生物形態模倣の研究対象として自然界に生息する竹に焦点を当て，その特異な構造形態が有する力学的合理性を明らかにした[1)]．

これを踏まえ，著者らは竹と同様に自立する植物である樹木に注目した．樹木は竹と異なり中実な断面の円柱構造であり，かつ質量の大きな枝葉を有していることから，樹木は幹や枝の形状および組織構造により上部の重さを巧みにコントロールする能力が求められ，その形態には自重座屈に対する合理性が秘められていると考えたためである．

樹木の自重座屈に関する既往の研究として, Karman ら[2)]は樹木を断面が高さ方向に変化しない円柱としてモデル化し，樹木の自重座屈に対する限界高さの理論解を導いた．また，Dargahi ら[3)]は実在の樹木にさらに近いテーパー形状を考慮したモデルの有限要素解を導いている．以上のように, 樹木の限界高さに関する研究は様々に行われてきたが, 樹木のテーパー形状が有する自重座屈に対する合理性を理論的に明らかにした限界高さの理論解は求められていない．

本研究は，テーパーを有する樹木の自重座屈に対する限界高さの理論解を導出し，樹木がテーパーを有することによる力学的な合理性を明らかにすることを目的とする．Karman らが円柱モデルに用いた自重座屈に対する限界高さの導出方法に修正を加え，円錐・円錐台・円柱モデルに統一的に適用可能な限界高さの理論解を導出する．樹木を断面半径が一次式で変化する片持ち梁としてモデル化し，力のつり合いからたわみ角に関する微分方程式を導出してその一般解を求め，適当な境界条件および機械的制約条件を考慮することにより限界高さの理論解を求める．最後に有限要素法を用いた数値解析を実施して本研究の理論解の妥当性を検証し，樹木のテーパー形状が有する力学的合理性を理論的な観点から明らかにする．

２．テーパー付きモデルの限界高さの導出

まず, Karman らが導いた半径が高さ方向に変化しない円柱モデルの自重座屈に対する限界高さの式を次に示す．

$$l_c = \left(2\frac{E}{\gamma}\right)^{1/3} r_l^{2/3} \tag{1}$$

ここに，l_cは限界高さ，Eは弾性係数，γは単位体積重量，r_lは固定端半径である．Karman らの式にはテーパーの影響が考慮されておらず，樹木形態の合理性を説明できない．

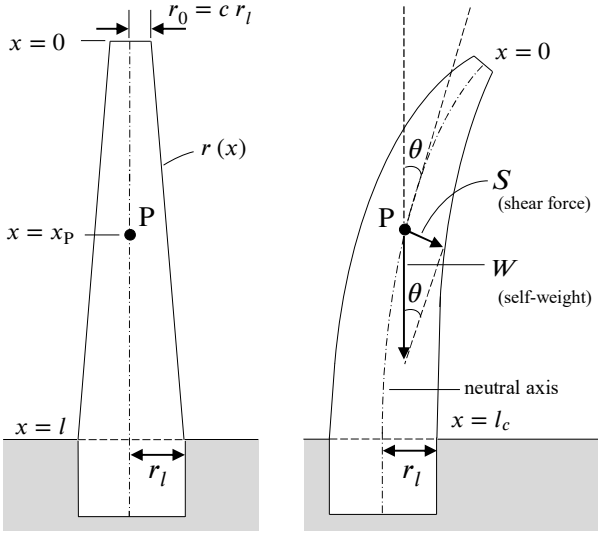


Fig.1 Calculation model in this study

そこで，本研究では樹木を Fig.1 に示すような半径が高さ方向に一次関数の形で変化する片持ち梁として考え，そのときの限界高さ式を導出する．自由端側($x = 0$)の半径をr_0，固定端側($x = l$)の半径をr_lと表記し，自由端半径は固定端半径に比例するものと考え，その比例定数をcとおく．このとき，半径は次式で表される．

$$r(x) = \left\{\frac{(1-c)}{l}x + c\right\} r_l = (\Lambda x + c)\, r_l \tag{2}$$

次に，点 P($x = x_P$)における力のつり合いを考える．定式化の簡単のためにたわみ角θが微小であるものとすれば，せん断力$S(x)$は次式で得られる．

$$S(x) \approx \alpha\gamma\pi(\Lambda x + c)^2 r_l^2 \theta \tag{3}$$

ここに，係数αは点 P より上側の円錐台の体積（V_1）を点 P における半径を持つ円柱の体積（V_2）を用いて表すための体積補正係数（$\alpha = V_1/V_2$）であり，簡単のためにここではxによらない定数とする．ここで, 弾性曲線方程式より曲げモーメントを求め，その一階微分と式(3)のせん断力が等しくなる関係を用いると，たわみ角に関する次の線形二階微分方程式が得られる．

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{4\Lambda}{(\Lambda x + c)}\frac{d\theta}{dx} + \frac{4\alpha\gamma x}{E r_l^2 (\Lambda x + c)^2}\theta = 0 \tag{4}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

式(4)の微分方程式において, Karman ら [2]の方法と同様に適当な変数変換（$\xi(x)=\omega(\Lambda x+c)$）を行うことにより，解くべき最終的な微分方程式が得られる．これを解くと，次の一般解が得られる．

$$\theta(\xi)=\frac{1}{8}C_1\xi^{\frac{1}{2}(A_2-3)+\frac{1}{2}A_1}\,\Gamma(1+A_2)\,J_{A_2}\left(4\sqrt{\xi}\right)+\frac{1}{8}C_2\xi^{\frac{1}{2}(A_1-3)+\frac{1}{2}A_1}\,\Gamma(1+A_1)\,J_{A_1}\left(4\sqrt{\xi}\right) \tag{5}$$

ここに，C_1およびC_2は任意定数，$J_\nu(x)$は次数νの第一種 Bessel 関数，$\Gamma(x)$は Gamma 関数を表す．この一般解に片持ち梁の境界条件を適用して限界高さを求めるが，式(5)の一般解は微分が困難であり，任意定数の決定が難しい．

そこで，本研究では固定端側の境界条件のみに着目し，境界条件を満足するときのξを求めて変数変換式から限界高さを導出する．ここで，A_1およびA_2が整数に限りなく近いとすると，式(5)の右辺第一項と第二項は概ねゼロになる．この性質を利用すると，次の方程式が得られる．

$$l_c=(1-c)\left(\frac{j_{A_1,1}^2}{32\alpha}\right)^{1/3}\left(2\frac{E}{\gamma}\right)^{1/3}r_l^{2/3} \tag{6}$$

ここに，$j_{A_1,1}$は次数A_1の第一種 Bessel 関数の一番目のゼロ点を表す．上式の右辺におけるA_1に限界高さl_cが含まれており，式(6)を解いて限界高さを決定する必要があるが，A_1の数だけ限界高さの解が存在するため，A_1を特定しなければ限界高さを決定することが出来ない．

この問題を解決するために，適当な機械的制約条件を導入する．まず，式(6)の限界高さ式において，Karman らの式に含まれない係数部分を次の形式で表すことを考える．

$$l_c=f(c)\left(2\frac{E}{\gamma}\right)^{1/3}r_l^{2/3} \tag{7}$$

この$f(c)$をテーパー関数と呼ぶこととし，簡単のためにテーパー比cのみで変化する関数であると仮定する．

ここで，円柱・円錐台・円錐モデルにおける自重座屈に対する限界高さを比較すると，先細りが鋭くなるほど限界高さが大きくなることが考えられる．この機械的制約条件を利用し，A_1がほぼ整数であるという条件を踏まえつつ，テーパー比$c=1$の円柱の場合から$c=0$の円錐の場合にかけて連続的に機械的制約条件を満足する最小の次数A_1およびテーパー関数$f(c)$を求め，その結果から近似曲線を得ることでテーパー関数を決定する．

以上の方法を用いてテーパー関数を決定し，それを式(7)に代入することにより，テーパー付き樹木の限界高さ理論式は結果として次式で得られる．

$$\text{累乗}:l_c=c^{-1/6}\left(2\frac{E}{\gamma}\right)^{1/3}r_l^{2/3} \tag{8}$$

$$\text{多項式}:l_c=(0.5c^2-1.0c+1.5)\left(2\frac{E}{\gamma}\right)^{1/3}r_l^{2/3} \tag{9}$$

3．数値計算例とテーパー形状の合理性の考察

式(8), (9)から得られる本研究の理論解の妥当性を確認するため, 理論解と有限要素法から得られる解の比較を行う．計算モデルは Fig.1 に示すような円錐台形の片持ち梁であり，諸元は Adam[4] が示したものを参考とする．固定端半径$r_l=0.23$ m, モデル密度$\rho_m=526$ kg/m^3, 弾性係数$E=1.1\times10^{10}$ kg/m^{2}とし，モデル高さは Karman ら [2] の式より得られる$l_m=60.8$ mとする．

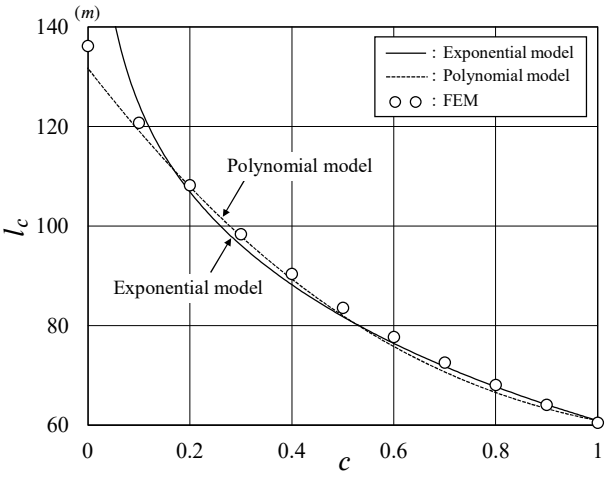


Fig.2 Calculation results of theoretical and FEM solutions

これらの条件の下，本研究の理論式から得られる理論解と Dargahi ら [3]の方法から得られる有限要素解を計算した結果を Fig.2 に示す．実線が式(8)の累乗モデル，点線が式(9)の多項式モデル，○印が有限要素解の計算結果を表す．

図より，二つの理論解はともに有限要素解とよく一致しており，その妥当性が確認できる．また，本研究で導出した理論式より，テーパーを有する場合も円柱モデルと同様に限界高さは半径の 2/3 乗に比例し，自由端半径と固定端半径の比の 1/6 乗に反比例することが分かった．本研究の理論式は，樹木が生息環境下において十分に強度が発現できない場合や，抵抗力確保のために大きな重量を必要とする場合でも，テーパー形状を巧みに操作することで必要な樹高の獲得を実現できる可能性を示唆している．

4．まとめ

本研究では，自立する植物である樹木が持っていると考えられる力学的合理性を明らかにするために，円錐・円錐台・円柱モデルに統一的に適用できる自重座屈に対する限界高さ式を導出した．また，有限要素解析を行って本研究の理論解の妥当性を検証するとともに，理論解から考えられる樹木の形態が有する合理性について考察を行った．

今後は，半径が二次関数で与えられる場合や枝の分布形態および樹冠を考慮した限界高さの導出などを行い，樹木の形態が有する合理性を深部まで探っていく予定である．

謝辞

本研究は科研費基盤研究(A)（18H03818, 研究代表者 : 佐藤太裕）により実施されました．この場をお借りし関係各位にお礼申し上げます．

参考文献

1) 佐藤太裕，谷垣俊行，佐藤論佳，島　弘幸，井上昭雄 : 竹の節・組織構造が織り成す円筒体としての合理的な構造特性の理論的解明，土木学会論文集, Vol. 72, No.4, pp.I_25-I_34, 2016.
2) von Karman, T. and Biot, M. A. : Mathematical Methods In Engineering, Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1940.
3) Dargahi, M., Newson, T. and Moore, J. : Buckling behavior of trees under self-weight loading, Forestry, Vol.92, No.4, pp.393-405, 2019.
4) Adam, J.A. : *Mathematics in nature*, Princeton, Princeton Univ. Press, 2003.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

交点クランプを有する 2 ケーブルの同時張力推定手法の改良

Improvement of Simultaneous Tension Estimation Method for 2 Cables with A Clamp

高鶴　憲正（京都大・工）　古川　愛子（京都大・工）　鈴木　実（神鋼鋼線工業株式会社）
Kensho KOZURU, Kyoto University
Aiko FURUKAWA, Kyoto University
Minoru SUZUKI, Shinko Wire Company
E-mail: kozuru.kensho.48n@st.kyoto-u.ac.jp

A Nielsen-Lohse bridge is a structure in which 2 or more cables are connected by clamps. At present, tension of a cable is estimated from natural frequencies using high-order vibration method by removing clamps. However, it takes a lot of effort and time. Yamada et al. proposed the simultaneous tension estimation method for 2 cables with a clamp, but the accuracy of experimental verification was not enough because the boundary conditions of the cables were regarded as simple supports. In this paper, a new tension estimation method for a Nielsen-Lohse bridge is proposed which considers the boundary conditions as rotating springs. It was confirmed that the new method has higher accuracy through the experiments.

１．研究の背景と目的

本研究対象であるニールセンローゼ橋はケーブル構造物の一つであり，2 本または 2 本以上のケーブルが交点クランプで連結されている．施工及び維持管理する上でケーブルの張力が設定張力を満足しているか確認する必要があり，現在は交点クランプを取り外し，高次振動法 [1]等を各ケーブルに適用することで張力を推定している．しかし，交点クランプの取り外し・取り付け作業には多くの労力や時間がかかる．そこで山田らは交点クランプを取り付けたまま 2 本のケーブルの張力を同時に推定する手法 [2]を提案したが，ケーブルの両端を単純支持と仮定しているため，固定端であると考えられる模型実験では精度良く張力を推定することができなかった．そこでケーブルの両端が回転ばねであるとして定式化し，山田らの手法よりも推定精度を向上させることを本研究の目的とする．

２．張力推定手法の提案

まず単一ケーブルの張力推定手法である高次振動法について説明する．加速度センサを設置したケーブルを加振し，得られた加速度波形をフーリエ変換することで固有振動数 f_i を求めることができる．ケーブルの密度ρ，断面積 A，長さ L とモード次数 i の固有振動数 f_i を式(1)に代入すると，未知数である張力 T と曲げ剛性 EI に関する式が次数の数だけ立式でき，それらに最小二乗法を適用して張力を推定することができる．しかし式(1)は 1 本のケーブルに対して適用できる張力推定式であり，交点クランプによって 2 本のケーブルが繋がれている構造に対しては適用することができない．

$$f_i^2 = \frac{\pi^2 EI}{4\rho AL^4} i^4 + \frac{T}{4\rho AL^2} i^2 \tag{1}$$

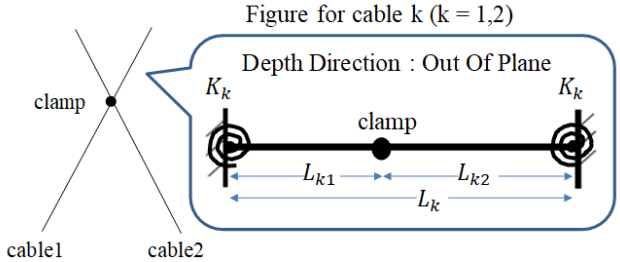


Fig.1 Analytical model of 2 cables with a clamp

本研究では Fig.1 に示すような, 交点クランプを有し両端が回転ばねである 2 ケーブルモデルを対象とした新たな張力推定式を考える．まずケーブルを張力のかかったはりとみなすと，面外方向たわみの振動方程式は式(2)で表せる．次に 2 ケーブルが交点クランプにより 1 点で結合された状態，かつ両端回転ばねの境界条件のもと式(2)を解くと式(3)が得られる．ここで式(3)は山田らの手法に回転ばねを考慮したものであり，交点変位で除して正規化したため交点変位が 0 となる場合には成立しないことが判明した．そこで交点変位が 0 となる場合を考慮するために交点変位に相当する項を式(3)にかけると式(4)が得られる．

$$EI\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - T\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \tag{2}$$

$$\frac{E_1 I_1}{E_2 I_2} \cdot fun1^i + fun2^i = 0 \tag{3}$$

$$\left(\frac{E_1 I_1}{E_2 I_2} \cdot fun1^i + fun2^i\right) \cdot fun3^i \cdot fun4^i = 0 \tag{4}$$

ここに，$funN^i$(N=1,2,3,4)は i 次固有振動数と各ケーブルの張力，曲げ剛性（E_1I_1，E_2I_2），回転剛性，密度，断面積，長さを含む関数であり，下付き文字はケーブル番号を示す．密度，断面積，長さと面外方向の固有振動数を式(4)に代入した時に左辺が 0 になるという制約条件を用いて 2 本のケーブルの張力 T_1, T_2 を推定する．副次的に，2 本のケーブルの曲げ剛性と回転剛性も推定される．式(4)は高次振動法の式(1)と異なり，固有振動数の次数を特定する必要がないという利点がある．

数値実験において，同種の 2 ケーブルまたは異種の 2 ケーブルが繋がれているケース, 交点位置を変更したケース，ケーブル長さが異なるケースの全 42 モデルについて, 誤差 5%以内の精度で張力が推定できることを確認した．

３．模型実験による検証

提案式の妥当性を検証するために，山田らの模型実験結果を用いて張力の推定を行った．実験装置の概要は Fig.2 に，推定に用いたケーブル諸元を Table 1 に示す．張力の真値と推定結果を Table 2 に示す．ここでは，ロードセルで測定した張力を真値とした．上段が固有振動数を 9 個用いた場合の本研究で提案した両端回転ばね式(4)での推定結果，中段が固有振動数を 7 個用いた場合の山田らの両端単純支持式での推定結果，下段が固有振動数を 9 個用いた場合の両端単純支持式での推定結果である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

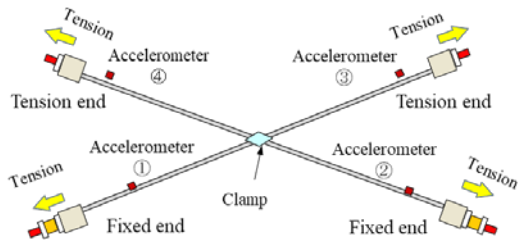


Fig.2 Experimental device

Table 1 Experimental conditions

Cable k	Density ρ_k [kg/m³]	Sectional Area A_k [m²]	Length L_k [m]	Length from left fulcrum to clamp L_{k1} [m]
1	8401.578	0.000532	7.835	3.995
2	8401.578	0.000532	7.836	3.951

Table 2 Accuracy of estimated tension

Tension estimation formula	Natural frequency	True Value		Tension (Estimated Value /True Value)	
		T_1[kN]	T_2[kN]	T_1[kN]	T_2[kN]
both ends rotating spring	9	103.6	150.4	100.0 (0.965)	154.4 (1.027)
both ends simple support	7			111.7 (1.078)	167.9 (1.116)
	9			142.5 (1.376)	142.0 (0.944)

まず中段と下段を比べると，推定に用いる固有振動数の数を増やすと推定精度が悪くなっている．これは，山田らの式は交点での変位が 0 となるモードを考慮できていないためであると考えられる．次に上段と中，下段を比べると，提案手法は山田らの手法と比べて推定精度が高く，ケーブル 1, 2 共に誤差 5%以内の精度で推定できている．これは，提案手法がケーブル両端の境界条件と交点での変位が 0 となるモードを考慮できているからであると考えられる．

4．実橋実験による検証

提案式の妥当性を検証するために実橋実験を行った．2 本のケーブルが交差する 4 ケースに対して実験を行った．推定に用いたケーブルの密度と断面積を Table 3 に，ケーブル長と張力を Table 4 に示す．交点クランプを取り外し，回転剛性を考慮した高次振動法により推定した張力を真値とみなした．ここでは，得られた 12 次までの固有振動数のうち主要な 1 次モードを含む 6 個（1 次モードと，2~12 次モードから 5 つ）を用いて全ての組合せで推定した（${}_{11}C_5 = 462$通り）．推定に用いる固有振動数の数を増やすほど計測ノイズなどの影響が大きくなり推定精度が下がることが確認できたため，ここでは固有振動数を 6 個用いた．例としてケース No.1 の張力の推定結果を Fig.3 に示す．ほとんどの固有振動数の組合せで誤差 20%以内の精度で推定されているが，一部の組合せでは精度が悪くなっている．他のケースでも同様の傾向が見られた．そこで，大きく外れた値を除くために上下 5%のデータを除去して残りの 90%のデータを平均したものを Fig.4 に示す. 全てのケースについて誤差 10%以内の精度で張力を推定できていることが分かる．

Table 3 Density and sectional area (common to all cables)

Density ρ[kg/m³]	Sectional Area A[m²]
9374	0.0018755

Table 4 Length and true tension (T_2 of No.4 is unmeasured)

Case No.	L_1[m]	L_{11}[m]	L_2[m]	L_{21}[m]	T_1[kN]	T_2[kN]
1	14.550	11.163	13.579	11.163	448.76	489.67
2	18.297	11.163	16.775	11.163	377.95	383.73
3	21.120	11.163	20.658	11.163	398.33	391.45
4	20.658	11.163	21.120	11.163	421.03	

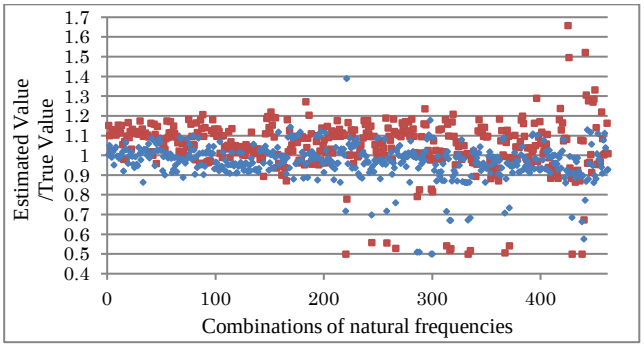


Fig.3 Accuracy of estimated tension (case No.1)

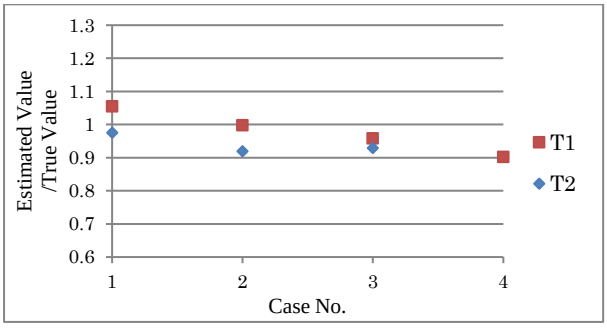


Fig.4 Accuracy of estimated tension (average)

5．結論

ニールセンローゼ橋のように交点クランプが設置されている 2 本のケーブルの張力推定手法を改良した. 改良点は，ケーブル両端を回転ばねであるとしたことと，交点での変位が 0 となるモードを考慮したことである. 模型実験では，山田らの手法よりも高い精度で張力を推定することができ，ケーブル 1，2 共に誤差 5%以内の精度であった．また，交点での変位が 0 となるモードも考慮できていることを確認できた．実橋実験では，全てのケースで誤差 10%以内の精度で張力を推定することができた．

参考文献

1) 山極伊知郎，宇津野秀夫，遠藤浩司，杉井謙一：高次の固有振動数を利用した線材の張力と曲げ剛性の同定法，日本機械学会論文集(C 編)，66 巻，649 号，2000 年 9 月
2) 山田哲，古川愛子，小林亮介：固有振動数を利用した交点クランプを有するケーブルの張力推定手法の開発，第 75 回土木学会年次学術講演会，CS10-40，2020 年 9 月

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

軌道・台車連成系の動的応答期待値解析法
An analytical solution of mathematical expectation for bogie-track interaction problems

阿部和久 (新潟大・工)　由野　舜 (新潟大・院)　紅露一寛 (新潟大・工)
Kazuhisa ABE, Niigata University
Shun YOSHINO, Niigata University
Kazuhiro KORO, Niigata University
E-mail : abe@eng.niigata-u.ac.jp

This paper presents an analytical solution of mathematical expectation for dynamic interaction between a bogie and an infinite track in which a stationary random roughness is considered on the railhead. The vibration component excited by the roughness is decomposed into the response function of the bogie-track coupling system and the power spectrum density of roughness. The dynamic nature which is independent of the roughness can then be represented by the former.

1. はじめに

著者らの研究グループ [1),2)] では，地下鉄軌道の振動評価を対象とした効率的解析法の構築を行ってきた．なお鉄道の主な振動は，レール・車輪間凹凸によるものと，まくらぎで離散支持されたレールの見かけの支持剛性の周期変動に起因するパラメータ加振によるものとから成る．前者はランダムな凹凸によるため，本来確定論的な評価ができない．そのため従来の振動応答解析では，特定のランダム波形を設定して連成解析を実施し，その結果を 1/3 オクターブ周波数帯で平滑化することで，応答平均を近似的に求める手法を採っている．しかし，当該の平滑操作では周波数解像度の低下が不可避となる．そのため，レールや車輪など，ランダムな凹凸下で発生する振動源近傍の応答特性を詳細に把握する様な目的には適さない．

そこで本研究では，レール・車輪間凹凸を定常ランダムな波形と見なし，無限周期軌道と走行台車との連成系の周波数応答期待値の直接的評価法を解析的手法に基づき構成する．

2. 解析モデル

Fig.1 に示す様な，レールに定常ランダムな凹凸 $r(x)$ を設けた台車・軌道連成系を対象とする．一定速度 V で走行する台車を台車枠と車輪で構成する．なお，台車枠は剛体で与え，車輪間距離 x_w で配置した前後車輪は質点でモデル化する．また，台車には静的荷重 P を作用させる．レールは，間隔 L で離散支持された無限長 Timoshenko ばりで表現する．まくらぎは質点で表し，軌道パッドやまくらぎ下パッドは周波数域の定式化において複素剛性で与える．

3. 解析手法導出の概要

まず，レールの運動方程式を時間について Fourier 変換する．さらに，レール凹凸，レール・車輪間および台車枠・車輪間接触力，車輪運動方程式，台車枠運動方程式なども含め，時間と位置の対応関係に基づきこれらを位置 x の関数で表し，x についてまくらぎ間隔 L の下で Floquet 変換 [3)] する．さらに，これらの解を次式の様に Fourier 級数展開する．

$$g(\frac{\tilde{x}}{V},\kappa)=\sum_n g_i(\kappa)e^{-iZ_n\tilde{x}},\quad Z_n=\frac{2n\pi}{L}+\kappa \qquad (1)$$

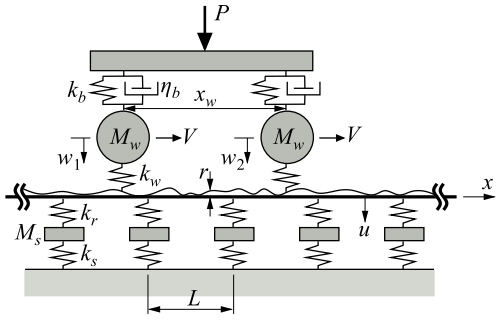


Fig. 1 台車・軌道連成モデル

ここで，$\tilde{x}$ はまくらぎ 1 区間内の座標，κ は Floquet 波数である．

これらの諸方程式より，レール・車輪間接触力，レール凹凸，静的荷重の展開係数 $f_i(\kappa), r_i(\kappa), P_i(\kappa)$ に関する次の無限連立方程式を導出する．

$$[\mathbf{A}(\kappa)]\{\mathbf{f}(\kappa)\}=[\mathbf{B}(\kappa)]\{\mathbf{r}(\kappa)\}+K\{\mathbf{P}(\kappa)\} \qquad (2)$$

ここで，K はレール・車輪間バネや台車構成などから定まる係数である．

式 (2) を $\{\mathbf{f}\}$ について解き，レールたわみおよび車輪変位の展開係数に代入する．さらに逆 Floquet 変換を介して，まくらぎ 1 区間内の点 $\tilde{x}$ におけるレールたわみのエネルギースペクトル密度 (ESD)，および車輪変位のパワースペクトル密度 (PSD) の期待値 E_u と E_w が次式の様に導出される．

$$\begin{aligned}E_u&=\frac{1}{2\pi}\sum_n\int_0^{2\pi/L}|\alpha_n|^2S_r(z_n(\kappa)-\frac{\omega}{V})\,\mathrm{d}\kappa+P^2|\beta|^2,\\ E_w&=\frac{1}{VM_w^2}\sum_n|C_n(\frac{\omega}{V})|^2S_r(\frac{2\pi n}{L}+\frac{\omega}{V})\\&\quad+2\pi\left(\frac{k_wP}{M_w}\right)^2\sum_{n\neq0}|b_n|^2\delta(\frac{2n\pi}{L}V-\omega)\end{aligned} \qquad (3)$$

ここで，α_n, β, C_n, b_n は式 (2) より求めたレールたわみや車輪変位解に関する係数，S_r はレール凹凸の PSD，δ はデルタ関数である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

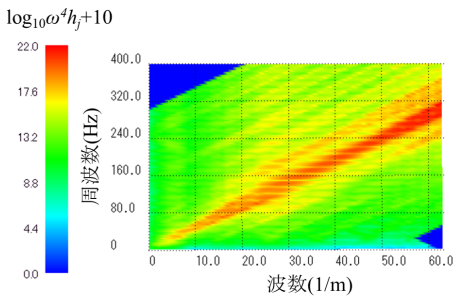


Fig. 2 $\omega^4 h_j(\omega)$ の分布

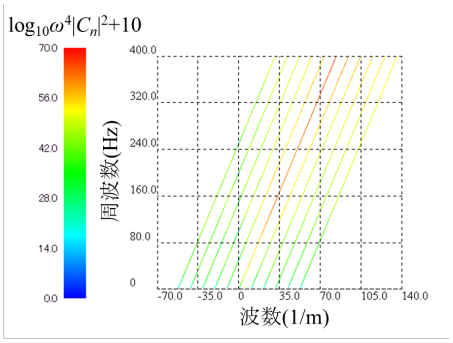


Fig. 3 $\omega^4 |C_n(\omega/V)|^2$ の分布

式 (3) より，E_u, E_w がレール凹凸に起因する項とパラメータ加振に関する項に分離できることがわかる．また，ある周波数 ω における E_w は，レール凹凸 PSD の離散波数成分 $(2\pi k/L + \omega/V)$ の重畳により構成されることがわかる．

4. 解析結果

4.1 解析条件

まくらぎ間隔 L=0.6 m で離散支持された 50kgN レールを対象とする．レール 1 本当たりのまくらぎ質量は 100 kg，台車枠質量と回転慣性およびばね下質量はそれぞれ 1500 kg，500 kg·m^2，600 kg とする．また，車輪間距離を x_w=2.1 m，静的荷重を P=140 kN，走行速度を V=30 m/s と設定した．各種バネについては，k_b=1 MN/m, k_w=1.5 GN/m, k_r=50 MN/m, k_s=30 MN/m とし，パッド類の減衰は loss factor 0.15 で与えた．

4.2 レール振動加速度の期待値

式 (3) 第 1 式の右辺第 1 項目より，レール凹凸に起因する成分 E_{u1} は，波数積分を離散近似すると，形式的に次式により与えられる．

$$E_{u1} \approx \sum_j h_j(\omega) S_{rj} \tag{4}$$

ここで，h_j は $|\alpha_n|^2$ の第 j 微小波数区間の積分値，S_{rj} は当該区間中央波数における S_r である．

よって，この項はレール凹凸の単位 PSD に対する応答成分 (応答関数)h_j と，実際のレール凹凸 PSD とに分離して評価できる．前者は個々のレール凹凸 PSD に依存せず，軌道・台車連成系の動特性を反映したものとなっている．

まくらぎ直上において求めた $h_j(\omega)$ に ω^4 を乗じて加速度成分に変換したものを **Fig.2** に示す．この図より，台車の走行速度で与えられる波数 (k)-周波数 (ω) 平面の走行線 $\omega = Vk$ 付近で卓越しており，波数 k の凹凸上を速度 V で走行する際に励起される振動がこれに相当していることがわかる．また，それと平行に次式で与えられる線群上にも応答のピークが分布している．

$$\omega_n = V(k + \frac{2n\pi}{L}), \quad (n \in \mathbb{Z}) \tag{5}$$

式 (5) より，上述の走行線を基本として，それにまくらぎ通過周波数の高調波成分が重畳されていることがわかる．

4.3 車輪加速度 PSD の期待値

前述のとおり，式 (3) 第 2 式の右辺第 1 項目より，レール凹凸起因の車輪応答 PSD 期待値は，離散波数におけるレール凹凸 PSD と，台車-軌道連成系の動特性のみで決まる項 $|C_n|^2$ の積和で与えられる．$|C_n|^2$ は，レール振動応答における h_j と同様に，レール凹凸の単位 PSD に対する応答関数と見なすことができる．後輪の $|C_n|^2$ に ω^4 を乗じて加速度成分に変換したものを **Fig.3** に示す．

ある ω での PSD は，$k = \omega/V + 2n\pi/L$ の離散波数成分で構成されるが，この関係より式 (5) で与えられる直線群を得る．**Fig.3** の各直線はこれらに対応したものである．このことは，ある波数成分に対する車輪応答期待値が，$\omega = Vk$ で与えられる基本振動数と，そこからまくらぎ通過周波数の整数倍シフトした成分とで構成されることを意味している．ただし，図より，基本走行線上に位置する応答成分が支配的となっていることが確認できる．

なお式 (3) より，パラメータ加振による成分はデルタ関数で与えられているが，まくらぎ通過周波数とその高調波成分のみから構成されていることが確認できる．

5. おわりに

レール頭頂面に定常ランダムな凹凸を有する無限軌道と走行台車との連成系を対象に，レール・車輪応答期待値の計算法を導出した．レール凹凸起因の成分については，台車-軌道連成系が有する応答特性と凹凸 PSD との内積で与えられ，個々の凹凸に依存しない基本特性を抽出することができた．なお，レール凹凸の PSD が与えられれば，それに対する周波数応答の期待値は容易に計算可能である．

参考文献

1) 阿部和久，山田高也，古田　勝，末原美智子，紅露一寛：地下鉄トンネル・地盤連成系の三次元加振応答解析，土木学会論文集 A2，Vol.74, No.2, I_523-I_534, 2018.
2) 山田高也，山田壮太，阿部和久，古田　勝，末原美智子，吉武　翔，紅露一寛：地下鉄軌道構造が近接建物内の振動・騒音に及ぼす影響の解析的評価，鉄道工学シンポジウム論文集，No.23, 275-282, 2018.
3) Clouteau, D., Elhabre, M.L., Aubry, D. : Periodic BEM and FEM-BEM coupling, Application to seismic behaviour of very long structures, Computational Mechanics, 25, 567-577, 2000.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

送電鉄塔維持管理手法における基礎変位と主柱材傾斜量の解析技術の開発

Development of the simulation model for analyzing the inclination of main leg member of transmission tower due to the foundation displacement

栗原幸也（東電設計㈱）・高橋圭一（東電設計㈱）・相澤敦武（東京電力パワーグリッド㈱）
中村直樹（東京電力パワーグリッド㈱）・佐伯昌之（東京理科大学・理工）
Tatsuya KURIHARA, Tokyo Electric Power Services Co., Ltd
Keiichi TAKAHASHI, Tokyo Electric Power Services Co., Ltd
Tsutomu AIZAWA, TEPCO Power Grid, Incorporated
Naoki NAKAMURA, TEPCO Power Grid, Incorporated
Masayuki SAEKI, Tokyo University of Science
E-mail: t.kurihara@tepsco.co.jp

Recently, there are a lot of cases found where damages in transmission towers are confirmed to be caused by the effects of abnormal weather. However, due to the shortage of engineers, the number of on-site patrols on transmission towers has been decreasing. In addition, there are some variations in the degree of validity on the evaluation result done by the engineers. Therefore, the authors propose an advanced transmission tower maintenance method that utilizes inclination sensor technology. This paper summarizes the creation of an analytical model that represents the measurement values of tower displacement and inclination angle measured in the transmission tower displacement test that was conducted by the authors.

１．背景・目的

近年の異常気象により，送電鉄塔付近で土砂崩れや地盤沈下が生じることで，鉄塔基礎が変位し，鉄塔部材が損傷する事例がいくつか確認されている．従来，これらのリスク潜在箇所には優先的なヘリコプター巡視による管理，被災箇所には被害拡大防止を図る巡視強化が行われてきた．しかし，現地への移動を要することによる状況把握の遅延リスクや，目視での確認による小さな基礎変位等の異常状態の見落しリスクが残る．

本研究の目的は，これらのリスクを取り除くため，鉄塔基礎の変位を迅速かつ定量的に把握し，鉄塔損壊や第三者被害発生の可能性を事前に評価する手法の開発である．具体的には，鉄塔に取り付けた傾斜センサを用いて基礎変位を推定し，鉄塔ごとに設けた閾値に対して管理するものである．

手法確立のために，鉄塔基礎への強制変位試験を実施し，数値解析による強制変位試験のシミュレーション，解析モデルの妥当性の検証を行った．本稿では，これら一連の検討内容について報告する．

２．実規模鉄塔基礎への強制変位試験

2.1 試験鉄塔概要および測定項目

試験鉄塔を Fig. 1(a)に示す．対象鉄塔は山形鋼で製作された鉄塔で，塔高は 23.1m，鉄塔重量は 10.3ton である．Fig. 1(b)に傾斜センサ設置位置を示す．傾斜センサは 4 脚の主柱材それぞれ 10 個設置して 1 分間隔，分解能 0.0035° で xy 軸の傾斜変化を計測した．基礎強制変位量はレーザー変位計を設置し，1 秒間隔で計測した．なお，傾斜センサは接着材で主柱材と固定し，その上からセンサ上下をステンレスバンドで固定した．

2.2 強制変位

可動脚（c 脚）に鉛直上方向と水平外方向の強制変位を与えた．強制基礎変位の方向を Fig. 2 に示す．鉛直変位は油圧ジャッキを用いて行い，Fig. 2 の赤線部面を上方向に変位させた（鉛直試験）．赤線部面は箱状に覆われており，水平方向には変位しない状態であった．水平変位はワイヤーを巻き取ることで Fig. 2 の青線部面に強制変位を与えた（水平試験）．青線部面は水平および鉛直方向を拘束するものがない状態であった．なお，水平変位時はワイヤーの間に張力計を挟みワイヤー張力も測定した．

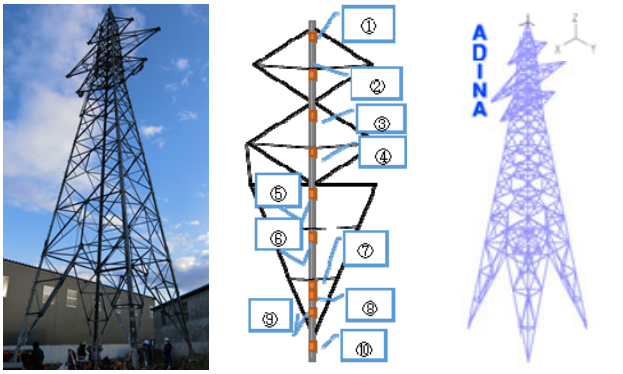
強制基礎変位は鉛直，水平ともに最大変位量を 16mm とし，2mm ピッチで変位を与え，各ピッチの停止時間は 5 分とした．

３．解析モデル

3.1 対象鉄塔

Fig. 1(c)に対象鉄塔の解析モデルを示す．この解析モデルに試験と同様の強制基礎変位を与え，部材節点の変位量と部材の傾斜量を算定し，試験結果と比較検討した．

解析モデルは ADINA（ver.9.4）で作成し，部材交点に節点を設け，節点間を 1 要素の部材とした．また，斜材および主柱材のボルト接合部にはボルト穴のクリアランス分の滑りを考慮した [1]．また，C 脚の強制変位入力位置の境界条件は，鉛直および水平ケース毎に変位面や拘束条件が異なるため，鉛直ケースの境界条件は水平変位を固定とし，水平ケースの境界条件は全て自由とした．



(a)Target tower　(b)Sensor position　(c)Analysis model

Fig. 1　Experiment outline

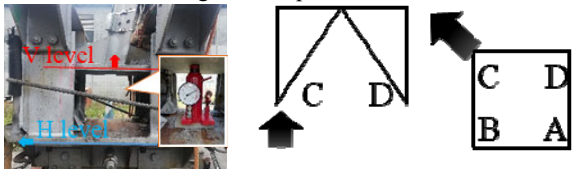


Fig. 2　Forced displacement outline

4．部材節点の変位量に関する比較検討

強制基礎変位試験では，塔体内にトータルステーションを据え付け，Fig. 3(a)の概略図に示す①塔頂部，②中間部，③最下節(1)，④最下節(2)の変位を計測した．

3.1 に示した現行モデルにより，試験時の最大強制基礎変位である，鉛直方向 16mm 時，水平方向 16mm 時の部材節点の変位量を算出し，試験結果と比較した． Fig. 3(a)の測量点における変位量の結果を Fig. 3(b)，(c)に示す．青線は測量結果，赤線は解析結果である．なお，縦軸は頂部を原点とした鉄塔高さ方向の座標を示し，横軸は変位ベクトルの大きさを示す．

Fig. 3(b)，(c)より，測量結果と解析結果の傾向はよく一致した．変位量が最も大きい塔頂部の変位誤差は鉛直試験で 3mm，水平試験で 1mm とよく一致した．よって，解析モデルは，基礎変位を試験時の最大値まで与えた時の部材節点の変位量をよく再現していると言える．

5．部材傾斜量に関する比較検討

5.1 比較結果

実験時の傾斜センサの計測値と，現行モデルにより算出した部材傾斜量を比較した．ここで，送電鉄塔基礎の許容変位量は，鉛直変位で B/1200mm，水平変位で B/800mm とされている[2]．ここに，B は鉄塔の根開きを示す．これを参考に，鉛直基礎変位 6mm 時，水平基礎変位 8mm 時の比較を行った．2.1 で示した傾斜センサ設置箇所の部材傾斜量の結果を Fig. 4(a)，(b)に示す．Fig. 4(a)，(b)の青線は現行モデルの結果，赤点は実測結果である．なお，縦軸は鉄塔高さ，横軸は x，y 軸を合成した傾斜角とした．

Fig. 4(a), (b)より，水平試験は全体傾向が一致しており，解析結果と実測結果の最大差が約 0.010° とよく一致していた．鉛直試験では高さ-1600cm から-2200cm までは解析結果と実測結果と最大差が約 0.005° と概ね一致したが，-2400cm 以下（以降，最下パネルと呼ぶ）は最大誤差が約 0.041° で，傾斜量に対して誤差が 76%と大きい結果となった．この原因は，現行モデルは部材のたわみや継手による偏心が部材傾斜量に与える影響を考慮できていないこと，試験では載荷位置のずれにより最下部材にモーメントが発生したことと考えた．そこで，上記を解析モデルに考慮し，再検証を実施した．

5.2 部材たわみおよび継手偏心の影響を考慮した再検証

部材たわみを表現するため，現行モデルでは 1 要素としていた最下 2 節の要素を 7 分割し，解析を行った．さらに，分割後に部材厚さ 12mm 分の偏心を考慮した新しい解析モデルを作成し，解析を行った結果を Fig. 4(a)，(b)に示す．

Fig. 4(a)，(b)の赤点は計測結果，青線は現行モデル，緑線は現行モデルに部材たわみのみ考慮したモデル，黄線は現行モデルに部材たわみと継手偏心を考慮した新しい解析モデルの結果である．Fig. 4(a)，(b)より，水平試験では部材たわみ，継手偏心を考慮すると，計測結果から若干離れるものの，-2800cm 以下の傾向は計測結果と一致した．鉛直試験では部材たわみ，継手偏心を考慮すると，試験結果により整合する結果となり，-2200cm 以下でも計測結果の傾向とよく一致した．最大誤差も 0.026° と現行モデルよりも減少した．

5.3 載荷位置のずれの影響の検討

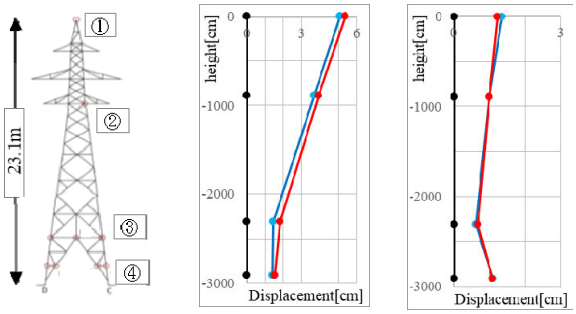
Fig. 2 に示すように鉛直試験は油圧ジャッキを用いて実施した．解析モデルは主柱材の図心位置に載荷しているが，試験では目測で載荷位置を決定したため，主柱材の重心位置からずれが生じていた可能性がある．そこで，Fig. 5 に示すように載荷位置を重心位置から 1cm ずらした計 8 ケースと，そのうち最も計測結果に近づいた④方向に更に 1cm ずらした 1 ケースの解析を実施した．その結果を Fig. 4(c)に示す．載荷位置のずれにより，最下パネルの傾斜角は大きく影響を受けることが確認され，載荷位置の再現の重要性が確認された．また，今回の試験結果を最も表現する解析結果は塔内に約 2cm 動かした場合の結果であり，最大誤差は約 0.0141° と 5.2 のケースよりも小さい結果となった．

6. まとめ

強制基礎変位試験を再現する解析モデルを作成した結果，部材節点の変位量は試験結果とよく一致した．部材傾斜量は部材たわみおよび継手偏心の影響を考慮した結果，概ね一致する結果となり，基礎の変位に伴う上部鋼材の傾斜を再現するモデルが構築できた．この解析モデルを活用することで様々な鉄塔の基礎変位に対する傾斜角の閾値が設定できる．

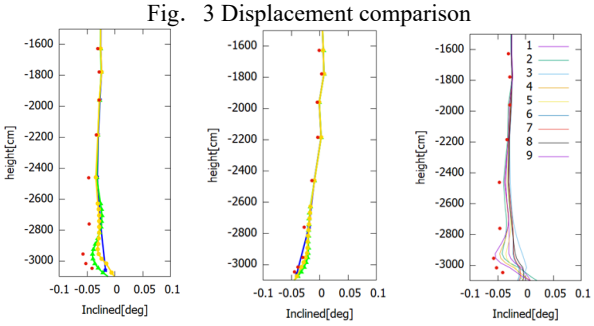
参考文献

1) 山崎智之，本郷榮次郎，中村秀治：ボルト滑りを考慮し応力測定値との整合に留意した基礎変位鉄塔の実用的耐荷力解析法について，構造工学論文集 Vol.59A，2013.3.
2) (社)電気協同研究会：電気共同研究，第 30 巻，第 2 号，送電鉄塔特殊基礎，pp.206-217，1974



(a)Survey point (b)Vertical (c) Horizontal

Fig. 3 Displacement comparison



(a)Vertical displacement (b)Horizontal displacement (c)Change load position

Fig. 4 Result of displacement and degree

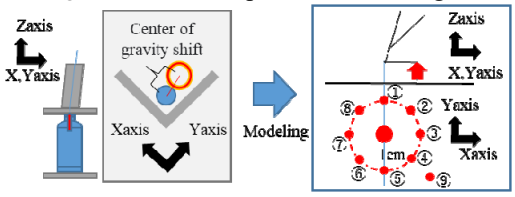


Fig. 5 Model improvement

一般セッション（第二部門：計算力学）

第二部門：計算力学（ C）

座長:西藤 潤(京都大学)

2021年5月15日(土) 13:30 ～ 15:00 B会場 (B会場)

[S02C-01] A phenomenological approach to ductile fracture based on crack phase-field model

*Jike Han[1], Seishiro Matsubara[2], Shuji Moriguchi[1], Kenjiro Terada[1] （1. Tohoku University, 2. Nagoya University）

13:30 ～ 13:45

[S02C-02] デジタル打音検査と機械学習によるコンクリート内部構造診断技術の検討

山田 知典[1]、吉村 忍[1]、*松永 嵩[2]、藤吉 宏彰[2]、小川 良太[2]、匂坂 充行[2]、礒部 仁博[2] （1. 東京大学、2. 原子燃料工業）

13:45 ～ 14:00

[S02C-03] 二次元純面外異方性・粘弾性波動問題における演算子積分時間領域境界要素法

*斎藤 隆泰[1]、竹田 晴彦[1]、古川 陽[2]、廣瀬 壮一[3] （1. 群馬大学、2. 北海道大学、3. 東京工業大学）

14:00 ～ 14:15

[S02C-04] 高速多重極境界要素法を用いた音場解析と VR技術を用いた可聴化

*庄子 諒[1]、深澤 一志[1]、吉川 仁[2]、高橋 徹[3]、樫山 和男[1] （1. 中央大学、2. 京都大学、3. 名古屋大学）

14:15 ～ 14:30

[S02C-05] 閉口き裂による3次元散乱問題に対する調和バランス-境界要素法

*丸山 泰蔵[1]、中畑 和之[1] （1. 愛媛大学）

14:30 ～ 14:45

[S02C-06] 構造物の応力状態考慮による超弾性体の材料物性同定手法の提案

*岩田 智行[1]、山田 貴博[1]、藤原 基英[2]、井畑 知明[2]、岡田 和也[2] （1. 横浜国立大学、2. 元横浜国立大学）

14:45 ～ 15:00

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

A phenomenological approach to ductile fracture based on crack phase-field model

Jike HAN, Tohoku University
Seishiro MATSUBARA, Nagoya University
Shuji Moriguchi, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: han.jike.s7@dc.tohoku.ac.jp

This study presents a novel phase-field model for ductile fracture, which incorporate both the plastic driving force and the degrading fracture toughness into crack phase-field computations based on the phenomenological justification for elastoplastic materials. In this model, besides the elastic strain energy, the plastic strain energy also works as a driving force to sustain damage evolution. At the same time, in order to realize the reduction of ductility due to the accumulation of plastic deformation, we introduce a degrading fracture toughness to reflect the evolution of micro-defects and their coalescences into each other. Thanks to these ingredients, the proposed model realizes the reduction of both stiffness and fracture toughness to simulate the failure phenomena of elastoplastic materials.

1. Introduction

Recently, one of the non-local methods, the “crack phase-field”, has received attention due to its capability to predict arbitrary crack propagation and its compatibility with classical fracture mechanics. While many achievements are accomplished for brittle fracture[1)], the extension of crack phase-field model to ductile fracture are still agendas.

In this work, we take a phenomenological approach to ductile fracture to devise a new crack phase-field model. The proposed model reflects the effects of both the plastic driving force and the degrading fracture toughness into damage evolution.

2. Governing equations

Let us define the following total stored energy function:

$$\Psi = \Psi^{\mathrm{e}} + \Psi^{\mathrm{p}} + \Psi^{\mathrm{f}}, \tag{1}$$

which consists of elastic Ψ^{e}, plastic Ψ^{p} and crack Ψ^{f} components. The elastic contribution follows a tensile-compressive split as

$$\Psi^{\mathrm{e}} = g(d)\Psi_0^{\mathrm{e}+} + \Psi_0^{\mathrm{e}-}. \tag{2}$$

Here, $g(d)$ is a degradation function to represent he reduction of material stiffness. For the plastic contribution, the gradient-type second-order functional is introduced as

$$\Psi^{\mathrm{p}} = g(d)\Psi_0^{\mathrm{p}}, \tag{3}$$

where Ψ_0^{p} is the plastic stored energy of an intact material. Also, we define the crack contribution to the total stored energy as

$$\Psi^{\mathrm{f}} = G_{\mathrm{c}}(\alpha^*)\gamma_{l_{\mathrm{f}}}, \tag{4}$$

where $G_{\mathrm{c}}(\alpha^*)$ and $\gamma_{l_{\mathrm{f}}}$ are the degrading fracture toughness and the crack surface density, respectively.

Here, we refer the phenomenological justification for ductile fracture shown in Fig. 1 and give rational reasons to our setup Eqs. (3) and (4). As can be seen from Fig. 1, the final separation of the necking bar is originated from the dislocation limit of the material. Thus, the accumulation of plastic deformation causes crack growths at the macro-scale, and the degradation function is multiplied to the plastic component so that the plastic can be introduced into damage evolution. On the other hand, the fracture toughness G_{c} has been treated as being constant in the previous studies even around the damaged regions. However, since the fracture toughness is a critical value for crack opening according to the pioneering work by Griffith[2)], it can be interpreted as resistance against external forces. That is, the fracture toughness is supposed to gradually decrease as the damage evolves, and eventually become zero at the fully broken state, as shown in Fig.1.

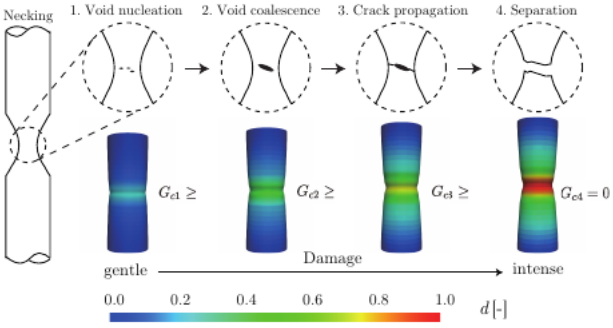


Fig. 1 Schematic diagram of ductile fracture.

Therefore, we give a monotonic decrease function to the fracture toughness that degrades along with the accumulation of the plastic deformation.

By solving an optimization problem for the total rate potential involving the stored energy Ψ, we obtain three global governing equations as the stationary conditions of the optimization problem as follows:

[G] Mechanical field:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{P} + \boldsymbol{B} = \boldsymbol{0} \tag{5}$$

[G] Plastic field:

$$\frac{\mathrm{d}\Psi^{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}\alpha} - \nabla \cdot \frac{\mathrm{d}\Psi^{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}\nabla\alpha} = 0 \tag{6}$$

[G] Phase-field

$$\frac{\mathrm{d}\Psi^{\mathrm{e}+\Psi^{\mathrm{p}}}}{\mathrm{d}d} + \frac{\mathrm{d}\Psi^{\mathrm{f}}}{\mathrm{d}d} - \nabla \cdot \frac{\mathrm{d}\Psi^{\mathrm{f}}}{\mathrm{d}\nabla \mathrm{d}} = 0 \tag{7}$$

In this work, we use the second NURBS basis function to discretize these three global fields. Also, to maintain the computational stability, we use the staggered scheme to alternately solve the Mechanical-plastic fields and phase-field.

3. Numerical example

The numerical example presented here is motivated to conduct parametric studies for the proposed model expecting that typical failure modes involving a single crack path between two notches are simulate. We target the double notched specimen shown in the left-side of Fig. 2 with its boundary conditions. Also, the crack pattern by crack phase-field model for brittle fracture is shown in the right-side of Fig. 2 for reference. The material parameters are provided in Tab. 1. We assume a cosine function for the degrading fracture toughness as

$$G_c(\alpha^*) = (G_{c0} - G_{c\infty})\left(\frac{\cos[-\beta_g \alpha^*]+1}{2}\right) + G_{c\infty} \qquad (8)$$

with the initial value $G_{c0} = 1000\ \mathrm{kJ/m^2}$, the critical value $G_{c\infty} = 0.001\ \mathrm{kJ/m^2}$ and the saturation parameter β_g.

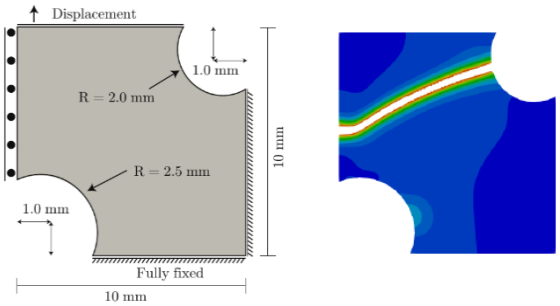


Fig. 2 Geometry and boundary conditions for double notched specimen and crack distribution of brittle fracture.

Table 1 Material parameters for double notched specimen.

Parameter		Value	Unit
Young's modulus	E	180000	MPa
Poisson's ratio	ν	0.28	-
Initial yield stress	y_0	450	MPa
linear hardening parameter	h	1000	MPa
Plastic viscosity	η_p	10^{-4}	MPa s
Plastic length scale parameter	l_p	0.2	mm
Penalty parameter	p_p	1000	MPa

We conducted various parametric studies but show only one case here. Fig. 3(a) shows the reaction force-displacement relations for four different values of saturation parameter $\beta_g = 5, 10, 15, 20$. As can be seen from these figured, the ductility can be controlled by adjusting the saturation parameter. The lowest case of $\beta_g = 5$ shows more ductile and sustains larger enforced displacement than the other cases. Also, Fig. 3(b), (c), (d) and (e) show the evolutions of damage distributions. As can be seen from these figures, the initial crack appears from the upper notch and propagate towards to the center of the specimen. Subsequently, the other crack initiates from the bottom notch and coalesces with the first crack to be a single crack path. These crack patterns are different from the brittle case shown in Fig. 2 and close to the results provided by Ambati et al.[3].

Therefore, from the results of these investigations, it can be concluded that the proposed model is promising to capture the mixed-mode failure typical of elastoplastic materials. In particular, the ductility can be numerically calibrated by properly adjusting relevant parameters.

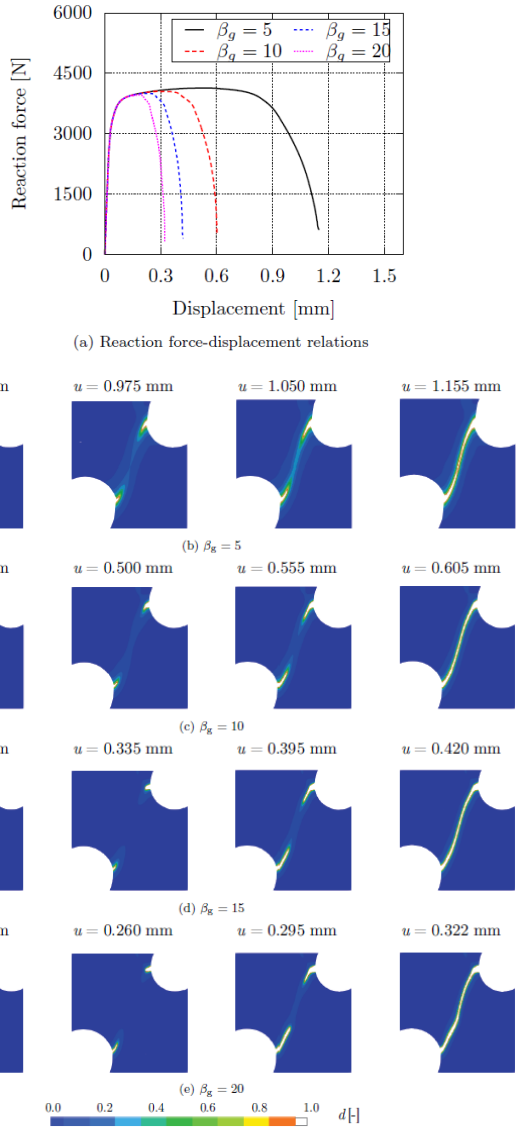


Fig. 3 Reaction force-displacement relations and Crack evolutions for double notched specimen: parametric study with different values of β_g.

4. Conclusion

Crack phase-field modeling is a promising approach to capture failure characteristics. In this study, a novel phase-field model is proposed for ductile fracture. The proposed model is the first to incorporate both the plastic driving force and the degrading fracture toughness into crack phase-field computations based on the phenomenological justification for ductile fracture. The proposed model has successfully enabled us to reproduce the typical failure of elastoplastic materials.

References

1) Ambati, M., Gerasimov, T., De Lorenzis, L.: A review on phase-field models of brittle fracture and a new fast hybrid formulation. *Computational Mechanics* **55**, pp.383-405, 2015.
2) Griffith, A. A.: VI. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A* **221**, pp.163-198, 1921.
3) Ambati, M., Gerasimov, T. and De Lorenzis, L.: Phase-field modeling of ductile fracture, *Computational Mechanics* **55**, pp. 1017-1040, 2015.

デジタル打音検査と機械学習によるコンクリート内部構造診断技術の検討

A Study on Internal Structure Diagnosis of Concrete Structures Using Digital Hammering Inspection and Machine Learning

山田知典（東大・工）　吉村忍（東大・工）　松永嵩（原燃工）
藤吉宏彰（原燃工）小川良太（原燃工）　匂坂充行（原燃工）　礒部仁博（原燃工）
Tomonori YAMADA, The University of Tokyo　Shinobu YOSHIMURA, The University of Tokyo
Takashi MATSUNAGA, Nuclear Fuel Industries,Ltd.　Hiroaki FUJIYOSHI, Nuclear Fuel Industries,Ltd.
Ryota OGAWA, Nuclear Fuel Industries,Ltd.　Mitsuyuki SAGISAKA, Nuclear Fuel Industries,Ltd.
Yoshihiro ISOBE, Nuclear Fuel Industries,Ltd.
E-mail: tyamada@sys.t.u-tokyo.ac.jp

Concrete inspection technology has been developed based on inverse analysis using large-scale database of concrete structural deformations and their digital hammering inspection results. The database was constructed by forward analysis using machine learning of experimental results and FEM simulations of the digital hammering inspection.

１．はじめに

我が国においては，急峻な山岳地帯が多く，大小の河川が無数にあることにより，道路，鉄道などの社会基盤構造物においては，橋梁，トンネルなどのコンクリート構造物の割合が必然的に多い．これらのコンクリート構造物を安全に活用していくためには，建設時の十分な品質管理と戦略的な維持管理が不可欠である．

コンクリート構造物の施工時の品質管理や維持管理における一般的な点検手法としては，目視検査や打音点検が広く知られており，膨大な数の検査対象を短時間で合理的に調査可能な点検手法である．一方で，課題としては，点検者の経験，技量に依存することや，技能継承が適切に行われていないことが指摘されている [1]．

このような背景の中，センサを用いた打音点検技術（以下,「デジタル打音検査」という）によりコンクリートの変状を評価する手法が開発されているが [2]，実構造物の変状の種類と規模が多岐にわたるため，これらの変状を正確に評価するためには，変状とデジタル打音検査結果を網羅的に整備した大規模なデータベースが必要となる．

そこで，本研究では，コンクリート構造物に対するデジタル打音検査結果を FEM 解析で再現し，かつ，その FEM 解析結果を推測する順解析モデルを設計することで，変状規模とデジタル打音検査結果の大規模データベースを構築した．さらに，構築した大規模データベースを機械学習させることにより，デジタル打音検査結果からコンクリートの変状を推定する逆解析モデルを開発した．なお，本報では変状の一例として，内部空洞を評価対象とした．

２．デジタル打音検査システムの概要

本研究で用いたデジタル打音検査システムと得られる振動波形，周波数分布を Fig. 1 に示す．本システムは測定対象を打撃し，励起された振動を広帯域 AE センサで捉える．この振動波形を高速フーリエ変換することで，周波数分布を得る．コンクリート表面をデジタル打音検査することで得られる周波数分布のうち，本研究では，縦波共振の固有振動数とたわみ振動の固有振動周波数に着目した．これらの固有振動数について，縦波共振の固有周波数は式(1)，たわみ振動は，例えば，長方形で周囲の境界条件が単純支持の場合，式(2)のように表せられる．内部空洞により，板厚方向において見かけのヤング率が低下する場合や，かぶり部においてたわみ振動が生じた場合，得られる周波数は健全状態の値より変化する．

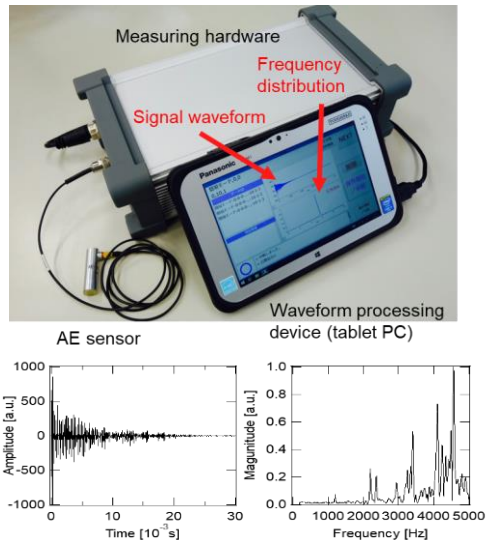


Fig. 1 AE digital hammering inspection system

$$f = \frac{V}{2D} \tag{1}$$

$$f = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho(1-\nu^2)}}\left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right] \tag{2}$$

f: natural frequency [Hz], E: Young's modulus [Pa]

ρ: density [kg/m^3], V: elastic wave velocity [m/s]

D: thickness [m], a,b: rectangular defect size [m],

h: thickness of spalling [m], ν: Poisson ratio,

m, n : Order of vibration mode

３．FEM シミュレーション

デジタル打音検査結果を数値解析するため，ADVENTURE Cluster を用いて時刻歴応答解析を行った．

解析モデルの形状は Fig. 2 に示すように，3000 mm x 3000 mm x 厚み 400 mm とした．打音検査による振動計測点（緑色の点）は内部空洞の直上位置を原点として，15 点とし，打撃による荷重点は計測点の右側 5cm の赤色の矢印の位置とした．各種解析条件については，既往の研究で妥当性を確認された Table 1 とした [3]．なお，打撃荷重を付与した位置近傍の節点における，コンクリート表面垂直方向速度成分の振動波形を高速フーリエ変換し，着目する振動モードの周波数を評価指標とした．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

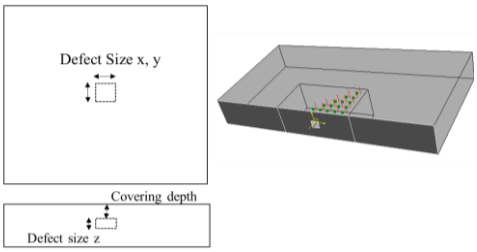


Fig. 2 FEM analysis model

Table 1 FEM analysis conditions

Mesh	Basic node spacing	50 mm and 200 mm
	Elements	Quadratic tetrahedral elements
Material parameters	Young's modulus	37GPa
	Density	2400 kg/m^3
	Poisson's ratio	0.2
Hammering load	Load	100 N
	Waveform	Triangular wave
	Loading time	0.1 ms
Time related conditions	Analysis interval	4μs
	Max analysis time	10 ms
	Total steps	2500 step

4．デジタル打音検査結果の大規模 DB 化

コンクリートの内部構造とデジタル打音検査結果の非線形関係を機械学習し，欠陥情報から直接的にデジタル打音検査結果を推定する順解析モデルを設計することで，大規模データベースを構築した．機械学習には全結合ニューラルネットワークを採用した．学習及び検証のデータセットを Table 2 に示す．

内部空洞の大規模データベース化の例として，内部空洞の高さを 100mm とした学習済みモデルに空洞サイズおよびかぶり厚を与えて，コンクリート表面で得られる周波数を予測した例を Fig. **3** に示す．式(1)，式(2)で表現される縦波共振とたわみ振動の空洞サイズ，かぶり厚の変化に伴う傾向，遷移が見られる．このように面的なデジタル打音検査と内部欠陥との定量関係が明確となった．

Table 2 Dataset of the train and test.

Training Dataset	
Defect size (mm)	Covering depth [mm]
Sound	-
50 x 50 x 100	5, 10, 150, 280
100 x 100 x 100	5, 20, 25, 100, 150, 280
200 x 200 x 100	5, 20, 150, 280
Test Dataset	
Defect size (mm)	Covering depth [mm]
50 x 50 x 100	20, 100, 200
100 x 100 x 100	100, 200
200 x 200 x 100	100, 200

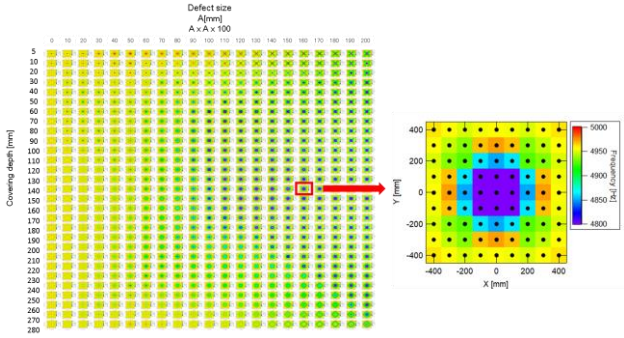


Fig. 3 An example of large-scale DB construction with internal defects through machine learning trained by FEM simulations

5．コンクリート内部構造の推定

コンクリート内部構造推定の一例として，コンクリート表面の複数箇所のデジタル打音検査から得られる固有周波数のマップから内部空洞サイズ，かぶり厚を推定する逆解析モデルを示す．本モデルは CNN（畳込みニューラルネットワーク）で構成した．具体的には，100mm 格子で 9×9 の面的なデジタル打音検査結果を入力層に，出力層には内部空洞のサイズとかぶり厚を学習させた（Fig. 4）．

CNN による逆解析モデルの検証結果の例を Fig. 5 に示す．予測誤差は概ね 15%以内であり，実運用では，施工情報等も考慮して総合的に判断することで，欠陥サイズおよび欠陥かぶり厚を特定することが可能となる．

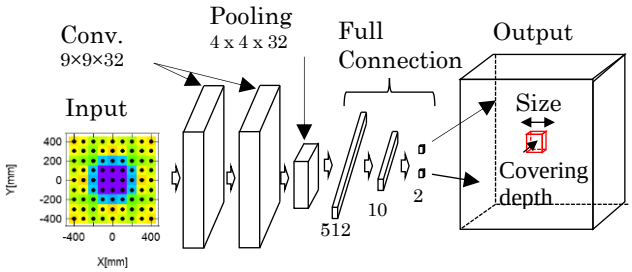


Fig. 4 Overview of the CNN model

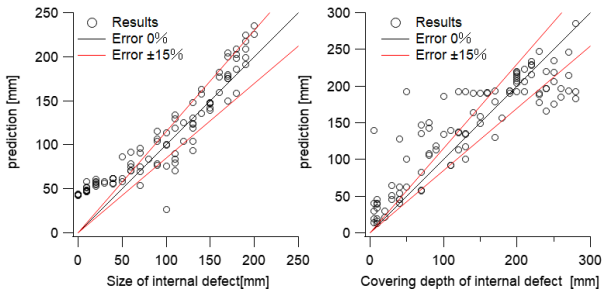


Fig. 5 Verification of estimation results

6．まとめ

本研究の成果として，FEM 解析と機械学習を用いて，コンクリート構造物の変状からデジタル打音検査結果を推定する順解析モデルを設計することで、これらの関係性を把握可能な大規模データベースを構築した．また，構築した大規模データベースを機械学習させることにより，デジタル打音検査結果からコンクリートの変状を推定する逆解析モデルを開発した．今後，実構造物の試験データを用いて，開発した逆解析モデルの妥当性確認を行う計画である．

7．謝辞

本研究は国土交通省令和元年度～２年度建設技術研究開発助成制度により実施した「デジタル打音検査と AI・シミュレーションの統合的活用によるコンクリート内部構造診断の実現」の成果の一部である．

参考文献

1) 舟波尚哉，村上祐貴，外山茂浩，小海元暉：熟達点検者の打音点検動作の形式知化に関する基礎的研究，コンクリート工学年次論文集，Vol.41，No.1，pp.1871-1876，2019.7
2) 鎌田敏郎，淺野雅則，国枝稔，六郷恵哲：コンクリート表層部欠陥の定量的非破壊検査への打音法の適用，土木学会論文，No.704，V-55，pp.65-79，2002.5.
3) 松永嵩，小川良太，匂坂充行，藤吉宏彰，石井元武，礒部仁博，山田知典，吉村忍：機械学習のデジタル打音検査高度化への適用，Transactions of JSCES, Paper No.20211002

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

二次元純面外異方性・粘弾性波動問題における演算子積分時間領域境界要素法

Convolution quadrature time-domain boundary element method for 2-D pure antiplane anisotropic viscoelastodynamics

斎藤隆泰・竹田晴彦 (群馬大・理工学府)
・古川陽 (北大・工学研究院) ・廣瀬壮一 (東工大・環境・社会理工学院)

Takahiro SAITOH and Haruhiko TAKEDA, Gunma University
Akira FURUKAWA, Hokkaido University
Sohichi HIROSE, Tokyo Institute of Technology
E-mail: t-saitoh@gunma-u.ac.jp

This paper presents a convolution quadrature time-domain boundary element method (CQBEM) for 2-D pure antiplane anisotropic viscoelastodynamics. Three element standard viscoelastic model and the fundamental solution obtained by Wang and Achenbach are considered for the expression of viscoelastic and anisotropic properties. The brief description of the developed CQBEM formulation is discussed. Some numerical results obtained by using the CQBEM are demonstrated.

1. はじめに

演算子積分時間領域境界要素法 (CQBEM) は，従来の時間領域境界要素法に比べて安定に解を求めることができ，これまで様々な問題に適用されてきた．特に, 波動が分散性を有する問題は，時間域で閉じた基本解を求めることが難しく，そのような問題に有効とされる．本稿では，著者らのグループにより開発してきた異方性弾性波動問題に対する演算子積分時間領域境界要素法 [1] を拡張し，粘弾性の性質を取り入れる．ただし，本稿で取り扱う異方性波動は，粘弾性をも考慮する最初の試みであることを考え，純面外波動問題に限定する．簡単に定式化を説明した後，数値解析例を示すことで，本手法の有効性等について検討する．

2. 解くべき問題

以下では，x_1–x_2 断面を伝搬する純面外波動について考え，特に断りのない限り，ローマ字で表示される添え字は 1 および 2 をとり，添え字に関しては総和規約を適用する．このとき，異方性・粘弾性純面外波動問題に対する Christoffel 方程式は，例えば初期弾性係数 C^0_{ijkl} を用いれば次式で与えられる．

$$\Gamma_{33}(\mathbf{p}) - \rho c^2 = 0,\ \Gamma_{33}(\mathbf{p}) = C^0_{3j3l} p_j p_l \tag{1}$$

ここに，$\Gamma_{ik}(\mathbf{p})$ は Christoffel テンソル，ρ は材料の密度を表す．また，$\mathbf{p} = \{p_i\}^{\mathrm{T}}$ および c は，qS2 波の伝搬方向およびその方向の位相速度を表す．式 (1) より，qS2 波の位相速度 c は，波動の伝播方向 p_i によって決定されることがわかる．

3. 演算子積分時間領域境界要素法

領域を D，境界を S とする異方性・粘弾性を有する線形弾性体の入射波による散乱問題を考える．このとき，境界 S は滑らかであり，境界 S に入射波が到達するまでは静止過去の条件を満足するものとする．さて，異方性・粘弾性体中の波動問題に対する時間領域基本解は，一般に閉じた形で求まらないが，その基本解を $U(\mathbf{x},\mathbf{y},t)$, 対応する二重層核を $W(\mathbf{x},\mathbf{y},t)$，$t$ を時間とすれば，以下に示す時間領域境界積分方程式が得られる．

$$\begin{aligned}\alpha u(\mathbf{x},t) =& u^{\mathrm{in}}(\mathbf{x},t) + \int_S U(\mathbf{x},\mathbf{y},t) * t(\mathbf{y},t) dS(\mathbf{y}) \\ &- \int_S W(\mathbf{x},\mathbf{y},t) * u(\mathbf{y},t) dS(\mathbf{y})\end{aligned} \tag{2}$$

ここに，$u(\mathbf{x},t)$，$u^{\mathrm{in}}(\mathbf{x},t)$ はそれぞれ全変位および入射波を表し，$t(\mathbf{x},t)$ は $u(\mathbf{x},t)$ に対応する表面力を表す．また，α は自由項であり，$*$ は時間に関する畳込み積分を表す．式 (2) において $\mathbf{x} \in S$ とし，その後，時間に関しては演算子積分法 [2]，空間に関しては選点法を用いた離散化を行う．このとき，空間に関する形状関数を区分一定の関数で与えると，第 n ステップにおける離散化された境界積分方程式は，次式で表現できる．

$$\begin{aligned}&\frac{1}{2} u_M^{(n)} = u_M^{\mathrm{in}(n)} + \sum_{k=1}^{n} \sum_{N=1}^{N_e} \left[A_{MN}^{(n-k)} t_N^{(k)} - B_{MN}^{(n-k)} u_N^{(k)} \right], \\ &(M = 1, 2, \cdots, N_e,\ n = 1, 2, \cdots, N_t)\end{aligned} \tag{3}$$

ただし，N_t は総時間ステップ数，N_e は境界要素数を表す．また，$A_{MN}^{(m)}$，$B_{MN}^{(m)}$ は影響関数を表し，次式で与えられる．

$$A_{MN}^{(m)} = \frac{\mathcal{R}^{-m}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \left[\int_{S^N} \hat{U}(\mathbf{x}^M, \mathbf{y}, s_l) dS(\mathbf{y}) \right] \mathrm{e}^{-2\pi \mathrm{i} m \frac{l}{L}} \tag{4}$$

$$B_{MN}^{(m)} = \frac{\mathcal{R}^{-m}}{L} \sum_{l=0}^{L-1} \left[\int_{S^N} \hat{W}(\mathbf{x}^M, \mathbf{y}, s_l) dS(\mathbf{y}) \right] \mathrm{e}^{-2\pi \mathrm{i} m \frac{l}{L}} \tag{5}$$

ただし，i は虚数単位，$s_l = \gamma(z_l)/\Delta t$ であり，Δt は時間増分を表す．$\gamma(z_l)$ は線形多段法における生成多項式の商であり，$z_l = \mathcal{R}\mathrm{e}^{2\pi \mathrm{i} l/L}$ である．なお，$\mathcal{R}$ は演算子積分法のパラメータであり，目標とする精度 ϵ を用いて $\mathcal{R} = \epsilon^{1/(2L)}$ で与えられる．また，$\hat{U}(\mathbf{x},\mathbf{y},s)$，$\hat{W}(\mathbf{x},\mathbf{y},s)$ は，2 次元純面外異方性・粘弾性波動問題のラプラス変換域における基本解，および対応する二重層核を表す．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

異方性･粘弾性純面外波動問題の場合は，式 (1) と Wang と Achenbach[3] により提案された異方性弾性波動問題に基本解を拡張し用いることで，比較的簡潔に表現することができる．実際，ラプラス変換域における基本解 $\hat{U}(\mathbf{x},\mathbf{y},s)$ は，次のようにかける．

$$\hat{U}(\mathbf{x},\mathbf{y},s)=\frac{1}{8\pi^2}\int_{|\mathbf{p}|=1}\frac{\Phi(\mathbf{r},\mathbf{p},s)}{\Gamma_{33}(\mathbf{p})}dL(\mathbf{p}) \tag{6}$$

ただし，$\Phi(\mathbf{r},\mathbf{p},s)$ は，次式で与えられる．

$$\begin{aligned}\Phi(\mathbf{r},\mathbf{p},s)=&\mathrm{e}^{s\frac{|\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}|}{c^*}}E_1\left(s\frac{|\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}|}{c^*}\right)\\&+\mathrm{e}^{-s\frac{|\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}|}{c^*}}\left\{E_1\left(-s\frac{|\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}|}{c^*}\right)+\mathrm{i}\pi\right\}\end{aligned} \tag{7}$$

ここに，$\mathbf{r}=|\mathbf{x}-\mathbf{y}|$ であり，$E_1(z)$ は指数積分を表す．c^* は，単位円周を示すベクトル $\mathbf{p}$ 方向における複素位相速度である．また，基本解に対応する二重層核 $\hat{W}(\mathbf{x},\mathbf{y},s)$ は，複素弾性定数 C^*_{3j3l} を用いて次式で与えられる．

$$\hat{W}(\mathbf{x},\mathbf{y},s)=-C^*_{3j3l}n_j(\mathbf{y})\hat{U}_{,l}(\mathbf{x},\mathbf{y},s) \tag{8}$$

ここに，$(\ )_{,i}=\partial/\partial x_i$ であり，$n_j(\mathbf{y})$ は境界 S 上の外向き法線ベクトルを表す．

粘弾性体としての性質は，複素弾性定数 C^*_{3j3l} や，複素位相速度 c^* により決定される．粘弾性体のモデル化は，様々な定式化が知られているが，本研究では前論文[4] に倣い，三要素標準モデルを用いてモデル化した．

4. 数値解析例

数値解析例を示す．解析モデルとして Fig.1(a) のような, 半径 a の円筒空洞による入射波の散乱問題を考える．式 (2) における入射波 $u^{\mathrm{in}}(\mathbf{x},t)$ には，異方性・粘弾性体用に修正した，x_1 方向に伝搬する次の平面波を用いた．

$$u^{\mathrm{in}}(\mathbf{x},t)=u_0\mathcal{F}^{-1}\left[\frac{\omega_0^2(1-\mathrm{e}^{i\omega T_0})}{2\mathrm{i}\omega(\omega^2-\omega_0^2)}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\omega}{c^*}\mathrm{x}_1}\right] \tag{9}$$

ここで, ω は角周波数，u_0 は入射波の振幅, $\omega_0=2\pi/T_0$ であり，T_0 は入射波の初期速度 c_0 を用いて $c_0=2a/T_0$ とした．また，$\mathcal{F}^{-1}$ は逆フーリエ変換を意味している．粘弾性の影響を考慮した場合，粘弾性体中の波動は周波数の関数となる．すなわち，式 (9) の時間領域での入射波 $u_i^{\mathrm{in}}(\mathbf{x},t)$ は，対応する周波数域での入射波 $u_i^{\mathrm{in}}(\mathbf{x},\omega)$ を逆フーリエ変換することにより求めている[4]．また，周波数域での入射波の位相速度 $\tilde{c}^*$ は，式 (1) の Christoffel 方程式で伝搬方向ベクトル p_j を与えることで求めることができる．

Fig.1(b)-(d) は，それぞれ時間ステップ数 k が $k=0,40,80$ における空洞周辺の正方領域 (ただし $-5.0\le x_1\le 5.0$) における全変位場 $|u|/u_0$ を示している．解析に用いたパラメータは，$T_0=2a/c_0=2.0$, 応力緩和時間 τ_σ は $\tau_\sigma=0.425T_0$, ひずみ緩和時間 τ_ϵ は $\tau_\epsilon=0.5T_0$ で与え，緩和弾性係数 C^R_{3j3l} と初期弾性係数 C^0_{3j3l} の比 C^R_{3j3l}/C^0_{3j3l} は $C^R_{3j3l}/C^0_{3j3l}=0.85$ で与えた．紙面の都合上，詳細は省略しているが，式 (8) における複素弾性定数 C^*_{3j3l} は，これらの値から決定した．また，空洞は $N_e=72$ 個の区分一定要素で離散化した．時間増分は $c_0\Delta t/a=0.08$, 総時間ステップ数 N_t は $N_t=128$ としている．演算子積分法の精度パラメータ $\epsilon=1.0\times10^{-13}$ とし，$L=N_t$ としている．なお，初期弾性定数の成分比 C^0_{3131}/C^0_{3232} は $C^0_{3131}/C^0_{3232}\simeq 0.64$ で与え，簡単のため，異方性主軸と直交座標系の軸は一致させた．

Fig.1(b) の第ゼロステップは，ちょうど入射波が空洞に当たる直前を示している．粘弾性の影響により，Fig.1(c),(d) と時間ステップが進むにつれて，入射波の振幅が減衰していることがわかる．一方，Fig.1(c),(d) より，発生する散乱波は，同心円上の波面を持つことなく，縦長の波面となっており，時間と共に減衰し，異方性・粘弾性の影響を確認することができる．本稿では示していないが，異方性主軸が直交座標系の軸と一致しない純面外問題も，同様の定式化で解くことができる．それらの結果はシンポジウム当日に発表する予定である．

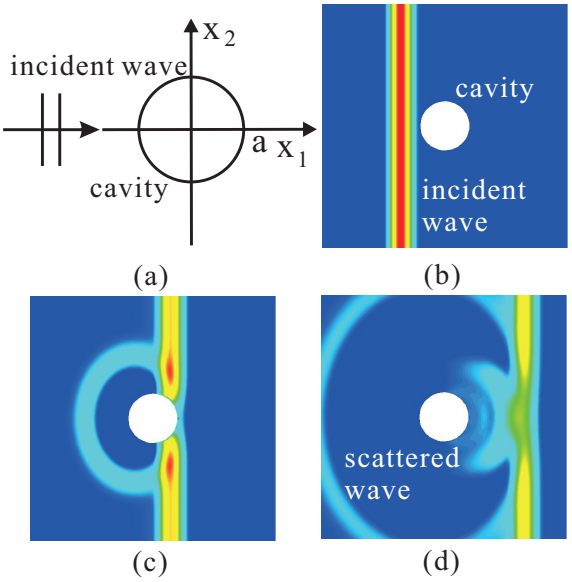


Fig. 1 Numerical examples (a)analysis model (b) total wave fields $|u|/u_0$ around the cavity at $c_0t/a=0.0$ (c)$c_0t/a=3.2$ (d)$c_0t/a=6.4$.

5. まとめと今後の課題

二次元純面外異方性・粘弾性波動問題における演算子積分時間領域境界要素法の定式化を行った．空洞による入射波の散乱問題を解くことで，異方性や粘弾性の影響を確認し，本手法のおよその妥当性を示した．今後は，二次元面内の異方性・粘弾性波動問題への拡張や，三次元問題への拡張，CFRP 中の弾性波動シミュレーションへの応用を検討している．

参考文献

1) Furukawa, A, Saitoh, T. and Hirose, S: Convolution quadrature time-domain boundary element method for 2-D and 3-D elastodynamic analyses in general anisotropic elastic solids, *Eng. Anal. Bound. Elem.*, Vol.39, pp.64-74, 2014.
2) Lubich, C.: Convolution quadrature and discretized operational calculus I, *Numer. Math*, Vol.52, pp.129–145, 1988.
3) Wang, C.-Y. and Achenbach, J.D.: Elastodynamic fundamental solutions for anisotropic solids, *Geophys. J. Int.*, Vol.118, pp.384–392, 1994.
4) 斎藤隆泰, 石田貴之, 福井卓雄, 廣瀬壮一：粘弾性面外波動問題における演算子積分時間領域境界要素法および高速多重極法の適用, 計算工学論文集, 原稿番号 No.20080011, 2008.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

高速多重極境界要素法を用いた音場解析と VR 技術を用いた可聴化

Sound Field Analysis Based on the Fast Multipole Boundary Element Method and Its Auralization Using VR Technology

庄子　諒（中央大院・理工）　深澤　一志（中央大院・理工）　吉川　仁（京都大院・情報）
高橋　徹（名古屋大院・工）樫山　和男（中央大・理工）
Makoto SHOJI, Chuo University
Kazushi FUKAZAWA, Chuo University
Hitoshi YOSHIKAWA, Kyoto University
Toru TAKAHASHI, Nagoya University
Kazuo KASHIYAMA, Chuo University
E-mail:kaz@civil.chuo-u.ac.jp

This paper presents a numerical method for sound field analysis based on fast multipole boundary element method. The impulse response analysis is usefully introduced to realize the efficient numerical simulation. The present method is applied to the sound field analysis around the sound insulation wall with complicated shape. The noise evaluation system is also developed for the use of immersive VR device and head mounted display. The system exposes to the users the computed noise level with both the auditory information using sound source signal and the visual information using CG image. In order to investigate the validity and efficiency of the method, the present method is applied to the construction noise problem and the numerical results are compared with the observed results in VR space.

1. はじめに

著者らは，外部波動問題に適している境界要素法に着目し，時間域高速多重極境界要素法を用いた音場解析手法の構築を行ってきた[1)2)]．しかし，インパルス応答解析に基づく手法の妥当性や複雑な幾何形状を有する問題への適用性の検討は不十分であった．また，解析結果をより直感的に理解・把握することを目的として，バーチャルリアリティ（以下 VR）技術を用いて可聴化結果と立体映像を同時に提示する騒音評価システムの構築を進めてきたが，没入型の VR 装置は，大型であるため持ち運びが不可能であるという使用性の問題があった．

そこで本論文では，建設工事騒音を対象として複雑な幾何形状を有する遮音壁周辺の音場解析を行い，本手法の妥当性の検討を行うとともに，可聴化により計算結果通りの音場が VR 空間上で実現されているかについて検証を行った．また，騒音評価システムの使用性向上のため，可搬性に優れるヘッドマウントディスプレイによる騒音評価システムの構築を行った．

2. 数値解析手法

本研究で取り扱う 3 次元非定常外部スカラー波動散乱問題の支配方程式（3 次元波動方程式），境界条件，放射条件，初期条件を以下に示す．

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(\boldsymbol{x},t) = c^2 \Delta u(\boldsymbol{x},t) \qquad \boldsymbol{x} \ \text{in} \ D \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \boldsymbol{n}}(\boldsymbol{x},t) = \bar{q}(\boldsymbol{x},t) \qquad \boldsymbol{x} \ \text{on} \ S \tag{2}$$

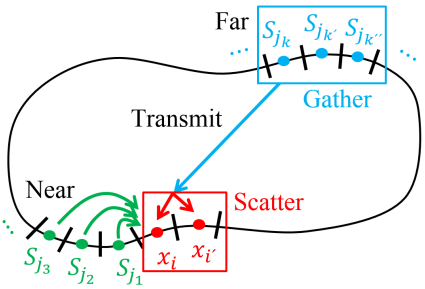


Fig. 1 Concept of the fast multipole method

$$u(\boldsymbol{x},t) \to u_{\text{in}}(\boldsymbol{x},t) \qquad |\boldsymbol{x}| \to \infty \tag{3}$$

$$u(\boldsymbol{x},0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(\boldsymbol{x},0) = 0 \qquad \boldsymbol{x} \ \text{in} \ D \tag{4}$$

ここに，D, S は解析領域とその境界を表し，u は音圧，n は解析領域からの外向き法線ベクトル，u_{in} は入射波を示す．

離散化解析手法としては高速多重極境界要素法[1)]（**Fig. 1**）を用い，MPI-OpenMP ハイブリッド並列化を施して計算を行った．また，効率の良い計算を実現するため，インパルス応答解析手法を用いた．具体的には，インパルス波を伝播させて得られたインパルス応答に対して任意の音源データを畳み込むことにより可聴化音を作成し，解析結果の評価や騒音体験システムの構築を行った．

3. 数値解析例

本手法を，杭打機による工事騒音問題に適用した．**Fig. 2** に解析に用いるモデルを示す．各モデルの壁面上の要

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

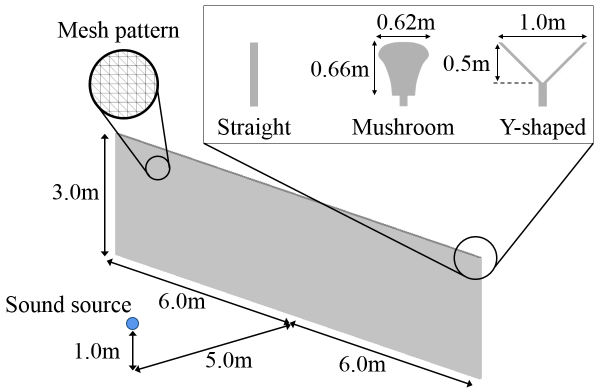


Fig. 2 Numerical models

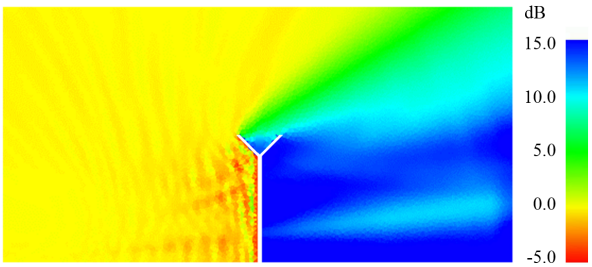


Fig. 3 Distribution of sound reduction

素分割幅は 0.022m である．音速，時間増分はそれぞれ，340m/s，0.0667ms とし，反射率 1.0（完全反射）と 0.5 の 2 種類の境界条件を与え，計 6 通りの解析を行った．

解析結果として，**Fig. 3** に遮音壁のない場合と反射率を 0.5 とした Y 字型の遮音壁がある場合の差の分布を示す．図は青色に近い箇所ほど音が低減されていることを表す．また，**Fig. 4** は遮音壁の後方 5.0m の地点における，受音点の高さと音圧レベルの関係を示している．この図は各受音点で得られたインパルス応答に音源データを畳み込み，その二乗平均平方根を dB に変換しグラフにしたものである．図より，Y 字型の遮音壁モデルで反射率を 0.5 とした場合が最も音を低減でき，直立型の完全反射の遮音壁と比べて約 4dB ほど音を低減することがわかる．

4. VR 技術を用いた可聴化

第 3 節で示した 6 種類の解析結果に遮音壁のない場合を加えた計 7 種類の結果を用いて，騒音評価システムの作成を行った．可聴化に用いたデバイスは，没入型 VR 装置（HoloStage）とヘッドマウントディスプレイ（Oculus Quest 2）である．システム利用中の様子を **Fig. 5** に示す．

また，没入型 VR 装置により構築された立体音響場の妥当性を検討するために，VR 空間内の受音点位置に騒音計を設置し，計算結果との比較を行った．**Fig. 6** は，遮音壁のない場合と直立型の遮音壁がある場合の比較結果である．図より，VR 空間内においてほぼ計算結果どおりの音場が再現されていることが確認できる．

5. おわりに

本論文では，インパルス応答解析を用いた高速多重極境界要素法に基づく音場解析手法と VR 技術を用いた可聴化システムについて提案した．

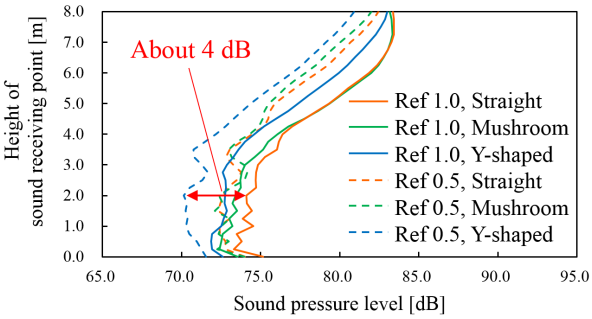


Fig. 4 Comparison of numerical results

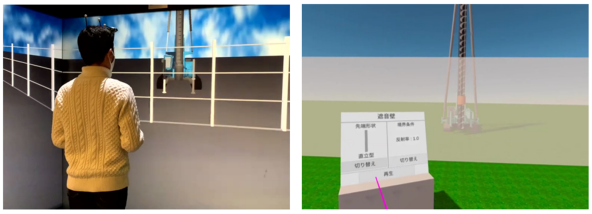


Fig. 5 Noise evaluation system

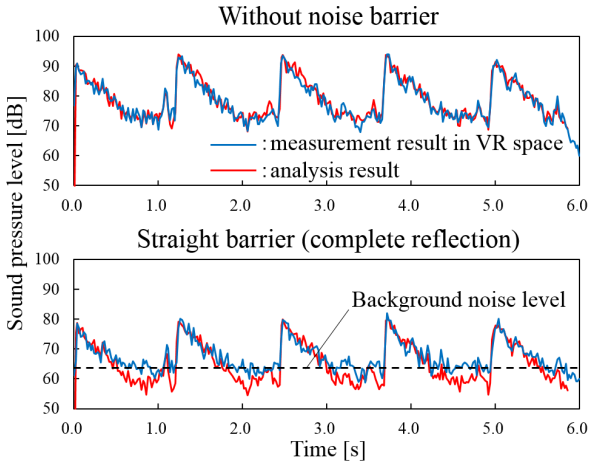


Fig. 6 Comparison of numerical results and measurement results in VR space

本手法を，複雑な幾何形状を有する遮音壁周辺の音場解析に適用し，遮音壁の性能評価を行うとともに計算結果通りの音場が VR 空間において実現されることを確認した．また，ヘッドマウントディスプレイによる騒音評価システムの構築を行ったことで，使用性の向上を実現した．

参考文献

1) T. Takahashi：An interpolation-based fast-multipole accelerated boundary integral equation method for the three dimensional wave equation，Journal of Computational Physics，Vol.258，pp.809-832，2014.
2) 岡村理一郎，吉川仁，高橋徹，高木貴弘，樫山和男：安定化手法を用いた時間域多重極境界要素法に基づく道路交通騒音解析とその可聴化システム，土木学会論文集 A2(応用力学)，土木学会，Vol.72，No.2，pp.I_257-I_264，2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

閉口き裂による3次元散乱問題に対する調和バランス-境界要素法

Harmonic Balance-Boundary Element Method for Three-Dimensional Scattering Problem by a Closed Crack

丸山泰蔵（愛媛大・理工）　　中畑和之（愛媛大・理工）

Taizo MARUYAMA, Ehime University
Kazuyuki NAKAHATA, Ehime University
E-mail: maruyama@cee.ehime-u.ac.jp

A harmonic balance-boundary element method (HB-BEM) is a numerical method which deals with steady-state wave scattering by a crack with contact acoustic nonlinearity. The HB-BEM for two-dimensional (2D) scattering problems has been developed in the conventional study (Maruyama and Touhei, 2018). In this study, a harmonic balance-boundary element method (HB-BEM) is extended into three-dimensional (3D) scattering problems. Since regularization of nonlinear boundary conditions is required in the HB-BEM formulation, the 2D regularized boundary conditions are extended to the 3D formulation. To demonstrate the validity of the proposed formulation, numerical results obtained by the proposed 3D HB-BEM are compared to those obtained by the conventional time-domain BEM.

1. はじめに

機械や構造物に発生するき裂は，損傷の初期段階では残留応力の影響によって界面が閉口している場合がある．き裂の全体もしくは一部が閉口している場合，通常の超音波法による検査では，超音波がき裂の閉口部をそのまま透過してしまうため，見落とし，過小評価の恐れがある．そのため，き裂閉口部に有効な検査手法として接触音響非線形性 (CAN) に基づいた非線形超音波法が提案されている [1]．CAN に基づいた非線形超音波法では，大振幅の入射超音波を送信することによってき裂面の接触を伴う振動を誘発し，その結果発生する高調波・分調波から成る非線形超音波からき裂の位置やサイズを評価する手法である．そのため，音響インピーダンス差異に基づいた線形超音波法と利用する物理現象が異なる．したがって，非線形超音波法を用いた高精度な検査には閉口き裂による散乱現象の理解が不可欠であり，数値シミュレーションはその理解のために有用であると考えられる．

著者らはこれまでに，CAN を伴う散乱問題に対して時間領域境界要素法による数値シミュレーションを行ってきた [2]．しかしながら，単に時間領域シミュレーションを実施するだけでは分調波共振等の非線形共振の詳細を調べるためには不十分であった．そのため，非線形動力学の観点から定常解の構造を調べることを目的として調和バランス-境界要素法（HB-BEM）[3),4)] を開発してきた．HB-BEM は連続波を入射波として用いた場合の定常解を求めることができるため非線形共振の解析に適しており，定常解の安定性を求める手法の開発も合わせて行ってきた [4]．これまでは 2 次元面外波動問題，面内波動問題に対して HB-BEM を開発を行ってきたが，実際にはき裂は 3 次元的な構造を持つため，3 次元解析を行う必要がある．そこで，本研究では HB-BEM の 3 次元問題への拡張を行う．

2. 調和バランス-境界要素法

Fig. 1 に示すように，入射波 $\boldsymbol{u}^{\mathrm{in}}$ が $\mathbb{R}^3$ 中のき裂 S によって散乱する問題を考える．母材 $D(:=\mathbb{R}^3\setminus\overline{S})$ は線形，均質な等方性弾性体であると仮定する．ここで，$\overline{(\,)}$ は閉包を表している．次式で示すように，表面力 $\boldsymbol{t}$ はき裂面において連続性を有し，開口変位 $[\boldsymbol{u}]$ はき裂縁 ∂S においてゼロとなることを仮定する．

$$\boldsymbol{t}^{+}=\boldsymbol{t}^{-}(:=\boldsymbol{t}) \quad \text{on } S \tag{1}$$

$$[\boldsymbol{u}](:=\boldsymbol{u}^{+}-\boldsymbol{u}^{-})=\boldsymbol{0} \quad \text{on } \partial S \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{u}$ は全変位場であり，上付き添字の $\pm$ は D 中の場の変数をどちらの方向から S に極限移行したのかを表し，法線方向ベクトル $\boldsymbol{n}$ は S の + 方向を向いているとする．静的な変位場を考慮し，全変位場は次のように表す．

$$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{u}^{\mathrm{st}}+\boldsymbol{u}^{\mathrm{in}}+\boldsymbol{u}^{\mathrm{sc}} \tag{3}$$

ここで，上付き添字の st，in，sc はそれぞれ静的変形，入射波，散乱波に対する場の変数であることを示している．

入射波がき裂 S に到達すると散乱波 $\boldsymbol{u}^{\mathrm{sc}}$ が発生し，無限遠に伝搬していく．そのため，$\boldsymbol{u}^{\mathrm{sc}}$ は次の支配方程式を満足する．

$$\mu\nabla^2\boldsymbol{u}^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x},t)+(\lambda+\mu)\nabla\nabla\cdot\boldsymbol{u}^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x},t)=\rho\ddot{\boldsymbol{u}}^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x},t) \quad (\boldsymbol{x},t)\in D\times[0,\infty) \tag{4}$$

ここで，ρ は密度，λ，μ は Lamé 定数であり，$\dot{(\,)}$ は時間微分を表している．

本解析では，表面力の連続条件 (1) に加えて，繰り返し打撃，動摩擦をモデル化した以下の式でき裂面における境界条件を設定する．

$$\boldsymbol{t}_s=-\mu_d(\boldsymbol{t}\cdot\boldsymbol{n})\frac{[\dot{\boldsymbol{u}}_s]}{|[\dot{\boldsymbol{u}}_s]|}\tanh\left[\gamma_1\frac{|[\dot{\boldsymbol{u}}_s]|}{u_0\omega^{\mathrm{in}}}\right] \tag{5a}$$

$$\boldsymbol{t}\cdot\boldsymbol{n}=-\gamma_2\sigma_0\left(\frac{[\boldsymbol{u}]\cdot\boldsymbol{n}}{u_0}\right)^2 H(-[\boldsymbol{u}]\cdot\boldsymbol{n}) \quad \text{on } S \tag{5b}$$

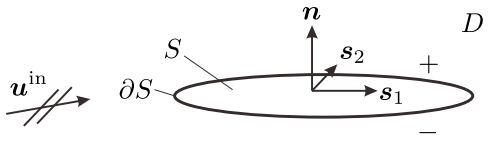


Fig. 1 Elastic wave scattering by a crack in a three-dimensional infinite domain.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ここで，μ_d は動摩擦係数，u_0，σ_0，ω^{in} はそれぞれ入射波の変位振幅，応力振幅，角周波数である．また，γ_1，γ_2 は正則化パラメータであり，十分大きな正数で与える．式 (5a) 中の $[\boldsymbol{u}_s]$，$\boldsymbol{t}_s$ はそれぞれき裂面内方向成分のみの開口変位，表面力であり次のように表される．

$$[\boldsymbol{u}_s] = \boldsymbol{s}_1([\boldsymbol{u}]\cdot\boldsymbol{s}_1) + \boldsymbol{s}_2([\boldsymbol{u}]\cdot\boldsymbol{s}_2)$$
$$\boldsymbol{t}_s = \boldsymbol{s}_1(\boldsymbol{t}\cdot\boldsymbol{s}_1) + \boldsymbol{s}_2(\boldsymbol{t}\cdot\boldsymbol{s}_2)$$

ここで，$\boldsymbol{s}_1$，$\boldsymbol{s}_2$ は Fig. 1 に示すき裂面内の方向ベクトルである．

十分な時間経過後の定常波動場を HB-BEM[4] によって解析するため，まず，式 (1)–(4) から次の超特異境界積分方程式を導出する．

$$\int_S \psi(\boldsymbol{x})\boldsymbol{t}(\boldsymbol{x},t)dS_x = \int_S \psi(\boldsymbol{x})\left\{\boldsymbol{t}^{\text{in}}(\boldsymbol{x},t) + \boldsymbol{t}^{\text{st}}(\boldsymbol{x})\right\}dS_x + \int_0^t \int_S \psi(\boldsymbol{x})\,\text{p.f.}\int_S \boldsymbol{W}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},t-\tau) \cdot\left\{[\boldsymbol{u}](\boldsymbol{y},\tau) - [\boldsymbol{u}^{\text{st}}](\boldsymbol{y})\right\}dS_y dS_x d\tau \quad (6)$$

ここで，p.f. は発散積分の有限部分を表しており，$\boldsymbol{W}$ は超特異積分核である．また，ψ は Galerkin 法の重み関数である．次に，境界未知量である開口変位 $[\boldsymbol{u}]$ を以下のように有限の Fourier 級数で近似する．

$$[\boldsymbol{u}](\boldsymbol{x},t) \simeq \frac{\boldsymbol{a}^{(0)}(\boldsymbol{x})}{2} + \sum_{n=1}^{N_h}\left[\boldsymbol{a}^{(\frac{n}{\kappa})}(\boldsymbol{x})\cos\left(\frac{n\omega^{\text{in}}t}{\kappa}\right) + \boldsymbol{b}^{(\frac{n}{\kappa})}(\boldsymbol{x})\sin\left(\frac{n\omega^{\text{in}}t}{\kappa}\right)\right] \quad (7)$$

ここで，κ は考慮する分調波の次数であり，Fourier 級数は次数 N_h で打ち切っている．境界条件 (5) を境界積分方程式に代入し，$t\to\infty$ なる極限を取り，三角関数の直交性用いれば，開口変位の Fourier 係数 $\boldsymbol{a}^{(\frac{n}{\kappa})}$，$\boldsymbol{b}^{(\frac{n}{\kappa})}$ を未知量とする次の形式で表される連立非線形方程式が得られる．

$$\boldsymbol{f}\left(\boldsymbol{a}^{(0)},\boldsymbol{a}^{(\frac{1}{\kappa})},\boldsymbol{a}^{(\frac{2}{\kappa})},\cdots,\boldsymbol{a}^{(\frac{N_h}{\kappa})},\boldsymbol{b}^{(\frac{1}{\kappa})},\boldsymbol{b}^{(\frac{2}{\kappa})},\cdots,\boldsymbol{b}^{(\frac{N_h}{\kappa})}\right) = \boldsymbol{0} \quad (8)$$

式 (8) を通常の境界要素法と同様に空間離散化して数値的に解けば，開口変位の Fourier 係数 $\boldsymbol{a}^{(\frac{n}{\kappa})}$，$\boldsymbol{b}^{(\frac{n}{\kappa})}$ を求めることができる．詳細は省略するが，方程式の求解には Numerical Continuation Method（NCM）[5] を用いた．NCM には初期値が必要となるため，表面力フリーのき裂による散乱問題の解を初期値として設定した．

3. 数値シミュレーション結果

本手法の妥当性を検証するために，従来の時間領域境界要素法で得られた数値解と本数値シミュレーション結果の比較を行う．半径 a の円形き裂に対して平面 P 波を垂直入射したときの数値シミュレーションを実行した．入射波の角周波数 ω^{in} は横波の伝搬速度 c_T を用いて $a\omega^{\text{in}}/c_T = 3.0$ と設定した．材料定数はポアソン比 $\nu = 0.3$，動摩擦係数 $\mu_d = 0.57$ とし，正則化パラメータは $\gamma_1 = 50$，$\gamma_2 = 2500$ とした．また，静的な開口変位，表面力は $[\boldsymbol{u}^{\text{st}}] = \boldsymbol{t}^{\text{st}} = \boldsymbol{0}$ とした．

Fig. 2 にき裂中心おける垂直方向開口変位の時刻歴波形を示す．Fig. 2 には，式 (7) の N_h を変化させた場合の結果を示している．また，図中の Transient は時間領域境界要素法 [2] によって得られた解であり，比較のため示している．

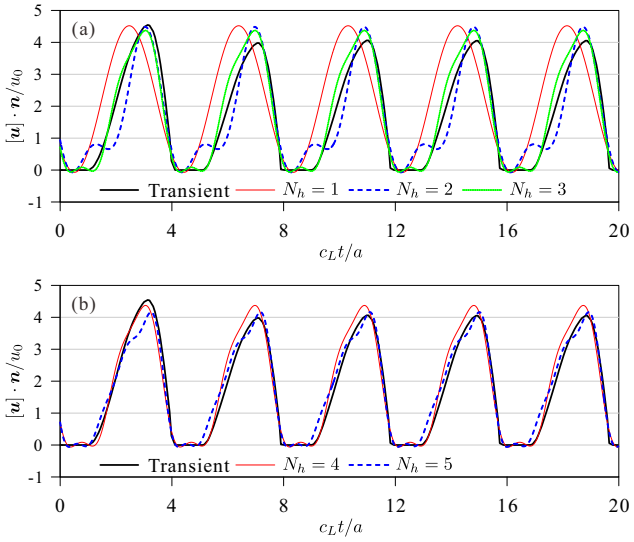


Fig. 2 Time history of crack opening displacement normal to a circular crack (a) $N_h = 1, 2, 3$, (b) $N_h = 4, 5$.

Fig. 2 より，おおよそ $c_L t/a = 10.0$ 辺りから Transient は定常振動している様子がわかる．Fig. 2(a) より，$N_h = 1$ の場合は周波数成分が ω^{in} のみであるため正弦波形となっており，精度が低いことがわかる．一方，$N_h = 2, 3$ の場合は全体的な位相が Transient の定常振動部と比較的合っているものの，最大振幅はずれていることがわかる．Fig. 2(b) より，N_h を増大させると Transient の定常振動部との差異が減少していく様子がわかる．

4. おわりに

本稿では，閉口き裂による 3 次元散乱問題に対する HB-BEM の概略，及び数値シミュレーション結果の一部を示した．数値シミュレーション結果から本手法はき裂面の繰り返し打撃を再現できていることが確認された．き裂面摩擦に対する数値シミュレーション結果は当日報告する．

今後は本手法を用いてき裂面摩擦を伴う非線形な共振現象の詳細を調べる予定である．

参考文献

1) I. Yu. Solodov, D. Doring, and G. Busse: New opportunities for NDT using non-linear interaction of elastic waves with defects, *J. Mech. Eng.*, **57**, pp.169–182, 2011.
2) T. Maruyama, T. Saitoh, and S. Hirose: Numerical study on sub-harmonic generation due to interior and surface breaking cracks with contact boundary conditions using time-domain boundary element method, *Int. J. Solids Struct.*, **126–127**, pp.74–89, 2017.
3) T. Maruyama and T. Touhei: Steady-state anti-plane shear wave scattering by a crack with friction, *J. Acoust. Soc. Am.*, **143**, pp.3545–3556, 2018.
4) 丸山泰蔵，東平光生: 接触音響非線形性を伴うき裂による散乱問題に対する調和バランス-境界要素法の定常解の安定性について, 土木学会論文集 A2（応用力学）, **74**, pp.I_179–I_189, 2018.
5) E. L. Allgower and K. Georg: Introduction to numerical continuation methods, Springer-Verlag, 1990.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

構造物の応力状態考慮による超弾性体の材料物性同定手法の提案
The Procedure for Identifying Material Parameters of Hyperelasticity by Considering Stress State in the Structure

岩田 智行（横国大・大学院） 山田 貴博（横国大・学博）
藤原 基英（元横国大） 井畑 知明（元横国大） 岡田 和也（元横国大）
Tomoyuki IWATA, Yokohama National University
Takahiro YAMADA, Yokohama National University
Motohide FUJIWARA, Yokohama National University
Tomoaki IHATA, Yokohama National University
Kazuya OKADA, Yokohama National University
E-mail: iwata-tomoyuki-xv@ynu.jp

Regarding the mechanical properties of hyperelastic materials such as rubber materials, there are cases in which stress conditions during the actual operation of various structures cannot be predicted by material tests based on conventional basic deformation patterns. In this study, we propose a rational procedure for identifying material parameters using material tests that are defined by simulating the stress state of actual structure, and verify the general-purpose effectiveness of the method using a commercial FEA solver code.

１．はじめに

一般的に数値計算における材料定数同定とは，基礎的な変形パターンを表現するように設計された特定形状の試験片を用いた材料試験を行い，その試験と同様な数値計算を行い，両者の誤差が最小となるように最適な材料構成則の選択と各材料定数を決定することである．しかし，実際の構造物の運用における応力状態は，そのような基礎的な変形に制限されることがないため，従来手法では，対象構造物によっては数値計算上の精度が高くない場合がある．また，元来材料試験結果自体にもばらつきがあり，不確かさを有する入力条件が出力解に及ぼす影響を定量化（Uncertainly Quantification：UQ）し，その不確かさを減らす「重要度評価」が材料定数同定には必要であると考える．

本研究では，岡田らによる研究 [1] と同様に，材料試験における荷重条件は，構造物の運用状態を再現した応力解析によって得られる構造の応力状態を用いて定義され，材料定数は構造の応力状態だけでなく，変形状態の「重要度評価」も考慮して最適化することで，数値計算精度を向上させようとするものであるが，その汎用性を高めるべく，市販FEAコードによる検証と，解析専任者ではなく，設計者の観点で誰しもが取り扱い易い材料モデルを使って提案手法の有効性を示す．

２．超弾性体の材料定数同定上の課題と実際の計算精度上の問題例

ゴム等の超弾性材料に対しては，非圧縮性の特性から主にひずみエネルギー密度関数を用いて挙動を予測するが，Neo-Hookean, Mooney-Rivlin, Ogden, Arruda-Boyce, Marlow, Yeoh等，様々な材料モデルが提案されており，どれを選べば良いか設計者には悩ましいところである．

また超弾性材料モデルの材料定数同定に一般に用いられる単軸引張り，せん断（一軸固定二軸引張り），圧縮（均等二軸引張り）の３種類の試験方法で，弾性域が大きい任意の変形状態を精度よく表現できているかどうかという点では，ひずみエネルギー密度関数の曲面上に各試験の曲線をプロットしてみると分かる通り，十分ではないケースが明らかに存在する（Fig.1）．

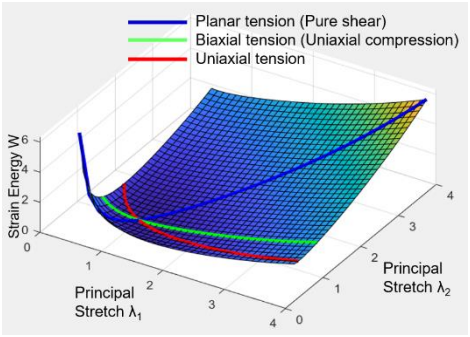


Fig. 1 Three-dimensional display of strain energy function and path of tensile test

実際の精度上の問題例を挙げる．試験データにTreloar [2] による実在材料データ（Fig.2）を，材料モデルにはMooney-Rivlin と３次の Ogden を使用し，市販FEAコードのAbaqus/CAE 2019とANSYS Workbench 2019R2を使用して，カーブフィットを行った後，求めた材料定数でシンプルな

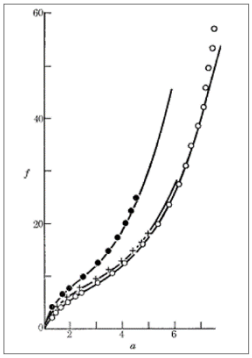


Fig. 2 Test data by Treloar

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

片持ち梁による応力解析を実施した場合の比較結果を Fig.3 に示す.

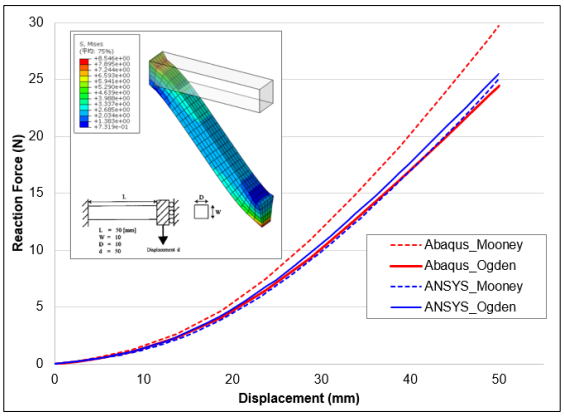


Fig. 3 Comparison of displacement-reaction force between Abaqus and ANSYS

これら結果から，Abaqus の Mooney-Rivlin モデルの近似方法に課題があるように見えるが，細かく見ると ANSYS の Ogden におけるフィッティング方法にも何かしら特徴がある印象である．すなわち，どちらのコードによるフィッティングおよび材料モデルが適しているかの判断は相当ゴムの解析に精通している技術者以外には難しい．

３．これまで提案してきた方法とその汎用性について

我々は過去，設計者にとってパラメータ数が少なく扱い易い Mooney-Rivlin モデルを使用しつつ，さらに数値計算精度を改善することができないかの観点で「シミュレーションしたい応力状態（変形状態）に着目して最適な材料試験を選択し，さらに変形状態の分布に応じた重み付けを考慮したパラメータ同定を行う」，すなわち「対象を限定し，重要度評価を行うことで，同定精度を改善する」手法を紹介してきた．手法の流れと概要としては Fig4，Fig.5 のようなものである．

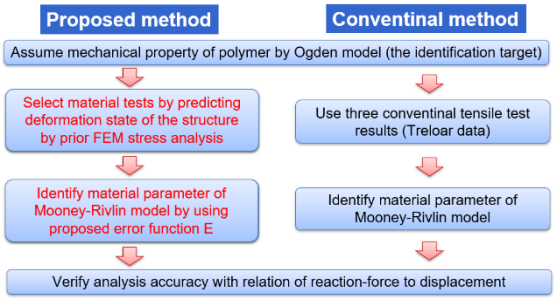


Fig. 4 Workflow for confirming the effectiveness of the proposed method

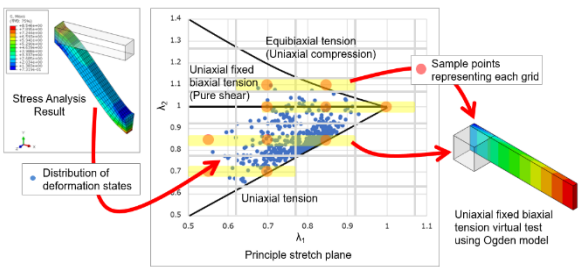


Fig. 5 Material test selection method by stress analysis of structures

この提案手法の汎用的有効性の確認は，以下のような部品について，Abaqus2019 を用いた応力解析で評価している．（折れ線グラフについては，全変位領域の反力の同定目標からの離れ度の合計を，反力 Max 値で正規化したものであり，小さい程目標に近いことを示す）

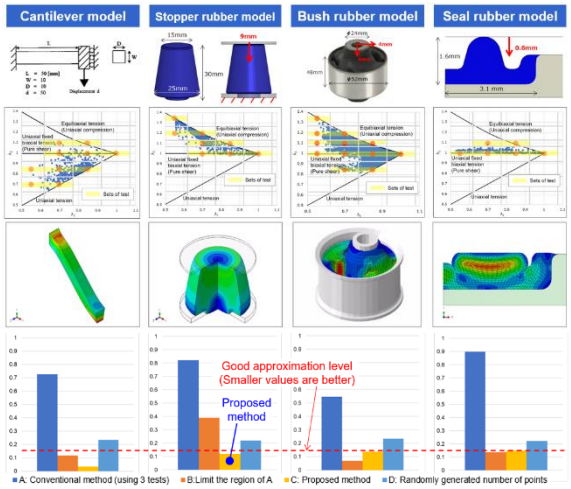


Fig.6 Comparison of normalized sum of reaction force error with max value of each part reaction force

４．さらなる提案手法の検討について

変形状態の分布をもとに重み付けするという点においては，技術者の判断の良し悪しに依存する部分があるため，より合理的な手法とすべく，構造物の変形状態すなわちひずみエネルギーの変動と最終的な反力変動との関係から，感度解析を用いてパラメータ同定する方法を検討中である．（検証結果については本会期中に報告予定）

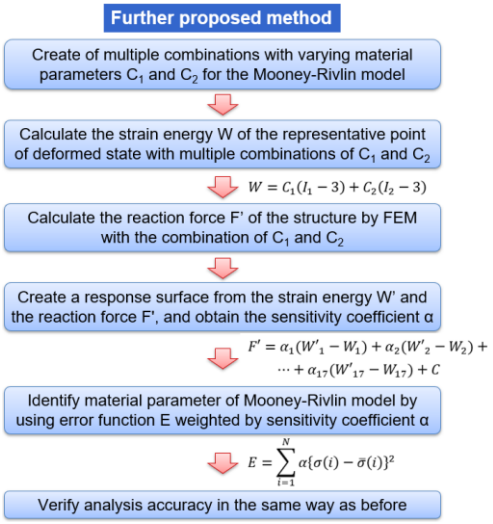


Fig. 7 Workflow of the proposed method under consideration

参考文献

1) 岡田和也，山田貴博，松井和己：構造物の応力状態を考慮した超弾性体における材料定数同定，計算工学講演会論文集 Vol.22, 2017.

2) Treloar, L. R. G., ”Stress-Strain Data for Vulcanised Rubber under Various Types of Deformation”, Transactions of the Faraday Society, vol. 40, pp.59-70, 1940

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

第三部門：材料・複雑現象の力学（ C)

座長:山本 佳士(法政大学)

2021年5月15日(土) 13:30 ～ 15:00 C会場 (C会場)

[S03C-01] Region-wise ZIG-ZAG理論による異方性積層板の厚板解析への仮想ラミナの適用

*渡辺 力[1]、佐野 凌希[1] （1. 函館工業高等専門学校）

13:30 ～ 13:45

[S03C-02] 中詰め材の大きさが石橋の耐震性に及ぼす影響に関する研究

*東 祐輔[1]、古川 愛子[1]、清野 純史[1] （1. 京都大学）

13:45 ～ 14:00

[S03C-03] 裏当て金付突合せ溶接継手に対する ENS法検討

*柴田 誉[1]、佐藤 啓介[1]、堀川 秀信[2]、浜崎 幸平[2]、堤 成一郎[3] （1. 住友重機械工業株式会社、2. 住友建機株式会社、3. 大阪大学接合科学研究所）

14:00 ～ 14:15

[S03C-04] 平坦状の先端を有する飛来物衝突を受ける鋼板の貫通破壊に関する研究

*濵田 匠李[1]、別府 万寿博[1]、堤 成一郎[2]、市野 宏嘉[1] （1. 防衛大学校、2. 大阪大学）

14:15 ～ 14:30

[S03C-05] 一方向 FRPの重ね接着接合部の力学特性

*水谷 壮志[1]、石川 敏之[2] （1. 京橋ブリッジ株式会社、2. 関西大学）

14:30 ～ 14:45

[S03C-06] 落石防護擁壁上に設置された貫通型落石防護柵支柱に関する曲げが卓越する場合における衝撃応答解析の妥当性検討

瓦井 智貴[1]、小室 雅人[1]、岸 徳光[1]、岡本 淳敏[2]、*竹内 観月[1] （1. 室蘭工業大学大学院、2. 勇建設（株））

14:45 ～ 15:00

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Region-wise ZIG-ZAG 理論による異方性積層板の厚板解析への仮想ラミナの適用

Application of Virtual Laminas to Thick Plate Analysis of Anisotropic Laminated Plates by Region-wise Zig-zag Theory

渡辺　力（函館高専）　　佐野　凌希（函館高専・専攻科）
Chikara WATANABE, National Institute of Technology, Hakodate College
Ryoki SANO, National Institute of Technology, Hakodate College
E-mail: cwatan@hakodate-ct.ac.jp

The region-wise zig-zag theory, which combines the improved zig-zag theory and layer-wise theory, has been developed. In this theory, it is easy to apply to delamination analysis and to structures composed of composite materials and isotropic materials, and the unknown degree of freedom is considerably smaller than that of the layer-wise theory. In this study, it is proposed to use virtual laminas for this theory in order to improve the applicability and efficiency of this theory. The accuracy and applicability of the region-wise zig-zag theory using the virtual laminas have been verified by using numerical examples of bending analysis of isotropic and anisotropic laminated plates.

1. まえがき

複合材料で補強された鋼やコンクリート構造に ZIG-ZAG 理論を適用するために，改良 ZIG-ZAG 理論 [1] と Layer-wise 理論 [2] を融合した Region-wise ZIG-ZAG 理論の開発を進めている [3]．

この Region-wise ZIG-ZAG 理論では，領域内部の ZIG-ZAG 変位の分布を仮定する ZIG-ZAG 関数に，領域上下端で関数値がゼロとなる領域 ZIG-ZAG 関数を用いるので，領域内の層数が 1 つとなる場合には，剛性行列が特異行列となって消去演算ができなくなる．さらに，この理論では，領域数を増やすと Layer-wise 理論と同様に未知自由度数が増加することとなる．

本研究では，Region-wise ZIG-ZAG 理論のこれらの問題を解決し，理論の適用性と効率性をさらに高めるために，異方性積層構造に対して仮想ラミナを用いる方法 [1] の適用を提案する．異方性積層構造に対しては，従来の ZIG-ZAG 関数を用いたのでは，仮想ラミナ数を増加させても変位と応力の精度改善の効果は現れない．そこで，等方性平板と同様に領域内で 2 次放物線分布となる面外せん断応力を仮定し，異方性積層構造にも効果的な領域 ZIG-ZAG 関数の勾配を導出する．

2. Region-wise ZIG-ZAG 理論

Region-wise ZIG-ZAG 理論では，領域 r 第 k 層の変位を次式で与える．

$$u^{r(k)} = f_0^r\, u_r + f_1^r\, u_{r+1} + \sum_{s=1}^{p_u^r} \phi_{us}^{r(k)}\, u_s^r$$

$$v^{r(k)} = f_0^r\, v_r + f_1^r\, v_{r+1} + \sum_{s=1}^{p_v^r} \phi_{vs}^{r(k)}\, v_s^r$$

$$w^{r(k)} = f_0^r\, w_r + f_1^r\, w_{r+1} + \sum_{s=1}^{p_w^r} \phi_{ws}^{r(k)}\, w_s^r \qquad (1)$$

ここに，式 (1) の右辺第 1 項と第 2 項が領域境界変位の項で，第 3 項が領域内部変位の項である．領域内部変位の項において，s=1 の場合が ZIG-ZAG 項で，$\phi_{u1}^{r(k)}, \phi_{v1}^{r(k)}, \phi_{w1}^{r(k)}$ が領域 ZIG-ZAG 関数，u_1^r, v_1^r, w_1^r が領域 ZIG-ZAG 変位である．式 (1) の領域 ZIG-ZAG 関数には次式を用いる．

$$\left.\begin{aligned} \phi_{u1}^{r(k)} &= (\beta_u^{r(k)} - F_u^r/2)\,\zeta^r + a_u^{r(k)} \\ \phi_{v1}^{r(k)} &= (\beta_v^{r(k)} - F_v^r/2)\,\zeta^r + a_v^{r(k)} \\ \phi_{w1}^{r(k)} &= (\beta_w^{r(k)} - F_w^r/2)\,\zeta^r + a_w^{r(k)} \end{aligned}\right\} \quad (k = 1, 2, \cdots, N_r) \qquad (2)$$

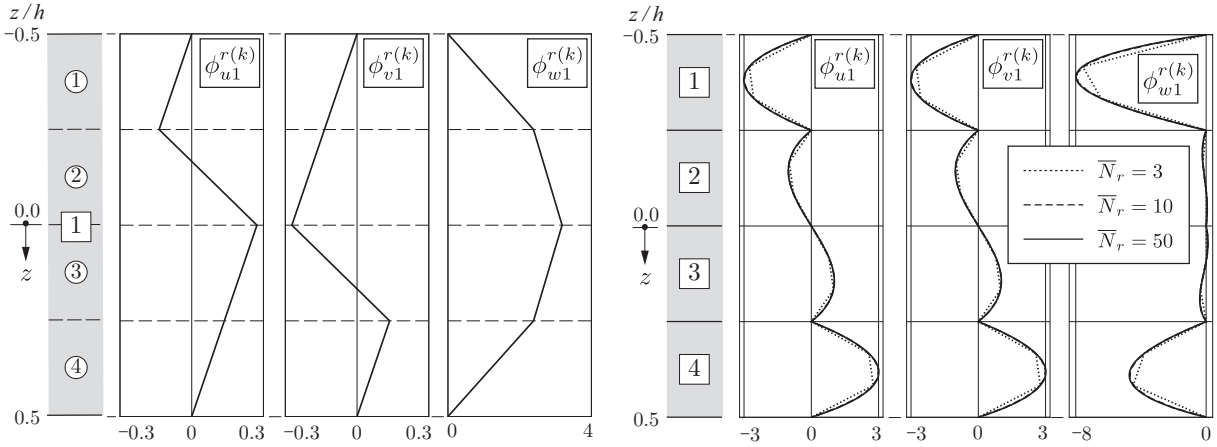
3. 仮想ラミナによるたわみと応力の精度改善

本研究では，領域内の層数 N_r=1 の場合に，領域内に仮想的な数学層を設けて精度の改善を図る．この仮想的な数学層を仮想ラミナと呼び，このときの層数 N_r は仮想ラミナ数 $\overline{N}_r$ として区別する．

式 (2) の $\beta_u^{r(k)}$, $\beta_v^{r(k)}$, $\beta_w^{r(k)}$ は領域 r 第 k 層の領域 ZIG-ZAG 関数の勾配で，異方性積層に対する勾配 [3] を用いた場合の式 (2) の領域 ZIG-ZAG 関数の板厚方向の分布図を図–**1**(a) に示す．

図–**1**(a) では外側弱層となるので勾配の修正を行っているが，各層において区間的に ZIG-ZAG に線形分布する連続関数となる．この関数を用いて領域内で ZIG-ZAG となる変位分布を表現できるが，これを仮想ラミナに用いても精度の改善効果は現れない．そこで，等方性平板と同様に領域内で 2 次放物線分布となる面外せん断応力を仮定し，異方性積層構造にも効果的な領域 ZIG-ZAG 関数の勾配を導出する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) 領域数 N_R=1（異方性積層） (b) 領域数 N_R=4（仮想ラミナ）

図–1 異方性積層板（逆対称 4 層積層板 [0/90°/0/90°]）に用いる領域 ZIG-ZAG 関数の分布

表–1 対称 3 層積層板 [0/90°/0] の変位と応力の誤差（N_R=3，h/b=3/10） (%)

変位場	p	$\overline{N}_r$	u	v	w	σ_x	σ_y	τ_{xy}	τ_{yz}^*	τ_{xz}^*	DOF
Full RW	1	3	−3.77	−1.84	−1.25	−3.44	−2.93	−2.41	0.45	−1.50	21
		10	−1.51	−0.77	−0.61	−1.31	−1.08	−0.98	−0.49	−1.39	
		20	−1.34	−0.68	−0.57	−1.16	−0.93	−0.87	−0.58	−1.38	
		50	−1.29	−0.66	−0.55	−1.12	−0.89	−0.84	−0.60	−1.38	
	2	3	−2.81	−1.46	−1.05	−2.51	−2.17	−1.85	0.53	−1.74	30
		10	−1.13	−0.47	−0.37	−0.96	−0.48	−0.66	−0.27	−0.65	
		20	−0.40	−0.16	−0.13	−0.30	−0.15	−0.23	−0.13	−0.21	
		50	−0.10	−0.03	−0.03	−0.03	−0.03	−0.05	−0.06	−0.04	
厳密解 [4]			3.228569 ($\widetilde{u}$×1000)	7.865130 ($\widetilde{v}$×1000)	2.789550 ($\widetilde{w}$×100)	−8.961937 ($\widetilde{\sigma}_x$×10)	−5.860276 ($\widetilde{\sigma}_y$×10)	5.808647 ($\widetilde{\tau}_{xy}$×100)	2.358391 ($\widetilde{\tau}_{yz}$×10)	2.296458 ($\widetilde{\tau}_{xz}$×10)	–
観測点			D, z=−h/2	C, z=−h/2	A, z=−h/2	A, z=−h/2	A, 2 層目上	B, z=−h/2	C, z=0	D, z=0	–

図–1(b) は，領域内の層数 N_r=1 となるように領域を設定し，誘導した仮想ラミナの勾配を用いた場合である．領域内に $\overline{N}_r$ 個の仮想ラミナを設けており，面内変位 u, v の関数 $\phi_{u1}^{r(k)}, \phi_{v1}^{r(k)}$ は中央面に対して逆対称な曲線分布，面外変位 w の関数 $\phi_{w1}^{r(k)}$ も曲線分布となる．これにより，式 (1) の ZIG-ZAG 項（s=1）において曲線分布する変位を導入することになる．しかし，この関数は各仮想ラミナにおいて区間的に連続する ζ^r に関する 1 次式であるので折れ線分布であり，仮想ラミナ数が少ないと関数の近似度が悪くなる．それに対して，仮想ラミナ数 $\overline{N}_r$ を増加させると関数の近似度が増し，これにより解の精度が改善されることになる．

4. 数値計算例

表–1 に板厚比 3/10 の対称 3 層積層板 [0/90°/0] に仮想ラミナを適用した場合の変位の 3 成分と応力の 5 成分の厳密解 [4] に対する誤差（%）を示す．領域の採り方は領域の層数 N_r=1 となるように各層を 1 つの領域として設定し（領域数 N_R=3），式 (1) の展開次数は $p_u^r = p_v^r = p_w^r = p$ として，p=1, 2 の結果を示している．

次数 p=1 では，仮想ラミナ数 $\overline{N}_r$=3 で，変位で 1∼4% 程度，応力では 1∼3%程度の誤差が生じているが，仮想ラミナ数 $\overline{N}_r$ を増加させると精度が改善され，$\overline{N}_r$=50 では u, σ_x, τ_{xz}^* で 1%程度，その他は 1%以下の誤差となっている．次数 p=2 でも同様で，$\overline{N}_r$=20 を用いれば全ての変位と応力が 1%以下の誤差に改善されている．

5. 結論

仮想ラミナに用いる領域 ZIG-ZAG 関数のために，異方性積層板にも効果的な領域 ZIG-ZAG 関数の勾配を導出した．Region-wise ZIG-ZAG 理論に仮想ラミナを適用することで，異方性積層板に対して領域内の層数が 1 つの場合にも適用が可能となり，Region-wise ZIG-ZAG 理論の適用性と効率性を大幅に拡張できる．

参考文献

1) 渡辺　力：効果的な ZIG-ZAG 関数の開発と異方性積層板ならびに等方性平板の厚板解析への適用，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.74，No.1，pp.75-91，2018.
2) Reddy, J. N. : *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells : Theory and Analysis*, Second ed., CRC Press, 2004.
3) 渡辺　力：複合材料ならびに等方性材料からなる積層構造のための Region-wise ZIG-ZAG 理論の開発，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.76, No.1, pp.58-74, 2020.
4) Pagano, N. J. : Exact solutions for rectangular bidirectional composites and sandwich plates, *J. Compos. Mater.*, Vol.4, pp.20-34,1970.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

中詰め材の大きさが石橋の耐震性に及ぼす影響に関する研究
Study on the Effect of Filling Material Size on Seismic Resistance of Stone Bridges

東　祐輔（京都大・工）　　古川　愛子（京都大・工）　　清野　純史（京都大・工）
Yusuke HIGASHI, Kyoto University
Aiko FURUKAWA, Kyoto University
Junji KIYONO, Kyoto University
E-mail: higashi.yusuke.83e@st.kyoto-u.ac.jp

Several stone bridges were damaged during the 2016 Kumamoto earthquake. The most severe damage was the collapse of the wall stones. It is reported that the collapse of the outer wall stones may be caused by the collapse of crushed stones filling inside of the bridge. In this study, we carried out shaking table experiments using two types of simplified stone bridge models with different crushed stone sizes. It was observed that the model filled with larger crushed stones showed higher seismic resistance. The numerical simulations using the refined DEM was also conducted and the same tendency was obtained.

１．研究の背景と目的

九州を中心に日本には多くの石橋が存在しており，地震時に壁面の崩壊や孕みだし等の被害が報告されているが，石橋内部を充填している中詰め材に原因があると考えられる被害も発生している．礫材と土が混合したもので充填されている橋が多いが，壁石と同程度のサイズの砕石のみで充填された橋も存在しており，中詰め材が石橋の耐震性に及ぼす影響に関しては未解明の部分が多い [1]．本研究では中詰め材としての砕石のサイズによる耐震性の違いを明らかにする目的で振動台実験とその再現解析を行った．石橋全体ではなく，被害の生じやすい石橋の根本部分を橋軸に直交する断面で切り出したモデルを対象とし，橋軸直交方向の揺れに限定して検討を行った．

２．振動台実験

振動台実験にあたり作成した石橋断面モデルを Fig.1 に示す．6×7×8cm のコンクリートブロックにより石橋の壁面部分を作成し，その内側に砕石を充填した単純なモデルである．充填する砕石は大小 2 種類の砕石を用意しており，40~100mm のものを砕石大，20~30mm のものを砕石小として使用している．なお，今回は単純化のため実橋における道路部分のモデル化は省略している．

Fig.1 Stone bridge cross section model (Experiment)

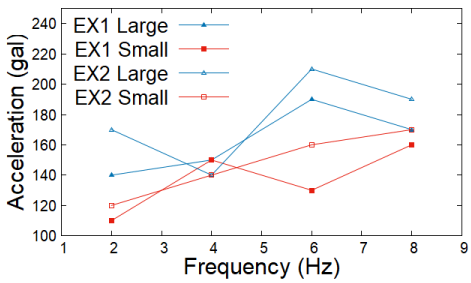


Fig.2 Input acceleration amplitude at the time of collapse (Experiment)

まず，2, 4, 6, 8Hz の正弦波を大小それぞれの砕石を充填した断面モデルに作用させる計 8 ケースの正弦波加振実験を 2 回行った(EX1,EX2)．正弦波は試験体の様子を観察しながら徐々に振幅を上げた．

各周波数での崩壊時の振動台の加速度を Fig.2 に示す．青色で砕石大の結果を，赤色で砕石小の結果をプロットしている．砕石大を使用した場合，耐震性が高くなることが分かった．

崩壊時，壁面が段階的に傾く様子が観察された．例として，2Hz 加振時の崩壊の瞬間の振動台の絶対変位(凡例：Table)と崩壊の起きた左壁 2,4,6 段目の振動台に対する相対変位(凡例；Left 2,4,6)を Fig.3 に示す．外(左)側方向への変位を正としている．砕石小では振動台の変位が最大になった直後に段階的に壁石が外側に動く様子が確認できるが，砕石大では外側に動いた石が内側に戻るような動きが見られた．また，砕石自体の崩れにくさにも大きな違いが見られた．砕石小では中詰め材が斜面状に崩壊したのに対し，砕石大は中詰め材の大部分がそのままの形状で残っていることが確認された(Fig.4).

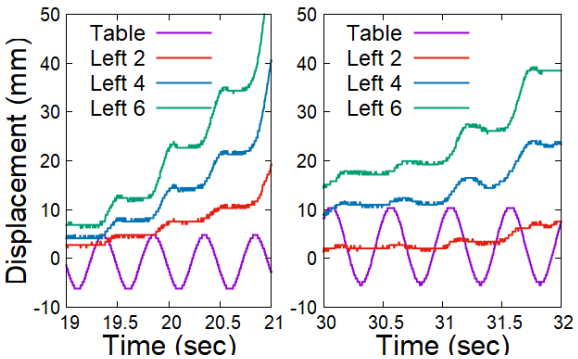


Fig.3 Horizontal displacement (2Hz, Left: Small Right: Large)

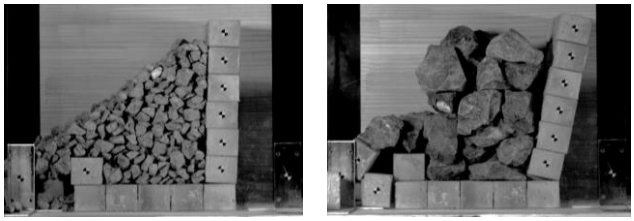


Fig.4 Snapshots in a collapsed state (2Hz, Left: Small Right: Large)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

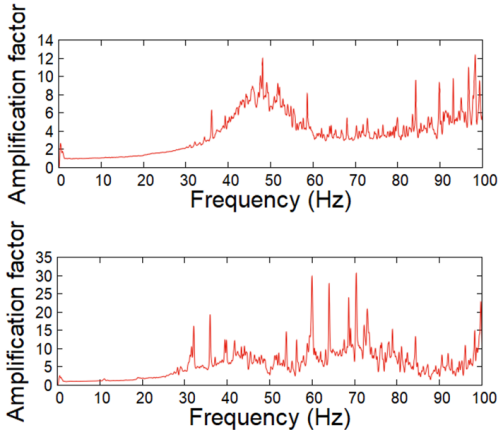


Fig.5 Resonance curve
(Top: Small Bottom: Large)

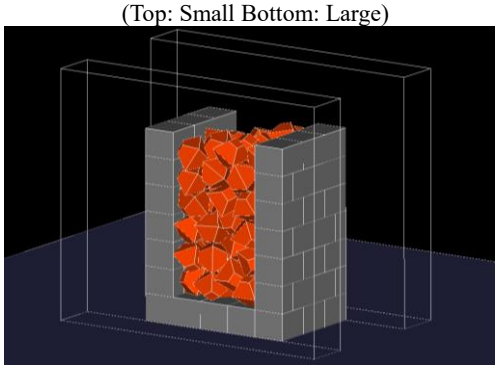


Fig.6 Stone bridge cross section model (Simulation)

これらの結果と実験時の観察を踏まえると壁石が外側に動いたことによって生じる隙間に中詰め材が流れ込むことで崩壊が起こると考えられる．そのため中詰め材自体が崩れにくい砕石大は耐震性が向上したと考えられる．

続いて，試験体の振動特性を調べるための共振実験を行った．大小それぞれの砕石を充填した試験体に対し，試験体が崩壊しないような 2~3mm のわずかな変位で振動させ，1~10Hz まで振動数を徐々に上げた．加振時に右壁最上段ブロックで計測した加速度のフーリエスペクトルを振動台の加速度のフーリエスペクトルで割ることにより共振曲線を求めた．バンド幅 0.6Hz の Parzen ウィンドウで平滑化した共振曲線 Fig.5 に示す．共振曲線より試験体の共振振動数は 30Hz 以上であり，2~8Hz の範囲で行った今回の正弦波加振実験においては共振の影響が少ないことが確認された．したがって試験体の崩壊は中詰め材による影響が大きいと推測される．

３．再現解析

改良版個別要素法 [2]を用いて振動台実験の様子を再現した．作成した解析モデルを Fig.6 に示す．砕石は Fig.7 に示す双四角錐台(十面体)によりモデル化しており，基準辺が 6cm，2.5cm のものをそれぞれ砕石大・砕石小として使用した．入力加速度として EX2 において振動台上で計測した加速度を用いた．コンクリートの密度を 2.2t/m3，ヤング率を 3.3×10^{10} N/m^2，砕石の密度を 3.2t/m^3，ヤング率を 5.3×10^{9} N/m^2，摩擦係数はコンクリート間を 0.666，砕石間を 0.2，コンクリートと砕石間を 0.772 とした．

実験時と同様に解析における崩壊時加速度を Fig.8 に示す．砕石大の方が耐震性が高くなる傾向を再現することができた．

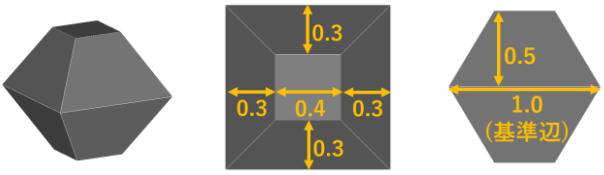


Fig.7 3D model of crushed stones

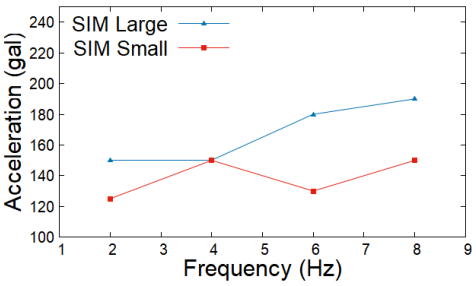


Fig.8 Input acceleration amplitude at the time of collapse
(Simulation)

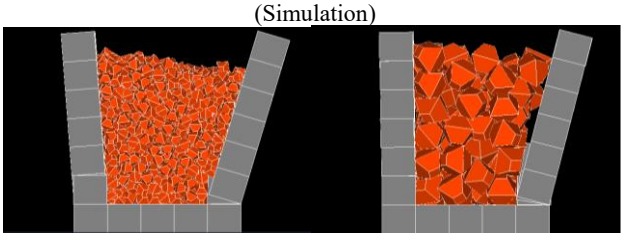


Fig.9 Snapshots in a collapsed state
(2Hz, Left: Small Right: Large)

Fig.9 に 8Hz 加振時の崩壊直前の様子を示す．砕石大では壁面と中詰め材の間に隙間が見られるのに対し，砕石小では中詰め材が流れ込むため隙間が見られない．砕石大の中詰め材自体の崩れにくさが耐震性向上に寄与していると推察される．

４．結論

本研究では石橋断面モデルによる大小 2 種類の砕石を用いた振動台実験とその再現解析を行った．

実験の結果より大きいサイズの砕石を使用することで耐震性が向上することが確認された．本研究において、試験体の共振振動数は 30Hz 以上であり、試験体の崩壊は中詰め材による影響が大きいと推察された。また、断面モデルにおける壁面崩壊のメカニズムとして，壁石が外側に動いたことで生じる隙間に砕石がなだれ込むことで崩壊が生じると推測される．砕石サイズによって砕石自体の崩れにくさが変わることから耐震性に違いが出たと考えられる．

改良版個別要素法による再現解析では砕石サイズによる耐震性の違いや砕石の崩れにくさの違いを再現することができた。

本研究で使用した石橋断面モデルは実橋をかなり単純化しているため，今後はより実橋に近いモデルを用いて崩壊メカニズムを解明していく必要がある．

参考文献

1) 土木学会:2016 年熊本地震被害調査報告書, 丸善, 2016.
2) Aiko Furukawa, et al : Proposal of a numerical simulation method for elastic, failure and collapse behaviors of structures and its application to seismic response analysis of masonry walls, Journal of Disaster Research, Vol.6, No.1, 2011.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

裏当て金付突合せ溶接継手に対する ENS 法検討

Application of ENS Method for Butt Weld Joint with Backing Plate

柴田　誉（住友重機械工業（株））　佐藤　啓介（住友重機械工業（株））
堀川　秀信（住友建機（株））　浜崎　幸平（住友建機（株））
堤　成一郎（大阪大・工）
Homare SHIBATA, Sumitomo Heavy Industries, Ltd.
Keisuke SATOH, Sumitomo Heavy Industries, Ltd.
Hidenobu HORIKAWA, Sumitomo Construction Machinery Co., Ltd.
Kohei HAMASAKI, Sumitomo Construction Machinery Co., Ltd.
Seiichiro TSUTSUMI, Osaka University, JWRI
E-mail: homare.shibata@shi-g.com

ENS method is one of the general methods to predict fatigue life from weld toe and root. In this paper, fatigue tests and life prediction by the method are conducted for two types of the butt weld joints with backing plate. Then, *Kt,* stress concentration factor, and *ΔKt*, efficient stress concentration factor, are calculated by numerical analysis. The results show the lower precision for joints with a low *Kt,* especially near the fatigue limit region. Consequently, it is found that the ENS method would be modified by *Kt* and could be a general assessment tool for various joints.

１．はじめに

近年，社会基盤構造物の老朽化が全国各地で著しい．それに伴う疲労問題も深刻となっており，全破損原因のおよそ 8 割が疲労に関係 [1]していると言われている．

本研究で対象とする裏当て金付突合せ溶接継手は，箱型構造を突合せ溶接する際に頻繁に使用される継手形式であり，土木構造物では道路橋床板閉断面リブの突合せ溶接時に使用される．裏当て金は両面溶接が困難な場合に用いられるが，製作時に裏当て金と母材の間に応力集中の高い未溶着部が残留し，そこから発生する疲労き裂が溶接金属部を進展し破断に至った例がこれまで数多く報告 [2]されている．このような破断形態は，表面からき裂の進展を把握することができないため，き裂発見時には構造に対し深刻な状態となっている場合が多く，適切な疲労性能評価を行うことが求められている．

これまで広く用いられているルートから発生するき裂の疲労評価手法の一つに有効切欠き応力法（以降，ENS 法）がある．ENS 法は国際溶接学会の疲労設計指針（IIW）に規定 [3]されており，局所的形状のばらつきや局所的塑性変形を考慮して，止端やルートに半径 1mm の仮想円弧を設けた場合の局所的な弾性応力範囲と所定の S-N 線図を比較することで寿命を評価する．また，Radaj らによって安全側の寿命評価を与えることが確認 [4]され，過去様々な継手形式に対する評価 [5]が実施されている．しかし，溶接止端部と裏当て金ルート部の 2 か所のき裂発生懸念箇所を有する裏当て金付突合せ溶接継手に対する適用性の検証は極めて限定的であり，さらに仮想円弧 1mm よりも大きな止端半径を有する場合に対しても統一的に適切な安全率で疲労評価可能であるかは定かではない．

そこで，本研究では 2 種類の裏当て金付突合せ溶接継手を対象として，疲労試験および ENS 法による評価を実施した．また，実測形状に対して取得した応力集中係数を用いて，当該手法の予測精度等に関して考察を行った．

２．疲労試験概要

母材に SM490A，溶接金属に JIS Z3312 相当材を使用して製作した疲労試験片を Fig.1 に示す．本研究では，2 種類の溶接条件の下製作し，溶接金属熱収縮による角変形やビード形状の異なる 2 種類の継手（以降，AW1，AW2）を用意した．各試験片の形状諸量の平均値を Fig.2 および Table 1 に示すが，AW1 に比べ，AW2 は角変形量や余盛高さが小さい上，止端半径も大きく良好な継手であることが示唆される．また，AW2 の止端半径は ENS 法において規定される 1mm よりも大きいことがわかる．

疲労試験は，30t 油圧サーボ疲労試験機を使用し，応力比 0.1，振動数 10Hz で実施し，10^7 回を打ち切り限界とした．得られた疲労試験結果を Fig.3 に示す．なお，後述の解析結果も同図に併せて示す．図中の黒線は JSSC による疲労強度等級線 [6]であるが，本継手・荷重形式の強度等級は F 等級と記載されている．つまり，両者とも疲労強度 F 等級を満足している．また，AW1 と AW2 ではおよそ 1.5-2 等級程度の寿命差があることがわかる．なお，き裂発生起点は AW1 が溶接止端部，AW2 が溶接ルート部であった．

３．ENS 法による疲労評価

ENS 法による疲労寿命評価を実施するために作成した解析モデルの一例を Fig.1 に示す．解析モデルは，後述の実測形状を基に作成し，止端部および溶接ルート部に半径 1mm の仮想円弧を配置した．ただし，溶接ルート部における仮想円弧の位置は IIW による規定とは異なり，溶接ルート先端部が半径 1mm の仮想円弧の中心とし，止端部，溶接ルート部，母材部用にそれぞれカスタマイズした S-N 線図を用いた．疲労限以降の挙動は修正マイナー則を採用した．また，AW2 は最小止端半径の計測値が 1mm より大きい 1.1mm であったため，解析モデルの止端半径は 1.1mm としている．解析ソルバーは，応力解析に Femap with NX Nastran を，疲労評価に疲労解析ソフトウェア FEMFAT5.4 を使用した．

得られる結果を Fig.3 に示す．図中に示す数値は，疲労試験結果に対する ENS 法評価結果の割合であり，AW1 は適切に評価できているが，AW2 は過度に安全側の評価となっている．また，両者とも，高応力側に比べ低応力側の評価精度が悪くなっている．これについて，一般的に疲労限に近い領域では寿命のばらつきが大きくなる傾向があること

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

が原因と考えられる．以上より，解析結果は疲労試験結果に対して，両継手とも安全側の寿命評価を与えているが，疲労性能の高い AW2 は過度に安全側であり，予測精度の改善が望まれる．

４．実測形状を模した応力集中係数 K_t 値評価

前章を踏まえ，さらなる考察を行うために実測形状を模した解析モデルを作成し，止端部および溶接ルート部の応力集中係数 K_t の評価を行った．

評価結果を Fig.4 に示す．図中の値は，通常の応力集中係数 K_t（主応力／公称応力）および疲労荷重載荷による応力集中である有効応力集中係数 ΔK_t（式(1)）[7]である．（$\Delta\sigma_F$ =180MPa 載荷時）この図より，疲労試験におけるき裂発生点同様，AW1 は止端側，AW2 は溶接ルート側において応力集中が高いことが確認できる．また，AW1 と AW2 を比較すると，き裂発生起点付近において AW1 の方が応力の集中がみられる．つまり，前章の結果から，ENS 法による評価は，K_t または ΔK_t が大きい継手に対しては良好に実施でき，比較的高寿命となる継手に対しては過度に安全側の評価を与えることが示唆される．

そのため，寿命評価に用いた S-N 線図を応力集中係数依存に改良することができれば，様々な性能の継手に対して適切に評価を与える汎用的なツールとなることが示唆され，提案式を講演にて報告予定である．

$$\Delta K_t = \frac{\sigma_L(\sigma_{F,\max}) - \sigma_L(\sigma_{F,\min})}{\Delta\sigma_F} \qquad (1)$$

ここに，　σ_L：局所応力　$\Delta\sigma_F$：公称応力増分

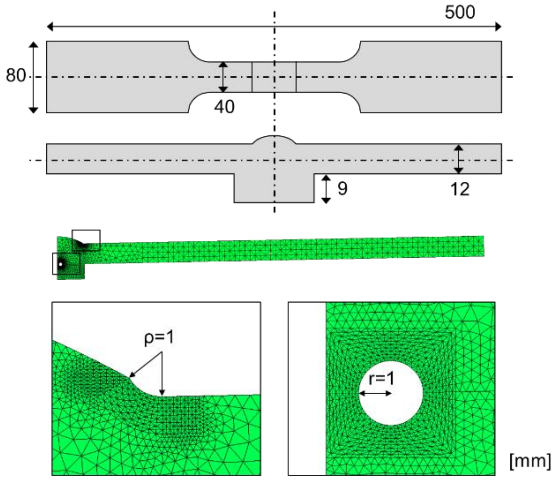


Fig.1 Specimen geometry and FE model for ENS method

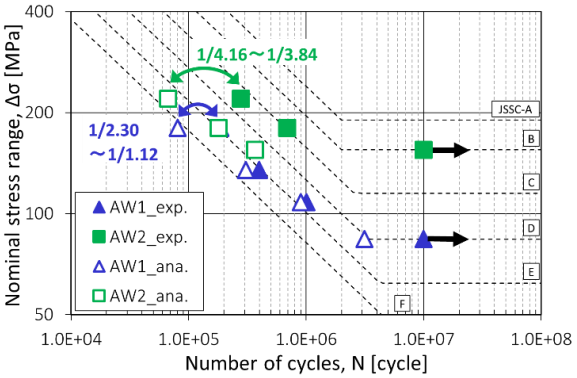


Fig.3 Comparison between experimental and numerical data

５．まとめ

本研究では，異なる 2 種類の裏当て金付突合せ溶接継手に対して疲労試験および ENS 法による疲労評価を行い，実測形状の応力集中係数を絡めた考察を行った．その結果，ENS 法は，K_t や ΔK_t の大きい継手に対しては良好な評価を与えるが，応力集中が小さく比較的高寿命となる継手に対しては過度に安全側となる評価を得た．そのため，寿命評価に用いた S-N 線図を応力集中係数依存に改良することにより，様々な疲労性能の継手を適切に評価することが可能な汎用ツールとなることが示唆され，提案式を講演当日に発表予定である．

参考文献

1) 日本材料学会編:疲労設計便覧, 株式会社養賢堂, 1995.
2) 鋼構造委員会 鋼床板の疲労小委員会：鋼床板の疲労，土木学会論文集，第 410 号，I-2，1989.
3) A.F. Hobbacher : Recommendations for Fatigue Design of Welded Joints and Components Second Edition, International Institute of Welding, 2014.
4) D. Radaj : Design and analysis of fatigue resistant welded structures, Abington Publishing, 1990.
5) 森，明見：十字溶接継手ルート破壊の疲労強度評価に対する有効切欠き応力概念の適用性，土木学会論文集 A，Vol.65，No.1，pp.188-195，2009.
6) 日本鋼構造協会編：鋼構造物の疲労設計指針・同解説—付・設計例—2012 年改訂版，pp.28-29，2012.
7) 髙田，堤，小川：裏当て金付き突合せ溶接継手に対する有効 Kt 算出式の提案，溶接学会秋季全国大会講演概要集，pp.394-395，2019.

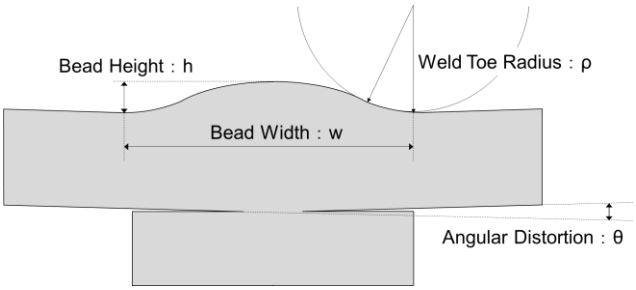


Fig.2 Definition of shape parameters

Table 1 Average value of shape parameters

Shape Parameter	AW1	AW2
Min. Weld Toe Radius ρ [mm]	0.73	1.36
Angular Distortion θ [deg.]	1.97	0.86
Bead Height h [mm]	4.21	2.79
Bead Width w [mm]	30.99	27.05

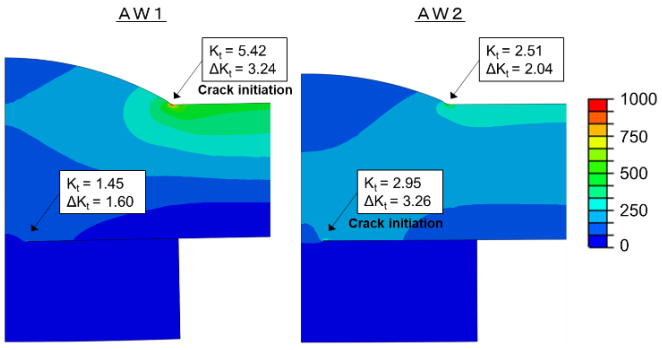


Fig.4 Max. principal stress distribution and K_t, ΔK_t

平坦状の先端を有する飛来物衝突を受ける鋼板の貫通破壊に関する研究
A study on the perforation failure of steel plates subjected to a flat-nose projectile impact

濵田　匠李（防衛大・理工）別府　万寿博（防衛大・建設）堤　成一郎（大阪大・接合）市野　宏嘉（防衛大・建設）
Shori HAMADA, National Defense Academy
Masuhiro BEPPU, National Defense Academy
Seiichiro TSUTSUMI, Osaka University
Hiroyoshi ICHINO, National Defense Academy
FAX: 046-844-5913, E-mail:beppu@nda.ac.jp

In recent years, wind-borne missiles due to tornados and volcanic eruptions have frequently damaged residential houses and human lives. Steel plates have been used in the protective design and reinforcement of nuclear facilities. But, details of failure behavior of steel plates were not sufficiently investigated. In this study, in order to investigate the failure behavior of steel plates subjected to a flat-nose projectile impact, impact experiments and numerical analyses were conducted for 6 mm- 12 mm-thick steel plates using a 6.0 kg mass projectile with flat shape tip (diameter of 50 mm) at velocities of 40-100 m/s.

１．緒言

近年，国内における竜巻や火山噴火が増加傾向にあり，竜巻飛来物や火山噴石が重要施設に衝突して被害が生じることが懸念されている．竜巻飛来物および火山噴石の最大衝突速度はそれぞれ 60m/s および 130m/s 程度であると想定されている [1)]が，これらの飛来物衝突を受ける鋼板の貫通破壊に関する研究は少ない．本研究は，平坦状の先端部を有する飛翔体を衝突速度 40～100m/s で SS400 鋼板に衝突させる実験を行うとともに，実験に対する数値解析を行い，鋼板の貫通破壊について検討を行ったものである．

２．実験の概要および実験結果

衝突実験は，Fig.1 に示す高圧空気式飛翔体発射装置を用いて行った．本装置は，空気圧縮器，エアチャンバーおよび発射管で構成されており，空気圧を利用して飛翔体を発射するものである．飛翔体は，Fig.2 に示すように長さ 280mm の後部に，長さ 50mm，直径 50mm の平坦状の先端部を取り付けた．質量は 6.0kg，材質は S45C である．Fig.3 に，鋼板の外観および設置状況を示す. 鋼板の寸法は 1150mm×1150mm であり, 板厚は 6mm, 9mm および 12mm とした． 材質は SS400 であり，裏面支持具にボルトを用いて四辺を固定した．鋼板の力学特性については, 板厚 6mm の降伏応力および引張強度はそれぞれ 343N/mm^2 および 452N/mm^2 であり，伸びは 31%である．また，板厚 9mm および 12mm の試験体は，いずれも降伏応力および引張強度がそれぞれ 323N/mm^2 および 428N/mm^2 であり，伸びは 31%である．Table 1 に，実験ケースを示す．板厚 6mm，9mm および 12mm の鋼板に対し，それぞれ衝突速度を 4 段階に変化させ, 合計 12 ケースの実験を実施した．板厚 6mm の非貫通および貫通のケースについて，鋼板の変形および貫通破壊性状を Fig.4 に示す．板厚 6mm で衝突速度 57.1m/s のケースでは鋼板の破壊モードは非貫通となり，鋼板に貫通は生じなかったが，飛翔体が衝突した面の外縁部周辺に約 1mm の凹みが生じた．また，衝突部の真裏には飛翔体の直径よりも約 0.5mm 大きい突起が生じた．衝突速度を 58.5m/s に増加させると，飛翔体が衝突した面の外縁部周辺が押し抜かれるような貫通が生じた．板厚 9mm および 12mm のケースについても，同様の変形および貫通破壊性状であった．

３．数値解析結果および考察

解析モデルを Fig.5 に示す．解析には衝撃解析コード ANS

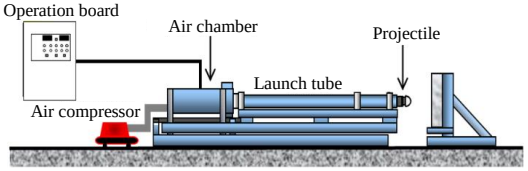


Fig. 1 High pressure pneumatic projectile launch apparatus.

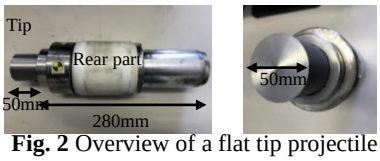


Fig. 2 Overview of a flat tip projectile

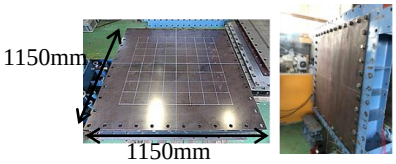


Fig. 3 Appearance and installation of SS400 steel plate.

Table 1 Experimental cases.

No.	Plate thickness	Projectile Mass, Diameter	Velocity (m/s)
1	6mm	6kg, 50mm	41.6
2			52.6
3			57.1
4			58.5
5	9mm		62.7
6			63.6
7			67.8
8			77.4
9	12mm		80.2
10			91.5
11			96.5
12			99.1

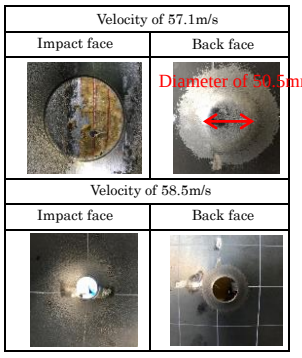


Fig. 4 Deformation and perforation failure properties of steel plate.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

YS-AUTODYN Ver.17 を使用した．解析モデルは実験条件の対称性を考慮し， 1/4 モデルとした．解析の対象は，板厚が 6mm で衝突速度が 58.5m/s（破壊モード：貫通）のケースである．鋼板は中心から 300mm までをモデル化し，1mm×1mm の要素分割とした．また，飛翔体は計算効率を考慮した簡易的なモデルとした．境界条件として，鋼板の端部の全節点を固定した．また，初期条件として，飛翔体モデルの全節点に初速度を設定した．材料定数を Table 2 に示す．材料定数は，著者らが行った材料実験の結果 [2]から決定した．材料モデルにはひずみ速度依存性を考慮するため，Johnson-Cook の降伏基準 [3]を用いた．また，応力三軸度を考慮した Johnson-Cook の破壊基準 [4]を用いた．Fig.6(a)に，動的強度倍率～ひずみ速度関係を示す．図に示すように，ひずみ速度の増加に伴い，強度が増加するモデルとした．Fig.6(b)に，破断ひずみ～応力三軸度関係を示す．図に示すように，ひずみ速度の増加に伴う破断ひずみの低下を考慮したモデルを用いた．解析結果として，飛翔体の速度～時間関係の比較を Fig.7 に示す．図に示すように，実験結果を概ね再現するとともに，貫通の発生時間は実験では時刻 0.8ms であったのに対し，解析では時刻 0.9ms となった．Fig.8 に，鋼板の変形および破壊の進展を示す．図から，衝突後時刻 0.6ms において鋼板裏面の要素に破壊が生じて破壊が裏面から表面に向けて進展し，時刻 0.9ms で貫通が生じた．Fig.9 に，各時刻における鋼板の速度分布を示す．衝突直後は飛翔体衝突部に大きな速度が生じ，時刻 0.2ms で一度飛翔体中央部と鋼板が離れる挙動が認められた．その後，鋼板中央部が一度減速し，時刻 0.5ms で再度飛翔体中央部と鋼板が衝突して，鋼板中央部が加速するとともに，鋼板裏面の要素に破壊が生じた．このように，鋼板中心部とその周囲に速度差が生じることで，要素に破壊が生じた部分の周辺に変形が局所化して，破断が生じたと考えられる．

4．結言

本研究で得られた成果を以下に要約する．

(1) 平坦状の先端部を有する飛翔体を衝突速度 40～100m/s で板厚 6mm，9mm および 12mm の SS400 鋼板に衝突させる実験を行った．その結果，鋼板に貫通が生じると，飛翔体が衝突した面の外縁部周辺が押し抜かれるような破壊性状を示した．

(2) 鋼板の材料モデルに，ひずみ速度効果を考慮した Johnson-Cook の降伏基準および応力三軸度による破断ひずみの低下を考慮した Johnson-Cook の破壊モデルを用いることで，実験結果をある程度再現できた．

参考文献

1) 原子力規制委員会：原子力発電所の竜巻影響評価ガイド，原規技発第 1409172 号，改訂 2014.
2) 濵田匠李，別府万寿博，堤成一郎，市野宏嘉：SS400 鋼材の動的力学特性に及ぼす応力三軸度の影響に関する基礎的研究，土木学会論文集 A2（応用力学），76 巻 2 号，2020.
3) G.R. Johnson, W.H. Cook：A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures, Proceeding of 7th International Symposium on Ballistics, pp.541-547, 1983.
4) G.R. Johnson, W.H. Cook: Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures, Engineering Fracture Mechanics, Vol.21, pp.31-48, 1985.

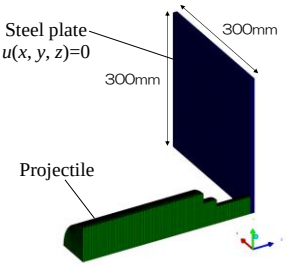
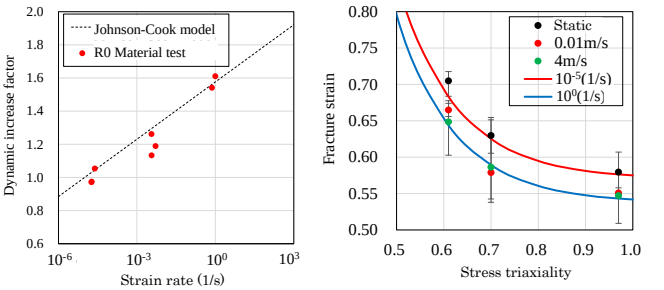


Fig. 5 Numerical model.

Table 2 Numerical constant.

Numerical constant			SS400 steel plate	Projectile
Parameter	Symbol	Unit		
Young's modulus	E	Gpa	205	
Density	ρ	g/cm^3	7.85	
Poisson's ratio	ν	-	0.3	
Johnson-Cook constitutive model	A	MPa	343	320
	B	MPa	452	457
	n	-	0.63	0.85
	C	-	0.055	0.065
Johnson-Cook failure model	D_1	-	0.57	
	D_2	-	15	
	D_3	-	-8	
	D_4	-	-0.005	



(a) Dynamic increase factor of yield stress and tensile strength.

(b) Fracture strain-stress triaxiality relationship.

Fig. 6 Dynamic material properties of steel.

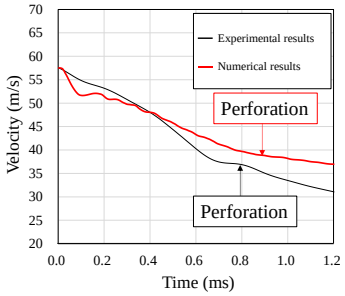


Fig. 7 Comparison of velocity-time history.

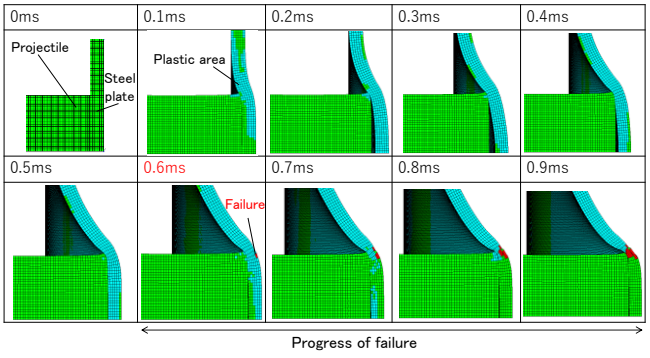


Fig. 8 Deformation and perforation progress of steel plate.

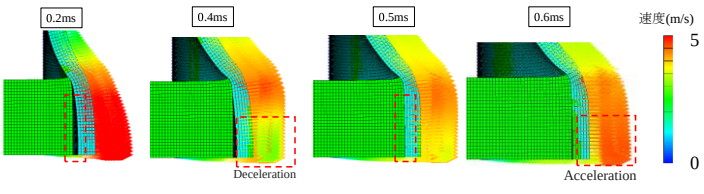


Fig. 9 Velocity distribution of steel plate.

一方向 FRP の重ね接着接合部の力学特性
Mechanical Characteristics of Uni-Directional FRP Covered with FRP Laminate

水谷　壮志（京橋ブリッジ）　　石川　敏之（関西大・環境都市工）
Morimune MIZUTANI, Kyobashi Bridge
Toshiyuki ISHIKAWA, Kansai University
E-mail: mizutani@kyobashi.net

Recently, a repair method to damaged FRP by bonding FRP laminate has been investigated. From these research topics, it was reported that the tensile strength of repaired FRP becomes lower than that of intact FRP because the fiber near the surface of FRP was broken at the FRP laminated end. In this study, the authors investigated the strain distributed uni-directional FRP covered with FRP laminate by using eigenvalue analysis of a multi-layered CFRP bond system. As a result of the analysis, it was clarified that a large axial strain subjected to the surface layer of FRP at the ends of the covered FRP.

１．はじめに

FRP（Fiber Reinforced Polymer）は強化繊維とマトリックス樹脂などから構成され，鋼と比較して比強度が高く，耐候性にも優れた複合材料である．土木分野においてガラス繊維を用いた GFRP を主部材とした歩道橋 [1]や水門 [2]の設計・施工指針がある．さらに，近年，損傷した FRP に FRP を接着して重ね接着接合とする補修方法が検討されている [3]. FRP 同士の接着接合では，接合端部において母材となる FRP の表面近くの繊維が破断することで，母材のみの終局強度より引張耐力が低い場合があることが報告されている [3]. この原因として，一方向に繊維シートを積層した FRP では，各層の繊維が負担する応力が異なることが考えられる．

図-1(a)のような積層構造に有限要素解析を用い応力解析する場合には，各層が薄いことから非常に細かいメッシュ分割が要求され，単純な構造であっても計算コストが大きくなる．このような計算コストを改善するために，鋼板に CFRP を積層接着したモデルに対して，鋼板と CFRP の軸ひずみおよび接着剤のせん断ひずみに関する連立一次微分方程式を固有値解析で解き，ひずみの一般解を求める応力解析手法 [4]が提案されている．

本研究では，図-1(a)に示す FRP の重ね接着部において，破壊に起因する FRP 内部の各層の繊維が負担する軸ひずみおよびマトリックス樹脂に生じるせん断応力の力学特性を，文献 4)と同様な応力解析手法を用いて明らかにする．

２．数値解析によるひずみ

本研究では文献 4)と同様の解析手法を用いるが，母材は鋼板ではなく一方向の繊維シート（FRP）層とマトリックス樹脂（接着剤）の積層構造とする．また，外力が鋼板のように 1 つの部材へ作用するのではなく，複数の FRP 層に作用するように拡張する．

各層の FRP の軸ひずみおよび各層の接着剤のせん断ひずみの微小区間のつり合いから連立微分方程式が導出され，行列・ベクトル形式で次のように与えられる．

$$d\boldsymbol{\varepsilon}_i / dx = A_i \boldsymbol{\varepsilon}_i \tag{1}$$

ここに，

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i = \left\{ \varepsilon_{f0} \quad \varepsilon_{f1} \quad \gamma_1 \quad \cdots \quad \varepsilon_{fi} \quad \gamma_i \right\}^T \tag{2}$$

ε_{fi}：i 層目の FRP の軸ひずみ，γ_i：i 層目の接着剤のせん断ひずみ，i：$0 \sim n_b + n_p$ の自然数，n_b：母材の中央を除き上半分の FRP の積層数（母材全体の積層数は $2n_b + 1$），n_p：当て板の FRP の積層数，A_i：係数マトリックス．

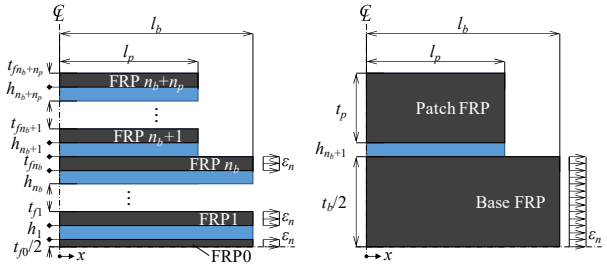
式(1)の解は，行列・ベクトル表示された連立同次 1 次微分方程式を固有値解析で解いて与えられる．このとき，一般解に含まれる未定係数は境界条件および領域間のひずみの連続条件により決定される．また，本研究では外力として $x = l_b$ の母材端部で各層の FRP に，軸ひずみ ε_n を与えている（図-1(a)）．

３．積層板モデルによる軸ひずみ分布

本章では，図-1(a)に示すように FRP を繊維シートとマトリックスごとにモデル化した場合と図-1(b)に示すように FRP を複合板としてモデル化した場合の違いについて各層のひずみ分布に着目して示す．

計算例として繊維シートは幅 50 mm，厚さ t_f = 0.1 mm のガラス繊維シート（E_f = 75,000 N/mm^2），マトリックス樹脂はエポキシ系(G_e = 1,000 N/mm^2)とした．積層板モデルとして母材は繊維シートを 25 層（n_b = 12），当て板は 5 層（n_p = 5）の繊維シートが積層されており，それぞれの繊維含有率を V_f = 0.4 とする．このとき，複合板モデルの母材および当て板の厚さはそれぞれ $t_b = (2\,n_b + 1)\,t_f / V_f$ = 6.25 mm，$t_p = n_p\,t_f / V_f$ = 1.25 mm とする．また，母材と当て板のマトリックス樹脂の厚さはそれぞれの部材の各層に等しくなるように設定している．母材と当て板のヤング係数は，積層板モデルと複合板モデルで伸び剛性が等しくなるように，$E_v = V_f E_f$ = 30,000 N/mm^2 で与える．表-1 に計算例に用いる FRP 積層板の厚さおよび材料定数をまとめて示す．母材と当て板の半長さはそれぞれ l_b = 75 mm，l_p = 50 mm として，母材と当て板はせん断弾性係数がマトリックス樹脂と等しい接着剤（厚さ 0.2 mm）を用いて補強された場合を考える．

図-2 に数値解析から得られる積層板モデルの軸ひずみ分布を示す．図の縦軸は，次に示す軸ひずみを作用軸ひずみ（ε_n = 1,000 μ）で除した値を示し，横軸は当て板接着中央からの距離を示している．積層板モデルのひずみ分布は母材の中央，1/4，最表面の層および当て板の最下面，中央，最上面の



(a) Laminate model　　(b) Composite model
Fig. 1 Uni-directional FRP covered with FRP laminate

Table 1 Thickness and material property of FRP used for calculation

Members	Fiber sheets		Matrix resin		Composite model	
	Thickness	Young's modulus	Thickness	Shear modulus	Thickness	Young's modulus
Base FRP (25 layers)	0.1 mm	75,000 N/mm^2	0.16 mm	1,000 N/mm^2	6.25 mm	30,000 N/mm^2
Patch FRP (5 layers)	0.1 mm	75,000 N/mm^2	0.19 mm	1,000 N/mm^2	1.25 mm	30,000 N/mm^2

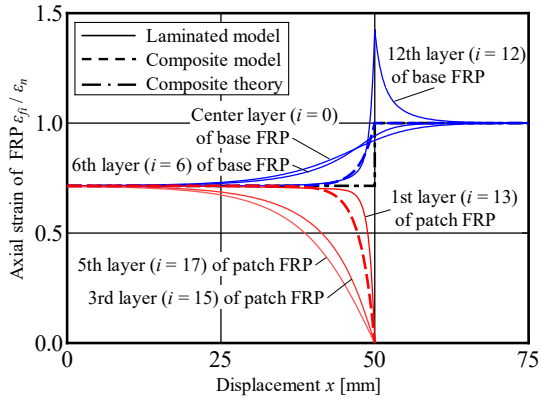


Fig. 2 Axial strain distribution of FRP layers

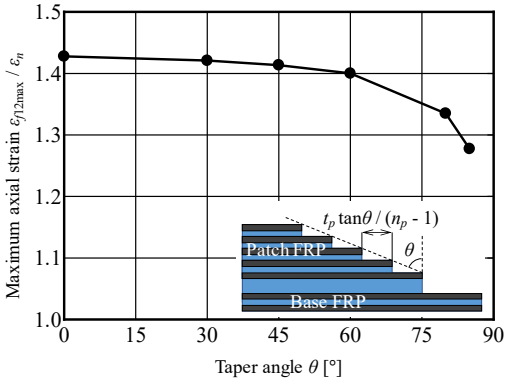


Fig.3 Relationship between maximum axial strain at surface layer of base FRP and taper angle of patch FRP

層のみを示している. それぞれ, i = 0, 6, 12, 13, 15, 17 である. また, 図には, 積層板モデルのひずみ分布および完全合成断面のひずみ分布も示している.

図-2 の無補強部の範囲（x = 50 ~ 75 mm）において，積層板モデルのひずみは外力作用位置（x = 75 mm）付近では複合板モデルのひずみと一致するが，当て板端部（x = 50 mm）付近では複合板モデルのひずみと一致していない. これは，積層板モデルでは，当て板端部に近づくにつれて，各層の FRP の軸ひずみが変化しているが，複合板モデルでは断面内で軸ひずみが一定となるためである．また，複合板モデルでは計算上一般部を必要としない点にも注意を要する．積層板モデルにおいて母材最表面層の FRP（i=12）の軸ひずみは当て板端部（x = 50 mm）で最大となり，複合板モデルの値と比べて大きくなる．このことから，FRP を補修・補強する場合には当て板端部の位置で，母材最表面層の FRP に軸ひずみが集中することに留意しなければならない.

図-2 の補強部の範囲（x = 0 ~ 50 mm）において当て板端部（x = 50 mm）付近では，積層板モデルの母材および当て板の FRP のひずみは複合板モデルのひずみと一致していないが，部材中央（x = 0）付近では両者が一致し，完全合成断面の値とも一致している．これは，マトリックス樹脂層を介して力の伝達が十分に行われたためである．また，図から，各 FRP の軸ひずみは母材と当て板の間の接着剤に近い（i=12, 13）ほど早く収束していることがわかる．しかし，部材全体でみると，母材および当て板のひずみが収束するまでの範囲は複合板モデルと比較すると積層板モデルのほうが長い．これは，積層板モデルでは母材や当て板のマトリックス樹脂のせん断変形が考慮されるが，複合板モデルでは FRP 内のマトリックス樹脂のせん断変形が考慮されないことに起因する.

４．端部をテーパー処理した際の最大軸ひずみ

接着接合を行う際に，当て板端部で接着層のせん断応力が集中するため，端部に段差やテーパーを設けることにより接着層のせん断応力を低減させる方法がある. この場合，母材から当て板へ徐々に力を伝達することになるため，当て板端部での母材最表面層の FRP の軸ひずみも低減できると考えられる．本章では，**３章**と同じ計算例に対して，当て板端部に角度 θ のテーパーを設ける場合の最大軸ひずみを示す. テーパーは, 当て板の各層の FRP の長さを $t_p \tan\theta / (n_p - 1)$ずつずらすことで疑似的にモデル化した．このとき最外層の長さは l_p = 50 mm，一般部の長さは l_n = 25 mm とした.

図-3 に母材最表面層の FRP の最大軸ひずみとテーパーの角度 θ の関係を示す．図の縦軸はそれぞれの最大軸ひずみを作用軸ひずみ（ε_n = 1,000 μ）で除した値であり，横軸はテーパーの角度である．図より，テーパー角度 θ が大きくなるほど最大軸ひずみが小さくなっていることがわかる. 本研究では, 母材および当て板の寸法が限定的ではあるが, テーパーを設けることで, 母材最表面層の FRP の破断を抑制できる可能性が確認できた.

５．おわりに

本研究では FRP 積層板の重ね接着接合において当て板端の母材最表面層の繊維シートの破断および接着剤のはく離に着目し，固有値を用いた数値解析手法を用いて力学特性を明らかにした．FRP 積層板の重ね接着接合では，母材の表面付近の FRP 層に大きな軸ひずみが生じることより，母材のみの状態よりも早期に FRP が破断する可能性があることを示した．また，テーパーを設けることで，母材最表面層の FRP の破断を抑制できる可能性が確認できた.

参考文献

1) 土木学会 複合構造委員会：複合構造シリーズ 04 FRP 歩道橋設計・施工指針(案)，土木学会，2011.
2) 土木学会 複合構造委員会：複合構造シリーズ 06 FRP 水門設計・施工指針(案)，土木学会，2014.
3) 佐藤顕彦，林厳，北根安雄，杉浦邦征：切込みを有する GFRP 積層板への補修板接着効果と破壊性状に関する考察, 土木学会論文集 A1（構造・地震工学）, Vol.77, No.1，pp.13-27，2021.
4) 宮下剛，長井正嗣：一軸引張を受ける多層の CFRP が積層された鋼板の応力解析, 土木学会論文集 A, Vol.66, No.2，pp.378-392，2010.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

落石防護擁壁上に設置された貫通型落石防護柵支柱に関する曲げが卓越する場合における衝撃応答解析の妥当性検討

Applicability of Impact Response Analysis for Through-type Steel Posts for Protection Fences Installed into Rockfall Protection Walls in Case of Predominantly Behaving in Flexure

瓦井　智貴（室工大・工）　小室　雅人（室工大・工）　岸　徳光（室工大・工）
岡本　淳敏（勇建設）　竹内　観月（室工大・工）
Tomoki KAWARAI, Muroran Institute of Technology
Masato KOMURO, Muroran Institute of Technology
Norimitsu KISHI, Muroran Institute of Technology
Atsutoshi OKAMOTO, ISAMI Construction, Co., Ltd.
Mizuki TAKEUCHI, Muroran Institute of Technology
E-mail: 18096003@mmm.muroran-it.ac.jp

In order to establish a rational numerical analysis method for appropriately evaluating the impact resistant behavior of the steel posts for rockfall protection fences installed into the protection walls, 3D elasto-plastic impact response analyses were conducted taking impact velocity of the impacted weight as variables. The applicability of the FE model was investigated by comparing with the experimental results. From this study, it was confirmed that the impact resistant behavior of the steel posts can be properly simulated by applying the proposed model.

１．はじめに

本研究では，落石防護擁壁上に設置する防護柵支柱の合理的な設計法の確立を最終目標として，実規模落石防護擁壁に防護柵支柱を貫通させた場合における衝撃荷重載荷実験結果を対象に，三次元弾塑性衝撃応答解析を試みた．また，解析手法の妥当性は，実験結果との比較によって検討した．なお，本解析には LS-DYNA（Ver. R9）を使用した．

２．実験および数値解析概要

試験体は高さ 2 m，幅 3 m の落石防護擁壁に長さ 4 m の落石防護柵に用いられる H 形鋼支柱（H200×100×5.5×8）を貫通させて製作した．載荷位置は曲げが卓越する場合に着目し，擁壁天端からの高さ L = 1.4 m とした．また，載荷点部には，重錘衝突によって生じるフランジの局所座屈を防止するために，厚さ 6 mm の補剛材を溶接している．

実験は，門型フレームに吊り下げたロードセル一体型の鋼製重錘（質量 : 1,000 kg）をクレーンで所定の高さまで吊り上げ，振り子運動によって支柱に衝突させることで実施した．Table 1 には，本解析で対象とした実験ケース一覧を示している．実験の測定項目は，1）重錘衝撃力，2）載荷点変位，3）擁壁の回転角，および 4）支柱の軸方向ひずみ分布である．

Table 1 List of specimens

Specimen	Set drop height of the weight H (m)	Set impact velocity of the weight V (m/s)	Measured impact velocity of the weight V' (m/s)
H0.5	0.5	3.13	3.99
H1	1	4.43	5.30
H1.5	1.5	5.42	6.55
H2	2	6.26	7.35

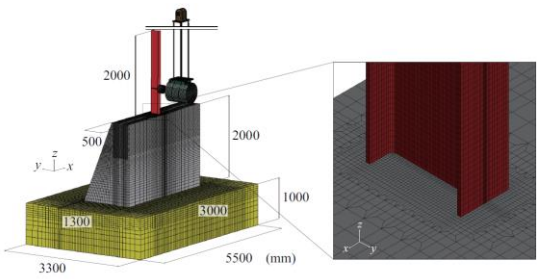
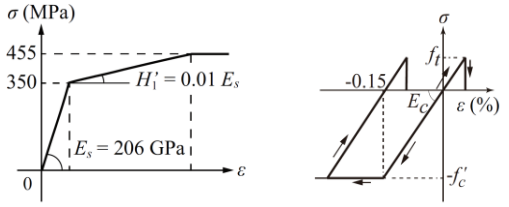


Fig. 1 FE model

Fig. 1 には本数値解析で用いた FE モデルを示している．本研究では，実験条件を可能な限り再現するようにモデル化している．解析に用いた要素モデルは，擁壁つま先部補強金物には 4 点シェル要素, それ以外には全て 8 点固体要素を用いた．境界条件は，基礎地盤の底部および側面を完全固定, 重錘吊り下げ治具の上部をピン支持で固定とした．また，ボルトを用いて接続している箇所や，擁壁と擁壁つま先部補強金物および H 形鋼と補剛材の接続は, 節点を共有することで対応した．一方，ロードセルと重錘胴体間には接触面を定義し，タイド条件を設定することにより完全結合とした．なお，H 形鋼と擁壁間には剥離・滑りを考慮した面と面の接触を定義している．

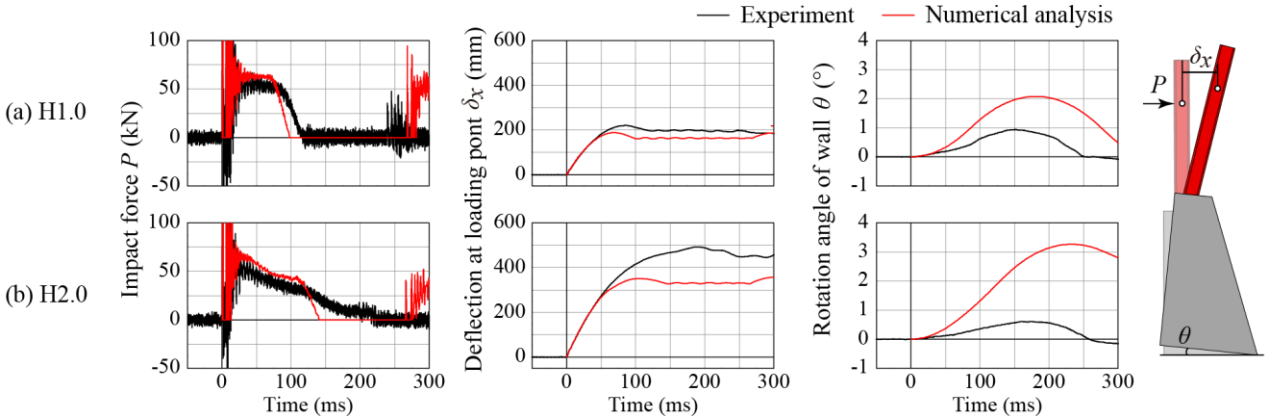
Fig. 2 には，本数値解析で用いた H 形鋼およびコンクリートの応力ーひずみ関係を示している．H 形鋼にはトリリニア型の弾塑性体モデルを適用した．塑性硬化係数 H'_1 は弾性係数 E_s の 1 % とした. なお, 降伏の判定には von Mises の降伏条件を採用した．コンクリートに関しては，圧縮側は圧縮強度に到達した段階で完全降伏に至るバイリニア型とし，引張側は引張強度に到達した段階で引張応力を伝達しないモデルを採用した．H 形鋼，擁壁以外の要素に関しては，全て弾性体でモデル化しており，弾性係数，密度およびポアソン比は公称値を用いた．



(a) Steel post　(b) Concrete

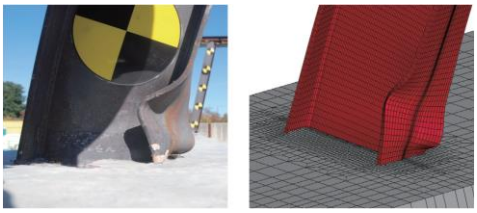
Fig. 2 Constitutive models for materials

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(i) Impact force P (ii) Deflection at loading point δ_x (iii) Rotation angle of wall θ

Fig. 3 Comparisons of time histories of dynamic responses between experiment and numerical results



(a) Experiment (b) Numerical analysis

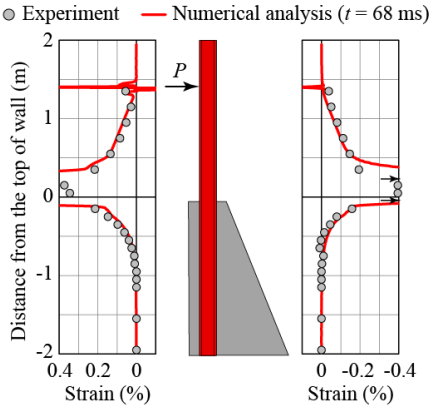
Fig. 4 Comparisons of damage patterns near basement of steel post between experiment and numerical results (H2)

H 形鋼の降伏強度 f_y および引張強さ f_u は，鋼材検査証明書を参考にそれぞれ f_y = 350 MPa，f_u = 455 MPa とし，単位体積密度 ρ_s およびポアソン比 ν_s は，$\rho_s = 7.85\times10^3$ kg/m^3，ν_s = 0.3 を用いた．コンクリートの圧縮強度に関しては材料試験より f'_c = 33 MPa とし，単位体積密度 ρ_c およびポアソン比 ν_c に関しては，$\rho_c = 2.35\times103$ kg/m^3，ν_c = 0.167 を用いた．なお，重錘要素の密度に関しては重錘質量を解析モデルの体積で除した値を入力した．

3．数値解析結果および考察

Fig. 3 には，H1 及び 2 試験体に関する各種時刻歴応答波形を実験結果と比較して示している．(a) 図に示す H1 試験体の結果を見ると，(i) 図より重錘衝撃力波形の実験結果は，重錘衝突直後に最大衝撃力を示した後に，高周波成分を伴った 100 ms 程度の継続時間を有する主波動が励起していることが確認できる．解析結果に着目すると，継続時間は実験結果よりも短いものの，その波形性状は概ね実験結果と一致している．(ii) 図の載荷点変位波形に着目すると，実験結果では 90 ms 程度で最大値を示した後，減衰自由振動状態に至っている．解析結果は最大値を過小に評価する傾向にあるものの，50 ms 程度までは概ね実験結果と一致していることが見て取れる．一方，(iii) 図に示す擁壁回転角に着目すると，解析結果は実験結果よりも過大に評価しており，実験結果の再現が難しいことが分かる．H2 試験体に着目すると，主波動の継続時間や最大到達時刻が異なるものの，H1 試験体と概ね同様な傾向が確認できる．

Fig. 4 には，H2 試験体に関する支柱基部近傍の変形状況を示している．図より，実験結果では圧縮側フランジが面外方向に大きく座屈している様子が窺える．解析結果も実験結果と類似した変形状況を示しており，両者はほぼ対応していることが分かる．Fig. 5 には，H1 試験体に着目して，解析結果の載荷点変位最大時における支柱の上下縁軸方向ひずみ分布を実験結果と比較して示している．図より，解析結果のひずみ分布は，擁壁基部における塑性状態を含め実験結果とよく対応していることが分かる．また，支柱は，実験結果及び数値解析結果共に擁壁上縁から約 800 mm 前後でほぼ固定状態に至っていることが確認できる．



(a) Tension side (b) Compression side

Fig. 5 Comparisons of strain distribution of steel post (H1)

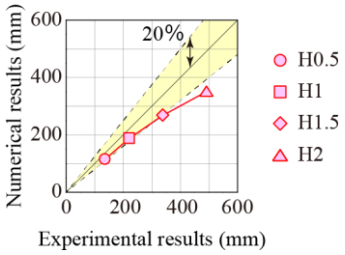


Fig. 6 Error of maximum deflection at loading point

Fig. 6 には，全てのケースにおける最大載荷点変位に関して，横軸に実験結果を，縦軸に解析結果を取って整理している．図中，黄色の網掛け部は誤差 20 % 以内の範囲を示している．図より，数値解析結果は実験結果を過小に評価する傾向にあるものの，誤差は 20 % 程度の範囲内に収まっていることが分かる．

4．まとめ

提案の数値解析手法を用いることによって，落石防護擁壁に貫通して設置した防護柵支柱に関する曲げが卓越する場合の重錘衝撃力等の各種時刻歴応答波形や基部近傍の座屈状況及び支柱の軸ひずみ分布等を概ね再現可能であることが明らかになった．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

企画セッション（土木分野の数値解析におけるV&V）

【企画】土木分野の数値解析における V&V（ A)

座長:森口 周二(東北大学)

2021年5月15日(土) 13:30 ～ 14:45 D会場 (D会場)

[SS01A-01] 鉄筋コンクリートの Validationにおける非線形力学挙動のばらつきに関する基礎的検討

*車谷 麻緒[1]、小林 樹人[1]、龍頭 正幸[1] （1. 茨城大学）

13:30 ～ 13:45

[SS01A-02] ASI-Gauss法による都市全域の家屋倒壊予測シミュレーションの妥当性確認

*石井 秀尭[1]、浅井 光輝[1]、大谷 英之[2]、飯山 かほり[3]、盛川 仁[4]、磯部 大吾郎[5] （1. 九州大学、2. 理化学研究所、3. 鹿島建設、4. 東京工業大学、5. 筑波大学）

13:45 ～ 14:00

[SS01A-03] ASME V&V10.1の指標による耐震性能照査の妥当性確認の検討事例

*一井 康二[1]、中瀬 仁[2]、中村 晋[3] （1. 関西大学社会安全学部、2. 東電設計新領域研究開発推進室、3. 日本大学）

14:00 ～ 14:15

[SS01A-04] Numerical study on fatigue notch sensitivity of high and middle strength carbon steels for weld structures

*Ayang Buerlihan[1]
Riccardo FINCATO[1],
Seiichiro TSUTSUMI[1] （1. Osaka University）

14:15 ～ 14:30

[SS01A-05] DEMによる単粒度砕石層の残留変位予測における定量的精度の検証

*河野 昭子[1]、松島 亘志[2] （1. 公益財団法人 鉄道総合技術研究所、2. 筑波大学大学院）

14:30 ～ 14:45

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Validationにおける鉄筋コンクリートの非線形力学挙動のばらつきに関する基礎的検討

Basic study on variation of nonlinear mechanical behavior of reinforced concrete in the Validation

車谷 麻緒（茨城大院・理工）　小林 樹人（茨城大・工）　龍頭 正幸（茨城大院・理工）

Mao KURUMATANI, Ibaraki University
Mikito KOBAYASHI, Ibaraki University
Masayuki RYUTO, Ibaraki University
E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp

Variation in nonlinear mechanical behavior of reinforced concrete (RC) is studied experimentally and numerically for the validation process in the V&V (Verification and Validation). RC beams are used to compare the experimental and numerical results. 4-point bend test of ten RC beams are peformed to investigate the variation of fracture behavior, and the test results are compared to numerical results with changing the material parameters.

1. はじめに

近年，工学分野における設計や性能評価において，数値シミュレーションが盛んに活用されていることを踏まえ，数値シミュレーションの品質と信頼性を保証する取り組みが重要視されている．米国機械学会（ASME）では，V&V（Verification & Validation：検証と妥当性確認）と呼ばれる数値シミュレーションの品質と信頼性を保証するための方法をガイドラインとしてまとめている [1]．V&V は，モデルの実装に誤りがないことや解析精度を検証する Verification と（検証），実験結果と解析結果を比較することにより実現象の再現性を確認する Validation（妥当性確認）から構成されている．なかでも Validation では，実験結果と解析結果の両方に含まれる不確かさを定量化したうえで，妥当性確認を行うことの重要性が示されている．鉄筋コンクリート（RC）構造物の場合，力学的挙動の非線形性が強く，実験結果のばらつきが大きいことから [2]，特に Validation が重要な役割を担うと考えられる．しかし，RC はりの挙動を高い精度で再現する非線形解析の特徴として，実験から直接得られないような材料パラメータを必要とすることが多く，非線形解析の妥当性や信頼性について疑問視されることが少なくない．材料パラメータの設定におけるばらつきの影響について，詳しく検討しておく必要があると考えられるが，そのような検討が実施された例は見当たらない．

そこで本研究では，コンクリート分野の V&V における特に Validation に向けた基礎的研究として，RC はりの非線形力学挙動に含まれる不確かさについて検討する．具体的には，RC はりの実験を複数回実施し，実験結果のばらつきを求めた後，材料パラメータを変化させた数値解析結果と比較することで，非線形力学挙動のばらつきの再現性について検討することを目的とする．

2. RC はりの非線形力学挙動におけるばらつきの評価

(1) RC はりの 4 点曲げ試験

試験体の寸法と実験の条件を **Fig. 1** に示す．本研究では，粗骨材の影響を取り除くためにモルタルを使用し，検討対象をせん断補強筋のない鉄筋モルタルはりとした．軸方向鉄筋には D6（SD345）を用いた．3 日間に分けて計 9 体の試験体と計 8 体のモルタルの円柱供試体を作成した．モルタルの配合は，水セメント比（W/C）を 0.6，砂セメント比（S/C）を 1 とした．試験体内部におけるばらつきを極力小さくするために，細骨材を 2.36 mm のふるいにかけ，モルタルは供試体側面から打設した．蒸気養生を行い，材齢 14 日で万能試験機による荷重制御 0.5 kN/min で 4 点曲げ載荷実験を実施した．

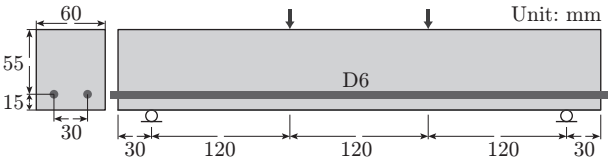


Fig. 1 鉄筋モルタルはりの 4 点曲げ試験

(2) RC はりの数値シミュレーション

本研究で対象とする鉄筋モルタルはりの 4 点曲げ試験の再現性を検証するため，実験と同条件の数値シミュレーションを実施した．数値シミュレーション手法として，既往の研究で提案されている損傷モデルによる有限要素解析 [3] を適用する．試験体の対称性を考慮した 1/4 モデルを作成し，有限要素には四面体 1 次要素を使用した．節点数は 44366，要素数は 242645 である．また，鉄筋の表面に 0.5 mm の薄い界面相を四面体要素により作成し，界面での摩擦接触をモデル化している．材料パラメータは，モルタルのヤング率を 13 GPa，ポアソン比を 0.2，破壊発生ひずみを 8×10^{-5}，破壊エネルギーを 0.05 N/mm，引張圧縮強度比を 15 とした．鉄筋の材料パラメータは，引張試験結果とのキャリブレーションにより，ヤング率を 180 GPa，ポアソン比を 0.3，降伏応力を 390 MPa，非線形硬化に関するパラメータを $Q = 220$ MPa と $b = 50$ とした．これらを平均パラメータとする．

(3) 実験結果のばらつきおよび解析結果

モルタルの材料としてのばらつきを評価するために，計 8 体の円柱供試体の圧縮試験を行い，材料特性を調べた．**Fig. 2** に円柱供試体の圧縮試験結果を示す．全データにおける圧縮強度の平均値は 28.72 MPa，標準偏差は 3.48 MPa，変動係数は 12.11%であった．弾性係数の平均値は 12.98 GPa，標準偏差は 0.64 GPa，変動係数は 4.9%であった．異形鉄筋 D6 の引張試験を 2 回実施し，実験結果にばらつきは非常に

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

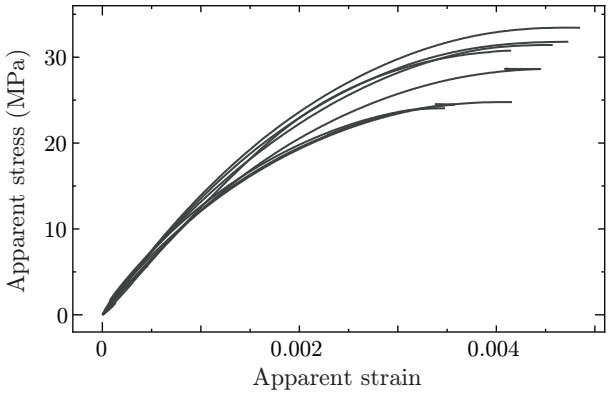


Fig. 2 モルタル円柱供試体の圧縮試験結果

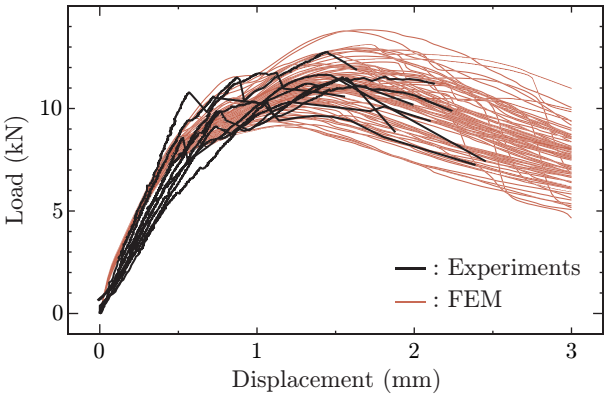


Fig. 5 材料パラメータを変動させた解析結果

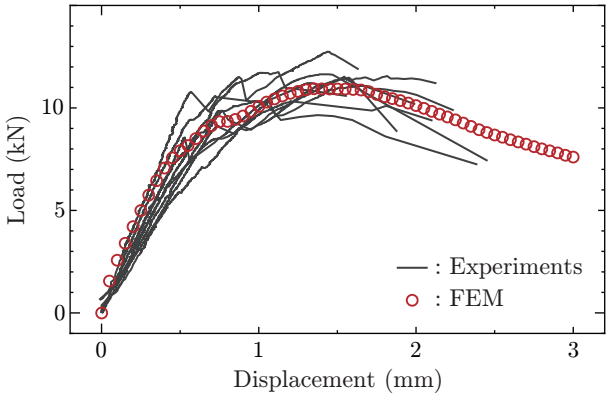


Fig. 3 鉄筋モルタルはりの 4 点曲げ実験結果と解析結果

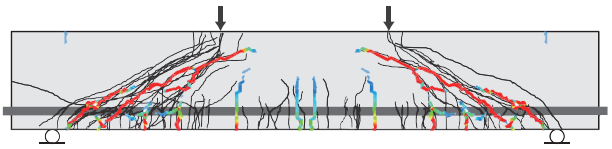


Fig. 4 鉄筋モルタルはりのひび割れ分布の比較

小さいことを確認した．

Fig. 3 に，鉄筋モルタルはりの 4 点曲げ試験結果と数値解析における荷重-変位曲線を示す．実験結果を見ると，同条件で実験を行ったにもかかわらず，結果がばらついていることが確認できる．特に，ひび割れ発生後の剛性や最大荷重，最大荷重時変位についてばらつきの大きい結果となった．ひび割れ発生後の剛性のばらつきについては，試験の制御方法による影響の可能性がある．また，解析結果を見ると，実験結果の挙動を再現できており，実験の中間的な値をとることが確認できる．

Fig. 4 に，実験と解析におけるひび割れ分布の比較を示す．黒の実線がモルタルはり 9 体分の実験結果のひび割れ，カラーコンターは解析結果のひび割れを示している．解析結果は等価ひずみを用いて可視化した．ひび割れ分布についても，斜めひび割れや中央付近のひび割れなど，おおよそ再現できていることが見て取れる．

(4) 数値シミュレーションによるばらつきの再現

材料パラメータに起因する解析結果のばらつきの影響を評価するため，ばらつきの発生が考えられるパラメータを変動させた解析を行う．試験体に用いたモルタルの材料特性のばらつきが 10%程度であることから，平均パラメータから上下 10%変動させた解析を行う．感度解析の結果から，変動させるパラメータは，モルタルのヤング率，圧縮引張強度比，破壊発生ひずみ，破壊エネルギーとする．これらの 4 つのパラメータをそれぞれ平均・10%上・10%下とした計 81 パターンの解析を実施する．

Fig. 5 に，81 パターンの解析結果を示す．結果を見ると，材料パラメータの変動させた解析は，最大荷重や最大荷重時変位に大きく影響することが分かる．また，実験結果が解析結果の範囲内に収まっていることから，モルタルの材料のばらつきが鉄筋モルタルはりの 4 点曲げ試験結果に大きく影響を与えている可能性が考えられる．

3. おわりに

本研究ではコンクリート分野の V&V，特に Validation に向けた基礎的研究として，RC はりの非線形力学挙動に含まれる不確かさを検討するために，鉄筋モルタルはりの実験結果を対象として，材料におけるばらつきを考慮した解析を実施し，解析結果のばらつきの影響を調べた．

今後は，解析結果のばらつきを短時間で再現するための代替モデルと，それを用いたモンテカルロシミュレーションについて，検討を進める予定である．

参考文献

1) The American Society of Mechanical Engineers: ASME V&V 10-2006 Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics, ASME, New York, NY, USA, 2006.
2) 車谷麻緒，岡崎慎一郎，山本佳士，上田尚史，小倉大季：不確かさの定量化に向けた RC はりの一斉載荷実験，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.75, No.2, pp.I_411–I_420, 2019.
3) 相馬悠人，車谷麻緒：界面の摩擦接触を考慮した損傷モデルによる鉄筋コンクリートの破壊シミュレーション，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.75, pp.I_165–I_173, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ASI-Gauss 法による都市全域の家屋倒壊予測シミュレーションの妥当性確認
Validation of a wooden house collapse simulation in a whole city using the ASI-Gauss code

石井　秀尭（九州大・工）　浅井　光輝（九州大・工）　大谷　英之（理化学研究所）
飯山　かほり（鹿島建設）　盛川　仁（東工大・工）　磯部　大吾郎（筑波大・工）
Hidetaka ISHII, Kyushu University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
Hideyuki OTANI, Institute of Physical and Chemical Research
Kahori IIYAMA, Kajima Corporation
Hitoshi MORIKAWA, Tokyo Institute of Technology
Daigoro ISOBE, University of Tsukuba
E-mail: ishii@doc.kyushu-u.ac.jp

During the 2011 off the Pacific coast of Tohoku Earthquake and the 2016 Kumamoto Earthquake have caused devastating damages, collapsing lots of wooden houses. Restoration and reconstruction after these huge disasters delayed to remove a large amount of debris including collapsed house members. It is estimated that the same-scale earthquakes and accordingly tsunamis in the Nankai Trough region will be happen. Therefore, it is very important not only estimating the tsunami run-up in advance but also risk management such as evaluating the total amount and spread of debris, securing rescue routes, and temporary rubble storage sites. In this study, the wooden house collapse simulation is conducted with the ASI-Gauss code, which is one of the large deformation FEM code with the Timoshenko beam element. In addition, the ASI-Gauss code is enhanced in order to simulation large scale city models. Then, validation of a wooden house collapse simulation is confirmed by comparing it with the past damage survey results.

1.はじめに

2011 年東北地方太平洋沖地震・津波，あるいは 2016 年熊本地震では多くの木造家屋が倒壊し甚大な被害が発生した．倒壊した木造家屋は道路を閉塞し避難の妨げになり、また大量の瓦礫の処理に時間がかかり復旧・復興に遅れを生じさせるなど、直接的な人災を招くだけではなく、災害後の障壁となる．今後，南海・東南海地方において，同程度以上の地震・津波被害が生じる危険性が高いことが危惧されている．そのため，津波遡上域を事前に把握し災害に備えるだけでなく，同時に発生する瓦礫の総量と拡散状況までを事前評価し，災害時の救援経路や瓦礫の仮置き場の検討を行うなどの災害リスクマネジメントが重要となる．研究の最終目標は，地震だけでなく津波による木造家屋の倒壊を考慮した津波遡上解析手法を開発し，遡上解析のさらなる高精度化を図り，同時に都市全域に発生・拡散する瓦礫の総量を事前に予測することである．

本研究では，上記の目的のため，まずは木造家屋の倒壊を考慮した都市全域の地震被害予測シミュレーションを行った．解析手法には骨組み構造の進行性崩壊解析が可能な有限要素法の一種である ASI-Gauss[1]法を選択し，大規模解析シミュレーションを実施し，過去の被害調査結果と比較検討を行った．

2.解析手法及び解析モデル

2. 1 解析手法の概要

ASI-Gauss 法 [1]は著者の一人の磯部によって開発された有限要素解析手法である．1 部材を 2 つの線形チモシェンコはり要素だけで分割することで，計算時間を最小限に抑えることができる．また降伏判定された要素の端部には塑性ヒンジが形成される．破断は破断判定された要素の断面力を解放することで表現し，骨組構造の進行性崩壊解析が容易に実施できることが最大の特徴である．

2. 2 木造家屋のモデル化

Fig.1 に木造家屋のモデル化の例を示す．任意形状の家屋のモデル化を容易にするため，Fig.2 に示す単位ユニットの組み合わせによりモデル化した．単位ユニットを構成する要素は柱，壁，梁，床の 4 つに分類した．そして，壁と床のせん断剛性はブレース要素により表現するものとし，また床は剛体床と仮定することにした．各要素の剛性および耐力は，建築年代ごとの建築基準に基づいた層せん断力と層間変形角の関係 [2]を示すスケルトンカーブ（Fig.3 参照）にフィッティングさせることで決定した．この際，各要素の重量の設定には，「2012 年改訂版 木造住宅の耐震診断と補強方法」[3] より代表的な建築年代ごとの床面積当たりの重量を参照した．物性値のフィッティングにおいては，物性値はスギの材料特性に固定し，部材の断面形状（断面剛性）および降伏応力のパラメータを決定した．また Fig.3 に示すスケルトンカーブにおいて，層間変形角が 1/120rad を超えるとブレースが先行して降伏し，また 1/30rad に達した時点で柱が降伏するものと仮定した．降伏後の要素は完全弾塑性体とし，最終的に柱が降伏することにより家屋全体の倒壊を再現した．

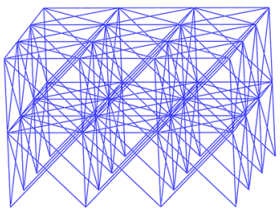


Fig.1 Wooden house model

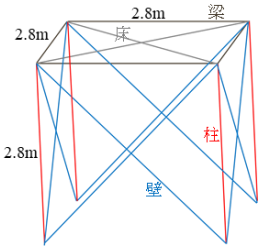
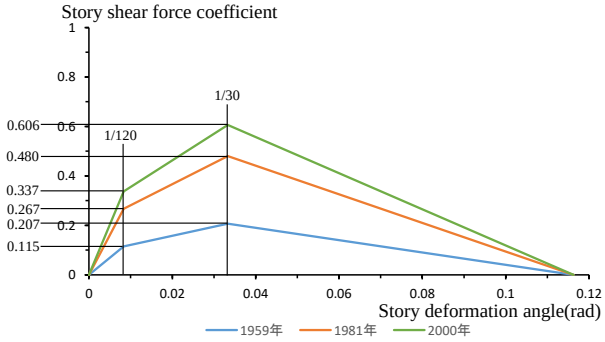
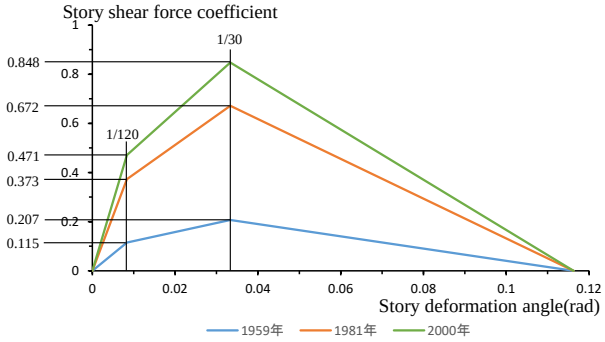


Fig.2 Unit model

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) 1st story



(b) 2nd story

Fig.3 Relationship between story shear force coefficient and story deformation angle

2. 3 都市全域のモデル化

都市全域の建物の形状および配置をモデル化するため，地理情報システム（GIS）を用いた．GIS より定義されている建物の位置情報（SHP データと呼ばれる平面輪郭情報）と階層情報を参照し，あとは Fig.2 に示す単位ユニットの組み合わせすることで SHP データと整合した建物モデルを自動生成した．

2. 4 入力地震動の設定

入力地震動には，2011 年東北地方太平洋沖地震において JMA 古川で観測された地表観測記録を使用した．ただし，地震動特性はシミュレーション結果に大きく影響を与えることが考えられる．そのため，本研究では既往の研究 [4] において精度が確立されたインバージョン方法を利用し，地点ごとの工学基盤を考慮した入力地震動の作成を行った．

3.シミュレーション結果

本研究で対象とする都市は，宮城県大崎市古川とした．古川モデル（Fig.4）の概要は次のとおりである．要素数：2,172,546，節点数：1,165,744，建物数：4,405 棟．また，計算環境には京都大学 Camphor2 システム A を使用した．

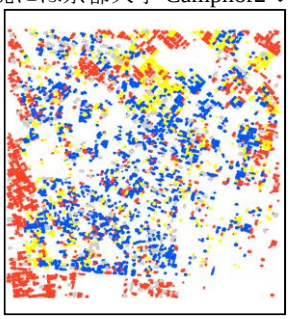
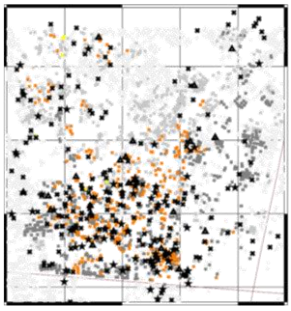
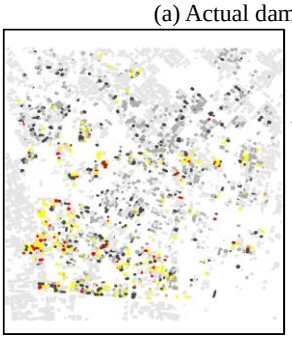


Fig.4 Furukawa model

また，家屋の被害評価結果は指標選定やその判断の仕方に依存するが，本研究では部材の降伏・破断まで考慮できる ASI-Gauss 法の特徴を利用し，家屋ごとの部材損傷割合で評価することとした．Fig.5 に解析結果を示す．カラーコンターは被災度を意味する．



(a) Actual damage[5)]



(b) Simulation result

Fig.5 Comparison of actual damage and simulation result

4.まとめ

ASI-Gauss 法による都市全域の家屋倒壊予測シミュレーションに向けた検討を行った．木造家屋をはり要素でモデル化し，建築基準法に準拠した層せん断力と層間変形角の関係と整合するように，各構成要素の剛性・降伏応力を自動設定した．また地理情報システム(GIS)を用いて都市全域をモデル化し，地震応答解析を行った．木造家屋モデルに建築年代及び，工学基盤を考慮した地震動を付与させることで，はり要素を用いた解析においても実被害と同様な被害分布が得られることを確認した．今後，他の被災事例とも比較検討を行うことで手法の妥当性検証を行う方針である．

5.参考文献

1） Daigoro Isobe : *Progressive Collapse Analysis of Structures - Numerical Codes and Applications*, Elsevier, eBook ISBN:9780128130421, Paperback ISBN:9780128129753, 2017.

2）喜々津仁密，中川貴文，奥田泰雄，坂田弘安：日本版改良藤田スケールの開発－木造戸建て住宅の DOD と推定風速の概要－，平成 27 年度日本風工学会年次研究発表会，pp.117-118,2015.

3）日本建築防災協会，国土交通大臣指定耐震改修支援センター：2012 年改訂版　木造住宅の耐震診断と補強方法.

4）Hitoshi Morikawa, Kahori Iiyama : A Method to Find an Appropriate Input Motion Using a Given Motion on Ground Surface, Journal of Earthquake and Tsunami (2021).

5）飯山かほり，盛川仁，市村強，堀宗朗，山崎義弘，坂田弘安，大野晋，柴山明寛：都市の地震応答シミュレーションのための木造建物モデル設定に関する一検討，日本建築学会，構造工学論文集 Vol.64B（2018 年 3 月）.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ASME V&V10.1 の指標による耐震性能照査の妥当性確認の検討事例
A Trial of Validation of FEM Analysis for Seismic Design Using the Index of ASME V&V10.1

一井　康二（関西大・社会安全）　中瀬　仁（東電設計・新領域研究開発推進室）　中村　晋（日本大・工）
Koji ICHII, Kansai University
Hitoshi NAKASE, Tokyo Electric Power Services Co. Ltd.
Susumu NAKAMURA, Nihon University
E-mail: ichiik@kansai-u.ac.jp

This paper introduced a validation case study of dynamic FEM analysis with the validation approach indicated in ASME V&V 10.1. The results of dynamic FEM analyses and empirical method to estimate the residual deformation of a quay wall were compared. The characteristics of the possible variations in the results were different in these method, and possible error level depends on the level of anticipated deformation. Thus, the quantification of validation shall be carefully considered with the expected performance level of the structure.

１．はじめに

1995 年兵庫県南部地震以降に耐震性能に基づく耐震設計手法が実務に取り入れられてきた．しかし，耐震設計の実務に既に導入されているにもかかわらず，動的解析の妥当性（あるいは精度）が定量的に議論された例はあまりない．もちろん，被災事例や無被災事例，模型実験結果などが良好に再現できることを確認した上で実務設計に用いていることが原則となっている．しかし，動的解析結果の妥当性確認の手順や妥当性評価の指標は確立されていない．このため，例えば土木学会地震工学委員会では，「地盤・構造物の非線形地震応答解析法の妥当性確認/検証方法」の体系化に関する研究小委員会（以下，地盤応答 V&V 委員会）などが，地盤・構造物の非線形地震応答解析の品質や信頼性向上のための妥当性確認（Validation）と検証（Verification）を実施するための手順を検討し，ガイドラインを提案しようとしている．

これはつまり，動的解析を用いた設計の枠組みが経験式等を用いた設計の枠組みよりも解析結果の精度等の観点から優れている，ということを定量的に示すことができていないことを意味する，そこで，本稿では，上記の地盤応答 V&V 委員会が妥当性の評価指標の例として参照した ASME V&V 10.1-2012[1)]の指標を用いて，地震応答解析と経験式による変形量予測の妥当性の比較結果を紹介する．

２．検討対象

Fig.1 に兵庫県南部地震における六甲アイランド RF３岸壁の被災断面図 [2)]を示す．岸壁のケーソンの海側への水平変位と傾斜により，岸壁上に設置されているクレーンの海側脚が海側に移動してクレーンの機能不全・倒壊を引き起こすほか，ケーソン背面に段差が生じることにより荷役車両の通行が阻害される．したがって，岸壁の残存機能はケーソンの海側への水平変位と傾斜の程度に依存するため，評価指標としては岸壁天端の変形量（水平変位及び沈下量）に着目する．

本岸壁のバースは，22 個のケーソンで構成されたバースであり，ケーソンごとに被災変形量が異なる．比較的同様の条件と考えられるケーソン No.7 から No.21 について，実際のケーソンごとの変形量をまとめたものが Fig.2 である．

このような実際の変形量のばらつきの要因についてはいくつかの理由が考えられる．Fig.2 の例では，端部での変形量が小さいことから，境界部で隣接するケーソンの影響やコーナー部の 3 次元効果の影響が推定される．また，地層構成・地盤条件が法線に沿って変化していた可能性も否定できない．

３．本検討で使用した ASME の指標

本検討では，ASME V&V 10.1-2012[1)]の Validation approach にもとづき，累積確率密度分布の差の面積を用いて，式(1)でシステム応答量の計測基準 M^{SRQ} を計算し，不確かさの定量化（Quantification）を行った．

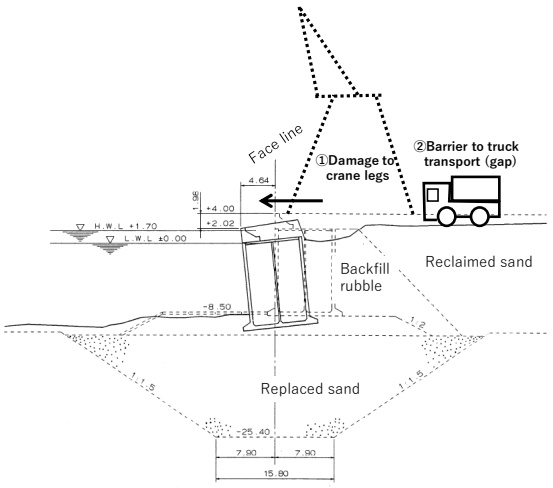


Fig. 1 Damage of caisson type quay walls (RF3 in Kobe Port).

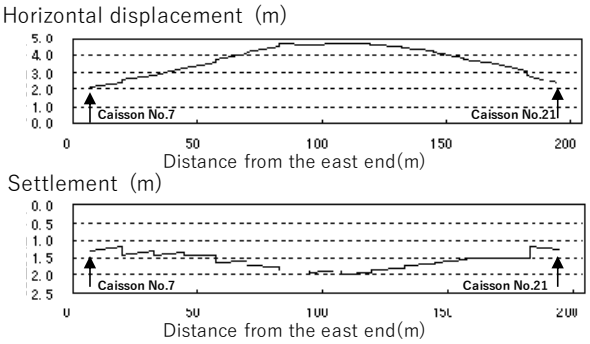


Fig. 2 Variations of observed displacement and settlement.[2)]

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

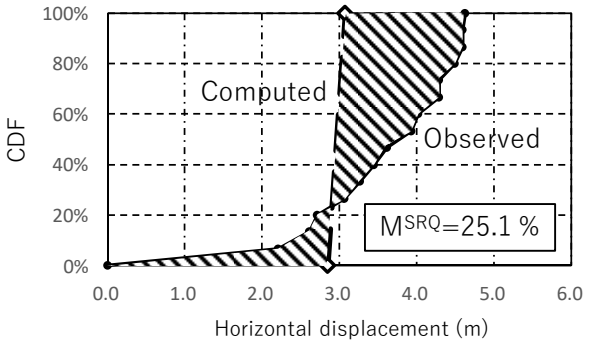


Fig. 3 Validation results on damaged case (RF3 in Kobe Port)

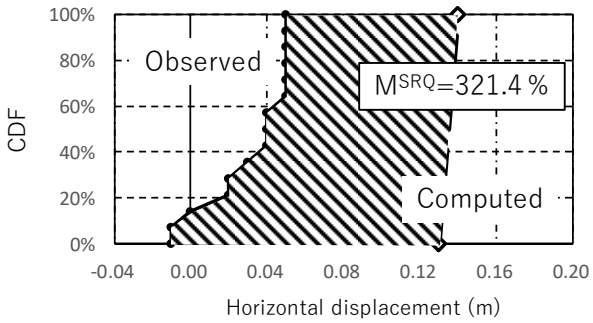


Fig. 4 Validation results on undamaged case (Kushiro Port)

$$M^{SRQ} = \frac{1}{\left|\overline{SRQ}^{\exp}\right|}\int_{-\infty}^{\infty}\left|F_{SRQ^{\mathrm{mod}}}(y) - F_{SRQ^{\exp}}(y)\right|dy \quad (1)$$

ここで，$\left|\overline{SRQ}^{\exp}\right|$ は計測値の平均値であり，y は比較対象の評価指標である．また，F_{SRQ}^{mod} (y) と F_{SRQ}^{exp} (y) は，それぞれ，計算値と計測値の累積確率密度分布である．

４．数値解析結果の妥当性評価

解析には累積塑性せん断仕事に応じた有効応力の低下をモデル化したモデルを用いた [3]．この構成モデルは，非排水条件での解析が前提であり，沈下量に液状化後の排水に伴う圧密沈下によるものが反映されない．この点については，ひずみレベルに応じた圧密沈下量を上乗せするなどの評価を行えばほぼ妥当な値が得られるものと考えられるが，紙面の都合により，本稿では水平変位量のみに絞って検討結果を示す．

Fig.3 に解析結果と観測値の CDF（累積確率密度）の比較を示す．なお，解析では微小レーレー減衰の値を変化させた 2 通りの計算結果があったので，この 2 つの計算結果が下限及び上限を与えていると仮定し，その間の確率密度が一定であると仮定した．

次に，ほぼ無被災とみなせる事例を対象とした検討も行った．検討対象は釧路港西港第二埠頭東側岸壁である．Fig.4 に解析結果と観測値の CDF（累積確率密度）の比較を示す．被災事例のケースと異なり，システム応答量の計測基準 M^{SRQ} の値は非常に大きくなる．

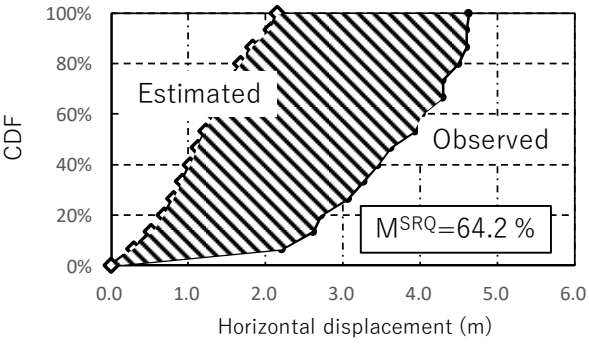


Fig. 5 Validation results on damaged case (RF3 in Kobe Port)

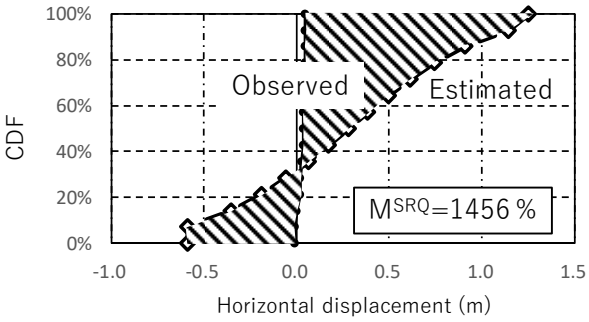


Fig. 6 Validation results on undamaged case (Kushiro Port)

５．経験式による変形量予測の妥当性評価

比較のため，動的解析によらない方法でケーソンの変形量を予測した場合も検討した．利用した方法は，最大加速度を作用震度に換算し，作用震度と設計震度の比を危険度 Fc と定義して，被災事例の回帰分析により変形量を予測する手法 [4]である．結果を Fig.5 と Fig.6 に示す．この例では経験式のほうが実測値との乖離が大きいと評価された．

６．まとめ

本検討では，ASME V&V 10.1-2012[1]の指標を用いて，地震応答解析と経験式による変形量予測の妥当性の比較を行った．その結果，指標の値が被災事例の場合と無被災事例の場合で大きく異なり，要求される耐震性能のレベルに応じて指標の値の解釈に注意が必要であると思われる．

参考文献

1) ASME: An illustration of the Concepts of Verification and Validation in Computational Solid Mechanics, ASME V&V 10.1, 2012.
2) 稲富隆昌ら: 1995 年兵庫県南部地震による港湾施設等被害報告， 港湾技術研究所資料, No.857, 1997.
3) 井合進, 松永康男, 亀岡知弘: ひずみ空間における塑性論に基づくサイクリックモビリティ―のモデル, 港湾技術研究所報告, 第 29 巻第 4 号, pp.27-56, 1990.
4) 上部達生: 地震被災事例に基づく重力式および矢板式係船岸の被災変形量と被災額の推定, 港湾技研資料, No.473, 1983.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Numerical study on fatigue notch sensitivity of high and middle strength carbon steels for weld structures

Ayang BUERLIHAN, Joining and Welding Research Institute University, Osaka University
Riccardo FINCATO, Joining and Welding Research Institute University, Osaka University
Seiichiro TSUTSUMI, Joining and Welding Research Institute University, Osaka University

E-mail: tsutsumi@jwri.osaka-u.ac.jp

In this study, the numerical study was performed for the effect of notches on fatigue strength of low and high strength steel. 3D FE models were produced for two types of notched specimens and the crack initiation life was predicted based on a cyclic elasto-plasticity response during the cyclic loading process. Consequently, the crack propagation life was also estimated by the method extending from the assessment method of crack initiation life. An unconventional elasto-plastic model was used to investigate notch sensitivity of cyclic plasticity behavior. Besides, the effect of material strength on fatigue life was discussed for notched specimens and the predictive life was verified against experiment results.

1. Introduction

Most of the structures are serving with notched components under cyclic loading. These notches may induce high-stress concentration in the local area. Even the magnitude of loading is within the low nominal stress level, the local material yielding will occur around a notch due to high-stress concentration. This increases the tendency of fatigue crack to initiate and grow under cyclic loading. Besides, the cyclic stress-strain responses are variable depending on the shape of notches and the strength of steel. Thus, the different crack initiation and propagation characteristics can be observed near the notch.

In the previous studies[1)], the fatigue test for notched members were carried out under repeated tensile load. The influences of notches on fatigue strength were studied and the relations of crack initiation fatigue life with total strain range was given. however, it is difficult to find minute fatigue cracks at the notch roots. The crack initiation life was defined when the crack of length of 0.5mm was discovered at the surface of specimen. Moreover, the notch effect on crack propagation life was not fully studied. Therefore, it's necessary to clarify the effect of notch sensitivity on both the crack initiation and propagation for steel with different strengths.

In this study, a numerical study was conducted for notched specimens. Two types of FE models were generated to study the effect of notch on fatigue strength. The fatigue SS model[2)] was used to investigate the stress-strain response for different notch shapes. Crack initiation life was predicted with strain-based criteria and subsequently the crack propagation life was estimated with an extending method of an assessment approach for crack initiation life. Finally, the predicted fatigue lives verified against fatigue test results.

2. FE model and methods

Finite element (FE) models were generated based on the geometries of the fatigue test specimens used in the previous study[3)] and indicated as Model-O and Model-U as shown in Fig. 1. Considering the shape of the test specimens and for the purpose of reducing numerical costs, only 1/4 of geometry was modeled in 3D. A hexahedral element was used and the minimum element size was set to 50μm at the critical part of the model.

Fatigue SS model was implemented via user subroutine for the commercial code ABAQUS and used to describe the non-linear material behavior of steel. A total of 10 cycles were applied to simulate the fatigue condition. The analyses were conducted with stress ranges: 150, 300, 500MPa, and with a stress ratio of R=0 for each model. Besides, to evaluate the effect of the shape of the notch on the stress concentration, the elastic analysis was carried out and the stress concentration factors were listed with analytical results in Table 1. The fatigue life of crack initiation was assessed by the strain-based criteria, as given in Eqs. (1) and Eqs. (2) for each material, respectively. Here, the strain range of the node with the highest cumulative plastic strain magnitude at the 10th cycle was used for evaluation of crack initiation life.

In the crack propagation investigation, 3D crack shape was assumed to be semi-ellipse for all the progress of crack propagation analysis. The initiate crack size was set to 0.05mm depth and the crack propagation analysis was conducted up to 1mm length of crack depth.

Table 1. Stress concentration, Kt

.	Kt/ Numerical	Kt/ Ana
Model-O	2.447	2.45
Model-U	4.843	4.55

$$\Delta\varepsilon_t = 0.625(N_c)^{-0.541} + 0.0091(N_c)^{-0.117} \quad (1)$$

$$\Delta\varepsilon_t = 1.029(N_c)^{-0.665} + 0.0112(N_c)^{-0.086} \quad (2)$$

3. Results

Fig. 2 shows the stress-strain response for two types of materials with different crack lengths at the stress range Δσ =300Mpa (Model-O). It can be concluded that smaller ratcheting is observed by high strength steel compare with low strength steel. Moreover, the larger strain range can be found with a longer crack length. Fig. 3 illustrated a-N relations for high and middle strength steels, it shows the high strength steel has resistant properties for crack propagation than low strength steel. The crack growth rate with crack length also was plotted in Fig. 4 (Δσ =300Mpa). It is revealed that high strength steel displayed overall a lower crack growth rate. In addition, it also shows a higher crack propagation rate for model-U due to higher stress concentration at notches tip than model-O. Fig. 5 shows that the comparison of experiment and numerical results. It is found that the total tendency of the results of the experiment had achieved and the predicted fatigue lives fairly agree with the experimental fatigue life. Finally, the fatigued stress range for 2 million cycles against the stress concentration factor was plotted in Fig. 6. The results indicated that lower improvement of fatigue strength by high strength material was found for higher stress concentration, whereas more effect on the fatigue strength with lower stress concentration.

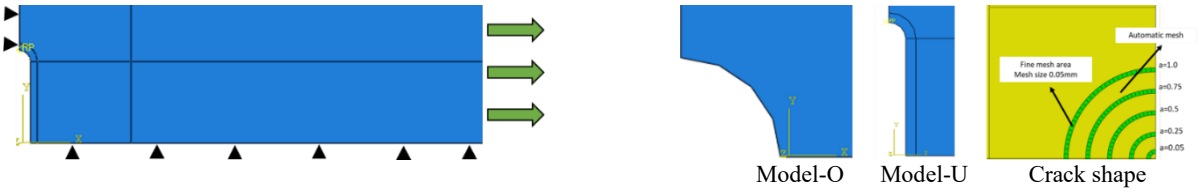


Fig. 1 FE model and boundary condition

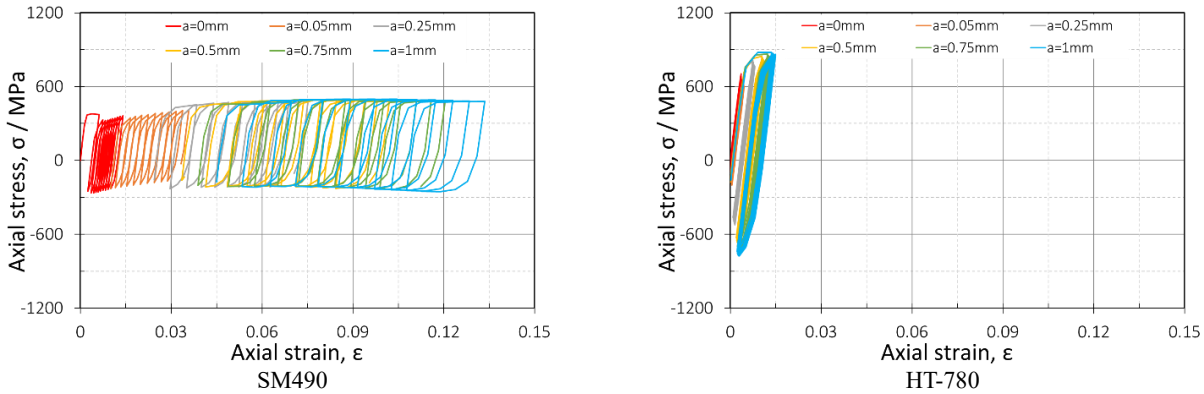


Fig. 2 Stress-strain curves (Model-O　Δσ =300Mpa)

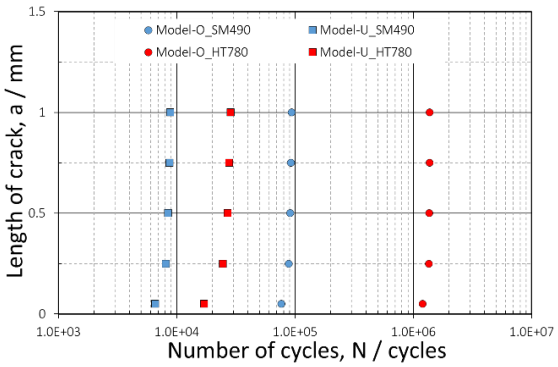


Fig. 3 a-N relations (Δσ =300Mpa)

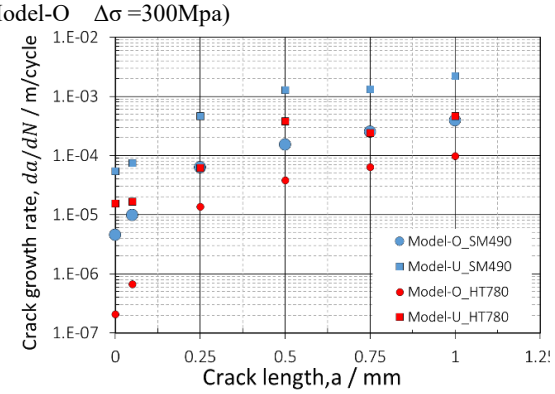


Fig. 4 da/dN-a relations (Δσ =300Mpa)

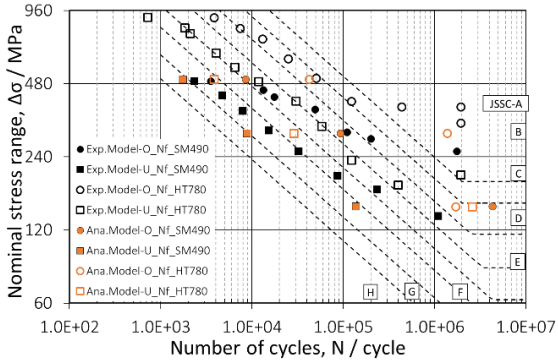


Fig. 5 S-N relations

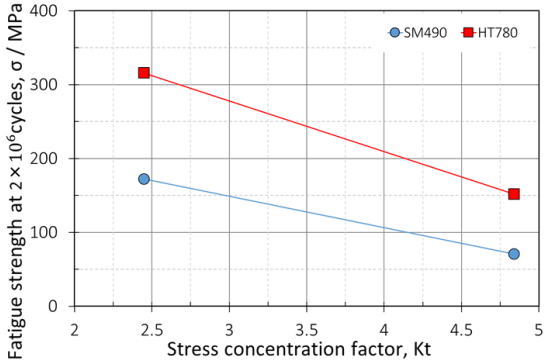


Fig. 6 Δσ-Kt relations

References

1) Miki, C., Nishimura, T., Tanabe, H., Nishikawa, K: Study on estimation of fatigue strength of notched steel members, Proceeding of the Japan Society of Civil Engineers, (1981), No. 316.

2) Tsutsumi, S., Fincato, R.: Cyclic plasticity model for fatigue with softening behavior below macroscopic yielding, Materials & Design, 165 (2019), 107573.

3) Morita, K., Mouri, M., Buerlihan, A., Fincato, R., Tsutsumi, S.: Numerical investigation on fatigue crack initiation and propagation lives for non-load carrying fillet welded joint considering cyclic elasto-plasticity response of steel, Journal of Japan Society of Civil Engineers, Ser. A2, 76(2) (2020), I_143-I_152.

DEM による単粒度砕石層の残留変位予測における定量的精度の検証

Quantitative Evaluation of Estimated Residual Settlement of Poorly-Graded Crushed Stone Layers by Using DEM

河野　昭子（鉄道総合技術研究所）　　松島　亘志（筑波大学大学院・システム情報系）
Akiko KONO, Railway Technical Research Institute
Takashi MATSUSHIMA, Tsukuba University
E-mail: kono.akiko.43@rtri.or.jp

3D-DEM code was parallelized by using Open MP to decrease computing time and to improve the quantitative accuracy of estimated residual settlement of ballasted layers. Ballast grain models are also elaborate to sharpen the angularity. Then initial settlement of ballasted layer is simulated at the case during 70 trains passing. The simulation results showed good agreement with measured dates from real railway lines.

１．はじめに

鉄道線路で路盤とまくらぎの間に単粒度砕石を敷き込んだタイプの軌道をバラスト軌道といい、単粒度砕石層をバラスト層という。このバラスト軌道は、新設費用が直結軌道に比較して安価で、かつ適度な弾性と排水性を有しており、我が国の鉄道線路の約 9 割を占めている。

他方、レール継目部や路盤軟弱箇所において、バラスト層の残留変位（以下、沈下という）が局所的に進む現象も長年問題視されており、様々な既往研究が報告されている[1)]。これらの研究のほとんどは実験的検討であるが、鉄道事業者から求められる現象解明の中には、例えば、列車高速化による道床沈下への影響など、試験装置での再現が困難な条件もある。

このような場合に活用されるのがシミュレーション手法で、近年では、バラスト層を離散体でモデル化したシミュレーションも行われている。しかし、離散体シミュレーションは計算負荷が高く、解析に時間を要することから、解析モデルが精緻な場合は短期的挙動のみが取り上げられてきた[2)]。また、繰返し荷重下の道床沈下の検証においては計算負荷低減のために解析モデルを単純化するため[3)]、定性的検証は可能でも、定量的精度には課題があった。

そこで本研究では、個別要素法における接触判定のアルゴリズムを効率化したプログラムに対して、OpenMP による並列処理を行い、計算速度の向上を図ると同時に、解析モデルの精緻化を行った。更に、道床更換翌日 1 日を想定した初期沈下シミュレーションを行い、現場における実測結果との比較を行った。

なお本研究では、筑波大学で開発された三次元個別要素法コード”DEMCS”[4)]を、同大学と鉄道総研の共同研究で改良した”DEMCS-track”[5)]を用いる。

２．接触判定の効率化

個別要素法においては、まず計算領域内の要素同士が接触しているかどうかを確認し、接触している場合に接触力を算出するが、n 個の要素を有する解析モデルの場合、n×(n-1)／2 回の計算が必要となる。例えばバラスト軌道の実物大モデルの場合、まくらぎ一本の領域であってもバラスト要素の数は約 30000 個となるため、接触判定だけで 4 億回を超えた計算を行うこととなる。

これに対して“DEMCS”では、接触判定の効率化のために、Fig.1 に示すように計算領域を Box 分割し、各要素が所属する Box 番号を割り振っている。これにより、接触判定においては、自身が所属する Box の上下前後左右の合計 27 個の Box 内の要素だけを対象に接触判定すれば良い。更にこの作業は、同時に複数の要素で着手しても計算結果に影響を与えないため、並列処理の有効性が期待できる。

３．OpenMP による並列処理

Fig.1 に示した、各要素が自身の周囲の接触判定を行う過程を OpenMP によって並列処理した。並列処理の効果を検証するために、Fig.2 に示すバラスト軌道のまくらぎ 1 本分の領域を再現した解析モデルを用いてシミュレーションを行い、並列数ごとに 1000step の解析時間を測定した。なおシミュレーションには、鉄道総研で所有するスーパーコンピュータを用いた。

並列計算におけるスレッド数と計算時間の関係を Fig.3 に示す。図より 1000step の計算に要する時間は、スレッド数 1 つまり並列化前では 1382 秒であるのに対して、スレッド数 32 の場合は 157 秒まで短縮している。

つまり、接触判定の効率化と OpenMP による並列処理で、計算時間が約 1/9 となった。

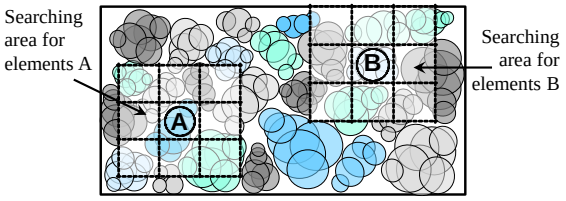


Fig.1 Searching areas for each element

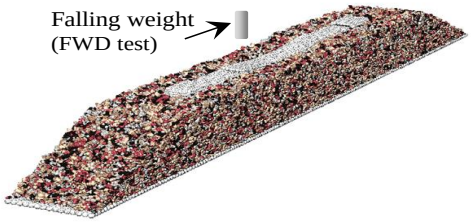


Fig.2 Discrete element model of ballasted track

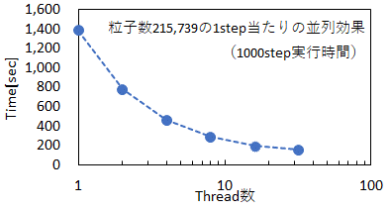


Fig.3 Relationship between the numbers of thread and calculation time

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

４．解析モデルの改良

本研究では、バラスト砕石を球集合体でモデル化しているが、バラスト砕石の品質保持の上で「稜角に富んでいる事（角張っている事）」が指定されていることから、モデル化においても「角張り」を再現することが望ましい。ただし、角張を精緻に表現するためにはバラスト要素を構成する球の数が増えるため、計算負荷も上昇する。

本研究では前章の通り、計算時間を大幅に短縮したことから、若干の計算負荷上昇とはなるが、構成球を増やすこととし、McDowell[6]らによって提案された「Asperity 要素」を導入した。これは Fig.4 に示すように、要素の稜角部分に半径の小さい球を付加するものである。ここで Fig.4 において、実バラスト、従来の解析モデル、Asperity 要素を付加した修正モデルの形状と、これらの形状を「Leeds の視覚印象による角張度」[7]によって評価した角張度を示している。図より、Asperity 要素の付加により、角張度が増加することが明らかである。

５．実測値との比較

道床更換翌日の列車走行時の初期沈下を再現するために既往研究[8]を参考とし、Tab.1 に示す 4 通りの締固め度の離散体バラスト軌道モデルを構築した。また、現場において実施される重錘落下式の軌道支持剛性測定法[9]を再現し（Fig. 2 参照）、各解析モデルの軌道支持剛性を測定した。

解析結果を Fig.5 に示す。図中点線は、実測値の範囲を示すが、これよりバラスト層の密度を 1.60g/cm^3 としたモデル B の軌道支持剛性が実測結果と一致している。このモデル B の密度は従来用いられている「十分に締固めたバラスト層」の密度 1.67g/cm^3 より小さい値となるが、実測現場が道床更換直後であったことから、条件として合致する。

次に上記のモデル B を用いて初期沈下シミュレーションを行う。ここで、Fig.6 に示す列車通過荷重（図は一台車通過時）をまくらぎ要素に入力した。ここでは一編成 20 台車とし、70 編成分つまり合計 1400 回、Fig.6 に示す荷重波形を入力した。

シミュレーション結果から得られた一編成ごとの沈下進みと実測結果を、合わせて Fig.7 に示す。なお実測値は、複数の測定点におけるデータから求めた平均値と標準偏差 σ の値より、平均値および平均値±σの値を示す。

図より、沈下進みの実測値は、1 編成目で平均 0.37mm、標準偏差 0.20mm であるが、2 編成目では平均 0.14mm、標準偏差 0.12 mm と急激に減少し、その後徐々に収束し、10 編成目以降は 0.053mm から-0.026mm の間で変動する。

これに対してシミュレーション結果は 1 編成目で 0.57mm、2 編成目で 0.14mm となり、1 編成目が実測値平均値より大きい値を示すものの、実測値の平均値＋σの値の範囲内に含まれる。また 10 編成目以降は 0.048mm から -0.002mm の間で変動するが、ここでも実測値の平均値±σの範囲内に収まっている。

６．おわりに

離散体シミュレーションによる道床沈下予測の定量的精度を向上するために、個別要素法コードの並列処理を行い計算速度の向上を図った。また、角張を精緻化したバラスト砕石の解析モデルを用いて、道床更換後を想定した初期沈下シミュレーションを行ったところ、シミュレーション結果は、実測結果の平均値±σ（標準偏差）の範囲に収まることを確認した。

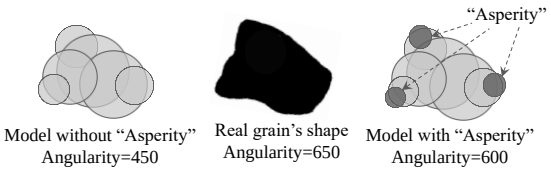


Fig.4 Angularity of the shapes of discrete element models of ballasted stones

Tab.1 Densities of ballasted models

Names of Models	Density of ballasted layers
A	1.67 g/cm^3
B	1.60 g/cm^3
C	1.50 g/cm^3
D	1.57 g/cm^3

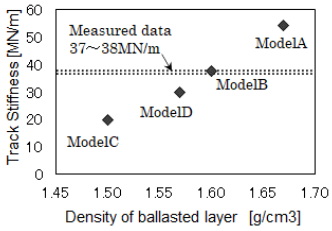


Fig.5 Track stiffness derived from simulation and measured data

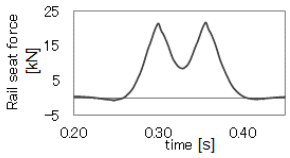


Fig.6 Waveforms of loadings applied to sleeper element

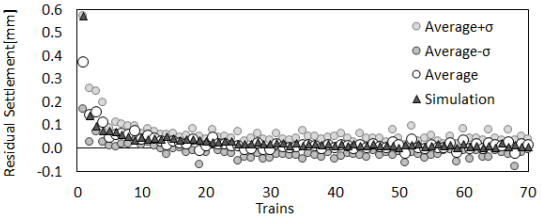


Fig7. Comparison of simulation results with measured data

参考文献

1) 内田雅夫ほか：軌道狂い進みに着目した有道床軌道の新しい設計法、鉄道総研報告、 Vol.9、No.4、 pp37-42、1995
2) 相川明ほか：バラスト軌道大規模モデルの構築，鉄道総研報告 Vol.30, No.2, pp23-28,2016
3) A.Kono, Validation of Numerical Simulation using 3D-DEM Ballasted Track Model, Proceedings of CompRail2018, 2018
4) Matsushima,T, Effect of irregular grain shape on quasi-static shear behavior of granular assembly, Powders Grains 2005; 2 : pp1319-1323, 2005
5) 河野昭子,松島亘志：離散体モデルを用いた道床バラスト層の変形挙動解析，鉄道総研報告 Vol.28 No.12 pp.41-46 ,2014
6) G.R.McDowell, et.al : Discrete element modelling of scaled railway ballast under triaxial conditions, Granular Matter, Vol.18, No.66,2016
7) G.,Lees, A New Method for Determining the Angularity of Particles, Sedimentology, Vol.3,No.1, pp.2-21,1964
8) 須長誠、榎本秀明：ラジオアイソトープを用いた道床バラストの密度測定、鉄道総研報告、Vol.6, No10, pp47-54, 1992
9) 中村貴久、桃谷尚嗣、谷川光：保守後の軌道の支持状態を診る、RRR、Vol.76,No.2, pp.16-19, 2019

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション（第五部門：応用数理問題ー計算機科学から社会科学まで）

第五部門：応用数理問題（ C)

座長:五十嵐 晃(京都大学)

2021年5月15日(土) 13:30 ～ 15:00 E会場 (E会場)

[S05C-01] 木材破壊音検出を目的とした NNと CNNの比較検討

*竹森 司[1]、佐伯 昌之[1] （1. 東京理科大学）

13:30 ～ 13:45

[S05C-02] X線 CTを用いた農業水利施設におけるコンクリート損傷の抽出

*島本 由麻[1]、鈴木 哲也[2] （1. 北里大学、2. 新潟大学）

13:45 ～ 14:00

[S05C-03] ハフ変換を用いた腐食鋼矢板護岸における損傷実態の非接触評価

*萩原 大生[1]、島本 由麻[2]、鈴木 哲也[3] （1. 新潟大学大学院自然科学研究科、2. 北里大学獣医学部、3. 新潟大学自然科学系（農学部））

14:00 ～ 14:15

[S05C-04] 圧電素子センサおよび MEMS加速度センサを活用した鋼橋の疲労損傷検知に関する研究

*森近 翔伍[1]、関屋 英彦[1]、葉山 瑞樹[2]、朱 彦[3]、永井 政伸[4] （1. 東京都市大学、2. （一財）首都高速道路技術センター、3. 東南大学、4. （株）首都高速道路）

14:15 ～ 14:30

[S05C-05] リベット接合部に生じる残留応力の解析的推定に関する研究

*谷口 望[1]、柴崎 和哉[2]、平野 雄大[2]、小林 寿子[3] （1. 前橋工科大学、2. 東日本旅客鉄道、3. JR東日本コンサルタンツ）

14:30 ～ 14:45

[S05C-06] 時刻歴波形ノイズ部の実効電圧を用いた AE到達時刻自動検出手法の開発

*中村 勝哉[1]、小林 義和[1]、小田 憲一[1]、池端 宏太[1] （1. 日本大学）

14:45 ～ 15:00

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

木材破壊音検出を目的としたNNとCNNの比較検討
Comparison between the classification methods using NN and CNN for the detection of wood destruction sounds.

竹森　司（東京理科大・理工）　　佐伯　昌之（東京理科大・理工）
Tsukasa Takemori, Tokyo University of Science
Masayuki Saeki, Tokyo University of Science
E-mail: 7617064@ed.tus.ac.jp

This paper shows the results of comparison between the classification methods using NN (Neural Network) and CNN (Convolutional Neural Network) which are developed for detecting a wood destruction sound in case of a large earthquake. In this research, first, MFCC (Mel-Frequency Cepstrum Coefficients) of wood breaking sounds are calculated from the raw sound time series data and are input to NN as training and evaluation data. Next, the spectrogram or the mel-spectrogram of the same wood breaking sounds are calculated and are inputted to CNN. Then, the accuracy of the classification methods are evaluated. The result shows that the both methods give high accuracy of 99% or more. Furthermore, the other sounds are synthesized by mixing the wood breaking sounds with other environmental sounds and are classified using the trained models. In this case, the method using CNN gives better detection rate in our analysis.

１．研究背景と目的

大地震が発生した際，ただちに被災度が把握されるが，地震の規模が大きい場合，把握に要する時間やコストは増加する[1]．そこで，著者らは被災度を自動的に把握するための手法の1つとして，構造部材の破壊音を機械学習により判定する手法を検討している[2]．本研究では，実験により破壊音を取得しやすい木材を研究対象とする．この破壊音を検出することが可能な様々な機械学習モデルを検証し，検出精度の向上を試みた．この手法が実現すれば，スマートフォンやホームスピーカーといったマイクロフォン付属機器により，災害時の構造被害が自動的に推定されることから，従来の振動計測とは別の情報を提供することができる．

ところで，著者らの一人は先行研究において，k-Shapeと呼ばれる時系列波形の特徴を抽出し，クラスタリングする手法を用いて，音圧データを分類した．また，音響特徴量MFCCを算出し，サポートベクターマシン（Support Vector Machine，SVM）やNNによる分類も行った．これらの精度を比較した結果，MFCCをNNにより分類した場合が最も高精度であるということが確認されている[2]．

本研究で検討したモデルは，ニューラルネットワーク（以下，NN）と畳み込みニューラルネットワーク（以下，CNN）である．また，それぞれのモデルの入力値として，NNには音響特徴量であるMFCC（Mel-Frequency Cepstrum Coefficients）を，CNNにはスペクトログラムとメルスペクトログラムを用い，木材破壊音の検出精度を評価した．そのため，本研究では，MFCCをNNにより分類する手法を比較対象とし，新たにスペクトログラムとメルスペクトログラムをCNNにより分類する手法を検討した．

２．本研究で使用したデータ

(1)　解析に使用した音圧データ

本研究において正解データとなる木材破壊音は，著者らの先行研究で使用したものと同じものを用いる[2]．ただし，不正解データとなる木材破壊音以外の音（以下，環境音）はESC-50データセット[3]を用いた．ESC-50は生活圏において耳にすることが多い環境音を50種類，各40データを収録したものである．これらの環境音を不正解データとして用いることで，不正解データの種類の偏りを解消した．

さらに，本研究では学習済みモデルを使って，実環境下での木材破壊音検出の精度を評価するため，木材破壊音と環境音を足し合わせたデータ（以下，混合音）を生成した．その際，木材破壊音と環境音の最大振幅の時間が重なる場合とずれた場合の2種類，及び木材破壊音と環境音の振幅の大小関係が異なる3つの場合を考慮した．

以上で説明したデータを元データとして，分類対象が含まれる時系列区間を3秒で切り出し，用いることとした．

(2)　機械学習モデルの入力値

本研究にて検証に用いたモデルはNNとCNNである．CNNとは，全結合層（NN層）の前に畳み込み層とプーリング層を配置することで，画像データから特徴マップを抽出し，画像サイズを圧縮する．そして，それらによって得られた特徴をNNによって分類するモデルである．CNNでは入力値として画像データを用いるため，音圧データからスペクトログラムとメルスペクトログラムを算出した．スペクトログラムの一例として，木材破壊音を表すものをFig.1に示す．

また，NNの入力値にはMFCC，及びその差分特徴量を用いた．差分特徴量とは各時刻の静的な特徴がどのように変化したかを表す動的な特徴であり，これを用いることで，認識精度が向上するとされている．本研究では，MFCC20成分のうち1番目の成分を除いた19次元とし，それらの1次差分特徴量，2次差分特徴量を

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

含

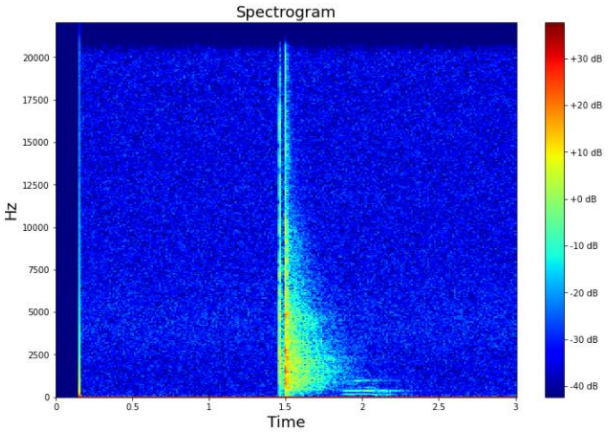


Fig. 1 Spectrogram of the wood breaking sound

めた最大 57 次元のデータを 1 フレームごとに取得し，3 秒分の最大 259 フレームを入力データとして用いた．

3． NN 及び CNN の実装

今回用いた各音の学習データ，検証データ，テストデータは 4：2：4 の割合で検証を行っている．また，正答率(accuracy)を Table.1 に示し，精度(precision)，再現率(recall)，F 値，及び木材破壊音と環境音の最大振幅を同じとした混合音中での木材破壊音検知率を Table.2 に示す．ここで，精度とは木材破壊音と予測されたデータ中，実際に木材破壊音だった割合であり，再現率とは実際に木材破壊音であるデータ中，木材破壊音と予測されたデータの割合を示す．

(1) MFCC を用いた NN 分類

対象音のみが含まれたテストデータの正答率はいずれも 99%以上の結果となり，3 種類のいずれにおいても大きな差は見られなかった．しかし，再現性，F 値については 2 次差分特徴量を用いた場合，他の 2 つの場合に比べて低い値が出ていることが確認できた．さらに，MFCC のみを用いた場合では，混合音中での木材破壊音の検知率も一番高い 55.55%といった結果となった．

(2) スペクトログラム及び，メルスペクトログラムを用いた CNN 分類

対象音のみが含まれたテストデータの正答率は，いずれも 98%以上といった高精度の分類ができており，メルスペクトログラムに関しては検証に用いたどの場合よりも高い再現性，F 値をとなった．更に，混合音中での木材破壊音検出率では MFCC を NN で分類した場合よりも高い割合で検出できていることも確認できた．これは，畳み込み層を用いることで周波数強度を表した画像データから，時間軸及び周波数軸上でのピクセル同士の位置情報を集約した特徴を捉えていることが木材破壊音のような瞬発的な音の判別には効果的であるからだと考える．

Table.1 accuracy of data

	accuracy（%）		
	学習データ	検証データ	テストデータ
MFCC	100.0	99.68	99.4
MFCC+Δ_1	100.0	99.68	99.4
MFCC+Δ_1 + Δ_2	100.0	99.68	99.07
Spectrogram	99.08	98.78	98.88
Melspectrogram	100.0	99.39	99.62

Table.2 precision, recall, F-meature, and detection rate of breaking sounds in mixed data.

	Precision(%)	Recall(%)	F-measure(%)	混合音検知率(%)	
				ずらす	重ねる
MFCC	100	92.50	96.10	55.55	21.24
MFCC+Δ_1	100	92.50	96.10	28.47	11.72
MFCC+Δ_1 + Δ_2	100	87.50	93.33	48.80	13.92
Spectrogram	94.73	90.00	92.30	62.95	35.47
Melspectrogram	97.50	97.50	97.50	57.80	30.8

4． まとめ

本研究では，機械学習を用いた木材破壊音検出精度向上について検証を行った．その結果，木材破壊音のみが含まれたデータの分類精度については，MFCC と差分特徴量を用いた NN 分類，スペクトログラムとメルスペクトログラムを用いた CNN 分類においてテストデータで 98%以上の精度が確認できた．また，実環境下を想定した木材破壊音にノイズが含まれるような状況では画像データを用いた CNN 分類の方が精度よく検知することが示された．しかし，依然低い検出率であるため，入力するデータやモデル構築について更なる検討が必要と考えられる．

特に，木材破壊音のデータ拡張，および分類に最も有効な周波数帯の確認は検出率向上の必須事項であると考えている．

参考文献

1) 国土交通省 国土技術政策総合研究所，国立研究開発法人 建築研究所，平成 28 年熊本地震建築物被害調査報告書（速報），国総研資料 第 929 号，建築研究資料 第 173 号，平成 28 年 9 月．
2) 和泉田 健夫 ，佐伯 昌之 ，機械学習を用いた構造部材破壊音検出のための基礎的検討， 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 75, No. 2 (応用力学論文集 Vol. 22)
3) K. J. Piczak, “ESC: Dataset for Environmental Sound Classification,” Proceedings of the 23rd Annual ACM Conference on Multimedia, Brisbane, Australia

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

X 線 CT を用いた農業水利施設におけるコンクリート損傷の抽出
Extraction of Concrete's Damage in an Agricultural Canal Structure by X-ray CT

島本　由麻（北里大・獣医）　　鈴木　哲也（新潟大・農）
Yuma SHIMAMOTO, Kitasato University
Tetsuya SUZUKI, Niigata University
FAX: 0176-23-8703, E-mail: simamoto@vmas.kitasato-u.ac.jp

It is necessary to evaluate the actual condition of material damage for proper maintenance of infrastructures. In this study, the evaluation method of concrete's damages is proposed by acoustic emission (AE) energy under a process of compressive fracture. Concrete-core samples were the taken from a canal structure 53 years after the construction, which freeze-thawed damages developed. The samples were tested by the compression test with AE system. Prior to the compression test, micro-cracks of the samples were estimated by helical X-ray CT. As a result, the surface area of air voids calculated from X-ray CT images was correlated with the initial AE energy characteristics. Thus, Initial AE energy characteristics depended on the degree of damage. AE energy is an effective parameter for evaluating the degree of damage that is not fully understood by compressive strength.

１．はじめに

材料損傷の蓄積は，有効断面の減少に伴う力学特性の低下として顕在化する [1]．既存施設の適切な維持管理には材料損傷の実態評価が不可欠である．既往研究では SEM や X 線 CT を用いて，数 μm 以上のひび割れ損傷を対象に可視化や定量化が試みられている [2]．筆者らも農業水利施設における凍害コンクリートを対象として，ひび割れ・空隙構造と圧縮応力場における Acoustic Emission（AE）指標との関連を AE エネルギ放出の観点から明らかにしている [3]．いずれの先行研究においても，ひび割れ損傷の幾何学的特徴とコンクリート物性との関連について，より具体的な技術的議論の必要性を言及している．

そこで，本報では凍害損傷が内在化している竣工後 53 年が経過したコンクリート水利施設より採取した円柱供試体を対象に，X 線 CT による 3 次元での損傷実態の可視化と圧縮応力場における AE エネルギ強度の関係から，損傷蓄積とコンクリート物性との関連について考察する．

２．実験・解析方法

２．１．供試コンクリートの採取

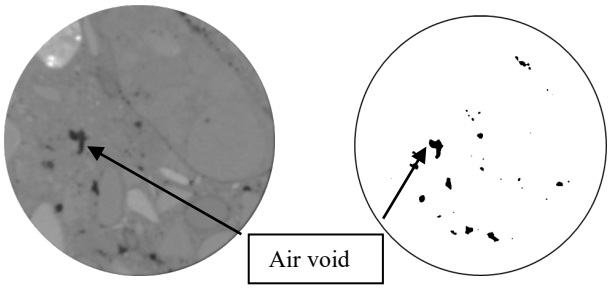
1963 年に建設された頭首工の側壁部と底版部より ϕ 100 mm×200 mm の円柱供試体を採取した．なお，2016 年に採取した時点で，竣工後 53 年が経過していた．供試体の外観目視の結果，顕著なひび割れ損傷は確認されなかった．

２．２．X 線 CT 画像の取得と空隙の抽出

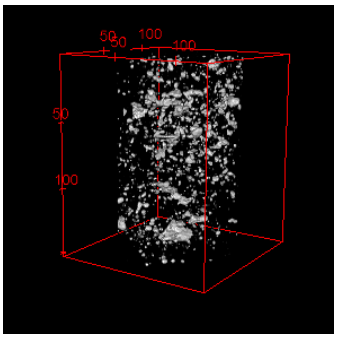
X 線 CT を用いて供試体内部の損傷実態を可視化した．撮影条件は，ヘリカルピッチ：15.0，スライス厚 0.5 mm，管電圧：120 kV，管電流：300 mA とした．

取得した各 X 線 CT 画像に対して，エントロピーベース手法の 1 つである最大エントロピー法による二値化処理を行い，空隙の体積および表面積を算出した．エントロピー $H[P]$は濃度ヒストグラムの特徴量を表す指標の一つであり，式（1）で算出される．最大エントロピー法は二値化したときの領域分布のエントロピーが最大になるようにしきい値を決定する方法である [4]．Fig. 1 に供試した X 線 CT 画像と二値化画像を示す．

$$H[P]=-\sum_{i=n}^{n-1} P(i)ln[P(i)] \qquad (1)$$



（a）X-ray CT image　　（b）Binary image



（c）3D image of air voids
(White part: air voids)

Fig. 1 Extraction of air voids by binarization.

ここで $P(i)$は画素値 i の正規化したヒストグラムにおける確率を表す．

２．３．AE 法を導入した圧縮強度試験

採取したコンクリート・コアを用いて，圧縮載荷過程に発生する AE を指標と空隙構造との関連を考察した．AE センサは，コンクリート・コアの側面部に設置し，閾値を 42 dB とし，60 d に増幅して計測した(Fig. 2)．AE センサには 150 kHz 共振型センサを用いた．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

本報では AE パラメータの中でも AE エネルギを指標に AE データを評価した．AE エネルギは式（2）に示すように最大振幅値の二乗値と定義した．また，圧縮載荷過程の AE エネルギ発生頻度割合$f_e(\varepsilon)$とひずみεの関係についても検討した．

$$E_{AE} = a_{\max}{}^2 \qquad (2)$$

ここで，E_{AE}：検出波の AE エネルギ（単位：V^2），a_{max}：AE パラメータの最大振幅値（単位：V）である．

３．結果および考察

Fig. 3 に空隙表面積と圧縮強度の関係，Fig. 4 に空隙表面積とひずみ 0～100μ 区間における累計 AE エネルギの関係を示す．力学特性をみると，圧縮強度の平均値が 15.1 N/mm^2，最大ひずみの平均値が 581 μ であり，脆性化の進行が確認された．耐久性を必要とする農業水利施設の標準強度 24 N/mm^2 を上回るものは，1 サンプル（Fig. 3，Fig. 4 において〇印で示す）のみであった．

Fig. 4 より，空隙表面積の増加に伴い，載荷初期における AE エネルギが増加することが 1%有意水準で明らかになった．一方，空隙表面積と圧縮強度との間には弱い負の相関が確認された．このことから，空隙を評価する指標としては AE エネルギの方が有用であることが示唆された．これは圧縮強度がコンクリートの圧縮載荷過程における最終破壊時の応力値であるのに対して，検出した AE エネルギ強度は微視的な局所破壊過程を詳細に評価したものであり，圧縮強度と比較して，より詳細に供試コンクリートの空隙構造を反映できるものと推察される．

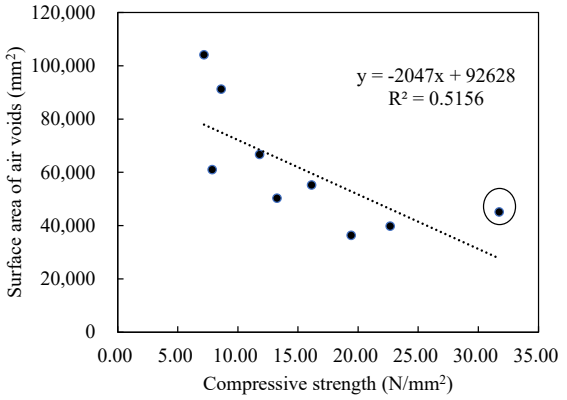
Fig. 5 に圧縮強度が 24 N/mm^2 以上であった供試体の AE エネルギ発生割合 $f_e(\varepsilon)$とひずみの関係を示す．本供試体においても，載荷初期から AE エネルギ放出が確認された．以上より，圧縮強度が基準値を上回っていたとしても，ひび割れ損傷の蓄積は進行していたものと推察される．

４．まとめ

本報では，凍害損傷が内在化している竣工後 53 年が経過したコンクリート水利施設より採取した円柱供試体を対象に，X 線 CT による損傷実態の可視化と圧縮応力場における AE エネルギ強度の関係から，蓄積損傷とコンクリート物性との関連について考察した．検討の結果，コンクリート物性に加えて，AE エネルギ強度を用いることでより詳細な損傷度評価が可能になるものと推察された．その際，蓄積損傷の可視化と定量化には，X 線 CT 計測が有用であり，それらから求められたひび割れ指標とコンクリート物性との密接な関連が示唆された．

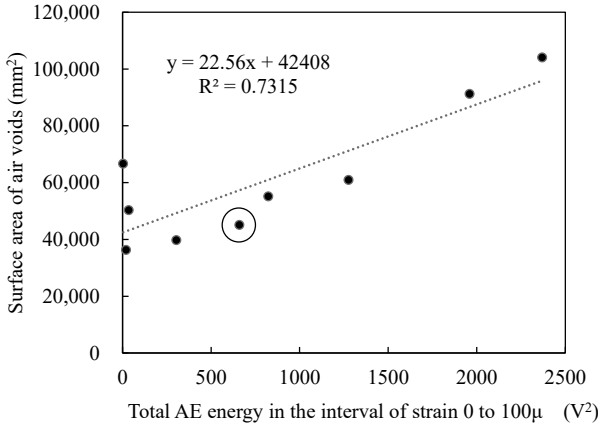
参考文献

1) Kachanov, L. M.: Introduction to Continuum Damage Mechanics, MARTINUS NIJHOFF PUBLISHERS,1986.
2) Chung, S. Y., Kim, J. S. Stephan, D. and Han, T. S. : Overview of the use of micro-computed tomography (micro-CT) to investigate the relation between the material characteristics and properties of cement-based materials, JournalConstruction and Building Materials, 229,2019.
3) Suzuki, T. and Shimamoto, Y.: On-Site Damage Evaluation of Cracked Irrigation Infrastructure by Acoustic Emission and Related Non-Destructive Elastic Wave Method, Paddy and Water Environment, 17(3), pp. 315-321, 2020.
4) 画像情報教育振興協会：ディジタル画像処理，443p，2015.



〇: Specimen with compressive strength of at least 24 N/mm^2

Fig. 3 Relation between surface area of air voids and compressive strength.



〇: Specimen with compressive strength of at least 24 N/mm^2

Fig. 4 Relation between surface area of air voids and Total AE energy in the interval of strain 0 to 100μ.

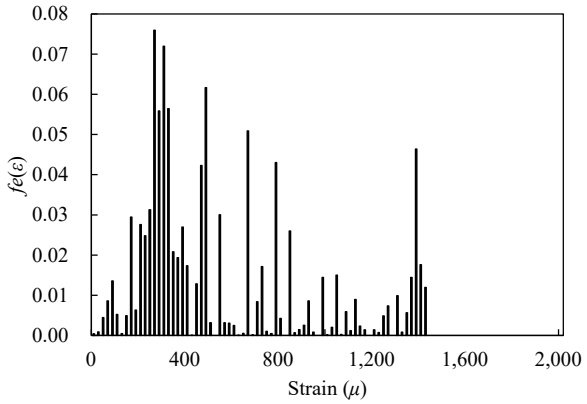


Fig. 5 AE energy generation rate $f_e(\varepsilon)$.
(Specimen with compressive strength of at least 24 N/mm^2)

ハフ変換を用いた腐食鋼矢板護岸における損傷実態の非接触評価
Non-Contact Evaluation of Damage Condition in Corroded Steel Sheet Pile Revetment by using Hough Transform

萩原　大生（新潟大院・自然科学）　　島本　由麻（北里大・獣医）　鈴木　哲也（新潟大・農）
Taiki HAGIWARA, Niigata University
Yuma SHIMAMOTO, Kitasato University
Tetsuya SUZUKI, Niigata University
E-mail: f19e018a@mail.cc.niigata-u.ac.jp

In terms of maintenance, it is essential to evaluate deformation of sheet pile materials in corroded canal revetment. In this paper, for beam-type agricultural canals, inclination angles of steel sheet pile revetment are estimated by using image data with the Hough Transform (HT) which is one of figure detection methods. Detecting straight lines is performed on the digital images of steel sheet pile revetment. In analytical images of steel sheet pile canals, straight lines are detected which are based on not only steel sheet piles but also coping concrete, beams and cross section defects. It is revealed that inclination angles of steel sheet piles are estimated by the HT.

１．はじめに

鋼矢板護岸の腐食劣化は，港湾，河川および水路のような水や塩化物の影響を受ける環境条件で進行する．農業用水路に用いられる鋼矢板護岸では，極度に進行した腐食劣化により，断面欠損が顕在化する場合がある．断面欠損はFig. 1 のような護岸の変形を引き起こし，施設の性能低下へつながるとされる．自立式矢板型水路の設計の場合，設計内容のひとつとして矢板頭部の変位量が含まれている．本研究で対象とする切梁式鋼矢板護岸においては具体的な変位量の設計基準は設定されていないが，自立式同様，護岸の変位量を評価することは施設の長寿命化を図る維持管理において不可欠である．先行研究では，画像データを用いた非破壊・非接触による鋼矢板護岸の腐食実態評価法についての技術開発を行っている [1), 2)]．本稿では，画像解析における図形検出手法のひとつであるハフ変換 [3)] を用いた簡易的な傾斜角度の推定により，角度の観点から護岸の変形量の評価を試みた結果について報告する．

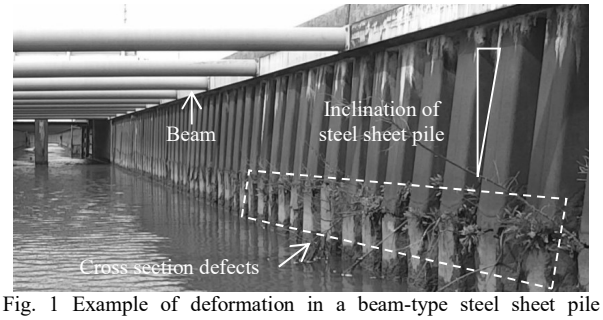


Fig. 1 Example of deformation in a beam-type steel sheet pile revetment

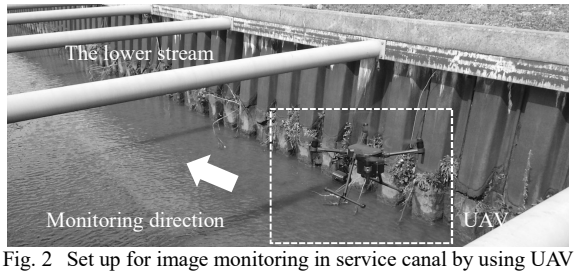


Fig. 2 Set up for image monitoring in service canal by using UAV

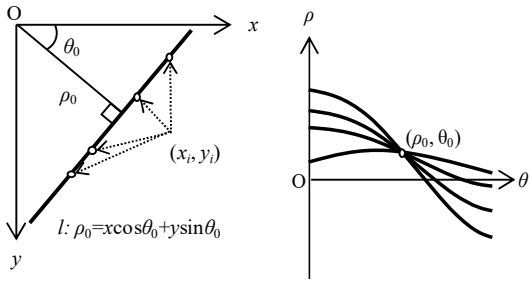
２．計測および解析方法

2.1 計測方法

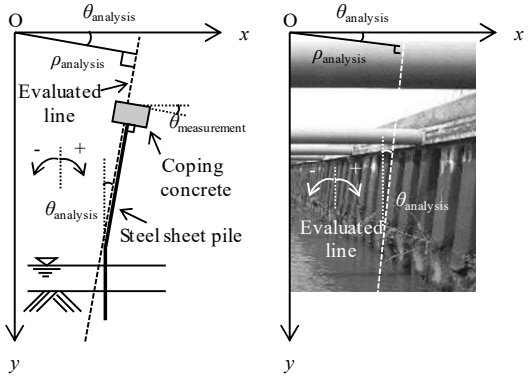
新潟県亀田郷地区の切梁式鋼矢板水路にて，護岸の傾斜角度の測定およびディジタル画像の取得を実施した．護岸の傾斜については，笠コンクリートの傾斜角度を測定した．画像については，Fig.2 のように空撮カメラ（Zenmuse Z30, DJI）を搭載した UAV（Matrice 210，DJI）を水路内にて飛行させ，下流側を正面とした水路横断面の構図で取得した．撮影条件として，機体ジンバルのパンおよびピッチを共に 0°，光学ズームを 1.0 倍（焦点距離：4.3 mm）とした．

2.2 解析方法

鋼矢板の有する長辺方向の直線形状に着目し，ディジタル画像を用いて傾斜角度の評価を試みた．取得画像に対し



(a) *x-y* image space　　(b) ρ-θ parameter space
Fig. 3 Conceptual diagrams of the Hough transform



(a) A model figure　　(b) An example of analytical image
Fig. 4 Conceptual diagrams of detecting a straight line

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

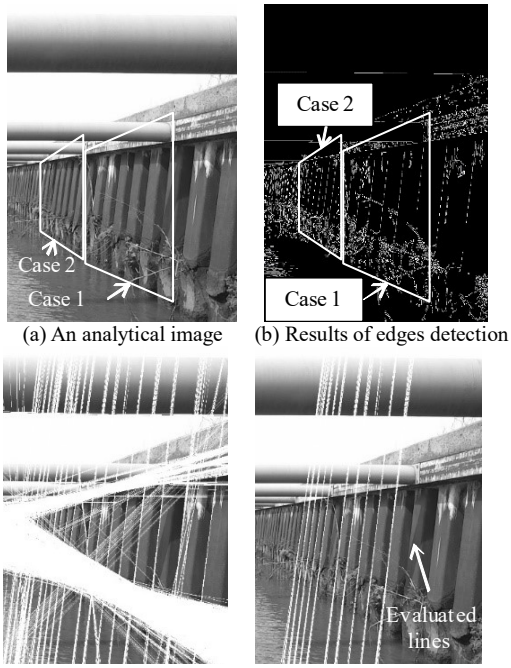
て，グレースケール変換，Canny のエッジ検出による処理を実施後，ハフ変換による直線検出を行った．Fig. 3 にハフ変換の概念図を示す．ハフ変換はパラメータで表現可能な図形を画像中から検出する方法である[4]．直線は式(1)により表される．

$$\rho = x\cos\theta + y\sin\theta \quad (1)$$

ここで，ρ は原点から直線までの符号付き距離，θ は原点から直線へおろした垂線と x 軸のなす角である．xy 画像空間中の直線候補点に対して $\rho\theta$ パラメータ空間への写像および投票により直線検出を行う．Fig. 4 に傾斜角度の評価モデルを示す．本研究では，鋼矢板の直線形状の角度パラメータ（$\theta_{analysis}$）を画像による推定角度とし，実測による笠コンクリートの傾斜角度（$\theta_{measurement}$）との比較検討を行った．なお，画像中の切梁を水平基準とし，角度の補正を実施した．検討ケースとしては，水路右岸画像の切梁間の 1 区間ごとに解析範囲を定めた．Case 1～4 を変形がある護岸のケース，Case 5 を変形がない護岸のケースとした．解析条件として，原点を解析範囲の左上，距離パラメータ ρ の標本化間隔を 1, 角度パラメータ θ の標本化間隔を 0.1°, 投票度数のしきい値を Case 1～4 では 150，Case 5 では 200 とした．

３．結果および考察

Case 1 および 2 の検討結果を中心に記述する．Fig. 5 にハフ変換による直線検出結果を示す. Fig. 5(a)の解析画像に対するエッジ検出結果が Fig. 5(b)，エッジに基づくハフ変換での直線検出結果が Fig. 5(c)となる．検出された直線は白線で示す．鋼矢板の直線形状として，画像中で隣接する鋼矢板との境界部分をエッジ検出していることが確認できる．水路内では，鋼矢板の直線形状に加え，切梁，笠コンクリート・腹起しおよび断面欠損箇所を中心とするノイズ直線が検出された．断面欠損箇所での直線については，異なる対象である腐食や植生のエッジが画像中では同一の直線上の点と認識されたことで検出された可能性が考えられる．検出直線のパラメータ空間における分布は Fig. 6 のようになる．Fig. 6 より，鋼矢板の直線形状は点線の四角形で囲まれた範囲に分布し，Case 1 および 2 については灰色の背景に分布する．本解析条件で Fig. 5(a)の解析画像において，鋼矢板に関する直線の検出数は 234，ノイズ直線の検出数は 2,772 であった．ノイズ直線の検出数は，鋼矢板の直線形状の検出数に対して 11.8 倍となった．パラメータ空間において，鋼矢板の直線形状とノイズ直線の分布は異なることが確認された．このことから，ノイズ直線が混在する直線検出結果に対して角度パラメータの制限（$0.0° \leqq \theta < 15.0°$）と距離パラメータの制限（$220 < \rho < 550$）を行うことで評価直線の抽出を試みた．その結果が Fig. 5(d)となる．評価直線に基づく傾斜角度について，水平の基準は画像中の切梁で検出された直線とした．ハフ変換より切梁で検出された直線の角度パラメータの平均値は，Case 1 および Case 2 含む画像において 90.6°で，水平を 90.0°と考えると画像中の切梁は 0.6°の傾きを有する．鋼矢板の直線形状の角度パラメータに対して画像中の切梁の傾きの分を減じた値を求めた後，各区間の平均値および標準偏差を算出した．Case 1 での推定角度および実測角度の平均値は 6.0°および 6.4°となった．Case 2 での推定角度および実測角度の平均値は 6.9°および 6.4°となった．推定角度については，それぞれ標準偏差が 0.4°となった．ばらつきを有するものの，ディジタル画像のハフ変換を用いた傾斜角度の評価の可能性が示唆された．本結果からは，対象までの距離に応じた評価値の精度の変化についての明確な言及は困難であることから，対象とカメラの詳細な位置条件を考慮した評価精度の検証が検討課題であると考えられる．



(a) An analytical image (b) Results of edges detection
(c) Results of line detection (d) Evaluated lines (Case 1 and 2)
Fig. 5 Examples of detecting straight lines in an analytical image of steel sheet pile revetment

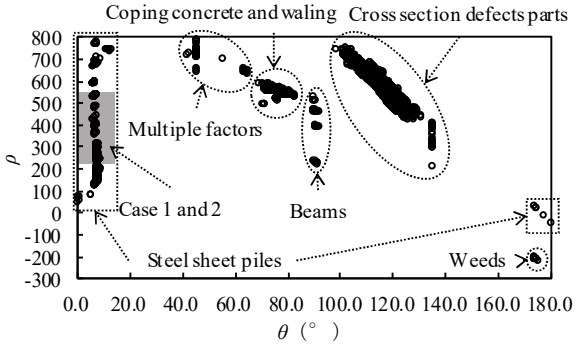


Fig. 6 Scatter plots in parameter space

４．おわりに

ディジタル画像のハフ変換により切梁式鋼矢板護岸の直線検出を行い，傾斜角度の評価を試みた．検討の結果，ハフ変換により傾斜角度が推定可能であることが示唆された．今後は，対象とカメラの距離に応じた角度の評価が必要である．

参考文献

1) 萩原大生，島本由麻，鈴木哲也（2021）: ディジタル画像のハフ変換による切梁式鋼矢板護岸の変形検出，農業農村工学会論文集，312，pp. I-1-I-9.
2) H. Oyo and T. Oyo: Instructions for Preparation of Manuscript, Proceedings of JSCE, 59, pp.3-4, 2009.
3) Duda, R.O. and Hart, P.E. (1972): Use of the Hough Transformation to Detect Lines and Curves in Pictures, Communications of the ACM, 15(1), pp. 11-15.
4) 高木幹雄，下田陽久（2004）: 新編　画像解析ハンドブック，東京大学出版会，pp. 1228-1260.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

圧電素子センサおよびMEMS加速度センサを活用した鋼橋の疲労損傷検知に関する研究

Study on Fatigue Damage Detection in Steel Bridges Using Piezoelectric Sensor and MEMS Accelerometer

森近　翔伍（都市大・都市工）　　関屋　英彦（都市大・都市工）　　葉山　瑞樹（首都高技術センター）
朱　彦洁（東南大学・工）　　永井　政伸（首都高）
Shogo Morichika, Tokyo City University　　Hidehiko Sekiya, Tokyo City University
Mizuki Hayama, Shutoko Technology Center　　Yanjie Zhu, Southeast University　　Masanobu Nagai, Metropolitan Expressway
E-mail: g1891608@tcu.ac.jp

Since it is significant to detect fatigue cracks in steel bridges at an early stage, methods utilizing sensor technology have attracted much attention for fatigue crack detection. Among them, the piezoelectric sensor, which benefits from its cost-efficiency and energy-saving properties, can monitor the strain responses. In this study, field measurement in an actual in-service bridge was conducted to evaluate the ability of the piezoelectric sensor.

1．はじめに

道路橋における鋼橋の供用年数の増加に伴い，橋梁部材の損傷報告数が増加している．その中でも，溶接止端部などから発生する疲労損傷は，橋梁の安全性に大きな影響を与えることから早期の発見が望まれる．これまで，疲労損傷の見逃しの防止や常時監視を目的とし，圧電素子センサを活用した損傷検知手法が提案されている [1]．しかし，作用する外力が一定ではないなど，供用下の実橋梁に対する本検知手法の適用性は不明である．

そこで本研究では，圧電素子センサを用いた疲労損傷の検知手法が供用下の実橋梁においても，適応可能であることを検証するために，センサを用いた現場計測を実施した．

2．圧電素子センサを用いたひずみ変化の把握

これまで，著者らは圧電素子センサを用いた疲労損傷の検知を目的とし，Fig. 1 に示す実験を行い，圧電素子センサを用いて計測される電圧と，ひずみ応答の関係について検討してきた．発生したひずみ応答と，その際の電圧の関係について Fig. 2 に示す．Fig. 2 より，同一の載荷速度における電圧は，同一の載荷速度におけるひずみ応答と線形関係を有することが確認された．一方，同一のひずみ応答が生じた場合においても，載荷速度により，電圧が変化することを確認できる．したがって，圧電素子センサを用いて計測した電圧は，ひずみの変化率に依存することが明らかとなった．

Fig. 2 の結果より，電圧とひずみの変化率の間に線形関係があると考えられることから，電圧を一階積分した電圧積分値の算定により，ひずみ応答と同様の物理量を算出した．発生したひずみ応答と，その際の電圧積分値の関係について Fig. 3 に示す．Fig. 3 より，電圧積分値は載荷速度に依存せずに，ひずみ応答の変化を把握できることが確認された．したがって，圧電素子センサによる電圧積分値のモニタリングにより，ひずみ応答の変化を把握できることが確認された．

3．圧電素子センサを用いた疲労損傷の検知

2 章にて説明した圧電素子センサによるひずみ応答の変化を把握する方法を用いて，疲労損傷の検知を検討してきた [1]．試験状況を Fig. 4 に，圧電素子センサおよび，ひずみゲージの計測結果と疲労き裂の深さの関係について Fig. 5 に示す．本試験では，一定の荷重を負荷することにより，疲労き裂を発生・進展させた．Fig. 5 より，疲労き裂の進

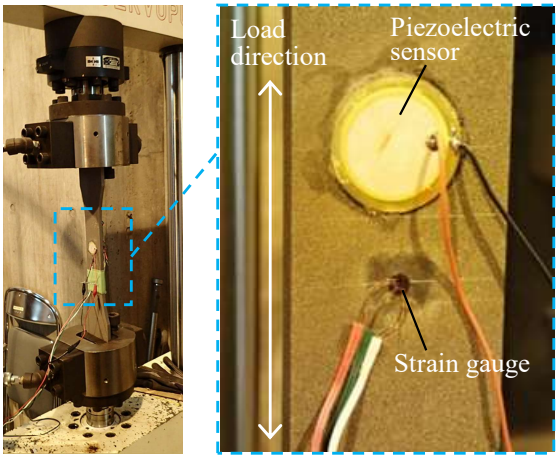


Fig. 1 Outline of the experiment

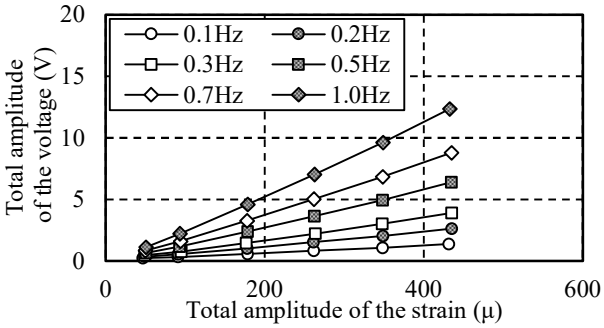


Fig. 2 Relationship between total amplitude of the voltage and total amplitude of the strain[1)]

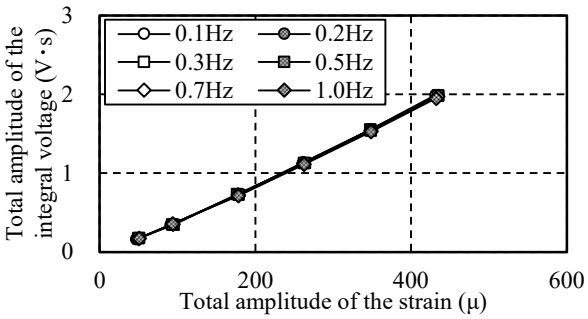


Fig. 3 Relationship between total amplitude of the integral voltage and total amplitude of the strain[1)]

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

展に伴い，ひずみゲージによるひずみ応答と，圧電素子センサによる電圧積分値は，ともに低下を示している．このことから，圧電素子センサによる電圧積分値のモニタリングにより，疲労き裂の検知が可能であると確認された．

4．MEMS 加速度センサによる外力の把握

2 章および 3 章にて説明したように，圧電素子センサを用いて，外力が一定条件下における疲労損傷のひずみ応答変化を把握できることを確認した．しかし，供用下の実橋梁においては，外力が変動するため，その外力を考慮したモニタリングが必要である．

これまで，実橋梁における外力を把握する方法として，MEMS 加速度センサを用いた変位計測から，外力を把握する方法が提案されている [2]．MEMS 加速度センサによる変位計測では，センサの固定点が不要であり，橋梁下の空間が確保できない場合でも使用可能であることから，本研究では文献 2)の研究と同様に MEMS 加速度センサによる変位計測を外力情報として活用する．

5．試験概要

圧電素子センサおよび MEMS 加速度センサを組み合わせた疲労損傷モニタリングシステムを検討するため，供用下の実橋梁にて現場計測を実施した．試験橋梁は，G1 桁から G5 桁までの主桁にて構成される単支間 RC 床版合成 5 主桁鈑桁橋であり，道路構成は，路肩，第一車線，第二車線，第三車線となっている．

本試験では，溶接止端部に圧電素子センサを，下フランジに MEMS 加速度センサを設置した．また，MEMS 加速度センサから算出した変位応答の比較用として，接触式変位計を，圧電素子センサから算出した電圧積分値の比較用として，ひずみゲージを設置している．それぞれのセンサは，サンプリング周波数を 100 Hz に設定した．

6．計測結果

車両が橋梁上を走行した際の加速度応答を Fig. 6 に，加速度応答を二階積分した変位応答と接触式変位計にて計測した変位応答の比較結果を Fig. 7 に示す. Fig. 7 より, MEMS 加速度にて計測した加速度応答から, 変位応答を算出でき, MEMS 加速度センサにて外力の把握が可能であると考えられる．

7．まとめ

本研究では，MEMS 加速度センサと圧電素子センサを組み合わせた新たな疲労損傷のモニタリングシステムを検討するため, 供用下の実橋梁にてセンサによる計測を行った．その結果，既往研究 [2]にて提案されているように，MEMS 加速度センサを用いた変位応答の計測により，外力を把握できることを確認した．

今後は，圧電素子センサにて計測した電圧について分析を進める．

謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP20K14814 の助成を受けたものです．本研究の実橋梁計測は，首都高速道路株式会社および一般財団法人首都高速道路技術センターとの共同研究の一環として実施したものである．また，セイコーエプソン株式会社には，MEMS 加速度センサの計測を，セラテックエンジニアリング株式会社には，圧電素子センサを提供いただいた．関係各位に謝意を表します．

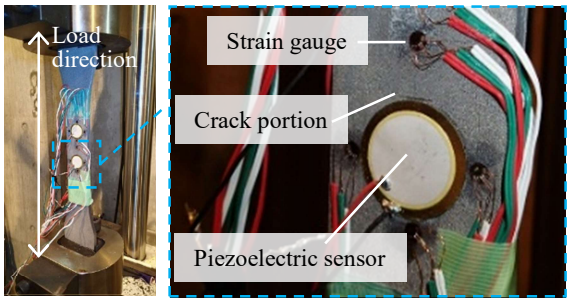


Fig. 4 Outline of the fatigue test and sensor position

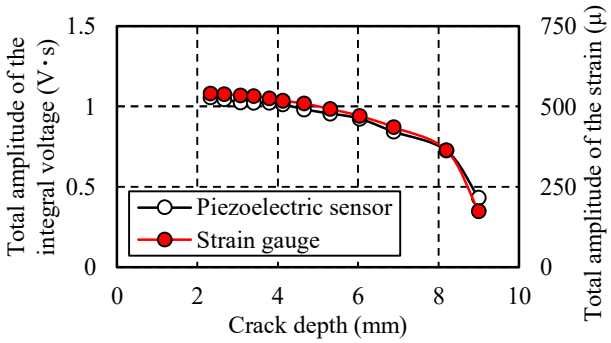


Fig. 5 Relationship between total amplitude of the integral voltage, total amplitude of the strain, and crack depth[1)]

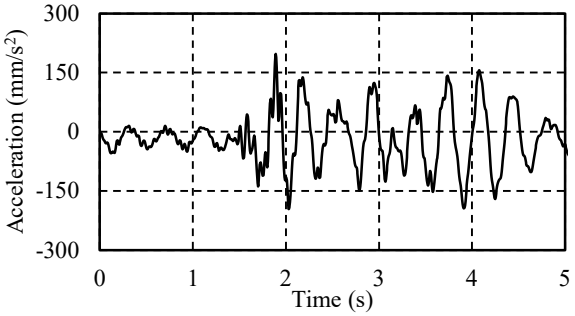


Fig. 6 The acceleration measured by MEMS accelerometer

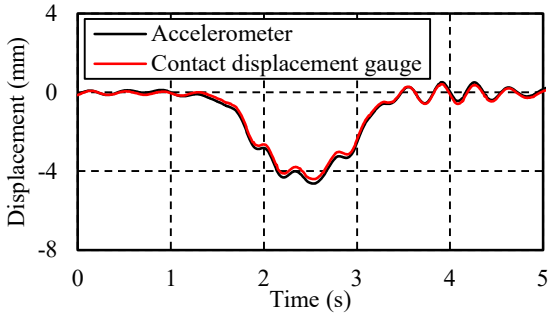


Fig. 7 The displacement determined by acceleration data and displacement measured by contact displacement gauge

参考文献

1) Shogo Morichika, Hidehiko Sekiya, Osamu Maruyama, Shuichi Hirano and Chitoshi Miki: Fatigue crack detection using a piezoelectric ceramic sensor, Welding in the World, 64, pp. 141-149, 2019.
2) 関屋英彦，木ノ本剛，田井政行，古東祐介，丸山收，三木千壽 : MEMS 加速度センサを用いたニ箇所同時変位計測に基づく支承部の健全度評価の試み，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol. 73, No.2（応用力学論文集 Vol. 20），pp. 649-660, 2017.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

リベット接合部に生じる残留応力の解析的推定に関する研究
Analytical Study on the Effects of Residual Stress in Riveted Connections

谷口　望（前橋工科大学）　　柴崎　和哉（東日本旅客鉄道（研究当時：前橋工科大学））
平野　雄大（東日本旅客鉄道）　小林　寿子（JR 東日本コンサルタンツ）
Nozomu TANIGUCHI, Maebashi Institute of Technology
Kazuya SHIBASAKI, East Japan Railway Company (Maebashi Institute of Technology)
Takahiro HIRANO, East Japan Railway Company
Hisako KOBAYASHI, JR East Consultants Company
E-mail: n.tanigu@gmail.com

The maintenance of steel structures is an important research issue. The detailed behavior of rivet joints has not been fully investigated. In this study, riveted test specimens were made and loading tests were carried out. In addition, these experiments were replicated through analytical studies. From the comparison with the analysis, it is clarified that residual stresses are generated during riveting.

１．はじめに

土木鋼構造物の中にはリベット接合が用いられたものが多く残されている．現在では，溶接や高力ボルト接合が主流であり，リベット接合は特殊なケース以外ではほとんど用いられていない．リベット接合を用いた接合は，ボルトによる摩擦接合とは異なる支圧接合となり，母材とリベット材の間に隙間が空きにくい構造となっている（Fig.1）ことと，施工時に熱を加えて施工されているため，どのような残留応力が生じているかを確認することは重要であると考えられる．これは，リベットを撤去する際に，リベット頭を切断してもリベット自身が緩みにくく，撤去が困難である事例が多いことからも容易に推測できる．

一方，リベット接合を用いた鋼桁の載荷試験では，溶接構造に比べて複雑な応力挙動を取ることが知られている．具体的には，孔引きした断面を用いても初期剛性が理論と一致しないケースがあることや，ひずみ値がリベット周辺で大きくばらつくことなどである [1]．これはリベット接合が摩擦接合でなく，支圧接合に近い挙動を取ることや施工時の残留応力が一因であると考えられる．

そこで本研究では，リベット施工時（かしめ施工時）に，リベットを介して母材に残留応力が導入されていると仮定し，リベット構造を模擬した供試体を新規に製作するとともに載荷試験により残留応力の影響を考察した．また，これに併せて弾塑性 3 次元有限要素解析を実施し，この残留応力の影響を試算・評価した．

２．供試体および載荷試験の概要

リベット施工の影響を再現するため，1 枚鋼板の引張試験用供試体を作成した（Fig.2）．鋼材は母材，リベット材ともに SS400（引張降伏点 317N/mm^2，材料試験 3 体平均値）である．リベット接合は，一般に 2 枚以上の鋼板を接合するために用いられるものであるが，本研究ではリベット施工時の残留応力の影響を把握するために，基礎的な挙動を把握する目的で 1 枚板に対してリベット施工を行っている．

今回，リベット接合を行った供試体（A 体）との比較を行うために，リベット孔を設置していない平板供試体（B 体）と，リベット孔を設置するもののリベットを施工しない孔あき供試体（C 体）も用意した．

載荷試験は，供試体の両端部を固定した上，万能試験機にて破断するまで載荷を行った．載荷にあたっては，A~C 体ともに Fig.2 のように一軸ひずみゲージを設置した．供

Fig. 1 Cross-sectional photo of a cut rivet section.

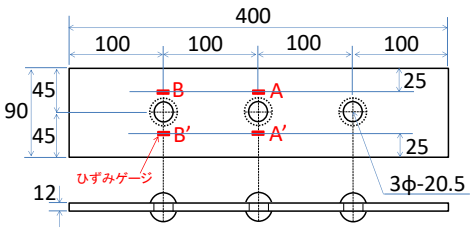


Fig.2 Specimen with riveted joints (Type A, unit: mm).

Fig.3 Fracture condition and surface of specimen after tests.

試体は，Fig.3 の通り，各それぞれ 2 体を用意して載荷試験を実施したが，2 体間の個体差はほぼ無く，同等な結果となった．

３．再現解析の概要

弾塑性 3 次元有限要素解析（Fig.4）は汎用解析コード Final[2]を使用し，各部材をソリッド要素で再現した．鋼材は降伏点 317 N/mm^2，ヤング係数 E_s=2.0×10^5 N/mm^2，ポアソン比 0.3, 線膨張係数 11×10^{-5}, 降伏後のヤング係数 E_s/100 のバイリニア型構成則でモデル化した．また，リベットと母材の接合部には，接触・非接触による応力伝達を再現するために, Final コードのフィルム要素（付着強度 5.0 N/mm^2, すべり係数 1.0）を設置し，リベット－母材界面の挙動を再現した．このフィルム要素は，一般に，RC 構造物の鉄筋

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

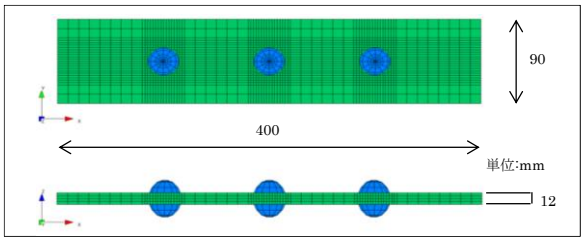


Fig.4 Overview of Analysis Mesh (Type A).

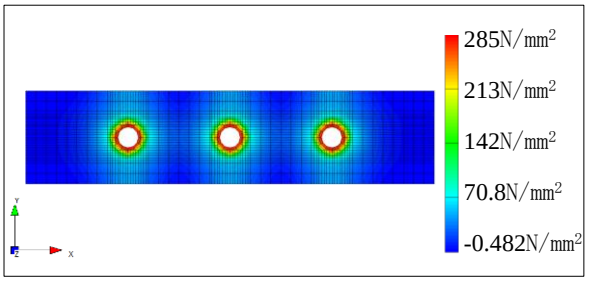


Fig.5 Maximum principal stress contour diagram at load +60°C.

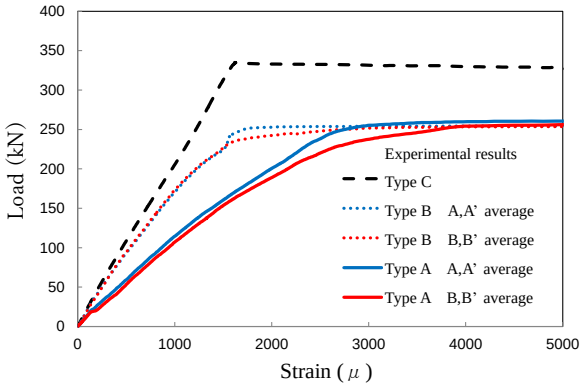


Fig.6 Load-strain relationship for each specimen.

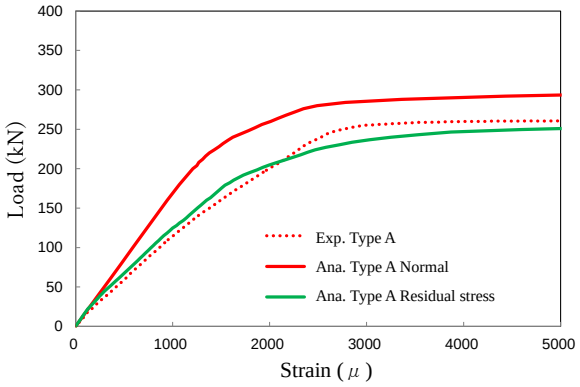


Fig.7 Comparison of test and analysis results for Type A.

とコンクリートの界面をモデル化する際に使用するものである．なお，リベットと母材の界面はこのフィルム要素を設置したが，解析を安定させる目的で，載荷時にはく離が生じない点 2 点において，母材とリベットの節点を結合している．

本検討ではリベット接合部に残留応力の影響があると仮定した．つまり，リベットのかしめ施工の影響により冷却後においても，母材に残留応力が生じていると考えた．特に，試験結果において，初期勾配は載荷直後である荷重－ひずみ関係図の原点付近から差が生じているため，母材には降伏点に近い残留応力が生じている可能性が考えられる．そこで，本研究では，リベットに温度上昇による熱膨張を与え，母材に残留応力を与えることを試みた．なお，この熱膨張は，リベットのかしめ施工時に生じている温度とは無関係であり，かしめ施工後の冷却後にも残留していると考えられる応力として考えている．これは，リベット施工後の冷却後であっても，リベットと母材に隙間が生じていないことからも十分に想定できる現象であると考えられる．

本解析では，先述の通り，載荷初期より勾配が異なることが分かっているため，リベット部の温度膨張解析により，母材孔周辺に降伏応力が生じる程度の温度上昇を与えることとした．本解析モデルでは，母材孔周辺に降伏応力（300 N/mm²）程度が生じる温度荷重は，リベット全体要素に +60℃とした場合であった．この時の，応力コンター図を，Fig.5 に示す．

４．再現解析結果と載荷試験結果の比較

載荷試験の結果のうち，荷重と軸方向ひずみの関係図を Fig.6 に示す．本試験の結果，孔やリベットの無い平板である C 体よりも，A 体（リベット供試体），B 体（孔あき供試体）は，低い荷重で降伏が生じており，孔の影響を受けていることが分かる．一方，降伏前の初期勾配に着目すると，A 体，B 体には載荷初期より勾配に差が生じている．この勾配の差は，荷重－ひずみ関係図の原点付近から差が生じているため，母材には降伏点に近い残留応力が生じている可能性を示している．

Fig.5 に示した残留応力を維持した状態で，供試体に引張載荷荷重を作用させた場合の，荷重－ひずみ関係を Fig.7 に示す．Fig.7 より，考慮した残留応力の影響により，解析上の荷重－ひずみ関係の初期勾配が低下し，試験結果と一致するようになっていることが分かる．本結果から，リベット施工時に生じている残留応力として，本検討で行った再現解析手法を用いることである程度再現可能であることが示されたと言える．

５．まとめ

本検討では，リベット接合に着目し，この載荷試験と再現解析を行うことによりリベット接合部の残留応力特性について考察を行った．本検討より，以下の考察を得た．

(1)試験結果より，リベットが施工された鋼板の応力－ひずみ関係は，孔のみでリベットが施工されていない鋼板の応力－ひずみ関係よりも，初期勾配が小さな値となった．
(2)本検討事例では，リベットからの残留応力は，母材孔縁端において降伏点程度と同等であったと仮定できる結果となった．なお，この再現解析にあたっては，リベット部に温度荷重を与え，この膨張により母材への残留応力を表現することにより試験結果をほぼ再現できる結果となった．

参考文献

1) 谷口望，小野秀一：腐食した鉄道リベット桁の静的載荷実験とその特性について，土木学会第 58 回年次学術講演会，2003.9.
2) 伊藤忠テクノソリューションズ：コンクリート構造物非線形 FEM 解析プログラム Final，http://www.engineering-eye.com/FINAL/，（参照日：2021.3.13）．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

時刻歴波形ノイズ部の実効電圧を用いたAE到達時刻自動検出手法の開発
Development of AE arrival times detection method by use of root mean square voltage in noise

中村　勝哉（日大・理工）　　小林　義和（日大・理工）　　小田　憲一（日大・理工）　　池端　宏太（日大・理工）
Katsuya Nakamura, Nihon University
Yoshikazu Kobayashi, Nihon University
Kenichi Oda, Nihon University
Kota Ikebata, Nihon University
E-mail: nakamura.katsuya@nihon-u.ac.jp

Acoustic Emission (AE) source localization technique has been applied to detect the failures inside the materials. However, AE source localization technique requires the accurate arrival times of AE to clearly visualize the inside of the materials. In order to visualize it practically, the arrival times should be detected automatically since the amount of the AE measurement data is generally huge. In this paper, a method of AE arrival time detection is proposed based on root mean square voltage in noise. The proposed method is verified on the numerical tests and compared the conventional method, and it was confirmed that the proposed method detects more accurate arrival time in comparison with the conventional method.

１．はじめに

近年，既設構造物の健全性評価，材料内部の力学的挙動の解明等に非破壊検査の適応が試みられている．その試みの一つとしてAcoustic Emission（以下「 AE」と 称する ．）を用いた試み [1]が報告されている．AE は対象の微小な変形または破壊により発生する弾性波であり，到達時刻や，波形より求められる諸量から，対象の状態を把握することが期待できる．これまでに材料内部に発生したAE を検出することで破壊の位置を標定した例 [2]が報告されている．AE 位置標定には計測したAE の到達時刻が必要となるが，到達時刻を目視で判読した場合，膨大な数の AE を処理しなければならないため，自動検出手法の適応が望ましい．

自動検出手法の一つとしてAR-AIC[3]があり，AE 位置標定に適応された例 [4]がある．しかし，AR-AIC は波形を連続な関数であることを仮定しており，弾性波のS/N 比が比較的低く，振幅が異なる波が比較的短い間隔で進行した場合，先行して到達した弾性波の立ち上がりを検出する保証はなく，AE 位置標定結果に誤差が生じる可能性がある．加えて， AE 波形が距離減衰，AE センサの共振周波数に依存し，同一の計測条件下でもAE センサの配置またはイベントにより異なるため，先行した弾性波のみの検出は経験則に基づいたデータ処理が必要となり，容易ではない．

本研究では，時刻歴波形ノイズ部から算出した実効電圧を用いた到達時刻自動検出手法を提案し，提案法の妥当性について検討した．また，数値実験として弾性波の到達時刻が明らかな時刻歴波形を用いて，提案法の妥当性を検討すると共に同様の時刻歴波形に既存の手法である AR-AIC を適応し，到達時刻検出精度の比較を行った．

２．提案法

計測されたAE はノイズ部及びシグナル部に分けることができる．Fig. 1 にシャープペンシル芯の圧折によって生じたAE 計測例を示す．ノイズ部は同一の計測条件下で，ほぼ同値の実効電圧を示すため，到達時刻の判定基準となることが期待できる．T_mを任意の範囲におけるノイズ部継続時間，$y(t)$を時刻歴波形，tを時刻とし，ノイズ部の実効電圧V_{RMS}を式(1)に示す．

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T_m}\int_0^{T_m} y^2(t)\,dt} \tag{1}$$

到達時刻を検出するため，V_{RMS}を用いたガウス関数を識別関数とする．ある範囲で算定された実効電圧Vとし，ガウス関数$\phi_i(V)$を式(2)に示す．

$$\phi_i(V) = exp\left\{-\frac{(V - V_{RMS})^2}{2s^2}\right\} \tag{2}$$

s^2はノイズ部を識別する尺度を表すパラメータであり，V_{RMS}を中心としたT_m秒間における振幅y_jのばらつきとした．mをT_m秒間における step 数とし，s^2を式(3)に示す．

$$s^2 = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}(|y_j| - V_{RMS})^2 \tag{3}$$

$\phi_i(V)$の出力範囲は 1.0 から 0 であり，VがV_{RMS}近似値であるならば 1.0 を出力し，数値の乖離に応じて値が減少する．Vの算定範囲を 1step 毎移動し，各 step のVを算定することで到達時刻の判定が可能となる．到達時刻の判定はノイズ部におけるT_mの範囲より得られる$\phi_i(V)$の最小値ϕ_{min}を閾値し，閾値を下回った時刻に対して行う．μ_iを判定パラメータ，Nを波形の総 step 数とし，判定式を式(4)から式(5)に示す．

$$\mu_i = \begin{cases} 1, & \phi_i(V) > \phi_{min} \\ 0, & \phi_i(V) < \phi_{min} \end{cases} \tag{4}$$

$$\Phi = \sum_{k=i}^{N} \mu_k \tag{5}$$

ϕ_{min}を下回った時刻が AE 到達時刻である場合，それ以降のVは，V_{RMS}以上の値となり，$\phi_i(V)$がϕ_{min}を下回る．そのため，式(5)より，$\Phi = 0$となれば，検出された時刻が到達時刻であると判断できる．

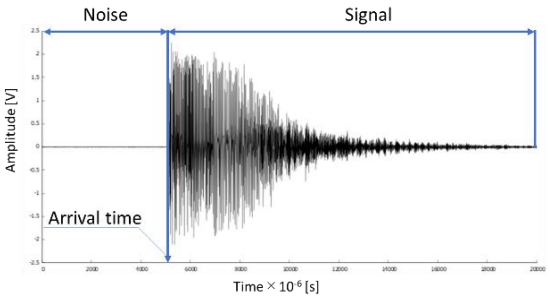


Fig. 1 Example of measured AE.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．解析例及び解析条件

提案法の妥当性を検証するため，人口の弾性波を用いて数値実験を行った．弾性波の周波数はシャープペンシル芯の圧折によって生じた AE の卓越した周波数を採用した．また，卓越した周波数は，4 回の計測で得られた平均の振幅スペクトルより求めている．Fig. 2 に平均の振幅スペクトル，Fig. 3 に作成した弾性波の時刻歴波形を示す．Fig. 2 より，平均の振幅スペクトルが 38kHz，84kHz 及び 94kHz で卓越しており，これらの周波数より得られた正弦波の足し合わせによって弾性波を作成した．Fig. 3 より，時刻歴波形は 0step から 999step で構成されており，到達時刻は 500step に設定している．また，ノイズは Fig. 1 の AE と同条件下で計測した値を採用しており，作成した弾性波と足し合わせている．加えて，提案法と比較する AR-AIC が不得手とする S/N 比が低い波が先行する波形を模擬するため，シグナル部は S/N 比が異なる二種類の波で構成されている．更には，低い S/N 比を 19.5dB，高い S/N 比を 35. 6dB としており，S/N 比の高低差は地盤材料から得られた AE を参考にしている．提案法及び AR-AIC の解析条件を Table 1 に示す．AR-AIC はノイズ部及びシグナル部の自己回帰係数をそれぞれ 10 としている．提案法はV_{RMS}を Fig. 3 の時刻歴波形前半 300step より算定しており，Vは 30step 分算定している．

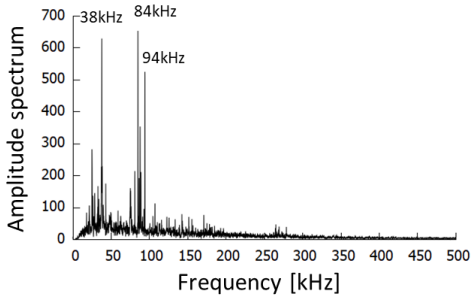


Fig. 2 Average of amplitude spectrums.

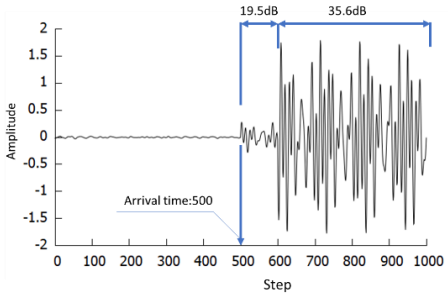


Fig. 3 The artificial waveform.

Table 1 Initial conditions.

AR-AIC	Number of autoregressive coefficients in noise part	Number of autoregressive coefficients in signal part
	10	10
Proposed method	Number of steps in V_{RMS}	Number of steps in V
	300	30

４．解析結果

Fig. 4，Fig. 5 に AR-AIC 及び提案法の解析結果を示す．Fig. 4 より，AR-AIC が真の到達時刻ではなくシグナル部の S/N 比が異なる地点を示していることがわかる．AR-AIC は時刻歴波形が二つの連続した関数としてノイズ部及びシグナル部に分けられることを仮定し，自己回帰係数の推定が行う．そのため，異なる波が短い間隔で進行する場合，高い S/N 比を持つ波をシグナル部とすることで波形関数の出力誤差が最小になると判定する場合がある．一方，Fig. 5 より，提案法は真の到達時刻 500step を検出していることがわかる．提案法は到達時刻の判定にノイズ部の実効電圧を用いているため，シグナル部に異なる波形が混在していたとしても適切に到達時刻を検出できることがわかる．

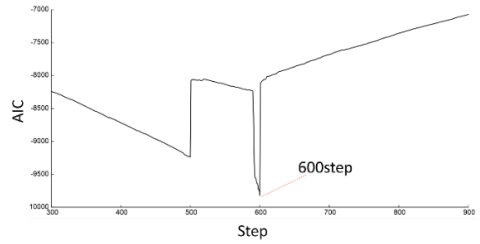


Fig. 4 The result of AR-AIC.

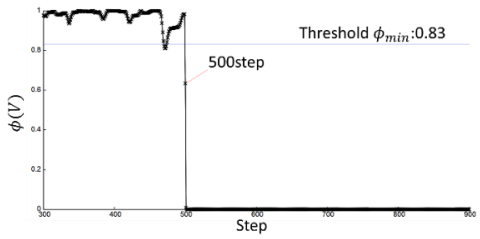


Fig. 5 The result of proposed method.

５．まとめ

提案法の妥当性を検証するため，S/N 比が異なる二種類の波で構成されている弾性波を用いて数値実験を行った．また，既存手法である AR-AIC を数値実験に用いた時刻歴波形に適応し，到達時刻検出精度の比較を行った．検討の結果，AR-AIC が真の到達時刻ではなく，シグナル部の S/N 比が異なる地点を示したのに対し，提案法は真の到達時刻を検出していることを確認した．

参考文献

1) Y. Kobayashi, T. Shiotani: Computerized AE Tomography, Innovative AE and NDT Techniques for On-Site Measurement of Concrete and Masonry Structures, State-of-the-Art Report of the RILEM Technical Committee 239-MCM, Springer, pp.47-68, May 2016.
2) W. Mao, S. Goto, I. Towhata: A study on particle breakage behavior during pile penetration process using acoustic emission source location, Geoscience Frontiers, 11, 413-427, 2020.
3) T, Takanami. G, Kitagawa: A new efficient procedure for the estimation of onset times of seismic waves, Journal of Physics of the Earth 36 (6), 267-290, 1988.
4) K Ohno, K Uji, A Ueno, M Ohtsu: Fracture process zone in notched concrete beam under three-point bending by acoustic emission, Construction and Building Materials 67, 139–145, 2014.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション（第二部門：計算力学）

第二部門：計算力学（ E）

座長:斎藤 隆泰(群馬大学)

2021年5月15日(土) 15:25 ～ 16:55 A会場 (A会場)

[S02E-01] 鉛直上昇流による礫層内部流動化と破壊の流体・固体連成計算

*牛島 省[1]、上野 友登[1]、鳥生 大祐[1]、大野 絢平[1] （1. 京都大学）

15:25 ～ 15:40

[S02E-02] MPM-FEM hybrid method for tsunami induced by submarine landslide

*Shaoyuan Pan[1], Yuya Yamaguchi[1], Shuji Moriguchi[1], Anawat Suppasri[1], Kenjiro Terada[1] （1. Tohoku University）

15:40 ～ 15:55

[S02E-03] ISPH-DEMによるマウンド変形・ケーソン滑動を考慮した防波堤浸透崩壊シミュレーション

*辻 勲平[1]、浅井 光輝[1]、笠間 清伸[1] （1. 九州大学）

15:55 ～ 16:10

[S02E-04] コロケート格子有限体積法に基づく粘弾性流体の数値計算

*九鬼 愛夢[1]、鳥生 大祐[2]、牛島 省[2] （1. 京都大学工学研究科、2. 学術情報メディアセンター）

16:10 ～ 16:25

[S02E-05] Extended B-spline を用いた陰的 MPMによる弾塑性解析

*菅井 理一[1]、山口 裕矢[1]、森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1] （1. 東北大学）

16:25 ～ 16:40

[S02E-06] オイラー型有限体積法による骨折予防床の構造-流体連成解析

*西口 浩司[1]、勝又 稜平[1]、嶋田 宗将[2]、干場 大也[1]、加藤 準治[1]、平山 洋介[3] （1. 名古屋大学、2. 神戸大学、3. 株式会社Magic Shields）

16:40 ～ 16:55

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

鉛直上昇流による礫層内部流動化と破壊の流体・固体連成計算
Computations based on fluid-solid interaction for internal fluidization and failure in gravel layer due to vertically-upward flow

牛島 省 (京大・ACCMS)　上野 友登 (京大・工)　鳥生 大祐 (京大・ACCMS)　大野 絢平 (京大院・工)

Satoru USHIJIMA, ACCMS, Kyoto University
Yuto UENO, Faculty of Engineering, Kyoto University
Daisuke TORIU, ACCMS, Kyoto University
Junpei OHNO, Graduate School of Engineering, Kyoto University
E-mail : ushijima.satoru.3c@kyoto-u.ac.jp

The internal fluidization and resulting failure in a gravel layer due to the vertically-upward water flow entering from the bottom surface was investigated with experiments and the computations taking account of the particle-scale fluid-solid interactions. In computations, the fluid forces acting on about 5,100 gravel-particles, each of which is represented with multiple tetrahedron elements, were calculated from the pressure and viscous terms. It was shown that the calculated processes of the internal fluidization and failure are in good agreement with the experiments. The consideration was also made in terms of the relationships between the fluid dynamic pressure p' and the effective stress σ' in the initial shape of the gravel layer.

１．はじめに

本研究で対象とする現象は，飽和した礫粒子層の底面から流入する鉛直上昇流により，初期の礫粒子骨格が崩れて内部から流動化し，上部の礫層を押し上げ，最終的には水流が礫粒子層を貫通して破壊に至る過程である．この過程は，内部流動化や浸食とも表現されているが [1),2)]，現象の素過程の一部は，地盤施工や自然災害時に発生する浸透破壊やボイリングなどの問題とも共通するであろう．本研究対象と同様の現象を明らかにするために，近年，流体と土粒子スケールの連成過程を扱う数値解析も多く進められている [3),4),5)]．

本研究では，礫粒子に作用する流体力を流体の圧力と粘性応力から評価する，粒子スケールの 3 次元流体・固体連成を扱う並列解法 [6)] を利用し，26 種類の異なる形状を有する多数の礫粒子モデルを用いて，冒頭で述べた現象を計算する．得られた計算結果を実験結果と比較し，数値計算により内部流動化や礫層の破壊が妥当に再現されるかを確認した．実験では，マノメーターによる低精度の計測ではあるが，間隙水圧を計測し，計算結果と合わせて考察することにより，礫層の流動化と破壊について検討を加えた．

２．鉛直上昇流による礫層流動化と破壊の実験

Fig. 1 に実験装置の概略と計算領域 (赤枠部分) を示す．水槽の寸法は，$l_1 = 350$, $l_2 = 40$, $l_3 = 200$ [mm] で，水流は内径 $D = 31$ [mm] の円管から平均流速約 0.21 m/s で約 5 秒間流入させ，その後流入を停止させた．Fig. 1 の gravel box 内に，既報 [6)] で用いた平均粒径約 7 mm の礫粒子を層厚 $h_g \approx 100$ [mm] で平滑に敷き詰めた．底面から自由水面までの距離 h_w は約 300 mm である．上記の条件による実験を，礫の初期配置を変えて 5 回実施した．また，後面中央 ($x_1 = l_1/2$, $x_2 = l_2$) にマノメーター (長さ 2 m，内径 4 mm) を 4 本設置し，異なる高さの 4 点，すなわち $x_3 = 20$, 40, 60, 80 [mm] の間隙水圧を測定した．

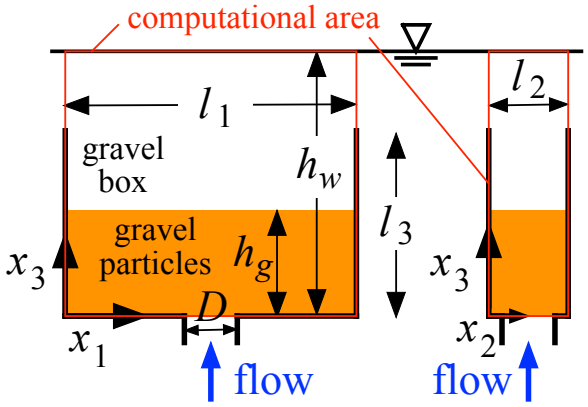


Fig. 1 Experimental tank and computational area (left = front view, right = side view)

３．流体・固体連成計算の概要

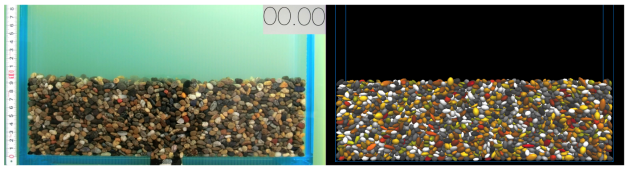
礫層の流動化と破壊を計算するために，既報 [6)] と同様の流体・固体連成計算法を使用した．礫粒子のモデリングは既報 [6)] と同様で，代表的な 26 種類の形状を四面体要素で表し，その内部表面近傍に複数の接触判定球を設置して，個別要素法により粒子間の接触を扱った．使用した礫粒子モデルの総数は，約 5,100 個である．また，礫粒子に作用する流体力は，礫粒子が占める領域に仮想流体を設定し，計算領域全体に対して流体計算を行って，礫粒子領域の圧力勾配項と粘性応力項を体積積分することにより求めている．

計算セル数は，各方向に対して 612×72×528 (= 23, 265, 792) とした．礫粒子の平均粒径約 7 mm に対して，流体計算セル幅は既報 [6)] よりもさらに解像度が高い約 0.6 mm としており，礫粒子周辺の流れを詳細に計算できる．領域分割法に基づき，計算は並列化されており，flat MPI による並列計算のプロセス数は 17×2×8 (= 272) とした．計算は京都大学のスーパーコンピュータ CRAY XC40 (Intel Xeon Phi KNL, 68 cores/node, 1.4 GHz/node) を利用して行った．

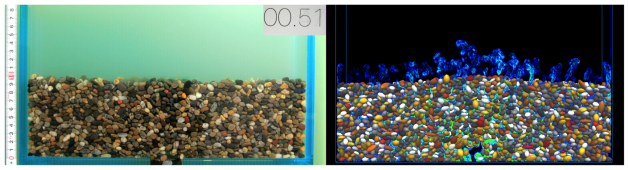
©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3．数値実験結果と考察

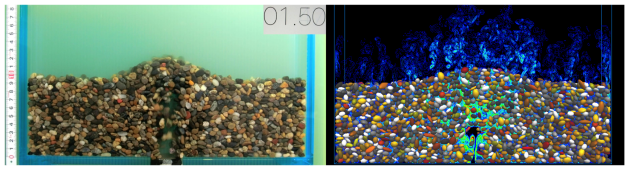
Fig. 2 に，実験および計算結果について，初期状態および水流の流入開始から水みちが形成される過程の礫粒子群の分布を示す．計算結果には，渦度ベクトル強度を示している．Fig. 2 (b), (c) の計算結果では，礫層上面の広い範囲で高渦度領域が上昇している．これは浸透流が原因と考えられる．



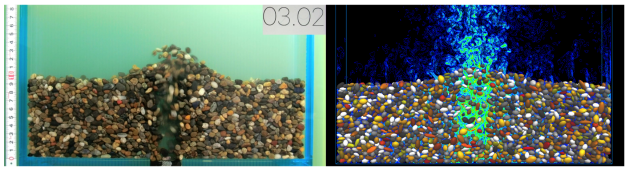
(a) experiment: $t = 0.00$ [s]，computation: $t = 0.00$ [s]



(b) experiment: $t = 0.51$ [s]，computation: $t = 0.495$ [s]



(c) experiment: $t = 1.50$ [s]，computation: $t = 1.50$ [s]



(d) experiment: $t = 3.02$ [s]，computation: $t = 3.00$ [s]

Fig. 2 Distributions of gravel particles and magnitude of vorticity vectors (left = experiments, right = computations)

次に，静水圧を引いた流体圧力を p' とし，礫の比重 (約 2.59) と空隙率 (約 0.43) を考慮した初期配置の有効応力を σ' とする．σ' と実験計測された p' の時系列を Fig. 3 に示す．$p' \gtrsim \sigma'$ の領域で内部流動化が進行すると推察される．

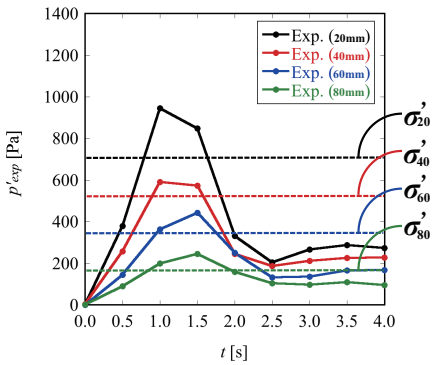
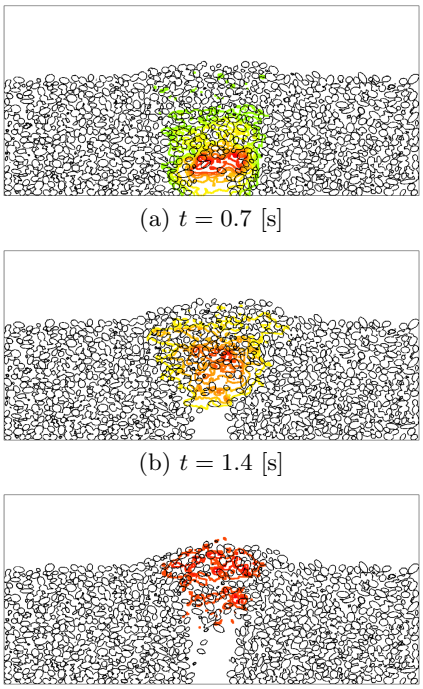


Fig. 3 Effective stress σ' and experimental results of p' (subscripts of σ' = height x_3 [mm])

数値計算結果の p' を用いると，$p' - \sigma' \geq 0$ となる領域の $p' - \sigma'$ の等値線分布は Fig. 4 となる．この結果から，$p' - \sigma'$ が高い領域で流動化と浸食が進行していると考えられる．



(a) $t = 0.7$ [s]

(b) $t = 1.4$ [s]

(c) $t = 3.2$ [s]

Fig. 4 Calculated isolines of positive $p' - \sigma'$ (contour interval = 50 [Pa])

4．おわりに

本研究では，礫粒子スケールの流体・固体連成を扱う数値解法により，鉛直上昇流による礫層内部流動化と浸食・破壊の計算を行った．実験結果との比較から，現象のメカニズムを考察する上で有用な計算結果が得られることを示した．

参考文献

1) Alsaydalani, M. and Clayton, C.: Internal fluidization in granular soils, *J. Geotech. Geoenv. Eng.*, Vol. 140, No. 3, p. 04013024, 2014.
2) He, Y., Zhu, D. Z., Zhang, T., Shao, Y. and Yu, T.: Experimental observations on the initiation of sand-bed erosion by an upward water jet, *J. Hydr. Eng.*, Vol. 143, No. 7, p. 06017007, 2017.
3) Cui, X., Li, J., Chan, A. and Chapman, D.: Coupled DEM–LBM simulation of internal fluidisation induced by a leaking pipe, *Powder Technology*, Vol. 254, pp. 299–306, 2014.
4) 岡田紘明, 福元豊, 藤澤和謙, 村上章：3 次元粒子ー流体連成計算モデルによる土中の水みち拡大過程のシミュレーション, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 73, No. 2, pp. I_429–I_438, 2017.
5) Ngoma, J., Philippe, P., Bonelli, S., Radjaï, F. and Delenne, J.-Y.: Two-dimensional numerical simulation of chimney fluidization in a granular medium using a combination of discrete element and lattice Boltzmann methods, *Physical Review E*, Vol. 97, No. 5, 2018.
6) 牛島省, 鳥生大祐, 柳博文, 田中寛樹：鉛直噴流による礫粒子群輸送と saltation-collapse 平衡の数値解析, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 75, No. 2, pp. I_289–I_300, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

MPM-FEM Hybrid Analysis for Tsunami induced by Submarine Landslide

Shaoyuan PAN, Tohoku University
Yuya YAMAGUCHI, Tohoku University
Anawat Suppasri, Tohoku University
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: pan.shaoyuan.t6@dc.tohoku.ac.jp

We propose a MPM-FEM hybrid analysis method for simulating tsunami induced by submarine landslide by combined use of the Lagrangain and Eulerian descriptions for solid and fluid phases, respectively. The MPM (Material Point Method) is applied to the soil phase and the FEM (Finite Element Method) is applied to the water phase. The developed method has been applied to reproduce an experiment of impulsive caused by underwater landslide to demonstrate the applicability of the proposed method.

1. Introduction

We propose a hybrid method of MPM and FEM capable of expressing the complex interaction between granular masses and liquids with the aim to simulate tsunami induced by submarine landslide. Similar to the existing solid-liquid coupled MPM[1),2)], the proposed method is formulated based on porous media theory, in which saturated soil is considered as a continuum composed of the soil skeleton and the liquid phase. The MPM is applied to the governing equation of the solid phase by the Lagrangian description, whereas the stabilized FEM[3)] is applied to the governing equation of the liquid phase in the Eulerian frame. In addition, a free surface is captured by using the phase-field method. Several numerical examples are presented to demonstrate the performance of the proposed hybrid MPM-FEM on suppressing the unfavorable numerical instabilities in the liquid phase (pressure oscillation, free surface instability) often appearing in the conventional solid-liquid coupled MPM and the capability in dealing with a wide range of behavior of granular mass-water interaction problems.

2. Coupled MPM-FEM formulation

2.1. Governing equations

In this study, solid skeleton and liquid phase can be presented as a continuous medium. Using the mixture theory, the momentum balance equations for the solid skeleton can be written as

$$(1-n)\rho^{\mathrm{s}}a_i^{\mathrm{s}} = \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}^{\mathrm{s}}}{\partial x_j} + \hat{P}_i - p^{\mathrm{f}}\frac{\partial n}{\partial x_i} + (1-n)\rho^{\mathrm{s}}b_i, \qquad (1)$$

where ρ^s is the true density of solid grains, n is the porosity, and b_i is the body force. Here, the partial stress tensor of soil $\bar{\sigma}_{ij}^{\mathrm{s}}$ is defined as

$$\bar{\sigma}_{ij}^{\mathrm{s}} = \sigma'_{ij} - (1-n)p^{\mathrm{f}}\delta_{ij}, \qquad (2)$$

where σ'_{ij} is the effective stress of the soil skeleton, p^{f} is the fluid pressure and δ_{ij} is the Kronecker's delta. $\hat{P}_i$ is the drag force between the solid skeleton and the fluid phase, and the Forchheimer equation is used to compute it as

$$\hat{P}_i = \frac{n^2\mu^{\mathrm{f}}}{k}\left(v_i^{\mathrm{f}} - v_i^{\mathrm{s}}\right) + \frac{175}{\sqrt{150}}\frac{\rho^{\mathrm{f}}n^2}{\sqrt{k}}\frac{|v_i^{\mathrm{f}} - v_i^{\mathrm{s}}|}{n^{\frac{3}{2}}}\left(v_i^{\mathrm{f}} - v_i^{\mathrm{s}}\right), \qquad (3)$$

where μ^{f} is the dynamic viscosity of fluid and k is the intrinsic permeability. The soil intrinsic permeability is calculated according to the following Kozeny-Carman equation formula

$$k = \frac{D_{50}n^3}{150(1-n)^2}, \qquad (4)$$

which is a function of the porosity and the averaged diameter of the solid grains denoted by D_{50}. The momentum balance equation for the fluid phase is written as

$$n\rho^{\mathrm{f}}a_i^{\mathrm{f}} = \frac{\partial \bar{\sigma}_{ij}^{\mathrm{f}}}{\partial x_j} - \hat{P}_i + p^{\mathrm{f}}\frac{\partial n}{\partial x_i} + (1-n)\rho^{f}b_i, \qquad (5)$$

where ρ^{f} is the true density of fluid, and $\bar{\sigma}_{ij}^{\mathrm{f}}, a_i^{\mathrm{f}}$ is the partial stress tensor and acceleration of fluid can be written as, respectively,

$$\bar{\sigma}_{ij}^{\mathrm{f}} = -np^{\mathrm{f}}\delta_{ij}, \qquad (6)$$

$$a_i^{\mathrm{f}} = \frac{\partial v_i^{\mathrm{f}}}{\partial t} + \bar{v}_j^{\mathrm{f}}\frac{\partial v_i^{\mathrm{f}}}{\partial x_j}. \qquad (7)$$

Here, the a_i^{f} is in the Eulerian description so the advection velocity $\bar{v}_j^{\mathrm{f}}$ also needs to be considered. On the other hand, the continuity equation for the whole mixture can be written as,

$$\frac{\partial\left((1-n)v_i^{\mathrm{s}} + nv_i^{\mathrm{f}}\right)}{\partial x_i} = 0. \qquad (8)$$

2.2. Weak forms of the Governing equations

In the proposed method, the solid skeleton and the fluid phase are formulated in the Lagrangian and Eulerian descriptions, respectively. For the fluid phase, we adopt the direct method with the conventional FEM for incompressible fluids, in which the momentum balance equation and continuity equation Eqs. (5) and (8) are solved together. The corresponding weak form is written as

$$\int_{\Omega^{\mathrm{f}}}\omega_i n\rho^{\mathbf{f}}\left(\frac{\partial v_i^{\mathrm{f}}}{\partial t} + \bar{v}_j^{\mathrm{f}}\frac{\partial v_i^{\mathrm{f}}}{\partial x_j} - b_i\right)d\Omega + \int_{\Omega^{\mathrm{f}}}\omega_i\hat{P}_i\,d\Omega - \int_{\Omega^{\mathrm{f}}}\frac{\partial(\omega_i n)}{\partial x_i}p^{\mathbf{f}}d\Omega + \int_{\Omega^{\mathrm{f}}}q\frac{\partial}{\partial x_i}\left((1-n)v_i^{\mathrm{s}} + nv_i^{\mathrm{f}}\right)d\Omega = -\int_{\Omega^{\mathrm{f}}}\omega_i n\bar{p}_i^{\mathrm{f}}d\Gamma, \qquad (9)$$

where ω_i and q are the corresponding test functions, respectively. By multiplying Eq. (1) by a test function ω_i and then integrating over the domains Ω^{s} and Ω^{f}, we also can derive the weak form of the momentum balance equation for the solid phase as

$$\int_{\Omega^{\mathrm{s}}}\omega_i(1-n)\rho^{\mathrm{s}}a_i^{\mathrm{s}}\,d\Omega = -\int_{\Omega^{\mathrm{s}}}\frac{\partial\omega_i}{\partial x_j}\sigma'_{ij}d\Omega + \int_{\partial\Omega^{\mathrm{s}}}\omega_i t_i d\Gamma + \int_{\Omega^{\mathrm{s}}}\omega_i(1-n)\rho^{\mathrm{s}}b_i\,d\Omega + \int_{\Omega^{\mathrm{f}}}\omega_i\hat{P}_i\,d\Omega + \int_{\Omega^{\mathrm{f}}}\frac{\partial(\omega_i(1-n))}{\partial x_i}p^{\mathbf{f}}d\Omega - \int_{\Omega^{\mathrm{f}}}\omega_i(1-n)\bar{p}_i^{\mathrm{f}}d\Gamma. \qquad (10)$$

2.3. Spatial discretization

In the proposed hybrid MPM-FEM, MPM is applied for deformation analyses of the solid skeleton, and the stabilized FEM with the SUPG/PSPG stabilization schemes[3)] is applied to the governing equation of the fluid phase. An arbitrary variable $\boldsymbol{\Phi(x)}$ in the solid skeleton and the fluid phase is approximated an integrated over every FE (finite element) and every solid as material point as, respectively,

$$\int_{\Omega^{\mathrm{f}}}\Phi(\boldsymbol{x})d\Omega \approx \sum_{e=1}^{N^e}\int_{\Omega^e}\Phi(\boldsymbol{x})d\Omega, \qquad (11)$$

$$\int_{\Omega^{\mathrm{s}}}\Phi(\boldsymbol{x})d\Omega \approx \sum_{p=1}^{N^p}\Phi(\boldsymbol{x^p})\Omega^p, \qquad (12)$$

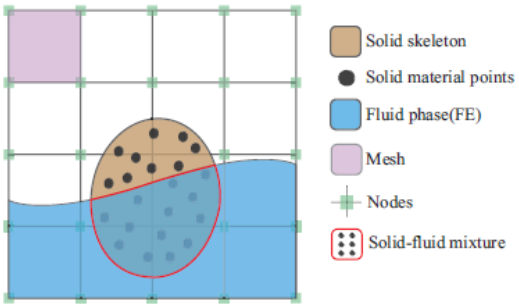


Fig.1 Schematic diagram of hybrid MPM-FEM

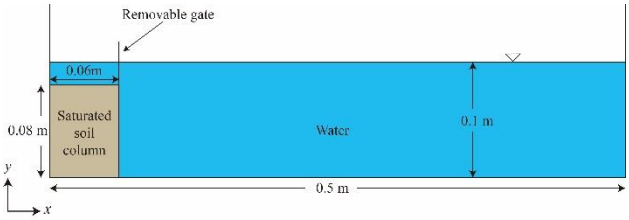


Fig.2 Schematic diagram of experiment setup: Wave induced by submarine granular collapse.

where superscripts "e" and "p" represent a FE and material point, respectively. Also, Ω^e is the domain of an element and Ω^p is the volume of a solid material point. For reference, Fig.1 show a schematic diagram illustrating the combination of these separate discretization methods.

3. Wave induced by submarine granular collapse

In this numerical example, the model experiment of a wave generated by submarine granular collapse[4] is performed to demonstrate the capability of the proposed method. The schematic diagram of the experimental setup is shown in Fig.2. A column of soil is delimited by a removable vertical wall and can be removed rapidly to simulate a granular collapse, and the tank is partially filled with water. The following material properties are used for soil: Young's modulus $E = 1.5 \times 10^8 \mathrm{Pa}$; Poisson's ration $\upsilon = 0.3$; solid grain density $\rho^s = 2500 \mathrm{kg/m^3}$; initial porosity $n^0 = 0.45$; particle diameter $D_{50} = 3.0 \times 10^{-4} \mathrm{m}$; Internal fraction angle $\phi = 25.0°$; cohesion $c = 0 \mathrm{Pa}$; liquid density $\rho^l = 1000 \mathrm{kg/m^3}$; liquid dynamic viscosity $\mu^l = 1.0 \times 10^{-3} \mathrm{Pa.s}$; air density $\rho^g = 1.205 \mathrm{kg/m^3}$; air dynamic viscosity $\mu^g = 1.81 \times 10^{-5} \mathrm{Pa.s}$. For both phases, the nonslip condition is considered on the bottom surface, and the slip condition is applied on the sides. The total time of submarine granular collapse simulation is 2 s, and the time increment is 1.0×10^{-5} s throughout the calculation.

The obtained interface functions indicating the profiles of the granular mass and water surface, and the water pressures at some representative times are shown in Fig. 3. At the initial stage, the sinking of the column causes the sinking of the water surface above the column, and vortex can also be observed at the upper right corner. Then the water level rises near the wall on the left, and the waves start to propagate to the right side. At the later stages, the free surface is disturbed during the wave propagation. Despite this, the water pressure remains stable throughout the collapse.

4. Conclusion

A new hybrid numerical method for simulating tsunami induced by a submarine landslide has been presented by the combined use of MPM for solid skeleton and FEM for fluid phase. The MPM is applied to the governing equation of the soil phase and the stabilized FEM is applied to the fluid phase. Also, the phase-field method is applied to represent the free surface. The results from the numerical simulation of the model experiment of submarine granular collapse in a tank have demonstrated the capability of the proposed hybrid MPM-FEM. It may also be worthwhile to point out that the laboratory data used to validate the proposed method were all obtained in small scale experiments. Validation analyses with reference to larger-scale real data will be conducted in the future.

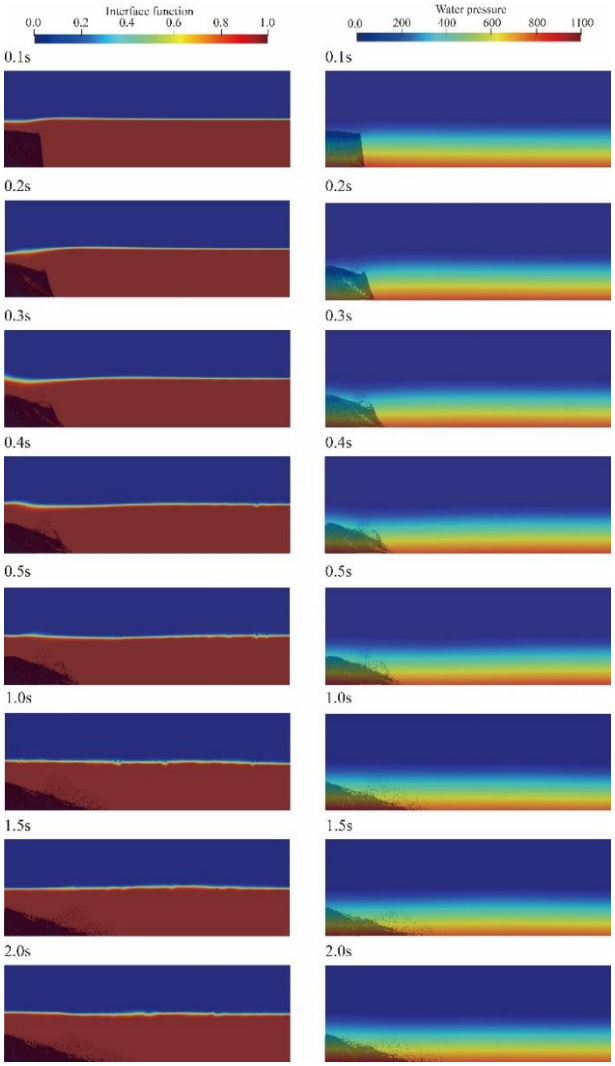


Fig.3 Wave induced by submarine granular collapse: Numerical results with distribution of interface function and

References

1) Yamaguchi, Y., Takase, S., Moriguchi, S., Terada, K.: Solid-liquid coupled material point method for simulation of ground collapse with fluidization. Computational Particle Mechanics, 7, 209–223 (2020)
2) Bandara, S., Soga, K.: Coupling of soil deformation and pore fluid flow using material point method. Computers and Geotechnics, 63, 199–214 (2015)
3) Tezduyar, T.: Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations. Advances in Applied Mechanics, 28, 1–44 (1991)
4) Wang, C., Wang, Y., Peng, C., Meng, X.: Dilatancy and compaction effects on the submerged granular column collapse. Physics of Fluids, 29, 103307 (2017)

ISPH-DEMによるマウンド変形・ケーソン滑動を考慮した防波堤浸透崩壊シミュレーション

Seepage Failure Simulation of Caisson-type Breakwater in Consideration of Mound Deformation and Caisson Movement Using an ISPH-DEM Coupled Method

辻　勲平（九州大・工）　浅井　光輝（九州大・工）　笠間　清伸（九州大・工）
Kumpei TSUJI, Kyushu University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
Kiyonobu KASAMA, Kyushu University
E-mail: tsuji@doc.kyushu-u.ac.jp

The huge tsunami induced by Tohoku Earthquake in 2011 caused severe damage on the breakwaters in the coastal area. Breakwater failures in general have multiple factors, (I)Horizontal force due to hydraulic head difference, (II)Scouring behind the caisson, and (III)Piping failure induced by seepage flow beneath the caisson. This paper presents the failure simulation of the caisson-type breakwater using an ISPH-DEM coupled method. In proposed method, ISPH is applied for the fluid analysis and DEM to simulate the deformation of the rubble mound and the behavior of the caisson block.

１．はじめに

2011 年東北地方太平洋沖地震に伴う巨大な津波により，多くの防波堤が崩壊する被害が生じた．防波堤の崩壊要因として，(I) 防波堤ケーソンの前面と背面の水位差に起因して発生する大きな水平力，(II) 防波堤の天端を越流する津波による洗掘，(III) ケーソン直下を流れる浸透流による捨石マウンドの支持力低下及びパイピング破壊が影響すると考えられている．これら複数の要因が混在する場合の崩壊予測を実現するため，筆者らは安定化 ISPH 法 (Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics)と個別要素法 DEM (Discrete Element Method) による流体-地盤連成解析手法を開発してきた．先行研究 [1] においては，(III)浸透流によるパイピング破壊に着目し，小型実験との比較検証から解析ツールの妥当性確認が行われた．しかし，本来種々の外力によって並進・回転変位が生じるケーソンを固定壁として扱い，捨石マウンドは限界動水勾配を超えた球形 DEM 粒子のみを可動としたことから．定性的な崩壊過程の再現に留まっていた．本研究では，ケーソンを剛体として扱うことによって可動壁とし，また，捨石マウンドを構成する全ての DEM 粒子に対し接触力計算を行うことで，(I)~(III)の崩壊要因をすべて考慮した数値シミュレーションを行う．なお，釜石防波堤を対象として K. Kasama et al.[2] によって実施された浸透・洗掘破壊再現実験と比較することによって，提案手法の有効性を確認する．

２．解析手法

2.1　流体の計算手法

津波は非圧縮性流体として扱い，解析手法として M. Asai et al. [3] が提案した安定化 ISPH 法を用いる．支配方程式には地表流と浸透流を間隙率εを介して統一的に記述した Darcy-Brinkman 型の統一方程式を採用した．

$$\frac{C_r(\varepsilon)}{\varepsilon}\frac{D\overline{\boldsymbol{v}}_f}{Dt} = -\frac{1}{\rho_f}\nabla P + \boldsymbol{g} + \nu_E(\varepsilon)\nabla^2\overline{\boldsymbol{v}}_f + \begin{cases} -a(\varepsilon)\varepsilon\boldsymbol{v}_r - b(\varepsilon)\varepsilon^2|\boldsymbol{v}_r|\boldsymbol{v}_r & (\varepsilon < 0.8) \\ -c(\varepsilon)|\boldsymbol{v}_r|\boldsymbol{v}_r & (\varepsilon \geq 0.8) \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{D\bar{\rho}_f}{Dt} + \bar{\rho}_f\nabla\cdot\left(\frac{\overline{\boldsymbol{v}}_f}{\varepsilon}\right) = 0 \quad (2)$$

ここで$P, \boldsymbol{g}, \rho_f, \boldsymbol{v}_f, \boldsymbol{v}_r, C_r$はそれぞれ，圧力，重力加速度，流体密度，流体速度，仮想質量係数，有効粘性係数を表す（下付き添字 $_f$は流体粒子）．$\boldsymbol{v}_f, \rho_f$はそれぞれダルシー流速，地盤中の見かけの密度であり，間隙率εを用いて，$\overline{\boldsymbol{v}}_f = \varepsilon\boldsymbol{v}_f$，$\bar{\rho}_f = \varepsilon\rho_f$で示される．また，$a, b, c, \nu_E$は抵抗係数，粘性係数を示す．式(1)は間隙率$\varepsilon$をパラメータとして，地表流と浸透流の両方に対応する式であり，$\varepsilon = 1$の場合は Navier-stokes 方程式に収束する．一方，$\varepsilon < 1$の場合は右辺第 4 項以降の抵抗力項が作用することで拡張ダルシー則に相当する．また$\varepsilon < 0.8$の固体が密な領域と$\varepsilon \geq 0.8$の固体が希薄な領域とで抵抗力項を切り替える．この際，抵抗力項は流体と土粒子の相互作用力であり，相対速度$\boldsymbol{v}_r = \boldsymbol{v}_f - \boldsymbol{v}_s$（$\boldsymbol{v}_f$は流体の速度，$\boldsymbol{v}_s$は固体の速度）により各相を相対的に評価する．

2.2　捨石マウンド及びケーソンブロックの計算手法

本研究では，捨石マウンド及びケーソンブロックの挙動を個別要素法 DEM で表現する．この際，捨石マウンドを球形 DEM 粒子で表現し，各粒子・計算ステップごとに下の運動方程式を解くことで捨石マウンドの挙動を再現する．

$$m_s\frac{d\boldsymbol{v}_s}{dt} = m_s\boldsymbol{g} - \nabla PV_s + \boldsymbol{f}_d + \sum\boldsymbol{f}_c \quad (3)$$

$$I\frac{d\boldsymbol{\omega}_s}{dt} = \sum\boldsymbol{m}_c - \boldsymbol{m}_r \quad (4)$$

ここで，$m_s, V_s, -\nabla PV_s, \boldsymbol{f}_d, \boldsymbol{f}_c$はそれぞれ DEM 粒子の質量，体積，浮力，抗力，土粒子同士の接触力を示す．接触力には，一般の DEM 解析に用いられるバネ・ダッシュポットモデルを採用しているが詳細は割愛する．抗力$\boldsymbol{f}_d$は流体粒子の抵抗力の反作用として作用する．回転運動方程式について，$I, \boldsymbol{\omega}_s, \boldsymbol{m}_c$,は，球形粒子の慣性モーメント，角速度，接線方向接触力によるトルクを示す．また，凹凸形状の土粒子が持つ転がり抵抗を，純粋な球形 DEM 粒子によって表現するため転がり摩擦$\boldsymbol{m}_r$を考慮した．

ケーソンブロックの挙動（滑動・転倒）は，剛体計算によって表現する．以下に剛体の運動方程式を示す．

$$M\frac{d\boldsymbol{V}}{dt} = M\boldsymbol{g} + \boldsymbol{F}_c + \boldsymbol{F}_f \quad (5)$$

$$\frac{d(\boldsymbol{I\Omega})}{dt} = \boldsymbol{M}_c + \boldsymbol{M}_f \quad (6)$$

ここで，$M, \boldsymbol{I}, \boldsymbol{V}, \boldsymbol{\Omega}$はそれぞれケーソンの質量，慣性テンソル，速度，角速度を示す．$\boldsymbol{F}_c, \boldsymbol{M}_c, \boldsymbol{F}_f, \boldsymbol{M}_f$はケーソンに作用する土粒子との接触力，接触トルク，流体粒子から作用する流体力，流体トルクを示し，それぞれ以下の式で表される．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\boldsymbol{F}_c = \sum_{i \in \text{caisson}} \boldsymbol{f}_{c_i}$$
$$\boldsymbol{M}_c = \sum_{i \in \text{caisson}} \boldsymbol{f}_{c_i} \times (\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{X}_g) \quad (7)$$

$$\boldsymbol{F}_f = \sum_{i \in \text{caisson}} (-P_i a_i)\boldsymbol{n}_i$$
$$\boldsymbol{M}_c = \sum_{i \in \text{caisson}} (-P_i a_i)\boldsymbol{n}_i \times (\boldsymbol{x}_i - \boldsymbol{X}_g) \quad (8)$$

上式において，i粒子（$\in$ caisson）はケーソン表面に配置された DEM 粒子，もしくは SPH の壁粒子を示しており，$\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{X}_g$はそれぞれ$i$粒子の位置ベクトル，ケーソンの重心の位置ベクトルを表す．また，流体力・流体トルクにおける$a_i, \boldsymbol{n}_i$はj 粒子が代表する面積（初期粒子間隔の 2 乗），外向き法線ベクトルを表す. なお, 剛体の回転運動に関しては，四元数（quaternion）による定式化を用いて計算を行った.

３．防波堤マウンドの崩壊シミュレーションの概要・結果

K. Kasama et al.[2)]の実験に対応する解析モデルを作成し，ISPH-DEM による防波堤マウンドの崩壊シミュレーションを実施した．Table.1 および Fig.1 に解析条件と解析モデルを示す．本稿では実験 [2)]で浸透流によるパイピング破壊が確認された水頭差$dh = 14.5cm$の解析結果を示す.

Fig.2 には実験結果[2)]と本提案手法の解析結果(流速表示)の比較を示した．実験ではケーソン前後の水頭差に伴う浸透流によって，ケーソン背面でパイピングが発生し，マウンドが盛り上がる様子がシミュレーションでも再現できた. また，ケーソンを剛体として解析することで，水平力と捨石マウンドの変形の影響から，背面側に大きく傾く様子も再現できた．なお，本提案手法の現状の解析結果では，実験に比べケーソンの沈下と傾斜角度が大きくなっている．これは計算コストの削減の観点から, DEM 解析に必要なバネ定数を小さく設定した（k=10000N/m）ことによって，ケーソンの重量に耐え得る程の地盤の支持力を発揮できていないと考えられる. また, Fig.3 には流体の圧力結果を示す. 本提案手法では，間隙率を介した地表流－浸透流統一方程式を支配方程式としていることから，地盤内外の水の流れを連続的に解くことができていることがわかる.

４．結論

本稿では, 防波堤の崩壊要因として考えられる(I)水平力, (II)洗掘，(III)浸透流のすべてを考慮するため，地表流-浸透流統一方程式に基づく ISPH 法による流体解析と，DEM に基づく捨石マウンドの変形解析，ケーソンブロックの剛体解析を同時に行う防波堤の崩壊シミュレーションを実施した結果，実験で確認された浸透流によるパイピング現象，水平力によるケーソンの滑動･転倒を再現できた. 一方で，全体の計算規模は 400 万粒子程であり，計算コスト削減の観点から小さく設定したバネ定数の影響から，ケーソンの重量に耐え得るマウンドの支持力を再現できているとは言えない．計算コストを押さえつつ，マウンドの剛性を正確に表現するために，ISPH と DEM の時間増分をそれぞれに適した値とする方法の導入に着手している．また，水頭差$dh = 18.5cm$の洗掘が発生する実験のケースに対しても数値シミュレーションを実施する予定である．本検討に関しては講演会での発表で報告したい.

参考文献

1) 原崎健輔，浅井光輝，合田哲郎，笠間清伸，西浦泰介 SPH-DEM カップリング解析による防波堤マウンドのパイピング破壊解析，土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.73，No.2，pp.I_295-I_304，2017.
2) Kasama, K., Zen, K., Nakagawa, Y., and Furukawa, Z. , Instability evaluation of rubble mound for breakwaters subjected to tsunami-induced overflow and seepage flow. *Soils and Foundations*, Vol.60 (6), pp.1532–1545, 2020.
3) Asai, M.,Aly, A.M.,Sonoda, Y. and Sakai, Y. : A stabilized incompressible SPH method by relaxing the density invariance condition, Journal of Applied Mathematics, Vol.2012,2012.

Table.1 Analysis conditions

Caisson (DEM-Rigid)	
Mass M	13.914 [kg]
Initial center of mass $\boldsymbol{X}_{g0}$	(102.3, 52.75, 9.5) [cm]
Rubble mound (DEM)	
Density ρ_s	2.70 [g/cm^3]
Diameter	5 [mm]
Water (ISPH)	
Density ρ_f	1.00 [g/cm^3]
Diameter	5 [mm]
Other condition	
Hydraulic head difference dh	14.5 [cm]

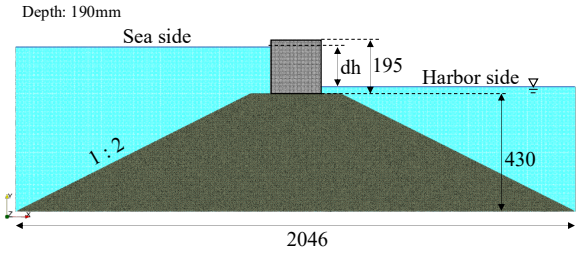


Fig.1 Schematic diagram of testing apparatus[2)]

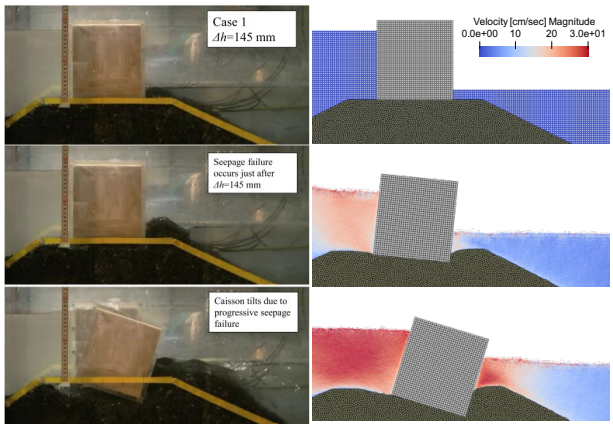


Fig.2 Seepage and sliding failure with dh=14.5cm
(Comparison experiment and numerical simulation)

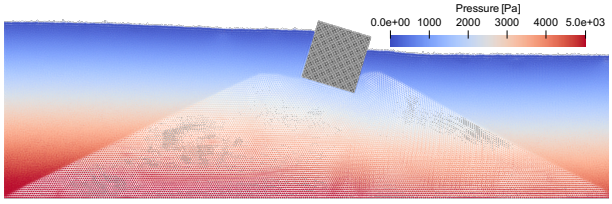


Fig.3 The distribution of pressure field

コロケート格子有限体積法に基づく粘弾性流体の数値計算

Computations of Viscoelastic Fluids Based on Finite Volume Method in Collocated Grid System

九鬼 愛夢 (京大院・工)　鳥生 大祐 (京大・ACCMS)　牛島 省 (京大・ACCMS)
Atomu KUKI, Graduate School of Engineering, Kyoto University
Daisuke TORIU, ACCMS, Kyoto University
Satoru USHIJIMA, ACCMS, Kyoto University
E-mail : atomu.kuki.47s@st.kyoto-u.ac.jp

A computational method using the finite volume method in the collocated grid system was developed to compute viscoelastic fluids. The Giesekus model, which is a differential nonlinear viscoelastic model, was used as the constitutive equation. The proposed method was applied to the flow of Newtonian and viscoelastic fluids between parallel plates. As a result, it was confirmed that calculated velocity distributions in steady-state are in good agreement with analytical solutions. Furthermore, The viscoelastic fluid was calculated in the abrupt contraction. It was demonstrated that the proposed method enables us to reasonably predict a lip vortex near the abruptly contracting section, which is characteristic of viscoelastic fluids. The lip vortex depends on Reynolds and Weisenberg numbers as well as the mobility parameter α.

1．はじめに

高分子流体である粘弾性流体は，せん断速度が増加するに従って粘度が低下するシアシニング現象などの特異な現象を示す [1]．また，粘弾性流体の特徴的な流れとしてワイゼンベルグ効果やダイスウェル現象などが知られている [1]．このような粘弾性流体の流動特性を解明することは，工学的に非常に重要であり，UCM や Oldroyd-B，XPP，FENE-CR，PTT，Giesekus モデルなどの構成式 [1] を解く様々な手法が提案されている．本研究では，Giesekus モデル [1] の構成式を利用し，コロケート格子を用いる有限体積法に基づいて非圧縮の粘弾性流体を計算する手法について検討を行い，平行平板間流れと急縮小流れを計算して，その適用性を確認した．

2．数値解析手法

本研究では，非圧縮の粘弾性流体を取り扱う．基礎方程式として，以下の非圧縮条件，運動方程式，非線形粘弾性モデルである Giesekus モデルの構成式を利用する．

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + f_i \tag{2}$$

$$\tau_{ij} = \tau_{s,ij} + \tau_{p,ij} \tag{3}$$

$$\tau_{s,ij} = 2\eta_s D_{ij} \tag{4}$$

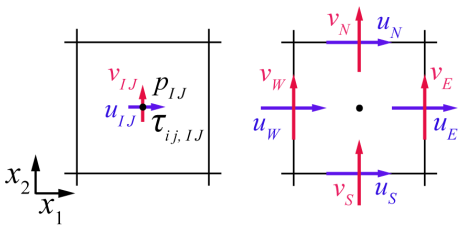
$$D_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) \tag{5}$$

$$\tau_{p,ij} + \alpha\frac{\lambda}{\eta_p}(\tau_{p,ik}\cdot\tau_{p,kj}) + \lambda\overset{\nabla}{\tau}_{p,ij} = 2\eta_p D_{ij} \tag{6}$$

$$\overset{\nabla}{\tau}_{p,ij} = \frac{\partial \tau_{p,ij}}{\partial t} + \frac{\partial (u_k \tau_{p,ij})}{\partial x_k} - \frac{\partial u_i}{\partial x_k}\tau_{p,kj} - \tau_{p,ik}\frac{\partial u_j}{\partial x_k} \tag{7}$$

ここで，t は時間，x_i は 2 次元直交座標系の座標成分，f_i は外力の x_i 成分，ρ は密度，p は圧力，u_i は流速の x_i 成分である．また，式 (3) に示すように偏差応力テンソルの成分 τ_{ij} は，粘弾性流体の溶媒の粘性応力テンソル $\tau_{s,ij}$ と溶質の粘弾性応力テンソル $\tau_{p,ij}$ の和として表される．D_{ij} は変形速度テンソルの成分，η_s，η_p は粘弾性流体の溶媒および溶質のせん断粘度，λ は緩和時間，α は流動係数，上付きの ∇ は upper-convected 時間微分 [1] である．なお，本研究の数値実験では $\eta_s = 0$ とする．また，式 (6) は $\alpha = 0$ のとき UCM モデル [1] の構成式となる．

本研究では，基礎方程式をコロケート格子上で有限体積法に基づき離散化し，非圧縮性流体の解法である MAC 系解法 [2] を用いて，予測段階，圧力計算段階，修正段階の計算を行う．コロケート格子上では Fig. 1 (a) のように流速，圧力および応力は全てセル中心で定義される．また，計算の都合上，Fig. 1 (b) に示されるセル境界の流速が必要となる場合は，セル中心の流速から空間内挿して計算する．Fig. 1 において下添字 I，J は計算セルの x_1，x_2 方向のセル番号を表し，E，W，N，S はセル境界における変数を表す．



(a) Cell center　(b) Cell boundary

Fig. 1 Discretized variables in collocated grid

予測段階では，EVSS 法 [3] を用いて，セル中心における流速の推定値の x_i 成分 u_i^* を求める．また，構成式は 2 次のルンゲクッタ法を用いて計算する．圧力計算段階では，圧力の計算と流速の更新を反復的に行うことで非圧縮条件の誤差を制御可能な C-HSMAC 法 [4] を用いる．

3．平行平板間流れ

計算領域は Fig. 2 に示すような 2 次元の長方形領域とし，縦の長さ L は 0.01 [m]，横の長さ $10L$ は 0.1 [m] である．また，Fig. 2 に示すような境界条件を設定した．本数値実験に

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

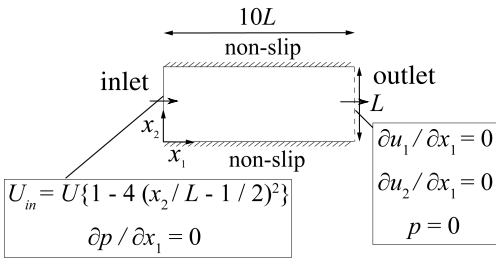


Fig. 2 Computational area and conditions

おいてレイノルズ数は $\mathrm{Re} = \rho UL/\eta_p = 1$，ワイゼンベルグ数は $\mathrm{Wi} = \lambda U/L = 0.4$，$\alpha$ は 0 および 0.1 で，既往研究 [5] に合わせた．以下では，構成式として UCM モデルを用いた粘弾性流体を UCM 流体 ($\alpha = 0$)，Giesekus モデルを用いた粘弾性流体を Giesekus 流体 ($\alpha = 0.1$) と表記する．

Fig. 3 は，ニュートン流体，UCM 流体，Giesekus 流体の流下方向の流速分布について，$x_1 = 5L$ における計算結果を理論解 [5] と比較したものである．全ての計算結果が理論解とよく一致しており，本計算手法の妥当性が示された．

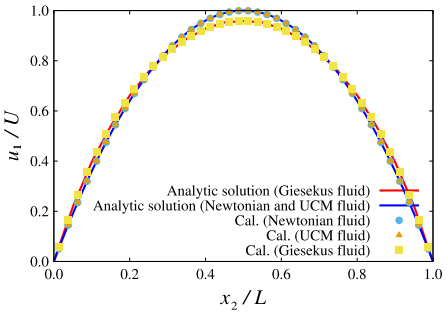


Fig. 3 Comparison of analytical velocities and calculated velocities in steady-state

4．急縮小流れ

急縮小流れは粘弾性の影響が顕著に現れ，特にコーナー渦とリップ渦 [6] の形成について，これまでに実験と計算の両方で研究が進められてきた．計算領域は Fig. 4 に示すような急縮小部を有する既報 [6] と同様の 2 次元領域とし，急縮小部上流の流路幅 H は 0.08 [m]，流路長さ L_1 は 0.16 [m]，急縮小部下流の流路幅 h は 0.02 [m]，流路長さ L_2 は 0.16 [m] である．上記のような計算領域の左面の入り口および右面の出口には前章と同様の境界条件を設定し，その他の境界には non-slip 壁面条件を設定した．本数値実験では Giesekus 流体 ($\alpha = 0.1$) を用い，$\mathrm{Re} = 0.1$，$\mathrm{Wi} = 1$ とした．

Fig. 5 は急縮小部付近の流線を示したものである．コーナー渦の他に，急縮小部付近に粘弾性流体特有の小さなリップ渦が形成されていることを確認した．また，出口の流量は入り口流量に対して 10^{-5} 以下の誤差であることを確認した．

5．おわりに

本研究では，コロケート格子有限体積法に基づいて，非

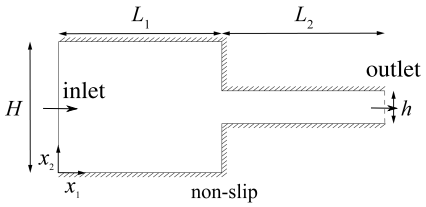


Fig. 4 Computational area for abrupt contraction flow

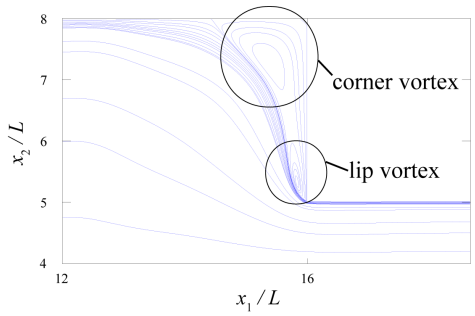


Fig. 5 Streamlines of abrupt contraction flow

圧縮の粘弾性流体の平行平板間流れと急縮小流れを計算した．平行平板間流れにおいては，ニュートン流体，UCM 流体 ($\alpha = 0$) および Giesekus 流体 ($\alpha = 0.1$) の計算結果が理論解とよく一致することを確認した．急縮小流れでは，Giesekus 流体 ($\alpha = 0.1$) を用い，$\mathrm{Re} = 0.1$，$\mathrm{Wi} = 1$ のときに粘弾性流体特有のリップ渦が形成されることを確認した．また，出口の流量は入り口流量に対して 10^{-5} 以下の誤差であり，有限体積法と C-HSMAC 法を用いることで体積の保存性が高精度に満たされることを確認した．

参考文献

1) 中村喜代次：非ニュートン流体力学, コロナ社, 1997.
2) 牛島省, 禰津家久, 吉田圭介, 池田大輔：自由水面流れの数値計算における内部流動の解析精度に関する考察, 水工学論文集, Vol. 46, pp. 409–414, 2002.
3) Rajagopalan, D., Armstrong, R. C. and Brown, R. A.: Finite element methods for calculation of steady, viscoelastic flow using constitutive equations with a Newtonian viscosity, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 36, pp. 159–192, 1990.
4) Ushijima, S., Nezu, I. and Sanjou, M.: Computational method for Navier-Stokes equations accompanied by free-surface deformation, *International Society of Offshore and Polar Engineers*, pp. 233–239, 2002.
5) Tome, M., Araujo, M., Evans, J. and McKee, S.: Numerical solution of the Giesekus model for incompressible free surface flows without solvent viscosity, *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, Vol. 263, pp. 104–119, 2019.
6) Tome, M., de Araujo, M., Alves, M. and Pinho, F.: Numerical simulation of viscoelastic flows using integral constitutive equations: A finite difference approach, *Journal of Computational Physics*, Vol. 227, No. 8, pp. 4207–4243, 2008.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Extended B-spline を用いた陰的 MPM による弾塑性解析

Extended B-spline-based Implicit Material Point Method for Elasto-plastic Analyses

菅井　理一（東北大・工）　山口　裕矢（東北大・工）　森口　周二（東北大・工）　寺田　賢二郎（東北大・工）
Riichi SUGAI, Tohoku University
Yuya YAMAGUCHI, Tohoku University
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: riichi.sugai.r8@dc.tohoku.ac.jp

The extended B-spline-based implicit material point method (EBS-MPM) is applied to accommodate elastic constitutive laws and its performance is verified in terms of accuracy and numerical stability. The Nitsche's method is employed to handle various types of boundary condition with a view to applying the EBS-MPM to large deformation and collapse analyses ground structures. We carry out several verification analyses, in which both low and higher-order polynomials are adopted for the basis functions to illustrate the calculation accuracy and the ability to suppress the volumetric locking due to the incompressibility in plastic deformation in comparison with the results by the finite element method.

１．はじめに

本研究では Yamaguchi ら [1]の提案した EBS-MPM に弾塑性構成則を実装し，数値解析例を通してその適用性に関して検討を行うことを目的とする．検証例題として金属供試体の引張試験の解析と地盤材料の斜面安定解析を取り上げ，EBS-MPM の精度に関して Isogeometric analysis (IGA) や有限要素法（FEM）の結果と比較検討する．

２．解析手法

MPM（Material point method）は連続体領域を Lagrange 粒子により離散化し，Euler 格子を用いて計算する手法であり，その特徴から大変形問題へ適用される．EBS-MPM では MPM の離散化手法に特有の数値不安定性および境界付近の制度低下を抑制するために Extended B-spline 基底関数（EBS）を適用する．また，Nitsche の方法により物質境界に配置した境界粒子に対して Dirichlet 境界条件を課すことにより，従来の MPM では適用が困難であった複雑な境界条件を含む問題を陰解法に基づき取り扱うことが可能となる．

３．数値計算例

３.１．供試体モデルの引張問題

塑性非圧縮性を示す弾塑性体からなる供試体の引張問題について，奥行き方向を固定した準三次元条件の下で数値解析を実施し，EBS-MPM の適用性を検討する．

文献 [2]と同じ材料構成則を使用し，対象とする供試体は Fig. 1 に示す形状とする．横幅 26.0 mm，縦幅 12.0 mm の長方形モデルの左辺を格子境界と一致させスリップ境界条件を課す．右辺は Nitsche の方法を用いてy方向を拘束し，x方向に 5.0 mm の強制変位を与える．解析条件として格子サイズは一辺 1.0 mm の立方体とし，初期配置における 1 格子当たりの粒子数を 10×10×1，体積分率の閾値を 1 次（linear）EBS と 2 次（quadratic）EBS で 0.1，3 次（cubic）EBS で 0.007 とし，ペナルティ係数は 1.0×10^{15} とする．解析ステップは 1000 回とし，Newton-Raphson（NR）法の収束条件は初期残差の 10^{-10} とする．参照解には 2 次の non-uniform rational B-spline（NURBS）基底関数を用いた IGA[3]を使用する．

1 次，2 次，3 次 EBS の解析結果として，反力と強制変位の関係を Fig. 2 に示す．反力のピーク前では EBS の次数に依らず参照解の曲線によく一致している．強制変位が 2.8 mm 以降反力が低下するが，1 次 EBS は反力の下降が緩やかであることから体積ロッキングの影響を受けていると考えられる．一方，高次 EBS による結果は参照解とよく一致しており，反力と変位の関係が IGA と同程度に評価されていることが分かる．Fig. 3 に 3 次 EBS と IGA の累積塑性ひずみ分布を示すが，3 次 EBS を用いた結果は IGA の解析結果と概ね一致しているといえる．しかし静水圧分布

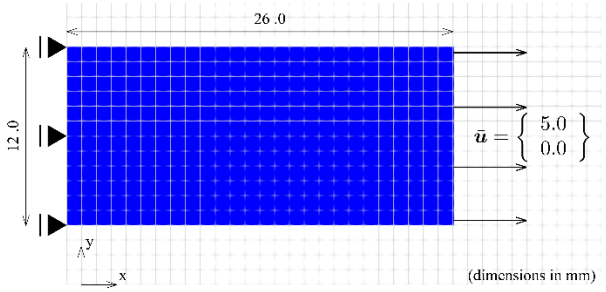


Fig. 1 Numerical model of necking problem.

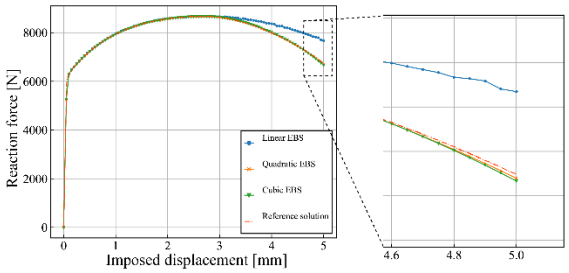


Fig. 2 Relationship between force and displacement of necking problem.

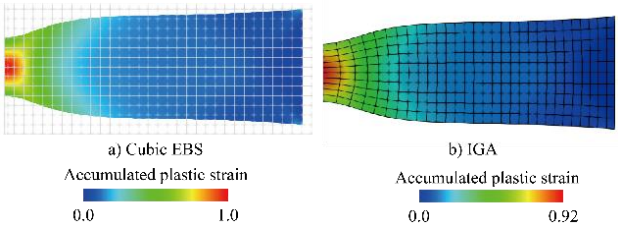


Fig. 3 Deformed configuration with accumulated plastic strain distributions.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

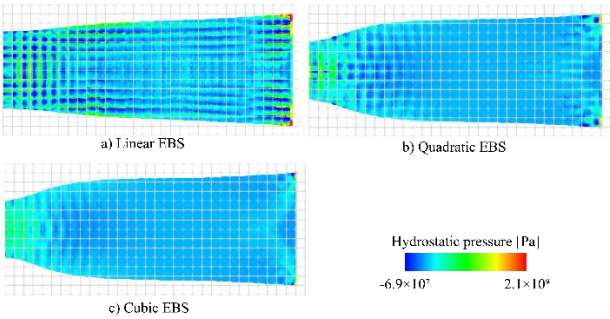


Fig. 4 Hydrostatic pressure distributions in the necking problem.

を示した Fig. 4 からは，高次 EBS を用いた場合でも圧力振動は回避できないことが分かる．

以上の結果より，高次 EBS を用いることで塑性非圧縮性により生じる体積ロッキングをある程度抑制しうることを確認し，反力と強制変位の関係から IGA と同程度の精度を発揮しうることを確認した．また，Nitsche の方法を用いて比較的大きな変形領域においても変位境界条件を表現できることが分かる．一方で，高次 EBS を用いた場合でも塑性非圧縮性に起因する応力振動は完全には回避できないといえる．

3.2. 斜面安定解析

Fig. 5 に示すモデルと境界条件において奥行き変位を拘束した準三次元条件の斜面に対する安定解析 [4]を行い，陰的 MPM の弾塑性解析への適用性を検討する．変位境界条件は Nitsche の方法により与える．計算格子は一辺 1.0 m の立方体とし，初期配置において 1 格子当たり 4×4×1 の粒子を配置する．体積分率の閾値は 0.05，ペナルティ係数は 1.0×10^{12} とする．NR 法の収束条件を初期残差の 1.0×10^{-6} とする．弾性構成則に Hencky 超弾性モデル，降伏基準に Drucker-Prager 関数を用いる．文献 [4]と同様の材料特性を使用し，粘着力cと内部摩擦角ϕは安全率（FOS）により低減させた値を設定する．自重をy方向に 100 等分して作用させる．

1 次（linear）EBS と 2 次（quadratic）EBS を用いた解析結果として，FOS を 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.35, 1.4, 1.5 とした各解析ケースについて，斜面頂点の鉛直変位を整理した結果を Fig. 6 に示す．安全率 1.35 以下では 1 次，2 次ともに変位量が小さい．安全率 1.4 で 2 次 EBS では変位が急激に変化している．FOS の極限解は 1.38 であり，斜面の不安定化を適切に表現できていると考えられる．Fig. 7 に示すように，安全率 1.4 における 2 次 EBS を用いたときの累積塑性ひずみ分布に，明瞭な滑り線が確認できる．一方で，安全率 1.5 における 1 次 EBS を用いた解析結果は，2 次 EBS に比べて不明瞭である．これらの結果より計算精度を向上させるために，高次 EBS を用いることが有用といえる．

4. おわりに

供試体モデルの引張問題では，高次 EBS により塑性非圧縮性により生じる体積ロッキングを抑制し，IGA による解に整合することを確認した．また斜面安定解析の結果から，高次 EBS を用いた陰的 MPM による解析が極限解と整合することを確例証した．以上の結果より EBS-MPM の精度が FEM に匹敵しうる可能性が示されたといえる．

今後は塑性非圧縮性による応力振動を回避するために選択的低減積分などの適用方法を検討する予 S 定である．

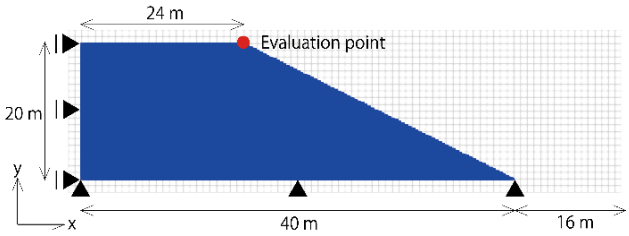


Fig. 5 Numerical model of slope stability analysis.

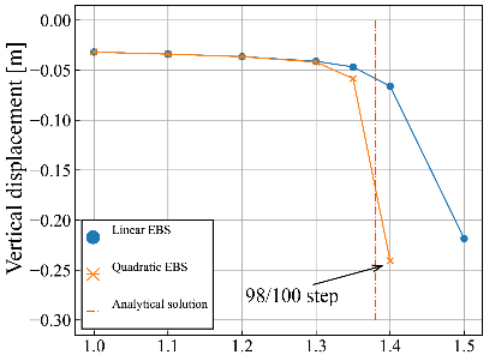


Fig. 6 Relationship between FOS and vertical displacement at the slope vertex.

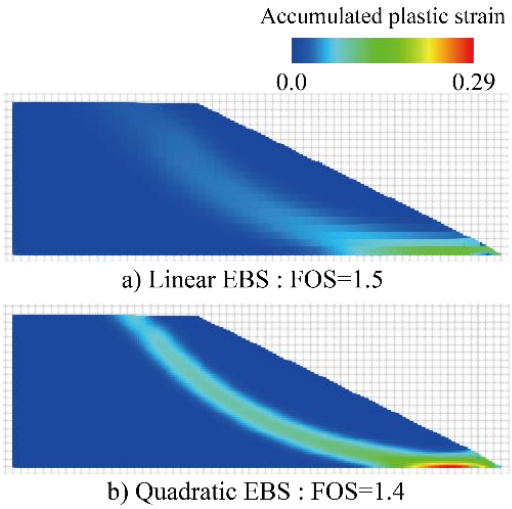


Fig. 7 Accumulated plastic strain distributions in slope stability analysis.

参考文献

1) Yamaguchi, Y., Moriguchi, S. and Terada, K.: Extended b-spline-based implicit material point method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, in press.
2) Elguedj, T. and Hughes, T.: Isogeometric analysis of nearly incompressible large strain plasticity, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 268, pp. 388-416, 2014.
3) Cottrell, J. A., Hughes, T. J. R. and Bazilevs, Y.: *Isogeometric Analysis: Toward Integration of CAD and FEA*, Wiley, 1issue edition, 2009.
4) Griffiths, D. and Lane, P.: Slope stability analysis by finite elements, *Geotechnique*, Vol. 49, No. 3, pp.387-403, 1999.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

オイラー型有限体積法による骨折予防床の構造-流体連成解析
Structure-fluid interaction analysis of fracture prevention floor with Eulerian finite volume method

西口　浩司（名古屋大・工）　勝又　稜平（名古屋大・工）　嶋田　宗将（神戸大・システム情報学）
干場　大也（名古屋大・工）　加藤　準治（名古屋大・工）　平山　洋介（株式会社 Magic Shields）
Koji NISHIGUCH, Nagoya University
Ryohei KATSUMATA, Nagoya University
Tokimasa SHIMADA, Kobe University
Hiroya HOSHIBA, Nagoya University
Junji KATO, Nagoya University
Yosuke HIRAYAMA, Magic Shields Inc.
E-mail: kojinishiguchi@civil.nagoya-u.ac.jp

We propose an Eulerian finite volume formulation for structure-fluid interaction problems with the discontinuous velocity and density field around the structure-fluid interface. Spatially-averaged equation of motion and the fifth-order WENO scheme is applied to compute the discontinuous velocity and density field around the structure-fluid interface without numerical instability.

１．緒言

近年，大きな社会問題となっている転倒による高齢者の骨折を予防するため，転倒時の衝撃を吸収する床構造が着目されている．このような床構造には，通常の歩行時は剛性が高く，衝撃荷重を受けた場合のみ変形して衝撃エネルギーを吸収する機能が求められ，例えば Fig.1 に示すゴムと樹脂の混錬材料からなる構造体が提案されている．

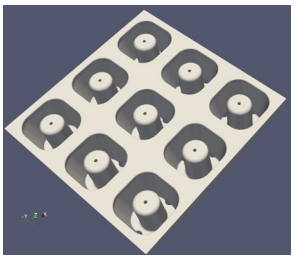


Fig.1 骨折予防床の構造 (90mm×90mm×20mm)

この様な構造体の数値解析は，ラグランジュ記述に基づく従来的な有限要素法では困難である．第 1 に，その幾何学的自由度の高さから，シェル要素や梁要素等の構造要素でなく膨大な数のソリッド要素でモデル化する必要があるからである．第二に，衝撃荷重を受けた場合に大変形を生じ，有限要素の破綻が生じやすいからである．第三に，この構造はフロアシート下部の密閉された空間に設置されることから，構造体が衝撃荷重を受けた場合に空気との連成効果を無視できず，構造と流体の連成解析が必要であるからである．

そこで本研究では著者らが開発してきたオイラー型有限体積法に基づく構造-流体連成解法 [1-4]を，大変形を伴う骨折予防床の構造-流体連成解析に適用することを検討する．ただし，著者らの既往の手法は，構造と流体の質量密度が同一であり，かつ構造と流体の界面近傍が連続的な速度場である問題への適用に留まっている．そこで本研究では，構造と流体の間で質量密度差および速度場の不連続性がある問題でも安定に計算するための手法を提案し，大変形を伴う骨折予防床の構造-流体連成解析に対する有用性を検証する．

２．数値解析手法

オイラー型解法では，空間固定メッシュを用いるため，ひとつの計算セルに複数の物質が存在し得る．そこで本研究では，構造と流体の連続の式および運動方程式を空間平均化し統一化した方程式を用いる [1]．固体の構成方程式として非圧縮性ネオフック体を，流体の構成方程式として非圧縮ニュートン流体を仮定する．空間離散化には，大規模並列計算に適した階層型直交メッシュ法を用いたセル中心有限体積法を用い，フラクショナル・ステップ法を用いて速度場と圧力場を分離して計算する [2)3)]．固体の界面および内部変数の移流による数値拡散を回避するため，固体領域にマーカ粒子を配置し，マーカ粒子は変形テンソルなどの変形履歴依存変数を保持する．各計算セルの体積率で質量密度を重み付き平均化することで，質量密度場の不連続性を緩和し，圧力ポアソン方程式を解く．一方，構造と流体の界面の不連続な速度場を安定的に解くために，既往研究で用いた中心差分法や 2 次風上差分法ではなく，本研究では 5 次精度 WENO スキーム [5)]を運動方程式に適用する．固体の幾何学的境界条件は，Constraint immersed boundary method (IBM)[6)]により付与する．

３．２次元押込問題の解析

はじめに，本手法の妥当性を定量的に検証するため，Fig.2 に示す 2 次元押込問題の解析を実施する．

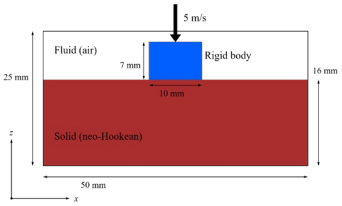
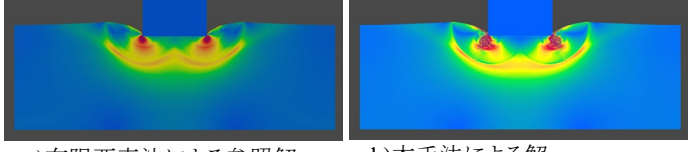


Fig.2 モデル形状

Table 1 物性値

Solid: incompressible neo-Hookean solid	
Mass density ρ_s [kg/m^3]	1.0×10^3
Young's modulus E [Pa]	1.0×10^6
Viscosity μ_s [Pa · s]	0
Fluid: incompressible Newtonian fluid	
Mass density ρ_f [kg/m^3]	1.2
Viscosity μ_f [Pa · s]	1.8×10^{-5}



a)有限要素法による参照解
固体領域を 800×256 分割

b)本手法による解
解析領域 2048×1024 分割

Fig.3 ミーゼス応力分布 (t=0.30ms)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

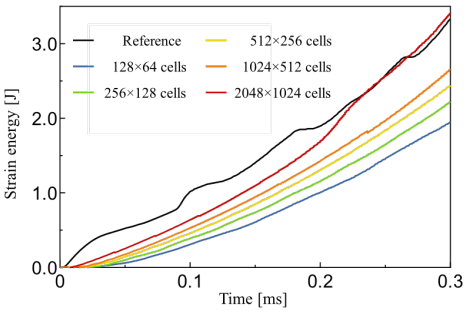


Fig.4　ひずみエネルギーの時刻歴の比較

この 2 次元問題は平面ひずみ問題とし，固体領域と完全固着した剛体領域を 5m/s の速さで z 軸方向下向きに強制変位させる．固体と流体の物性値は Table 1 に示す通りである．

Fig.3 に t=0.30ms におけるミーゼス応力分布を示す．参照解は，数値解が収束した十分に細かいメッシュ分割を行った有限要素法による数値解であり，本手法による解と概ね一致していることが確認される．また，Fig.4 に参照解と本手法のひずみエネルギーの時刻歴を比較した．その結果，本手法は参照解と誤差があり，ひずみエネルギーが参照解より小さく計算されることがわかる．この誤差が生じる原因は，Constraint IBM により表現した剛体領域に変形体のマーカ粒子が侵入してしまうことであり，今後，定式化の修正が必要である．

４．骨折予防床の押込解析への適用

次に，構造と流体の連成を考慮した骨折予防床の押込解析を行う．Fig.5 に押込条件とモデル形状を示す．

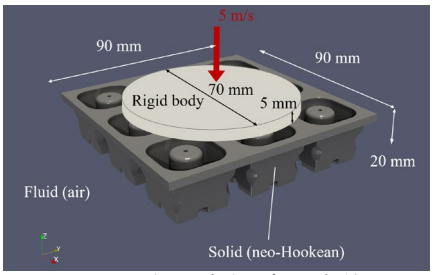


Fig.5　骨折予防床の押込条件

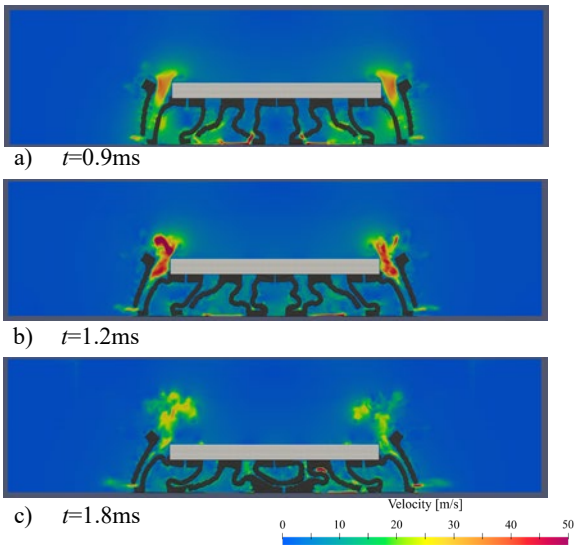


Fig.6　速度場の分布

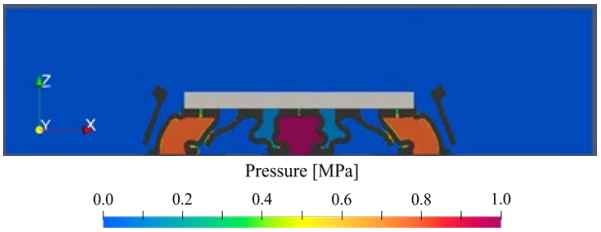


Fig.7　圧力場の分布(t=1.2ms)

固体のヤング率は 30MPa であり，その他の物性は Table.1 と同一である．解析領域端面の境界条件は全て滑り壁条件であり，Constraint IBM で表現した剛体治具と変形体は完全固着条件である．最小セルサイズは 0.35mm，総セル数は約 1100 万セルである．

Fig.6 より，大変形を伴う構造と流体連成問題が安定に計算されており，押込速度 5m/s に対して局所的に 50m/s 以上の速度で空気が流出することが確認される．また，Fig.6 より，構造で取り囲まれている領域では 1MPa 以上の圧力が発生することが確認される．構造の厚みが約 2〜3mm であることから，空気の圧力の影響は無視できず，空気と構造の相互作用が強い現象であることが示唆された．

５．結言

本研究では，著者らの開発してきた既往のオイラー型有限体積法による構造-流体連成解法における移流スキームおよび質量密度の平均化スキームを修正することで，構造と流体の間で質量密度差および速度場の不連続性がある問題でも安定に計算できることを示した．また，3 次元的に複雑形状を有する骨折予防床の押込解析に適用し，本手法の有用性を示した．

今後は，IBM による幾何学的境界条件付与法の修正，ゴムと樹脂の混錬材料のひずみ速度依存性をモデル化するために，非圧縮性粘性-超弾性モデルの導入を行うことが課題である．

参考文献

1) Nishiguchi K, Okazawa S, Tsubokura M. Multimaterial Eulerian finite element formulation for pressure-sensitive adhesives. International Journal for Numerical Methods in Engineering 2018;114(13):1368-1388.
2) 西口浩司，岡澤重信，坪倉誠．大規模並列計算に適した階層型直交メッシュ法による完全オイラー型固体-流体連成解析．土木学会論文集 A2 (応用力学) 73.2 (2017): I_153-I_163.
3) Nishiguchi K, Bale R, Okazawa S, Tsubokura M. Full Eulerian deformable solid-fluid interaction scheme based on building-cube method for large-scale parallel computing. International Journal for Numerical Methods in Engineering 2019;117(2):221-248.
4) 西口浩司，岡澤重信，坪倉誠．非圧縮性固体-流体連成解析のための陰的 Particle-in-cell 法．土木学会論文集 A2 (応用力学) 74.2 (2018): I_253-I_263.
5) Liu XD, Osher S, Chan T. Weighted essentially non-oscillatory schemes. Journal of computational physics 1994;115(1):200-212.
6) Shirgaonkar AA, MacIver MA, Patankar NA. A new mathematical formulation and fast algorithm for fully resolved simulation of self-propulsion. Journal of Computational Physics 2009;228(7):2366-2390.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション（第二部門：計算力学）

第二部門：計算力学（ D）

座長:古川 陽(北海道大学)

2021年5月15日(土) 15:25 ～ 16:55 B会場 (B会場)

[S02D-01] 連続体損傷と離散ひび割れのエネルギー等価性に基づく遷移モデル

*三浦 弘慈[1]、鈴木 峻[1]、森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1] （1. 東北大学）

15:25 ～ 15:40

[S02D-02] 透過型砂防堰堤の転倒解析に対する動的な土石流荷重モデルの検討

*小松 喜治[1]、堀口 俊行[1]、香月 智[1] （1. 防衛大学校）

15:40 ～ 15:55

[S02D-03] アイソパラメトリック2次要素を用いた 臨界滑り線探索 手法

*羽場 一基[1]、篠原 魁[1]、渡辺 和明[1] （1. 大成建設株式会社）

15:55 ～ 16:10

[S02D-04] Hovland法と三次元簡易 Bishop法を用いた広域の斜面安定解析

*須郷 大地[1]、藤田 真粋[1]、森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1] （1. 東北大学）

16:10 ～ 16:25

[S02D-05] 剛塑性有限要素法における変形拘束条件や剛体領域の取扱いに関する一考察

*山栗 祐樹[1]、小林 俊一[1]、西藤 潤[2] （1. 金沢大学、2. 京都大学）

16:25 ～ 16:40

[S02D-06] 面的補強部材で補強した地盤に対する剛塑性安定解析法の開発

*佐近 絵奈[1]、山栗 祐樹[1]、小林 俊一[1] （1. 金沢大学）

16:40 ～ 16:55

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

連続体損傷と離散ひび割れのエネルギー等価性に基づく遷移モデル
A new transition model between continuum damage and cohesive crack models

三浦　弘慈（東北大・工）　鈴木　峻（同）　森口　周二（同）　寺田　賢二郎（同）
Hiroyasu MIURA, Tohoku University
Shun SUZUKI, Tohoku University
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: hiroyasu.miura.q7@dc.tohoku.ac. jp

This paper proposes a new transition theory between continuum damage and cohesive crack models to simulate crack propagation in concrete structures. The fracture energies represented by these two separate models are made equal so that the crack representation of the former is seamlessly transitioned to that of the latter. Specifically, the identity relations of the energies are derived to determine the parameters of the cohesive model. Several numerical examples are presented to verify the formulation and demonstrate the promise of the resulting method crack propagation analyses to be extended to multistage failure simulations.

１．はじめに

有限要素法によるき裂の解析手法は損傷モデルと離散ひび割れモデルに大別され，近年では両者の利点を折衷するモデル間遷移手法の研究が行われている．本研究では新たな遷移手法として，き裂の発生を損傷モデルで，進展を本論文で定式化するエネルギー等価性に基づく結合力モデルで解析することで，エネルギーと力のつり合いをシームレスに遷移可能な手法を提案する．加えて，提案手法の基本的性能を一軸引張問題，複雑な破壊への適用を 4 点曲げ試験の数値解析例を通して検証し，提案手法が損傷モデルと結合力モデルをシームレスに遷移出来ることを例証する．

２．エネルギー等価性に基づく遷移モデル

本研究では，車谷ら [1] が提案した損傷モデルで解析を行ない，損傷変数 D がある閾値 D_{cr} に達した要素を隣り合う要素と分離して，要素境界に結合力モデルを挿入する．なお，$D = D_{cr}$ に達した要素を損傷バルク要素と呼称し，結合力モデル挿入後は損傷バルク要素の損傷変数を D_{cr} に固定する．このとき，遷移後の結合力モデルは遷移させることなく引き続き損傷モデルで解析していた場合に得られる解析結果と一致するように以下の性能が要求される．

① 遷移の瞬間の力のつり合いが連続的
② 損傷モデルと同等のエネルギーを散逸

これを満たす結合力モデルを決定するため，き裂面法線方向の結合力と開口変位をそれぞれ $\bar{f}, \bar{w}$ とおき，表面力–開口変位関係を以下のように仮定する．

$$\bar{f} = A\exp\left(-B\bar{w}\right) \tag{1}$$

まず，①に対して，モデル遷移直後の $\bar{w} = 0$ のときの結合力を遷移直前の損傷バルク要素き裂境界上の法線方向応力と一致させるため，次式のような制約を課す

$$Ae^0 = f_{cr} \quad \rightarrow \quad A = f_{cr} \tag{2}$$

ここに，f_{cr} は $\bar{w} = 0$ の結合力であり，損傷バルク要素の Cauchy 応力 σ，き裂面上の外向き法線ベクトル n を用いて次式のように表される．

$$f_{cr} = |\boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{n}| \tag{3}$$

次に要求性能② について，Fig1 に示す $D = D_{cr}$ のときの等価応力–等価ひずみ関係において，損傷バルク要素が遷移後に解放するひずみエネルギーは面積 S_1，遷移しなければ損傷モデルで散逸するはずであったエネルギーは面積 S_2 に対応し，これらのエネルギーの和と整合させるため，以下の制約を課す．

$$\int_0^\infty \bar{f}\,\mathrm{d}\bar{w} = S_1 + S_2 \quad \rightarrow \quad B = \frac{f_{cr}}{S_1 + S_2} \tag{4}$$

以上，式(2)，(4) より，本研究で提案する遷移後のエネルギー等価性に基づいた結合力モデルの表面力–開口変位関係は次式のように表される．

$$\bar{f} = f_{cr}\exp\left(-\frac{f_{cr}}{S_1 + S_2}\bar{w}\right) \tag{5}$$

提案手法では損傷モデルで解析をしたのち，結合力モデルに遷移させ，上式の表面力–開口変位関係により算出される結合力をき裂面の要素に作用させることで損傷モデルと同等のエネルギーを散逸させた上で，き裂を不連続面として表現する．

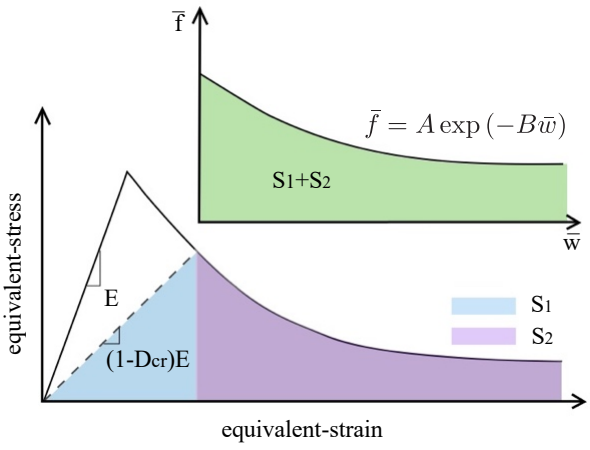


Fig1. Equivalent-stress equivalent-strain relation

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．数値解析例

(1) 基本性能検証のための一軸引張問題

提案手法の基本的な性能を検証するため，Fig2 に示す一軸引張問題に対してメッシュサイズを変化させて解析を行い，損傷モデルの解析結果と比較する．境界条件および解析パラメータは同図の通りであり，1 要素のサイズを 10, 5, 2 mm の 3 通りに変化させる．また，中央部のみにき裂が生じるように中央部の要素には損傷構成則，それ以外の要素には弾性構成則を適用する．

Fig3 に損傷モデルと提案手法により得られた荷重–変位曲線を示す．実線が損傷モデルの解析結果，マーカーが提案手法で結合力モデルに遷移した後の解析結果を表しており，荷重を載荷面の面積で除している．同図から，いずれのメッシュサイズでも荷重–変位曲線が高い精度で損傷モデルと一致することが確認できる．このことから，一軸引張問題に対して，提案手法はメッシュサイズに依存せずにシームレスな遷移が可能であると言える．

(2) 複雑な破壊への適用の検討のための 4 点曲げ試験

非一様な変形により，複数箇所で同時にき裂が進展するような複雑な破壊へ適用を検討するため，Fig4 に示す簡易モデル化した鉄筋コンクリート供試体に対し，4 点曲げ試験を模擬した数値解析を行う．本研究では破壊モードIを想定して定式化しているため，せん断破壊が支配的となる手前までを解析対象とし，モデル中央の上側に y 方向に 0.5 mm の強制変位を載荷させる．鉄筋とコンリートの解析パラメータは同図の通りとし，鉄筋は損傷も降伏もしないものと仮定として弾性構成則を，コンクリートには損傷構成則を適用する．

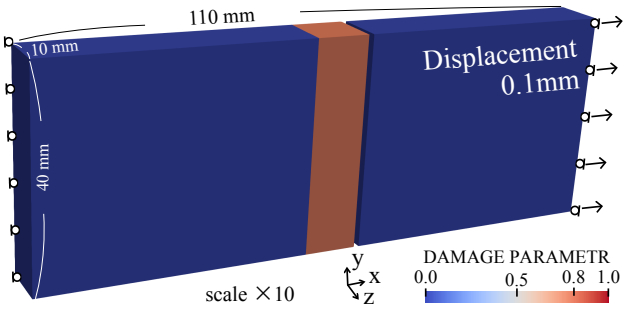
解析結果として，損傷モデルと提案モデルにより得られた裁荷点での荷重–変位曲線を Fig5 に，変形倍率を 400 倍にしたき裂の進展性状と損傷変数の分布を Fig4 にそれぞれ示す．この結果から，提案手法は 4 点曲げ試験に対して複数のき裂を不連続面として表現した上で，十分な精度で損傷モデルの解析結果と一致していると言える．

４．おわりに

本論文では，損傷モデルから結合力モデルへの遷移手法を定式化して，シームレスなき裂の発生・進展解析手法を提案した．提案手法の表現性能を検証するため，まず，一軸引張問題に対して本手法がメッシュサイズに依存することなく損傷モデルから結合力モデルへ適切に遷移できることを示した．次に，4 点曲げ試験に対して本手法は複数き裂が進展する複雑な破壊挙動に対しても十分な精度で遷移できることを例証した．今後は，提案手法のせん断変形への拡張と動的解析への適用を検討し，き裂進展後の構造物全体の崩壊挙動の再現を実施していく予定である．

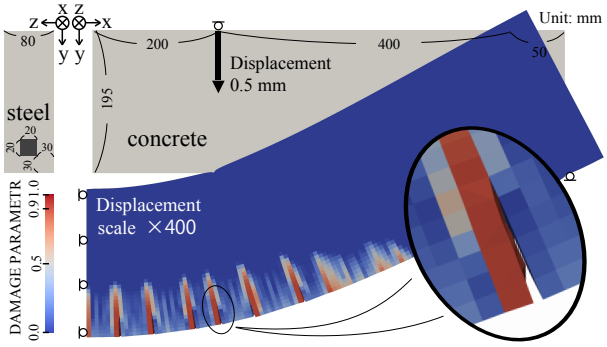
参考文献

1) Kurumatani, M., Terada, K., Kato, J., Kyoya, T. and Kashiyama, K.: An isotropic damage model based on fracture mechanics for concrete, Engineering Fracture Mechanics, Vol. 155, pp. 49–66, 2016.



E	ν	k	ε_0	G_f	D_{cr}	ϵ_N
20000 MPa	0.0	10	0.0001	0.05 N/mm	0.8	1.0×10^9

Fig2. Parameters of uniaxial stretching problem



	E	ν	k	ε_0	G_f	D_{cr}	ϵ_N
steel	210 GPa	0.0	–	–	–	–	–
concrete	20 GPa	0.0	10	0.0001	0.2 N/mm	0.9	1.0×10^9

Fig4. Parameters of 4-point bending problem

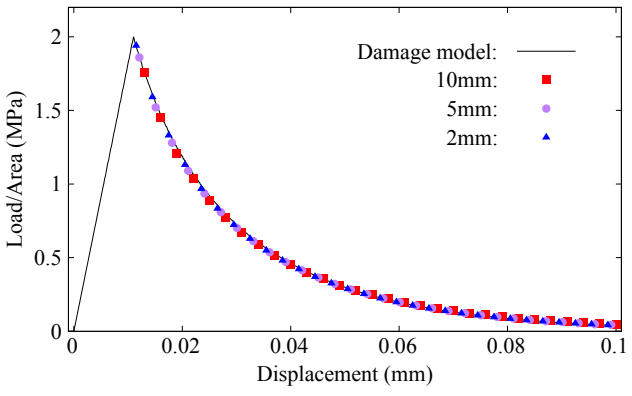


Fig3. Load-Displacement curve of uniaxial stretching problem

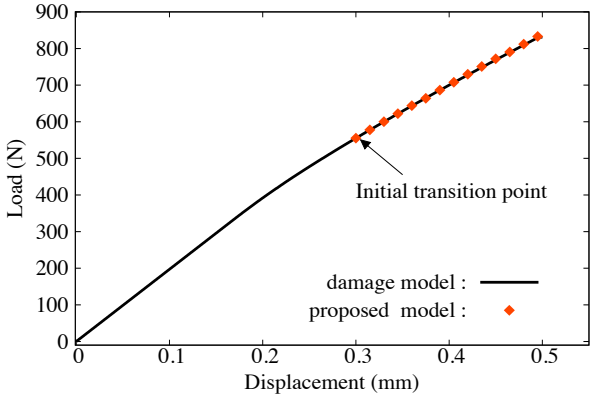


Fig5. Load-Displacement curve of 4-point bending problem

透過型砂防堰堤の転倒解析に対する動的な土石流荷重モデルの検討

A dynamic debris flow load model for an overturning analysis of open Sabo dam

小松　喜治（防衛大・理工）　　堀口　俊行（防衛大・理工）　　香月　智（防衛大・理工）
Yoshiharu KOMATSU, National Defense Academy
Toshiyuki HORIGUCHI, National Defense Academy
Satoshi KATSUKI, National Defense Academy
FAX: 046-844-5913, E-mail: ed19002@nda.ac.jp

In recent years, some cases of severe damage related to Sabo dams have occured. Those cases induced by a excess design load of debris flow. An effect of the debris flow including many uncertainties, should be clear for a future design. In this study, a novel experiment that is able to confirm an overturn limit and load distribution its time histories, have conducted. Based on the experiment, a dynamic debris flow load model under an overturn limit state is proposed. The reproducibility of overturn limit and dynamic load is examined in FEM analysis.

１．緒　言

近年，局地的な集中豪雨や台風の影響により土石流災害が多く発生している．土石流の対策構造物として，透過型砂防堰堤（以下，透過型と呼ぶ.）がある．透過型は，不透過型砂防堰堤に用いる設計荷重を準用している [1]．しかし，近年，透過型が損傷する事例が発生しており，現行の設計荷重以上の外力に起因することが判っている．

そこで本研究は，転倒限界を確認できる実験をもとに，その限界付近における土石流荷重を動的な荷重分布モデルとして提案し，そのモデルに基づく FEM 解析での再現性を試みたものである．

２．実験の概要

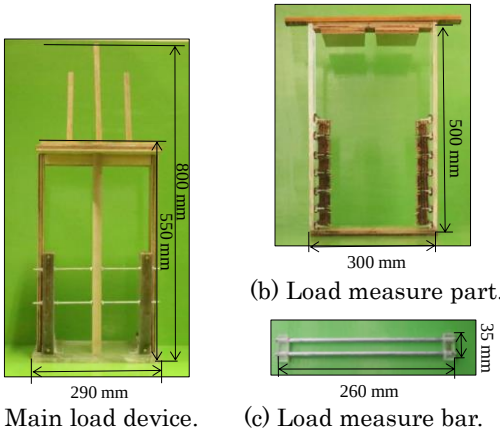
本実験は直線水路を用い，河床勾配は 15.0 °に設定した．Photo. 1 に，堰堤モデルを示す．堰堤モデルは本堤部と荷重計測部の 2 つの機構に分かれている．Photo. 1(a)に示す本堤部は，底板と底面を蝶番で連結することで転倒できるようになっている．また，上部に載せる重錘質量を変化させることで，その抵抗モーメントを変えることが可能となっている．Photo. 1(b)に，荷重計測部を示す．この計測部に Photo. 1(c)に示す鉄棒梁の両側端にロードセルをそれぞれ貼り付け，堰堤高方向に 6 段それぞれに作用する水平方向の外力を計測した．

本実験では，総重量 60 kg の礫塊に 0.3 mの高さまで貯めた水を礫流し込むことで土石流を生起させた．堰堤モデルが動いたことを確認するためにダイヤルゲージおよび変位計を堤底に設置した．実験は，各重錘に対して 5 回ずつ行った．

３．実験結果

Fig. 1 に，本堤部の最大浮き上がり量～重錘質量関係を示す．最大浮き上がり量は，重錘質量が大きくなるにつれて浮上らなくなる．そして，重錘質量 W = 8 kg を境界に浮上がりにくくなることから，土石流の作用モーメントは重錘質量 W = 8 kg の抵抗モーメントと対応する 30.6 N･m となる．

Fig. 2 に，重錘質量 W = 8 kg における各段の荷重～時間関係を示す．荷重は，各段 0.04 s の時間差で衝突しており，荷重は衝突位置の高さが高くなるにつれて小さくなる．これは礫の衝突速度が先行停止礫の効果で減少するためである．また，各段の荷重に高さを乗じた作用モーメントをすべて足し合わせた時の最大作用モーメントは 30.9 N･m であり，重錘質量 W = 8 kg の抵抗モーメント 30.6 N･m とほぼ一致する．



(a) Main load device.　(b) Load measure part.　(c) Load measure bar.

Photo. 1 Sabo dam model and load measure system.

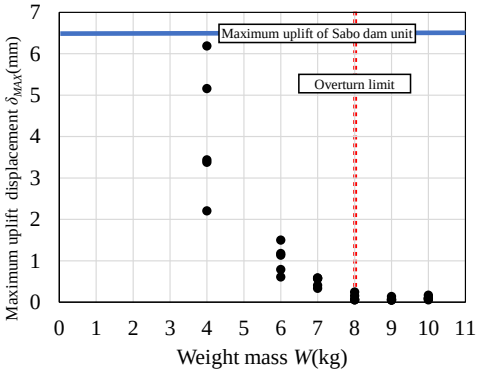


Fig. 1 Maximum uplift displacement and weight mass relation.

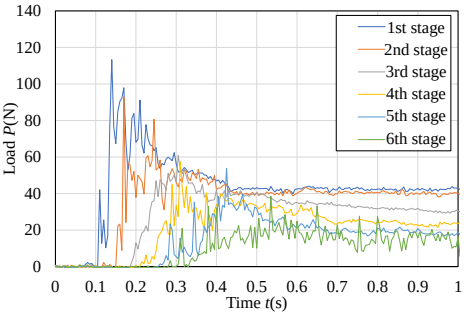


Fig. 2 Load-time history per each height (W = 8 kg).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

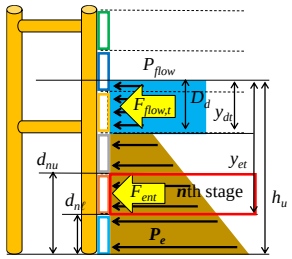


Fig. 3 Load distribution.

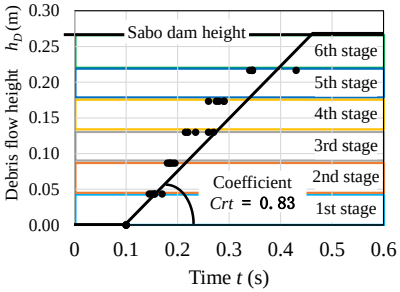


Fig. 4 Debris flow height-time history.

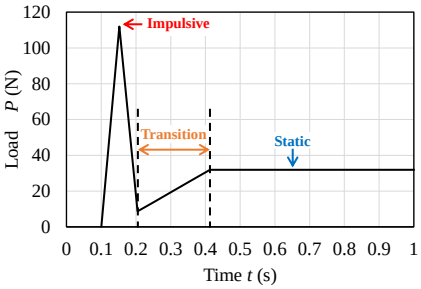


Fig. 5 Dynamic debris flow load model for each height.

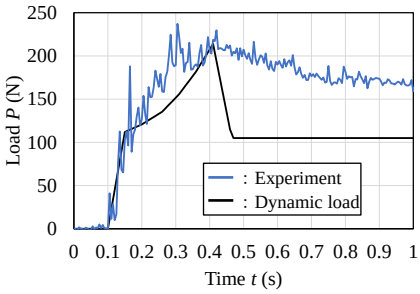
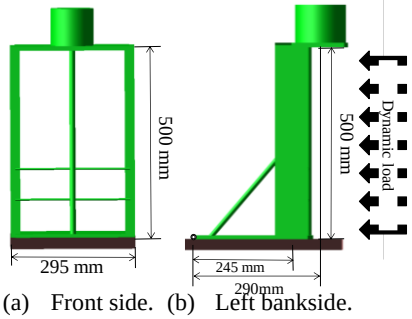


Fig. 6 Debris flow load-time history.



(a) Front side. (b) Left bankside.

Fig. 7 Analysis model.

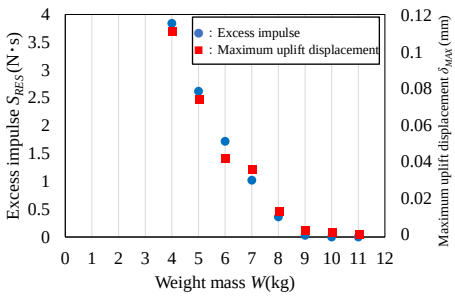


Fig. 8 Excess impulse and maximum uplift displacement.

4．動的な荷重分布モデル

Fig. 3 に時刻 t における荷重分布モデル，Fig. 4 に土石流高さ～時間関係を示す．Fig. 4 の中の実験値は Fig. 1 の土石流が衝突する時間であり，土石流高さ h_u は次式で表す．

$$h_{ut} = C_{rt} \cdot (t - t_0) \qquad (t_0 < t \leq t_H) \qquad (1)$$

ここで，h_{ut}：時刻 t における土石流高さ（m），C_{rt}：上昇係数（m/s）である．

次に，土石流全体の荷重は次式で表される．

$$F_{flow} = \int_0^{D_d} P_{flow}\, dy_{dt} = D_d \cdot K_h \cdot \frac{\gamma_d}{g} \cdot U^2 \qquad (2)$$

ここで，F_{flow}：土石流流体力（N/m），K_h：土石流流体力係数（1.0），γ_d：土石流の単位体積重量（kN/m^3），g：重力加速度（9.8 m/s^2），D_d：土石流水深（m），U：土石流の流速（m/s）である．

次に，n 段目の範囲が $d_{nu} < y_{et} < d_{nl}$ で与えられる時，n 段目の堆砂礫荷重は次式で表される．

$$F_{ent} = \int_{d_{nu}}^{d_{nl}} C_e \cdot \gamma_e \cdot y_{et}\, dy_{et} = \frac{1}{2} \cdot C_e \cdot \gamma_e (d_{nl}^2 - d_{nu}^2) \qquad (3)$$

ここで，F_{ent}：時刻 t における n 段目の堆砂礫荷重（N/m），d_{nl}，d_{nu}：それぞれ n 段目の下部の深さ（m）および上部の深さ（m），C_e：土圧係数，γ_e：土砂の単位堆積重量（kN/m^3），h_e：堆砂高（m）である．

Fig. 5 に，各段に作用する動的な荷重分布モデルを示す．土石流が衝突して，該当する高さに土石流高が達した後，急激に荷重はピーク値に達する．この荷重は従来の大同 [2] の式を基に与える．その後，堆砂礫荷重となり，上載礫厚が増すにつれて大きくなる．

Fig. 6 に，実験と各段に Fig.5 の提案モデルを与え，積算した荷重～時間関係を比較して示す．実験の最大荷重は平均 219 N，提案モデルの最大荷重は 214 N であり，比較すると 2 %の差となる．一方で，実験の最大作用モーメントは 30.9 N・m，提案モデルでの最大作用モーメントは 35.2 N・m であり，比較すると 13 %の差がある．つまり，構造物の転倒に関する評価では安全側となる．

5．解析による比較

本解析手法は，動的弾塑性解析である．Fig. 7 に，本堤部の解析モデルを示す．解析では，各重錘質量ごとの解析を行った．なお，解析モデルの転倒を再現するために，節点の下部は引張りに抵抗しない節点で支えている．

解析の初期条件として，自重による安定解析を行い，その後，Fig. 7(b)のように動的な土石流荷重を与えている．この荷重が転倒限界を超えると回転を開始するが，荷重が減少すると初期の安定形状に復帰する．Fig. 8 に，超過力積と最大浮き上がり量と重錘質量の関係を示す．超過力積と最大浮き上がり量は重錘質量と非線形の関係となる．なお，解析における転倒の限界は重錘質量 W = 9 kg となり，実験の転倒限界である重錘質量 W = 8 kg とほぼ一致した．

6．結　言

本研究において，以下の成果を得た．

(1) 実験での計測結果から，土石流流体力と堆砂礫荷重を組み合わせた動的な荷重分布モデルを提案し，透過型の前面に対して時系列に応じたものを作成した．

(2) 数値解析により提案した荷重分布モデルの妥当性について検討し，実験の再現性について確認することができた．また，構造物が受けた作用力を確認するため，超過力積と最大浮き上がり量の関係について解析結果から明らかにした．

参考文献

1) 財団法人　砂防･地すべり技術センター　鋼製砂防構造物委員会編集：平成 21 年版　鋼製砂防構造物設計便覧，エッセイエブロ，2010.

2) 大同淳之：段波が構造物に作用する衝撃力－水面衝撃実験からの推定－，砂防学会年次講演会講演集，pp.90-91，1978.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

アイソパラメトリック 2 次要素を用いた臨界滑り線探索手法
A Search Method of Critical Slip Line with Quadratic Isoparametric Elements

羽場　一基（大成建設）　　篠原　魁（大成建設）　　渡辺　和明（大成建設）
Kazumoto Haba, Taisei Corporation
Kai Shinohara, Taisei Corporation
Kazuaki Watanabe, Taisei Corporation
E-mail: hb-kzm00@pub.taisei.co.jp

This study proposes a critical slip line search method using particle swarm optimization where the slip lines are discretized by quadratic isoparametric elements. In this method, it is possible to describe complex non-circular slip lines with fewer degrees of freedom because each part of a slip line divided by the elements is interpolated by the quadratic shape functions of the internal coordinate. It is shown that the method enables searching the critical slip line more efficiently compared with the ordinary method with slip lines in the shape of polylines.

１．はじめに

原子力発電所等の重要構造物に対しては，2 次元 FEM 解析により，地震時の基礎地盤及び周辺斜面の安定性が評価される．ここで，安定性の照査では，想定されるすべり線に対して，FEM 解析の応力結果からすべり線に沿った滑動力と抵抗力を算出し，すべり安全率（滑動力/抵抗力）を評価する．この時，安全率最小のすべり線（臨界すべり線）の設定が必要となるが，複雑な地盤モデルにおいて，その設定は容易ではない．

臨界すべり線の探索方法として，最適化手法を用いる方法があり，様々な方法が提案されている．その中で，複雑な地盤においては，粒子群最適化法 [1]（以下，PSO）を用いる方法が最も効率的であると報告されている [2]．これまでに，筆者らは，PSO を用いて 2 次元 FEM 解析の応力結果から臨界すべり線を探索する手法を開発し，その妥当性と適応性を示した [3]．

既往の PSO を用いた臨界すべり線探索手法では，すべり線は複数の節点を結んだ折れ線で表現される．一方，複雑な地盤における臨界すべり線は，同一地層内を通る滑らかな曲線と，地層境界や弱層に沿った直線が組み合わさった複雑な形状になると考えられる．そのため，筆者らを含むいくつかの既往研究では，すべり線の節点数を徐々に増加させることでその精度を担保する．しかし，節点数の増加に伴い評価時間が増大するとともに，FEM 解析による高解像度な応力を用いる場合には，解が極小解に停留し，最適解を探索できない可能性もある．

そこで，本論文では，すべり線をアイソパラメトリック 2 次要素により離散化し，PSO により臨界すべり線を探索する手法を提案する．これにより，すべり線は要素内で内部座標の二次関数で補間されるため，少ない節点で複雑なすべり線を表現できる．また，複数の地盤モデルに対して臨界すべり線探索を行い，その妥当性と有効性を示す．

２．アイソパラメトリック 2 次要素を用いた PSO による臨界すべり線探索手法の概要

PSO は群知能と進化的計算にルーツをもつ最適化手法で，各粒子が速度と位置の情報を持ち，粒子群全体で情報を共有しながら，目的関数を最小化するように位置を更新する [1]．この時，各粒子iの位置P_iは，現ステップまでに各粒子で目的関数が最小の解（パーソナルベスト，PB）$P_{\mathrm{pb}\ i}$と，現ステップまでに全ての粒子のうち目的関数が最小の解（グローバルベスト，GB）P_{gb}により定義される速度V_iを用いて，以下のように更新される．

$$P_i^{k+1} = P_i^k + V_i^{k+1} \tag{1}$$

$$V_i^{k+1} = w \cdot V_i^k + c_{\mathrm{pb}} \cdot r_{\mathrm{pb}}^{k+1} \cdot \left({P_{\mathrm{pb}}}_i^k - P_i^k \right) + c_{\mathrm{gb}} \cdot r_{\mathrm{gb}}^{k+1} \cdot \left({P_{\mathrm{gb}}}^k - P_i^k \right) \tag{2}$$

ここで，上付き添え字kはステップ番号を表す．また，w，c_{pb}及びc_{gb}は各項の重み係数，$r_{\mathrm{pb}}, r_{\mathrm{gb}}$は $[0,1)$の一様乱数である．

PSO を臨界すべり線探索に適用する場合，PSO の粒子はすべり線に対応し，目的関数は安全率となる．この時，すべり線はN個の節点で構成され，PSO の粒子の位置と速度はすべり線の位置と速度に対応する．ここでは，すべり線iの節点位置$\boldsymbol{p_{i,n}}$の集合$\boldsymbol{P_i}$及び節点の速度$\boldsymbol{v_{i,n}}$の集合$\boldsymbol{V_i}$を用いる．

$$\boldsymbol{P_i} = \left(\boldsymbol{p_{i,1}}, \boldsymbol{p_{i,2}}, \cdots, \boldsymbol{p_{i,N}} \right) \tag{3}$$

$$\boldsymbol{V_i} = \left(\boldsymbol{v_{i,1}}, \boldsymbol{v_{i,2}}, \cdots, \boldsymbol{v_{i,N}} \right) \tag{4}$$

既往研究では，すべり線は節点を結んだ折れ線で表現するが，既述した通り，折れ線を用いることで，収束性と精度が低下することが懸念される．そこで，本研究では，3 つの節点を 1 つのアイソパラメトリック 2 次要素として定義し，以下のように節点座標からすべり線形状を補間する．

$$\boldsymbol{p}(\xi) = \sum_{\alpha}^{3} \boldsymbol{p}^{\alpha} N^{\alpha}(\xi) \tag{5}$$

$$\begin{pmatrix} N^1(\xi) \\ N^2(\xi) \\ N^3(\xi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (2\xi - 1)(\xi - 1) \\ -4\xi(\xi - 1) \\ \xi(2\xi - 1) \end{pmatrix} \tag{6}$$

αは要素の節点番号，ξは要素内部座標，$N^{\alpha}(\xi)$は節点αの形状関数である．Fig.1 に，折れ線及びアイソパラメトリック 2 次要素を用いたすべり線形状の例を比較して示す．このように，2 次要素を用いることで，少ない節点で滑らかな曲線と折れ線を同時に表現することが可能である．FEM 解析を用いる場合，駆動力と抵抗力は要素内のすべり線の角度によって変化するため，Fig.1 のような差異はすべり安全率の値に大きく影響する．

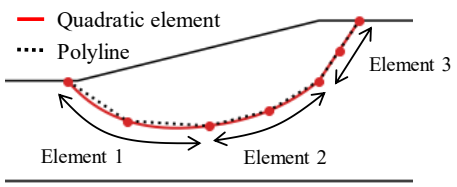


Fig. 1 Comparing shape of slip lines with a polyline and quadratic isoparametric elements.

Fig.2 に，本検討で用いる PSO による臨界すべり線探索手法の評価フローを示す．まず，A)初期のすべり線として，40 本 7 節点 3 要素のすべり線を発生させる．初期滑り線は，円弧すべり形状を等分割するように節点を配置し，要素内は式(5)で補完した線とする．次に，B)FEM 解析の応力結果に基づき，安全率を評価する．その後，C)PB 及び GB を更新し，D)すべり線の

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

速度と安全率を用いた収束条件を満たさなければ，E)式(1)及び(2)に基づき位置$\boldsymbol{P_i}$と速度$\boldsymbol{V_i}$を更新する．ここで，安全率の評価では，実務での取り扱いに倣い，要素内の応力は一定とする．この時，すべり安全率SFは以下のように与えられる．

$$SF = \frac{\sum_{m\in M} \tau_{Rm} \cdot l_m}{\sum_{m\in M} \tau_{Sm} \cdot l_m} \qquad (7)$$

ここで，mは要素番号，Mはすべり線が通る要素の要素番号の集合，τ_{Rm}，τ_{Sm}及びl_mは要素mのすべり線に沿ったせん断強度，せん断力及びすべり線長さである．また，収束判定は，先行研究 [3]を参考に，各ステップの安全率の更新量$\delta SF = SF\left(\boldsymbol{P}_{\mathbf{GB}}^{\boldsymbol{k-1}}\right) - SF\left(\boldsymbol{P}_{\mathbf{GB}}^{\boldsymbol{k}}\right)$が 0.001 以下，かつ各節点の速度$\boldsymbol{v}_{i,n}^{\boldsymbol{k}}$が要素長さの 1/50 以下の時に収束したとする．

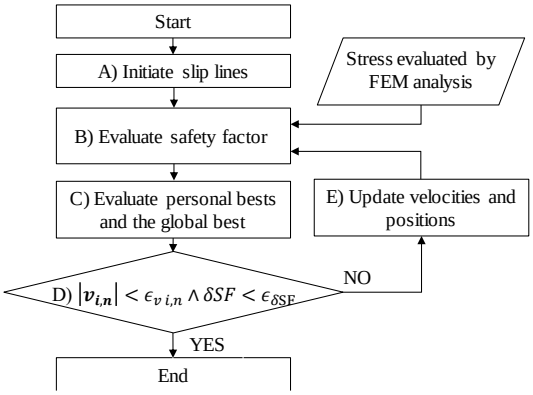


Fig. 1 Evaluation flow of critical line search method.

３．適用性検討

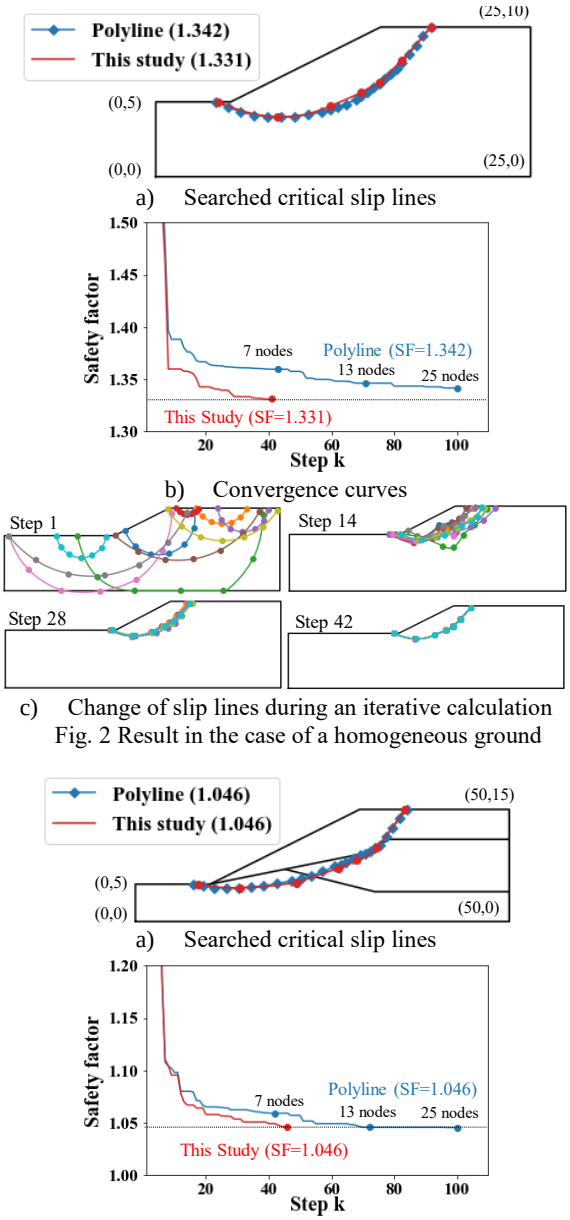
ここでは，開発手法の妥当性と有効性の検討のため，静的 FEM 解析結果に基づき，開発手法による臨界すべり線探索を実施する．ここでは，解析モデルは要素サイズ 50cm の平面歪要素でモデル化する．また，比較のため，すべり線を折れ線で表現した既往研究 [3]を用いた探索も実施する．ここで，既往研究では，すべり線の節点数を段階的に増加させることで精度を向上させている．具体的には，N=7 節点の折れ線の初期滑り線から，段階的に節点数を 2N-1 倍し，節点増加に伴う安全率の変化が 0.01 以下になった時に，探索を終了する．

Fig. 2 に均質地盤に自重を載荷した条件での探索結果を示す．Fig. 2 a), b)及び c)は探索した臨界すべり線，収束曲線及び反復計算途中のすべり線の変化を示している．ここで，Fig. 2 a)の括弧内の数値は座標値を示しているが，解析領域はより大きくとっている．Fig. 2 a)より，アイソパラメトリック 2 次要素ですべり線をモデル化する本手法では，少ない節点で滑らかな曲線を評価できており，25 節点の折れ線と同様の結果となっていることがわかる．また，Fig. 2 b)より，すべり線探索にかかる時間（またはステップ数）は，折れ線を用いる場合に比べ，半分以下の時間で探索が可能となっていることがわかる．初期にランダムに発生させたすべり線は，Fig. 2 c)のように，互いに情報共有しながら最適解に収束していく．

また，Fig. 3 に多層地盤に自重及び水平地震荷重を静的に載荷した条件での探索結果を示す．Fig. 3 a)及び b)はそれぞれ探索結果及び収束曲線である．この結果から，複雑な地盤に対しても，アイソパラメトリック 2 次要素を用いることで， 7 節点で効率よく探索が可能であることがわかる．

４．まとめ

本稿では，すべり線をアイソパラメトリック 2 次要素により離散化し，PSO を用いて臨界すべり線を探索する方法を提案した．また，適用性検討により，従来のすべり線を折れ線で表現する方法に比べ，少ない節点数で同精度の評価が可能であり，計算時間を半分程度以下に削減することができた．今後は，より複雑な地盤モデルに対する適用性を確認するとともに，動的 FEM 解析及び 3 次元 FEM 解析への適用を検討する．



a) Searched critical slip lines

b) Convergence curves

c) Change of slip lines during an iterative calculation

Fig. 2 Result in the case of a homogeneous ground

a) Searched critical slip lines

b) Convergence curves

Fig. 3 Result in the case of a multi-layered ground

参考文献

1) Kennedy, J. and Eberhart, R.: Particle Swarm Optimization, Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Neural Networks, Vol. 4, pp. 1942–1948, 1995.
2) Cheng, Y. M., Li, L. and Chi, S. C.: Performance studies on six heuristic global optimization methods in the location of critical slip surface, Computer and Geotechnics, Vol. 34, No. 6, pp. 462–484, 2007.
3) 篠原魁，羽場一基，渡辺和明: FEM 解析を用いた地盤安定性評価における臨界すべり線探索法の開発，日本地震工学会論文集（投稿中）

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Hovland 法と三次元簡易 Bishop 法を用いた広域の斜面安定解析
A slope stability analysis over a large area using Hovland's method and 3D simplified Bishop's method

須郷大地（東北大）　藤田真粋（東北大）　森口周二（東北大）　寺田賢二郎（東北大）
Daichi SUGO, Tohoku University
Saneiki FUJITA, Tohoku University
Shiji MORIGUCHI, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: daichi.sugo.s2@dc.tohoku.ac.jp

We explore two major three-dimensional (3D) circular slip methods. One of them is the Hovland's method, which is a 3D extension of Fellenius' method, and the other is 3D simplified Bishop's method. The latter is considered to have higher accuracy than the former, because an interactive force between adjacent soil columns is taken into account. However, since the accuracy has not been rigorously investigated so far, we originally perform slope stability analysis using these separate methods in this study. Specifically, we compare the methods in terms of accuracy in predicting slope failures occurring in a heavy rain event and discuss their capabilities in comparison with a slope disaster that actually occurred.

1. はじめに

日本には急峻な山地が広く分布し，崩壊の危険性を検討すべき斜面が多く存在する．加えて地震や台風などの災害も頻発するため，それらの災害による影響も考慮して斜面安定解析を行い，被害を最小限に抑える対策が必要となる．本研究では，三次元斜面安定解析手法である Hovland 法 [1] と三次元簡易 Bishop 法 [2]の 2 種類の手法を用いて広域の実地形を対象とした土砂災害のリスク評価を行い，その特徴と解析精度について分析する．

2. 解析手法

2. 1. 地形表現

本研究では，正方形メッシュにより地形を表現する．この際，国土地理院の数値標高モデル [3]を用いて正方形メッシュの各節点における標高値を決定する．

2. 2. 楕円体の設定

斜面勾配方向を $-\boldsymbol{u}_n$，斜面法線方向を $-\boldsymbol{w}_n$ として，$\boldsymbol{u}_n$，$\boldsymbol{w}_n$ に垂直で右手形をなすベクトルを $\boldsymbol{u}_n$ とする．$\boldsymbol{u}_n$ を回転軸とする Fig. 1 のような回転楕円体を考えて，この楕円体で切り取られる面をすべり面とする．

2. 3. 安全率の算出

2. 3. 1 三次元簡易 Bishop 法

鵜飼の提案した三次元簡易 Bishop 法 [2]を基礎として，任意方向の楕円体の回転軸と基盤面を考慮できるよう修正したすべり土塊全体でのモーメントのつり合い式を式(1) に，鉛直方向の力のつり合い式を式(2)に示す．

$$F = \sum_i \sum_j [[(\boldsymbol{r}_{b\bar{v}} \times \boldsymbol{e}_T) \cdot \boldsymbol{v}_n [c\Delta x \Delta y (1 + \eta \tan^2 \alpha_{yz}) + \left\{ |\boldsymbol{W}_{ij}| - u_{ij} \Delta x \Delta y \ (1 + \eta \tan^2 \alpha_{yz}) \right\} \tan\phi] / m_\alpha]] \Bigg/ \sum_i \sum_j \left\{ |\boldsymbol{W}_{ij}| (\boldsymbol{e}_{g\bar{v}} \times \boldsymbol{r}_{g\bar{v}}) \cdot \boldsymbol{v}_n \ + \ (K_h |\boldsymbol{W}_{ij}| (\boldsymbol{e}_{h\bar{v}} \times \boldsymbol{r}_{h\bar{v}}) \cdot \boldsymbol{v}_n \right\} \tag{1}$$

$$F = \sum_i \sum_j [\{(c - u_{ij} \tan\phi) \eta \Delta x \Delta y (T_3 \tan^2 \alpha_{yz} + T_2 \tan \alpha_{yz}) + |\boldsymbol{W}_{ij}| (F/J + T_3 \tan\phi)\} / m_\alpha] \Bigg/ \sum_i \sum_j |\boldsymbol{W}_{ij}| \tag{2}$$

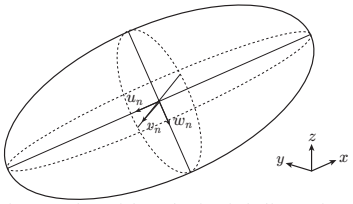


Fig.1 Spheroid and triaxial direcrtion.

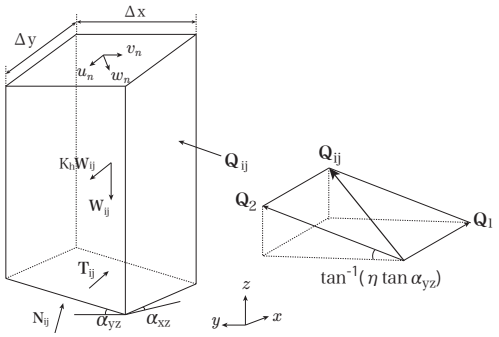


Fig.2 The force acting on a column and the direction of internal force.

$$J = \sqrt{1 + \tan^2 \alpha_{xz} + \tan^2 \alpha_{yz}} \tag{3}$$

$$m_\alpha = \frac{1 + \eta \tan^2 \alpha_{yz}}{J} + \frac{(T_3 - T_2 \eta \tan \alpha_{yz}) \tan\phi}{F} \tag{4}$$

ここに，c は粘着力，ϕ は内部摩擦角，u_{ij} はすべり面上の間隙水圧，W_{ij} は土柱重量，Δx，Δy は土柱を xy 平面へ投影した時の各長さ，α_{xz}，α_{yz} はそれぞれすべり面と xz 平面，yz 平面がなす角度，K_h は水平震度係数である．また，$\boldsymbol{r}_{g\bar{v}}$は楕円体中心から土柱重心までの位置ベクトルの $\boldsymbol{u}_n$ に垂直な成分，$\boldsymbol{r}_{b\bar{v}}$は楕円体中心からすべり面までの位置ベクトルの u_n に垂直な成分，$\boldsymbol{e}_{b\bar{v}}$ はすべり面の勾配方向を表す単位ベクトルの $\boldsymbol{u}_n$ に垂直な成分，$\boldsymbol{e}_{h\bar{v}}$ は水平面内でのすべり面の勾配方向を表す単位ベクトルの $\boldsymbol{u}_n$ に垂直な成分，$\boldsymbol{e}_{g\bar{v}}$ は重力方向の単位ベクトルの $\boldsymbol{u}_n$ に垂直な成分である．T_2，T_3 はすべり面に作用するせん断力 T_{ij} の単位方向ベクトル $\boldsymbol{e}_T$ = (T_1,T_2,T_3)の成分である．ただし，T_{ij} は $\boldsymbol{u}_n$ に垂直な方向と仮定する．式(1)と式(2)を連立することで安全率 F および未知定数 η を算出する．これは非線形連立方程式となるため，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Newton-Raphson 法を用いて計算する．

2. 3. 2. Hovland 法

Hovland 法[1]を基礎として，任意方向の楕円体の回転軸と基盤面を考慮できるよう修正したものを次式に示す．各種ベクトルおよび定数は三次元簡易 Bishop 法のものと同様である．

$$F = \sum_i \sum_j [[(\boldsymbol{r}_{b\bar{v}} \times \boldsymbol{e}_T) \cdot \boldsymbol{v}_n [c\Delta x\Delta y + \{|\boldsymbol{W}_{ij}|/J - u_{ij}J\Delta x\Delta y\} \tan\phi]]] / \sum_i \sum_j \{|\boldsymbol{W}_{ij}|(\boldsymbol{e}_{g\bar{v}} \times \boldsymbol{r}_{g\bar{v}}) \cdot \boldsymbol{v}_n + (K_h|\boldsymbol{W}_{ij}|(\boldsymbol{e}_{h\bar{v}} \times \boldsymbol{r}_{h\bar{v}}) \cdot \boldsymbol{v}_n\} \quad (5)$$

3. 実地形への適用

Fig. 3 に示す丸森町の一部地域 15km×15km の範囲について，完全飽和条件で粘着力 c = 12.8kPa，内部摩擦角 ϕ = 28.1°，土の単位体積重量 19.3kPa/m^3 として解析を実施した．対象とした地形は要素長 5m の正方形メッシュを用いて表現し，表層厚は 10m とした．三次元簡易 Bishop 法による安全率分布を Fig. 4 に，Hovland 法による安全率分布を Fig. 5 に，丸森町の 2019 年台風 19 号に伴う実際の崩壊分布を Fig. 6 に示す．三次元簡易 Bishop 法，Hovland 法ともに危険箇所の分布と実際の崩壊箇所は類似した傾向を示しているが，三次元簡易 Bishop 法が安全率分布が小さくなっていることが確認され，より実際の崩壊分布と近い分布となっていると考えられる．

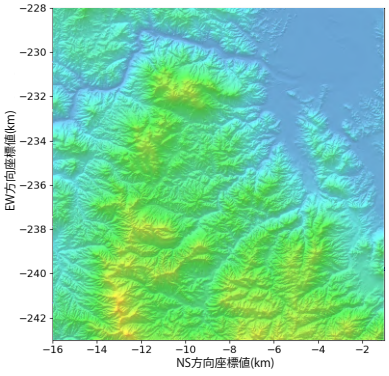


Fig. 3 Analysis area.

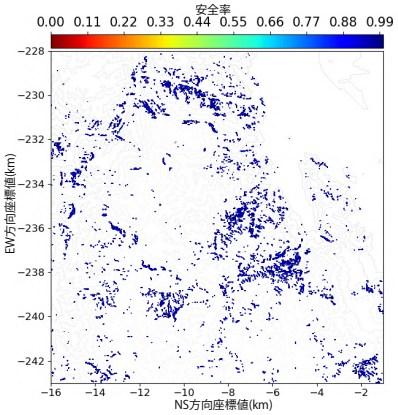


Fig. 4 Analysis result by 3-D simplified Bishop's method.

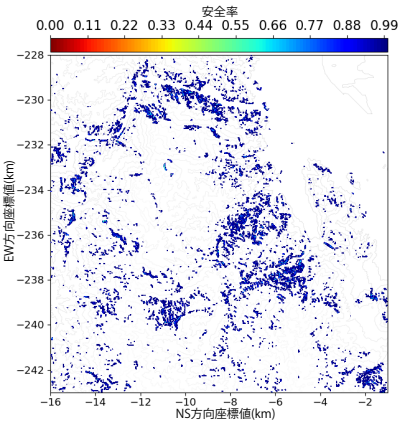


Fig. 5 Analysis result by Hovland's method.

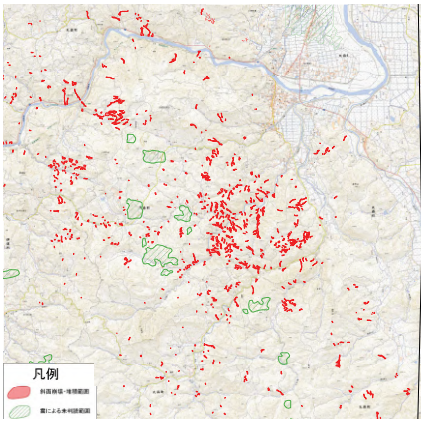


Fig. 6 Actual slope failure distribution.

4. まとめ

本研究では三次元の広域地形に対して適用可能な三次元簡易 Bishop 法による斜面安定解析手法を構築し，実際の地形に対してこの方法と Hovland 法それぞれを用いて斜面安定解析を実施した．三次元簡易 Bishop 法では内力を考慮するため計算精度に優れる一方で，Hovland 法と比較して計算コストが増大するため広域に対して適用する場合にはデメリットとなり得る．楕円体の形状や位置，および収束計算における初期値の適切な設定により，計算コストを低減可能な可能性があるため，三次元簡易 Bishop 法の計算条件に関する詳細な検証が今後の課題である．

参考文献

1) Hovland, H. J.: Three-dimensional slope stability analysis method, *Int. J. of Mechanical Science*, Vol. 103, No. 9, pp. 971–986, 1977.
2) 鵜飼恵三，細堀健司: 簡易 bishop 法，簡易 janbu 法および spencer 法の三次元への拡張，土木学会論文集，No. 394, pp. 21–26, 1988.
3) 国土地理院: 基盤地図情報ダウンロードサービス，https://fgd.gsi.go.jp/download/menu.php.
4) 国土地理院: 丸森地区（宮城県白石市、角田市、丸森町、福島県相馬市、伊達市）令和元年台風 19 号に伴う斜面崩壊・堆積分布図，https://www.gsi.go.jp/BOUSAI/R1.taihuu19gou.html#10

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

剛塑性有限要素法における変形拘束条件や剛体領域の取扱いに関する一考察

Treatment of Velocity Constraint and Rigid Body Region in Rigid-Plastic Finite Element Method

山栗 祐樹（金沢大・自然研）　小林 俊一（金沢大・理工）　西藤 潤（京都大・工）
Yuki YAMAKURI, Kanazawa University
Shun-ichi KOBAYASHI, Kanazawa University
Jun SAITO, Kyoto University
FAX: 076-234-4644　E-mail: koba@se.kanazawa-u.ac.jp

The authors have proposed a rigid plastic modeling of sheet-like reinforcement, such as geotextiles, using a velocity constraint condition to simulate a bearing capacity problem of a reinforced soil by three-dimensional rigid plastic finite element method. In a similar way, a rigid plastic modeling of a rigid body region, such as a rigid footing of a foundation structure, is proposed and discussed in this paper. Bearing capacity analysis of a square footing resting on a clayey soil subject to central inclined loads are conducted to demonstrate a performance of the proposed modeling.

1. はじめに

剛塑性有限要素法 [1] は，極限定理に基づき，有限要素による空間離散化を組み込むことで最終的に非線形最適化問題として定式化される．地盤工学における剛塑性有限要素法は，支持力問題や斜面の安定問題，土圧問題の汎用的数値解析手法と位置付けられる．

ジオテキスタイルやアンカーによる地盤補強工法で補強された補強土地盤の安定問題を剛塑性有限要素法で解くために，変位速度場に制約条件（以後，変形拘束条件と称す）を課すことで地盤補強材をモデル化する方法 [2),3)] がある．2 次元解析の場合，ジオテキスタイルなどの地盤補強材は「線上補強材」と見なせるため既往の手法によるモデル化は有効である．また地盤補強材に限らず，剛な基礎をモデル化するためにも有効な手法である．一方 3 次元解析の場合，ジオテキスタイルは「面上補強材」，剛な基礎は「剛体」と見なせる．3 次元解析において，これらをモデル化するためには既往の手法をどのように適用すべきであろうか．

以上を踏まえて本研究では，3 次元の剛塑性有限要素解析を念頭に置き，先行研究で提案された変形拘束条件の取扱いについて述べる．また 3 次元の剛な基礎をモデル化する方法として剛体運動を記述する制約条件を提案する．さらに提案モデルを用いて，粘性土地盤上の中心傾斜荷重を受ける正方形基礎の支持力解析を実施した．これらについて報告する．

2. 変形拘束条件とその取扱いに関する考察

(1) 2 点間拘束条件

ジオテキスタイルやアンカーなどをモデル化する方法に 2 点間の距離が伸び縮みしない条件がある [2)]．本研究ではこの方法を 2 点間拘束条件と呼ぶ．幾何非線形性を無視して AB 間の 2 点間拘束条件を線形近似すれば，AB 間の伸び速度がゼロとなる条件が導出できる．

$$\boldsymbol{n}\cdot(\dot{\boldsymbol{u}}_B-\dot{\boldsymbol{u}}_A)=0 \tag{1}$$

ここに $\boldsymbol{n}$ は直線 AB の単位方向ベクトル，$\dot{\boldsymbol{u}}_A,\dot{\boldsymbol{u}}_B$ は A 点，B 点の変位速度である．

(2) 3 点間拘束条件

補強土壁のパネルや吹付コンクリートのような補強工法をモデル化する方法に 3 点間が直線上に位置する条件がある [3)]．本研究ではこの方法を 3 点間拘束条件と呼ぶ．変形前の 3 点間 A,B,C が直線上にあるとすると，変形後の 3 点間 A',B',C' が直線上にあるための条件は，ベクトル $\overrightarrow{A'B'}$ とベクトル $\overrightarrow{B'C'}$ の外積がゼロベクトルとなることである．これは最終的に次式で表される．

$$l_{AB}\boldsymbol{n}\times(\dot{\boldsymbol{u}}_C-\dot{\boldsymbol{u}}_B)-l_{BC}\boldsymbol{n}\times(\dot{\boldsymbol{u}}_B-\dot{\boldsymbol{u}}_A)=\boldsymbol{0} \tag{2}$$

ここに l_{AB},l_{BC} はそれぞれ AB 間の距離と BC 間の距離，$\boldsymbol{n}$ は直線 ABC の単位方向ベクトル，$\dot{\boldsymbol{u}}_A,\dot{\boldsymbol{u}}_B,\dot{\boldsymbol{u}}_C$ は A 点，B 点および C 点の変位速度である．

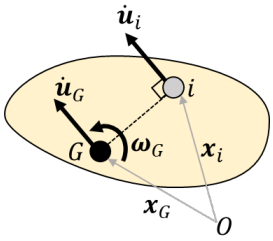


Fig.1 Rigid constraint condition

(3) 剛体制約条件

剛な基礎等をモデル化するために，ここでは基準点 G に関する剛体運動，すなわち並進運動と点 G 周りの剛体回転運動を記述する条件（剛体制約条件）について述べる．

剛体制約条件の概念図を Fig.1 に示す．剛体内にある点 i と基準点 G の 2 点間の距離が常に一定，すなわち剛体運動をするためには，並進運動と回転運動を考慮して次式を満足しなければならない．

$$\dot{\boldsymbol{u}}_i=\dot{\boldsymbol{u}}_G+\boldsymbol{\omega}_G\times(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_G) \tag{3}$$

ここに $\boldsymbol{x}_i,\dot{\boldsymbol{u}}_i$ は点 i の位置および変位速度，$\boldsymbol{x}_G,\dot{\boldsymbol{u}}_G$ は基準点 G の位置，変位速度である．$\boldsymbol{\omega}_G$ は基準点 G を中心とした角速度（ベクトル）である．

(4) 変形拘束条件の取扱いに関する考察

3 次元解析の場合，ジオテキスタイルは「面上補強材」と見なすことができる．したがって，鉛直方向の座標軸と直交する 2 方向に対して 2 点間拘束条件を付加することで，適切にモデル化できると考えられる．また土留め掘削の矢板なども同様に「面上補強材」と見なせるため，2 点間拘束条件と 3 点間拘束条件を組み合わせることでモデル化できると考えられる．

一方剛な基礎は「剛体」と見なせるため，複数の 2 点間拘束条件および 3 点間拘束条件を課す必要があり，変形拘束条件の記述が煩雑になる．これに対して本研究で提案する剛体制約条件は，並進運動と回転運動を考慮した記述となっているため，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

基礎中央を基準点とし，基礎部に相当する全ての節点に対して，この制約条件を付加することで，剛な基礎を適切に表現することができる．

3. 剛体制約条件を付加した剛塑性有限要素法の定式化

応力場を未知量とする下界法に基づく剛塑性有限要素法 [1] に対して剛体制約条件を追加した以下の非線形最適化問題を検討する．

$$\text{Find} \max_{\boldsymbol{\sigma},\boldsymbol{p},\boldsymbol{q}_R,\alpha} \alpha \tag{4a}$$

$$\text{s.t.} \boldsymbol{B}^T\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\Gamma}_c + \boldsymbol{D}_d^T\boldsymbol{p} + \boldsymbol{D}_R^T\boldsymbol{q}_R \tag{4b}$$

$$\alpha\boldsymbol{\Gamma}_0 = \boldsymbol{C}_R^T\boldsymbol{q}_R \tag{4c}$$

$$f_i(\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{x}_i)) \le 0, \quad \forall \boldsymbol{x}_i \in V \tag{4d}$$

ここに $\boldsymbol{\sigma}$ は応力ベクトル，α は荷重係数，$\boldsymbol{p}$ はディリクレ反力，$\boldsymbol{q}_R$ は剛体制約条件による反力，$\boldsymbol{B}$ は B マトリクス，$\boldsymbol{\Gamma}_0$ は基準荷重，$\boldsymbol{\Gamma}_c$ は一定荷重，$\boldsymbol{D}_d$ はディリクレ境界条件に関する行列，$\boldsymbol{D}_R$ は剛体制約条件が課される節点を指定する行列，$\boldsymbol{C}_R$ は剛体制約条件に関する行列である．

式 (4b) は空間離散化した力の釣合い式，式 (4c) は剛体制約条件を追加したことによる外力と反力の釣合い，式 (4d) は降伏条件である．f_i は降伏関数，$\boldsymbol{x}_i$ は応力評価点である．

また主双対内点法に基づき，上記の非線形最適化問題に対する解の最適性条件（=Karush-Kuhn-Tucker 条件）を満たす解を直接求めることで，下界法の未知量だけではなく上界法の未知量である節点変位速度場等が得られる [1]．

4. 剛体制約条件の応用例～中心傾斜荷重を受ける正方形基礎の支持力問題～

(1) 数値実験条件

Fig.2 に示すような粘性土地盤上の中心傾斜荷重を受ける正方形基礎の支持力問題を取り上げる．地盤材料は von-Mises モデルで非排水せん断強度は $c_u = 10[\text{kPa}]$, 地盤の単位体積重量は $\gamma = 16[\text{kN/m}^3]$ とした．数値計算を安定させるために応力テンソルの第 1 不変量 I_1 について，$I_1 \le 0$ となるように制約を付加した [4]．境界条件については，側面はスライダー支点，底面は固定支点とした．基準荷重として，大きさ 1[kN] の集中荷重を基礎の中央に載荷させ，荷重の傾斜角 δ および水平荷重の載荷方向 θ を変化させた．なお問題の対象性を考慮して水平荷重の載荷方向は $\theta = 0° \sim 90°$ とした．剛体で完全に粗い基礎を表現するために，変位速度場に剛体制約条件を付加した．

(2) 数値実験結果

得られた数値実験結果を非排水せん断強度 c_u と基礎の断面積 A を用いて無次元量で整理した（Fig.3）．図より中心傾斜荷重を受ける正方形基礎の地盤の終局限界状態は，無次元荷重空間 $(H_x/(c_uA), H_y/(c_uA), V/(c_uA))$ における支持力曲面で表せることが分かる．

破壊モードについては，Fig.4 に示すような「支持力破壊モード」と「滑動破壊モード」が得られた．極限支持力に対応する破壊モードを記号○と□で Fig.3 に示した．○は「支持力破壊モード」，□は「滑動破壊モード」を意味する．水平荷重の増加に伴って，「支持力破壊モード」から「滑動破壊モード」に変化する様子が確認できる．またこの様子は水平荷重の載荷方向に依存しないことが分かる．これは粘性土地盤であるため自重の影響がないこと．偏心載荷ではないためモーメントがゼロであること等が理由として挙げられる．

5. おわりに

本稿では，これまでに剛塑性有限要素法の枠組みで提案された変形拘束条件の取扱いについて述べた．また基礎構造物等をモデル化するために剛体運動を記述する制約条件を提案した．

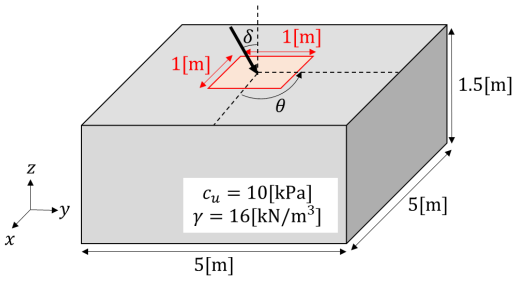


Fig.2 Bearing capacity problem of square footing on clayey soil under inclined load

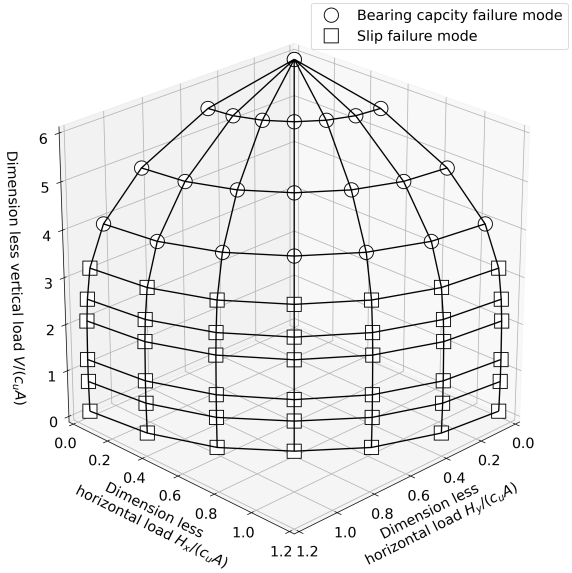


Fig.3 Ultimate bearing capacity and corresponding failure mode

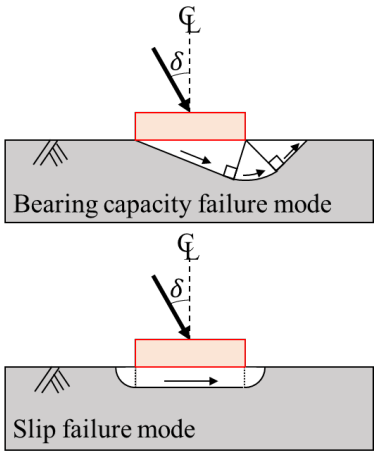


Fig.4 Bearing capacity failure mode and Slip failure mode

さらに提案モデルを用いて，粘性土地盤上の中心傾斜荷重を受ける正方形基礎の支持力解析を実施した．今後は基礎形状を変えた場合や砂質土地盤に対して同様の数値実験を行っていく．

参考文献

1) Kobayashi: *Soils Found*, **45**(2), pp. 17-27, 2005.
2) Asaoka et al: *Soils Found*, **34**(1), pp. 107-118, 1994.
3) Kodaka et al: *Soils Found*, **35**(1), pp. 133-145, 1995.
4) 山栗ら: 土論 A2（応用力学）, **76**(2), I_225-I_236, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

面的補強部材で補強した地盤に対する剛塑性安定解析法の開発

Development of rigid plastic stability analysis for soil reinforced by sheet-like reinforcement

佐近 絵奈（金沢大・自然研）　山栗 祐樹（金沢大・自然研）　小林 俊一（金沢大・理工）
Ena SAKON, Kanazawa University
Yuki YAMAKURI, Kanazawa University
Shun-ichi KOBAYASHI, Kanazawa University

Rigid plastic finite element method (RPFEM) is one of the versatile numerical tools to solve bearing capacity problems. The authors has developed hybrid-type RPFEM, which directly searches both the stress and velocity field at the ultimate limit state. In this article, soil reinforcement with a sheet-like members is modeled and implemented into RPFEM. The proposed model includes the effects of strength of sheet-like members and shear interaction between the members and surrounding soils. Formulation of the model is explained in details and results of numerical experiments are presented to demonstrate its effectiveness.

1. はじめに

土構造物の安定性を評価する数値解析手法として剛塑性有限要素法がある．剛塑性有限要素法とは，有限要素に基づく空間離散化によって剛塑性境界値問題を離散化して解く数値解析法である．弾性変形が塑性変形に比べて無視できる場合に用いられ，構造物の終局状態にいたる地盤の破壊挙動，および終局耐力を計算することができる．

これまで著者らは補強材強度を考慮した剛塑性有限要素法 [1] を提案しているが，補強材と地盤はすべりのない固着状態であると仮定していた．しかし，ジオテキスタイルのような面状補強材は補強材と地盤間のせん断方向の相互作用力が支持力に大きな影響を与えるため，これらの相互作用力を適切に考慮したモデル化を導入し解析法を改良することは重要である．そこで，上記について考慮した補強地盤をモデル化するために，下界法に基づく定式化を行い，新たに補強材による地盤拘束力に制約条件を付加する方法を提案する．

さらに，補強土地盤上の浅い基礎の平面ひずみ 2 次元支持力解析を行い，提案手法の特徴を調査する．

2. 定式化

応力場を未知量とする下界法に基づく剛塑性有限要素法 [1] を拡張し，以下の非線形最適化問題を検討する．

$$\text{Find} \quad \max_{\boldsymbol{\sigma},\alpha,\boldsymbol{p},\boldsymbol{q}_r} \quad \alpha \tag{1a}$$

$$\text{s.t.} \quad \boldsymbol{B}^T\boldsymbol{\sigma} = \alpha\boldsymbol{\Gamma}_0 + \boldsymbol{\Gamma}_c + \boldsymbol{D}_d^T\boldsymbol{p} + \boldsymbol{D}_r^T\boldsymbol{q}_r \tag{1b}$$

$$f_i(\boldsymbol{\sigma}_i) \le 0, \quad \forall i \in V \tag{1c}$$

$$h_j(q_r^j) \le 0, \quad \forall j \in V \tag{1d}$$

$$|q_r^j - q_r^{j-1}| \le s \tag{1e}$$

ここに，α は荷重係数，$\boldsymbol{B}$ は係数行列，$\boldsymbol{\sigma}$ は応力ベクトル，$\boldsymbol{\Gamma}_0$ は基準荷重，$\boldsymbol{\Gamma}_c$ は一定荷重，$\boldsymbol{D}_d$ はディリクレ条件に関する行列，$\boldsymbol{p}$ はディリクレ反力，$\boldsymbol{D}_r$ は距離不変条件に関する行列，$\boldsymbol{q}_r$ は補強材による地盤拘束力，s は地盤と補強材間の付着力である．添え字 i は領域内の全ての積分点（応力評価点）であり，添え字 j は距離制約条件に対応する．式 (1b) は空間離散化した力の釣合い式，式 (1c) は降伏条件，式 (1d) は面的補強材の強度異方性を考慮した不等式制約条件 [1] である．式 (1e) は，本研究で新たに提案する補強材～周辺地盤のせん断相互作用の項で，補強材の部材方向の軸力変化と補強材～周辺地盤の粘着力に起因するせん断抵抗の関係を表す．また，片面当たりの付着力 $\frac{s}{2}$ は土の粘着力 c と補強材～地盤の接地面積 A に比例すると考え，

$$\frac{s}{2} = wcA \tag{2}$$

とおく．ここに，w は接地面の状態によって付着力を低減させるためのパラメータである．地盤拘束力と付着力のイメージ図は図 1 に表す．

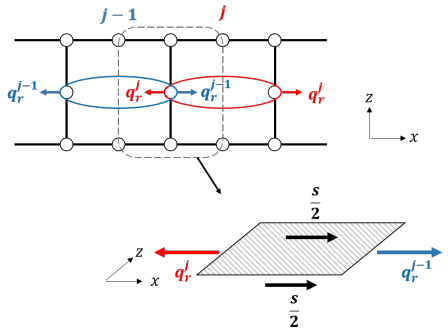


Fig.1 Image of bonding strength

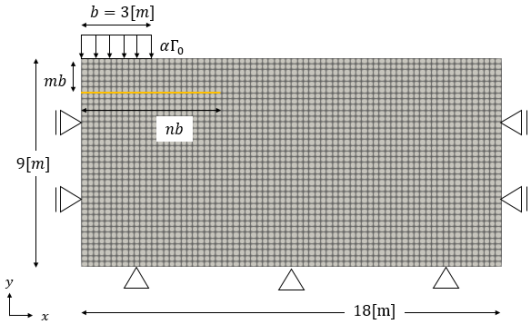


Fig.2 Finite element mesh

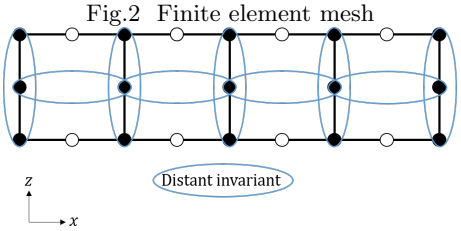


Fig.3 Modeling of reinforcement

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

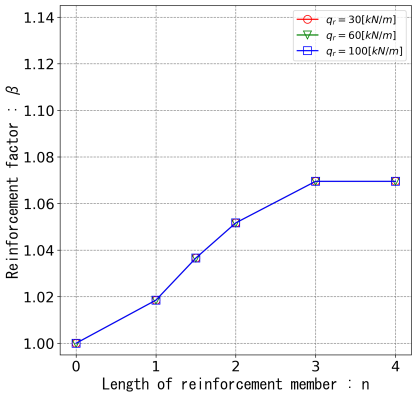


Fig.4 Reinforcement factor β vs Length of reinforcement member n (w=0.2)

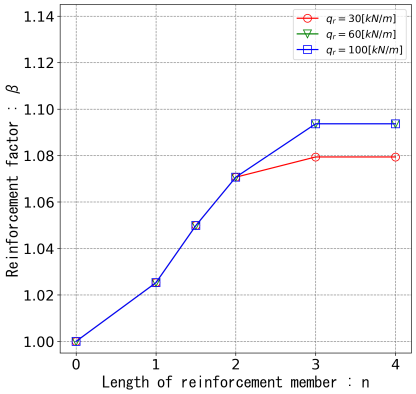


Fig.5 Reinforcement factor β vs Length of reinforcement member n (w=0.3)

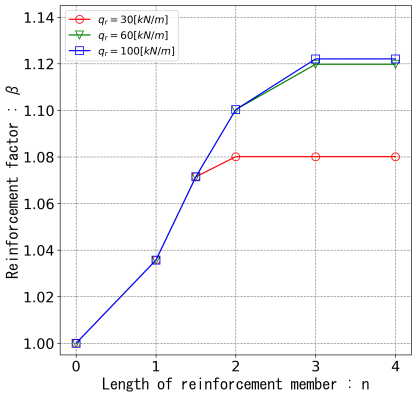


Fig.6 Reinforcement factor β vs Length of reinforcement member n (w=0.5)

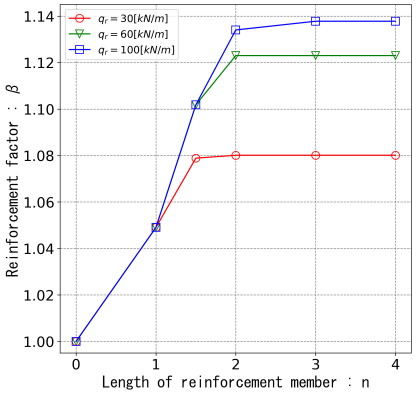


Fig.7 Reinforcement factor β vs Length of reinforcement member n (w=1)

3. 2 次元浅い基礎の支持力解析を例にした数値実験

(1) 数値実験条件

地盤内に周辺地盤の付着強度を考慮した補強材を水平に配置した補強土地盤上の浅い基礎の 2 次元鉛直支持力解析を考える．問題の対称性を考慮して解析対象領域は半断面のみとした．解析に用いたメッシュは図 2 に示す平面ひずみ条件の 3 次元メッシュ（節点数：18687，要素数：2592）である．境界条件としてメッシュの底面 (xz 面) に固定支点を，xy 面，yz 面には法線方向にスライダー支点を与えて奥行方向を拘束し，平面ひずみ条件を与えた．荷重は大きさ $1\mathrm{kN/m^2}$ の分布荷重 $\mathbf{\Gamma}_0$ に荷重係数 α を乗じた比例載荷荷重を等価節点力に置き換えて，$-y$ 方向に載荷した．メッシュの奥行方向の長さは $d = 1[\mathrm{m}]$，分割数は 1 とした．また，基礎は十分に剛で地盤との接触条件は完全に粗とした．

補強材の平面図を図 3 に示す．青色で囲った節点間に距離不変条件を導入した．また距離不変条件の双対変数として得られる拘束力には式 (1d), (1e) の制約条件を課した．

補強材の配置位置や長さ，強度，補強材と地盤の付着強度を変えるパラメトリックスタディをすることで，それらの補強効果に与える影響について調べる．無補強で得られた極限支持力を基準とし，補強材の配置により得られた極限支持力を無補強で得られた極限支持力で除した値を補強効果 β と定義する．

(2) 数値実験結果

低減係数 w=0.2，0.3，0.5，1，それぞれの場合において，補強材長さのパラメータ n を 0, 1, 1.5, 2, 3, 4，補強材強度を圧縮方向ゼロ，引張り方向の上限を単位奥行き当たり 30, 60, 100 [kN/m] と変化させた場合の結果を図 4〜図 7 に示す．補強材深さは m=1.5 で固定している．図より，補強材強度が小さい場合は補強材強度が補強効果に大きく影響し，付着強度の影響はほとんど見られない．一方、補強材強度が大きい場合には，補強効果は地盤との付着強度に大きく影響される．これは，付着強度の考慮は補強材強度が大きいほど重要であることを示す．

また，付着強度を考慮すれば，ある付着強度において効果的な補強材強度を知ることができる．さらに，付着強度が補強材の材質や表面加工の特性で決まってくると考えれば，付着強度の考慮により，ある特性を持つ補強材における効果的な補強材長さ，補強材強度を評価できると考えられる．

4. おわりに

相対的なすべりを許す地盤〜補強材の相互作用を表現し，提案モデルを剛塑性 FEM に実装した．また，補強した粘性土地盤上の浅い基礎の支持力解析によって提案手法に基づく数値実験を行った．提案手法によって，効果的な補強材長さや配置方法の検討が可能であることを示した．しかし，提案手法は数値解析上の検証にとどまっているため，妥当性の確認を目的として模型実験等との比較を行う必要がある．また，他の地盤補強問題への展開，解析の 3 次元化なども今後の課題として挙げられる．

参考文献

1) 山栗祐樹，小林俊一，西藤潤，松本樹典：線状補強部材の強度異方性を考慮した混合型有限要素法の開発，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol. 75, No. 2, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

第三部門：材料・複雑現象の力学（ D)

座長:古川 愛子(京都大学)

2021年5月15日(土) 15:25 ～ 16:55 C会場 (C会場)

[S03D-01] 重力場において衝撃作用を受ける縮小模型実験に用いる相似則に関する基礎実験

*手嶋 良祐[1]、別府 万寿博[2]、市野 宏嘉[2]、福永 一基[1] （1. ベルテクス株式会社、2. 防衛大学校）

15:25 ～ 15:40

[S03D-02] 限定らせん積層 CFRPの四点曲げ変形・耐荷挙動の実験的検討

*松本 高志[1]、浜山 千佳[1]、近藤 健太[1] （1. 北海道大学）

15:40 ～ 15:55

[S03D-03] X線 CTを用いた乾燥によるモルタル内部の密度および体積変化分布の評価

*麓 隆行[1]、高木 雅斗[2]、間路 直弥[1] （1. 近畿大学、2. 鴻池組）

15:55 ～ 16:10

[S03D-04] セメント材料の圧縮破壊挙動に対する損傷モデルと修正 von-Mises基準の適用性

*升井 尋斗[1]、車谷 麻緒[1] （1. 茨城大学）

16:10 ～ 16:25

[S03D-05] 突き上げ入力による地下鉄大開駅の倒壊に関する数値解析的検討ー上載土砂の影響ー

*瓦井 智貴[1]、岸 徳光[1]、園田 恵一郎[2]、小室 雅人[1] （1. 室蘭工業大学、2. 大阪市立大学）

16:25 ～ 16:40

[S03D-06] Investigation on Flexural behavior of Concrete Beams Reinforced with Hybrid FRP-Steel Bars

*Ahmed Hussein[1], Huang Huang[1], Zhishen Wu[1] （1. Ibaraki University）

16:40 ～ 16:55

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

重力場において衝撃作用を受ける縮小模型実験に用いる相似則に関する基礎実験
A fundamental test of a similarity rule for scaled impact tests under gravity field

手嶋　良祐（ベルテクス）　別府　万寿博（防衛大・建設）　市野　宏嘉（防衛大・建設）　福永　一基（ベルテクス）
Ryosuke TESHIMA, Vertex Co., Ltd
Masuhiro BEPPU, National Defense Academy
Hiroyoshi ICHINO, National Defense Academy
Kazuki FUKUNAGA, Vertex Co., Ltd
E-mail: ry-teshima@zenith-haneda.co.jp

This study proposed a relaxed similarity rule under gravity field in which the performance verification for disaster structures can be conducted. In the proposed similarity rule, relaxation of a conventional similarity rule was attempted in a way that the basic unit of length was divided into geometrical length and displacement. The proposed similarity rule was examined for collision response through impact tests in which a steel ball was collided with a scaled cantilever beam.

１．緒言

近年，土木・建築構造物の設計法は仕様設計から性能設計へと移行している．衝撃作用を受ける構造物の性能を実験によって照査する場合には，実規模実験を要求されることが多い．一方で，性能照査を縮小模型実験で行うことができれば，経済性や効率性が向上するとともに実験回数を増やすことも可能になり，性能照査の高精度化につながると考える．ただし，縮小模型実験を性能照査に用いるには，実験パラメータを決めるための相似則が必要となるが，実規模と同一材料，かつ重力場で実施する縮小模型実験に関する相似則に関する研究は少ない．本研究は，衝撃作用を受ける片持ち梁に対して，同一材料，かつ重力場において，次元解析から導き出した長さの基本単位を緩和した相似則[1)]について，衝撃実験に対する適用性を考察したものである．

２．提案する相似則の概要

衝撃作用を受ける構造物の縮小模型実験においては，相似則としてフルード則[2)]とレプリカ則[3)]が用いられている．Table 1 の(A)および(B)にそれぞれの相似則の各種物理量の相似比を示す．フルード則およびレプリカ則は，それぞれ密度および加速度の相似比が実規模実験と同一ではない．したがって，縮小模型実験を実規模実験と同一材料を用い，かつ重力場において実験を実施した場合，その結果が実規模換算で実規模実験結果と近い値となったとしても，力学的な矛盾が生じていると考えられ，性能照査に用いることは難しい．著者らは，縮小模型実験を実規模実験と同一材料，かつ重力場において実施するための相似則として，基本単位である長さ L を幾何学的長さ L と変位 U の 2 つの基本単位に分ける，長さの基本単位を緩和した相似則[1)]を提案した．

Table 1 Similarity ratio of various physical quantities

Physical quantities	Symbol	(A), (B) Dimension	Similarity rule		(C) Dimension	(C) Proposed similarity rule
			(A) Fluid	(B) Replica		
Scale	S	-	S	S	L	S
Length	L, l	L	S	S	L	S
Displacement	u, x	L	S	S	U	S^2
Density	ρ	ML^{-3}	$1/S$	1	ML^{-3}	1
Mass	M, m	M	S^2	S^3	M	S^3
Time	T, t	T	$\sqrt{S}$	S	T	S
Velosity	V, v	LT^{-1}	$\sqrt{S}$	1	UT^{-1}	S
Acceleration	a, g	LT^{-2}	1	$1/S$	UT^{-2}	1
Strain	ε	LL^{-1}	1	1	UL^{-1}	S
Stress	σ	$ML^{-1}T^{-2}$	1	1	$MUL^{-2}T^{-2}$	S
Force	P, F	MLT^{-2}	S^2	S^2	MUT^{-2}	S^3
Energy	E	ML^2T^{-2}	S^3	S^3	MU^2T^{-2}	S^5
Young's modulus	Es, Ec	$ML^{-1}T^{-2}$	1	1	$ML^{-1}T^{-2}$	1
Angular velocity	ω	T^{-1}	$1/\sqrt{S}$	$1/S$	T^{-1}	$1/S$
Frequency	f	T^{-1}	$1/\sqrt{S}$	$1/S$	T^{-1}	$1/S$

江守ら[4)]は，実規模実験と縮小模型実験において，現象が相似となる場合，それぞれ支配的に作用している力の比のパイナンバーが一致すると述べている．この理論を用いて，実規模と縮尺 S の縮小模型の片持ち梁の自由端に重錘を配置した場合の，外力と片持ち梁の変形について相似を考える．相似であれば式(1)の左辺が示す実規模の片持ち梁における外力と変形による弾性力の比のパイナンバーπ_1と，右辺の縮小模型のパイナンバーπ_1'は等しくなる．

$$\pi_1 = \frac{\rho V \mathrm{g}}{\dfrac{3EI}{l^3}x} = \frac{\rho' V' \mathrm{g}'}{\dfrac{3E'I'}{l'^3}x'} = \pi_1' \tag{1}$$

ここで，ρは密度，Vは体積，g は重力加速度，Eはヤング係数，Iは断面二次モーメント，lは梁長，xは変位を表す．「'」は縮小模型における値を示し，ρ，g，Eは同一材料かつ重力場での値のため，実規模と縮小模型で同じ値となることから，式(2)に示す通り，幾何学的長さに関する物理量l，V，Iは，相似比をそれぞれS，S^3，S^4，変位xに対する相似比をS^2とすれば成立する．

$$\pi_1' = \frac{\rho' V' \mathrm{g}'}{\dfrac{3E'I'}{l'^3}x'} = \frac{\rho \cdot S^3 V \cdot g}{\dfrac{3E \cdot S^4 I}{S^3 \cdot l^3} \cdot S^2 x} = \frac{\rho V \mathrm{g}}{\dfrac{3EI}{l^3}x} = \pi_1 \tag{2}$$

この相似比を基に各種物理量の相似比を検討すると，Table 1 の(C)に示す通り，矛盾なく相似比を設定できる．なお，提案する相似則のひずみ及び応力の相似比がSとなることから，弾性範囲においてのみ適用可能である．

３．実験概要

実規模と縮尺 S=1/2 の縮小模型において，鋼球を自由落下させ，片持ち梁の鋼板と衝突させる実験を実施した．検証項目は鋼球および鋼板の鉛直方向の変位とした．Table 2 に示す通り，実験に用いる鋼球は実規模においてφ40mm，φ80mm の 2 種類とし，材質は SUJ-2（密度 ρ=7.8t/m^3，E＝208000N/mm^2）である．鋼板は，形状が幅 200mm×厚さ 12mm×スパン 1200mm，材質は SS400 である．実規模において鋼球の落下高さhは 80mm，320mm，640mm とし，鋼

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 2 Test cases

Cases	Scale	Cantilever dimensions	Steel ball diameter	Drop height
A-1	Actual	Width：200mm Thickness：12mm Span：1200mm	ϕ 80mm	80mm
A-2				320mm
A-3				640mm
A-4			ϕ 40mm	80mm
A-5				320mm
A-6				640mm
B-1	Scaled (S=1/2)	Width：100mm Thickness：6mm Span：600mm	ϕ 40mm	20mm
B-2				80mm
B-3				160mm
B-4			ϕ 20mm	20mm
B-5				80mm
B-6				160mm

球と鋼板の衝突位置は自由端から 100mm の位置とした．実験は各ケースに対して 3 回ずつ実施した．なお，縮小模型における落下高さ h は，次元が U となるため，相似比には S^2＝1/4 を用いた．

ハイスピードカメラ（IDT 社，OS8-S2，1600×1200 画素 4000fps）を用いて鋼球と鋼板の片持ち梁の鉛直方向の運動を撮影し，高精度動作解析ソフトウェア ViewPoint（Glenallan Technology 社）を用いて画像解析により鉛直変位を計測した．鋼板の鉛直方向の変位の計測位置は自由端とした．実験の概要図を Fig.1 に示す．

４．実験結果および考察

一例として，A-2 および A-2 を縮小した B-2 の鋼球および鋼板の鉛直変位を，それぞれ Fig.2 および Fig.3 に示す．なお，図中に示す B-2 の鉛直変位および時間は，実規模換算するため，相似比の逆数（変位は $1/S^2$＝4，時間は $1/S$＝2）を乗じている．Fig.2 より，B-2 の鋼球の鉛直変位は，3 回とも A-2 とほぼ同じ挙動を示している．A-2 と B-2 の実験結果を比較すると，時刻 0.16s および 0.23s における 2 回の衝突の時間間隔はほぼ一致しており，変位量もほぼ等しい．Fig.3 より，鋼板の鉛直変位は鋼球の鉛直変位と同様に，B-2 の 3 回とも A-2 とほぼ同じ挙動を示している．時刻 0.16s において鋼球が鋼板と初めて衝突した後，時刻 0.20s 付近の振幅は A-2 と B-2 において差があるが，その後は時刻 0.40s まで鋼板の振幅や振動波形はほぼ一致している．誤差が生じにくい衝突直後の鋼球と鋼板の変位や再衝突の時刻は A-2 と B-2 においてほぼ一致しており，提案する相似則が成立していると判断される．なお，鋼板の変位は時刻 0.40s 以降の振幅や振動波形にずれが生じるが，この原因は鋼球と鋼板の 3 回目の衝突時刻のずれによるものと考えている．A-2 と B-2 の実験結果にずれが生じる要因として，鋼球および鋼板のヤング係数のばらつき，固定端における固定治具の固定位置や固定部の締め付け強さの微小な違い，および Fig.4 に示す鋼球と鋼板の衝突部に局所的に生じた塑性変形量の差が考えられる．

５．結言

本研究は，衝撃作用を受ける片持ち梁に対して，同一材料，かつ重力場において，次元解析から導き出した長さの基本単位を緩和した相似則について，衝撃実験に対する適用性を考察したものである．今後は数値解析を実施し，相似則の検証をおこなう必要がある．また，提案する相似則は弾性範囲を対象としてきたが，弾塑性範囲の相似則に関しても検討する必要がある．

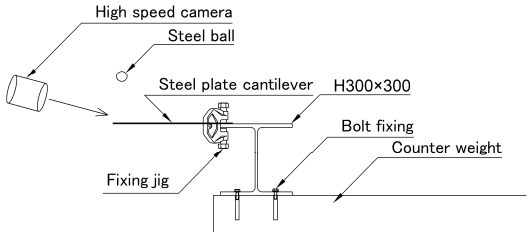


Fig.1 Experimental setup

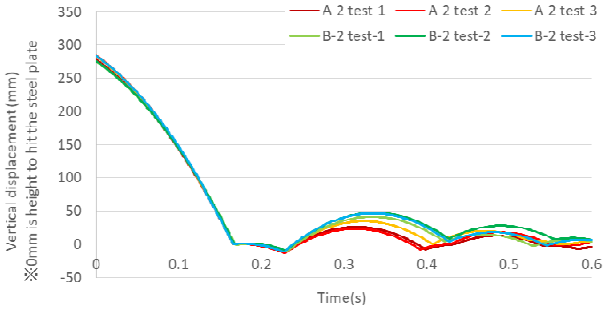


Fig.2 Vertical displacement of the steel ball in tests

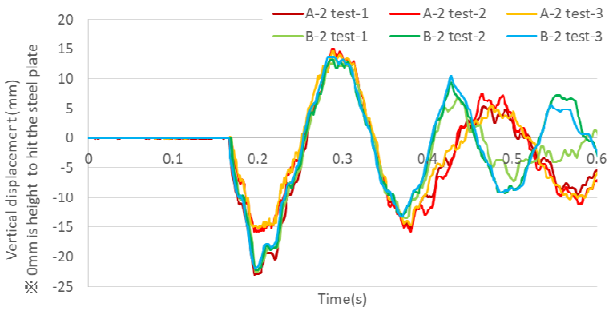


Fig.3 Vertical displacement of the free end of the plate in tests

Fig.4 Plastic deformation at the collision
（Left：Actual scale specimen，Right：Scaled specimen）

参考文献

1) 手嶋良祐，別府万寿博，市野宏嘉，福永一基：重力場における縮小模型実験に対する相似則の提案と検証，構造工学論文集，Vol.67A (掲載決定)，2021
2) 政枝憲太郎，香月智，石川信隆，松村和樹，竹内大輔：支持フレーム付きセル型砂防ダムの衝撃挙動と相似則に関する実験的検討，構造工学論文集，Vol.47A pp.1595-1603，2001
3) 河西良幸：衝撃荷重を想定した実験，コンクリート工学，Vol.39，No.9，pp.74-77，2001
4) 江守一郎，斎藤孝三，関本孝三：模型実験の理論と応用（第三版），技報堂出版，2000

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

限定らせん積層 CFRP の四点曲げ変形・耐荷挙動の実験的検討

Experimental Investigation on Deformation and Load Bearing Behaviors of Partial Helicoidally Laminated CFRP under Four-point Flexure

松本　高志（北海道大・工）　　浜山　千佳（北海道大・工）　　近藤　健太（北海道大・工）
Takashi MATSUMOTO, Hokkaido University
Chika HAMAYAMA, Hokkaido University
Kenta KONDO, Hokkaido University
E-mail: takashim@eng.hokudai.ac.jp

This paper investigates on the four-point flexural deformation and load bearing behaviors of partial helicoidally laminated CFRPs. Two partial helicoidal laminates are examined. The helicoidal laminate with limited fiber direction shows a brittle behavior. On the other hand, although the helicoidal laminate skin with cross ply core also shows a brittle behavior, the preceding wide skin damage leads to the mitigation of the brittle core fracture. In comparison with helicoidally laminated CFRP of full thickness and all fiber direction, the two partial helicoidal laminates show higher load capacity and initial stiffness.

１．はじめに

CFRP（Carbon Fiber Reinforced Polymer: 炭素繊維強化ポリマー）とは，炭素繊維と熱硬化性樹脂の複合材料である．低密度ながら，比強度，比剛性，耐腐食性に優れているが，破壊が局所的に起こり終局挙動は脆性的である．一方で，節足動物の外骨格のような生体構造の中には，繊維が基質材料を補強し，かつ積層を成す FRP のような構造が見られるが，繊維方向が一定の配向角度差を保ちつつ積層されるらせん積層をなしている．これにより外骨格には強靭な性質が付与されていると考えられている．

これまでに，らせん積層 CFRP では脆性的挙動が緩和されることが実験的に確認されてきた．CFRP 細板（40mm×180mm×4mm）の三点と四点曲げ載荷実験において，らせん積層では破壊が段階的・広範囲に生じ，配向角度差が小さくなるにつれて脆性的な挙動が顕著に緩和されることが確認された [1]．

既報告の全方向全厚のらせん積層に対し，本研究では負荷の少ない部分の繊維量を減らし，部分方向または部分厚の限定的にらせん積層を用いた CFRP について，四点曲げ載荷時の変形・耐荷挙動を実験的に検討することを本研究の目的とする．なお，三点曲げ載荷時の挙動と検討については報告済みである [2]．

２．曲げ載荷実験

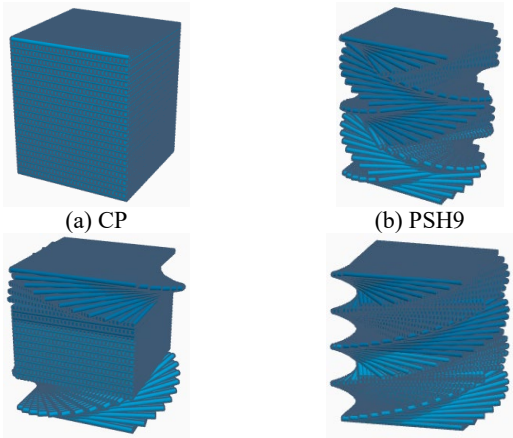
本実験で検討した 4 種類の積層構成を Table 1 に示す. 積層構成名称を CP（直交積層），PSH9（配向角度限定らせん積層），SH9/CP（らせん積層スキン／直交積層コア）とした．各積層構成のイメージを Fig. 1 に示す．CFRP 積層板は，UD（Uni-Directional）プリプレグ 41 枚を JIS 規格に基づいたオートクレーブ成形方法によって加熱成形した [3]．成形した CFRP 積層板を寸法 40mm×180mm（×5mm 厚）に切断し，供試体とした．供試体は積層構成ごとに 3 枚ずつ作製した．すべての供試体において，圧縮縁は 0°（供試体長軸方向）の層として統一しており，引張縁も 0°の層である．ただし，SH9（全方向全厚らせん積層）については既往の実験結果を引用しており，プリプレグ 40 枚より作製したため，圧縮縁を 0°の層，引張縁を 171°の層としている [1]．

全方向全厚らせん積層に対し，本研究では負荷の少ない部分の繊維量を減らし，部分方向または部分厚の限定的にらせん積層とした CFRP 積層板を検討している．まず，供試体短軸方向について負荷が少ないことから，0°から±45°の範囲内でのみ配向角度を変化させる積層構成（部分方向）としている．さらに，板厚方向において負荷が少ない中立軸面を考慮して，下面および上面からの一部分でのみ変化させる積層構成（部分厚）としている．

載荷実験装置にはオートグラフ（SHIMADZU AG-1　250

Table 1 Laminate structures

Name	Plys	Laminate structure
CP	41	$[0/90]_{20}/0$
PSH9	41	[0/9/18/27/36/45/36/27/18/9/0 /-9/-18/-27/-36/-45/-36/-27/-18/-9]$_2$/0
SH9 /CP	41	[0/9/18/27/36/45/54/63/72/81/90]/[0/90]$_9$ /0/[90/81/72/63/54/45/36/27/18/9/0]
SH9	40	[0/9/18/27/36/45/54/63/72/81/90 /99/108/117/126/135/144/153/162/171]$_2$



(a) CP　(b) PSH9　(c) SH9/CP　(d) SH9

Fig. 1 Images of laminate structures

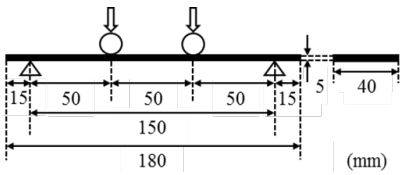


Fig. 2 Specimen dimensions and four-point flexural loading conditions.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

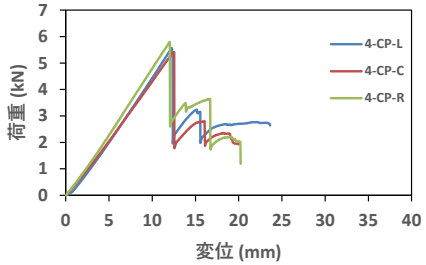


Fig. 3 Load-displacement relation of CP.

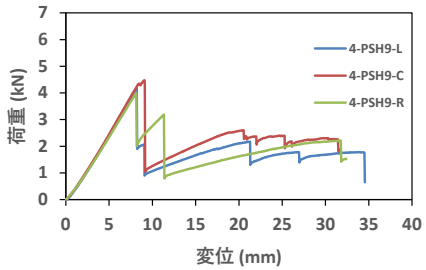


Fig. 4 Load-displacement relation of PSH9.

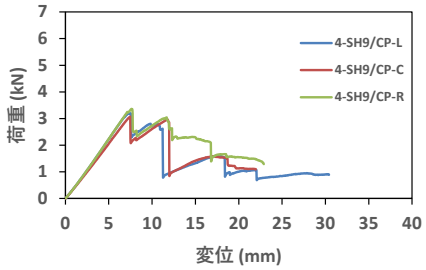


Fig. 5 Load-displacement relation of SH9/CP.

kN）を使い，四点曲げ載荷実験を行った．載荷条件を Fig. 2 に示す．載荷速度は 2.0mm/min の変位制御とした．大きな荷重降下後，載荷をこれ以上続けると供試体が破断すると判断したとき実験終了とした．

３．実験結果

CP の荷重－変位曲線を Fig. 3 に示す．CP は最大荷重まで線形挙動を示し，最大荷重後に大きく荷重が降下，その後の荷重保持は見られなかった．

PSH9 の荷重－変位曲線を Fig. 4 に示す．PSH9 は最大荷重まで線形挙動を示し，最大荷重後に大きく荷重が降下，その後は徐々に荷重が増加した．そして，荷重降下と増加を繰り返し，長い荷重保持が見られ，実験終了時の変位が大きかった．

SH9/CP の荷重－変位曲線を Fig. 5 に示す．複数の荷重のピークが見られた．最大荷重は第 2 ピーク時であった．複数のピークまで線形挙動を示したのち，大きく荷重が降下した．その後は，荷重降下と増加を繰り返した．

各積層構成の最大荷重を Fig. 6 に示す．最大荷重の平均値は，大きい順に CP 5.595kN，PSH9 4.220kN，SH9/CP 3.212kN，SH9(40) 3.071kN であった．2 種類の限定らせん積層 PSH9 と SH9/CP は，CP より小さいが全方向全厚のらせん積層 SH9 よりも大きい最大荷重を示した．特に，限定したらせん積層のなかでも部分方向に限定的ならせん積層 PSH9 のほうが，最大荷重が大きい値であった．

各積層構成の初期剛性を Fig. 7 に示す．初期剛性の平均値は，大きい順に PSH9 0.498kN/mm，CP 0.456kN/mm，

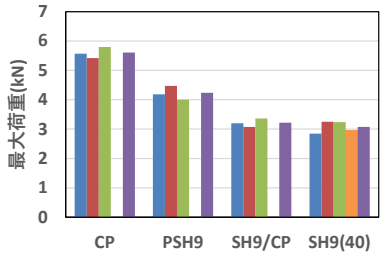


Fig. 6 Maximum load.

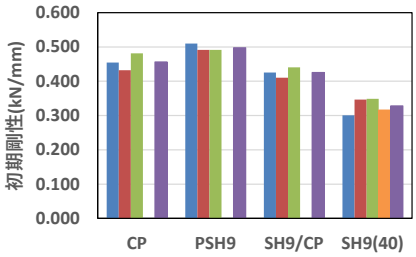


Fig. 7 Initial stiffness.

SH9/CP 0.426kN/mm，SH9(40) 0.328kN/mm であった．2 種類の限定したらせん積層 PSH9 と SH9/CP は，全方向全厚のらせん積層 SH9 よりも大きい初期剛性を示した．特に，部分方向に限定的ならせん積層 PSH9 は CP よりも初期剛性が大きい値であった．

４．まとめ

限定らせん積層 CFRP の四点曲げ変形・耐荷挙動について実験的に検討した．PSH9 は長い荷重保持が見られたが脆性的な破壊があり，SH9 のような段階的・広範囲である破壊挙動は見られなかった．SH9/CP は破壊が脆性的であったが，SH9 部分から広範囲に損傷が始まり，CP 部分の脆性的な破壊挙動が抑制された．最大荷重と初期剛性は，全方向全厚のらせん積層 SH9 よりも限定的ならせん積層である PSH9 と SH9/CP が大きい値を示した．

謝辞

本研究は JSPS 科研費 18H01515（基盤研究（B），粘り強さを達成するらせん積層 CFRP の変形・耐荷挙動の研究）の助成で実施された．ここに謝意を示す．

参考文献

1) 松本高志，石澤郁馬，近藤健太:CFRP のらせん積層化による曲げ挙動と破壊形態の検討，土木学会論文集 A2（応用力学）応用力学論文集 Vol. 21（特集），土木学会, Vol. 74, No. 2, pp. I_639-I_647, 2018.
2) 松本高志，浜山千佳，近藤健太:限定らせん積層 CFRP の曲げ変形・耐荷挙動の検討，第 8 回 FRP 複合構造・橋梁に関するシンポジウム講演概要集，pp. 10-17, 2020.
3) 日本規格協会:炭素繊維強化プラスチック試料の作製方法　JIS K 7072-1991　平成 3 年 11 月 1 日制定，日本規格協会, 1991.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

X 線 CT を用いた乾燥によるモルタル内部の密度および体積変化分布の評価

Evaluation of Density and Volume Changes by Drying inside Mortar Using X-ray Computed Tomography

麓　隆行（近畿大・理工）　高木　雅斗（鴻池組）　間路　直弥（近畿大・理工）
Takayuki FUMOTO, Kindai University
Masato TAKAGI, Konoike Construction Co.
Naoya MAJI, Kindai University
E-mail: fumoto@civileng.kindai.ac.jp

Many factors, such as water cement ratio, quality of aggregate and so on, influence to the dry shrinkage of concrete. For this reason, it is difficult to sufficiently understand those influence using only apparent length change measured by dial gages. In this study, internal change of mortar specimen under drying condition was investigated using X ray computed tomography (CT) images. As the results, an intensity reduction rate highly correlated with density and volume strain. In conclusion, X ray CT image is useful for estimating internal physical change of concrete specimen.

１．はじめに

従来, 乾燥によるコンクリートの体積変化は JIS A 1129-3 により供試体の見かけの長さ変化を測定することにより推定されてきた．しかし，その影響要素は，水セメント比や骨材の品質など様々であり，供試体の見かけの長さ変化だけでは，使用材料や配合の影響を十分に把握することは難しい．その影響がわかれば，材料内部や見かけの変化を適切に推定できると考えられる．そのためには，内部の乾燥状態や長さ変化を非接触で計測する手法が必要である．

その手法として X 線 Computed tomography (以下 CT)画像に着目した．著者は，これまで乾燥下のペースト供試体の X 線 CT 画像から，内部の含水分布や体積変化を計測できる可能性を示した．本研究では，X 線 CT を用いてモルタル供試体が乾燥した際の内部の含水状態や体積変化について詳細な検討を行った．

２．実験概要

水道水(W), 普通セメント(C), 硬質砂岩砕砂(S1), 石灰砕砂(S2), AE 減水剤, 高性能 AE 減水剤に加えて, 画像計測の精度向上を目的にジルコニア球(Zr:粒形　0.1mm，全体積×0.75%)を使用し, Table 1 に示す配合のモルタルを作製した．

練り混ぜたモルタルを用いて直径 75mm×高さ 150mm の供試体を用意した. 打設時に, 長さ 30mmのボルトを供試体の上下端面に埋め込んだ. 打設翌日に脱型し, 20℃の水中で材齢 7 日まで養生した後, 撮影時の微小な位置ずれを補正するため, 基準点となるセラミック球を 12 個取り付けたプラスチック円筒をボルトを利用して端面に設置した. 円筒の側面には, 穴を開けて通気性を確保した. そして, 供試体は 2 体作製し, 温度 20℃, 相対湿度 60%の恒温恒湿室に保管した.

乾燥開始後，乾燥材齢 0，28，56，124 および 175 日目に計測を行った．まず，試験体の質量変化と長さ変化率を計測した．長さ変化率は，JIS A 1129-3 ダイアルゲージ法に準じ，ボルト端部間の長さの変化から算出した．

次に, 管電圧 200kV, 管電流 100μA, 積算レート 3frame/s, プロジェクション数 2000frame, 銅板 2mm, 解像度 0.062mm の撮影条件のもとでX線CT画像を取得した. 撮影範囲を, 高さ中央部を中心に±約 35mm とした．供試体内部の含水状態を推定するため，各乾燥材齢の X 線 CT 画像の輝度を市販のソフトで計測した．さらに内部の変形量を 3 次元画像相関法(Digital Volume Correlation，以下 DVC)を用いて計測した．その際，Correlation window を 32voxel，その図心間隔を 16voxel とした．高さ中央から±約 22mm の 2 つ水平面の垂直方向変位の平均値を用いて，長さ変化率を算出した．さらに連続体力学にもとづき，各図心間での体積ひずみを求め，3 次元分布を可視化した．

Table 1 Mixture Proportion

W/C (%)	Unit Content (kg/m³)					
	W	C	S1	S2	AE 剤	Zr
49	306	623	791	531	2.18*2	46

*1 AE water reducing agent　*2 Superprastisizer

３．実験結果および考察

Fig. 1 に乾燥材齢による JIS 法により計測した長さ変化率と DVC を用いて算出した長さ変化率の変化を示した．JIS 法から計測された長さ変化率では，乾燥材齢 28 日までに 883μ まで収縮が進み，その後は緩やかな増加を示した．DVC の結果から算出した長さ変化率も，概ね JIS 法による結果と同程度の値となった．以上から本実験で用いたモルタルの見かけの体積変化は同程度であり, DVC の結果も良好に計測できていると考えられる．

Fig. 2 に乾燥材齢による供試体の密度減少率と輝度減少率の変化を示す．乾燥材齢が増加するとともに密度減少率が大きくなった．特に初期の 28 日間での減少量が大きく，その後は緩やかな変化であった．輝度減少率も乾燥材齢が増加すると増加した．少しばらつきはあるが，およそ供試体全体で平均した輝度減少率は供試体全体の密度変化と相関が高い．ばらつきの原因として，撮影時のディテクター

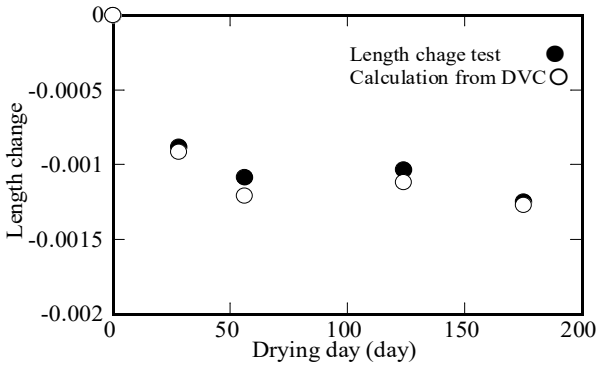


Fig. 1 Length change measured by JIS and calculated from DVC

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

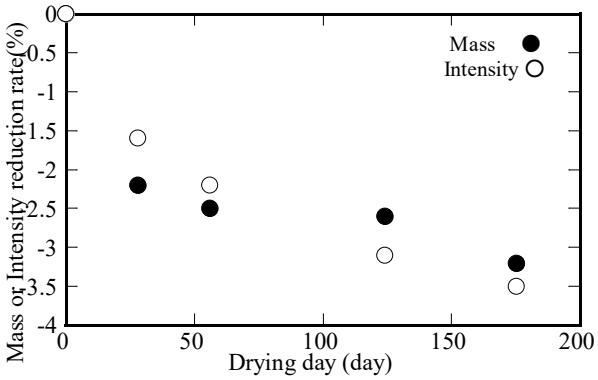


Fig. 2 Mass and intensity reduction rate

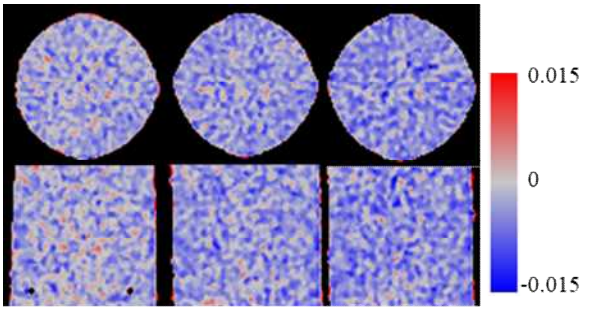


Fig. 3 Volume strain image calculated from results of DVC

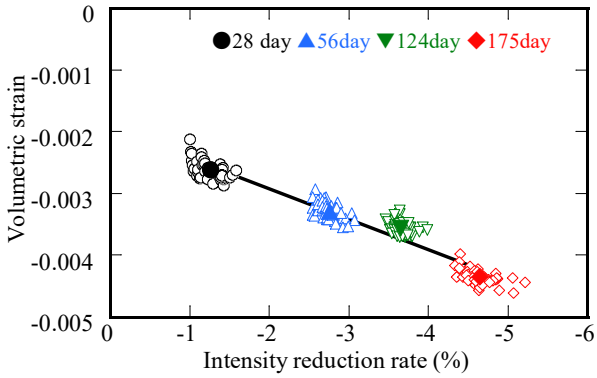


Fig. 4 Intensity reduction rate vs volumetric strain in each cross section

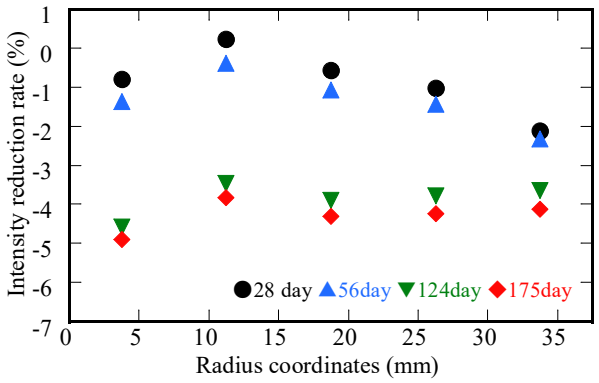


Fig. 5 Change of Intensity reduction rate in radius direction

の影響が考えられ，基準となる物質を同時に撮影することで，その誤差を小さくできるのではないかと考えられる．

Fig. 3 に DVC の結果から算出された体積ひずみ画像を示す．上段は供試体中央の水平断面，下段は水平断面の中心を通る垂直断面である．赤色は体積変化がないことを示し，暖色になるほど膨張，寒色になるほど収縮を示す．乾燥材齢 28 日では収縮を示す領域はまばらで，明確ではない．しかし，乾燥材齢 124 日，そして 175 日と進むと，内部で収縮を示す領域が大きくなった．すなわち，目視では既往の研究のような表面から内部への体積ひずみの差は確認できなかった．なお，一部で膨張を示す領域がある．これは細骨材の存在や体積変化がない箇所での計測のばらつき等が考えられる．今後，詳細に検討したい．

Fig. 4 には，撮影範囲の高さ中心から±25mm の範囲について，DVC 結果を基準とした全 51 枚の水平断面ごとの平均輝度減少率と平均体積ひずみの関係を示す．白抜きは各断面での数値であり，色塗りは全断面の平均値である．

まず，全断面の平均値について検討した．乾燥材齢 28 日で，全断面で平均した輝度減少率が約 1.3%まで低下し，全断面で平均した体積ひずみが約 2600μ まで増加した．その後，全断面で平均した輝度変化率と体積ひずみは直線的に変化した．その変化は，全断面で平均した輝度が 1%減少するごとに全断面で平均した体積ひずみが約 500μ 増加することを示していた．

次に，断面ごとの平均輝度減少率と平均体積ひずみについて検討した．各断面のそれぞれの平均値には，一定のばらつきが見られた．ただし，それらは全断面で平均した輝度減少率と平均体積ひずみの関係の直線上にプロットされた．なお，断面ごとの平均輝度減少率のばらつき範囲は±0.3～0.44 程度であった．各断面内の輝度減少率と DVC 結果から算出した体積ひずみの相関は高い．また，ばらつきの原因を考察するため，半径方向の輝度減少率の変化を調べた．

Fig. 5 に撮影範囲の高さ中心から±25mm の範囲について，半径 37.5mm を 5 等分した円筒内の輝度減少率の平均値を用いて，半径方向の変化を示す．0 mm は供試体中心を示し，37.5 mm は供試体側面を示す．乾燥材齢 28 および 56 日では，側面から約 23mm の範囲で輝度減少率が大きい．表面から乾燥が進むことを示していると考えられる．乾燥材齢 124 日には，輝度減少率が急激に増加し，半径方向で一様な分布となった．その後の変化は緩やかになった．なお，中心付近での傾向が，それ以外と異なるのは，リングアーチファクトの影響だと考えられる．

4．結論

X 線 CT 画像を用いて求めた輝度減少率は，供試体全体の密度変化だけでなく，供試体内部の体積ひずみとも関が高い．よって，供試体内部の含水状態変化とそれによる体積変化を評価できていると考えられる．ただし，輝度変化は小さいため，ファントム等により輝度計測の精度を高めるなど，注意が必要である．この結果を活用し，今後，配合要因や使用材料の影響について検討したい．

参考文献

1) 麓隆行：新しい機構の X 線 CT の開発とポリマーコンクリートの圧縮試験への適用，土木学会論文集 E2, 69, 2, pp. 182-191, 2013
2) 麓隆行：X 線 CT 法によるペースト供試体内部の水分逸散による体積変化分布に関する基礎研究，コンクリート構造物の補修・補強・アップグレード論文報告集, 19, pp. 407-412, 2019

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

セメント材料の圧縮破壊挙動に対する損傷モデルと修正 von-Mises 基準の適用性

Applicability of damage model and modified von-Mises criterion for compressive fracture behavior of cement-based materials

升井 尋斗（茨城大・工）　　車谷 麻緒（茨城大・工）
Hiroto MASUI, Ibaraki University
Mao KURUMATANI, Ibaraki University
E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp

The Applicability of damage model and modified von-Mises criterion is studied for compressive fracture behavior of cement-based materials. The damage model with the modified von-Mises criterion is validated by comparing the numerical results with experimental results in the existing literature and our own test results.

1. はじめに

コンクリートを主とするセメント系材料は一般的に圧縮力に抵抗する材料として使用されている．圧縮破壊が生じると部材が終局状態に至ることから，圧縮破壊における挙動を定量的に評価することは重要である．セメント系材料の破壊挙動については，様々な数値解析手法が提案されており，剛体ばねモデルなど要素間の不連続な変位によって破壊を表現する不連続体モデルと，有限要素法をベースとし，剛性低下によって破壊を表現する連続体モデルの 2 つに大別することができる．不連続体モデルでは，破壊を表現するために近似や仮定を導入していることが多く，圧縮破壊挙動を適切に評価するためには，連続体モデルでの圧縮破壊の再現が求められる．連続体モデルの一つである損傷モデルは剛性低下によって間接的にひび割れ破壊を再現する方法であり，その剛性低下の判定方法として，セメント系材料の圧縮力に強く引張力に弱い特徴を考慮した修正 von-Mises 基準が提案されている [1]．これまでに，引張破壊や曲げ破壊に対して修正 von-Mises 基準を導入した損傷モデルの妥当性が示されているものの，圧縮破壊挙動に対する適用性を検討した例は見当たらない．

そこで本研究では，セメント系材料を用いた供試体の圧縮破壊試験を対象に，損傷モデルおよび修正 von-Mises 基準を用いた数値解析により実験結果を再現することで，圧縮破壊挙動における損傷モデルと修正 von-Mises 基準の適用性を検討する．

2. 数値解析手法

車谷らが提案した損傷モデル [2]を用いる．損傷モデルの構成則は次式で表される．

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D)\boldsymbol{c} : \boldsymbol{\varepsilon} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{\sigma}$，$\boldsymbol{\varepsilon}$ は応力，ひずみテンソル，$\boldsymbol{c}$ は弾性係数テンソル，D は損傷変数であり，0～1 の値をとるスカラー値関数である．損傷変数は次式で示される．

$$D(\epsilon) = 1 - \frac{\varepsilon_0}{\epsilon}\exp\left(-\frac{E\varepsilon_0 h_e}{G_f}(\epsilon - \varepsilon_0)\right) \tag{2}$$

ここで，ϵは変形履歴における最大等価ひずみ，ε_0は破壊発生ひずみ，Eはヤング率，G_fは破壊エネルギー，h_eは要素長さである．等価ひずみには，次式で与えられる修正 von-Mises 基準に基づく等価ひずみε_{eq}を用いる．

$$\varepsilon_{eq} = \frac{k-1}{2k(1-2\nu)} + \frac{1}{2k}\sqrt{\left(\frac{k-1}{1-2\nu}I_1\right)^2 + \frac{12k}{(1+\nu)^2}J_2} \tag{3}$$

ここで，ν はポアソン比，k は圧縮引張強度比，I_1はひずみテンソルの第 1 不変量，J_2は偏差ひずみテンソルの第 2 不変量である．圧縮引張強度比 k によって，圧縮力に強く引張力に弱いセメント系材料の特徴を表現できる．修正 von-Mises 基準は，この等価ひずみε_{eq}が破壊発生ひずみε_0を超えるとその領域で破壊したと判定する方法である．

3. 検証例題

検証例題として，円孔を有するモルタル平板の圧縮破壊について，実験と同様のひび割れ経路と応答結果を再現可能であるか比較検討を行う．具体的には，和泉らの実験 [3]と，それを参考として著者らが行った実験の 2 例の結果で再現性を検証する．

3.1 和泉らの円孔付きモルタル圧縮破壊実験

和泉らは中央に円孔を有するモルタル平板供試体を作成し，破断にいたるまで一軸の圧縮力を載荷した．平板の寸法は，120×120 mm，厚さ 20 mm，円孔の直径は 10 mm である．供試体表面に被膜を塗布することでひび割れ形状を可視化した．

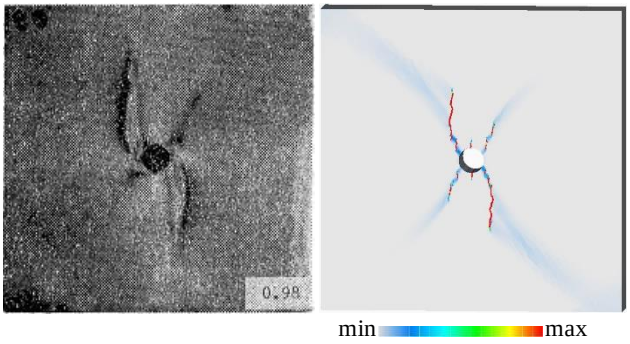
解析モデルは四面体 1 次要素を用いて要素数 1350722，節点数に要素分割を行った 3 次元モデルとした．一軸圧縮状態となるよう，下面を固定して上面に強制変位 0.3 mm を 200 step で与えた．解析における材料パラメータは，ヤング率 E を 20 GPa，ポアソン比 ν を 0.2，圧縮引張強度比 k を 10，破壊エネルギーを 0.05 N/mm，破壊発生ひずみε_0を 2.0×10^{-4} とした．

実験によって得られた最大荷重付近の供試体表面のひび割れを**図-1** (a) に示す．また，解析で得られた等価ひずみ分布を**図-1** (b) に示す．用いた解析手法では，等価ひずみの局所化をひび割れとみなすことができる．**図-1** では円孔から斜め方向に発生したひび割れが上下方向に進展する挙動が一致しており，実験と同様の結果が得られていることがわかる．最大荷重についても，実験は 104.1 kN，解析は 97.0 kN とほぼ一致した．

3.2 本研究における圧縮破壊実験

中央に円孔を有するモルタル平板供試体を作成し，破

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) 実験結果 [3]　(b) 解析結果（等価ひずみ）

図-1　和泉らの実験における最大荷重付近のひび割れ

断にいたるまで一軸の圧縮力を載荷した．平板の寸法は，100×100 mm，厚さ 32 mm，円孔の直径は 13 mm である．ここでは，デジタル画像相関法 [4]（DIC）を用いて供試体表面のひび割れ進展を計測した．

解析モデルは四面体 1 次要素を用い，要素数 1285356，節点数 215106 に要素分割した 3 次元モデルとした．一軸圧縮状態となるよう，下面を固定して上面に強制変位 0.35 mm を 200 step で与えた．解析における材料パラメータは，ヤング率 E を 10 GPa，ポアソン比 ν を 0.2，圧縮破壊強度比 k を 10，破壊エネルギーを 0.05 N/mm，破壊発生ひずみ ε_0を 3.0×10^{-4}とした．

図-2 に実験と解析によって得られた荷重-変位曲線を示す．実験における最大荷重は 82.7 kN，解析における最大荷重は 82.0 kN とほぼ一致している．さらに，ピーク付近の力学挙動も大まかに再現できていることがわかる．ひび割れ発生初期である変位 0.228 mm，ピーク付近である変位 0.35 mm の 2 点において，ひび割れ進展挙動を比較する．実験の DIC計測から得られた最大主ひずみ分布を**図-3** (a)，**図-4** (a) に示す．また，解析で得られた等価ひずみの分布を**図-3** (b)，**図-4** (b) に示す．円孔付近の破壊について着目すると，ひび割れ発生初期の**図-3** において，円孔上下部から短く発生するひび割れについて，解析は実験結果を再現している．さらにピーク付近の**図-4** では，**図-3** で計測した円孔上下部のひび割れが進展せず，円孔から斜め方向に新たに発生したひび割れが進展していく複雑なひび割れ挙動を的確に再現している．

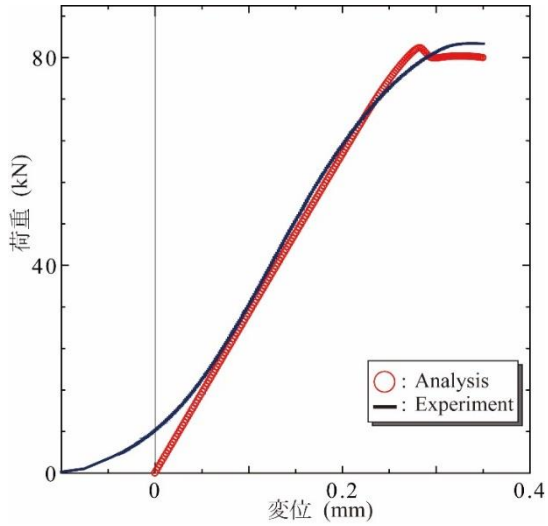
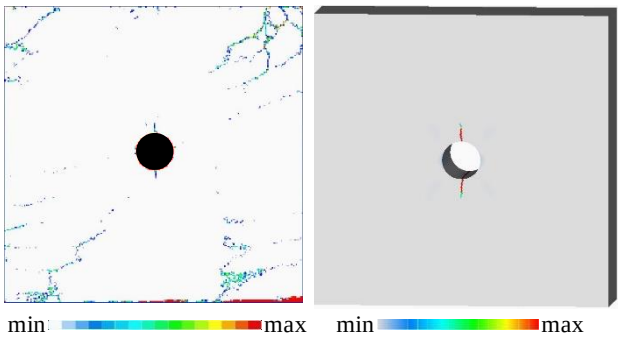
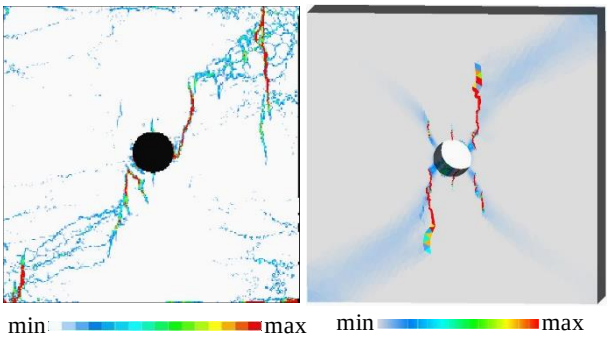


図-2　実験と解析における荷重-変位曲線



(a) 実験結果（最大主ひずみ）(b) 解析結果（等価ひずみ）

図-3　ひび割れ発生初期のひび割れの比較



(a) 実験結果（最大主ひずみ）(b) 解析結果（等価ひずみ）

図-4　ピーク付近のひび割れの比較

4. おわりに

本研究では修正 von-Mises 基準を導入した損傷モデルをモルタルの圧縮破壊に適用し，2 例の実験結果と比較検討を行うことで，セメント材料の圧縮破壊挙動に対する損傷モデルと修正 von-Mises 基準の妥当性を示した．

参考文献

1) J.H.P de Vree, W.A.M Brekelmans and M.A.J van Gils: Comparison of nonlocal approaches in continuum damage mechanics, *Comput. Struct.*, 55, pp.581-588, 1995.
2) 車谷麻緒，寺田賢二郎，加藤準治，京谷孝史，樫山和男：コンクリートの破壊力学に基づく等方性損傷モデルの定式化とその性能評価，日本計算工学会論文集，Vol.2013, pp.20130015, 2013
3) 和泉正哲，三橋博三，佐々木達夫：コンクリートの圧縮破壊発生機構に関する基礎的研究，日本建築学会論文報告集，第 289 号，1980
4) 車谷麻緒，松浦 遵，根本 忍，呉 智深：コンクリートのひび割れ進展計測のための画像解析手法に 関する基礎的研究，土木学会論文集 A2（応用力 学），Vol. 70, No. 2（応用力学論文集 Vol. 17），I_135-I_144, 2014

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

突き上げ入力による地下鉄大開駅の倒壊に関する数値解析的検討
－上載土砂の影響－
Numerical Simulation of the Daikai Station Subway Structure Collapse due to Sudden Uplift
- On Effect of Overburden Soils -

瓦井　智貴（室工大・工）　岸　徳光（室工大・工）　園田　惠一郎（大阪市立大・工）　小室　雅人（室工大・工）
Tomoki KAWARAI, Muroran Institute of Technology
Norimitsu KISHI, Muroran Institute of Technology
Keiichiro SONODA, Osaka City University
Masato KOMURO, Muroran Institute of Technology
E-mail: 18096003@mmm.muroran-it.ac.jp

At Great Hanshin Awaji earthquake occurred on Jun. 17, 1995, many infrastructures suffered severe damage. Specially, the Daikai Station subway structure collapsed completely during the earthquake. Conducting 2D/3D earthquake response analyses for the station structure by many researchers, it is believed to have collapsed due to a strong lateral vibration. However, the structure may collapse due to not a strong lateral vibration but a sudden uplift loading based on the failure mode. In this paper, effects of the overburden soils on collapse of the structure due to the uplift loading was investigated conducting 3D elastoplastic transient response analysis varying velocity of the input displacement. From this study, it is confirmed that the central columns of the station may collapse with axial compression failure mode irrespective of with/without considering overburden soils.

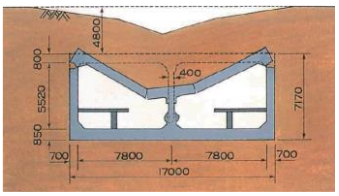
１．はじめに

1995 年 1 月 17 日未明に兵庫県南部地震（マグニチュード：7.3，最大震度：7，震源地：淡路島北部，震源の深さ：16 km）が発生し，阪神・淡路地域の建物や社会基盤施設に甚大な被害を及ぼした．社会基盤施設の被害では，Fig. 1 に示す地下鉄大開駅の中柱の倒壊が象徴的である．地震発生当初には，これは上下方向の衝撃的地震動によるものであることが指摘されたものの，地震観測波形が公表されてからは，水平方向の強震動下で上載土砂の影響によって倒壊したと捉えるのが一般的となっている [3]．

一方で，直下型地震であることや被災者からの多くの証言，被災状況から，継続時間の短い基礎岩盤からの突き上げによって倒壊した可能性も想定される．このような観点から，著者らは突き上げ波入力による大開駅倒壊に関する数値解析的検討を行い [4]，中柱が被災時と類似した破壊性状を呈する可能性のあることを示している．

本研究では，突き上げ波入力時の中柱倒壊への上載土砂の影響に着目し，数値解析的に検討を行うこととした．検討に当たっては，基礎岩盤からの突き上げ波入力を基本とし，実現象に即して駅躯体頂版よりも上方の上載土砂を考慮する場合と，上載土砂を仮想的に削除した場合について，突き上げ波の変位速度を変化させた有限要素法に基づく三次元弾塑性過渡応答解析を行った．

(a) Compression failure of the central columns



(b) Damage to the main section

Fig. 1 Damage patterns in the Daikai station subway structure [1), 2)]

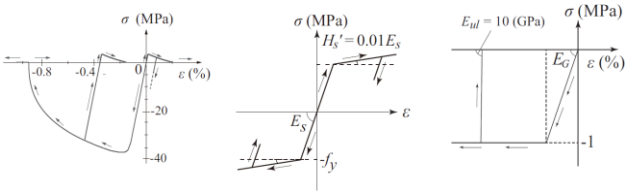
２．数値解析概要

解析では，深さ方向には大開駅底版から深さ約 32 m に位置する基礎岩盤までの地盤を，幅方向には側壁から躯体幅の 2.5 倍以上の幅約 37 m の領域までを，線路方向には中心間隔が 3.5 m 間隔に配置されている中柱の一本分が分担する躯体断面部を取り出し，かつ線路方向に対称な半断面をモデル化することとした．従って，線路軸方向の長さは 1.75 m となる．なお，中柱の断面寸法は幅×線路軸方向長さが 400 ×1,000 mm である．

鉄筋は埋め込み要素を用いて実構造に対応して配置している．なお，ホームの床版部は躯体本体への影響は小さいものと判断し無視した．

境界条件に関しては，対称面及び線路軸方向の端部面の節点は法線方向変位を拘束している．また，地盤端部境界および基礎岩盤境界部には無反射境界を設定している．なお，数値解析には自重を考慮しており，減衰定数は入力変位の継続時間が後述のように 5 ms であることより，躯体の動的挙動への影響が小さいものと判断し考慮していない．

Fig. 2 には，本研究で用いたコンクリート，鉄筋，駅躯体に上載された土砂の応力－ひずみ関係を示している．なお，地盤部は，駅躯体に上載された土砂を除き均一な層状



(a) Concrete　(b) Rebar　(c) Overburden and backfilled soil

Fig. 2 Constitutive models for materials

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

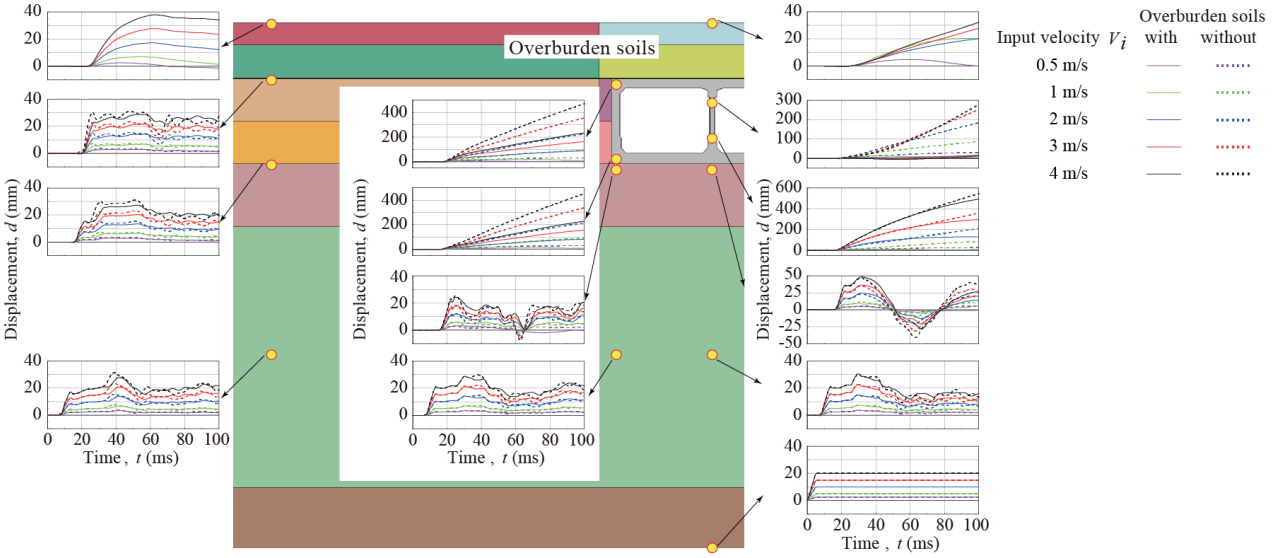
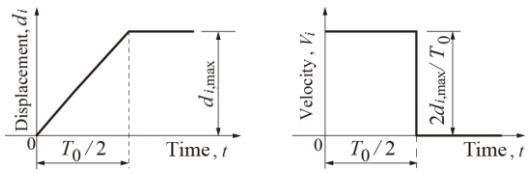
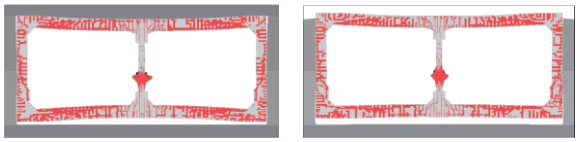


Fig. 4 Time histories of displacement d at each point



(a) Displacement d_i (b) Velocity V_i

Fig. 3 Schematic time histories of the input wave



(a) With overburden soil (b) Without overburden soil

Fig. 5 Damage patterns of the station structure (V_i = 4 m/s)

であることから全て弾性的に挙動するものと仮定した．コンクリートには，引張と圧縮領域で軟化するモデル（LS-DYNA における材料物性 mat72R3）を用いている．鉄筋は，降伏後の塑性硬化を考慮したバイリニア型の構成則モデルを適用した．降伏の判定には，von Mises の降伏条件に従うものとし，塑性硬化係数 H' は，弾性係数 E_S の 1 % と仮定している．駅躯体に上載された土砂に関しては，圧縮強度を 1 MPa に設定し，圧縮強度に達した時点で完全降伏に至るものと仮定した．引張強度は零と仮定している．

数値解析は，Fig. 3(a) に示しているように周期を T_0 とし，半周期に相当する $T_0/2$ の間，基礎岩盤底面を上方に $d_{i,\max}$ だけ変位させることにより行った．従って，変位速度 V は，Fig. 3(b) に示すように $V = 2d_{i,\max}/T_0$ となる．

本研究では，中柱倒壊への上載土砂の影響を検討するために，周波数が 100 Hz 程度の突き上げ波入力を想定して $T_0/2$ = 5 ms とし，変位速度 V を V = 0.5 m/s から 4 m/s まで変化させて検討を行うこととした．

３．数値解析結果および考察

Fig. 4 には，変位速度を変化させた場合における上載土砂の有無による各点の変位波形の推移状況を比較して示している．図より，駅躯体から離れた地層各点における変位波形は，上載土砂の有無によらず変位速度の増加に対応して基盤から上方に向かって徐々に増加する傾向を示している．ただし，地表面は軸方向応力が解放されることにより，約 2 倍程度の増幅となっている．

中柱軸線上の変位波形を見ると，上載土砂考慮の有無に拘わらず中柱下端と底版直下の地盤の変位波形は，側壁部下端の場合と同様に異なった性状を示しかつ躯体の振幅が地盤に比較して大きいことにより，駅躯体が上方に推移していることが分かる．また，中柱上下端の変位波形を比較すると，上載土砂を考慮する場合には，変位速度が V = 2 m/s の場合においても 100 mm 以上の差があり，明らかに圧壊していることが推察される．一方，上載土砂を無視する場合においても，変位速度がそれぞれ V = 3，4 m/s で約 50, 250 mm 程度の差を示していることから，変位速度が大きい場合には圧壊の状態に至っていることが推察される．

Fig. 5 には，V = 4 m/s 入力時における解析終了時点の躯体の変形とコンクリートが損傷している要素を赤色にして示している．図より，上載土砂を考慮しない場合には考慮する場合に比較して損傷の程度が軽減される方向にある．しかしながら，いずれの場合においても中柱下端近傍が圧壊している状況が確認できる．

以上より，基礎岩盤に強制変位を 5 ms 間入力し，変位速度を変化させた場合の三次元弾塑性過渡応答解析結果から，上載土砂の有無に拘わらず，地下鉄大開駅躯体の中柱は圧壊の傾向を示すことが明らかになった．

参考文献

1) 日本建築学会・土木学会編：阪神・淡路大震災スライド集，丸善，1995.
2) 佐藤工業株式会社:神戸高速鉄道東西線大開駅災害復旧の記録，1997.
3) 例えば，H. Iida, H. Hirota, N. Yoshida, and M. Iwafuji : Damage to Daikai subway station, Special Issues of Soils and Foundation, 36, pp. 283-300, 1996
4) N. Kishi, K. Sonoda, M. Komuro, and T. Kawarai : Numerical Simulation of the Daikai Station subway structure collapse due to sudden uplift during earthquake, *J. Eng. Mech*, ASCE, 147(3), 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Investigation on Flexural Behavior of Concrete Beams Reinforced with Hybrid FRP-Steel Bars

Ahmed HUSSEIN, Ibaraki University
Huang HUANG, Ibaraki University
Zhishen WU, Ibaraki University
E-mail: 20nd301h@vc.ibaraki.ac.jp

The hybrid reinforcement using steel and fiber-reinforced polymer (FRP) bars together is a new philosophy in concrete structures. The present research includes an experimental and theoretical approach to predict the moment-curvature relationship for the hybrid reinforced concrete (HRC)beams. First, an analytical model was built to estimate the moment-curvature behavior based on section analysis according to strain compatibility. Secondly, the flexural stiffness of the HRC beams was calculated based on well-known empirical equations which applied to calculate the effective moment of inertia. All the theoretical results were compared with experimental data. From the comparison, it can be concluded that the fiber analysis model has a good agreement with the experimental results from the beginning of loading up to the failure. Moreover, the empirical equations which calculate the flexural rigidity of the beams are overestimated to predict the flexural stiffness of the HRC beams.

1. Introduction

Nowadays, fibre-reinforced polymers (FRPs) are widely used in the field of civil engineering applications. The low ductile behaviour of structural elements reinforced with FRP bars represents a clear problem, so that, the hybrid reinforcement concrete (HRC) system is suggested to improve the ductility. The hybrid reinforcement consists of steel and FRP bars together. Lau and Pam[1] reported that that the ductility of the beams with hybrid reinforcement is higher than that of the beams with Basalt (BFRP) bars only.

2. Research Significance

The recent research represents a theoretical investigation to obtain the flexural behavior of HRC beams reinforced with BFRP and steel bars. This investigation includes a prediction of the moment-curvature relationship and the flexural rigidity of the HRC beams.

3. Experimental Work

The experimental program includes two beams reinforced with two steel bars(2Φ13) and two BFRP bars(2Φ6). The two beams are named B25-S45 and B25-S60.whereas the letters B and S refer to BFRP and steel bars, respectively. And the number after each letter indicates the concrete cover for the bars.

The two beams are simply supported with a clear span of 1340 mm and with a rectangular section of 150x200mm. The two specimens are tested under four-point loading with a shear span of 420mm.

Table 1 Mechanical properties of the reinforcement bars.

	Yield Strength (Mpa)	Tensile Strength (Mpa)	Elastic Modulus (Gpa)
Steel	410	514	200
BFRP	-	1100	48

4. Proposed Analytical Model

A fibre section model was created to predict the load-curvature diagram of the HRC beams. The model was built based on the following considerations: (1) Strain distribution over the section depth remains linear up to ultimate. (2) The ultimate compressive strain in concrete ε_{cu}=3000με. (3) The bars have a good bond to concrete. (4) The strength of the concrete part on the tension side was neglected.

4.1. Stress-strain relationships for all materials

The concrete model adopted by Hognestad [2] is applied to describe the stress-strain relationship of concrete.

$$f_c = f_c`\left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o}\right)\left(2-\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o}\right) \quad if \quad \varepsilon_c \le \varepsilon_o \tag{1}$$

$$f_c = f_c`\left(1-0.15\frac{(\varepsilon_c-\varepsilon_o)}{(\varepsilon_u-\varepsilon_o)}\right) \text{ if } \varepsilon_o \le \varepsilon_c \le \varepsilon_{cu} \tag{2}$$

Where ε_c and f_c are the strain and the stress of concrete respectively, $f_c`$ is the concrete compressive strength,ε_o is the concrete strain corresponding to the peak stress.

$$\varepsilon_o = 2f_c`/E_c \ , E_c = 4700\sqrt{f_c`} \tag{3}$$

E_c is the elastic modulus of concrete calculated by the ACI [3] equation. The stress-strain curve of steel bars is assumed to be bi-linear elastic-plastic material.

$$f_s = f_y \ if \ \ \varepsilon_s \ge \varepsilon_y \ , f_s = E_s\,\varepsilon_s \ \ if \ \ \varepsilon_s < \varepsilon_y \tag{4}$$

Where $\varepsilon_y$and $f_y$are the strain and the stress in steel bars at the yielding point respectively, $E_s$is the elastic modulus of steel.

The behaviour of BFRP bars was linear elastic up to rupture.

$$f_f = E_f\,\varepsilon_f \tag{5}$$

4.2. Stresses and strains over the cross-section

Figure 1 represents the cross-section of the HRC beam reinforced with BFRP and steel bars. In which, the cross-section of the beam was divided into segments with a height of 10 mm. The following steps are applied to get the load-curvature of the cross-section: (1) assuming the compressive strain value of concrete at the top fibers (ε_c). (2) the strain of in the centroid of each concrete segment (i), steel and BFRP bars were calculated. (3) finding the forces in each concrete segment (C_{ci}), steel, and BFRP bars. (4) the accurate position of the neutral axis was calculated to achieve the equilibrium of the forces after several iterations.

$$\varepsilon_{ci} = \frac{\varepsilon_c}{x}\ (x-\ x_i)\ ,\ \ \varepsilon_s = \frac{\varepsilon_c}{x}\ (d_s-\ x) \tag{6}$$

The applied moment (M_a) can be calculated from the summation of all moments about the neutral axis as below:

$$M_a = T_s(d_s-x) + T_f(d_f-x) + \sum_{i=1}^{n} C_{ci}(x-\ x_i) \tag{7}$$

The curvature of the section can be obtained as below

$$\emptyset = \frac{M}{E_c I_e} = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d_s} \quad (8)$$

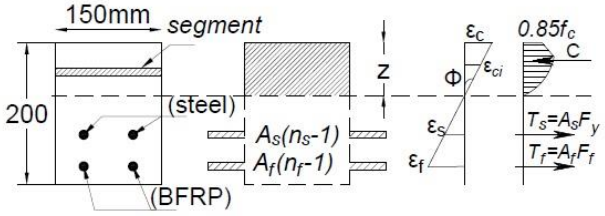


Fig. 1 Stress and strain distribution on the HRC section

5. Flexural Rigidity of the HRC Beams

Before fracking, the moment of inertia of the cross-section equals the gross moment of inertia (I_g) up to the cracking moment (M_{cr})

$$I_g = \frac{bh^3}{12}, \qquad M_{cr} = \frac{f_t I_g}{y_t}, \qquad f_t = 0.62\sqrt{f_c`} \quad (9)$$

Where f_t is the rupture modules of the concrete and it calculated from ACI [3] equation, and y_t represent the spacing between the centroid and the most tension side. After cracking development, the transformed cracked section represents the theoretical equivalent homogeneous transformed cracked section to concrete calculated as below:

$$I_{cr} = \frac{bz^3}{3} + n_s A_s (d_s - z)^2 + n_f A_f (d_f - z)^2 \quad (10)$$

Where $n_s = E_s/E_c$, $n_f = E_f/E_c$ and z is the height of the concrete in compression zone calculated as below:

$$\frac{bz^2}{2} - n_s A_s (d_s - z) - n_f A_f (d_f - z) = 0 \quad (11)$$

The moment of inertia is variable along the beam length. So, the effective moment of inertia (I_e) represents a theoretical constant moment of inertia to make the calculations simpler.

I_e according to ACI 440.1R-06 [3] the recommendation

$$E_c I_e = E_c \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 \beta_d I_g + E_c \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr} \le I_g \quad (12)$$

$$\beta_d = 0.2\left(\frac{\rho_{fe}}{\rho_{fb}}\right) \le 1 \quad (13)$$

I_e according to Alsayed et al.[4]

$$E_c I_e = E_c \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^{5.5} I_g + E_c \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^{5.5}\right] I_{cr} \le I_g \quad (14)$$

6. Results

From the results, the proposed theoretical model showed a good agreement with the experimental results. Also, the flexural stiffness from the experimental results is lesser than that from the theoretical models, especially after the steel yielding.

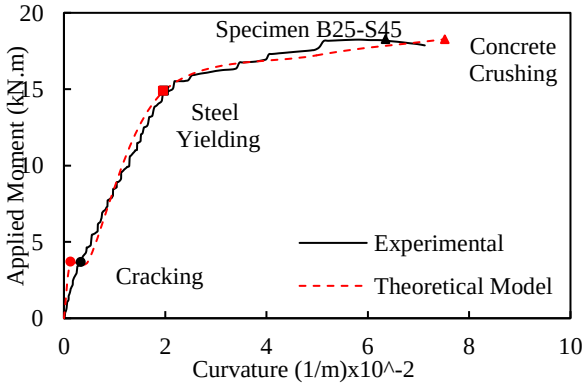


Fig. 2 Moment-curvature curve for the specimen B25-S45

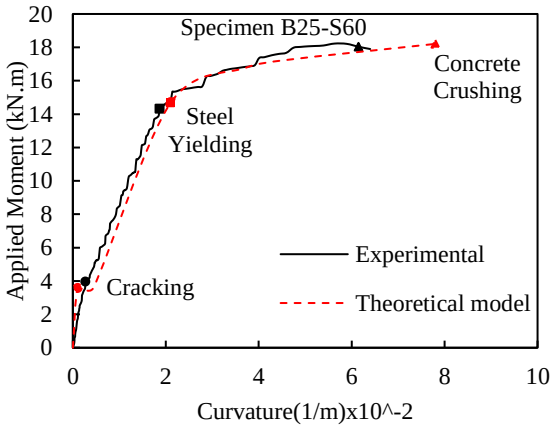


Fig. 3 Moment-curvature curve for the specimen B25-S60

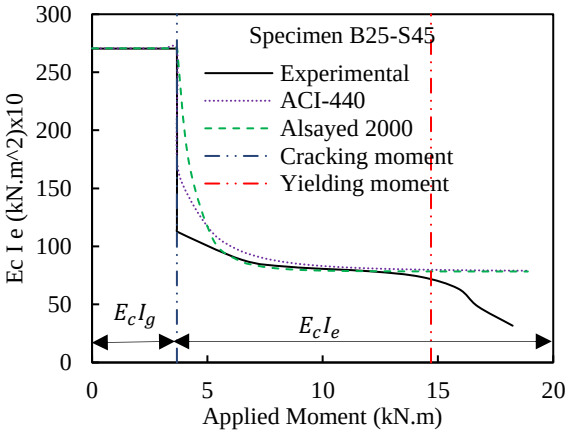


Fig. 4 Applied moment-flexural stiffness curve for the specimen B25-S45

7. Conclusions

This paper presents a theoretical model to calculate the moment-curvature of HRC beams reinforced with steel and BFRP bars based on the equilibrium of the forces over the cross-section. Also, the flexural rigidity was calculated from well-known empirical equations. From the experimental and theoretical calculation, it can be concluded that:

- The theoretical model is valid to predict the moment-curvature relationship for the HRC beams.
- The empirical equations suggested by previous authors are overestimated to predict the flexural stiffness of the HRC beams comparing with the experimental results.

References

1) Lau, D., & Pam, H. J.: Experimental study of hybrid FRP reinforced concrete beams, Engineering Structures, 32(12), 3857-3865,2010.
2) Hognestad E, Hanson N W, McHenry D.: Concrete stress distribution in ultimate strength design, [C] ACI. J Proc. ACI 52(12):455,1995.
3) ACI Committee 440, “Guide for the Design and Construction of Concrete Reinforced with FRP Bars (ACI 440.1R-06), American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2006, 44 pp.
4) Alsayed, S. H.; Al-Salloum, Y. A. and Almusallam, T.H.: Performance of Glass Fiber Reinforced Plastic Bars as a Reinforcing Material for Concrete Structures, Composites Part B, Engineering, V. 31, No. 6-7, pp. 555-567, 2000.

企画セッション（土木分野の数値解析におけるV&V）

【企画】土木分野の数値解析における V&V（ B）

座長:車谷 麻緒(茨城大学)

2021年5月15日(土) 15:25 ～ 16:25 D会場 (D会場)

[SS01B-01] 支持力問題の一斉解析に基づく不確実性の定量化

*森口 周二[1]、中井 健太郎[2]、大野 進太郎[3]、佐藤 伸[4]、若井 明彦[5]、竹原 和夫[6]、鈴木 隼人[7]、石川 裕規[8]、 馬塲 菜々子[5]、渦岡 良介[9]、櫻井 英行[10] （1. 東北大学、2. 名古屋大学、3. 鹿島建設株式会社、4. 株式会社大林組、5. 群馬大学、6. JIPﾃｸﾉｻｲｴﾝｽ株式会社、7. 株式会社J-POWERﾋﾞｼﾞﾈｽｻｰﾋﾞｽ、8. 日本工営株式会社、9. 京都大学、10. 清水建設株式会社）

15:25 ～ 15:40

[SS01B-02] 地下構造物施工解析における数値モデルの検証

*鎌田 浩基[1]、青野 泰久[1]、櫻井 英行[1] （1. 清水建設技術研究所）

15:40 ～ 15:55

[SS01B-03] 落石挙動に対する岩塊形状特性の影響に関する数値解析的検討

*吉田 大活[1]、菅野 蓮華[1]、渡邊 大槻[1]、森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1] （1. 東北大学）

15:55 ～ 16:10

[SS01B-04] コンクリート構造物の非線形有限要素解析手法の検証への数値創成解の使用の基礎検討

*本山 紘希[1]、堀 宗朗[2] （1. 香川大学、2. 海洋研究開発機構）

16:10 ～ 16:25

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

支持力問題の一斉解析に基づく不確実性の定量化

Uncertainty quantification in the bearing capacity estimation based on a round robin test

森口周二（東北大・工）　中井健太郎（名古屋大・工）　大野進太郎（鹿島建設株式会社）　佐藤伸（株式会社大林組）
若井明彦(群馬大・理工)　竹原和夫（JIP ﾃｸﾉｻｲｴﾝｽ株式会社）　鈴木隼人（株式会社 J-POWER ﾋﾞｼﾞﾈｽｻｰﾋﾞｽ）
石川裕規（日本工営株式会社）　馬塲菜々子(群馬大・理工)　渦岡良介（京都大・工）　櫻井英行（清水建設株式会社）

Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
Kentaro NAKAI, Nagoya University
Shintaro OHNO, Kajima Corporation
Shin SATO, Obayashi Corporation
Akihiko WAKAI, Gunma University
Kazuo TAKEHARA, JIP Techno Science Corporation
Hayato SUZUKI, J-POWER Business Service Corporation
Hiroki ISHIKAWA, Nippon Koei Co., Ltd.
Nanako BABA, Gunma University
Ryosuke UZUOKA, Kyoto University
Hideyuki SAKURAI, Shimizu Corporation
FAX: 022-752-2133, E-mail: s_mori@irides.tohoku.ac.jp

This study aims to quantify an uncertainty in the bearing capacity estimation based on simulated results obtained by different analysis tools. Convergence of mesh dependency was focused, and an expected tendency was clearly seen in the simulated results. Furthermore, it was found that there are differences between simulated results obtained by different analysis tools even if small mesh size is used. This can be considered as an aleatory uncertainty that comes from the difference of analysis tools, and about 10 % of error arise due to the uncertainty.

１．はじめに

数値解析技術は高度に発展し，地盤関連の設計や施工の中でも重要なツールとなった。一方で，経済性と安全性の両立に対する社会的要請は今後さらに強くなると予想され，その状況の中においては数値解析の信頼性が非常に重要な意味を持つ。その信頼性を担保するためには，現象の中に含まれる不確実性を適切に評価する必要があるが，実際には全ての不確実性を同時に定量化して評価に結び付けることは難い。そのため，限定された条件下で各不確実性の影響を定量化した上で，全体の中で各不確実性がどの程度の影響を持つのかを議論する必要がある。このような背景に基づいて，本研究では三次元地盤支持力問題を対象としてコード間照査（code-to-code comparison）を実施し，その結果に基づいて解析コードの違いに起因する不確実性を定量的に分析した。

２．一斉解析

一斉解析では，Fig.1 と Table 1 に示す解析モデルと計算条件を設定した。材料に関しては，内部摩擦角 0 度の粘性土地盤を想定し，構成式は関連流れ則の Mohr-Coulomb に限定した。また，基礎底面形状は正方形に限定し，Table 1 に示すように，異なる3種類メッシュサイズ（0.05，0.1，0.25m）の条件とした。このメッシュサイズの異なるモデルを，メッシュサイズが小さい順にそれぞれモデル 1，2，3 と呼ぶ。これらのモデル間でメッシュサイズは変化するが，1つのモデルの中では空間的に変化しない均等なメッシュサイズを用いている。なお，直交メッシュでない場合は，厳密にメッシュサイズをコントロールすることが出来ないが，可能な限り条件が近くなるようにモデルを作成している。また，解析モデルや境界条件などの計算条件等についても解析者によって違いが生じないように細かく定め，出力結果についても，貫入量に対する支持力値の変化を確認するため，基礎の貫入量と支持力値を数値データとして提出するものとした。さらに，結果の報告内容を一致させるために，結果報告シートを作成し，参加グループに共有した。

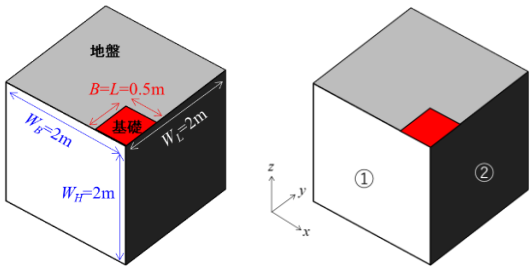


Fig.1　An image of numerical model

4 つのグループ（A～D）から 6 種類の結果が提出されたが，1 つのグループ（D）からは，異なる解析ツールを用いて 3 種類の結果が提出されたため，グループ D については，解析ツールごとに D1，D2 及び D3 と呼ぶ。各グループが解析に使用したコードや要素の情報については Table 2 に示すとおりである。

Fig. 2 と Table 3 は，6 種類の解析で得られた貫入量と支持力の関係を示している。縦軸は，単位面積当たりの極限支持力（極限支持力度）を粘着力で除した無次元量としている。なお，メッシュサイズが 0 の条件は，Roache[1] によって提案された Richardson 補外を用いた収束値の推定手法に基づいて算出したものであり，Table 3 には，収束性の指標である GCI(Grid

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Convergence Index)の値も示している。この手法は，ASME V&V10[2)]でも採用されており，その考え方や手順が示されている。なお，Table 4 には，解析者間の統計値（平均値，標準偏差，最大値，最小値，誤差率）を示した。誤差率については，標準偏差の2倍（信頼区間95%の想定）を平均値で除した値を百分率表示したものである。

Table 1　Calculation conditions

材料関係	粘着力	100 (kPa)
	内部摩擦角	0 (degree)
	弾性係数	10^6 (kPa)
	ポアソン比	0.3
	構成モデル	弾完全塑性モデル (Mohr-Coulombに限定)
	変形理論	微小変形理論
	流れ則	関連流れ則
計算条件	基礎のモデル化	強制鉛直変位
	解析領域サイズ	図3参照
	境界条件（側面）	①面：y固定　x,zローラー ②面：y固定　x,zローラー 他の面：x,y固定　zローラー
	基礎形状	正方形
	基礎サイズ	図3参照（1種類）
	メッシュサイズ	0.05m (モデル1) 0.10m (モデル2) 0.25m (モデル3)
	最終貫入量	0.5(m)
出力	単位面積当たりの極限支持力	
	変形メッシュ図	
	貫入量と支持力の関係	

Table 2　Analysis codes and element types

解析者	A	B	C	D1	D2	D3
解析ツール（コード）	商用	自作	商用	自作	商用	商用
要素の種類	8節点 六面体	20節点 六面体	10接点 四面体	20節点 六面体	20節点 六面体	六面体

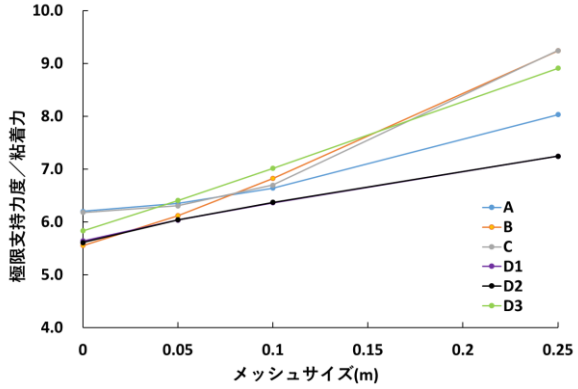


Fig.2　Relation between mesh size and bearing capacity

Table 3　Obtained values of the bearing capacity

	メッシュサイズ	A	B	C	D1	D2	D3
収束値	0	6.20	5.55	6.18	5.64	5.61	5.83
モデル 1	0.05	6.35	6.12	6.30	6.03	6.04	6.41
モデル 2	0.1	6.64	6.82	6.69	6.36	6.37	7.01
モデル 3	0.25	8.03	9.24	9.24	7.24	7.24	8.91
GCI		0.030	0.116	0.029	0.082	0.087	0.112

Table 4　Statistics of the simulated results

	メッシュサイズ	平均	標準偏差	最大値	最小値	誤差率 (%)
収束値	0	5.84	0.27	6.20	5.55	9.1
モデル 1	0.05	6.21	0.15	6.41	6.03	4.8
モデル 2	0.1	6.65	0.23	7.01	6.36	7.0
モデル 3	0.25	8.32	0.86	9.24	7.24	20.7

6 種類の結果のバラツキは，メッシュサイズが小さくなるにつれて低減していくが，メッシュサイズが小さくなっても，低減できないバラツキが残ることがわかる。この不確実性は，各解析ツールに関する詳細な分析などによって低減できる可能性はあるが，実務で支持力問題に数値解析を利用する際にそのようなチェックをすることは困難であり，その不確実性の低減に固執することは実務上の問題解決に資することにはならないと考えられる。すなわち，ここで定量化された不確実性は，数値解析が有する偶然的不確実性と位置付けて，その不確実性が存在する前提で結果の工学的利用を考える方が得策である。また，本研究で定量化された誤差の大きさは，支持力値に対して10%程度のものであり，実務における支持力の安全率に対して十分に小さいものと考えられる。そのように考えれば，現代の数値解析は，支持力問題の実務利用に対して十分な能力を有すると結論付けられる。

5．まとめ

本研究では，複数の解析者が異なる解析ツールを用いて粘性土地盤の三次元支持力問題の一斉解析を実施し，その結果を分析した。とくにメッシュサイズの影響を考慮して計算解像度に対する解の収束性を確認し，その上で結果のバラツキを分析した。その結果，解析ツールの違いにより，支持力値に対して 10%程度の不確実性が存在することが確認され，これを支持力問題に対する数値解析の偶発的不確実性として位置付けて工学的利用を考えることを提案した。ただし，本研究で定量化した不確実性は，均質な粘性土地盤というシンプルな条件に対するものであり，材料が摩擦性材料の場合や多層地盤などの複雑な条件にまで適用できる知見ではなく，より一般的な議論を行うためには，本研究で実施したような一斉解析とその結果の分析の積み重ねが必要である。

謝辞

本論文の作成にあたり，土木学会応用力学委員会土木分野の数値解析における V&V に関する小委員会の各委員より多くの助言を頂いた。とくに，同委員会の不確実性 WG のメンバーである大竹雄准教授（東北大学）と西尾真由子准教授（筑波大学）からは，本論文を作成する上で非常に有益な助言や提案を頂いた。ここに記して感謝の意を表す。

参考文献

1) P. J. Roache, Perspective: A Method for Uniform Reporting of Grid Refinement Studies, J. Fluids Eng. Sep 1994, 116(3), p.405-413.
2) The American Society of Mechanical Engineers (2009): Standard for Verification and Validation in computational Fluid Dynamics and Heat Transfer, ASME V&V20-2009

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

地下構造物施工解析における数値モデルの検証
Verification of computational model for simulation of tunnel excavation

鎌田　浩基（清水建設）　青野　泰久（清水建設）　櫻井　英行（清水建設）
Hiroki KAMADA, Shimizu Corporation
Yasuhisa AONO, Shimizu Corporation
Hideyuki SAKURAI, Shimizu Corporation
E-mail: hiroki.kamada@shimz.co.jp

In the numerical analysis to design underground structures, it is necessary to approximate a semi-infinite geological area into a finite analysis area, and it is known that numerical results are significantly affected by this approximation. The conventional setting of the analysis area, such as '3D to 5D' with the excavation diameter D, is generally used to design underground structures. However, in data driven analysis such as a data assimilation, because the error included in the models should be known quantitatively, appropriate settings of the analysis area are very important. In this study, verifications using several numerical models are systematically performed by comparing with the theoretical solution of the corresponding differential equation. In addition, mesh convergences for several area settings are reported, and a simple method of area setting is suggested which uses the theoretical solution and numerical one.

1. 緒　言

地下構造物を対象とした数値解析において，半無限の広がりをもつ地盤を有限領域へと落とし込む近似が必要であり，それにより得られる変位や応力が大きく変化することが知られている．実務においては，その影響が小さくなるよう，地下空洞の幅を D として「空洞縁から $3D \sim 5D$[1)]」という，慣例的な値が用いられているのが実状である．しかし，近年注目されているデータ同化といったデータ駆動型予測モデルにおいては，数値モデルの定量的な誤差評価が重要であり，慣例的な設定を安易に用いるべきではない．本研究では領域，メッシュサイズを変更した数値モデルの計算結果と，微分方程式の理論解との比較を行うことにより，数値モデルの検証（verification）を系統的に行った結果を報告する．また，要素長と解析領域の設定に関して，誤差の収束性の観点から検討し，概略的な設定方法を提案する．

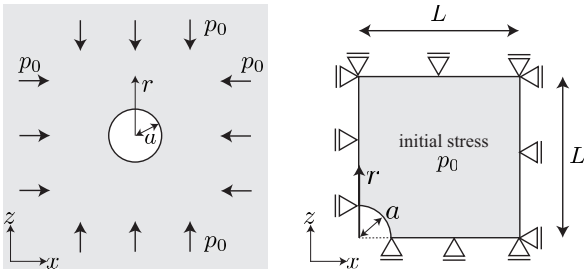
2. 掘削解析モデルの設定

本研究では，汎用の有限差分法プログラム FLAC3D により計算された数値解と，微分方程式の理論解とを比較することにより，設定した数値モデルの検証を行った．まず，検証問題は Fig.1 (a) に示した平面ひずみ状態を仮定した素掘り円形トンネルである．弾性理論解には一般的な無限円孔板の理論解を，弾塑性理論解には Salençon[2)] によるものを用いた．本研究では数値解と理論解との比較を変位で行うこととし，最大変位に関する以下の数式を用いた．

$$\text{弾性理論解：} u^{\mathrm{e}}_{\max} = -\frac{a}{2G}(p_0 + p') \tag{1}$$

$$\text{弾塑性理論解：} u^{\mathrm{ep}}_{\max} = -\frac{p_0}{2G} r\chi\left(\frac{r}{a}\right) \ , r = a \tag{2}$$

ただし，a は掘削トンネル半径，G はせん断弾性係数，p_0 は等方初期応力，p' は最大半径方向応力，r はトンネル中心からの距離であり，また χ は塑性パラメータやポアソン比，初期応力，掘削トンネル半径より計算される係数である． 解析領域は対称性を考慮して，Fig.1 (b) に示す 1/4 の領域とし，奥行方向の変位を拘束して平面ひずみ状態とした．数値モデルの検証は，弾性モデルと弾塑性モデルの両者に対して行った．本検証の目的は，(i) 円孔付近の要素長を変更し，境界付近の要素長もあわせて変更した際のメッシュ収束性及び，(ii) 円孔縁から境界までの距離（領域設定）の影響把握である．その際の上記検証 (i)，(ii) でのパラメータの設定値は，Table 1 の値を用いた．検証解析は Table 2 に示す 3 種類の材料定数を用いて行った．ただし，case 1 は弾性モデル，case 2，3 については非関連 Mohr-Coulomb 弾塑性モデルを使用し，ダイレイタンシー角には 0° を設定した．



(a) for theoretical solution　　(b) for numerical solution

Fig.1 Verification problem

Table 1 Parameters of verification analysis

変更項目	設定値
円孔付近要素長	2.0m, 1.0m, 0.5m, 0.2m, 0.1m
（総要素数）	(300, 600, 1200, 3000, 6000)
モデル寸法 L	35m (3D), 55m (5D), 205m (20D)

Table 2 Material properties

	ヤング率	ポアソン比	摩擦角	粘着力
case1	2.7 GPa	0.2	-	-
case2	2.7 GPa	0.2	45°	2.27 MPa
case3	2.7 GPa	0.2	30°	1.0 MPa

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

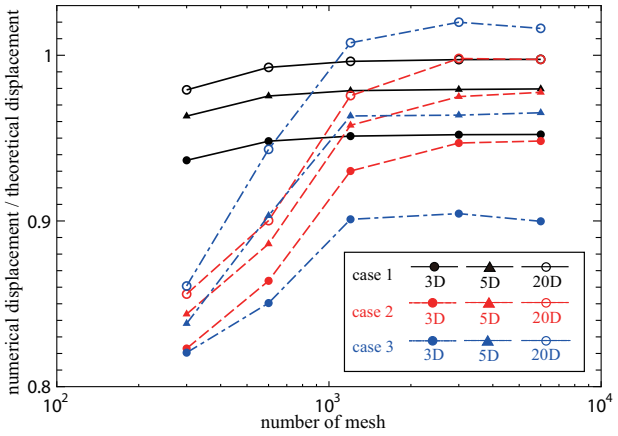


Fig.2 Comparison of mesh convergence

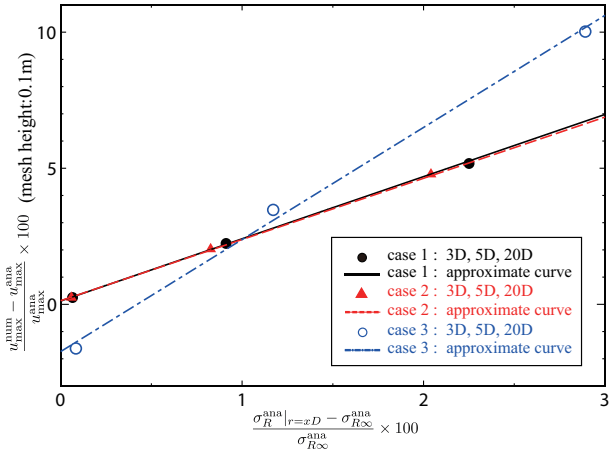


Fig.3 Relationship of relative errors

3. 検証解析結果と検証

以降，解析結果と理論解の比較による解の収束性の観点から行った検証結果を示す．Fig.2 は case 1 ~ 3 の解析条件において初期応力 p_0 = 13.0 MPa とした場合のメッシュ収束性の比較である．横軸はメッシュ分割数，縦軸は変位の理論解に対する数値解の比（誤差）である．これより，弾性，弾塑性のどちらのモデルも領域設定を大きくとることにより，最大変位の収束値が理論値と近いことがわかる．そして，同じ領域設定，メッシュ分割数であっても弾性モデルの結果が最も理論解との誤差が小さいことが確認できた．次に，弾塑性モデルの case 2，3 を比較すると，同じ領域設定では，塑性半径がより大きい case 3 においてより誤差が大きいことがわかる．これは，塑性領域が大きいことで変形の生じる範囲が広がり，変形に対する境界の影響が大きくなるためである．また，円孔付近要素長を 2m，1m と塑性半径に対して大きく設定した場合には理論解との誤差が著しく大きく，Fig.2 の曲線が部分的に下に凸となる不自然な結果となった．これは数値解析における塑性領域が要素高さを単位として不連続に進展することが原因と考えられる．

4. 領域設定に関する決定方法

前節の検証解析より，トンネル掘削解析において解析領域を小さく設定すると，境界の影響により最大変位が過小に生じることを確認できた．著者らはこの境界による変位の過小評価（有限領域での数値解変位と理論解変位との相対誤差）と，円形トンネルの半径方向応力の理論解の無限遠応力との相対誤差に着目した．Fig.3 に示した関係をみると，これらの間には比例関係が成り立っており，case 1，2 の場合にはその傾きも一致している．case 3 は他の曲線と傾きが異なるが，これは塑性半径が比較的大きい際に，領域設定による誤差と比較して数値誤差の影響が強まるためと考えられる．すなわち Fig.3 の曲線は使用プログラムによって傾きと切片が変化すると考えられ，本検証のような検証解析を行うことではじめて決定できるものである．そのため，数値解変位の許容誤差に応じた領域設定は，いくつかの検証解析結果から Fig.3 のような近似曲線を求め，許容誤差に対応する縦軸の値から決定可能である．

5. 結　言

地下構造物を対象とした数値解析において，解析領域の設定に着目した検討を実施した．本研究で得られた知見を以下にまとめる．

- トンネル掘削解析において慣例的に用いられている「トンネル縁から $3D$ ~ $5D$」という領域設定を行った場合，今回の条件では最大変位の数値解の誤差は，要素長や塑性パタメータに応じて，弾性解析で 2.03 ~ 6.34% 程度，弾塑性解析で 2.24 ~ 17.9% 程度と無視できない値となった．データ同化やデジタルツインなど，計測データを活用しながら予測を行うデータ駆動型解析においては，このような慣例的な設定値を安易に用いるのではなく，モデルの要求性能に応じ，事前の誤差評価により設定する必要がある．
- 要素長の設定は，通常の設計では経験的に決められることが多い．しかし，特に弾塑性解析を行う場合には要素長が解の精度と正確度に大きな影響を与えることを再確認できた．この影響は領域設定によらず発生し，円孔付近では少なくとも $0.25D$ 以下の設定とし，メッシュ収束性を検証することにより決定する必要があると考えられる．
- 任意の許容誤差に対して適切な領域設定の範囲は，上述のような適切な要素長を設定した上で，Fig.3 の近似曲線から予測可能である．この近似曲線に基づいた領域設定を用いることにより，データ駆動型解析において必要な数値モデルの誤差の定量化に要する時間が短縮され，より信頼性のある設定になると考えられる．

参考文献

1) 日本鉄道建設公団: NATM 設計施工指針, pp.307-327, 1996.
2) Salençon, J.: Constraction Quasi-Static D'une Cavite a Symetric Spherique Ou Cylindrique Dans Un Milieu Elasto-plastique, Annales Des Pints Et Chaussees, 4, pp.231-236, 1969.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

落石挙動に対する岩塊形状特性の影響に関する数値解析的検討
A numerical study on the effects of rock shape characteristics on rockfall behavior

吉田　大活・菅野　蓮華・渡邊　大槻・森口　周二・寺田　賢二郎（東北大・工）
Taiki YOSHIDA, Hasuka KANNO, Daiki WATANABE, Shuji MORIGUCHI, and Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: taiki.yoshida.p3@dc.tohoku.ac.jp

The purpose of this study is to quantitatively evaluate the effect of the shape characteristics of rock mass on rockfall behavior. We conduct a series of rockfall simulation using the Discrete Element Method, which is a rigid body model that can directly model the shape of objects. Aspect ratio, flattening ratio, cut ratio, and sphericity are selected as parameters to express the shape characteristics of a rock mass. The relationship between these parameters and the distribution characteristics of run-out distance of rock mass is quantitatively analyzed. To evaluate the run-out characteristics, we use two indices: the moving distance and the ratio of the maximum moving distance to the average moving distance in the simulation cases. According to the results, it is found that the shape parameters significantly affect the run-out characteristics of rockfall. It is also confirmed that the closer the rock shape becomes the sphere, the higher the average value of the moving distance. On the contrary, the farther away from the sphere, the larger the maximum value of the moving distance is compared to the average value.

１．序論

落石は斜面に関する災害の中で頻度が高く，その被害を軽減するための対策は国内外で重要とされている．落石の減災対策には，岩塊の跳ね返りの高さ，移動距離，運動エネルギー，斜面水平方向の分散などの情報が必要となる．本研究では，落石形状が落石移動距離に与える影響を，落石シミュレーション手法を通じて分析する．シミュレーション手法には，落石の形状を直接的に表現できる非質点系手法である個別要素法（DEM : Discrete Element Method）を採用し，ESSS（Engineering Simulation and Scientific Software）社の DEM ソフトウェアである Rocky-DEM[1)]を利用する．

本研究では，到達特性を表す指標として，落石が斜面下端から最終到達位置までに移動した距離と（以下，総移動距離），ケース中の平均総移動距離と最大総移動距離との比（以下，突出移動距離比）の二つを選び，落石岩塊形状がこれらに与える影響を定量的に調べることにする．

２．解析条件

本研究では，岩塊形状を定義する複数のパラメータをそれぞれ変化させ，落石の到達特性にどのような影響を与えるかを評価する．岩塊と斜面の物性値は変化させず一定とし，岩塊の密度は 2650kg/m^3，体積は 1m^3，バネ定数は 1.0×10^9N/m とした．また，斜面の反発係数は 0.5，摩擦角 θ は 30°，動摩擦係数と静摩擦係数はともに tan θ とした．斜面形状については，斜面方向 656m，斜面水平方向 900m，斜面勾配は 45° とした．落石に使用する岩塊は，斜面下端から 50m，底辺から 56m の位置から初期姿勢を 200 通りに変化させ，シミュレーションを行った．

岩塊は立方体を基本のモデルとし，L を長辺，I を中辺，S を短辺とし，CL,CI ,CS はそれぞれの辺のコーナーカット長さを表す [2)]．さらに，形状を変化させるパラメータとしてアスペクト比 a[3)]，扁平率 f，カット比 c を使用する．コーナーカット比は各辺の長さとカットされた辺の長さの比であり，それぞれ次式のように設定した [2),4)]．

$$a = \frac{L}{S} = 1.0, 2.0, 3.0 \tag{1}$$

$$f = \frac{I}{S} = 1.0, 2.0, 3.0 \tag{2}$$

$$c = \frac{C_L}{L} = \frac{C_I}{I} = \frac{C_S}{S} = 0.0, 0.2, 0.4, 0.5 \tag{3}$$

以上で用意したパラメータを組み合わせは計 18 種類のであり，Fig.1 は対応する全ての岩塊を示している．図中で岩塊の下に示した番号は，本研究で定義した岩塊の名称である．また，もう一つの形状表現パラメータとして球形度を用いる．球形度は対象の岩塊がどれだけ球に近いのかを示すパラメータ [5)] であり，この値は次式を用いて求めることができる．

$$\Psi = \frac{\sqrt[3]{36\pi V^2}}{A} \tag{4}$$

ここで，V は岩塊の体積，A は表面積である．

３．解析結果と考察

Fig.2 に各岩塊の総移動距離の平均値を，Fig.3 に各岩塊の突出移動距離比の平均値をそれぞれ示す．この図から分かるように，岩塊形状 1-1 は全体的に総移動距離が長く，岩塊形状 2-1 と 2-2 も 1-1 に次いで長いという結果を得た．一方，アスペクト比が 3 の岩塊形状 3-1，3-2，3-3 は全体的に総移動距離が短い結果となった．また，アスペクト比が大きくなると，球形度が小さくなるため，球形度が小さくなると総移動距離も小さくなると言える．さらに，ほぼすべての岩塊がカット比 c = 0.4 まで総移動距離が増大し，c = 0.4 を超えると値が減少するといった傾向が確認できる．以上より，総移動距離はアスペクト比，球形度，及びカット比から影響を受けるといえる．

一方，突出移動距離比は，アスペクト比 1 の岩塊形状 1-1 から，アスペクト比 3 の岩塊形状 3-3 にかけて大きくなっている．また，総移動距離同様に，球形度が大きくなると突出移動距離比も大きくなることがわかる．しかし，総移動距離とは違い，カット比が与える影響が扁平率によって違っていた．ほぼすべてカット比 c = 0.4 までその値が減少し，c = 0.4 を超えると値が増大するといった影響がみられるが，扁平率によってカット比ごとの突出移動距離比の大小関係が変わっている．扁平率が 1 の場合（岩塊形状 2-1, 3-1 で 1-1 は除く）は c = 0.2 の時が，扁平率 2 の場合（岩塊形状 2-2，3-2）は c = 0.5 の時が，そして扁平率 3 の場合

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

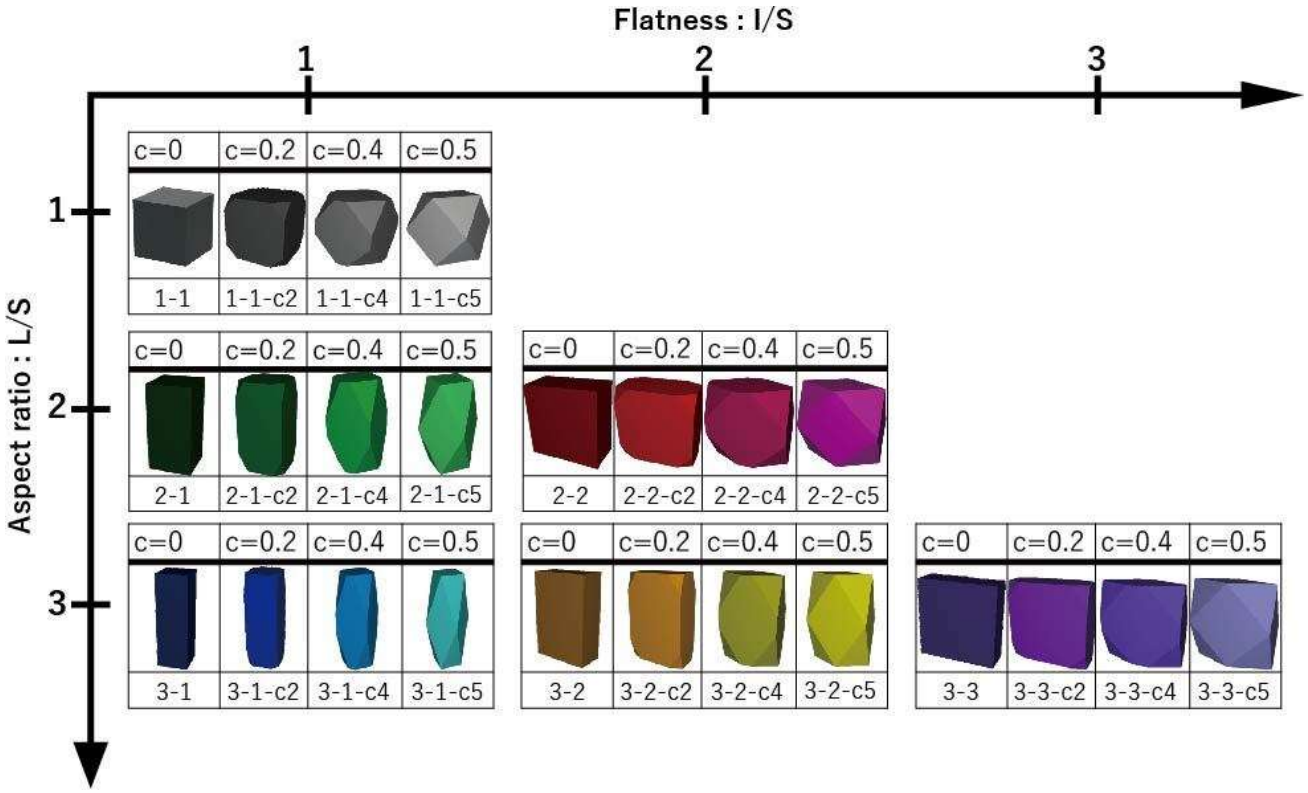


Fig. 1 岩塊形状

（岩塊 形状 3-3）は c = 0.4 の時がそれぞれ一番大きくなっている．扁平率が同じ岩塊同士は，カット比から受ける影響がほとんど同じであった．以上より，突出性移動距離比はアスペクト比，球形度，カット比，及び扁平率から影響を受けることがわかる．

4．結論

本研究の結果より，到達特性を表す総移動距離は球形度，アスペクト比，及びカット比の影響を受けるのに対して，突出移動距離比は球形度，アスペクト比，カット比，及び扁平率の影響を受けていることが明らかとなった．また，岩塊の形状パラメータは到達特性に大きな影響を与えることが確認した．

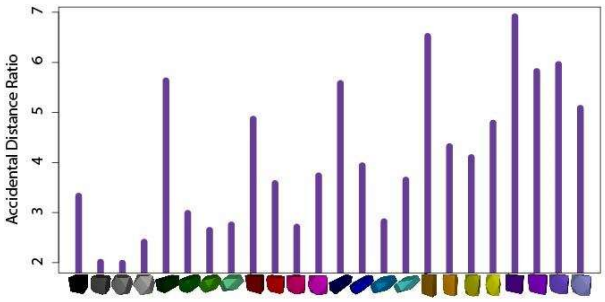


Fig. 3 各岩塊の突出移動距離比の平均

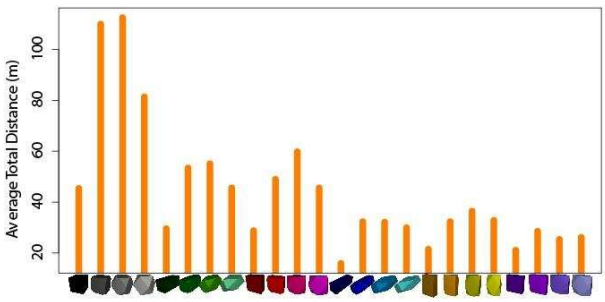


Fig. 2 各岩塊の総移動距離の平均

参考文献

1) Rocky DEM Inc: Rocky software version 4.3.1, 2015.
2) Mollon, G., Richefeu, V., Villard, P. and Daudon, D.: Discrete modelling of rock avalanches: sensitivity slope geometries, Granular Matter, Vol. 17, No. 5, pp. 645– 666, 2015.
3) 倉岡千郎: 亀裂間隔と動摩擦角が崩壊岩塊の到達距離に及ぼす影響に関する研究，日本地すべり学会誌, Vol. 56, No. 2, pp. 77–86, 2019.
4) BLOTT, S. I. J. and PYE, K.: Particle shape: a review and new methods of characterization and classification, Sedimentology, Vol. 55, pp. 31–63, 2008.
5) Emerson dos Reis, Bruno Godoy Canales, M. F. F. d. A.: Assessment of mathematical expressions for morphological parameters of solid particles based on common geometric shapes, Powder Technology, Vol. 370, pp. 215–225, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

コンクリート構造物の非線形有限要素解析手法の検証への数値創成解の使用の基礎検討

Basic Study on Usage of Numerically Manufactured Solution for Verification of Non-linear Finite Element Analysis of Concrete Structures

本山 紘希（香川大） 堀 宗朗（JAMSTEC）
Hiroki MOTOYAMA, Kagawa University
Muneo HORI, JAMSTEC
E-mail: motoyama.hiroki@kagawa-u.ac.jp

Quality assurance of the numerical simulation, which is achieved by Verification & Validation, is an important issue in civil engineering and earthquake engineering. Usage of the method of numerically manufactured solution is feasible to solve the problem of Verification; the analytical solution is not usually acquired in the problem treating the materials of complex constitutive relations. As a basic study of the usage of method of numerically manufactured solution, we applied the method to a simple concrete material analysis. It is revealed that we need to choose the appropriate non-linear analysis method to pass the Verification of the method in using strain softening materials such as a concrete.

１．はじめに

土木工学や地震工学において，構造物の数値シミュレーションの品質保証は重要な課題である．土木学会でも様々な取組みが行われている[例えば 1)]．数値解析の品質保証は，数値解析手法の検証と妥当性の確認（Verification & Validation, V＆V）により検討される．数値解析手法の検証は，解くべき数理モデルを適切な精度で数値的に計算できることを確認するものである．数理モデルの解析解との比較により確認され，本研究で扱う数理モデルは非線形波動方程式である．妥当性の確認は，数値シミュレーションが実現象を十分な精度で表現できることを確認するものである．実験の再現解析などにより検討される．

Chen[2)]らや兵藤ら[3)]の分析のように，非線形有限要素法の数値解析手法の検証は困難である．複雑な構成則に対して解析解が得られないことが多いためである．兵藤らがさらに分析するように，これまでの数値シミュレーションの品質保証は妥当性の確認に寄ってきたと考えられる．また，V & V の次のステップである不確定性の定量化も注力されている[例えば 4)]．しかし，妥当性の確認や不確定性の定量化は数値解析手法の検証が十分であることが前提であることから，数値解析手法の検証の手法の確立は重要課題である．

数値解析手法の検証において，創成解の手法（Method of Manufactured Solution）[5)]や数値創成解の手法（Method of Numerically Manufactured Solution）[2)]の研究が進められている．特に，数値創成解の手法は適用性が高く，実用化が期待される．本研究では，著者らが開発してきたコンクリート構造物の非線形有限要素法の解析で簡単な問題を設定し，数値創成解の手法の基礎的な検討を行うことで数値解析手法の検証を試みるとともに，現状の問題点の分析を行う．

２．数値創成解の手法

創成解の手法や数値創成解の手法は文献に詳しいため，ここではその考え方の要点のみ以下に簡単に示す．非線形有限要素法の数理モデルは時間微分と空間微分の演算をLで表すと次式のように書ける．

$$L\mathbf{u} = \mathbf{f}, \tag{1}$$

ここで，$\mathbf{u}$, $\mathbf{f}$はそれぞれ変位を表すベクトル関数，外力を表すベクトル関数である．検証の必要があるのは，与えられた$\mathbf{f}$に対して$\mathbf{u}$を計算する問題である．創成解の手法では，創成解として$\mathbf{u}^m$を考え，式(1)にこれを代入して$\mathbf{f}^m$を計算する．結果として，式(1)の数理モデルに$\mathbf{f}^m$を与えた場合の解析解に相当する解として$\mathbf{u}^m$を使用できる．構造解析を考えた時の具体的な手順としては，$\mathbf{u}^m$を空間微分可能な形で与えれば，ひずみの計算が可能であり，構成則の関数が与えられていれば応力が計算され，それに釣合う物体力が計算される．適切な創成解の設定は必要であるが，数理モデルの解析解に準ずる解を使用して数値解析手法の検証を可能とする手法である．一方で，文献 5)で指摘されるように，変形の履歴による結果を検証する場合に課題がある．

数値創成解の手法は，創成解の手法のような数理モデルベースの解の創成ではなく，これを離散化した数値解析上での解の創成を考える．式(1)を離散化した次式を使用する．

$$[L][\mathbf{u}] = [\mathbf{f}], \tag{2}$$

それぞれの項は式(1)を離散化して得られる行列またはベクトルである．数値創成解の手法では，数値創成解$[\mathbf{u}^m]$を考え，式(2)より節点反力として$[\mathbf{f}^m]$を計算する．数値創成解の手法の場合と同様，$[\mathbf{f}^m]$を与えた場合の解として$[\mathbf{u}^m]$を使用できる．数値創成解を$[\mathbf{u}^m(\mathrm{t})]$と設定すれば履歴として与えることも可能である．数理モデル上の解の創成ではないが，その分，数値創成解の設定は自由度が高く，履歴の検討も可能であり，適用性が高いことが利点である．

数値創成解の手法の巧妙な点は，検証対象の手法やそれを実装したソフトウェアをそのまま使用できる点である．モデルを構築し，変位条件を与えることで実現できる．ここで，数値創成解の重要な条件として，全ての節点の全ての自由度に対する変位であることが挙げられる．これにより，一意にひずみが計算されるとともに実装された構成則の関数から応力が計算され，結果としてそれに釣合う節点力が計算される．この過程では有限要素法の非線形解析が使用されない．一方で，変位による拘束がない自由度がある場合，有限要素法では力から変位の非線形計算が行われる．つまり，ここで検証すべき非線形解析手法（ニュートン法など）の計算が含まれることになる．この場合，得られた力を与えて計算したとしても，同様の誤った計算により，設定した変位が再現されてしまう可能性が残るため，解析解を使用した検証に準ずる数値解析手法の検証とはならない．この意味で，文献 3)の検討は数値創成解の使用を意図したものと記述されるが，解析モデルの大部分の節点の自由度が拘束されていないようにも読めるため，その場合には，上記に関する追加の検討が必要と考えられる．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．コンクリート材料の計算における検討

ここでは，ごく基礎的な検討として，1 要素のコンクリート材料のモデルを作成し，それに対して数値創成解の手法を適用することで，最も基礎的な数値解析手法の検証を行う．構成則には前川らの提案するモデルを使用した．

コンクリート構造物の有限要素法に使用する非線形解法として，著者らはこれまでいくつかの手法を検討してきた．ここではその内の 2 つについて検討する．1 つは，通常のニュートン法を使用し，かつ，計算における時間刻みを適切に細かく設定する手法である．もう 1 つは，修正ニュートン法による手法で時間刻みを比較的大きく設定する手法である．これらの手法は大規模数値計算を前提とした構成であるが，ここでは説明を省略する．

解析モデルは 1 辺 1000 mm の立方体とし，ヤング率を 29400 N/mm^2，ポアソン比を 0.2，コンクリートの圧縮強度を 29.4 N/mm^2 とする．1 軸圧縮を想定した創成解を考える．1 s で 5 mm（ひずみ 0.5%）の動的載荷を行う．上記のように，全節点の全自由度に変位条件を設定するため，通常の計算であればポアソン比の影響による載荷方向に直行する方向の膨らみも変位条件として設定する必要がある．Fig. 1 に設定する変位条件（数値創成解）を示す．また，創成解と創成解の入力の結果として得られる節点力の関係を Fig. 2 に示す．この計算の過程では非線形の繰返し計算が実施されていないことを確認している．なお，Fig. 2 に示されるように検証対象には軟化の挙動を含む点が特徴的である．

Fig. 3 と Fig. 4 に，Fig. 2 の節点力を荷重として与えた場合のニュートン法の計算による解析手法の検証解析と修正ニュートン法の計算による検証解析の結果を示す．時間刻みdtはニュートン法では$dt = 0.001$，修正ニュートン法では$dt = 0.01$とした．結果は創成解と比較して示した．両図から分かるように，修正ニュートン法では軟化挙動が再現されない一方で，ニュートン法では軟化挙動まで計算されることが分かった．またニュートン法でも軟化時は誤差が大きくなることも分かる．誤差の収束性などの検討も今後必要である．

著者らのこれまでの検討では，コンクリート構造物を対象にした大規模有限要素法ではニュートン法は比較的安定しない．しかしながら，安定を得られる修正ニュートン法ではコンクリート材料に特徴的な軟化挙動の計算の検証に通らない．今後，コンクリート材料の非線形解法にはさらなる研究が必要と考えられる．

４．まとめ

コンクリート構造物の非線形有限要素法解析の検証として，数値創成解の手法の適用を考えて基礎的な検討を行った．1 要素のごく簡単なモデルであるが，軟化挙動に関する解析手法の検証を通過するためには，適切な非線形解析手法が必要であるがことが分かった．ここでは，修正ニュートン法はこの検証を通過しなかった．著者らの調査の範囲では，修正ニュートン法やその改良手法がコンクリート構造物の解析で使用されることも少なくない．これを踏まえると数値解析手法の検証方法の確立は重要と考えられる．今後，数値解析手法の検証方法について研究を深めるとともに，検証を通過する非線形解析手法の検討も実施する．

参考文献

1) 中村ほか：非線形地震応答解析の品質保証とそのあるべき姿について考えるー非線形地震応答解析法の妥当性確認／検証方法の体系化についてー，土木学会平成２９年度全国大会研究討論会　研－18 資料．
2) Chen et al.: Code verification of soil dynamics simulations: A case study using the method of numerically manufactured solutions, Computers and Geotechnics, 117, 103258, 2020.
3) 兵藤ほか：数値創成解の考え方を用いた杭の支持力モデルの検証事例, 土木学会論文集 A2（応用力学）, No.77, Vol.1, pp.12-20, 2021.
4) 車谷ほか：不確かさの定量化に向けた RC はりの一斉載荷実験，土木学会論文集 A2, Vol.75, No.2, pp.I_411-I_420, 2019.
5) 山田：超弾性体の大変形有限要素解析への創成解の方法の適用，土木学会論文集 A2，Vol.72, No.2, pp.I_277-I_284, 2016.

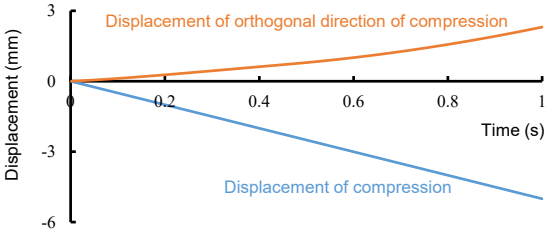


Fig. 1 Numerically manufactured solution.

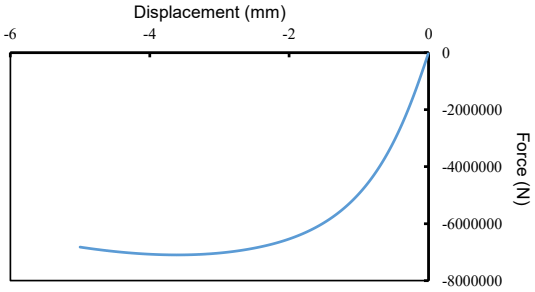


Fig. 2 Example of the relation of the numerically manufactured solution and nodal force.

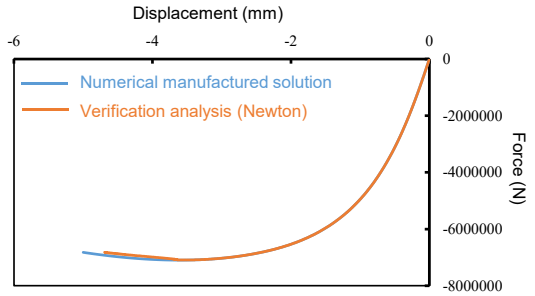


Fig. 3 Verification of the analysis using Newton method.

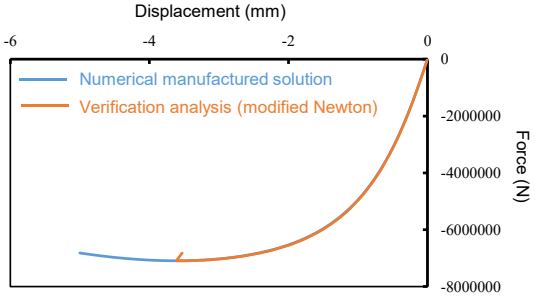


Fig. 4 Verification of the analysis using modified Newton method.

企画セッション（リスク評価とその応用）

【企画】リスク評価とその応用

座長:福永 勇介(国土技術政策総合研究所)

2021年5月15日(土) 15:25 ～ 16:55 E会場 (E会場)

[SS02A-01] ため池の破堤リスク評価に向けた応答曲面の改良

*立石 翼[1]、西村 伸一[1]、柴田 俊文[1]、黒田 修一[2]、加藤 智雄[2]、栗林 健太郎[2]、棚谷 南海彦[2] （1. 岡山大学、2. エイト日本技術開発）

15:25 ～ 15:40

[SS02A-02] 3次元津波シミュレーションの代理モデルを用いた津波流体力のリアルタイム予測

*外里 健太[1]、高瀬 慎介[2]、森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1]、大竹 雄[1]、福谷 陽[3]、野島 和也[4]、櫻庭 雅明[4]、横洲 弘武[5] （1. 東北大学、2. 八戸工業大学、3. 関東学院大学、4. 日本工営株式会社、5. 中部電力株式会社）

15:40 ～ 15:55

[SS02A-03] 実データに基づくベイズ推論による係留施設の地震時フラジリティ曲線の構築

*菅原 法城[1]、福永 勇介[1]、宮田 正史[1]、住岡 直樹[1,2] （1. 国土交通省　国土技術政策総合研究所、2. 株式会社 エコー）

15:55 ～ 16:10

[SS02A-04] 超解像技術を援用した仮設土留めにおける実用的な動態観測手法の開発

*児玉 真乃介[1]、大竹 雄[2] （1. 株式会社日建設計シビル、2. 東北大学）

16:10 ～ 16:25

[SS02A-05] 動力学系時間発展則の同定に基づくデータ駆動型地盤応答解析に関する基礎研究

*塩井 瑛大[1]、大竹 雄[1]、吉田 郁政[2]、福永 勇介[3]、宮田 正史[3]、村松 正吾[4] （1. 東北大学、2. 東京都市大学、3. 国土技術政策総合研究所、4. 新潟大学）

16:25 ～ 16:40

[SS02A-06] ガウス過程回帰を用いた地盤物性値の空間分布推定におけるランダム成分の自己相関関数の比較

*富澤 幸久[1]、吉田 郁政[1]、大竹 雄[2] （1. 東京都市大学、2. 東北大学）

16:40 ～ 16:55

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ため池の破堤リスク評価に向けた応答曲面の改良
Improvement of Response Surfaces for Risk Evaluation of Earth-fill Dams

立石　翼　　西村　伸一　　柴田　俊文（岡山大・環境理工）
黒田　修一　　加藤　智雄　　栗林　健太郎　　棚谷　南海彦（エイト日本技術開発）
Tsubasa TATEISHI, Shin-ichi NISHIMURA, Toshifumi SHIBATA, Okayama University
Shuichi KURODA, Tomoo KATO, Kentaro KURIBAYASHI, Namihiko TANAYA, Eight-Japan Engineering Consultants Inc.
E-mail: plb65pco@s.okayama-u.ac.jp

There are many decrepit earth-fill dams that were constructed hundreds of years ago in Japan. The breaches of earth-fill dams after heavy rains lead to downstream flooding and cause extensive damage to catchment areas. Therefore, the implementation of countermeasures against the breaching of these decrepit dams is necessary. However, approximately 160,000 earth-fill dams exist in Japan, and it would be impossible to improve all the dams due to limited financial resources. For the repairment and reinforcement of earth-fill dams efficiently, it is necessary to establish criteria and decide which dams should take precedence through risk evaluations based on the product of the damage costs and the probability of failure. This report presents the estimation of the risk due to flooding after the breaches of 19 earth-fill dams in Hiroshima Prefecture. Detailed analytical methods for estimating the damage costs have been established, however, they are complicated and require a great deal of time and effort. Therefore, simplified methods are needed to select the earth-fill dams that must be preferentially repaired and reinforced. This report suggests the response surface method as a simplified approach is applied to reduce the time and effort in estimating the damage costs.

１．はじめに

日本国内には約 16 万箇所のため池が存在しているが，そのうちの約 7 割は江戸時代以前に築造されたものとなっており，老朽化が進展している．近年では豪雨も頻発しているため，これにより被災するため池も少なからず報告されている．このようなため池に対しては改修を行う必要があるものの，対象数が多いことから，すべてのため池に対してこれを実施することは非現実的である．

そこで，本研究では，広島県内に位置する 19 箇所のため池 A～S（Table 1）を対象に，豪雨時における越流破堤リスクの算出を主軸に据え，改修の必要性が高いため池を選定するための優先度評価について検討を行う．破堤リスクについては，豪雨によるため池の越流確率と下流側における想定被害額の積として定義している．本研究では，想定被害額の算出に対して，詳細法および応答曲面法による 2 種類の手法を比較しながら，より簡便な手法である応答曲面法について，水間ら[1]により提案された応答曲面を改良し，その結果を示す．

２．越流確率の算出方法

ため池の破堤は越流によるものを想定する．越流確率の算出に際しては，まず，ため池近傍の降雨観測点より，年最大日雨量記録日における最大時間雨量のデータを取得する．続いて，Weibull プロットに対する確率分布曲線のあてはめを行う．本研究においては，プロセスの簡略化のため，確率分布曲線は Gumbel 分布，または，平方根指数型最大値分布（SQRT-ET）のうち，Weibull プロットに近似する曲線を使用することとしている．確率分布曲線から，式(1)に表されるピーク流出量 Q_p（m³/s）がため池の洪水吐流下能力 Q_d（m³/s）を超える降雨強度 r（mm/h）を求め，このときの確率降雨年の逆数を越流確率 P_f として算出する．なお，算出結果は次頁の Table 3 に記載している．

$$Q_p = 1/3.6 \cdot r_e \cdot A \quad (1)$$

$$r_e = f_p \cdot r \quad (2)$$

$$P_f = \mathrm{Prob}[Q_p > Q_d] \quad (3)$$

ただし，式(1)および式(2)では，r_e：有効降雨強度（mm/h），f_p：ピーク流出係数，A：流域面積（km²）とする．

Table 1 Summary of 19 dam sites.

Dam site	Total volume of water (m³)	Spillway Capacity (m³/s)	Observatory
A	66,210	1.96	Kure
B	155,400	2.85	Kure
C	255,000	25.4	Shiwa
D	21,600	Unknown	Yawata
E	49,600	3.04	Tsushimi
F	13,700	0.23	Miiri
G	1,019	11.3	Hiroshima
H	6,040	11.45	Hiroshima
I	3,100	3.0	Kure
J	196,000	68.87	Takehara
K	130,000	49.6	Takehara
L	10,300	2.62	Takehara
M	7,020	0.38	Higashihiroshima
N	12,000	0.35	Higashihiroshima
O	1,095	0.14	Kure
P	4,000	1.31	Kure
Q	1,890	2.19	Hiroshima
R	5,625	1.1	Hiroshima
S	9,500	1.8	Hiroshima

３．想定被害額の算出方法

ため池の破堤による想定被害額は，詳細法および応答曲面法の 2 種類の手法を用いて算出する．詳細法では，ため池の氾濫解析を行い，下流側の指定された範囲におけるメッシュ毎の最大浸水深を算出する．同様に，下流側の資産データを収集し，氾濫解析の結果と重ね合わせることにより被害額を算出する（Table 3）．一方，応答曲面法では，被害額を応答，水間ら[1]によって提案された下記 5 つのパラメータを因子とし，重回帰分析を行うことによって，応答曲面とよばれる回帰式を求める．

a：ため池の有効貯水量（m³）
c：主たる氾濫流路の勾配の中央値（%）
e：氾濫域における世帯数の平均密度（世帯/km²）
f：氾濫域における従業者数の平均密度（人/km²）
i：流出点標高に対する氾濫域内建物用地の標高の中央値

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

４．応答曲面の改良案

応答曲面の作成は，詳細法により算出された被害額および 5 因子をもとに行うが，被害額に対してばらつきを与える因子を特定するために，主成分分析を行った（Fig. 1）．因子負荷量は，主成分に対する各変数の相関係数を表しており，絶対値が 1 に近いほど主成分に強く寄与している．ここでは，因子として応答曲面のパラメータである a ～ i と被害額（Cost）を考え，被害額に対する各パラメータの相関を検討する．主成分分析の結果，第 1 主成分に寄与する被害額に対しては，第 2 主成分に寄与する因子 a および c がばらつきを与えているということがわかった．そこで，Table 2 にしたがって応答曲面を改良し，比較検討を行うこととする．応答曲面 1 は水間らりによるものであり，応答曲面 2～4 の比較対象とする．なお，応答曲面 3 および 4 における貯水量 a の閾値は，回帰分析の残差の自由度が 1 以上となるように設定している．

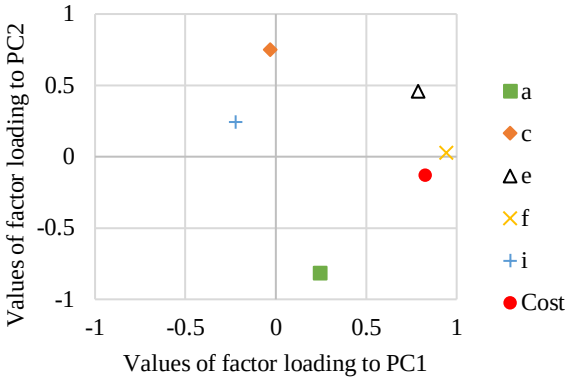


Fig. 1 Values of factor loading to principal components.

Table 2 Conditions of response surfaces.

Response surface	Factors	Boundary value of factor a that splits response surfaces
1	$a,\ c,\ e,\ f,\ i$	-
2	$\ln a,\ \ln c,$ $\ln a \cdot \ln c,\ e,\ f,\ i$	-
3	$a,\ c,\ e,\ f,\ i$	(i)7,000 (ii)8,500 (iii)10,000 (iv)11,500 (v)13,000 (vi)14,500
4	$\ln a,\ \ln c,$ $\ln a \cdot \ln c,\ e,\ f,\ i$	(i)7,000 (ii)8,500 (iii)10,000 (iv)11,500 (v)13,000 (vi)14,500

５．応答曲面の作成結果およびリスク評価

詳細法および応答曲面法を用いて被害額を算出し，越流確率と掛け合わせて破堤リスクを算出した．例として，Table 3 に詳細法および応答曲面 4(i)による破堤リスクの算出結果を示す．また，詳細法と応答曲面法のリスク順位差の加算値を Fig. 2 に示す．リスク順位差の加算値は応答曲面 1 で最大となったことから，改良案である応答曲面 2～4 では精度が向上したといえる．ただし，応答曲面 3 および 4 については，貯水量 a の閾値の設定次第で，精度にばらつきが生じる結果となった．ここで，応答曲面 1 と比較して最も改善していると判断された応答曲面 4(i)による被害額算出式を式(4)および式(5)に示す．ただし，C_{fs} および C_{fl} は被害額（千円）を表しており，$a < 7{,}000$ のときは C_{fs}，$a \geq 7{,}000$ のときは C_{fl} を用いて算出する．

$$C_{fs} = -1.0 \cdot 10^7 \cdot \ln a - 1.3 \cdot 10^8 \cdot \ln c + 1.7 \cdot 10^7 \cdot \ln a \cdot \ln c + 6.6 \cdot 10^3 \cdot e + 2.5 \cdot 10^4 \cdot f + 1.7 \cdot 10^8 \cdot i \quad (4)$$

$$C_{fl} = 4.4 \cdot 10^4 \cdot \ln a + 1.3 \cdot 10^7 \cdot \ln c - 1.3 \cdot 10^6 \cdot \ln a \cdot \ln c - 3.8 \cdot 10^2 \cdot e + 5.5 \cdot 10^3 \cdot f - 7.6 \cdot 10^6 \cdot i \quad (5)$$

Table 3 Results of detailed analysis and response surface 4(i).

Dam site	Overflow probability	Detailed analysis			Response surface 4(i)		
		Damage cost (Millions of JPY)	Failure risk (Millions of JPY)	Risk ranking	Damage cost (Millions of JPY)	Failure risk (Millions of JPY)	Risk ranking
A	0.3365	5,576	1,876	4	7,640	2,571	4
B	0.0249	13,167	328	6	6,958	173	7
C	0.0643	12,755	820	5	17,728	1,140	5
D	-	675	-	-	2,416	-	-
E	0.0515	227	12	16	2,184	113	9
F	1.0000	169	169	7	645	645	6
G	0.0025	1,724	4	18	1,850	5	18
H	0.0035	42,483	147	8	42,458	147	8
I	0.0025	4,681	12	15	4,216	11	17
J	0.0025	13,138	33	13	8,293	21	14
K	0.0025	3,734	9	17	7,648	19	15
L	0.0078	4,623	36	11	6,998	55	11
M	0.5071	16,003	8,115	2	11,888	6,029	3
N	0.8320	5,971	4,968	3	7,902	6,575	2
O	0.0267	3,096	83	9	2,960	79	10
P	0.0086	5,909	51	10	6,376	55	12
Q	0.0029	5,172	15	14	5,156	15	16
R	1.0000	8,464	8,464	1	8,496	8,496	1
S	0.0025	13,565	34	12	8,720	22	13

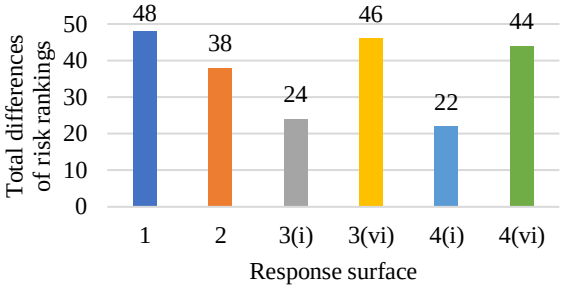


Fig. 2 Total differences of risk rankings between detailed analysis and response surfaces.

６．まとめ

応答曲面を検討した結果，因子$\ln a$，$\ln c$，$\ln a \cdot \ln c$，e，f，i を因子とし，加えて，貯水量 a に閾値を設定して応答曲面を分割したものが，最も適切な精度を担保できると判断された．ただし，Fig. 2 をはじめとするリスク評価の結果や対象サイト以外のため池に対する応答曲面の適用結果を踏まえると，貯水量 a に対して設定する閾値の最適値については議論の余地がある．

参考文献

1) 水間啓慈・西村伸一・柴田俊文・珠玖隆行：応答曲面法によるため池破堤リスクの簡易評価，農業農村工学会論文集，Vol.84，No.1，pp. I_47～I_55，2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3 次元津波シミュレーションの代理モデルを用いた津波流体力のリアルタイム予測
Real-time Tsunami Force Prediction Using Surrogate Model of 3D Tsunami Simulation

外里健太（東北大）　高瀬慎介（八戸工業大）　森口周二（東北大）　寺田賢二郎（東北大）　大竹雄（東北大）
福谷陽（関東学院大）　野島和也（日本工営）　櫻庭雅明（日本工営）　横洲弘武（中部電力）
Kenta TOZATO, Tohoku University
Shinsuke TAKASE, Hachinohe Institute of Technology
Shiji MORIGUCHI, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
Yu OTAKE, Tohoku University
Yo FUKUTANI, Kanto Gakuin University
Kazuya NOJIMA, Nippon Koei Co., Ltd.
Masaaki SAKURABA, Nippon Koei Co., Ltd.
Hiromu YOKOSU, Chubu Electric Power Co., Inc.
E-mail: kenta.tozato.t2@dc.tohoku.ac.jp

This study presents a framework for real-time tsunami force predictions using a surrogate model based on precomputed results of 3D numerical simulations. An area affected by the tsunami caused by the 2011 Great East Japan Earthquake is targeted and the proper orthogonal decomposition is applied to the analysis results to extract the spatial modes that represent the characteristics of tsunami forces. The constructed surrogate model can predict the spatial distribution of tsunami forces almost instantaneously and can be utilized for real-time prediction.

１．緒言

津波の数値解析に関する研究は高度に発展しており，精度の高い評価や予測が可能になっている．また，災害時においては，被害がどの程度まで及ぶのかといった情報をできるだけ早く取得することが避難行動や災害対応等を行う上で非常に重要になる．しかし，高度な数値解析に関しては一般に計算コストが問題になるのに加え，災害は不確実性を非常に多く含むことから，災害が起こった直後にその不確実性までを考慮して災害シミュレーションを行い，その情報をリアルタイムで被害の予測に生かすというのは現状では難しい．そのため，高度な数値解析から得られる情報を効率的に利用して，リアルタイムの津波の被害予測を行うことのできる枠組みの構築が求められる．本研究では，固有直交分解(POD :Proper Orthogonal Decomposition)[1)]の理論を陸域に遡上する津波の数値シミュレーション結果に対して適用することで，津波のリアルタイムシミュレーションを可能とする枠組みの構築を目的とする．

２．津波シミュレーション

支配方程式には，次式の Navier-Stokes 方程式及び連続式を用いる．

$$\rho\left(\frac{\partial \boldsymbol{u}}{\partial t}+\boldsymbol{u}\cdot\nabla\boldsymbol{u}-\boldsymbol{f}\right)-\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}=\boldsymbol{0} \quad (1)$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{u}=0 \quad (2)$$

ここで，ρは密度，$\boldsymbol{u}$は速度ベクトル，$\boldsymbol{\sigma}$は応力テンソル，$\boldsymbol{f}$は物体力ベクトルである．また，Newton 流体を仮定し，構成則には次式を用いる．

$$\boldsymbol{\sigma}=-p\boldsymbol{I}+2\mu\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u}) \quad (3)$$

ここで，pは圧力，$\boldsymbol{I}$は単位テンソル，μは粘性係数であり，$\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u})$は次式で定義される変形速度テンソルであ

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{u})=\frac{1}{2}(\nabla\boldsymbol{u}+(\nabla\boldsymbol{u})^{T}) \quad (4)$$

式(1), (2)の離散化には，安定化有限要素法の一種である SUPG/PSPG 法[2)]を適用した．

３．実験との比較による数値解析結果の検証

3 次元シミュレーションの妥当性を検証するために，実験結果との比較を行う．解析モデルについては，Fig. 1 に示すとおりである．また，境界条件として，底面と壁面には Slip 条件，角柱表面には Non-Slip 条件を用いている．

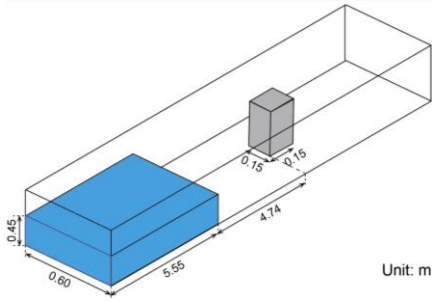


Fig.1 Analysis model.

角柱に作用する流体力について，実験結果と数値シミュレーションの比較を行った結果を Fig. 2 に示す．この結果より，本研究で採用した手法によって概ね実験結果を表現できていることが確認できる．

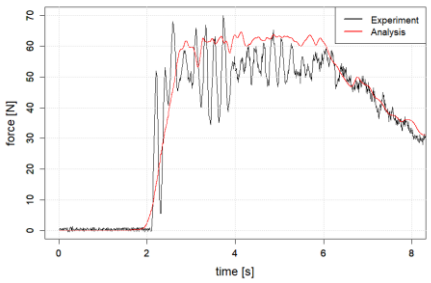


Fig. 2 Comparison of time-series data of hydrodynamic force.

４．実災害事例の数値シミュレーション結果への適用

本研究では，2011 年の東日本大震災の津波を想定し，対象地域に襲来する津波の数値解析を実施した．広域での 2 次元解析と対象地域に遡上する津波の 3 次元解析の連成解析を行った．まず，広域の 2 次元解析によって対象地域の湾内で観測される津波高さや流速の時刻歴データを取得し，その時刻歴の結果を入力条件として用いて都市内に遡上する津波について 3 次元の数値解析を実施した． 2 次元解析

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

と 3 次元解析の境界については Fig. 3 に示すとおりであり，具体的な接続方法については Takase et al.[3]の手法を用いた．

Fig. 3 Analysis area.

次に，考慮する不確実性パラメータについて，本研究では，断層の食い違い量の特性に関係が深いと考えられているすべり量（Slip）およびすべり角（Rake）の 2 つのパラメータを不確実性のパラメータとして選定し，これらを変化させた複数のシナリオで数値解析を実施した．解析を行ったケースついては，東北地方太平洋沖地震を標準として，各小断層のすべり量に対して 0.7 から 1.4 を乗じた 5 パターン，すべり角については−20◦から+25◦まで変化させた 10 パターンの合計 50 ケースとした．本研究では，代理モデルの精度検証のため，すべり角が±10◦のケースを検証ケースとして保持し，残りの 40 ケースの数値シミュレーション結果を用いて代理モデルの構築を行った．

5．固有直交分解による代理モデルの構築

固有直交分解は，データの特徴をつかみ，より効率的にデータを表現するという手法であり，データ行列の共分散行列について固有値解析を行うことで求めることができる．このとき得られる固有値が主方向の分散を表し，その値が大きいほどその固有方向がデータに対する寄与率が高いことを意味する．また，固有ベクトルがデータの特徴を表す．

特異値分解の理論より，あるケースiのデータ$\boldsymbol{x}_i$は，共分散行列の固有値λ_jと固有ベクトル(モード)$\boldsymbol{u}_j$を用いて以下のように表される．

$$\boldsymbol{x}_i = \sum_{k=1}^{N} \left(\sqrt{\lambda_k} v_{ik}\right) \boldsymbol{u}_k = \sum_{k=1}^{N} \alpha_{ik} \boldsymbol{u}_k \tag{5}$$

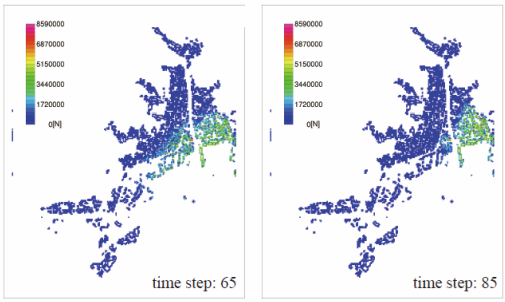
ここで，v_{ij}は，データ$\boldsymbol{x}_i$が列方向に並ぶ行列の特異値分解で得られる右特異行列の成分であり，Nがケース数を表す．ここで，係数部分を入力パラメータ群$\boldsymbol{a}$と時間の関数と置くことで，代理モデルとして以下のように表される．

$$\hat{\boldsymbol{x}}(\boldsymbol{a}, t) = \sum_{k=1}^{r} f_k(\boldsymbol{a}, t) \boldsymbol{u}_k \tag{6}$$

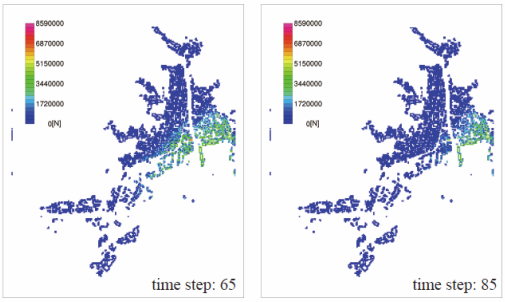
ここでrは代理モデルに用いるモード数であり，寄与率が大きい方からr個のモードを選んでいる．式(6)を用いることで，任意の不確実性シナリオ，時間での津波リスク指標の空間分布を低計算コストで表現することができる．

6．数値シミュレーション結果と代理モデルの結果の比較

検証用データとして保持しておいたケースの結果と代理モデルより得られる比較を行うことで，代理モデルの妥当性の検証を行う．検証ケースのある 1 ケースについて，数値解析から得られる衝撃力の空間分布と代理モデルから得られる衝撃力の空間分布のスナップショットによる比較を Fig. 4 に示す．



(a) results of numerical analysis



(b) results obtained from surrogate model

Fig. 4 Snapshots of the results obtained from numerical analysis and results obtained from the surrogate model

Fig. 4 の分布が概ね一致していることが確認できる．このケースについて，平均平方二乗誤差を計算すると，84017 N であり，これは最大値に対して 0.78%の誤差であることから，代理モデルによって概ね表現可能であることが言える．また，代理モデルは数秒程度で任意の時間，不確実性シナリオでのリスク指標の空間分布を再現可能なことから，リアルタイム予測のための技術として有用であると言える．

7．結言

数値解析の結果を効率的に利用して，少ない計算コストで数値解析と同等の結果を算出する手順について説明した．不確実性を考慮した複数のシナリオでの数値解析結果からモードを抽出し，モードの係数部分を解析パラメータと時間の関数として表現することで，代理モデルとして数値解析を実施していない任意のケースについても極めて低い計算コストで空間分布を算出することが可能となった．

本研究では，津波という事象に対し，不確実性として断 2 つのみとしたが，実問題ではさらに多く不確実性が含まれていたり，分布などで与えられる複雑な入力条件の問題が存在したりすることから，そのような問題について表現可能な代理モデルの構築，リアルタイムシミュレーションについて，今後検討する予定である．

参考文献

1) Y. C. Liang, H. P. Lee, S. P. Lim, W. Z. Lin, K. H. Lee, and C. G. Wu: Proper orthogonal decomposition and its applications Part I: theory, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 252, pp. 527 – 544, 2002.
2) T.E. Tezduyar.: Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations, *Advances in Applied Mechanics*, Vol. 28, pp. 1 – 44, 1991.
3) S. Takase, S. Moriguchi, K. Terada, J. Kato, T. Kyoya, K. Kashiyama and T. Kotani: 2D-3D hybrid stabilized finite element method for tsunami runup simulations, *Computational Mechanics*, Vol. 58, No. 3, pp. 411–422, 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

実データに基づくベイズ推論による係留施設の地震時フラジリティ曲線の構築

Development of Fragility Curves for Mooring Facilities Based on the Data of Actual Damaged by Earthquakes with Bayesian Inference Methods

菅原　法城（国土技術政策総合研究所），福永　勇介（国土技術政策総合研究所），
宮田　正史（国土技術政策総合研究所），住岡　直樹（国土技術政策総合研究所（株式会社 エコー））

Noriki SUGAHARA, National Institute of Land and Infrastructure Management
Yusuke FUKUNAGA, National Institute of Land and Infrastructure Management
Masafumi MIYATA, National Institute of Land and Infrastructure Management
Naoki SUMIOKA, National Institute of Land and Infrastructure Management (ECOH Corporation)
E-mail:sugahara-n87c4@mlit.go.jp

In this study, fragility curves for mooring facilities are developed by Bayesian inference methods to evaluate damage state immediately after an earthquake occurred. Consequently, fragility curves of several categories (structural type categories) are estimated by using all categories data effectively with the proposed model.

１．はじめに

港湾において係留施設は，地震発生後の緊急物資の輸送に使用されることから，地震発災後に被害程度を即時に推定することは重要である．特に，国や港湾管理者は，限られた情報から意思決定をしなければならない切迫した状況に迫られる．その判断を支援するための一手法として，フラジリティ曲線（以下，FC と称す）を用いる方法が考えられる．FC を用いることで，地震後に強震観測記録から速報的に得られる最大加速度等の地震動指標から，確率論に基づいた被害率の推定情報を瞬時に提供できる．

港湾分野では，後述する速度 PSI 値が地震時の岸壁の変形量と相関が良好とされており，速度 PSI 値を利用した FC の整備が必要とされている．なお，港湾分野での FC の先行研究として，数値計算による係留施設の地震応答解析結果に基づき FC を推定した一井らの研究 [1]があるが，実際の被災記録に基づく研究はほとんどないのが現状である．

本研究では，港湾における係留施設の FC を，全国の被災・無被災記録を用いて推定する．FC の推定は，サンプリング手法であるマルコフ連鎖モンテカルロ法（以下，MCMC と称す）を用いたベイズ推論に基づき行う．また，階層ベイズモデルを用いて，施設の構造形式等の属性情報を有効に活用し，推定に盛り込む方法も検討する．なお，比較対象として，一般的な FC の推定法として用いられてきた方法 [2) 3)]（以下，一般法と称す）でも計算を行い，本研究による手法との相違について計算結果を基に考察する．

2. 本研究で用いるデータ

本研究では，過去の大規模地震のうち，1968 年十勝沖地震から 2016 年熊本地震までの全 13 地震に対する係留施設の 193（うち，重力式 116，控え矢板式 77）の被災記録（岸壁天端の地震後の残留水平変位の実測値）を使用する．併せて，これらの地震により各施設に作用した地震動時刻歴波形を周辺の強震観測記録から再現し，その上で速度 PSI 値等の地震規模を表すのに使われる指標を計算し，FC の構築に利用する．なお，速度 PSI 値は，速度時刻歴の自乗の継続時間における時間積分の平方根として定義され，野津らの研究 [4)]で，地震時の岸壁の変形量との相関が良好であることが確認されている．

FC の推定のためには，被災，無被災をそれぞれ 1，0 で表した 2 値のデータが必要になるため，係留施設の天端残留水平変位（実測値）のデータを用いて，1m を閾値として，被災・無被災を判定し，計算用のデータセットとした．1m の変位は，動的解析による耐震強化岸壁の耐震性照査の際の閾値にも用いられることから，今回検討に準用した．

３．従来の FC

一般法では，FC のグラフの横軸の地震動指標を対数正規分布で仮定する [2), 3)]．その上で，FC の関数（$F(x)$）は，対数正規分布の CDF で表現する．その上で，被災・無被災については，FC から得られる被害率を母数とするベルヌーイ試行の結果として得られる構造を仮定する．この方法で，FC を描くためには，対数正規分布の母数のパラメータを，データから推定することが必要になるが，最尤推定法が一般的に用いられている．その際に最大化を考える尤度関数（$L(\mu, \sigma)$）を式(1)に示す．

$$L(\mu,\sigma) := \prod_{n=1}^{N} F\left(\mathrm{PSI}[n]\right)^{\delta_n} \left(1 - F\left(\mathrm{PSI}[n]\right)^{1-\delta_n}\right) \qquad (1)$$

ここで，μ，σは，分布の母数である対数平均，対数標準偏差であり，δ_n は，n 番目のデータに関して，被災の場合は 1 をとり，無被災の場合は 0 を返す関数とする．F は FC 表す関数である．本研究では比較用に一般法でも計算を行うが，式(1)について，対数をとり，関数の最大化問題に帰着させて解くこととする．

４．本研究で実施する FC の推定の方法

本研究では，MCMC を用いて FC の推定を行う．FC の関数としては，既存研究 [3)]でも実績のあるロジスティック関数を採用する．ロジスティック関数は，機械学習の分類問題でもよく用いられる一般的な関数である．

被災・無被災については，ベルヌーイ試行の結果として得られる構造を仮定するのは一般法と同様とする．

パラメータ推定は，MCMC の一つであるハミルトニアン・モンテカルロ法を実装した Stan を用いて R 環境で計算を行う．なお，母数の推定結果は，モンテカルロ積分を用いて得られる事後期待値（EAP）として与えることとする．

本研究では，一般化線形混合モデル(GLMM)と階層ベイズモデルを組み合わせて使用し，線形予測子の切片及び回帰係数について，すべての属性で共有の全体平均と，属性グループごとの差を表す項に分けて考えるモデリングを行った．そして後者の属性グループごとの差を表すパラメータは正規分布から生成されると仮定した．このモデルを示す式を式(2)に示し，対応するグラフィティカルモデルを

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

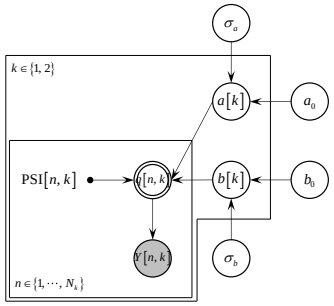


Fig.1　Graphical model of the proposed model

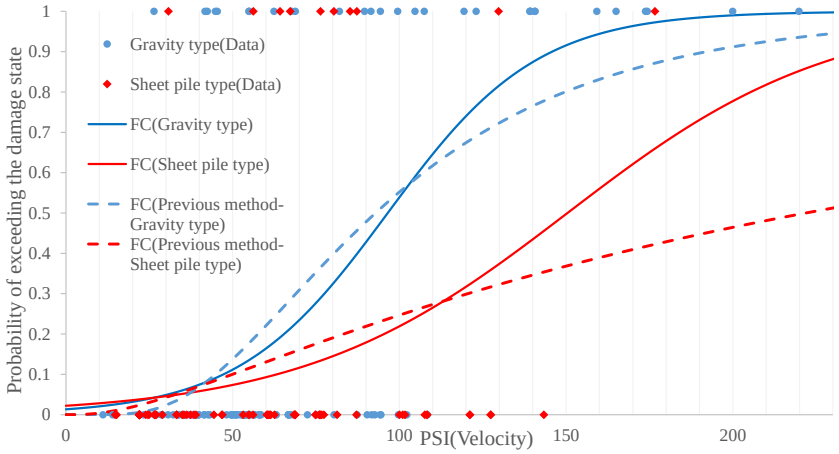


Fig.2　FC for quay walls

Fig.1 に示す.

$$
\begin{aligned}
Y[n,k] &\sim \text{Binomial}\left(Y[n,k] \,|\, q[n,k]\right) \\
q[n,k] &= \text{logistic}\left(a[k] + b[k] \times \text{PSI}[n,k]\right) \\
a[k] &\sim \text{Normal}\left(a[k] \,|\, a_0, {\sigma_a}^2\right) \\
b[k] &\sim \text{Normal}\left(b[k] \,|\, b_0, {\sigma_b}^2\right)
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

ここで，a_0，b_0，は切片，回帰係数の固定効果，$a[k]$ ，$b[k]$ は切片，回帰係数のカテゴリー ($k \in \{1,2\}$)別の効果であり，正規分布(標準偏差はそれぞれσ_a，σ_b)に従うとしてゆるい制約を与えている．q はロジスティック関数の応答値，Y はベルヌーイ試行の結果，n はデータ番号を示す．MCMC では，事後分布に従う a_0，b_0，$a[k]$ ，$b[k]$ ，σ_a，σ_b，q をサンプリングする．

このモデルの使用することで例え数点しかデータがない属性グループがあっても，そのデータを有効に活用して，パラメータを推定することができる．

５．フラジリティ曲線の推定結果

まず，一般法により，重力式，矢板式に分けたデータを用いて，FC の推定を行った．推定結果については，Fig. 2 において点線（赤線：重力式，青線：矢板式）で示している．推定された FC の形状から，重力式についてはおおよそ妥当な結果を与えていると考えられる．一方，矢板式については，速度 PSI 値の増加に対して曲線の立ち上がりが小さい結果が得られた．矢板式の場合は，本研究で実施した天端残留水平変位 1m を閾値とした判定では，無被災と判定されたデータの割合が多く，かつ大きな速度 PSI 値でも無被災と判定されたデータも含まれていたことから，対数正規分布の CDF で FC を仮定し最尤推定でアプローチする一般法では，無被災データに強い影響を受けてしまい，重力式と比較して曲線の立ち上がりが極端に小さい結果となった．PSI でみると 200 近くにならないと，被害率が 0.5 に至らないこととなる．矢板式は，使用したデータが少ないため，今後得られる被災記録や，数値解析の結果との整合を確認することが望ましいと考える．

4.で述べた本研究で提案するモデルで推定した FC を Fig. 2 の実線で示した．重力式，矢板式とも，PSI の増加に伴う曲線の立ち上がりが一般法より急になる推定結果が得られた．これは，PSI がある程度大きい場合において，一般法と比べて安全側の評価を与えることを意味する．

構造形式毎にみると，重力式の場合は，速度 PSI 値が 100 程度で，被害率が 0.5 に達している．これは，一般法の結果とおおよそ一致している．また，PSI 値が 150 程度で一般法との違いが際立っており，PSI 値が 150 程度で，被害率は約 1 割程度，一般法より安全側の評価となっている．

矢板式の場合は，提案モデルの結果では，曲線の立ち上がりは一般法での結果に比べ大きくなる結果が得られた．例えば，速度 PSI 値が 150 程度で，被害率に 0.5 に達する結果となっており，一般法の結果に比べて，小さい PSI 値で被害率に 0.5 に至る．

提案モデルでは，全てのデータをまとめて使用して推定を行い，属性（構造形式）毎の違いも表現できた．

なお，一般法，提案法ともに重力式と矢板式で異なる結果が得られた．重力式と矢板式では，先行して起こる破壊モードが異なることが原因の一つと推測した

６．まとめ

本研究では，構造物の重要な属性情報を有効に活用して，FC を推定するモデリング方法を提案した．提案モデルでは，複数の属性グループが混じったデータであっても，それらを同時使用して推定することで，極端にデータの少ない属性グループがあっても，データ全体を使用して有効に推定できる．また，階層ベイズモデルで表現したことにより，情報を様々な形で取り込める発展性を与えられたと考える．

また，港湾分野では事例のほとんどない，大規模な実データを用いた推定を行い，結果を確認することができた．

参考文献

1) 一井康二: モンテカルロ法による重力式岸壁のフラジリティカーブの合成，土木学会第 57 回年次学術講演会.
2) Masanobu Shinozuka, Honorary Member, M. Q. Feng, Associate Member, ASCE, Jongheon Lee, and Toshihiko Naganuma, STATISTICAL ANALYSIS OF FRAGILITY CURVES, JOURNAL OF ENGINEERING MECHANICS / DECEMBER 2000.
3) 吉川 弘道，大滝 健，前田 欣昌，中村 孝明: 地震リスク解析におけるフラジリティ曲線と地震損失関数，コンクリート工学, 2007 年 45 巻 10 号 p. 26-34
4) 野津 厚，井合 進: 岸壁の即時被害推定に用いる地震動指標に関する一考察，(https://www.pari.go.jp/bsh/jbn-kzo/jbn-bsi/taisin/paper/jpn_pdf/074_j.pdf) .

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

超解像技術を援用した仮設土留めにおける実用的な動態観測手法の開発

Development of a practical dynamic observation method for temporary soil-retaining walls with the help of super-resolution technology

児玉　真乃介（株式会社日建設計シビル）　　大竹　雄（東北大・工）
Shinnosuke KODAMA, Nikken Sekkei Civil CO., LTD
Yu Otake, Tohoku University
E-mail: kodama.shinnosuke@nikken.jp

This research is basic research that applies super-resolution technology to temporary earth-retaining walls. This paper proposes an inverse analysis that estimates ground parameters using displacements that are pseudo-interpolated by super-resolution. We found that the proposed method can estimate the soil parameters correctly with fewer observations and update the engineering status of the earth retaining wall sequentially.

１．研究の背景と目的

近年，画像処理分野における超解像技術が注目されている．超解像技術は少ない観測データ（低解像度）を擬似的に内挿（高解像度化）する技術である．超解像技術を援用することにより，少ない観測から地盤条件などを予測することができれば，システム全体を対象とした最適な観測点配置計画に貢献することが期待できる． 本研究は，超解像技術を仮設土留めに適用した基礎研究である．

仮設土留めでは，観測点位置と得られる情報の関係は明確に分っていない．そのため，経験的に観測点配置されているのが一般的である．将来的には，縦断方向及び横断方向を考慮した仮設土留めのシステム全体における観測点配置の最適化に拡張する予定である．本研究は，その基礎研究と位置づけており，下記の 2 つの主要課題について研究を実施した．

・１断面における必要な観測点の数の把握

仮設土留めにおける 1 断面の観測点数を縮減することができれば，縦断方向など，他の観測点を増やすことが可能となるため，１断面における必要な観測点数の把握が課題となる．

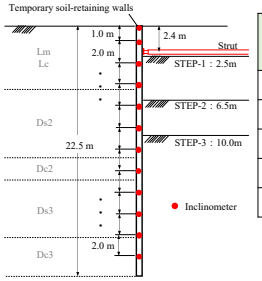
・超解像を援用した仮設土留めの逆解析手法の確立

観測点数を縮減できる可能性がある超解像技術をいかに仮設土留めの逆解析の流れに加え，実務で扱えるようにするかが課題である．

２．研究の方法

(1)解析対象とするモデル

本研究では，Fig.1 に示す，実際に建設された仮設土留めの構造（地盤条件，土留め壁・切梁の位置や剛性，観測点位置）に対して検討を行った．大きく 3 つのステップで掘削が実施された．



Formation	Symbol	N-value	γ※1	c※2	ϕ'※3	E_0※4
			kN/m³	kN/m²	°	kN/m²
Kanto loam layer	Lm Lc	2	13	35	0	3,300
Second diluvial sandy soil layer	Ds2	23	20	15	30	15,100
Second diluvial viscous soil layer	Dc2	16	18	100	0	14,400
Third diluvial sandy soil layer	Ds3	34	19	20	35	23,800
Third diluvial viscous soil layer	Dc3	17	17	155	0	11,900

※1 : Unit weight
※2 : Soil cohesion
※3 : Angle of internal friction
※4 : Ground deformation coefficient

Fig. 1 Target model (actual structure).

(2)仮設土留めにおける順解析と逆解析

Fig.2 は，土留めにおける順解析と本研究で扱う逆解析の概要を示している．順解析では，土留め壁や切梁・地盤物性値（入力）を弾塑性法と土圧式で力学関係をモデル化（システム）し，土留め壁の変位などを予測（出力）する．本研究で扱う逆解析では，Fig.1 で示す条件で順解析した変位のうち，実際の観測点位置（等間隔に 12 点）の情報，もしくは縮減した位置の情報を観測情報とし，それぞれ超解像で内挿することにより，少ない観測点で入力の推定を試みている．また未知量は不確実性の大きい地盤パラメータ（変形係数，粘着力，内部摩擦角）に絞って逆解析を行う．超解像された観測情報から粒子フィルターにより地盤パラメータを推定する．結果の比較は，推定した地盤物性値から同じ掘削 Step の変位を順解析した値に着目する．

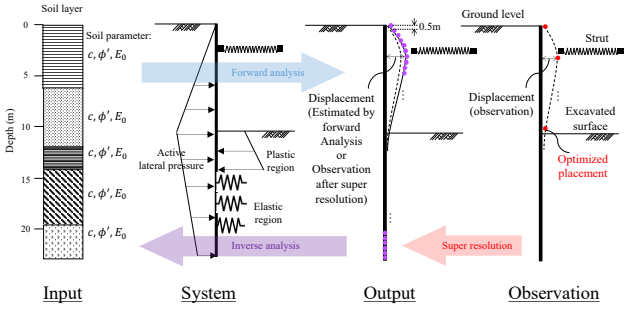


Fig. 2 Flow of forward analysis and inverse analysis.

(3)超解像と観測点最適手法

超解像の方法は，庄司ら [1]が提案する方法を適用する．ある n個の状態ベクトル$\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$は，$m$個の基底ベクトルを並べた行列$\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times m}$と係数ベクトル$\boldsymbol{\beta} \in \mathbb{R}^m$の積で表すことができる．

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}\boldsymbol{\beta} \tag{1}$$

また，p個の観測量 $\mathbf{y}^{obs} \in \mathbb{R}^p$は，状態ベクトル$\mathbf{x}$の一部であるとして,下式の通り表す.

$$\mathbf{y}^{obs} = \mathbf{C}\mathbf{x} \tag{2}$$

ここで,$\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{p \times n}$はダウンサンプリング行列であり,下記の通り構成する.

$$\mathbf{C} = \left[e_1\, e_2 \ldots e_p\right]^T \tag{3}$$

ここで,$\mathbf{C}$は,n次元ユークリッド空間 $\mathbb{R}^n$の標準基底である.$\mathbf{C}$ は観測点に 1 を与えて,それ以外 0 と与え,$\mathbf{x}$から観測点の要素のみを抽出した部分ベクトルを構築するための

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ものである.以上の準備から,観測量 $\mathbf{y}^{obs}$ は下記の通りとなる.

$$\mathbf{y}^{obs} = \mathbf{CA\beta} \tag{4}$$

従って,$\mathbf{y}^{obs}$ が与えられた時の係数ベクトルの推定値 $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ は下式により計算することができる. 本研究では, $p = m$として計算を行った.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{CA})^{-1}\mathbf{y}^{obs} \tag{5}$$

Cは列ピボット選択付き QR 分解によって計算する．この時，**CA** の最小固有値を最大化した**C**が計算されるので，同時に観測点位置の最適点を計算することができる．式(5)を式(1)に代入することにより，超解像した観測量を得ることができる．なお，**A**には，(2)で記載した地盤パラメータを確率変数として順解析し，変位を並べた行列（学習データ）に対して特異値分解をした時の左特異ベクトルを用いた．

３．例題による試算と考察

Fig.3 で計算した学習データを特異値分解した際の掘削 Step 毎の特異値を Fig.4 に示す．いずれの掘削 Step も 1~3 つ目の基底が，学習データの大部分に寄与していることから，観測点の数は 3 つとして検証を行った．

Fig.5 は，実際の観測点数で逆解析を行った結果である．真値とした黒鎖線（46 点）のうち，矢印位置（12 点）の変位データを観測情報として地盤パラメータを同定した．そして同じ掘削 Step の変位を順解析した推定値（46 点）が赤実線である．真値と推定値の差における RMS（二乗平均平方根）が 1.50mm 以下と，真値に近い予測ができていることがわかる．一方，Fig.6 では，観測点数を 3 つとして逆解析を行った結果である． RMS は，Fig.5 と同じ程度の値を示しており，Step1 や Step2 では，Fig.6 の方が小さくなっている．

４．結論

本研究における検討対象の仮設土留めでは，外力による土留め壁の変位が単調であり，特徴空間ではいずれの掘削 Step も 3 つ程度の基底で表現できることが確認できた．また，変位に寄与する基底と同じ数の観測点数で十分に地盤パラメータ（変位）を推定できることが確認できた．以上より，仮設土留めの観測点配置を計画する際の課題に対して，下記の結論を得た．

・１断面における必要な観測点の数の把握

超解像を援用することにより, 実際に実施されている観測点配置の数よりも少ない観測点数で，同等の精度の予測が可能であることを示した．

・超解像を援用した仮設土留めの逆解析手法の確立

不確実性が高い事象を確率変数として順解析し, 変位の学習，基底の抽出を行い，それを活用した超解像結果を観測情報とする逆解析手法を示した．

今後の課題として，切梁の位置やプレロード荷重の最適化の検討を実施する予定である．

参考文献

1) 庄司大河，大竹雄，茂野恭平，肥後陽介，村松正吾，効率的な即時挙動把握に向けた最適観測点配置に関する基礎研究，土木学会論文集 A2（応用力学）, 76 巻第 2 号, pp. I -25- I -33, 2020.

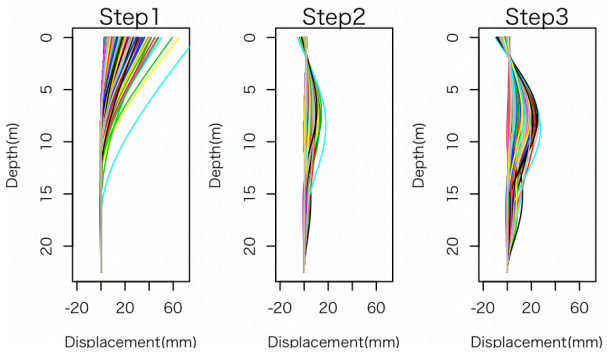


Fig. 3 Learning data of displacement.

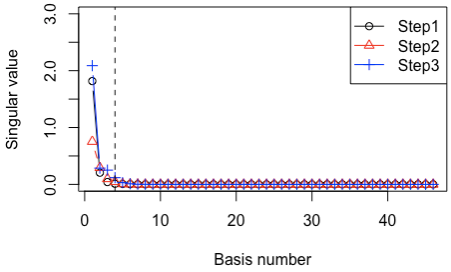


Fig. 4 Singular value of learning data.

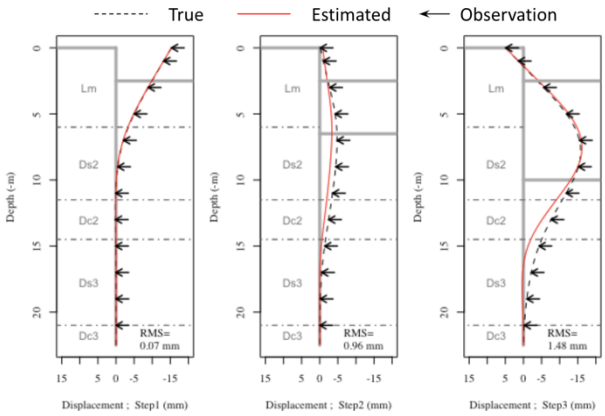


Fig. 5 Inverse analysis in the actual structure.

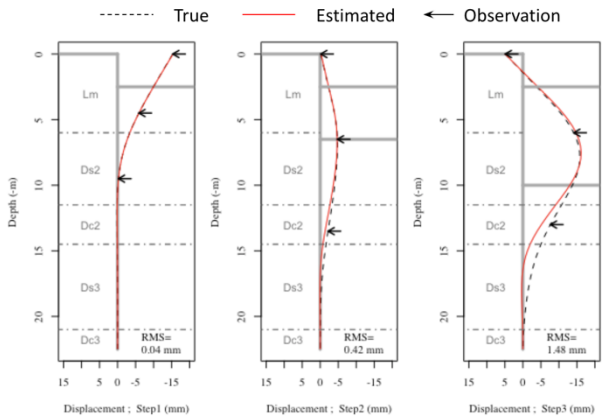


Fig. 6 Inverse analysis with super-resolution and observation placement optimization.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

動力学系時間発展則の同定に基づくデータ駆動型地盤応答解析に関する基礎研究

Basic research on Data-Driven Seismic Response Analysis based on Identification of Temporal Evolution in Dynamics

塩井瑛大（東北大・工）　大竹雄（東北大・工）　吉田郁政（東京都市大・都市工）
福永勇介（国総研）　宮田正史（国総研）　村松正吾（新潟大・工）

Akihiro SHIOI, Tohoku University
Yu OTAKE, Tohoku University
Ikumasa YOSHIDA, Tokyo City University
Yusuke FUKUNAGA, National Institute for Land and Infrastructure Management
Masafumi MIYATA, National Institute for Land and Infrastructure Management
Shogo MURAMATSU, Niigata University
E-mail: as7401sk@gmail.com

This research is basic research for applying Dynamic Mode Decomposition (DMD), which is one of the mode decomposition dimension reduction methods, to the seismic response analysis. This paper proposes a data-driven analysis method that utilizes only the seismic motion observation waveforms on the ground surface for one-dimensional seismic response analysis. By formulating the seismic response on the premise that it is approximated by the equation of motion of single degree of freedom, the identification parameters of DMD are given physical meaning, and future predictions are made based on the equation of motion. We propose a model that expresses the non-stationarity of input seismic motion by equivalent linearizaton the material nonlinearity and adding a compulsory term to the DMD. Finally, this method's effectiveness is verified by comparing it with the seismic response analysis results by the one-dimensional overlapping reflection theory (SHAKE) based on three types of analysis conditions.

１．研究の背景と目的

近年の調査観測技術や数値解析技術の発展により，高次元で膨大なデータを獲得できるようになった．一方，膨大なデータから有意な原理を解明するためには，非常に大きな解析コストを要し，従来の手法では解析が困難となる．そのため，次元縮約により本質的なデータを抽出する手法が必要とされる．その手法の一つとして，動的モード分解 DMD がある．本研究は，DMD を地盤の地震応答解析（以下，地盤応答解析）に適用するための基礎研究である．

DMD は，時系列データの時間発展に注目してモード分解を行う手法である．時間に依存しない空間固有モードとそれぞれのモードに対応する時間発展が指数関数で表現され，各モードの減衰や周期的な振動成分の特徴，系の安定性が数学的に記述される点に特徴がある．本研究では，地盤応答を 1 質点系の運動方程式で近似することで, DMD から得られるパラメータに物理的意味を付与し，地盤表面で観測される地震動波形のみから力学モデルを構築した上で将来予測を行うことを志向している．将来的には，都市域を対象とした，データ駆動型の地震マイクロゾーニング手法の開発へ拡張する予定である．本研究は，その基礎研究と位置づけており，下記の 2 つ主要課題について研究を実施した．

・入力地震動の非定常性への対応

DMD は，系の定常性が仮定されたモデルである．入力地震動は, 振幅や周波数に関する非定常性を有しているため，この非定常性を考慮する方法の開発が課題となる．

・材料非線形性のモデル化

加えて，DMD は，線形性が仮定されたモデルである．材料非線形が卓越することが知られている地盤応答解析に適用するために，地盤材料の非線形特性を何らかの方法で線形化する必要がある．

２．研究方法

(1) 解析対象とする地盤条件

本研究では，Fig.1 に示すように，地盤を単純な 1 質点系モデルに置き換えることで基盤部と地表面の 2 点の観測データのみから地盤応答解析を行う完全データ駆動型アプローチを提案する．

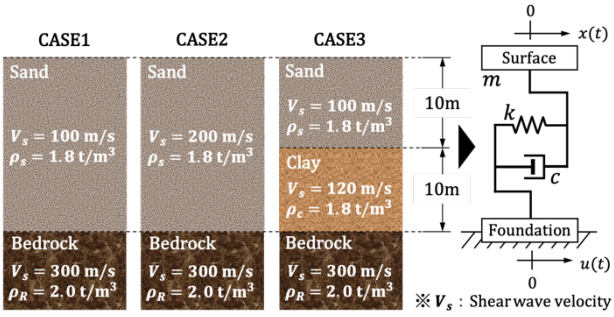


Fig.1　Conversion to single degree of freedom(SDOF)

(2) 入力地震動

Fig.1 の 1 質点系モデルの基盤部に中小規模の地震を想定した模擬地震動 24 波を作用させた．次に，入力地震動に対する地表面の地盤応答を 1 次元重複反射理論（SHAKE）により算出する．ただし，1 質点モデルにおける地表面，基盤の変位をそれぞれ $x(t)$，$u(t)$ とする．離散時間系において，SHAKE 解析から得られた地表面応答 $\boldsymbol{x}_k = [x_k,\ \dot{x}_k]$ をデータ行列 X_1, X_2 として次のように構成する．

$$X_1 = \begin{bmatrix} x_0 & x_1 & \cdots & x_{m-1} \\ \dot{x}_0 & \dot{x}_1 & \cdots & \dot{x}_{m-1} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$X_2 = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_m \\ \dot{x}_1 & \dot{x}_2 & \cdots & \dot{x}_m \end{bmatrix} \quad (2)$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

また，入力地震動による基盤の応答をデータ行列 Γ として次のように構成する．

$$\Gamma = \begin{bmatrix} u_0 & u_1 & \cdots & u_{m-1} \\ \dot{u}_0 & \dot{u}_1 & \cdots & \dot{u}_{m-1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

これらのデータ行列に対して，系の時間発展則が時間発展行列 A と B によって次式で与えられるとする．

$$X_2 = AX_1 + B\Gamma \quad (4)$$

また，このときの質点系の運動方程式は，

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = -m\frac{d^2u}{dt^2} \quad (5)$$

式(5)を行列表記し，式(4)との関係を整理すると，

$$X_2 = \begin{bmatrix} 1 & dt \\ -\frac{k}{m}dt & 1-\frac{c}{m}dt \end{bmatrix} X_1 + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -dt \end{bmatrix} \Gamma \quad (6)$$

式(4)と式(6)より，時間発展行列 A，B には系のパラメータが反映されており，時間発展行列から系の特性を解釈できることがわかる．本研究では，時間発展行列の近似値を DMD のアルゴリズムを拡張させた DMD-C（DMD with Control）の理論[1]に基づき導出している．

３．１次元重複反射理論（SHAKE）との比較による検証

DMD-C を用いて地盤応答解析の流れを下記に示す．

Step1. 中小規模の地震動観測による学習（逆解析）

対象地盤の地表面で観測された地震動と基盤での地震動の応答関係（時間発展則）を DMD-C により同定する．時間発展則から，地盤の等価線形化されたせん断剛性と減衰定数を同定する．複数の地震動観測に基づいて様々なひずみレベルの等価せん断剛性と等価減衰定数を得ることができる．なお，今回は DMD-C によるモデル構築の妥当性検証のため，実測データの代わりに SHAKE による地盤応答解析結果を用いている．地盤特性について，DMD-C により同定された結果と FEM 解析結果の比較を行った（Fig.2）．

Step2. 地盤の動的非線形モデルの同定

Step1 で得られた複数の等価せん断剛性・減衰定数のデータに対して Ramberg-Osgood モデルによる回帰分析を行い，対象地盤の動的変形特性を同定する（Fig.3）．

Step3. 大地震を想定した地盤応答解析

Step2 で得られた動的変形特性を用いて DMD-C により大地震発生時の地盤応答解析（シミュレーション）を実施する．SHAKE で行われるパラメータ収束判定を準用し，適切な等価せん断剛性・減衰定数を求め，これらを用いて DMD-C により地盤応答を再構成する（Fig.4）．

４．結論

異なる物性条件，地層構造に対して DMD-C を適用して得られる地盤特性は，SHAKE 解析結果（収束値）と概ね比例関係にあることから DMD-C により地盤特性を適切に評価できることが分かる．これらの地盤特性と R-O 回帰により予測された大地震時の地盤応答は SHAKE 解析結果と同様の特徴をもつことが確認できた．以上より，DMD を適用する際の課題に対して，下記の結論を得た．

・入力地震動の非定常性への対応

DMD-C の地震動を外力項として入力することで，地震動の非定常性を考慮した予測が可能であることを示した．

・材料非線形性のモデル化

DMD-C により得られる時間発展行列には，明確に地盤特性が反映されることを確認した．また，本研究で対象としたひずみレベルにおいては，等価線形化により材料非線形性を評価できることを示した．

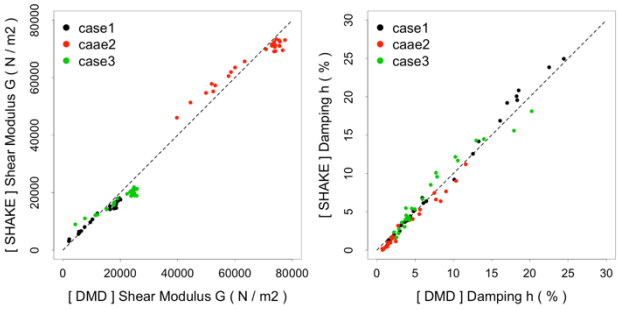


Fig.2　Comparison of ground characteristics

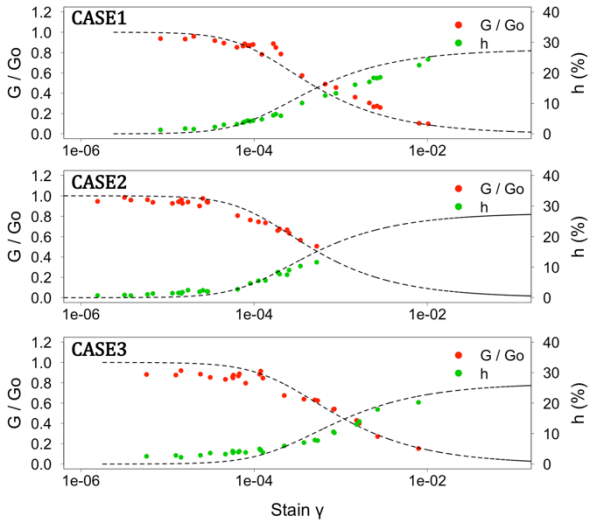


Fig.3　Identification of dynamic ground characteristics

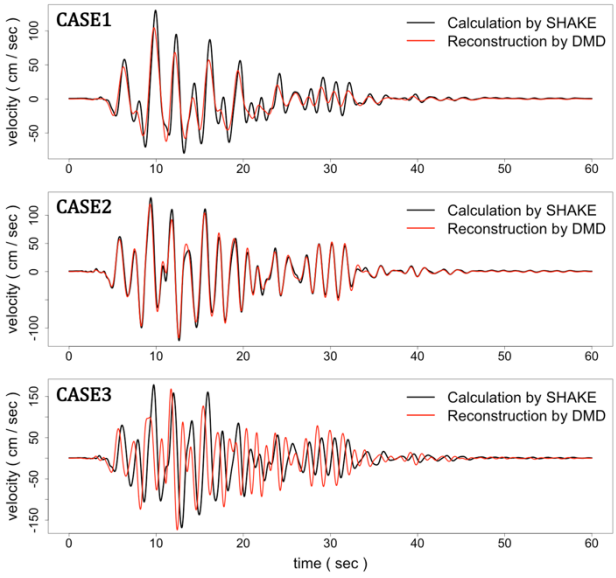


Fig.4　Prediction of seismic response in a large earthquake

参考文献

1)　J.Nathan Kutz，Steven L.Brunton，Bingin W.Brunton，Joshua L.Ptoctor：Dynamic Mode Decomposition -Data-Driven Modeling of Complex Systems-，Society for Industrial and Applied Mathematics，2016

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ガウス過程回帰を用いた地盤物性値の空間分布推定における ランダム成分の自己相関関数の比較

Comparison of autocorrelation function of random components in spatial distribution estimation of geotechnical properties using Gaussian process regression

富澤　幸久（東京都市大・総合理工）　吉田　郁政（東京都市大・都市工学科）　大竹　雄（東北大・工）
Yukihisa TOMIZAWA, Tokyo City University
Ikumasa YOSHIDA, Tokyo City University
Yu OTAKE, Tohoku University
E-mail: ktskkmn@gmail.com

When the trend and random components of geoengineering properties is estimated using Gaussian process regression, various models such as Markov, binary noise, or Whittle-Matérn are candidates for autocorrelation function. The model selection is performed by the information criterion AIC or BIC, which takes into account the goodness of fit to the data and the complexity of the model. Two kinds of data measured in the cone penetration test are used for the study. The spatial distributions of one-dimensional and three-dimensional space are estimated based on the selected autocorrelation functions.

１．はじめに

地盤構造物の設計や安全管理を行う上で，地盤物性値の 3 次元空間分布を正確に把握することは非常に重要である．地盤物性値の空間分布を理解する際，トレンド成分とランダム成分に分離することで，トレンド成分から地盤の層区分，ランダム成分から層内でのばらつきを把握することができる．空間分布推定手法として，地盤工学の分野では地球統計学の中心的な手法であるクリギングが数多く用いられている [1]．一般的な回帰理論であるガウス過程回帰 (Gaussian process regression，以下 GPR)とクリギングは原理的な方法論としては同一である [2]．GPR を用いて空間分布推定を行う際，観測点，推定点間の相関条件を決定する自己相関関数のモデルの選択は非常に重要であるが国内での検討事例は少ない．

本研究では，複数の確率場を重ね合わせた GPR で地盤物性値のトレンド成分とランダム成分を推定する．その際，ランダム成分に様々な種類の自己相関関数モデル [3]を用いて，情報量基準によってモデルの評価を行う．コーン貫入試験で観測された 2 種類の実測データを基に 1 次元あるいは 3 次元空間分布の検討を行う．

２．GPR を用いた推定の定式化

観測量ベクトル $\boldsymbol{z}$ はトレンド成分とランダム成分の確率分布の重ね合わせから成るとする．添え字 l は 1 をトレンド成分，2 をランダム成分とし，それぞれのベクトル $\boldsymbol{w}_{l,2}$ の推定式を式(1)に示す．

$$\boldsymbol{w}_{l,2} = \boldsymbol{M}_{l,12}^{T}\left[\boldsymbol{M}_{l,11} + \boldsymbol{M}_{l,11}\right]^{-1}\boldsymbol{z} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{M}_{l,ij}$: 共分散行列である．添え字 i, j は 1 を観測値，2 を推定値とする．共分散行列の各要素は，標準偏差 σ と自己相関関数 $k(d|\delta)$からなる式(2)より求める．

$$\mathrm{cov}_l(s,s') = {\sigma_l}^2 \times k_l(d \mid \delta_l) \tag{2}$$

ここで，d : 2 点間距離，δ : scale of fluctuation[4](以下，SOF)である．3 次元空間での検討では，自己相関関数は，式(3)に示す水平方向と鉛直方向の積を用いる．

$$k_l(d \mid \delta_l) = k_l(d_h \mid \delta_{l,h})\, k_l(d_v \mid \delta_{l,v}) \tag{3}$$

ここで，添え字 h, v はそれぞれ水平方向と鉛直方向である．推定に使用するパラメータは最尤法を用いて算出する．式(4)に示す負の対数尤度を最小化するように BFGS 法で最適化を行い，パラメータを算出する．

$$-\ln L = \frac{1}{2}\boldsymbol{z}^{T}\left[\boldsymbol{M}_{1,11} + \boldsymbol{M}_{2,11}\right]^{-1}\boldsymbol{z} + \frac{1}{2}\ln\left[\boldsymbol{M}_{1,11} + \boldsymbol{M}_{2,11}\right] - \frac{m}{2}\ln(2\pi) \tag{4}$$

ここで，m はデータ数である．

３．検討に使用する自己相関関数のモデルと情報量基準

本研究で使用する自己相関関数は，Cami et al.[3]に掲載されているモデルの中から，式 (5) の Gaussian (squared exponential)，式(6)の Markovian (single exponential)，式(7)の Second-order Markov，式(8)の Whittle-Matérn，式(9)の Cosine exponential，式(10)の Binary noise を用いる．

$$k(d \mid \delta) = \exp\left(-\pi\left(\frac{d}{\delta}\right)^{2}\right) \tag{5}$$

$$k(d \mid \delta) = \exp\left(-2\frac{d}{\delta}\right) \tag{6}$$

$$k(d \mid \delta) = \left(1 + 4\frac{d}{\delta}\right)\exp\left(-4\frac{d}{\delta}\right) \tag{7}$$

$$k(d \mid \delta) = \frac{2}{\Gamma(v)}\left(\frac{\sqrt{\pi}\Gamma(v+0.5)d}{\Gamma(v)\delta}\right)^{v} K_v\left(\frac{2\sqrt{\pi}\Gamma(v+0.5)d}{\Gamma(v)\delta}\right) \tag{8}$$

$$k(d \mid \delta) = \exp\left(-\frac{d}{\delta}\right)\cos\left(\frac{d}{\delta}\right) \tag{9}$$

$$k(d \mid \delta) = \begin{cases} 1 - \dfrac{d}{\delta}, & \text{if } d < \delta \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \tag{10}$$

ここで，式(8)について Γ はガンマ関数，K_v は変形された次数 v の第 2 種のベッセル関数，v は smoothness parameter(以下，SP)であり，v の値が 0.5 の場合に式(6)，1.5 の場合に式(7)，∞の場合に式(5)と同値となる．モデルの評価は，データとの適合度とモデルの複雑さを考慮した情報量基準 AIC，あるいは BIC によって評価を行う．

$$AIC = -2\ln L + 2n_h \tag{11}$$

$$BIC = -2\ln L + \ln(m)n_h \tag{12}$$

ここで，n_h はハイパーパラメータ数である．情報量基準 AIC, BIC の値が小さいほど良いモデルと評価できる．

４．実測データを用いた推定例

推定に使用する実測データは，利根川堤防の 4 地点で行われたコーン貫入試験より得られた周面摩擦(fs)，変換 N

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

値(Nc)である．A 地点で深さ 0.85m から 20.88m まで 812 データ，B 地点で 0.87m から 21.80m まで 814 データ，C 地点で，深さ 0.92m から 20.00m まで 804 データ，D 地点で，0.89m から 21.00m まで 813 データ観測されている．観測点と推定断面の平面図を Fig. 1 に示す．推定断面は a-a'の深さ 0 から 22m の断面である．

トレンド成分の自己相関関数は，滑らかな曲線の推定が行える Gaussian モデルを用いる．ランダム成分の自己相関関数は式(6)-(10)のモデルを用いて比較を行う．予備検討として各ボーリングデータ（1 次元）に対して情報量基準による比較を行い，上位の自己相関関数について 3 次元データに対する比較を行った．Table 1, 2 に周面摩擦，変換 N 値に対して最尤法より算出したランダム成分のパラメータと AIC, BIC 値を示す．自己相関関数は AIC 値が小さい順に 3 種類示している．周面摩擦，変換 N 値どちらに対しても AIC, BIC ともに Whittle-Matérn を使用した際に最少となった．Fig. 2 に A 地点の周面摩擦，変換 N 値に対して Whittle-Matérn を使用した際のトレンドとランダム成分の推定結果を示している．周面摩擦に比べ換算 N 値の観測データの方がやや滑らかであり，SP が 0.67 に対して 0.82 となっている．Fig. 3 に周面摩擦のデータに対して最尤推定値とその周辺の負の対数尤度の等高線を示している．4 ボーリングデータと少ないため，水平方向の SOF は鉛直方向より感度が低くなっていることがわかる．Fig. 4 に周面摩擦のデータに対して Whittle-Matérn を用いた際の推定断面のトレンドとランダム成分の推定結果を示している．

5. おわりに

本研究では，GPR で地盤物性値のトレンド成分とランダム成分を推定する際，ランダム成分の自己相関関数について様々なモデルを用いて検討を行った．Whittle-Matérn は Markovian よりもパラメータがひとつ増えるが情報量基準からより良いモデルであると評価された．今後の検討として 3 次元空間で複数種類の物性の相関を考慮した推定の検討を行う．

参考文献

1) 間瀬茂：地球統計学とクリギング法　R と GeoR によるデータ解析，オーム社，2010.
2) 持橋大地：ガウス過程と機械学習，講談社，2019.
3) Cami et al. : Scale of Fluctuation for Spatially Varying Soils-Estimation Methods and Values-, ASCE-ASME Journal of Risk and Uncertainty in Engineering Systems, Part A: Civil Engineering, 6(4): 03120002，2020.
4) Vanmarck：RANDOM FIELDS Analysis and Synthesis, World Scientific Publishing corporation，2010.

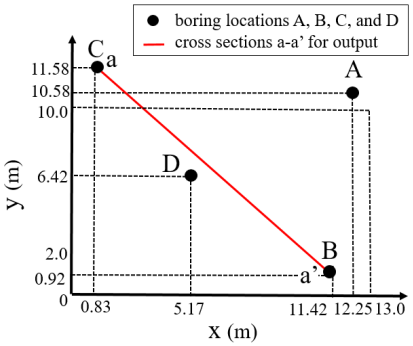


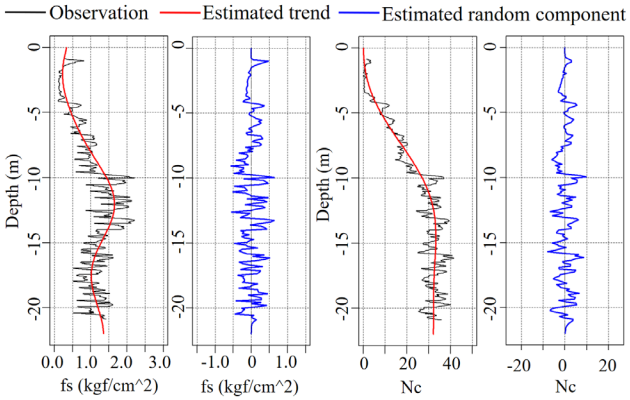
Fig. 1 Plan view of observation data and estimated position.

Table 1 (fs) 3D random component parameters and AIC, BIC.

Autocorelation function	Standard diviation	SOF (Horizontal)	SOF (Vertical)	SP	AIC	BIC
Whittle-Matérn	0.29	5.29	0.31	0.67	-16141	-16104
Cosine exponential	0.26	5.47	0.20	-	-16102	-16080
Markovian	0.29	5.17	0.47	-	-16064	-16034

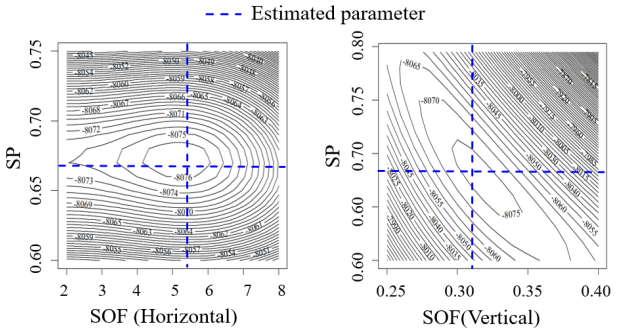
Table 2 (Nc) 3D random component parameters and AIC, BIC.

Autocorelation function	Standard diviation	SOF (Horizontal)	SOF (Vertical)	SP	AIC	BIC
Whittle-Matérn	3.97	5.39	0.58	0.82	-2896	-2860
Cosine exponential	3.19	6.05	0.46	-	-2506	-2475
Markovian	4.10	6.01	1.51	-	-2455	-2424



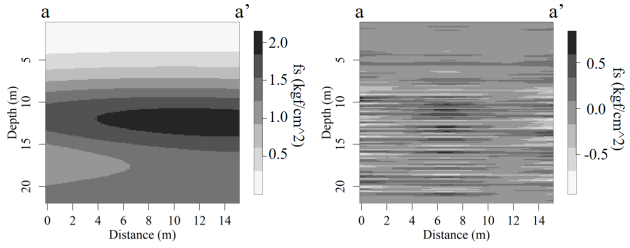
(1) Location A (fs)　　(2) Location A (Nc)

Fig. 2 Estimated trend and random component.



(1) SOF(Horizontal) and SP　　(2) SOF(Vertical) and SP

Fig. 3 Contours of negative log-likelihood, (fs).



(1) Trend　　(2) Random component

Fig. 4 Spatial distribution estimation of cross sections a-a', (fs).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会