2022年5月28日(土)

A会場

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

第１部門①

座長:野村 泰稔(立命館大学)

09:00 ～ 10:30 A会場 (オンライン)

[2A01-06-01] 応答曲面法による DIC計測の最適撮影条件の探索

*芦田 拓海[1]、升井 尋斗[1]、車谷 麻緒[1] （1. 茨城大学）

09:00 ～ 09:15

[2A01-06-02] GANを用いた異なる腐食環境下における耐候性鋼板の腐食表面予測モデル

*蒋 鋒[1]、廣畑 幹人[1] （1. 大阪大学）

09:15 ～ 09:30

[2A01-06-03] デジタル打音検査と機械学習によるコンクリート内部構造診断技術の拡張

*松永 嵩[1]、小川 良太[1]、匂坂 充行[1]、藤吉 宏彰[1]、石井 元武[1]、礒部 仁博[1]、吉村 忍[2]、山田 知典[2] （1. 原子燃料工業（株）、2. 東京大学）

09:30 ～ 09:45

[2A01-06-04] 高減衰ゴム支承のための非線型モデルと機械学習を用いたパラメータ同定

*モンテス カトリーナ[1]、党 紀[1]、談 雨晴[2]、五十嵐 彰[2]、姫野 岳彦[3] （1. 埼玉大学、2. 京都大学、3. 川金ホールディングスグループ）

09:45 ～ 10:00

[2A01-06-05] 物理偏微分方程式を考慮する機械学習 PINNの地盤圧密解析への適用

*帷子 翔葵[1] （1. 筑波大学）

10:00 ～ 10:15

[2A01-06-06] アンサンブルカルマンフィルタを用いたコンクリート内部の比誘電率分布推定に関する基礎的検討

*山本 佳士[1]、久保 洸太[1]、藤森 竣平[1] （1. 法政大学）

10:15 ～ 10:30

B会場

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

第２部門①

座長:吉川 仁(京都大学)

09:00 ～ 10:30 B会場 (オンライン)

[2B01-06-01] 弾性・塑性損傷変数を導入した phase-field延性損傷モデル

*韓 霽珂[1]、松原 成志朗[2]、森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1] （1. 東北大学、2. 名古屋大学）

09:00 ～ 09:15

[2B01-06-02] Peridynamicsによる入力地震波特性に着目した盛土の亀裂進展解析

*新保 泰輝[1]、Muhammad Khairullah Bin Adlan[1]、河村　知記[2]、福元 豊[3] （1. 石川工業高等専門学校、2. 五大開発株式会社、3. 長岡技術科学大学）

09:15 ～ 09:30

[2B01-06-03] 列車走行による地下鉄トンネルのランダム振動解析

阿部 和久[1]、*佐藤 和輝[1]、紅露 一寛[1] （1. 新潟大学）

09:30 ～ 09:45

[2B01-06-04] 陽的・半陰的 SPH法の多数 GPU環境下での動的負荷分散並列による高速化

*大崎 春輝[1]、森川 ダニエル茂夫[1]、浅井 光輝[1] （1. 九州大学）

09:45 ～ 10:00

[2B01-06-05] 脆性-延性複合構造物のトポロジー最適化のための拡張 SIMP法の提案

*藤原 睦樹[1]、干場 大也[1]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] （1. 名古屋大学）

10:00 ～ 10:15

[2B01-06-06] 異方性材料の面外波動問題に対する基本解近似解法の適用

*古川 陽[1]、松村 耕佑[2]、斎藤 隆泰[3]、廣瀬 壮一[4] （1. 北海道大学、2. 熊谷組、3. 群馬大学、4. 東京工業大学）

10:15 ～ 10:30

C会場

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

第３部門①

座長:中田 幸男(山口大学)

09:00 ～ 10:30 C会場 (オンライン)

[2C01-06-01] 岩石亀裂へのベントナイトの侵入量予測モデルの構築

*金氏 裕也[1]、河野 勝宣[1] （1. 鳥取大学）

09:00 ～ 09:15

[2C01-06-02] 分子動力学法によるモンモリロナイト層間の水分子と陽イオンの分布解析

*森本 逸紀[1]、木本 和志[1]、河村 雄行[2] （1. 岡山大

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

学、2. 東京工業大学）

09:15 ～ 09:30

[2C01-06-03] ラポナイトを透明粘土として用いる地盤模型実験に関する基礎的研究

*野々山 栄人[1]、宮田 喜壽[1]（1. 防衛大学校）

09:30 ～ 09:45

[2C01-06-04] 間隙水への空気封入を考慮した不飽和繰返しせん断試験の数値シミュレーション

*松丸 貴樹[1]、海野 寿康[2]（1. 鉄道総合技術研究所、2. 宇都宮大学）

09:45 ～ 10:00

[2C01-06-05] 粒度分布が土砂流動の到達距離に与える影響

*森口 周二[1]、渡邊 大規[1]、寺田 賢二郎[1]（1. 東北大学）

10:00 ～ 10:15

[2C01-06-06] 一様斜面内２粒径粒子定常流れの分級後のレオロジー特性

*姜 浩然[1]、姜 暁羽[1]、松島 亘志[1]（1. 筑波大学）

10:15 ～ 10:30

D会場

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

第４部門①

座長:井上 卓也(広島大学)

09:00 ～ 10:00 D会場 (オンライン)

[2D01-04-01] 大気圧変動・地表流・地下水流を連成した物理水文モデルの開発

*高橋 範仁[1]、風間 聡[2]（1. 株式会社建設技術研究所、2. 東北大学大学院 工学研究科）

09:00 ～ 09:15

[2D01-04-02] 一般座標系を用いた湾曲水路の横越流に関する３次元数値解析

*ほう きいん[1]、音田 慎一郎[1]（1. 京都大学）

09:15 ～ 09:30

[2D01-04-03] 鉛直管内の人工的な螺旋流の形成による排水機能

*安田 陽一[1]、村野 哲太[2]（1. 日本大学理工学部土木工学科、2. 日本大学大学院理工学研究科土木工学専攻）

09:30 ～ 09:45

[2D01-04-04] 位相差をもって回転する２つのサボニウス型回転装置の相互作用に関する数値的研究

*皆川 晶子[1]、河村 哲也[2]（1. お茶の水女子大学、2. 放送大学）

09:45 ～ 10:00

E会場

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題ー計算機科学から社会科学まで）

第５部門①

座長:松岡 弘大(公益財団法人鉄道総合技術研究所)

09:00 ～ 10:15 E会場 (オンライン)

[2E01-05-01] 寒冷地のトンネル覆工における複合劣化現象に対する一考察

*禿 和英[1]、須藤 敦史[2]、佐藤 京[3]（1. 株式会社　建設技術研究所、2. 東北工業大学、3. 国立研究開発法人 土木研究所 寒地土木研究所）

09:00 ～ 09:15

[2E01-05-02] VAEを用いたブロック単位での河川護岸の異常検知

*都築 幸乃[1]、吉田 龍人[1]、大久保 順一[1]、藤井 純一郎[1]、 山下 隆義[2]（1. 八千代エンジニヤリング株式会社、2. 中部大学）

09:15 ～ 09:30

[2E01-05-03] CNNによる木材破壊音検出のためのデータ拡張手法の検討

*小野 真由子[1]、竹森 司[1]、佐伯 昌之[1]（1. 東京理科大学）

09:30 ～ 09:45

[2E01-05-04] 変状検出安定化に向けた画像の共変量シフト抑制に関する分析

*吉田 龍人[1]、都築 幸乃[1]、藤井 純一郎[1]、山下 隆義[2]（1. 八千代エンジニヤリング株式会社、2. 中部大学）

09:45 ～ 10:00

[2E01-05-05] GPUを使用した高速な3次元地震時液状化解析とそのサロゲートモデル

*日下部 亮太[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1]、堀 宗朗[2]、Wijerathne Lalith[1]（1. 東京大学、2. 海洋研究開発機構）

10:00 ～ 10:15

A会場

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

第１部門②

座長:佐藤 太裕(北海道大学)

10:40 ～ 12:10 A会場 (オンライン)

[2A07-12-01] 確率過程におけるランダム性と微分不可能性の関係

*佐藤 忠信[1]（1. 京都大学）

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

10:40 ～ 10:55

[2A07-12-02] **DIPM法による斜面流動シミュレーションの精度評価**

*チオドリ ファズル ハビブ[1]、松島 亘志[1]（1. 筑波大学）

10:55 ～ 11:10

[2A07-12-03] 基づく曲線座標と摂動展開を利用した曲り梁のメタモデリング理論

*堀 宗朗[1]、藤田 航平[2]（1. 国立研究開発法人海洋研究開発機構、2. 東京大学）

11:10 ～ 11:25

[2A07-12-04] テーパー形状と中空断面が自重座屈耐性に与える影響

*金浜 瞳也[1]、佐藤 太裕[1]（1. 北海道大学）

11:25 ～ 11:40

[2A07-12-05] 冠雪荷重による部材損傷メカニズムの把握と対策工の検討

*栗原 幸也[1]、矢口 龍太[1]、長浜 義彦[1]、佐伯 昌之[2]（1. 東電設計株式会社、2. 東京理科大学）

11:40 ～ 11:55

[2A07-12-06] フラクタル解析によるトンネル覆工のひび割れに対する定量化の一考察

*須藤 敦史[1]（1. 東北工業大学）

11:55 ～ 12:10

B会場

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

第２部門②

座長:西藤 潤(京都大学)
10:40 ～ 12:10 B会場 (オンライン)

[2B07-12-01] バネ質点モデルで表される変形・膨張する複数固体と流体の連成現象に対するオイラー・ラグランジュ解法

*グイネア ニク[1]、鳥生 大祐[2]、牛島 省[2]（1. 京都大学、工学研究科、2. 京都大学、ACCMS）

10:40 ～ 10:55

[2B07-12-02] 水の密度逆転領域を含む自然対流と凍結・融解の多相場数値解法

*西本 和貴[1]、本西 亮太[1]、鳥生 大祐[2]、牛島 省[2]（1. 京都大学, 工学研究科、2. 京都大学, ACCMS）

10:55 ～ 11:10

[2B07-12-03] NURBS 基底関数を用いた曲線ベルヌーイ・オイラーはり要素の構築

*唐澤 奈央子[1]、長谷部 寛[1]（1. 日本大学）

11:10 ～ 11:25

[2B07-12-04] FFT均質化アルゴリズムに基づく高解像度マルチスケールトポロジー最適化

*松井 聖圭[1]、干場 大也[1]、小倉 大季[2]、加藤 準治[1]（1. 名古屋大学、2. 清水建設）

11:25 ～ 11:40

[2B07-12-05] Building-cube 法に基づく有限体積法による気液二相流解析

*森下 将吏[1]、西口 浩司[1]、嶋田 宗将[2]、田村 哲郎[3]（1. 名古屋大学、2. 神戸大学、3. 東京工業大学）

11:40 ～ 11:55

[2B07-12-06] 加振方向角の違いがステンレス製パネルタンクのバルジング振動に及ぼす影響

*白井 航太[1]、小野 泰介[2]、平野 廣和[1]、佐藤 尚次[1]（1. 中央大学、2. （株）エヌ・ワイ・ケイ）

11:55 ～ 12:10

C会場

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

第３部門②

座長:玉井 宏樹(九州大学)
10:40 ～ 11:55 C会場 (オンライン)

[2C07-11-01] 単粒度砕石層内の粒子配置の復元条件に関する解析的検討

*河野 昭子[1]（1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所）

10:40 ～ 10:55

[2C07-11-02] 個別要素法を用いた透過型砂防堰堤の損傷事例解析

*嶋川 理[1]、堀口 俊行[1]、別府 万寿博[1]、香月 智[1]（1. 防衛大学校）

10:55 ～ 11:10

[2C07-11-03] 重力場における梁の縮小模型実験の相似則に関する一考察

*手嶋 良祐[1]、別府 万寿博[1]、市野 宏嘉[1]（1. 防衛大学校）

11:10 ～ 11:25

[2C07-11-04] 飛翔体衝突を受ける RC版の局部破壊領域に関する数値解析的研究

*森 広毅[1]、別府 万寿博[1]、市野 宏嘉[1]（1. 防衛大学校）

11:25 ～ 11:40

[2C07-11-05] 緩衝ゴムを設置し補強量を変化させたAFRPシート接着曲げ補強 RC梁の漸増繰り返し衝撃荷重載荷実験

*瓦井 智貴[1]、小室 雅人[1]、岸 徳光[1]、鈴木 健太郎

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

[1]、三上 浩[2]（1. 室蘭工業大学、2. 三井住友建設（株））

11:40 ～ 11:55

D会場

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

第４部門②

座長:音田 慎一郎(京都大学)
10:40 ～ 11:40 D会場 (オンライン)

[2D05-08-01] 河床に比較的小さい礫を有する礫床砂岸河川の自律形成機構

*齊藤 隼斗[1]、泉 典洋[1]（1. 北海道大学）

10:40 ～ 10:55

[2D05-08-02] 平面2次元－3次元ハイブリッド洪水流解析モデルの河床変動解析への適用に関する基礎研究

*長田 健吾[1]、清水 義彦[2]、井坂 涼楓[3]、星田 元気[4]（1. 国立高専機構　阿南高専、2. 群馬大学、3. 国立高専機構　阿南高専、4. 国土交通省四国地方整備局　那賀川河川事務所）

10:55 ～ 11:10

[2D05-08-03] 滝の上流進行過程に及ぼす給砂量の影響

*横田 慶二[1]、泉 典洋[1]、井上 卓也[2]、平松 裕基[3]（1. 北海道大学、2. 広島大学、3. 寒地土研）

11:10 ～ 11:25

[2D05-08-04] 高 Reynolds 数条件下での円柱表面への粒子衝突効率の Stokes 数依存性

*服部 康男[1]、長谷部 憂麿[2]、須藤 仁[1]、中尾 圭佑[1]、石原 修二[2]（1. 電力中央研究所、2. （株）電力計算センター）

11:25 ～ 11:40

E会場

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題ー計算機科学から社会科学まで）

第５部門②

座長:谷口 望(日本大学)
10:40 ～ 11:55 E会場 (オンライン)

[2E06-10-01] 非構造部材が鋼合成鉄道橋りょうの主構造の曲げ剛性の影響評価

*徳永 宗正[1]、池田 学[1]（1. 鉄道総合技術研究所）

10:40 ～ 10:55

[2E06-10-02] 非線形特性を考慮した鉄道橋りょう 境界部の地震時折れ角の評価手法

*成田 顕次[1]、徳永 宗正[1]、池田 学[1]（1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所）

10:55 ～ 11:10

[2E06-10-03] 鉄道連続桁の動的応答簡易計算のための移動荷重下の多点支持梁の閉形式解

*中田 学[2]、松岡 弘大[1]（1. 鉄道総合技術研究所、2. ジェイアール総研エンジニアリング）

11:10 ～ 11:25

[2E06-10-04] デュアルサンプリング法によるベイズ構造モデル更新へのレプリカ交換 MCMC法の適用

*貝戸 清之[2]、松岡 弘大[1]（1. 鉄道総合技術研究所、2. 大阪大学）

11:25 ～ 11:40

[2E06-10-05] デジタル画像相関法のサブピクセル推定精度の低下要因と実用的改善法

*四井 陽貴[1]、松岡 弘大[2]、貝戸 清之[1]（1. 大阪大学、2. 鉄道総合技術研究所）

11:40 ～ 11:55

A会場

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

第１部門③

座長:関屋 英彦(東京都市大学)
15:30 ～ 17:00 A会場 (オンライン)

[2A22-27-01] Region-wise ZIG-ZAG理論による異方性積層板の自由振動解析

*渡辺 力[1]、落合 楓[1]（1. 函館工業高等専門学校）

15:30 ～ 15:45

[2A22-27-02] セルフモニタリングベンダーエレメントの振動特性に及ぼす素子形状の影響

*荻野 俊寛[1]、西尾 伸也[2]（1. 秋田大学、2. 日本大学）

15:45 ～ 16:00

[2A22-27-03] 複数回走行時の車両振動データを用いたVBIシステム同定の適用性に関する数値的検討

*塚田 健人[1]、藤原 幸代[1]、秦 涼太[1]、山本 亨輔[1]（1. 筑波大学）

16:00 ～ 16:15

[2A22-27-04] 鉄道鋼橋桁で発生する高次部材振動におけるモード減衰比の同定

*元木 宏志朗[1]、松岡 弘大[2]、貝戸 清之[1]、櫛谷 拓馬[2]、小林 裕介[2]（1. 大阪大学大学院、2. 鉄道総合技術研究所）

16:15 ～ 16:30

[2A22-27-05] BWIMにおける動的応答のモデル化に関する基礎的検討

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

*丸山 晃平[1]、吉田 郁政[1]、関屋 英彦[1] （1. 東京都市大学）

16:30 ～ 16:45

[2A22-27-06] 鉛直地盤ばねによる直接基礎の浮き上がり効果と滑り現象の分析

*久保田 晃平[1]、山下 典彦[1]、宮脇 幸治郎[2] （1. 大阪産業大学、2. 元大阪府立工業高等専門学校）

16:45 ～ 17:00

B会場

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

第２部門③

座長:斎藤 隆泰(群馬大学)
15:30 ～ 17:00 B会場 (オンライン)

[2B19-24-01] Building-cube法に基づく有限体積法による粘性-超弾性解析

*西口 浩司[1]、竹内 秀輔[1]、嶋田 宗将[2]、勝又 稜平[1]、干場 大也[1]、加藤 準治[1] （1. 名古屋大学、2. 神戸大学）

15:30 ～ 15:45

[2B19-24-02] 負圧を含む非圧縮流体を対象とした SPH法の圧力勾配モデルの再検討

*佐伯 勇輔[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[1] （1. 九州大学）

15:45 ～ 16:00

[2B19-24-03] 水-土粒子の半解像型連成粒子法による混相流解析

*辻 勲平[1]、浅井 光輝[1]、笠間 清伸[1] （1. 九州大学大学院）

16:00 ～ 16:15

[2B19-24-04] 初期粒子間隔（空間）の2次精度を有する高精度 SPH法

*藤岡 秀二郎[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[1] （1. 九州大学）

16:15 ～ 16:30

[2B19-24-05] 底面から流入する鉛直上昇水流による礫層破壊の流体・固体連成計算

*牧 志峰[1]、大野 絢平[1]、鳥生 大祐[1]、牛島 省[1] （1. 京都大学）

16:30 ～ 16:45

[2B19-24-06] 繰返し傾斜荷重を受ける基礎の支持力に関するシェイクダウン解析

*村中 太一[1]、山栗 祐樹[1]、小林 俊一[1]、熊 曦[1] （1. 金沢大学）

16:45 ～ 17:00

C会場

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

第３部門③

座長:上田 尚史(関西大学)
15:30 ～ 16:45 C会場 (オンライン)

[2C21-25-01] 粗骨材の形状と分布を反映した鉄筋コンクリートはりのメゾスケール数値実験

*那須川 佳祐[1]、升井 尋斗[1]、車谷 麻緒[1] （1. 茨城大学）

15:30 ～ 15:45

[2C21-25-02] 粗骨材の形状と分布を反映したコンクリートのメゾスケールモデリングとその定量的評価

*升井 尋斗[1]、那須川 佳祐[1]、車谷 麻緒[1] （1. 茨城大学）

15:45 ～ 16:00

[2C21-25-03] DIC解析によるらせん積層 CFRPの曲げ変形挙動の検討

*松本 高志[1]、遠藤 祐希[1]、近藤 健太[1] （1. 北海道大学）

16:00 ～ 16:15

[2C21-25-04] ヒューズ機構を有する仮橋脚構造の変形挙動に関する研究

*関口 穂[1]、小林 薫[1]、谷口 望[2] （1. JR東日本コンサルタンツ株式会社、2. 日本大学）

16:15 ～ 16:30

[2C21-25-05] 施工精度がスパイラル杭の引抜き抵抗に及ぼす影響に関する模型実験

*木梨 優太[1]、西岡 英俊[1] （1. 中央大学大学院）

16:30 ～ 16:45

E会場

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題ー計算機科学から社会科学まで）

第５部門③

座長:古川 愛子(京都大学)
15:30 ～ 16:45 E会場 (オンライン)

[2E11-15-01] 列車/橋りょうの動的相互作用が橋りょうの列車通過時動的応答に及ぼす影響

*北川 晴之[1]、徳永 宗正[1]、池田 学[1] （1. (公財)鉄道総合技術研究所）

15:30 ～ 15:45

[2E11-15-02] GPS情報と車両振動データを用いた橋梁上振動データ抽出 AIの検証

*高橋 悠太[1]、金子 直樹[2]、秦 涼太[2]、山本 亨輔[2] （1. 八千代エンジニヤリング、2. 筑波大学）

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

15:45 ～ 16:00

[2E11-15-03] 車上計測された軌道変位に基づく鉄道橋の桁たわみ推定法

*松岡 弘大[1]、田中 博文[1] （1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所）

16:00 ～ 16:15

[2E11-15-04] 画像センシングを用いたウェブギャップ板の疲労損傷メカニズムの同定に関する基礎的研究

*セアンソポン チャノックナン[1]、関屋 英彦[1]、田井 政行[1]、森近 翔伍[1]、葉山 瑞樹[2]、永井 政伸[3] （1. 東京都市大学、2. （一財）首都高速道路技術センター、3. 首都高速道路株式会社）

16:15 ～ 16:30

[2E11-15-05] 圧電素子センサを活用した鋼橋の疲労損傷検知に関する基礎的な研究

*森近 翔伍[1]、関屋 英彦[1]、葉山 瑞樹[2]、永井 政伸[3] （1. 東京都市大学、2. （一財）首都高速道路技術センター、3. 首都高速道路（株））

16:30 ～ 16:45

A会場

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

第 1 部門④

座長:中畑 和之(愛媛大学)
17:10 ～ 18:40 A会場 (オンライン)

[2A28-33-01] 時間発展の形式で捉えた点散乱源による波の多重散乱解析

*丸山 海航[1]、東平 光生[1] （1. 東京理科大学）

17:10 ～ 17:25

[2A28-33-02] スパース性を利用した 空洞 の イメージング

*渡邊 彩[1]、廣瀬 壮一[1] （1. 東京工業大学）

17:25 ～ 17:40

[2A28-33-03] レーザ超音波計測データを用いた非破壊評価のためのトポロジー導関数による欠陥決定解析

*中園 昂志[1]、吉川 仁[1] （1. 京都大学）

17:40 ～ 17:55

[2A28-33-04] 演算子積分時間領域境界要素法を援用した粘弾性体中のき裂に対する3次元線形化逆散乱解析

*斎藤 隆泰[1]、竹田 晴彦[1] （1. 群馬大学）

17:55 ～ 18:10

[2A28-33-05] き裂による散乱波の反響環境下での時間反転集束

*木本 和志[1]、斎藤 隆泰[2] （1. 岡山大学　学術研究院　環境生命科学学域、2. 群馬大学　理工学府）

18:10 ～ 18:25

[2A28-33-06] 複数周波数の MUSIC法を用いた超音波イメージングの実験的検討

*松尾 太聖[1]、温品 晴貴[1]、丸山 泰蔵[1]、中畑 和之[1] （1. 愛媛大学）

18:25 ～ 18:40

B会場

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

第 2 部門④

座長:車谷 麻緒(茨城大学)
17:10 ～ 18:40 B会場 (オンライン)

[2B25-30-01] レールに関する複数の材料物性値・形状特性値の空間的ばらつきが車両・軌道連成振動応答に及ぼす影響

*紅露 一寛[1]、阿部 和久[1] （1. 新潟大学）

17:10 ～ 17:25

[2B25-30-02] 密度流の数値解析における圧力計算の前処理法

*本西 亮太[1]、鳥生 大祐[1]、牛島 省[1] （1. 京都大学）

17:25 ～ 17:40

[2B25-30-03] 座屈荷重向上を目的とした剛性制約付きトポロジー最適化

水鳥 智幸[1]、*干場 大也[1]、魚住 久雄[2]、加藤 準治[1] （1. 名古屋大学、2. 本田技術研究所）

17:40 ～ 17:55

[2B25-30-04] 密度法による非定常熱・流体問題のトポロジー最適化

*高荒 圭佑[1]、干場 大也[1]、高瀬 慎介[2]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] （1. 名古屋大学、2. 八戸工業大学）

17:55 ～ 18:10

[2B25-30-05] 非圧縮弾性体の動的問題に対する圧力安定化有限要素法

*山田 貴博[1] （1. 横浜国立大学）

18:10 ～ 18:25

[2B25-30-06] 津波避難シミュレーションシステムと地理・津波情報の設定に関する検討

*藤山 麗[1]、中村 麻菜美[1]、王 博[1]、樫山 和男[2] （1. 中央大学大学院、2. 中央大学）

18:25 ～ 18:40

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

第 1 部門①

座長:野村 泰稔(立命館大学)

2022年5月28日(土) 09:00 ～ 10:30 A会場 (オンライン)

[2A01-06-01] 応答曲面法による DIC計測の最適撮影条件の探索

*芦田 拓海[1]、升井 尋斗[1]、車谷 麻緒[1] （1. 茨城大学）

09:00 ～ 09:15

[2A01-06-02] GANを用いた異なる腐食環境下における耐候性鋼板の腐食表面予測モデル

*蒋 鋒[1]、廣畑 幹人[1] （1. 大阪大学）

09:15 ～ 09:30

[2A01-06-03] デジタル打音検査と機械学習によるコンクリート内部構造診断技術の拡張

*松永 嵩[1]、小川 良太[1]、匂坂 充行[1]、藤吉 宏彰[1]、石井 元武[1]、礒部 仁博[1]、吉村 忍[2]、山田 知典[2] （1. 原子燃料工業（株）、2. 東京大学）

09:30 ～ 09:45

[2A01-06-04] 高減衰ゴム支承のための非線型モデルと機械学習を用いたパラメータ同定

*モンテス カトリーナ[1]、党 紀[1]、談 雨晴[2]、五十嵐 彰[2]、姫野 岳彦[3] （1. 埼玉大学、2. 京都大学、3. 川金ホールディングスグループ）

09:45 ～ 10:00

[2A01-06-05] 物理偏微分方程式を考慮する機械学習 PINNの地盤圧密解析への適用

*帷子 翔葵[1] （1. 筑波大学）

10:00 ～ 10:15

[2A01-06-06] アンサンブルカルマンフィルタを用いたコンクリート内部の比誘電率分布推定に関する基礎的検討

*山本 佳士[1]、久保 洸太[1]、藤森 竣平[1] （1. 法政大学）

10:15 ～ 10:30

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

応答曲面法による DIC 計測の最適撮影条件の探索

A method for searching an optimal shooting condition of DIC measurement based on response surface methodology

芦田 拓海（茨城大・工）　升井 尋斗（茨城大・理工）　車谷 麻緒（茨城大・工）
TAKUMI ASHIDA, Ibaraki University
HIROTO MASUI, Ibaraki University
MAO KURUMATANI, Ibaraki University
E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp

This study proposes a method for determining an optimal shooting condition of the digital image correlation (DIC). The method is formulated based on the response surface methodology. The explanatory variables in the response surface take the F-number, the shutter speed and ISO speed which strongly affect the shooting accuracy. The response surface is defined according to Box-Behnken design. The DIC with the proposed method allows high accurate measurement.

1. はじめに

近年，コンクリートに発生するひび割れを計測する手法として，デジタル画像相関法（DIC）が用いられる． 車谷ら [1), 2)]は，検査領域（サブセット）の大きさおよび配置方法が DIC の計測精度に与える影響を検討し，高解像度でひび割れを可視化した．しかし，検討内容は解析条件に留まっており，その撮影条件は経験的に設定され，検討が十分とはいえない. DIC は画像解析による計測手法であるため，撮影条件は計測精度に影響を与えると考えられる．画質を決める大きな要因は，カメラに取り込む光の量（露出）であり，露出を調節するカメラのパラメータに，F 値，シャッタースピード（SS），ISO 感度がある．これらの膨大な数の組み合わせで計測し，DIC 計測に最適な撮影条件を求めることは難しい．

そこで, 応答曲面法を用いて DIC 計測の最適撮影条件を効率的に探索する方法を提案する．応答曲面法は，実験結果とパラメータの関係について応答曲面を推定し，最も望ましい応答が得られる条件を探索する数学的手法である．実験計画に従って条件を設定し実験を行うことで，少ない実験数で応答曲面の推定に必要なデータを収集する．本研究では，DIC 計測の最適撮影条件の探索を，応答曲面法を用いることで効率的に行えることを示す．

2. デジタル画像相関法（DIC）

本研究で用いるデジタル画像相関法は，画像の輝度値パターンの類似度を相互相関で評価し，変位量を算出する方法である．**Fig. 1** に示すように，画像を検査領域と呼ばれる小領域ごとに分割し，変形前画像の検査領域の輝度値パターンが変形後画像のどの位置に移動したかを，式(1)に示す相互相関関数を用いて算出する．

$$R(\Delta X,\Delta Y)=\frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\{f(X_i,Y_j)\}\{g(X_i+\Delta X,Y_j+\Delta Y)\}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\{f(X_i,Y_j)\}^2\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\{g(X_i+\Delta X,Y_j+\Delta Y)\}^2}} \quad (1)$$

ここで，N は検査領域の一辺の長さ（pixel），$(\Delta X,\Delta Y)$は元の検査領域の位置からの移動量（pixel）を表す． $f(X_i,Y_j)$ は変形前画像の輝度値分布，$g(X_i+\Delta X,Y_j+\Delta Y)$は変形後画像の輝度値分布であり，検査領域の周辺の取りうる移動量のすべてで計算を行い，それぞれの移動量における相関値$R(\Delta X,\Delta Y)$を算出する．これにより得られた相関値は 0≦R≦1 の範囲をとり，R が 1 に近いほど画像の輝度値パターンが類似していることを示す．式(1)で得られた R のうち，最も高い値を示すときの$(\Delta X,\Delta Y)$ をその検査領域の変位量とする．

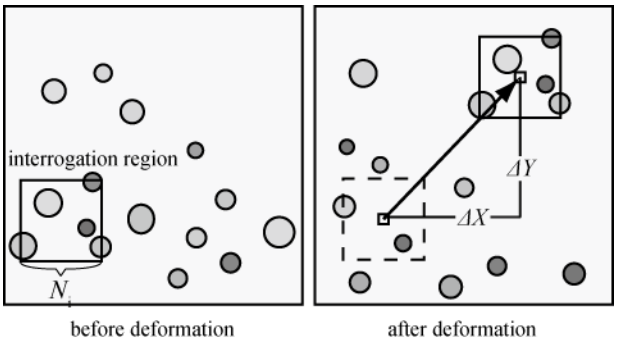


Fig. 1 Overview of DIC

3. 最適撮影条件の探索

3.1 応答曲面法の適用

露出を調節する 3 つのパラメータ（ISO 感度，F 値，シャッタースピード（SS））には多数の設定値があり，これらの組み合わせから決まる撮影条件を網羅的に調べるには膨大な時間を要する．そこで効率的に最適撮影条件を求める手法として応答曲面法を適用した．応答曲面法とは，実験の結果を表す応答 y と実験に取り上げるパラメータ $x_1, ..., x_n$の関係について，実験計画に従ってデータを収集し，応答曲面と呼ばれる近似関数を求め，最適条件を求める手法である．3 変数に 2 次多項式を採用した場合，応答曲面は式(2)で表される．

$$y=\beta_0+\beta_1x_1+\beta_2x_2+\beta_3x_3+\beta_{12}x_1x_2+\beta_{13}x_1x_3+\beta_{23}x_2x_3+\beta_{11}x_1^2+\beta_{22}x_2^2+\beta_{33}x_3^2 \quad (2)$$

ここで, β は回帰係数であり, 最小二乗法によって求める．関数に 2 次項をもつことで曲面を表現できることが応答曲面法の特徴である．求めた応答曲面において微分が 0 となる点が最大または最小の応答を得る点となる．

応答曲面法で用いた実験計画を **Table 1** に示す．実験計画には，Box-Behnken 計画を用いている．ここで，**Table 1**

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1 Experimental design

No.	ISO	F	SS	No.	ISO	F	SS
1	400	18	1/10	9	250	18	1/6
2	400	10	1/10	10	250	18	1/30
3	100	18	1/10	11	250	10	1/6
4	100	10	1/10	12	250	10	1/30
5	400	14	1/6	13	250	14	1/10
6	400	14	1/30	14	250	14	1/10
7	100	14	1/6	15	250	14	1/10
8	100	14	1/30	16	250	14	1/10

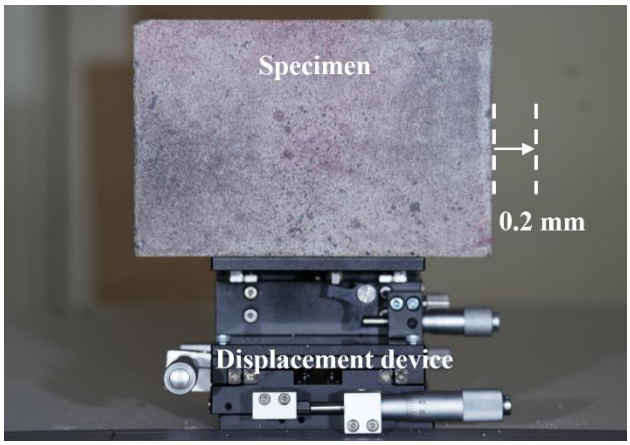


Fig. 2 Measurement

で設定したパラメータの範囲にはそれぞれ7水準, 6水準, 8 水準あり，組み合わせは全 336 通りあるが，実験計画によって 16 回の実験で応答曲面を求められ，大幅に実験数を減らすことができる．

3. 2 計測精度の比較方法

撮影条件の違いによる変位量の計測精度を比較するため, **Fig. 2** のようにコンクリートの計測対象（100×150 mm²）を変位装置に載せて水平方向に 0.2 mm 変位させ, 理論上, 計測範囲で水平変位の分散が 0 となる設定の下で，水平変位の分散を応答曲面における応答とした．つまり，分散が最小となる条件を応答曲面から求める．

デジタルカメラは SONY a7R4 (9504×6336 pixel) を使用し，撮影面の明度を一定にするため，LED 投光器をデジタルカメラの左右に設置した．計測対象の表面には，輝度度値パターンのランダム性を上げるため，黒と赤のアクリルスプレーを塗布した．

3. 3 最適条件と計測精度の確認

応答曲面法により求めた最適撮影条件は, ISO 感度 250, F 値 18，シャッタースピード 1/8 であった．最適撮影条件で 4 回計測を行った平均分散と実験計画の 16 回の分散を比較した結果を **Fig. 3** に示す．最適撮影条件での計測精度は実験計画での計測精度よりも良くなることが示された．

加えて，計測範囲内に有する約 5 万点の測定点で計測された変位量の分布をヒストグラムで比較した．実験計画の No.4, 5, 11 および最適撮影条件のヒストグラムを **Fig. 4** に

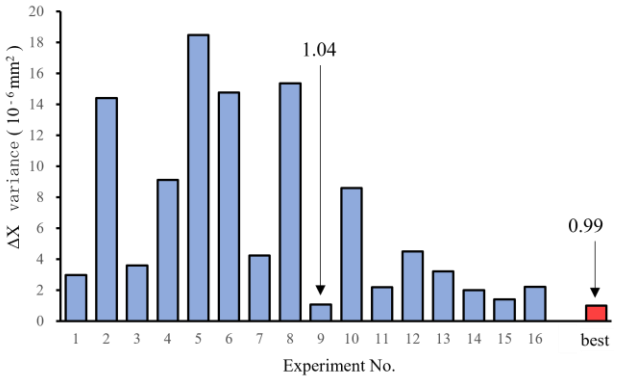


Fig. 3 Comparison of ΔX variance

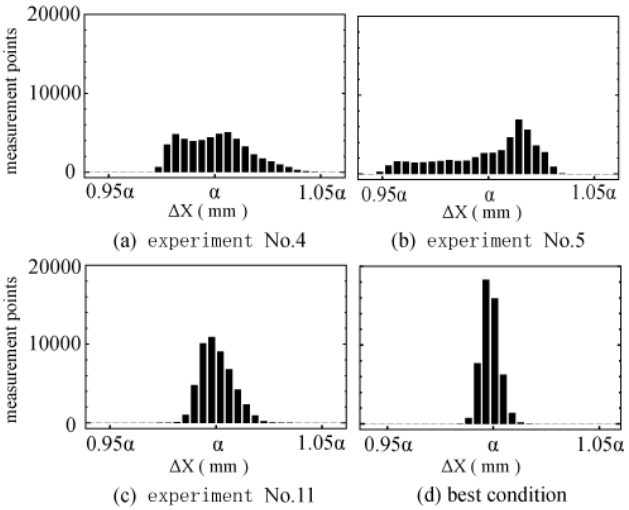


Fig. 4 Comparison of histogram

示す．ヒストグラムは，それぞれの変位量の平均値 α を中央にとり，±5 %の幅をとった．ヒストグラムを比較すると，最適撮影条件で計測された変位量は，他の撮影条件と比較してばらつきが小さく精度が良いことを確認できた．

4. まとめ

応答曲面法を用いて DIC 計測の最適撮影条件を少ない実験数で探索できることを示した．336 通りある撮影条件の中から, 16 回の実験で応答曲面を求めることで最適撮影条件を求められた．

今後の課題として，計測対象を水平移動させたときの，水平変位の計測精度から求めた最適撮影条件が，載荷試験で計測対象に変形が生じる場合にも適用されることを検証する必要がある．

参考文献

1) 車谷麻緒，松浦遵，根本忍，呉智深：コンクリートのひび割れ進展計測のための画像解析手法に関する基礎的研究，土木学会論文集 A2（応用力学）, Vol. 70, No. 2 （応用力学論文集 Vol. 17）, I_135-I_144, 2014
2) 車谷麻緒，邊見哲一，小圷祐輔，橋口和哉 ：コンクリート供試体の圧縮試験に対するデジタル画像相関法の計測精度に関する基礎的検討，土木学会論文集 A2（応用力学）, Vol.73, No.2, pp.I 447-I 454, 2017.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Corroded Surface Prediction of Weathering Steel Plates under Different Corrosive Environments Using Generative Adversarial Network

Feng JIANG, Osaka University
Mikihito HIROHATA, Osaka University
E-mail: f-jiang@civil.eng.osaka-u.ac.jp

In the maintenance of today's steel structures, fast and accurate prediction of corrosion development is of great importance in numerical simulation analysis, saving time and cost. In this research, two kinds of weathering steel plates were subjected to four corrosive environments for different time periods. A system based on GAN data augmentation with UNet as the generator and MobileNetV2 as the discriminator was built. The system can simulate three stages (28 days, 84 days, 168 days) of corrosion based on the dataset collected from experiments. It can also predict the corroded surface of steel plates in the next stage. The discriminator of the system can be used to classify the type of weathering steel and days of corrosion. Based on comparative experiments, our system exhibits outstanding performance and outperforms the baseline model.

1. Introduction

Corrosion is a major cause of deterioration and damage to steel structures. Corrosion is a long-term process. It takes a lot of time to determine the degree of corrosion based on observations. Therefore, the simulation and prediction of the corrosive process play an important role in the modeling of corrosion damage and the determination of corrosion status promptly. In previous studies, the fractal and spatial correlation have been used to evaluate the surface characteristics of the corroded surface of steel plates. And the corrosion rate probability distribution is related to the characteristics of the corrosion surface which can be used to build simulation and prediction models (Caleyo, F., et al[1]). However, these methods have limitations on their target materials and corrosive environments. The relationship between corrosion damage and aging is still unclear. A widely applicable method is in need to effectively predict the corrosion behavior over time.

In this research, SMA400AW and SMA490AW were subjected to four corrosive environments for different time periods. A corroded surface prediction system based on GAN data augmentation with UNet as the generator and MobileNetV2 as the discriminator was built.

2. Experiments

Two weathering steels, SMA400AW and SMA490AW, with a total of 48 specimens were tested in four different corrosive environments. 1). ISO 16539: Artificial seawater with a concentration of 3.5% was applied to the surface using a spraying device, and a salt deposition of 28.0 ± 2.8 g/m^2 was obtained. The repeated drying and wetting process consisted of three hours of dryness (60 ℃, 35% RH) and three hours of wetness (40 ℃, 95% RH), and the transition time from dry to wet and from wet to dry was one hour, which is 8 hours per cycle. This is done alternately in 8 cycles (3 days) and 11 cycles (4 days). 2). Combined cycle corrosion test: One complete cycle takes 24 hours. It consists of one hour of wetness (30 ℃, 95% RH), two hours of surface spraying with saltwater (30 ℃, 5% NaClaq), six repetitions of one and half hour wetness (50 ℃, 95% RH), one and half hours of dryness (50 ℃, 20% RH), and another one and half hours of dryness (30 ℃, 20% RH). 3). Atmospheric exposure I: The experiment runs for 365 days under the real atmospheric exposure situation in Choshi, Japan. 4). Atmospheric exposure II: The experiment runs for 180 days under the real atmospheric exposure situation in Miyakojima, Japan. The tests of 1) and 2) are accelerated corrosion types. In these two experiments, the development of corrosion was observed in three stages. The first stage is 28 days. The second stage is 84 days. The third stage is 168 days. 3) and 4) are corrosion in real corrosion situations. The purpose of the different experimental environments is to compare the corrosion in the artificial environments with the real environments. And to check the applicability of this prediction model in multiple environments. Table 1 shows the distribution of specimens.

Table 1 Number of specimens in different experiments.

	ISO 16539	Combined cycle	Choshi	Miyakojima
SMA400AW	9	9	3	3
SMA490AW	9	9	3	3

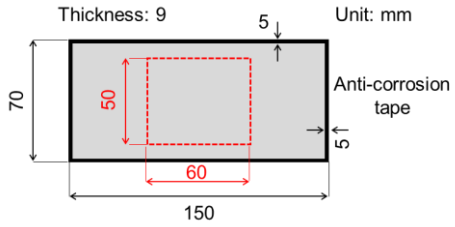


Fig. 1 The size of specimens and corrosion measure area.

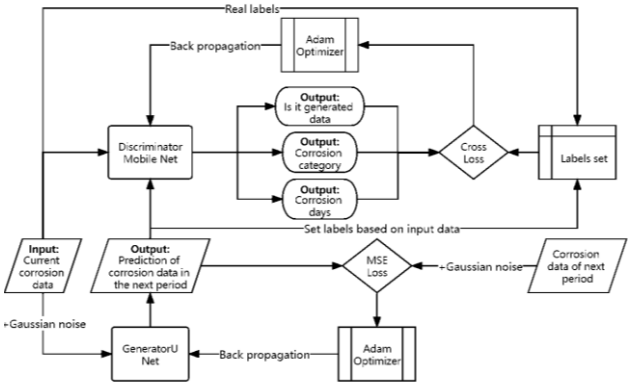


Fig. 2 System architecture.

The length, width, and thickness of each specimen are 150 mm, 70 mm, and 9 mm. Each plate is wrapped with a 5 mm anti-corrosion tape along all its edges. Fig. 1 explains the size of each steel plate and the corrosion measurement area. The corrosion depth data in a 50 mm times 60 mm area in the middle of the steel plate is used for modeling.

3. Method

In this research, we use Gaussian noise and GAN to enrich the dataset. UNet is the generator and MobileNetV2 is the discriminator for GAN. The generator is mainly used to simulate the regression of the next phase of the input data; the role of the discriminator is to determine whether the input data is the data generated by the generator. In addition, the discriminator used in this paper can also be used to predict the type of corrosion and the stage of the corrosion. We use Adam optimizer as the optimizer in our system. Fig. 2 illustrates the system architecture and its procedure.

Generative adversarial network (GAN) is a class of machine learning frameworks, it learns from a dataset and generates new data with the same statistics. GAN is commonly used for data augmentation, especially when the dataset is limited. In this research, we can only obtain limited data as the original dataset. We choose GAN to enrich the dataset and generate new training samples based on the corrosion samples we collect from experiments. If not the same, the distribution of the newly generated data samples is rather similar to the original dataset. In this research, we choose GAN and its one variant: Information Maximizing GAN (InfoGAN).

The UNet was designed for Bio-medical Image Segmentation developed by Olaf Ronneberger et al[2]. There are two paths in architecture. One is the contraction path (or the encoder), a traditional stack of convolutional and max-pooling layers, which captures the context in the image. The other path is the symmetric expanding path (or decoder) which enables precise localization using transposed convolutions. It can handle images of any size and it is a fully convolutional network (FCN).

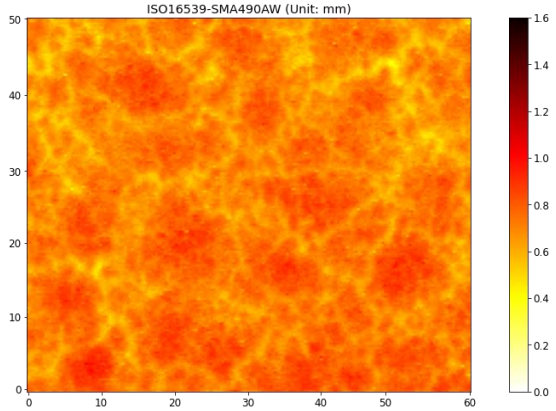
MobileNetV2 is an effective model for feature extraction, object detection, and segmentation. It is a mobile architecture based on an inverted residual structure, using depthwise separable convolution as efficient building blocks. The model allows decoupling of the input / output domains from the expressiveness of the transformation, which provides a convenient framework for further analysis. To be more suitable for the discriminator, an additional Sigmoid activation function is added to the end of MobileNetV2, 0 is Fake, and 1 is Real.

4. Results

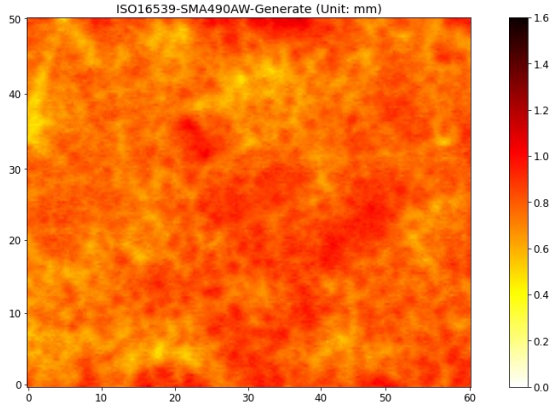
There are six scenarios of dataset usage in our experiment design, which are six configurations of the training set and testing set. “d1”, “d2”, “d3”, and “d4” are corresponding to the specimens from the four experiments: ISO16539, Combined cyclic corrosion test, Atmospheric exposure I (Choshi), and Atmospheric exposure II (Miyakojima). For example, in Scenario 1, we use “d1”, sample data from ISO16539, as a training set, and “d3”, sample data from Atmospheric exposure I, as a testing set. We conduct comparative experiments on three different models. The baseline model XceptionNet and using GAN-based augmentation models: GAN and InfoGAN. In this research, we use Root Mean Square Error (RMSE) as the main evaluation metric. Table 2 lists the results of our comparative experiments. Based on the results, the two models using GAN-based augmentation show better performance than the baseline model XceptionNet. Since InfoGAN require a huge amount of data for training, it doesn’t demonstrate advantages over GAN in this problem. Using GAN for augmentation outperforms all other models in four scenarios. Fig. 3 uses SMA490AW as an example to show the comparison of the corrosion on steel plates in stage three from the ISO16539 experiment and corresponding simulated corrosion generated by this prediction system. They show a similar pattern of corrosion distribution, which means our system can simulate the future corrosion situation in the measured area.

Table 2 Comparative Results.

	Train: d1 Test: d3	Train: d1 Test: d4	Train: d2 Test: d3
GAN	0.423	0.397	0.337
InfoGAN	0.423	0.368	0.363
Xception	1.492	0.952	0.587
	Train: d2 Test: d4	Train: d1+d2 Test: d3	Train: d1+d2 Test: d4
GAN	0.462	0.244	0.198
InfoGAN	0.433	0.347	0.233
Xception	0.882	0.884	0.902



(a) Corrosion on ISO16539 type SMA490AW Stage Three.



(b) Corrosion on predicted type SMA490AW Stage Three.

Fig. 3 Corrosion on ISO16539 type SMA490AW steel plate Stage Three and corresponding predicted corrosion.

5. Conclusions

In this research, a GAN-based machine learning model was proposed to augment the dataset and simulate and predict the corrosion of two kinds of weathering steel in four environments. The GAN structure composed of UNet and MobileNetV2 provided outstanding performance to address the research problems in this paper. Through comparative experiments, our model achieved high prediction accuracy and was verified to be reliable and generally applicable.

References

1) Caleyo, F., et al.: Probability distribution of pitting corrosion depth and rate in underground pipelines: A Monte Carlo study, Corrosion Science, 51.9, 1925-1934, 2009.
2) Ronneberger O., Philipp F., and Thomas B.: U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation, arXiv:1505.04597, 2015.

デジタル打音検査と機械学習によるコンクリート内部構造診断技術の拡張

Extension of Internal Structure Diagnosis of Concrete Structures Using Digital Hammering Inspection and Machine Learning

松永　嵩（原燃工）　小川　良太（原燃工）　匂坂　充行（原燃工）　藤吉　宏彰（原燃工）
石井　元武（原燃工）　礒部　仁博（原燃工）　吉村　忍（東大・工）　山田　知典（東大・工）
Takashi MATSUNAGA, Nuclear Fuel Industries, Ltd.　Ryota OGAWA, Nuclear Fuel Industries, Ltd.
Mitsuyuki SAGISAKA, Nuclear Fuel Industries, Ltd.　Hiroaki FUJIYOSHI, Nuclear Fuel Industries, Ltd.
Motomu ISHII, Nuclear Fuel Industries, Ltd.　Yoshihiro ISOBE, Nuclear Fuel Industries, Ltd.
Shinobu YOSHIMURA, The University of Tokyo　Tomonori YAMADA, The University of Tokyo
E-mail: tk-matsunaga@nfi.co.jp

An inverse analysis model was constructed to quantitatively evaluate the internal structure of concrete (internal defects, cracks, and loss of compressive strength) from natural frequency contour maps obtained from grid-points on the concrete surface using sensor-based hammering inspection. The constructed inverse analysis model was shown to be able to estimate the actual values with an error of roughly 15%.

１．はじめに

コンクリート構造物の施工時の品質管理や維持管理における一般的な点検手法としては，目視点検や打音点検が広く知られており，膨大な数の検査対象を短時間で合理的に調査可能な点検手法である．一方で，課題としては，点検者の経験，技量に依存することや，技能継承が適切に行われていないことが指摘されている [1)]．

このような背景の中，センサを用いた打音点検技術（以下,「デジタル打音検査」という）によりコンクリートの変状を評価する手法が開発されているが [2)]，実構造物の変状の種類と規模が多岐にわたるため，これらの変状とデジタル打音検査結果を網羅的に整備することは難しい．

そこで，筆者らは先行研究 [3)]として，内部空洞・剥離を模擬したコンクリート試験体での実験的検討，および FEM 解析による理論的検討を行い，実験を再現可能な FEM 解析を実施した．また，機械学習を用いて内部空洞形状からデジタル打音検査結果を推定する順解析モデルを開発し，デジタル打音検査結果と内部空洞・剥離のデータベースを短期間で構築することが可能となった．本論文では，内部空洞･剥離以外の変状として，ひび割れや圧縮強度も含め，これらのデータベースを用いたコンクリート診断技術の現場適用を目標に，構築されたデジタル打音検査とコンクリート変状のデータベースを機械学習させることで，デジタル打音検査結果からコンクリートの変状を推定する逆解析モデルを構築した．

２．コンクリートの物性・振動特性

本研究で用いたデジタル打音検査システムでは測定対象を打撃し，励起された振動を広帯域 AE センサで捉える．この振動波形を高速フーリエ変換することで，周波数分布を得る（Fig. 1）．コンクリート表面をデジタル打音検査することで得られる周波数分布のうち，本研究では，縦波共振の固有振動数とたわみ振動の固有周波数に着目した．これらの固有振動数について，縦波共振の固有周波数は式(1)，たわみ振動は，例えば，長方形で周囲の境界条件が単純支持の場合，式(2)のように表せられる．各種変状により，板厚方向において見かけの弾性係数が低下する場合や，かぶり部においてたわみ振動が生じた場合，得られる周波数は変化する．

また，圧縮強度については，既往の研究 [4)]により，式(3)の傾向があることが知られている．また，固有周波数は式(1)，(2)に示す通り，弾性係数の平方根に比例する傾向があるため，圧縮強度を低下により，得られる固有周波数は低下する．

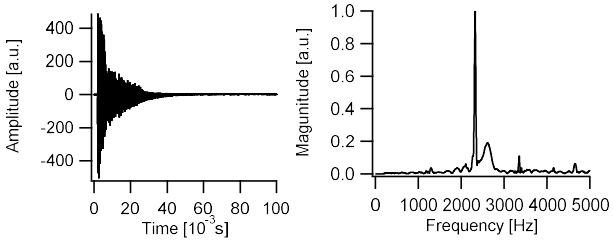


Fig. 1　Vibration waveform and frequency distribution

$$f = \frac{V}{2D} = \frac{1}{2D}\sqrt{\frac{E}{\rho}\cdot\frac{1-\nu}{(1+\nu)\cdot(1-2\nu)}} \quad (1)$$

$$f = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{Eh^2}{12\ (1-\nu^2)}}\left[\left(\frac{m}{a}\right)^2+\left(\frac{n}{b}\right)^2\right] \quad (2)$$

$$E = 21000\times\left(\frac{\gamma}{23}\right)^{1.5}\times\left(\frac{\sigma_B}{20}\right)^{0.5} \quad (3)$$

f: 周波数 [Hz], E: 弾性係数[Pa], ρ: 密度 [kg/m^3],
V: 音速 [m/s], D: 厚み [m], a,b: 剥離部寸法 [m],
h: 剥離部かぶり厚さ [m], ν: ポアソン比
m,n: 振動モード次数, γ:　気乾単位容積重量[kN/ m^3]
σ_B:圧縮強度[N/ mm^2]

３．順解析モデルによるデジタル打音検査結果のデータベース化

コンクリートの内部構造とデジタル打音検査結果の非線形関係を機械学習し，変状の状態（内部空洞のサイズや位置，ひび割れ深さなど）から直接的にデジタル打音検査結果を推定する順解析モデルを設計し，データベースを構築した．機械学習には全結合ニューラルネットワークを採用した．ネットワークの構造及び解析条件は筆者らの先行研究の値を採用した．なお，圧縮強度の低下については，健全状態の解析結果から，式（1）と式（3）を用いてデータベースを構築した．構築したデータベースのうち，先行研究にて内部空洞のデータベースを導出しているため，本報では，ひび割れ，圧縮強度の変化に伴うデジタル打音検査によるコンクリート表面のマップ図の例を Fig. 2，Fig. 3 に示す．なお，ひび割れ角度については，コンクリート表面とひび割れ進展方向のなす角度とする．このように，コンクリート内部の劣化状態と面的なデジタル打音検査結果との定量関係が明確となった．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

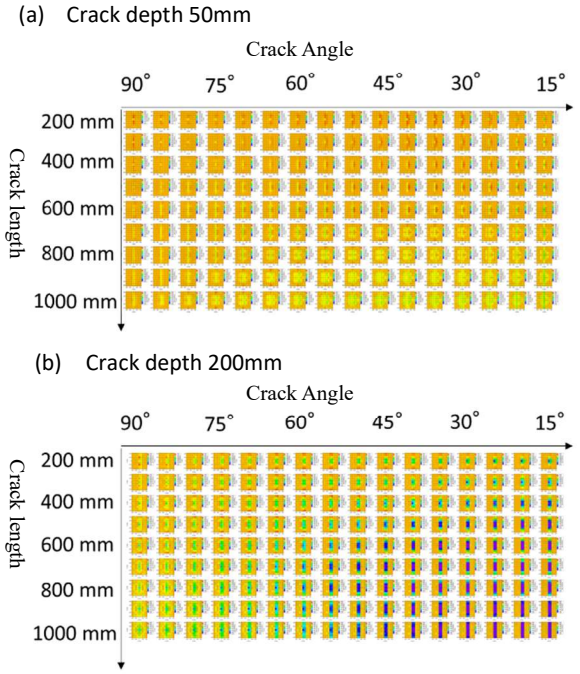


Fig. 2 Database of crack conditions and digital hammering inspection results

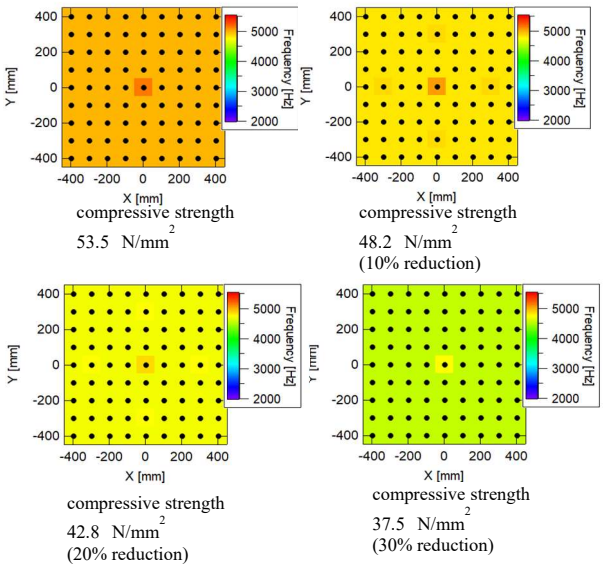


Fig. 3 Database of compressive strength and digital hammering inspection results

4．逆解析モデルによる欠陥の定量評価

コンクリート表面の複数箇所のデジタル打音検査から得られる固有周波数のマップから各種変状の状態を定量的に推定する逆解析モデルを構築した．本モデルは CNN（畳込みニューラルネットワーク）を用い，内部空洞評価の場合はサイズとかぶり厚，ひび割れ評価の場合は長さ，深さ，角度，圧縮強度評価の場合は圧縮強度をそれぞれ出力するモデルを構築した（Fig. 4）．

実際の値と推測値を対比したグラフ(Fig. 5)より，逆解析モデルの予測誤差は概ね 15%以内であった．また，ひび割れ角度の誤差は大きいものの，実際の値より小さい値と予想しており，保守的な評価の逆解析モデルであることが示された．

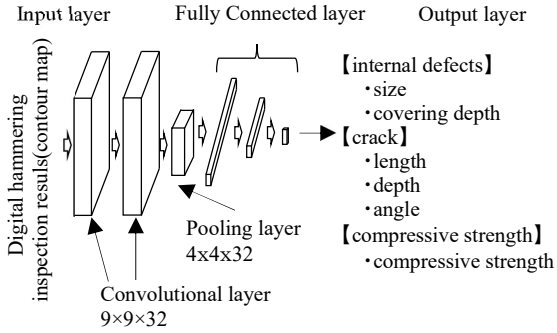


Fig. 4 Overview of inverse analysis model

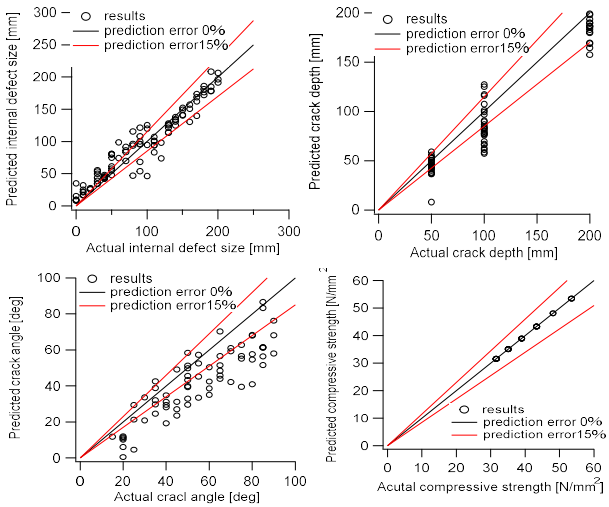


Fig. 5 Validation of inverse analysis model

7．まとめ

本研究の成果として，コンクリート構造物の変状とデジタル打音検査結果のデータベースを機械学習させることで，デジタル打音検査結果からコンクリートの変状を推定する逆解析モデルを開発した．本報では単一の欠陥が存在する場合の逆解析モデルであるが，今後，複数の欠陥が重畳した場合の逆解析モデルの構築や，実構造物への適用性検証を行う計画である．

6．謝辞

本研究は国土交通省令和元年度～２年度建設技術研究開発助成制度により実施した「デジタル打音検査と AI・シミュレーションの統合的活用によるコンクリート内部構造診断の実現」の成果の一部である．

参考文献

1) 舟波尚哉，村上祐貴，外山茂浩，小海元暉：熟達点検者の打音点検動作の形式知化に関する基礎的研究，コンクリート工学年次論文集，Vol.41，No.1，pp.1871-1876，2019.7
2) 鎌田敏郎，淺野雅則，国枝稔，六郷恵哲：コンクリート表層部欠陥の定量的非破壊検査への打音法の適用，土木学会論文，No.704，V-55，pp.65-79，2002.5.
3) 山田知典，吉村忍，松永嵩，藤吉宏彰，小川良太，匂坂充行，礒部仁博，”デジタル打音検査と機械学習によるコンクリート内部構造診断技術の検討”，土木学会 第 24 回応用力学シンポジウム講演概要集，S02C-02，2021
4) 川上英男，“コンクリートの弾性係数と圧縮強度の関係についての一考察”，コンクリート工学年次論文集，Vol.28，No.1，2006，pp. 449-454.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

MACHINE LEARNING BASED NONLINEAR PARAMETER IDENTIFICATION FOR HIGH DAMPING RUBBER BEARINGS

Katrina Montes, Saitama University
Ji Dang, Saitama University
Yuqing Tan, Kyoto University
Akira Igarashi, Kyoto University
Takehiko Himeno, Kawakin Core Tech Co.
E-mail: katrinamaesmontes@yahoo.com

The complicated nonlinear behavior of high damping rubber bearings needs deliciated nonlinear hysteresis model with multiple parameters. Those parameters need to be identified from experiments such standard quasi-static loading tests. However, general nonlinear model parameter identification methods such as curve fitting, Newton's methods et. al. may need to select initial parameter value carefully. Sometimes it is a trial-and-error process and requires engineer's expertise. This study trained an ANN model that aimed to identify the nonlinear parameters of an HDR-S bearing under Modified Bouc-Wen (MBW) model at ambient and low temperature. The suggested parameters were compared to an actual quasi-static experiment result and hybrid simulation.

1. Introduction

Based on the road bridge seismic design practice in Japan [1], bilinear model was used for various types of seismic isolators. However, the nonlinear behavior of HDR-S bearing was greatly affected by different factors like changes in strain rate, loading direction, Mullin's effect, temperature, etc. In addition to that, there are newly developed seismic isolators, and the nonlinear behavior identification depends on engineer's expertise. Thus, there is a need for a different nonlinear model that includes additional uncertainties which makes the optimization process more difficult.

Therefore, this study trained an ANN model to predict the nonlinear parameters of Modified Bouc-Wen model from experiment data for HDR-S. The ANN model was trained from numerical simulation data only and then validation was conducted by prediction of quasi-static and hybrid simulation loading test data. The proposed machine learning based approach method suggest the initial nonlinear parameters using the trained ANN model which eliminates the trial-and-error process using conventional optimization methods, and it can be repeated using different nonlinear models.

2. High Damping Rubber Bearing (HDR-S)

The HDR-S specimen used in this study has a total rubber thickness of 30 mm and cross-sectional area of 0.0576 mm^2. To identify its nonlinear behavior, two experiments were conducted. First was quasi-static test in which the strain was pre-defined. The second test was hybrid simulation which identifies the HDR-S nonlinear behavior installed in a hypothetical 3-span bridge with regards to an input earthquake.

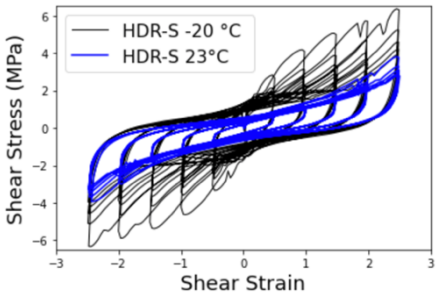


Fig. 1 HDR-S Quasi-Static Experiment Data

The HDR-S quasi-static loading results at ambient and low temperature were shown in Fig. 1. The data consists of five amplitudes ranges from 50% up to 250%, and each amplitude consists of five loops. There is a significant increase of shear stress at low temperature, and Mullin's effect was visible.

During hybrid simulation, the HDR-S nonlinear behavior was influenced by the bridge response to the input earthquake. A scaled factor of 1/6 was applied due to experiments facility limitations and similarity rule was used in the simulation of the needed parameters. The total mass was based on the standard vertical pressure of 6 MPa. The three-span bridge has a total of 8 piers as shown in Fig. 2, and two degree of freedom (2DOF) model was considered in the numerical simulation.

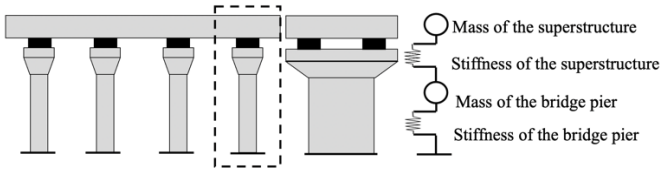


Fig. 2 Bridge Structural Model

3. Modified Bouc-Wen Model

To represent the HDR-S nonlinear behavior numerically, Modified Bouc-Wen model was used. The numerical equation of this model was shown in equation 1 and 2. The shear stress σ is influenced by the strain ε, pinching effect by parameter b, hardening and softening due to stiffness degradation which are represented by parameters γ and β, and z which is the plastic component with A generally equal to 1. During the data generation for ANN training, the parameters were expressed to shear strain and shear stress, and the ranges are as follows: α[0.1~0.06], G_1[8~20], β[0.5~2.0], γ[-4~-7], and b[0.2~0.5].

$$\sigma = \alpha G_1 \varepsilon + (1-\alpha) G_1 (1+b\,\varepsilon^2) z \quad (1)$$

$$\dot{z} = A\,\dot{\varepsilon} - \beta|\dot{\varepsilon} z| - \gamma\dot{\varepsilon} z^2 \quad (2)$$

4. Nonlinear Parameter Identification

The shear strain data of HDR-S quasi-static 23°C, 250% amplitude, loop 1, was interpolated and reduced to 60 data points using K-Nearest Neighbor (KNN) algorithm for numerical simulation preparation. The parameter ranges were randomly selected to simulate the shear force under Modified Bouc-Wen (MBW) model. A combination of 60 shear strain data and 60 shear stress with 1000 iterations were used as an input data for the ANN training.

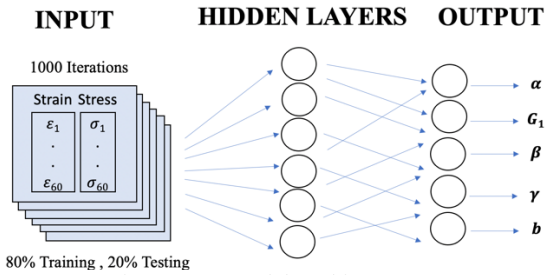


Fig. 3 ANN Model Architecture

The ANN architecture as shown in Fig. 3 consists of 120 by 1000 input features, 2 hidden layers, and five nonlinear parameters of modified Bouc-Wen Model as an output. The activation function used was ReLU because it's a regression problem and specific values was required as an output. RMSProp was the optimizer used with a learning rate of 0.0001. The loss function was mean squared error and should be near to zero. After 200 epochs, the training loss was 0.047 and the validation loss was 0.134. To visually examine the accuracy of the trained model, the ANN predicted nonlinear parameters were plotted and the hysteresis was compared to the normalized HDR-S quasi-static loading data as shown in Fig. 4. The comparison shows a high correlation with a contribution rate of 0.98.

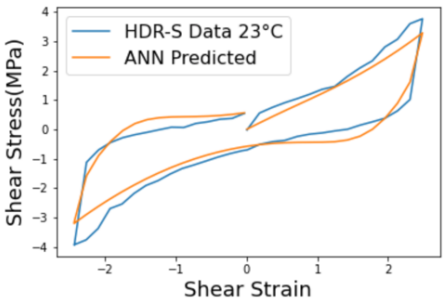


Fig. 4 ANN Predicted Parameters During ANN Training

5. Cyclic Loading Nonlinear Parameter Prediction

The HDR-S quasi-static data at 23°C and -20°C, 250% amplitude, loop 1, were reduced to 60 data points of shear strain and shear stress to fit for the ANN input data for nonlinear parameter identification. The trained ANN model and KH Method (Kuroda [2]) predicted nonlinear parameters were plotted and the hysteresis was compared to the experiment data as shown in Fig. 5. The contribution rates for HDR-S data at 23°C were 0.97 for ANN and 0.98 for KH Method. On the other hand, at -20°C, the contribution rates were 0.86 for ANN and 0.88 for KH Method. There was a 1% up to 2% difference in the contribution rate between ANN and KH Method.

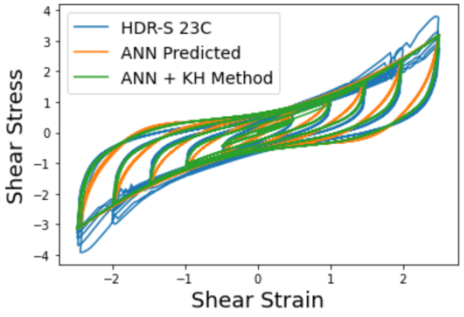


Fig. 5 HDR-S Quasi-Static Loading Predicted Nonlinear Parameters by ANN at 23 °C

6. Hybrid Simulation Comparison

The hybrid numerical simulation used and compared the predicted parameters from ANN model as shown in Fig. 6 and Fig. 7. The nonlinear behavior of HDR-S bearing was influenced by the superstructure and pier-seismic response therefore it depicts a more realistic scenario. It can be observed that Modified Bouc-Wen (MBW) Model nonlinear parameters on both ANN and KH method greatly fits the HDR-S data under ambient temperature (23°C) but had a significant difference at low temperature (-20°C).

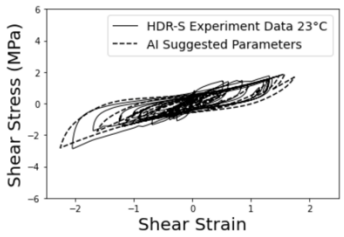


Fig. 6 HDR-S Hybrid Simulation Result Using the ANN Predicted Parameters at 23 °C

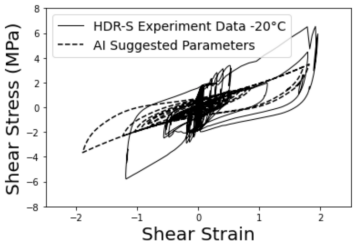


Fig. 7 HDR-S Hybrid Simulation Result Using the ANN Predicted Parameters at -20 °C

7. Conclusion

This study successfully trained an ANN model that aimed to predict the nonlinear model parameters from an HDR-S quasi-static experiment data with a contribution rate difference range of 1% up to 2% compared to the conventional KH method. The predicted nonlinear parameters had high correlation with the HDR-S data at ambient temperature (23 °C) based on both comparison to quasi-static and hybrid simulation. However, the predicted Modified Bouc-Wen model parameters had a significant difference at low temperature. The proposed machine learning based approach for nonlinear parameter identification significantly eliminates the trial-and-error and can be repeatedly trained using other nonlinear models. This approach lessens the actual experiment cost and makes the nonlinear initial parameter identification easier. Since modified Bouc-Wen model only covers the change in stiffness degradation and pinching, there's still some factors that needs to be considered to increase the correlation of the HDR-S nonlinear behavior like Mullin's effect and low temperature effect. Thus, using an advance model considering those factors are recommended for future study. The significant difference at low temperature creates a risk on HDR-S implementation to cold regions like Hokkaido and must be further studied. Improvement of the trained model will be done to cover a larger range of parameters and inclusion of different types of nonlinear model will be the future study.

References

1) Bridge Seismic Control Design Method Draft (2012), Seismic Isolation Structure Research Committee for Road and Bridges.
2) Kuroda, H., (2001) Visual Basic Engineering Calculation Program, Tokyo CQ Press, Tokyo, 69-7

物理偏微分方程式を考慮する機械学習 PINN の地盤圧密解析への適用
Application of Physics-informed Neural Network to Ground Consolidation Analysis

帷子 翔葵（筑波大・シス情） 西尾 真由子（筑波大・シス情） 宮本 崇（山梨大・工） 全 邦釘（東大・工）
Syouki KATABIRA, University of Tsukuba
Mayuko NISHIO, University of Tsukuba
Takashi MIYAMOTO, University of Yamanashi
Pang-jo CHUN, The University of Tokyo
E-mail: katabira.shoki.aw@alumni.tsukuba.ac.jp

The PINN is known to have enough prediction accuracy even with uncertain data such as low number of data and noise by using physical governing equations as a prior condition. In adapting to the ground consolidation equation to derive the excess pore water pressure distribution, an appropriate analysis cannot be performed due to the large difference in the order of soil parameters. Therefore, we proposed a method of taking the regularization using the similar rules, discovering appropriate values of batch size and number of epochs, and the effectiveness of the regularization was shown. In addition, the inclined placement of the colocation points, that dense collocation points in the region where the gradient of the solution space is large, was verified. As a result, it was shown that the prediction accuracy was improved, and that the calculation cost could be a little reduced because the total number of collocation points could be reduced.

１．はじめに

Physics-informed Neural Network（以下，PINN）は，Raissi らによって 2017 年に提唱された，微分方程式で表される物理支配方程式を損失関数で制約条件として考慮して，物理現象の順解析・逆解析を行うニューラルネットワークである [1)2)]．現時点では，Raissi らが扱った流体の非線形偏微分方程式など基礎物理問題を対象に求解やパラメータ推定における性能を調べる研究が多く，工学問題の意思決定に資する現象の予測やパラメータ推定への適用性検証はまだ少ない．近年の土木分野では構造物の建設や維持管理，災害リスク評価や対応のため，構造物全体の大規模な数値モデルを構築して，想定外力に対する挙動解析や物性値など未知パラメータの推定を行う問題が多くなっている．その中でも著者らは，地震や豪雨で発生する斜面崩壊で形成される河道閉塞天然ダムの挙動予測など，大規模な地盤災害現場の予測や評価に関する数値解析への適用を検討している．そこで本研究では，この地盤問題への PINN 適用を念頭に，第一段階の基礎検証として圧密方程式を対象に，求解精度と計算コストに着目して PINN への検証を行った．

２．PINN の概要

PINN の基本的な構造は Fig. 1 のようになっている．図中では地盤圧密方程式の形である拡散方程式を損失関数で考慮する偏微分方程式（PDE）として例に示しているが，この場合は，時間 t と位置座標 x を入力で $u\,(t, x)$が出力となるニューラルネットワーク（NN）を構築する．このとき，出力 u に対して自動微分で時間や位置に対する偏微分を計算でき，任意の(t, x)に対する偏微分方程式の代入値 $f(t, x)$を計算できる．ここで$f(t,x)=0$ となるときに，物理支配方程式を満たすことになる．損失関数は下の式(1)に示すように，初期条件と境界条件を考慮する項 MSE_u と，偏微分方程式を満たす$f(t, x) = 0$ を考慮する項 MSE_fの和で表す．

$$Loss = MSE_u + MSE_f \tag{1}$$

ここで各項は

$$MSE_u = \frac{1}{N_u}\sum_{i=1}^{Nu}\left|u\left(t_u^i, x_u^i\right) - u^i\right|^2 \tag{2}$$

$$MSE_f = \frac{1}{N_f}\sum_{j=1}^{Nf}\left|f\left(t_u^j, x_u^j\right)\right|^2 \tag{3}$$

であり，式(2)の N_u は時間 t と位置 x の座標空間内で初期条件$(0, x)$ と境界条件$(t, 0)$ となる任意の点の数であり，対象とする時間と位置領域で均等にそれぞれサンプリングした．一方，式(3)の N_fは偏微分方程式$f(t, x) = 0$ を考慮する代入点(t^j, x^j)の数であり，解の対象とする(t, x)領域から実験計画法でサンプリングして構成する．本研究では，準モンテカルロ法の Sobol 列でサンプリングを行った．そのうえで，損失関数の最小化を行うようニューラルネットワークの学習を行う．本研究では Matlab で PINN のコードを構築し，9 層 20 ニューロンの構造として，最適化法に Adam を適用しエポック 100 バッチサイズ 50 で学習を行った．

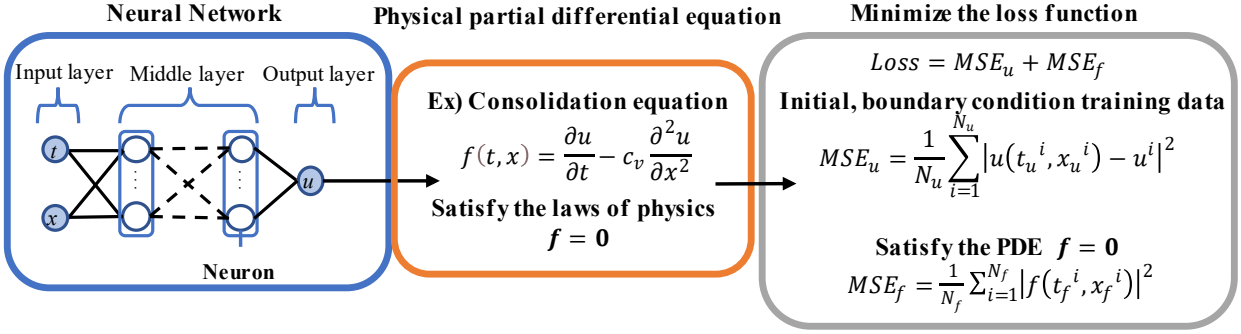
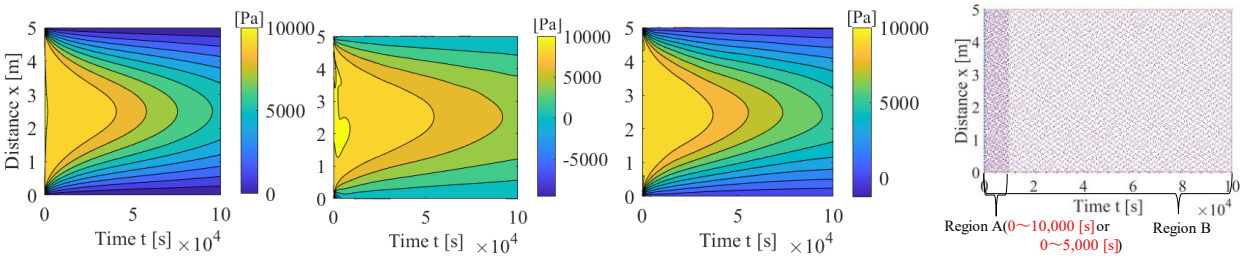


Fig. 1 Structure of PINN

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Solution of PDE　(b) PINN w/ normalization　(c) PINN w/ normalization and incline colocation points　Fig. 3 Incline colocation points

Fig. 2 PINN solution result after normalization

3．圧密方程式の求解

本研究では，上下両面が排水条件の深さ 5m の飽和粘土層に P =10 kN で上載荷重が与えられた時を t =0 sec として，時間 t (0≤ t ≤100,000 sec)での過剰間隙水圧 u の変化を求める問題を対象とした [3]．この支配方程式は，次式(4)に示す Terzaghi の圧密方程式で，初期条件 I.C.と境界条件 B.C.も下記のように記述できる．

$$f(t,x)=\frac{\partial u}{\partial t}-C_v\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{4}$$

$$\text{B.C.:}\ \ u(t,0)=0,\ u(t,5)=0 \qquad \text{I.C.:}\ u(x,0)=P$$

ここで，u は過剰間隙水圧，t は時間，x (0≤x≤5 m)は粘土層深さ方向の位置，C_v は圧密係数，P は上載荷重である．圧密係数 C_v は粘性土で 2×10^{-5} m^2/s に設定した．この偏微分方程式の過剰間隙水圧 u (t, x)の差分法での求解結果を Fig. 2(a)に示す．これを PINN で導出することが目的である．

4．PINN による圧密方程式の求解結果

はじめに，式(4)で PINN の入力である時間 t と距離 x，出力の過剰間隙水圧 u，圧密係数 C_v を正規化せずに PINN を構築した．すると解空間全体で自明解 0 が出力され，適切な求解を行えなかった．そこで，これらの変数とパラメータを相似則で正規化することを考えた．例えば相似比を 10,000 とすれば，表 1 のように変換できる．これで PINN を構築すると Fig. 2(b)のように求解を行えた．このとき，t=0 で I.C.を考慮する点を 50 点，B.C.は x = 0, 5 m に 25 点ずつで N_u=100 とし，コロケーションポイントは N_f= 10,000 とした．しかし Fig. 2(b)中で見られるように，特に t =0 sec に近い領域，すなわち載荷直後の過剰間隙水圧 u が急峻に変化する領域で Fig. 2(a)と整合する u の分布が得られず，特に(t, x) = (0, 0), (0, 5)近傍では負値を示した．

そこで次に，Fig. 3 に示すように t =0 に近い領域でコロケーションポイントを集める傾斜配置での求解精度向上を考えた．解の対象空間(t, x) = ([0, 100,000], [0, 5])の t=0 付近を領域 A，空間全体を領域 B とし，各領域に対してコロケーションポイントを生成した．総点数 N_f を 10,000 に固定し，領域 A 点数と領域 B 点数の比率を変化させて，求解精度を比較した結果が Fig. 4 である．ここでは A の領域を t =0~10,000 sec と t =0 ~5,000 sec の 2 パターンで検証した．求解精度は，解空間に 1000×500 で格子に配置した評価点座標での PINN 出力値と求解値で得る平均二乗誤差(MSE)で調べた．その結果，傾斜配置の効果は高く，特に A:B が 1:9 や 3:7 のとき大きな求解精度の改善がみられた．

さらに，コロケーションポイント総数 N_f は PINN の学習効率に大きく影響することが，事前検討で把握できていた．

Table 1　Normalization of PDE parameters

Similarity ratio	1	10,000
Load P [Pa]	10,000	1
Time t [s]	0~100,000	0~10
Consolidation coefficient C_v [m^2/s]	0.00002	0.2

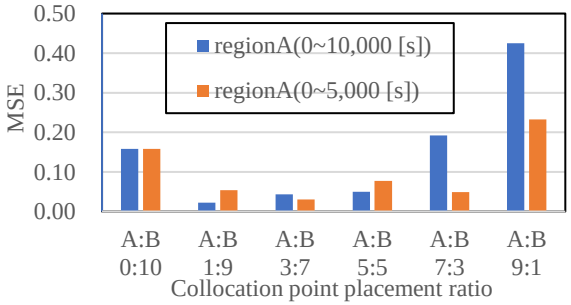


Fig. 4 Comparison of accuracy by tilted arrangement

そこで，傾斜配置による求解精度の向上効果を用いて N_f を減らして事で計算コストを抑えることを考えた．傾斜配置の領域は t =0 ~5,000 sec とし，A:B=3:7 と固定して，N_f を変化させたときの MSE を調べた結果，N_f =5,000 で N_f =10,000 と同等の精度を比較的高い安定性で得られた．

5．結論

PINN を地盤圧密方程式の求解に適用し，相似則による正規化とコロケーションポイントの傾斜配置によって，求解精度の向上と計算コストの低減をはかれることを示した．今後は NN の出力に圧密係数 C_v を加えて，偏微分方程式の求解と同時にこの地盤物性値の推定を行う．また複数層の地盤圧密問題，より複雑な問題への適用を検討していく．

謝辞

本研究は JST ムーンショット型研究開発事業，グラント番号 JPMJMS2032 の支援を受けたものです．

参考文献

1) Raissi, M. et al.: Physics informed deep learning (part i): Data-driven solutions of nonlinear partial differential equations, *arXiv preprint arXiv:1711*, 10561, 2017.
2) Raissi, M. et al.: Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational physics*, 378, 686-707, 2019.
3) 応用力学委員会逆問題小委員会，珠玖ら: 圧密問題の逆解析－1－. (http://tcu-yoshida-lab.org/Inverse_HP/pdf/ouyou_Shuku(consolidation).pdf, 閲覧 2022/03/11)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

アンサンブルカルマンフィルタを用いたコンクリート内部の比誘電率分布推定に関する基礎的検討

A Fundamental Study on Estimation of Relative Permittivity Distribution in Concrete Using Ensemble Kalman Filter

山本　佳士（法政大・デザイン工）　久保　洸太（法政大・デザイン工）　藤森　竣平（法政大・デザイン工）
Yoshihito YAMAMOTO, Hosei University
Kota KUBO, Hosei University
Shunpei FUJIMORI, Hosei University
E-mail: y.yamamoto@hosei.ac.jp

An application of data assimilation to the estimation of the permittivity distribution inside concrete in FDTD simulations is attempted. Specifically, the applicability of the method to the estimation of permittivity distribution is examined by using an ensemble Kalman filter as a data assimilation method for a two-dimensional electromagnetic wave propagation problem in a multi-layered material model that simply models concrete. As a result of the fundamental investigation, although the number of observed data is only one as a characteristic of radar tests, the relative permittivity of multiple internal regions could be estimated by targeting a series of radar movement processes.

１．はじめに

現在，橋梁等の既設コンクリート構造物の点検及び健全度評価は，目視を基本として実施されている．しかし，その表面に現れたひび割れが内部でどのように進展しているかは，劣化・損傷シナリオによって異なる．既設コンクリート構造物の安全性を精度良く評価するためには表面に現れるひび割れ情報のみならず，構造内部の位置，寸法，角度等を含む 3 次元分布情報の効率的な取得手法の確立が望まれる．

著者ら [1),2)]は，敵対的生成ネットワーク（Generative adversarial networks：GAN）の応用技術の一種である pix2pix を用いてレーダ画像からの逆問題推定を行い，コンクリート供試体内の欠陥の有無のみならず，位置，形状，寸法（長さおよび厚さ情報），角度情報を含む内部の構造を断面画像として再構成する手法を提案している．これまでの研究では，ひび割れを模擬した人工欠陥を有するコンクリート供試体を対象として推定精度の検証を行っている．検証の結果，提案手法は，欠陥の幾何情報をある程度再現できるものの，欠陥位置が深くなるほど，また，欠陥長さおよび厚さが小さくなるほど，骨材等のコンクリート内部の材料非均質性に起因する不要散乱波と比較して，欠陥からの電磁波の反射強度が相対的に小さくなり，推定精度が低下することを明らかにしている．

提案手法の精度向上のための方法の一つとして，有用な学習データを大量に取得することが考えられるが実験等により学習データを取得するにはコストが大きく限界がある．そこで著者ら [1),2)]は，有限時間領域差分法（FDTD 法）を用いたシミュレーションにより，内部欠陥を有するコンクリートのレーダ画像を再現することで有用な学習データセットを大量生成し，学習に利用することを試みている．ただし，現状では，コンクリート内部の比誘電率分布モデル等の再現に問題があり，シミュレーションデータを学習データとして利用することには課題が残っていた．

そこで本研究では，FDTD シミュレーションにおけるコンクリート内部の比誘電率分布の推定にデータ同化を適用することを試みる．本報では，適用の基礎的な検討として，コンクリートレーダ試験を模擬した簡単な複層材料モデルに対する 2 次元の電磁波伝播問題を対象とし，データ同化手法としてアンサンブルカルマンフィルタ [3),4)]を使用して，比誘電率分布の推定に対する適用性を検証した．

２．解析手法

本研究では，マクスウェル方程式を離散化した FDTD 法による 2 次元電磁波伝播解析に対してアンサンブルカルマンフィルタを適用する．マクスウェル方程式中の変数は，$\boldsymbol{E}$：電場(V/m)，$\boldsymbol{H}$：磁場(A/m)，$\boldsymbol{D}$：磁束密度(Wb/m^2)，μ：透磁率(H/m)，σ：導電率(S/m)，ε：誘電率(F/m)である．本研究ではアンサンブルカルマンフィルタによる比誘電率の同定を考えるにあたり，状態ベクトルを以下のように定義した．

$$\boldsymbol{x}_t^i = [E_{z,1}^i \cdots E_{z,n}^i | H_{x,1}^i \cdots H_{x,n}^i | H_{y,1}^i \cdots H_{y,n}^i | \varepsilon_1^i \cdots \varepsilon_k^i] \quad (1)$$

ここで，$\boldsymbol{x}_t$ は時刻 t における状態ベクトル，E_zは z 方向の電場，H_xおよびH_yはそれぞれ x 方向および y 方向の磁場を示し，それぞれの末尾の n は格子点数，k は材質区分数である．また，i はアンサンブルメンバーのサンプルインデックスである．一般的なカルマンフィルタの方法により，各アンサンブルメンバーの状態ベクトルは各時間ステップにおいて次式のように更新される．

$$\boldsymbol{x}_t^{a,i} = \boldsymbol{x}_t^{f,i} + \boldsymbol{K}_t(\boldsymbol{y}_t - \boldsymbol{H}_t\boldsymbol{x}_t^{f,i} + \boldsymbol{w}_t) \quad (2)$$

$$\boldsymbol{K}_t = \boldsymbol{P}_t\boldsymbol{H}^T(\boldsymbol{H}\boldsymbol{P}_t\boldsymbol{H}^T + \boldsymbol{R}_t)^{-1} \quad (3)$$

ここで，添え字の f と a はそれぞれ予測時の状態ベクトルと観測データに基づいて更新された状態ベクトルを表している．$\boldsymbol{x}_t^{f,i}$は各アンサンブルメンバーの$\boldsymbol{x}_{t-1}^{a,i}$から非定常シミュレーションモデルの実行により得られる．また，$\boldsymbol{K}_t$はカルマンゲイン，$\boldsymbol{y}_t$は観測ベクトル，$\boldsymbol{H}_t$は線形観測演算子，$\boldsymbol{w}_t$は観測ノイズ，$\boldsymbol{R}_t$は観測誤差共分散行列である．$\boldsymbol{P}_t$は状態ベクトルの誤差共分散行列であり，アンサンブルカルマンフィルタでは以下のように，多数のアンサンブルメンバーの状態ベクトルを用いて近似する．

$$\bar{\boldsymbol{x}}_t \approx \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{x}_t^i \quad (4)$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\boldsymbol{P}_t \approx \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(\boldsymbol{x}_t^i - \bar{\boldsymbol{x}}_t\right)\left(\boldsymbol{x}_t^i - \bar{\boldsymbol{x}}_t\right)^T \qquad (5)$$

ここで，mはアンサンブルメンバー数である．

３．模擬観測データを用いた数値実験

数値実験の概要を Fig. 1(a)に示す．対象の供試体モデルは，モルタル領域（比誘電率 12.0），および比誘電率の異なる 3 つの骨材領域（比誘電率はそれぞれ 6.0, 8.0 および 10.0）からなる．レーダ試験を模擬して，供試体表面上の 1 点から電磁波を送信し，受信点で電場を計測する．データ同化実験の手順は，まず，あらかじめそれぞれの領域に比誘電率の真値を設定して FDTD シミュレーションを行い，受信点の電場を取得してこれを模擬観測値とする．つづいて，上述の比誘電率とは異なる初期比誘電率（ここでは平均値 4.0，標準偏差 1.0）を設定し，模擬観測値を用いてアンサンブルカルマンフィルタを実行してデータ同化を行う．本研究では格子間隔は 10mm, 時間刻みは 1×10^{-11} sec とした．ここでは，アンサンブルメンバー数が 300 のケースの結果を示す．

Fig. 2 に，3 つの骨材領域のそれぞれの比誘電率のアンサンブル平均と真値を時系列で比較したものを示す. 図より，推定値が真値から大きく乖離していることが確認できる．これは，観測データ数が 1 つと少ないためであると考えられる．

なお，Fig. 1(b)に示すように，実際のレーダ試験では，電場の受信点すなわち観測データ数は 1 つではあるが，送信点および受信点を供試体表面上で移動させながらデータを取得する．したがって，この一連の移動過程をシミュレートすれば情報が増え，結果として推定精度が向上する可能性がある．

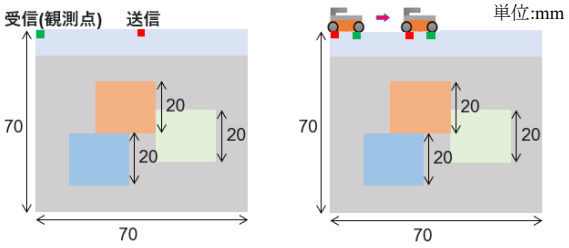
Fig. 3 に，以下のような数値実験をした結果を示す. すなわち，送信点および受信点を一定箇所で固定してシミュレーションを実行し，一定時間たった後で，送信点および受信点を 10mm 移動させ，再度送信点から電磁波を入射させ電磁波伝播シミュレーションを実行する．この移動と電磁波の送信，および受信を対象供試体端部に達するまで繰り返す一連のシミュレーションにより模擬観測データを取得し，その模擬観測データを用いて，同様な一連のシミュレーションでアンサンブルカルマンフィルタを実行した．図より，このケースでは，送信点および受信点の移動を繰り返す毎に推定値が真値に近づき収束していることが分かる．

４．まとめ

コンクリートのレーダ試験を対象とした FDTD シミュレーションのモデルパラメータ同定手法として，アンサンブルカルマンフィルタの適用を試みた. 基礎的な検討の結果，レーダ試験の特徴として観測データ数は 1 つであるが，レーダの移動過程を対象とすることで本検討の範囲内では，内部の比誘電率の分布を推定することができた．今後は実際の問題に近い状態で適用性を検討していく予定である．

謝辞

本研究の実施に当たり，仙台高等専門学校の園田潤教授には，FDTD シミュレーションのソースコードを提供いただくとともに，有益なご助言をいただきました．ここに感謝の意を表します．



(a) Case A　　(b) Case B

Fig. 1 Overview of the simulation models.

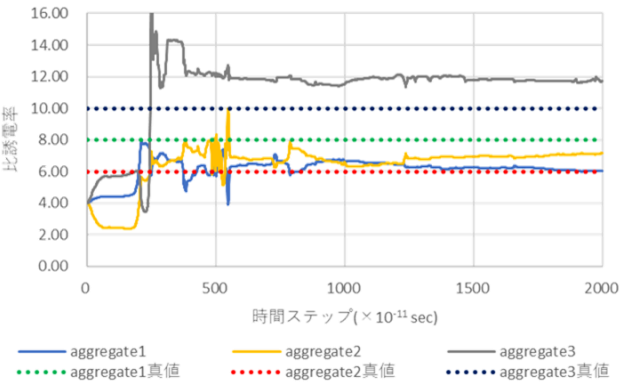


Fig. 2 Estimation results of relative permittivity in Case A.

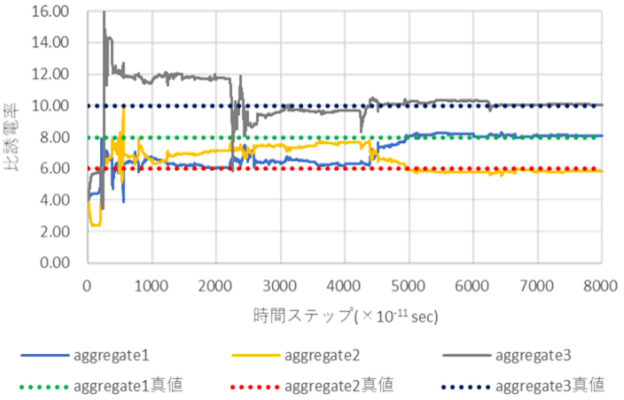


Fig. 3 Estimation results of relative permittivity in Case B.

参考文献

1) 光谷和剛，山本佳士，園田 潤，木本 智幸:レーダ画像および GAN を用いたコンクリート内部欠陥の位置・寸法情報の可視化に関する基礎的検討 ，日本計算工学会論文集，2021, doi: 10.11421/jsces.2021. 20211001
2) 山本佳士，光谷和剛，園田潤，木本智幸:GAN および FDTD 法を用いたレーダ画像からの内部欠陥推定手法の高度化に関する検討，AI・データサイエンス論文集，2/J2, pp. 700-711, 2021.
3) Evensen，G.: Sequential data assimilation with a nonlinear quasi-geostrophic model using Monte Carlo methods to forecast error statistics，Journal of Geophysical Research 99(5), pp.10143-10162, 1994.
4) 山本真哉，本多眞，櫻井英行:アンサンブルカルマンフィルタによる地下水流動モデルの逐次データ同化，清水建設研究報告，No.96, pp.27-34, 2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

第２部門①

座長:吉川 仁(京都大学)

2022年5月28日(土) 09:00 ～ 10:30 B会場 (オンライン)

[2B01-06-01] 弾性・塑性損傷変数を導入した phase-field延性損傷モデル

*韓 霽珂[1]、松原 成志朗[2]、森口 周二[1]、寺田 賢二郎[1] （1. 東北大学、2. 名古屋大学）

09:00 ～　09:15

[2B01-06-02] Peridynamicsによる入力地震波特性に着目した盛土の亀裂進展解析

*新保 泰輝[1]、Muhammad Khairullah Bin Adlan[1]、河村　知記[2]、福元 豊[3] （1. 石川工業高等専門学校、2. 五大開発株式会社、3. 長岡技術科学大学）

09:15 ～　09:30

[2B01-06-03] 列車走行による地下鉄トンネルのランダム振動解析

阿部 和久[1]、*佐藤 和輝[1]、紅露 一寛[1] （1. 新潟大学）

09:30 ～　09:45

[2B01-06-04] 陽的・半陰的 SPH法の多数 GPU環境下での動的負荷分散並列による高速化

*大崎 春輝[1]、森川 ダニエル茂夫[1]、浅井 光輝[1] （1. 九州大学）

09:45 ～　10:00

[2B01-06-05] 脆性-延性複合構造物のトポロジー最適化のための拡張 SIMP法の提案

*藤原 睦樹[1]、干場 大也[1]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1] （1. 名古屋大学）

10:00 ～　10:15

[2B01-06-06] 異方性材料の面外波動問題に対する基本解近似解法の適用

*古川 陽[1]、松村 耕佑[2]、斎藤 隆泰[3]、廣瀬 壮一[4] （1. 北海道大学、2. 熊谷組、3. 群馬大学、4. 東京工業大学）

10:15 ～　10:30

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

A variational formulation of crack phase-field modeling for ductile fracture equipped two damage variables

Jike HAN, Tohoku University
Seishiro MATSUBARA, Nagoya University
Shuji Moriguchi, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: han.jike.s7@dc.tohoku.ac.jp

This study presents a variational formulation of crack phase-field modeling for ductile fracture. Constitutive work density consists of elastic, plastic, and crack components, with damage variables separately introduced for elasticity and plasticity. The proposed model is equipped with thresholds and coefficients to control the amount of damage driving force, while variational consistent evolution laws for damage are derived as stationary conditions from a supremum problem of dissipative potential. Also, governing equations are derived from an optimization problem within the continuum thermodynamics framework. The characteristic features of the proposed model are demonstrated with numerical examples.

1. Introduction

Crack phase-field model[1] (PF model) has received attention due to its capability to predict arbitrary crack propagation and its compatibility with classical fracture mechanics. This study presents a variational formulation for ductile fracture equipped with two damage variables for elasticity and plasticity. The proposed model is equipped with thresholds and coefficients to control the amount of damage driving force, while damage evolution laws follow a variational structure.

2. Proposed model

2.1. Constitutive work density functional

In line with our previous study[2], we define the following constitutive work density functional:

$$\Psi = \Psi^{\mathrm{e}} + \Psi^{\mathrm{p}} + \Psi^{\mathrm{f}}, \tag{1}$$

where Ψ^{e}, Ψ^{p}, and Ψ^{f} denote the elastic and plastic strain energy densities and the energy density due to crack surface generation, respectively. The elastic part follows a tensile-compressive split as

$$\Psi^{\mathrm{e}} = g\left(d^{\mathrm{e}}\right)\Psi_0^{\mathrm{e}+} + \Psi_0^{\mathrm{e}-}, \tag{2}$$

where $\Psi_0^{\mathrm{e}+}$ and $\Psi_0^{\mathrm{e}-}$ denote the effective tensile and compressive amounts of Ψ^{e}. Note that the reduction of material stiffness is considered by the degradation function $g\left(d^{\mathrm{e}}\right)$, which is determined by the elastic damage variable d^{e}. Similarly, the plastic part is defined as

$$\Psi^{\mathrm{p}} = g\left(d^{\mathrm{p}}\right)\Psi_0^{\mathrm{p}}, \tag{3}$$

where Ψ_0^{p} denotes the effective amount of Ψ^{p}. Also, another degradation function, which is determined by the plastic damage variable d^{p}, is introduced. Here, d^{p} does not directly contribute to the deterioration of material but affects the evolution of plastic hardening variable. In addition, the energy density due to crack surface generation is defined as

$$\Psi^{\mathrm{f}} := \int_0^t G_{\mathrm{c}}\left(\boldsymbol{F}^{\mathrm{e}}, \alpha\right)\dot{\gamma}_{l_{\mathrm{f}}}\,dt, \tag{4}$$

where $G_{\mathrm{c}}\left(\boldsymbol{F}^{\mathrm{e}}, \alpha\right)$ and $\gamma_{l_{\mathrm{f}}}$ denote the degrading fracture toughness and the crack surface density. Note that G_{c} is degraded by the accumulation of plastic strain and the increase of mean stress, which reflects the effect of stress triaxiality. Also, since G_{c} has a process-dependent property, we have defined Ψ^{f} as a time-dependent format.

2.2. Evolution laws for plasticity and damage

The energy dissipation of the proposed model is given as

$$\mathcal{D}^{\mathrm{pf}} = \boldsymbol{\tau} : \dot{\boldsymbol{d}}^{\mathrm{p}} - r^{\mathrm{p}}\dot{\alpha} + \tau^{\mathrm{fe}}\dot{d}^{\mathrm{e}} + \tau^{\mathrm{fp}}\dot{d}^{\mathrm{p}} - r^{\mathrm{f}}\dot{d}, \tag{5}$$

where $\boldsymbol{\tau}$, r^{p}, τ^{fe}, τ^{fp} and r^{f} are the driving force of plasticity, plastic dissipative resistance force, elastic driving force and plastic driving forces, and damage dissipative resistance force. Then, let us define the following supremum problem of the dissipative potential density based on the maximum dissipation principle:

$$\mathcal{V}^{\mathrm{pf}} = \sup_{[\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{dev}}, r^{\mathrm{p}}, \tau^{\mathrm{fe}}, \tau^{\mathrm{fp}}, r^{\mathrm{f}}]} \sup_{[\lambda^{\mathrm{p}}, \lambda^{\mathrm{f}}]} \underbrace{\mathcal{D}^{\mathrm{pf}} - \lambda^{\mathrm{p}}\Phi^{\mathrm{p}} - \lambda^{\mathrm{f}}\Phi^{\mathrm{f}}}_{\tilde{\mathcal{V}}^{\mathrm{pf}}}, \tag{6}$$

where we have introduced two threshold functions to prescribe the admissible stress fields with respect to plasticity and damage. Their specific forms are as follows:

$$\begin{aligned} &\Phi^{\mathrm{p}} := \frac{||\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{dev}}||}{g\left(d^{\mathrm{e}}\right)} - \sqrt{\frac{2}{3}}\frac{r^{\mathrm{p}}}{g\left(d^{\mathrm{p}}\right)} \\ &\Phi^{\mathrm{f}} := \tau^{\mathrm{fe}*} + \tau^{\mathrm{fp}*} - r^{\mathrm{f}} \\ &\text{with} \quad \tau^{\mathrm{fe}*} = -\partial_{d^{\mathrm{e}}} g\left(d^{\mathrm{e}}\right)\langle\Psi_0^{\mathrm{e}+} - \Psi_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{e}}\rangle\zeta^{\mathrm{e}} \\ &\qquad\quad \tau^{\mathrm{fp}*} = -\partial_{d^{\mathrm{p}}} g\left(d^{\mathrm{p}}\right)\langle\Psi_0^{\mathrm{p}} - \Psi_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{p}}\rangle\zeta^{\mathrm{p}}. \end{aligned} \tag{7}$$

where $\tau^{\mathrm{fe}*}$ and $\tau^{\mathrm{fp}*}$ are the "modified" elastic and plastic driving forces along with the conditions $\tau^{\mathrm{fe}*} \le \tau^{\mathrm{fe}}$ and $\tau^{\mathrm{fp}*} \le \tau^{\mathrm{fp}}$. Also, two threshold parameters $\Psi_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{e}}$ and $\Psi_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{p}}$ and coefficients $\zeta^{\mathrm{e}} \in [0,1]$ and $\zeta^{\mathrm{p}} \in [0,1]$ have been introduced to control the contributions of elastic and plastic strain energies for damage evolution. We impose the stationary conditions of Eq. (6) with respect to the involved primary variables to derive the five evolution laws accompanied by the following corresponding loading/unloading conditions:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{d}}^{\mathrm{p}} = \dfrac{\lambda^{\mathrm{p}}}{g\left(d^{\mathrm{e}}\right)}\dfrac{\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{dev}}}{||\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{dev}}||} \\ \dot{\alpha} = \sqrt{\dfrac{2}{3}}\dfrac{\lambda^{\mathrm{p}}}{g\left(d^{\mathrm{p}}\right)} \\ \dot{d}^{\mathrm{e}} = \lambda^{\mathrm{f}}\zeta^{\mathrm{e}}\chi^{\mathrm{e}} \\ \dot{d}^{\mathrm{p}} = \lambda^{\mathrm{f}}\zeta^{\mathrm{p}}\chi^{\mathrm{p}} \\ \dot{d} = \lambda^{\mathrm{f}} \end{cases}, \quad \begin{cases} \lambda^{\mathrm{p}} \ge 0,\ \Phi^{\mathrm{p}} \le 0,\ \lambda^{\mathrm{p}}\Phi^{\mathrm{p}} = 0 \\ \lambda^{\mathrm{f}} \ge 0,\ \Phi^{\mathrm{f}} \le 0,\ \lambda^{\mathrm{f}}\Phi^{\mathrm{f}} = 0 \end{cases}, \tag{8}$$

in which χ^{e} and χ^{p} are step functions defined as

$$\chi^{\mathrm{e}} = \begin{cases} 1 & \text{if } \Psi_0^{\mathrm{e}+} - \Psi_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{e}} > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad \chi^{\mathrm{p}} = \begin{cases} 1 & \text{if } \Psi_0^{\mathrm{p}} - \Psi_{\mathrm{cr}}^{\mathrm{p}} > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}. \tag{9}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

2.3. Global governing equations

The stationary conditions of the total rate potential, which is defined by Ψ, $\mathcal{V}^{\mathrm{pf}}$, and external forces, yield the following global governing equations:

• Equilibrium for mechanical field:

$$\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{X}} \cdot \boldsymbol{P} + \boldsymbol{B} = \boldsymbol{0}, \quad \text{Neumann cond. } \boldsymbol{P} \cdot \boldsymbol{N} = \boldsymbol{T}, \tag{10}$$

• Equilibrium for micromorphic plastic field:

$$\frac{\partial \Psi^{\mathrm{p}}}{\partial \alpha} - \frac{d}{d\boldsymbol{X}} \cdot \frac{\partial \Psi^{\mathrm{p}}}{\partial \nabla \alpha} = 0, \quad \text{Neumann cond. } \nabla\alpha \cdot \boldsymbol{N} = 0, \tag{11}$$

• Equilibrium for phase-field:

$$r^{\mathrm{f}} = \frac{\partial \Psi^{\mathrm{f}}}{\partial d} - \frac{d}{d\boldsymbol{X}} \cdot \frac{\partial \Psi^{\mathrm{f}}}{\partial \nabla d}, \quad \text{Neumann cond. } \nabla d \cdot \boldsymbol{N} = 0, \tag{12}$$

• Plastic force / Hardening force:

$$\boldsymbol{\tau} = 2\frac{\partial \Psi^{\mathrm{e}}}{\partial \boldsymbol{b}^{\mathrm{e}}} \cdot \boldsymbol{b}^{\mathrm{e}}, \quad r^{\mathrm{p}} = \frac{\partial \Psi^{\mathrm{p}}}{\partial \bar{\alpha}}, \tag{13}$$

• Elastic / Plastic damage driving force:

$$\tau^{\mathrm{fe}} = -\frac{\partial \Psi^{\mathrm{e}}}{\partial d^{\mathrm{e}}}, \qquad \tau^{\mathrm{fp}} = -\frac{\partial \Psi^{\mathrm{p}}}{\partial d^{\mathrm{p}}}, \tag{14}$$

3. Numerical example

This numerical example is devoted to the demonstration of the crack representation performance using the proposed model. Tensile failures for the two-dimensional symmetrically notched specimen are considered, as shown in Fig. 1. The Swift hardening function $\hat{y}(\bar{\alpha}) = y_{\mathrm{a}}(\bar{\alpha} + \alpha_{\mathrm{b}})^{\beta_{\mathrm{c}}}$ is used for the hardening behavior of plastic deformation. The material properties and other parameters for damage computation are provided in Table 1.

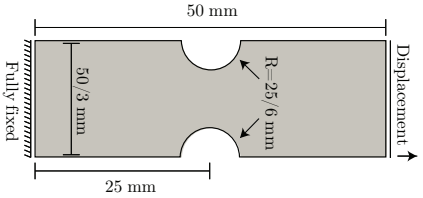


Fig. 1 Geometry and boundary conditions for the specimen.

Table 1 Material parameters for the specimen.

Parameter		Value	Unit
Young's modulus	E	200000	[MPa]
Poisson's ratio	ν	0.3	[-]
Strength coefficient	y_{a}	1169	[MPa]
Pre-strain parameter	α_{b}	0.0033	[-]
Hardening parameter	β_{c}	0.1	[-]
Plastic length scale parameter	l_{p}	0.2	[mm]
Penalty parameter	p_{p}	2500	[MPa]
Initial fracture toughness	G_{c0}	1000	[N/mm]
Critical fracture toughness	$G_{\mathrm{c}\infty}$	10	[N/mm]
Degradation threshold	α_{cr}	0	[-]
Crack length scale parameter	l_{f}	0.2	[mm]
Elastic damage coefficient	ζ^{e}	1.0	[-]
Elastic damage threshold	$\Psi^{\mathrm{e}}_{\mathrm{cr}}$	0	[MPa]

Seven cases with different combinations of parameters relating to damage evolution are investigated. Because of space limitaion, we show the load-displacement curves for the cases IV, V, VI, and VII only in Fig. 2 and the damage distributions for the cases IV and VI Fig. 3, respectively. As shown in Fig. 2, cases IV and V exhibit stress drop after relatively large deformation, while cases VI and VII show relatively small deformation. Specifically, a slanted crack path is obtained in case IV. This is due to the fact that the crack initiates along with the shear band. Meanwhile, the almost horizontal crack pattern is obtained for case VI. That is, the crack initiates from both notch surfaces towards the center of the specimen. This is because the accumulation of plastic strain is concentrated on the notch tips in the early plastic deformation state. Note that similar crack patterns are seen in previous studies[3,4], and the proposed model is thus unified in nature and is able to mimic the existing PF models by adjusting the parameters related to damage.

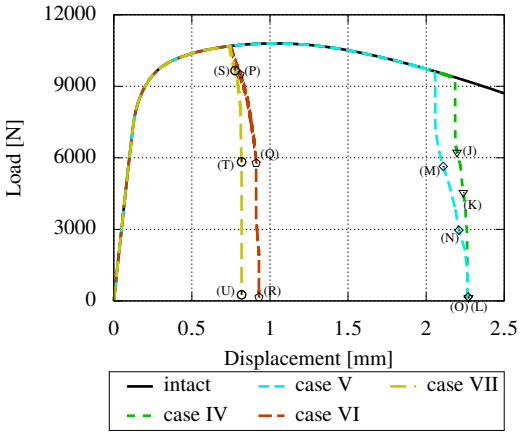


Fig. 2 Load-displacement curves for the specimen.

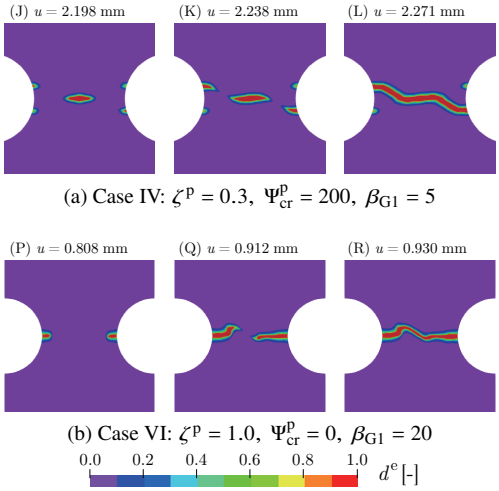


Fig. 3 Crack evolutions for the specimen.

4. Conclusion

The crack phase-field model is known for its ability to predict the initiation of an arbitrary crack, its propagation, and bifurcation while remaining compatible with classical fracture mechanics. In this study, a variational formulation is carried out to derive evolution laws separately for plasticity and damage as the stationary conditions of the supremum problem of the dissipative potential. As a result, the proposed model involves two damage variables associated with the elastic and plastic driving forces in damage evolution. The characteristic features of the proposed model are demonstrated by presenting numerical examples.

References

1) Miehe et al. *Int. J. Numer. Methods Eng.* **83** (10), pp.1273–1311, 2010.
2) Han et al. *Comput. Mech.* **69** (1), pp.151–175, 2022.
3) Ambati et al. *Comput. Mech.* **55** (2), pp.383–405, 2015.
4) Yin & Kaliske *Comput. Methods in Appl. Mech. Eng.* **366**, pp.113068, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Peridynamics による入力地震波特性に着目した盛土の亀裂進展解析
Crack Propagation Analysis in an Embankment by Peridynamics focusing on Maximum Acceleration and Frequency of Input Seismic Wave

新保　泰輝（石川高専）　Muhammad Khairullah Bin Adlan（石川高専）
河村　知記（五大開発）　福元　豊（長岡技大）
Taiki SHIMBO, National Institute of Technology, Ishikawa College
Muhammad Khairullah Bin Adlan, National Institute of Technology, Ishikawa College
Tomoki KAWAMURA, Godai Kaihatsu Corporation
Yutaka FUKUMOTO, Nagaoka University of Technology
E-mail: shimbo@ishikawa-nct.ac.jp

To improve the earthquake resistance of soil embankments, it is crucial to clarify the crack initiation and propagation processes. Peridynamics is a powerful method for such analyses. In the present study, a crack propagation analysis of a compacted clay embankment is conducted using OSB-PD with seismic waves of several maximum accelerations and frequencies. The results show typical failure patterns of embankments during the earthquakes, such as cracks in the slope and shear failure (i.e., a sliding surface).

１．はじめに

地震によって盛土の法面及び天端から開口亀裂が発生する事例が多数報告されている．現在，盛土耐震設計法として Newmark 法が汎用されている．ただし，開口亀裂の発生・進展メカニズムは円弧滑りのメカニズムとは異なるため，Newmark 法ではこれらを評価することはできない．盛土構造物の耐震性を向上のためには，亀裂の発生やその進展現象を考慮することが重要である．亀裂の進展挙動を表現することができる解析手法として，拡張有限要素法（X-FEM）や Peridynamics（PD）がある．これまでに X-FEM を用いた地盤破壊現象に関する研究が行われている [1)- 3)]．一方，Silling が提案した PD は亀裂の自然発生から進展までを容易に表現できる解析手法である．しかし，PD は比較的新しい解析手法であるため，地盤への適用例は少ない．著者らはこれまでに，水平成層地盤の応答加速度や盛土形状の応答加速度に対して有限要素法（FEM）と解析結果の比較を行い，PD の精度と解析コードの妥当性を確認した [4)-5)]．また，地盤材料への適用を目的として盛土形状の亀裂進展解析 [6)]を実施した．ただし，応力による妥当性の検証や地盤の破壊靭性値を用いた検討は行われていない．本研究では，自重解析に対する応力の精度検証を実施し，さらに締固め粘土で構築された盛土の地震時の破壊形態を明らかにするために，いくつかの最大応答加速度や振動数の地震波に対する亀裂進展解析を実施した．

２．PD の定式化

本研究ではポアソン比の制限のない Ordinary State-based PD（以下，OSB-PD）に対して，レイリー減衰を考慮する．質量比例減衰・剛性比例減衰を考慮した OSB-PD の支配方程式は次式で表される [4)]．

$$\rho\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_i,t)+\rho\alpha\dot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_i,t)=\sum_{j=1}^{N_H}\left\{\underline{\mathbf{T}}(\mathbf{x}_i,t)\langle\mathbf{x}_j-\mathbf{x}_i\rangle-\underline{\mathbf{T}}(\mathbf{x}_j,t)\langle\mathbf{x}_i-\mathbf{x}_j\rangle\right\}dV_j \quad (1)$$
$$+\beta\frac{d}{dt}\left[\sum_{j=1}^{N_H}\left\{\underline{\mathbf{T}}(\mathbf{x}_i,t)\langle\mathbf{x}_j-\mathbf{x}_i\rangle-\underline{\mathbf{T}}(\mathbf{x}_j,t)\langle\mathbf{x}_i-\mathbf{x}_j\rangle\right\}dV_j\right]+\mathbf{b}(\mathbf{x}_i,\mathbf{t})$$

ここで ρ は密度，α は質量比例減衰のパラメータ，β は剛性比例減衰のパラメータ，t は解析時間[s]，N_H は影響範囲内の粒子数，$\mathbf{x}_i$ は中心となる粒子の位置ベクトル，j は影響範囲内の粒子番号，$\mathbf{u}$ は粒子の変位，dV_j は粒子の持つ体積，$\mathbf{b}$ は物体力である．$\underline{\mathbf{T}}$ は相互作用力であり構成式に相当する．詳細は文献 4)を参照されたい．本定式化では，モデル底面の粒子の変位を固定した境界条件を用いる．したがって，入力波形は E+F 波である．また，応力については，解析時に求まった変位に対して粒子法に汎用される Kernel 近似によって求めている．紙面の都合上詳細は割愛する．

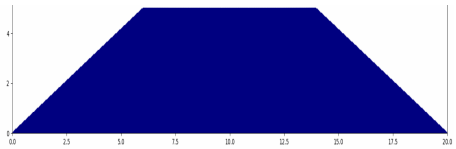


Fig.1 An embankemnt model of PD.

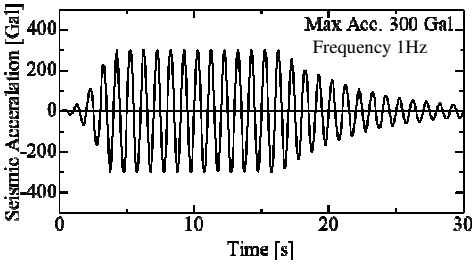


Fig.2 Input seismic wave (Max Acc. 300Gal, Frequency 1Hz).

３．解析手順

解析モデルを Fig.1 に示す．高さ 5m，下幅 20m，上幅 8m の盛土とし，締固め度 Dc=90%，含水比 18%の青粘土の試験結果 [7)]より，湿潤重量 γ_t は 18kN/m^3，ヤング率 E は 8.5MPa，モード II の破壊時の応力拡大係数 K_{IIC} は 6.2 kPa.√m であり，クリティカルストレッチ S_c は 0.0018 である．また，ポアソン比は 0.25 とした．PD の粒子間距離は水平鉛直方向共に 1/300m であり，解析時間間隔 dt=10^{-5}s とした．上記のモデルに対して自重解析を行い，15 秒経過後にモデル底面から Fig.2 に示す地震波を入力した．入力地震波は正弦波に対して原子力規制員会が提示する振幅包絡線（マグニチュード 7，等価震源距離 10km）を重ね合わせた模擬地震波を用いている．解析ケースは模擬地震波形の振動数を 1Hz とし，地震波形の最大加速度を 280Gal から 400Gal まで 10Gal ごとに解析を実施したケース 1 と最大加速度を 300Gal として振動数を 0.5Hz, 1.0Hz, 2.0Hz, 3.0Hz, 4.0Hz，5.0Hz としたケース 2 の 2 ケースを実施した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

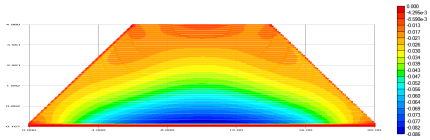


Fig.3 Horizontal stress distribution.

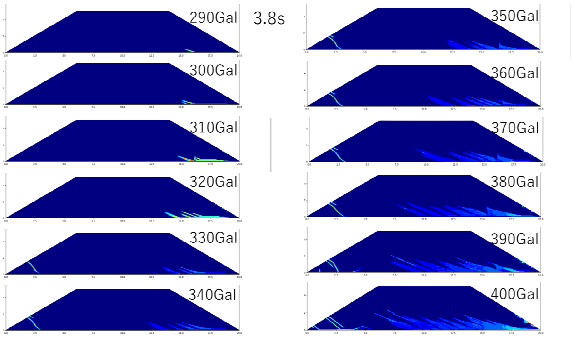
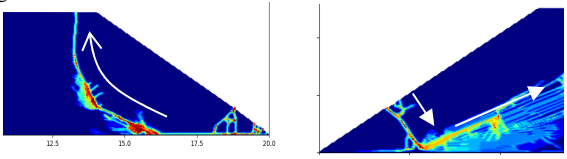


Fig.4 Failure mode with each maximum acceleration of 3.8 s.



(a) 300 Gal of 6.7 sec (b) 340 Gal of 4.7 s

Fig.5 Failure modes.

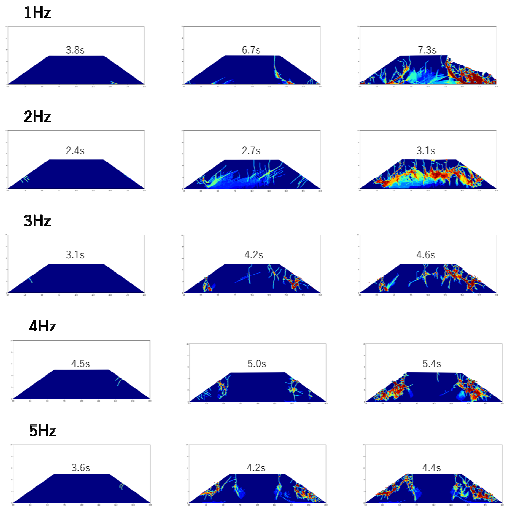


Fig.6 Failure mode with each frequency.

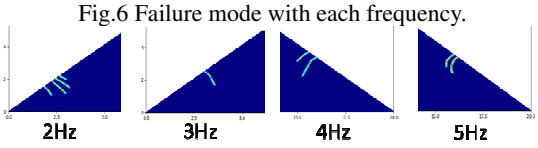


Fig.7 Crack initiation pattern with each frequency.

４．解析結果

自重解析後の水平応力分布を Fig.3 に示す．FEM との比較を行った結果, 定性的にも定量的にも良い一致を示した．また，ケース 1 において加振後 3.8s での盛土の破壊状況を Fig.4 に示す．図中青色が無傷であり，それ以外の箇所が亀裂（損傷）の生じた箇所である．280Gal は亀裂を生じなかったため，一覧から除いた．290Gal から 320Gal の結果より，亀裂は右法尻から発生していることが分かる．300Gal の亀裂進展後の破壊形態を Fig.5(a)に示す. 底面から発生した亀裂が天端に向かって円弧上に進展しているのが見て取れる．330Gal から 400Gal では亀裂は法面から発生している．Fig.5(b)に示す通り，法面から生じた亀裂がモデル底面まで到達後，盛土内部へ進展している様子がうかがえる．以上より，最大加速度が小さい場合に破壊が生じるとすべり破壊となり，加速度が高い場合には法面から亀裂が進展することが分かる．この結果は，池田ら [3]の X-FEM を用いた盛土の亀裂進展解析と同様の結果である．Fig.6 にケース 2 の解析結果を示す. 0.5Hz は亀裂を生じなかったため一覧から除いた．Fig.6 より，1Hz は前述した通り，底面からのすべり破壊を生じており，振動数が高くなると法面から亀裂が生じることが分かる．また，Fig.7 に示すように振動数が高いほど亀裂発生位置は法面の上方になっていることが分かる．5Hz の亀裂は法面だけでなく，盛土天端付近からも亀裂が生じ，その亀裂が下向きに進展している．また，本盛土は固有振動数が 2.15 Hz 程度であり, 2Hz の方が 5Hz よりも被害が大きいのは共振によるものと考えられる．以上より，加速度が比較的小さい場合には低振動数側ですべり破壊が生じ，高振動数側では法面から亀裂が生じるといえる．すなわち，固有振動数と変形モードが破壊形態に寄与すると言える．今後の課題としたい．

５．まとめ

本研究では PD を用いて地震の最大加速度，振動数に対する締固め粘土で構築された盛土の亀裂進展解析を行った．その結果，最大加速度が低い場合に破壊するとすべり破壊を生じ，高い場合には法面から亀裂が進展する．また，振動数が高いと法面から亀裂を生じ，振動数が低いとすべり破壊を生じる可能性を示唆する結果を得た．

謝辞

本研究は JSPS 科研費 19K04957 の助成を受けたものです．

参考文献

1) 原田陽弓，後藤浩之，澤田純男, 液状化地盤上の盛土における引張クラック発生メカニズムについての一考察, 土木学会論文集 A1（構造・地震工学），Vol. 76，No.4，pp. I_96-I_105,2020.
2) 新保泰輝，矢富盟祥，亀裂進展解析による地震時の河川堤防分離破壊の解明，地盤工学会特別シンポジウム－東日本大震災を乗り越えて－，No.23，pp.212-218, 2014.
3) 池田 貴昭, 後藤 浩之, 澤田 純男，地震時盛土の引張破壊を考慮した拡張有限要素法によるクラック進展解析，応用力学論文集，Vol. 76, No.2, pp. I_227- I_235, 2016.
4) Taiki Shimbo, Ryota Itto, Koutaro Inaba, Kouichi Araki, Naoto Watanabe: Seismic response analysis for ordinary state-based peridynamics in a linear isotropic elastic material, Journal of Peridynamics and Non-local Modeling, Vol.2, No.3, pp.185-204, 2020.
5) Ryota Itto, Hiroki Kubo, Taiki Shimbo, Semi-verification of seismic-response analysis for an embankment using peridynamics, COMPSAFE2020, 2020.
6) 内井 右京，河村 知記，新保 泰輝，福元 豊，Peridynamics による引張破壊を考慮した盛土の亀裂進展解析，令和 3 年度第 76 回土木学会全国大会，2021.
7) Taiki Shimbo, Chisato Shinzo, Ukyo Uchii, Ryota Itto, Yutaka Fukumoto, Effect of different water contents and initial crack lengths on the mechanical properties and failure modes of pre-cracked compacted clay under uniaxial compression, Engineering Geology, 2022 (accepted).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

列車走行による地下鉄トンネルのランダム振動解析
Random Vibration Analysis of Subway Tunnel Excited by Running Train

阿部和久 (新潟大・工)　佐藤　和輝 (新潟大・院)　紅露一寛 (新潟大・工)
Kazuhisa ABE, Niigata University
Kazuiki SATO, Niigata University
Kazuhiro KORO, Niigata University
E-mail : abe@eng.niigata-u.ac.jp

This paper presents a semi-analytical method for bogie-track-tunnel-soil dynamic interaction problems. The railhead roughness is considered as a random process. To evaluate the mathematical expectation of dynamic response, the relation between the railhead roughness and the expected value of energy spectrum density of acceleration at observation points inside the tunnel is derived explicitly. Based on the developed method, influence of the track-tunnel coupling structure on the frequency spectra is investigated.

1.　はじめに

地下鉄トンネル内を列車が走行すると，レール・車輪間のランダムな凹凸や，まくらぎ離散支持に起因するパラメーター加振等により振動が発生する．この振動はトンネル周辺の建物等へ影響を及ぼすため，トンネルや地盤の振動特性を把握することは重要であり，様々な研究が行われている．先行研究 [1),2)] では，走行車輪・軌道系と地下鉄系とを別に解く簡易な解法を構成した．当該研究では，時間域解析で求めたレール・車輪間接触力の周波数スペクトルを地下鉄軌道系に定点加振力として入力しており，荷重移動の効果が考慮されていない．また，レール・車輪連成応答は特定の凹凸に対し求めており，その不確実性も考慮されていない．

そこで本研究では，文献 3) の手法を援用し，無限長トンネル・軌道とそれに沿って走行する台車との連成系を厳密に表現して，定常ランダムなレール凹凸に対するトンネル内定点における振動加速度エネルギースペクトル密度 (ESD) の期待値解析法を構築する．

2.　解析モデル

台車・軌道系のモデルを **Fig.1** に示す．ランダムな凹凸を有する無限長レールは Timoshenko ばりで与え，等間隔 L でまくらぎにより離散支持されているものとする．また，レール・まくらぎ間には複素剛性 k_r の軌道パッドが，まくらぎ・道床間には複素剛性 k_s のまくらぎ下パッドが装着されているものとする．その上を無限遠方から台車が一定の速度 V で走行する問題を考える．トンネル・地盤のモデルを **Fig.2** に示す．トンネル部は円形のコンクリートセグメント (外周) とコンクリート道床・インバートから構成されている．文献 1,2) では，これらの断面を有限要素で離散化したが，セグメント部の曲げ振動の再現性に関して精度低下が懸念される．そこで，本研究ではセグメント部を円筒シェルでモデル化し，外部の無限地盤と合わせ，円周方向に Fourier 級数展開を適用する．

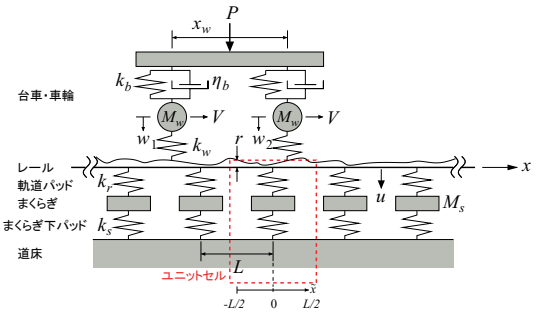


Fig. 1　台車・軌道モデル (防振まくらぎ軌道)

3.　解析手法

地盤・トンネル・軌道の長手方向に次の Floquet 変換を適用し，周期長 L の問題に帰着させる．

$$\tilde{f}(\tilde{x},\kappa)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} f(\tilde{x}+nL)e^{in\kappa L} \tag{1}$$

ここで，$\tilde{x}$ は **Fig.1** のユニットセル内の座標，κ は Floquet 波数である．なお，$\tilde{x}$ 方向には，Floquet の周期条件を満たすように Fourier 級数展開する．

以上の操作の下，走行台車を含む全体系を解くと，トンネルの壁面応答 $\tilde{u}_T$ が，さらに逆 Floquet 変換を介して周波数応答 $\hat{u}_T$ が求まり，最終的にトンネル壁面での振動応答 ESD 期待値 $E(|\hat{u}_T|^2)$ が次式の様に与えられる [3)]．

$$E(|\hat{u}_T|^2)=\frac{1}{2\pi}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\int_0^{\frac{2\pi}{L}} G\left(\frac{2n\pi}{L}+\kappa+\frac{\omega}{V}\right) \cdot|\check{\alpha}_n(\omega,\kappa)|^2 d\kappa+P^2|\check{\beta}|^2 \tag{2}$$

ここで ω は円振動数，G はレール凹凸のパワースペクトル密度，$\check{\alpha}_n$ と $\check{\beta}$ は連成系の動特性を表す係数である．右辺第 1 項目はレール凹凸に，第 2 項目はパラメーター加振に起因する項である．なお，加速度成分は，式 (2) に ω^4 を乗ずることで評価できる．

4.　解析結果

4.1　解析条件

まくらぎ直結軌道，スラブ下に防振マットを設置する防振マット工法，まくらぎ下パッドを設置する防振まくらぎ軌道

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

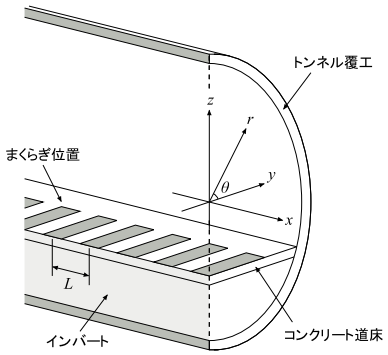


Fig. 2 トンネル・地盤モデル

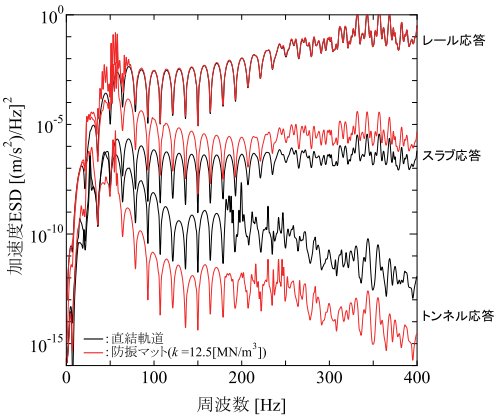


Fig. 3 レール凹凸起因の加速度 ESD 期待値 (防振マット)

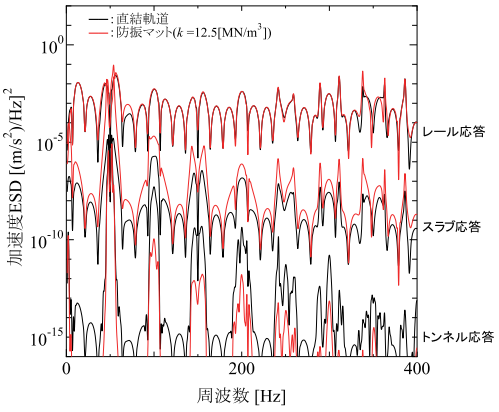


Fig. 4 パラメーター加振起因の加速度 ESD(防振マット)

の 3 種類を解析対象とする．また，トンネル半径は 3.5 m とし，トンネル天端等の鉛直振動成分を評価する．走行速度 V は 30 m/s，レールは 50kgN，まくらぎ間隔 L は 0.6 m とする．軌道パッド剛性 k_r は 50 MN/m，防振マットの剛性は 12.5 MN/m^3，防振まくらぎ軌道のまくらぎ下パッド剛性は k_s =10 MN/m に設定した．

4.2 防振マット工法の防振効果

直結軌道と防振マット工法の解析結果を比較する．レール・スラブ・トンネルにおける鉛直加速度 ESD について，レール凹凸起因成分期待値を **Fig.3** に，またパラメーター加振成分を **Fig.4** にそれぞれ示す．防振マットの導入により，スラブ振動はむしろ増大しているものの，広い周波数域にわたりトンネル振動が 1/100 程度まで低減されており，その効果が認められる．また，応答ピークは 60 Hz 付近にあり，車輪・軌道系の共振周波数が影響していると考えられる．パラメーター加振成分には，V/L で与えられるまくらぎ通過周波数 (50 Hz) とその高調波数域に励起が見られ，そのピークはトンネル応答において最も明瞭に現れている．

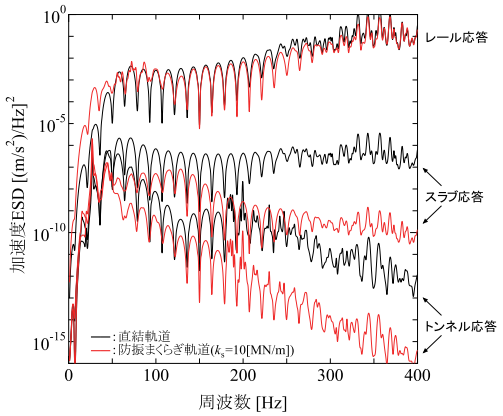


Fig. 5 レール凹凸起因の加速度 ESD 期待値 (防振まくらぎ)

4.3 防振まくらぎの防振効果

直結軌道と防振まくらぎ軌道の解析結果を比較したものを **Fig.5** に示す．なお，紙面の制約上，ここではレール凹凸起因の応答のみ図示する．

振動低減効果は，まくらぎ下パッド直下のスラブ応答から認められる．200 Hz 以降でトンネル振動に明瞭な振動低減効果が認められるが，100 Hz 付近の応答については防振マット工法と比べその効果が小さい．これは，まくらぎが大きく振動するモードの周波数帯が 120 Hz 付近まで分布することによるものと思われる．応答のピークは 30 Hz 付近にあるが，防振マット軌道同様，これには車輪・軌道系の共振周波数が影響しているものと考えられる．

5. おわりに

列車走行によるトンネルの振動応答評価を行った．防振マットではスラブ・トンネル間で，防振まくらぎではレール・スラブ間で振動低減効果が認められた．また，当該効果が発現する周波数が防振マットと防振まくらぎとで異なり，後者は 200Hz 以上の周波数域で顕著となる事を確認した．

参考文献

1) 阿部和久，山田高也，古田　勝，末原美智子，紅露一寛：地下鉄トンネル・地盤連成計の三次元加振応答解析，土木学会論文集 A2(応用力学)，Vol74，No.2，523-534，2018.
2) 山田高也，山田壮太，阿部和久，古田　勝，末原美智子，吉武　翔，紅露一寛：地下鉄軌道構造が近接建物内の振動・騒音に及ぼす影響の解析的評価，鉄道工学シンポジウム論文集，No.23，275-282，2019.
3) 阿部和久，由野　舜，紅露一寛：軌道・台車連成系の動的応答期待値解析法，第 24 回応用力学シンポジウム，S01C-06，2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

陽的・半陰的 SPH 法の多数 GPU 環境下での動的負荷分散並列による高速化

Boosting an explicit and semi-implicit SPH code with dynamic load balancing parallelization on many GPUs

大崎　春輝（九州大・工）　森川　ダニエル　茂夫（九州大・工）　浅井　光輝（九州大・工）
Haruki OSAKI, Kyushu University
Daniel S. MORIKAWA, Kyushu University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: h-osaki@doc.kyushu-u.ac.jp

The SPH method are attracting attention as an efficient method for solving free-surface flows in complex geometries such as tsunami run-up phenomena. In the case of urban-scale disaster analysis, the particle method must be applied to a large area with evenly spaced particles, which results in a large computational model. However, the memory size of GPUs is smaller than that of CPUs, and therefore, multiple GPUs are required to perform large-scale analysis. In this study, the parallel SPH particle computation using many GPUs including communication across computational nodes is developed.

１．はじめに

我が国では，2011 年の東日本大震災，あるいは甚大化している豪雨災害など，大規模災害が頻発している．今後危惧される大規模災害に備えるため，事前の被害予測が求められ，数値解析による高精度な災害影響評価は重要性を増している．なかでも，対象とする物体の大変形・分裂・結合を伴う形状変化の激しい問題を効率よく計算できる SPH 法などの粒子法は，津波遡上現象などの複雑形状内の自由表面流れを効率的に解く手法として注目されている．本研究では，効率が期待できる GPU を用いた並列計算 [1]を拡張し，計算ノードを跨ぐ環境での通信を含む多数 GPU の利用を検討した．本研究が目的とする，都市規模の災害解析へと適用する場合，広域な対象領域に対して，一般的な粒子法は均等な粒子間隔で解くことが要求されるため，必然的に計算モデルが大規模になる．しかし，GPU のメモリサイズは CPU と比較すると小さく，大規模な解析を行うには複数 GPU を用いた計算が必要となる．本研究では，大規模津波遡上解析を高速に実施する SPH 法を開発することを目的とし，MPI 通信を含む動的負荷分散コードを GPU 環境下で実装し，性能分析を行った．

２．解析手法

2.1　安定化 ISPH 法

本研究で用いた解析手法 [1]である SPH 法は，解析領域を有限個の粒子に離散化し，対象粒子の物理量を一定の領域内に存在する近傍粒子の物理量を重み付けした平均として算出する．本研究で用いたのは，SPH 法の中でも非圧縮性流れに適した安定化 ISPH 法である．安定化 ISPH 法では，ISPH 法の解析精度と安定性の両者の向上を目的とし，微圧縮性を一部許容した下記の圧力ポアソン方程式により圧力を求める．

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i^{n+1} = \frac{\rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v}^*}{\Delta t} + \alpha \frac{\rho_0 - \langle \rho \rangle_i^n}{\Delta t^2} \tag{1}$$

ここで，$P, \rho, \mathbf{v}^*, \alpha$ はそれぞれ，圧力，流体密度，流体速度，予測ステップにおける速度，安定化パラメータである（$\langle\cdot\rangle$は SPH 近似による物理量を指す）．(1)式を離散化したのが次に示す(2)式である．

$$\sum_j A_{ij} \left(P_i^{n+1} - P_j^{n+1} \right) = b_i \tag{2}$$

ここで，

$$A_{ij} = \frac{2}{\rho_0} m_j \frac{\boldsymbol{r}_{ij} \nabla W(\boldsymbol{r}_{ij}, h)}{\boldsymbol{r}_{ij}^2} \tag{3}$$

$$b_i = \frac{\rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v}^*}{\Delta t} + \alpha \frac{\rho_0 - \langle \rho \rangle_i^n}{\Delta t^2} \tag{4}$$

である．(2)式において，時間ステップ n から n+1 までの微小な時間間隔では圧力の変動が小さいと仮定し，右辺の近傍粒子の圧力を前ステップで近似すると，次式のように圧力の陽的な更新も可能である．

$$P_i^{n+1} = \frac{b_i + \sum_j A_{ij} P_j^n}{\sum_j A_{ij}} \tag{5}$$

(2)式は，圧力に関して連立 1 次方程式を解く必要があるため半陰解法と呼び，一方，(5)式は陽解法と呼ぶ

2.2　マルチ GPU による並列計算

MPI 通信による複数の GPU を用いたハイブリッド並列化の概念図を Fig.1 に示す．粒子法の MPI による並列化では，背面に用意したバックグラウンドセルに粒子を事前に登録し，セル単位で領域分割を行う．MPI プロセスを 1 台の GPU に割り当てて計算し，GPU のスレッドを用い，粒子毎の計算を並列処理する．この際，SPH 近似計算を行う計算で毎回近傍粒子探索を行い，近傍粒子のリンクリストを保存しないことでメモリを節約している．各 GPU のメモリ領域は独立しており，隣接するプロセスにおける計算で参照される袖部領域の粒子データは，隣接プロセス間で MPI 通信を行うことで整合性を担保した．また，SPH では時間経過に伴い粒子配置が大きく変動するため，前ステップからの計算時間を計算コストとして，均等化するように MPI プロセスを再構成する動的負荷分散を行った．また，毎ステップにおいて粒子番号のリナンバリング及びバックグラウンドセルの再登録を行った．

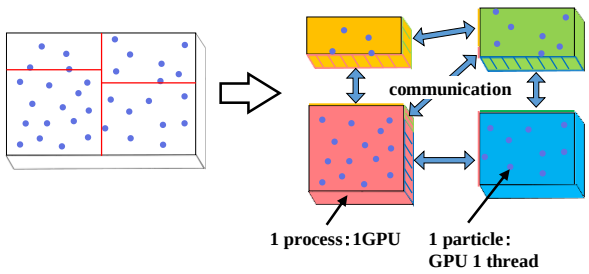


Fig. 1 Multi-GPUs caluculation by MPI Communication

３．ITO を用いた性能分析

九州大学・情報基盤開発センターのスパコン ITO のうち，GPU を搭載しているサブシステム B は，16 ノードから構

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

成され，1 ノードは 2 ソケットの CPU（18-cores Intel Xeon Gold 6140 2.3 GHz）と 4 台の GPU（NVIDIA Tesla P100）から構成される．ITO-B を用いてダムブレーク問題の計算を行い，本コードの実行性能を計算時間により計測した．計算は倍精度浮動小数点を用いて行い，陽解法・半陰解法それぞれにより計算を行った．

まず，1 プロセス（1GPU）当たりの問題サイズを固定して並列数を増加させる weak スケーリングの評価を行った結果を Fig.2 に示す．1 台の GPU 当たりの水粒子数を約 256 万粒子（壁粒子約 126 万粒子，総粒子約 382 万粒子）とし，1 台の GPU から 64 台の GPU までの実行性能を計測した．64 台の GPU の条件で，水粒子約 1 億 6227 万粒子（壁粒子約 2222 万粒子，総粒子数 1 億 8449 万粒子）である．計測結果をプロット点で，理想的な実行性能を点線で示している．64 台の GPU の場合で，陽解法では 94.0%の並列化効率が得られ，60.2 倍の性能向上であり，ほぼ理想に近い良好な weak スケーリングが得られた．また，陽解法でのプロファイラを Fig.3 に示す．GPU 数を増加させても演算時間及び通信時間の割合をほぼ一定にキープできている．一方で，半陰解法では 58.5%の並列化効率で 37.5 倍の性能向上に留まった．半陰解法では，圧力を求める際に反復解法である共役勾配法を用いており，計算時間の大半を占めている．問題規模の増加に伴い，共役勾配法による連立 1 次方程式ソルバーの反復回数が増加しており，演算数に対する並列化効率を計測すれば，58.5% → 95.8%と，陽解法と同程度の良好なスケーリングが得られた．

次に，全体の問題サイズを固定して並列数を増加させる strong スケーリングを半陰解法により測定したときのプロファイラを Fig.4 に示す．水粒子数を約 256 万粒子（壁粒子約 126 万粒子，総粒子約 382 万粒子）として計測した．この図からも半陰解法では連立一次方程式ソルバーの実行時間（＝演算時間＋通信時間）が大半を占めることが確認できる．また，GPU 数を増やすほど，演算時間は単調に減少していることが確認できるが，通信時間はほぼ一定となっていた．

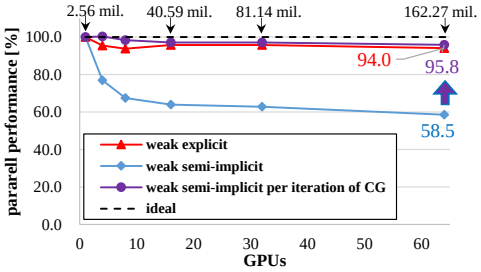


Fig. 2 weak scaling measurement results

4．結論

本研究では，多数 GPU による SPH 解析の大規模化を図るために MPI による並列化を行い，性能を計測した．その結果，圧力を陽的に更新する陽解法ではほぼ理想通りの良好な weak スケーリングを達成できた．一方，半陰解法では，連立 1 次方程式ソルバーが計算時間の大半を占め，問題規模の増加に伴い反復回数が増加するため，陽解法ほどの効率は得られなかった．ただし，反復回数の増加に伴い計算量が増えたため，計算時間に関する並列化効率は良好なものであった．

今後，特に半陰解法の更なる改良が必要と考えている．たとえば，連立 1 次方程式ソルバーの反復解法において，自由度の増加に対し反復回数が増加しない前処理方法の開発があげられる．また，多階層構造をなす GPU のメモリにおける，小容量ではあるが高速な演算が可能なキャッシュメモリのヒット率を上げることも望ましい．現状のコードでは，セルを一方向に走査しながら粒子番号をリナンバリングしているが，これを空間充填曲線による粒子番号のリナンバリングに変更することで，メモリの効果的な利用を検討していく．

参考文献

1) D. S. Morikawa, H. Senadheera and M. Asai, Explicit Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics in a multi-GPU environment for large scale simulations. *Comput. Part. Mech.*, Vol. 8(3), pp. 493-510, 2020

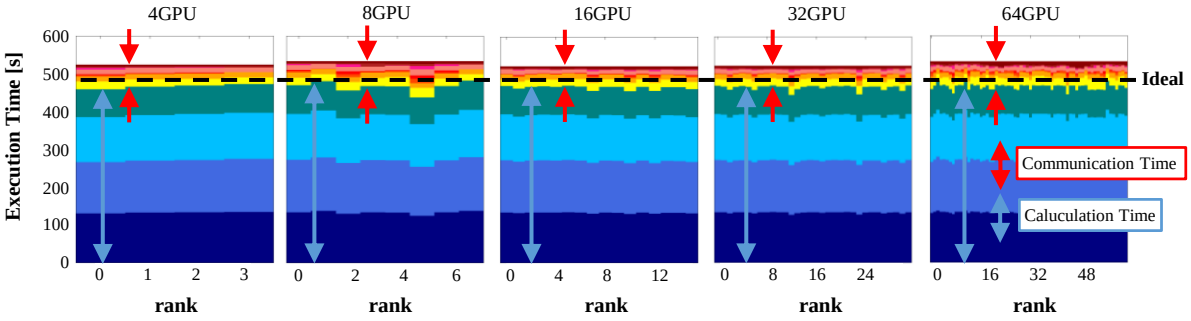


Fig. 3 Profiler for weak scaling (explicit method) (each subroutine is displayed by color)

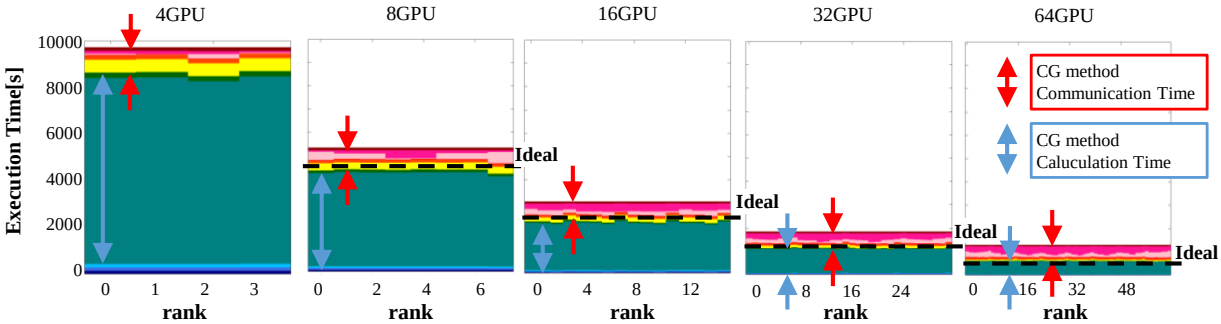


Fig. 4 Profiler for strong scaling (semi-implicit method) (each subroutine is displayed by color)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

脆性-延性複合構造物のトポロジー最適化のための拡張 SIMP 法の提案

An Extended SIMP Method for Topology Optimization of Brittle-ductile Composite Structures

藤原　睦樹（名古屋大・工）　干場　大也（名古屋大・工）　西口　浩司（名古屋大・工）　加藤　準治（名古屋大・工）

Mutsuki FUJIWARA, Nagoya University
Hiroya HOSHIBA, Nagoya University
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University
Junji KATO, Nagoya University
E-mail: mutsuki.fujiwara@c.mbox.nagoya-u.ac.jp

Composite structures consisting of brittle and ductile materials such as FRP or RC are widely used in engineering. However, topology optimization problems of such nonlinear materials are non-convex and discontinuous, and many material parameters are associated with the design variables in nonlinear constitutive equations. Therefore, it is usually difficult to define their interpolation form to guarantee enough numerical convergence and physical consistency. This study proposes an alternative approach based on the SIMP (Solid Isotropic Material with Penalization) method to give a suitable material model for FE analysis of brittle-ductile composite structures and topology optimization.

1. はじめに

脆性材料と延性材料の複合構造は FRP や鉄筋コンクリートなどで挙げられるように，工学的に多く用いられている構造である．この構造は強度が高い脆性材料と靭性が高い延性材料が互いの弱点を補い合っているため，高強度かつ高靭性な構造物を設計することができるという特徴がある．

しかし，このような構造のトポロジー最適化に関する研究はあまり進んでいない．これは 2 つの材料が非線形材料であることに起因する．通常，非線形問題は最適化問題自体に非凸性や不連続性が生じやすく，アルゴリズムの収束には内挿する材料パラメータを上手くチューニングする必要がある．しかし，非線形材料では数多くの材料パラメータが設計変数に関連づけられているため，そのチューニングが困難となる．

そこで，本研究ではこれらの問題点を避けるべく，トポロジー最適化における SIMP 法 (Solid Isotropic Material with Penalization) の概念 [1] を拡張し，FEM およびトポロジー最適化のアルゴリズムに適した材料モデルを定義することで，簡易的な脆性材料と延性材料の複合構造のトポロジー最適化手法を提案する．

2. 最適化問題の設定

本研究では複合構造のエネルギー吸収性能最大化を目的関数としている．これは変位制御下において荷重-変位曲線の面積が最大になるような関数である．

$$\min \quad f(\boldsymbol{s}) = -\int_{\Omega}\int_{\hat{\varepsilon}} \boldsymbol{\sigma} : \mathrm{d}\varepsilon \mathrm{d}\Omega \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{\sigma}$ は Cauchy の応力テンソル，ε はひずみテンソルである．等式制約条件は以下の式に示すように，脆性材料と延性材料の体積比が一定としている．

$$\text{s.t.} \quad h(\boldsymbol{s}) = \int_{\Omega} s_j \mathrm{d}\Omega - \hat{V} = 0 \tag{2}$$

また、設計変数 s_j は各要素におけるそれぞれの材料の体積比としている．

$$s_j = \frac{r_j}{r_0} \qquad 0 \leq s_j \leq 1 \tag{3}$$

本研究では，これらの最適化問題を MMA(Moving Method of Asymptotes) で解く．

3. 脆性-延性 SIMP 法および脆性-延性混合材料モデル

SIMP 法を脆性と延性の 2 つの非線形材料に拡張したものを脆性-延性 SIMP 法として提案する．ここで，チューニングを簡易的なものにするために，内挿するパラメータをヤング率 E，損傷の閾値 K_0，降伏の閾値 σ_{y} の 3 つに絞る．

$$E = (1 - s_i^p)E_1 + s_i^p E_2 \tag{4}$$

$$K_0 = (1 - s_i^p)K_{01} + s_i^p K_{02} \tag{5}$$

$$\sigma_{\mathrm{y}} = (1 - s_i^p)\sigma_{\mathrm{y1}} + s_i^p \sigma_{\mathrm{y2}} \tag{6}$$

これらの数少ない内挿パラメータのみで計算を行うために本研究では脆性材料モデルと延性材料モデルを部分的に組み合わせた脆性-延性混合材料モデルを提案する．続いて組み合わせる 2 つのモデルを示す．

脆性材料モデルとしては等方損傷理論および Mazars ら [2] の損傷発展式を用いたモデルを用いる．等方損傷理論では，損傷の進展度をスカラーの損傷変数 D を用いて表し，D により材料の剛性は以下の式のように低下する．

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D)\mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \tag{7}$$

ここで $\mathbb{C}$ は弾性剛性テンソルである．また，Mazars らの損傷発展式では，損傷変数 D の発展式は圧縮と引張に分けて考えられる．

$$D = \alpha_{\mathrm{t}} D_{\mathrm{t}} + \alpha_{\mathrm{c}} D_{\mathrm{c}} \tag{8}$$

延性材料モデルとしては von-Mises の弾塑性モデルを用いる．von-Mises の降伏関数は以下の式で表される．

$$\Phi(\boldsymbol{\sigma}', \bar{\varepsilon}^{\mathrm{p}}) = \|\boldsymbol{\sigma}'\| - \sqrt{\frac{2}{3}} k(\bar{\varepsilon}^{\mathrm{p}}) \tag{9}$$

ここで，$\boldsymbol{\sigma}'$ は偏差応力，$\bar{\varepsilon}^{\mathrm{p}}$ は相当塑性ひずみである．また，$k(\bullet)$ は硬化関数であり，本研究では線形かつ等方硬化を硬化を仮定しているため以下の式で表される．

$$k(\bar{\varepsilon}^{\mathrm{p}}) = \sigma_{\mathrm{y}} + h\bar{\varepsilon}^{\mathrm{p}} \tag{10}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

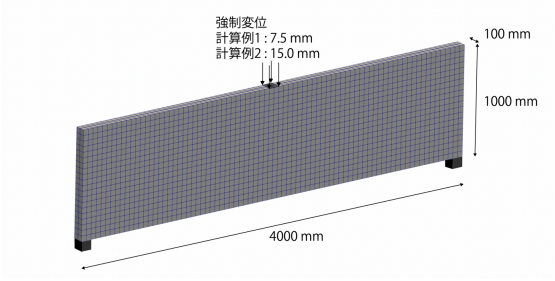


Fig. 1　Boundary condition for optimization example

ここで h は硬化係数である．

脆性-延性混合モデルではこれら 2 つのモデルをもとに，脆性材料モデル，延性材料モデルの順で計算を行う．ただし，整合性を取るために，脆性計算部分ではひずみの加算分解を考慮し，延性計算部分では損傷による材料剛性の低下を考慮している．

4.　感度解析

本研究では目的関数の感度の導出の際に干場ら [3] の手法を用いている．これは，荷重が変位制御点にのみかけられるという特殊な条件のもと，目的関数の感度における陰的な微分項を消去するという手法である．この手法により解析的感度は以下のように簡略化した形で表される．

$$\frac{\partial f_{n+1}}{\partial s_j} = -\int_\Omega \left(\frac{\partial \boldsymbol{\sigma}_{n+1}}{\partial s_j}\right) : \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \mathrm{d}\Omega \tag{11}$$

したがって，応力の感度の導出のみで解析的感度を求めることができる．紙面の都合上応力感度の詳細な導出については省略する．

5.　最適化計算例

3 点曲げを模した条件において強制変位の値を 7.5mm と 15mm とした 2 つの最適化計算結果を示す．計算に使用した境界条件を Fig. 1 に，材料パラメータを Table 1 に示す．強制変位を 7.5mm とした場合の最適化計算結果を Fig. 2 に，15mm とした場合の結果を Fig. 3 に示す．

2 つの結果を比較すると，変位制御点の下部において，Fig. 2 では全て脆性材料が現れているが，Fig. 3 では脆性材料の中に延性材料が現れていることが確認できる．これは，Fig. 2 の強制変位が小さい場合では引張による脆性材料の損傷があまり進んでいないため，応力の集中部分に強度および剛性が高い脆性材料が現れているのに対し，Fig. 3 の強制変位が大きい場合では脆性材料の損傷や延性材料の降伏が進んだことにより，変位制御点下部の引張応力が支配的になる領域で脆性材料が耐荷力を発揮できなくなったことが原因だと考えられる．

6.　結論

本研究では，脆性材料と延性材料からなる複合構造のトポロジー最適化を可能にするために，SIMP 法を拡張した手法を提案した．さらに，その計算アルゴリズムをプログラムへ実装し，3 点曲げを模し，強制変位の値を変えた 2 つの最適化計算例を示した．

Table 1　Material parameters for optimization example

	Brittle	Ductile
Young's modulus (MPa)	**24000**	**20000**
Poisson's ratio	0.2	0.2
K_0	**0.001**	**0.01**
A_t	0.98	0.98
B_t	200.0	200.0
A_c	0.98	0.98
B_c	150.0	150.0
σ_y(MPa)	**300**	**60**
E_h(MPa)	7500	7500

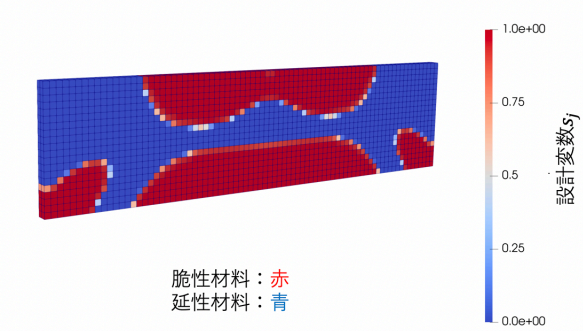


Fig. 2　Results of optimization example 1

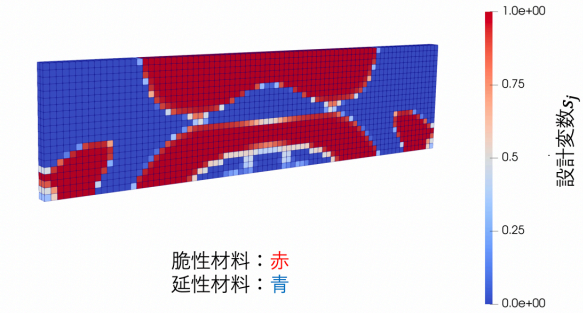


Fig. 3　Results of optimization example 2

参考文献

1) M. P. Bendsøe, O. Sigmund：Material interpolation schemes in topology optimization, Arch. Appl. Mech., 69(9)(1999), pp.635-654.
2) J. Mazars and G. Pijaudier-Cabot：Continuum damage Theory-Applocation to concrete, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 115, 1989, pp.345-365.
3) 干場大也，加藤準治，高瀬慎介，寺田賢二郎，京谷孝史：弾塑性材料の繰り返し載荷を考慮したマルチフェーズトポロジー最適化および解析的感度の精度検証，土木学会論文集 A2，Vol.70，No2，pp.317-328，2014.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

異方性材料の面外波動問題に対する基本解近似解法の適用
Implementation of the method of fundamental solutions to anti-plane wave problems of anisotropic materials

古川　陽（北大・大学院工学研究院）　　松村　耕佑（熊谷組）
斎藤　隆泰（群馬大・大学院理工学府）　　廣瀬　壮一（東工大・環境・社会理工学院）
Akira FURUKAWA, Hokkaido University
Kosuke MATSUMURA, Kumagai Gumi
Takahiro SAITOH, Gunma University
Sohichi HIROSE, Tokyo Institute of Technology
E-mail: afurukawa@eng.hokudai.ac.jp

This study presents the method of fundamental solutions (MFS) for anti-plane wave problems of anisotropic materials. The MFS represents the displacement field of the materials using the linear combination of fundamental solutions, and determines approximation coefficients by boundary conditions. In this manuscript, we will show some results of the MFS for anti-plane wave scattering of anisotropic materials.

1. はじめに

異方性材料は，力学的性質が方向によって異なる材料であり，その波動現象は，等方性材料の場合と比較して複雑であることが知られている．異方性材料の代表例である繊維強化プラスチックは，近年，土木構造物への適用例が報告されいる．これに伴い，将来，異方性材料に対する超音波非破壊評価は，維持管理において重要な役割を果たすことが期待されている．

基本解近似解法は，支配方程式の基本解を用いて解析を行うメッシュフリー型の数値シミュレーション手法である [1)]．基本解近似解法は，近似解を基本解の線形結合によって表現するため，解析における未知量が少なくて済むことが知られている．また，基本解の数値計算において，観測点と源点が一致することがないため，境界要素法と比較して，数値計算への実装は比較的容易である．しかしながら，異方性弾性体の波動問題に対しては，利用可能な基本解が存在するにもかかわらず，その適用例はほとんど報告されていない．

以上を踏まえ，本研究では，異方性弾性体の面外波動問題に対して基本解近似解法を適用し，その有効性について検討する．以下では，特に断りのない限り，1 つの項の中に繰り返し現れる下付き添え字に対して総和規約を適用する．また，ギリシャ文字による下付き添え字は 1, 2 をとるものとする．

2. 対象とする問題

本稿では，異方性弾性体の面外波動散乱問題について考える．Fig.1 に解析対象とする外部領域 V を示す．同図において，∂V は散乱体の境界，V_C は補領域を表す．

周波数領域における異方性弾性体の運動方程式は，次式で与えられる．

$$(C_{3\beta3\delta}\partial_\beta\partial_\delta + \rho\omega^2)\tilde{u}(\mathbf{x}) = -\rho\tilde{b}(\mathbf{x}) \tag{1}$$

ここに，$\tilde{u}(\mathbf{x})$ は位置 $\mathbf{x}$ における面外方向変位，ω は角周波数を表し，$\partial_\beta = \partial/\partial x_\beta$ である．また，ρ は異方性弾性体の密度，C_{ijkl} は異方性弾性体の弾性定数，$\tilde{b}(\mathbf{x})$ は物体力の面外方向成分を表す．加えて，変位 $\tilde{u}(\mathbf{x})$ は以下の関係式を満たす．

$$\tilde{u}(\mathbf{x}) = \tilde{u}^{\mathrm{in}}(\mathbf{x}) + \tilde{u}^{\mathrm{sc}}(\mathbf{x});\ \mathbf{x} \in V \cup \partial V \tag{2}$$

ここに，$\tilde{u}^{\mathrm{in}}(\mathbf{x})$ は入射波の面外方向変位，$\tilde{u}^{\mathrm{sc}}(\mathbf{x})$ は散乱波の面外方向変位を表す．ただし，散乱波は放射条件を満たすものとする．

上述の面外波動散乱問題は，式 (1) に適切な境界条件を与えることで解くことができる．変位固定問題では，境界条件を次式で与える．

$$\tilde{u}(\mathbf{x}) = 0;\ \mathbf{x} \in \partial V \tag{3}$$

一方，表面力フリー問題では，境界条件を次式で与える．

$$\tilde{t}(\mathbf{x}) = C_{3\beta3\delta}n_\beta(\mathbf{x})\partial_\delta\tilde{u}(\mathbf{x}) = 0;\ \mathbf{x} \in \partial V \tag{4}$$

ここに，$\tilde{t}(\mathbf{x})$, $n_\beta(\mathbf{x})$ は，境界における表面力と単位外向き法線ベクトルを表す．

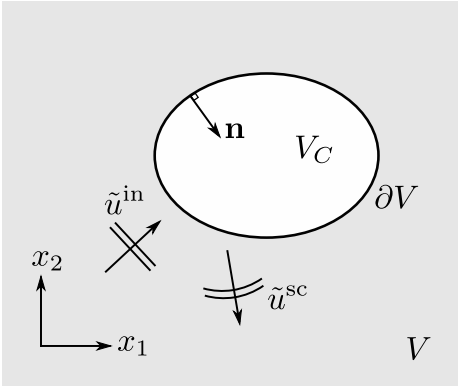


Fig. 1 Anti-plane wave scattering by a scatterer.

3. 基本解近似解法

前節に示した面外波動散乱問題に対する基本解近似解法について考える．式 (1) に示す運動方程式に対する基本解 $\tilde{U}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ は次式で与えられる．

$$\tilde{U}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{8\pi^2}\int_{|\mathbf{p}|=1} \frac{\phi(k_{\mathrm{qS2}}|\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}|)}{\Gamma_{33}(\mathbf{p})}dl(\mathbf{p}) \tag{5}$$

ここに，$\mathbf{x}$ は観測点，$\mathbf{y}$ は源点を表し，$\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{y}$ である．また，$\Gamma_{33}(\cdot)$，k_{qS2}，$\phi(\cdot)$ は以下の式で与えられる．

$$\Gamma_{33}(\mathbf{p}) = C_{3\beta3\delta}p_\beta p_\delta;\ \mathbf{p} = [p_1\ p_2]^{\mathsf{T}} \tag{6}$$

$$k_{\mathrm{qS2}} = \omega\sqrt{\frac{\rho}{\Gamma_{33}(\mathbf{p})}} \tag{7}$$

$$\phi(\xi) = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\xi}E_1(-\mathrm{i}\xi) + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\xi}\left\{E_1(\mathrm{i}\xi) + \mathrm{i}\pi\right\} \tag{8}$$

ただし，$(\ )^{\mathsf{T}}$ はベクトルの転置を表し，$E_1(\cdot)$ は指数積分を表す．また，$\mathrm{i} = \sqrt{-1}$ である．

基本解近似解法では，領域内部および境界上の変位を，式

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

(5) に示す基本解を用いて，次式で表現する．

$$\tilde{u}(\mathbf{x}) := \tilde{u}^{\mathrm{in}}(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^{N} \tilde{U}(\mathbf{x}, \mathbf{y}_k)\tilde{c}_k \tag{9}$$

ただし，$\mathbf{x} \in V \cup \partial V$ および $\mathbf{y}_k \in V_C$ であり，$\tilde{c}_k$ は近似係数を表す．本研究では，散乱体の境界 ∂V 上に選点 $\mathbf{x}_i$ $(i = 1, 2, \cdots, M)$ を配置し，その選点において境界条件を満たすように近似係数 $\tilde{c}_k$ を決定する．このとき，解くべき連立 1 次方程式は，以下のように表現できる．

$$\tilde{\mathbf{D}}\tilde{\mathbf{c}} = \tilde{\mathbf{h}} \tag{10}$$

ここに，

$$(\tilde{\mathbf{c}})_k := \tilde{c}_k \tag{11}$$

である．また，係数行列 $\tilde{\mathbf{D}}$ および既知ベクトル $\tilde{\mathbf{h}}$ の成分は，変位固定問題の場合，次式で与えられる．

$$(\tilde{\mathbf{D}})_{ik} := \tilde{U}(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_k) \tag{12}$$

$$(\tilde{\mathbf{h}})_k := -\tilde{u}^{\mathrm{in}}(\mathbf{x}_i) \tag{13}$$

一方，表面力フリー問題の場合は，次式で与えられる．

$$(\tilde{\mathbf{D}})_{ik} := \tilde{T}(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_k) \tag{14}$$

$$(\tilde{\mathbf{h}})_k := -\tilde{t}^{\mathrm{in}}(\mathbf{x}_i) \tag{15}$$

ただし，$\tilde{T}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ および $\tilde{t}^{\mathrm{in}}(\mathbf{x})$ は，それぞれ以下の式で表現される．

$$\tilde{T}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = C_{3\beta3\delta} n_\beta(\mathbf{x}) \partial_\delta \tilde{U}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \tag{16}$$

$$\tilde{t}^{\mathrm{in}}(\mathbf{x}) = C_{3\beta3\delta} n_\beta(\mathbf{x}) \partial_\delta \tilde{u}^{\mathrm{in}}(\mathbf{x}) \tag{17}$$

領域内部および境界上の変位は，式 (10) を解くことで得られる近似係数 $\tilde{c}_k$ と式 (9) を用いて求めることができる．また，境界における表面力は，近似係数 $\tilde{c}_k$ と式 (9) から導出される表面力の表示式から求めることができる．

4. 数値解析例

前節に示した基本解近似解法を用いて，異方性弾性体の面外波動散乱解析を行う．得られた結果は境界要素法による近似解と比較し，本手法の検証を行う．

本稿において，解析対象とする異方性材料は，グラファイトエポキシ [2] とした．このとき，密度は $\rho = 1$ とし，弾性定数は次式で与えた．

$$C_{3232} = 0.134,\ C_{3131} = 0.197,$$
$$C_{3231} = C_{3132} = -0.054 \tag{18}$$

ただし，これらの弾性定数は C_{1212} $(= 32.7\ [\mathrm{GPa}])$ によって正規化されている．

本節で対象とする問題において，散乱体は x_1-x_2 平面の原点を中心とする円とし，その半径は $a = 1$ とした．また，入射波は平面波とし，次式で与えた．

$$\tilde{u}^{\mathrm{in}}(\mathbf{x}) = \exp[\mathrm{i}k^{\mathrm{in}}x_1] \tag{19}$$

ここに，入射波の波数 k^{in} は次式で与えた．

$$k^{\mathrm{in}} = \omega\sqrt{\frac{\rho}{C_{3131}}} \tag{20}$$

ただし，角周波数は $\omega = 1$ とした．解析に用いる選点 $\mathbf{x}_i$ および源点 $\mathbf{y}_k$ の数は $M = N = 50$ とした．選点 $\mathbf{x}_i$ は境界 ∂V 上に等間隔に配置し，源点 $\mathbf{y}_k$ は x_1-x_2 平面の原点を中心とする半径 $0.75a$ の円上に等間隔に配置した．なお，解析結果の比較に用いる境界要素法は，区間一定要素と選点法を用いて離散化を行っており，解析における要素数は 1000 とした．基本解近似解法，境界要素法ともに，連立 1 次方程式の求解には GMRES 法を用いた．

解析結果として，基本解近似解法および境界要素法によって得られた近似解の比較を行う．Fig.2 および Fig.3 に，変位固定問題および表面力フリー問題に対する境界値の計算結果を示す． 同図において，θ は x_1 軸から反時計回りに測った角度を示す．これらの結果から，基本解近似解法および境界要素法による近似解は概ね一致していることが確認できる．

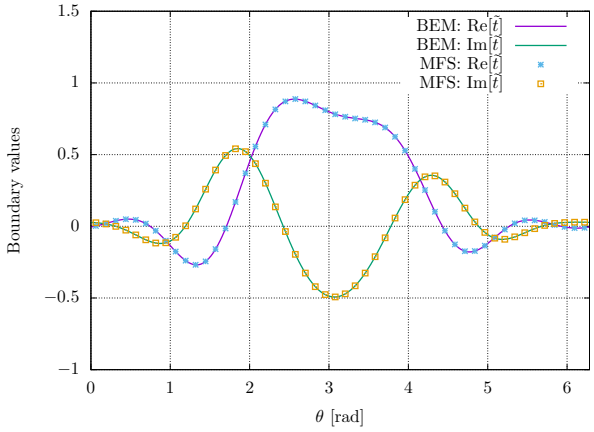


Fig. 2 Comparison of boundary values computed by MFS and BEM (Fixed-displacement boundary condition).

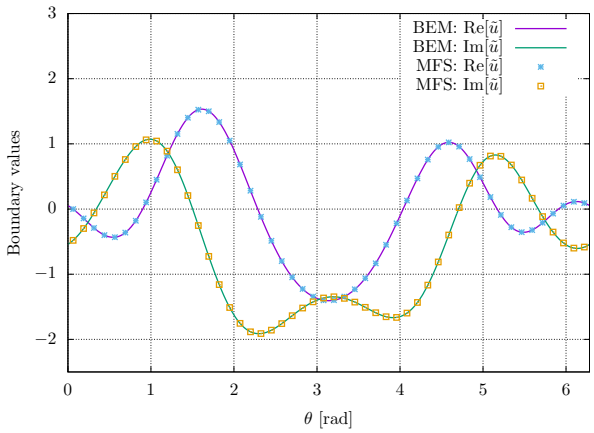


Fig. 3 Comparison of boundary values computed by MFS and BEM (Traction-free boundary condition).

5. おわりに

本稿では，基本解近似解法による異方性弾性体の面外波動問題の解析手法を説明し，いくつかの数値解析例を示した．はじめに，対象とする問題について整理し，続けて，基本解近似解法の定式化について説明した．その後，数値解析例を示し，基本解近似解法と境界要素法による近似解の比較を行った．これらの結果から，基本解近似解法は，異方性弾性体の面外波動問題に対して適用可能であることを確認した．

参考文献

1) Fairweather, G., Karageorghis, A., Martin, P.A.: The method of fundamental solutions for scattering and radational problems, *Eng. Anal. Bound. Elem.*, 27, pp.759-769, 2003.

2) Gaul, L., Kogl, M. and Wagner, M.: *Boundary Element Methods for Engineers and Scientists*, Springer, 2002.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

第３部門①

座長:中田 幸男(山口大学)

2022年5月28日(土) 09:00 ～ 10:30 C会場 (オンライン)

[2C01-06-01] 岩石亀裂へのベントナイトの侵入量予測モデルの構築

*金氏 裕也[1]、河野 勝宣[1]（1. 鳥取大学）

09:00 ～ 09:15

[2C01-06-02] 分子動力学法によるモンモリロナイト層間の水分子と陽イオンの分布解析

*森本 逸紀[1]、木本 和志[1]、河村 雄行[2]（1. 岡山大学、2. 東京工業大学）

09:15 ～ 09:30

[2C01-06-03] ラポナイトを透明粘土として用いる地盤模型実験に関する基礎的研究

*野々山 栄人[1]、宮田 喜壽[1]（1. 防衛大学校）

09:30 ～ 09:45

[2C01-06-04] 間隙水への空気封入を考慮した不飽和繰返しせん断試験の数値シミュレーション

*松丸 貴樹[1]、海野 寿康[2]（1. 鉄道総合技術研究所、2. 宇都宮大学）

09:45 ～ 10:00

[2C01-06-05] 粒度分布が土砂流動の到達距離に与える影響

*森口 周二[1]、渡邊 大規[1]、寺田 賢二郎[1]（1. 東北大学）

10:00 ～ 10:15

[2C01-06-06] 一様斜面内２粒径粒子定常流れの分級後のレオロジー特性

*姜 浩然[1]、姜 暁羽[1]、松島 亘志[1]（1. 筑波大学）

10:15 ～ 10:30

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

岩石亀裂へのベントナイトの侵入量予測モデルの構築
Analytical Modeling of Bentonite Extrusion of Crack in Rock Fracture

金氏　裕也（鳥取大・工）　　河野　勝宣（鳥取大・工）
Yuya KANEUJI, Tottori University
Masanori KOHNO, Tottori University
E-mail: kaneuji@tottori-u.ac.jp

The prediction of the bentonite extrusion of the crack in rock fracture is necessary to evaluate the performance of the natural barrier system for high level radioactive waste disposal. This study presents the analytical model for predicting the bentonite extrusion of closed-end crack considering the swelling behavior of the bentonite. The analytical results obtained suggest that the bentonite extrusion depends on the external swelling pressure in the initial stage of the extrusion process, and then the bentonite fills the crack over a long period owing to the absorption of trapped fluid in it into the bentonite.

１．はじめに

高レベル放射性廃棄物の地層処分において，人工バリア材（ベントナイト系材料）と天然バリア材（岩盤）の長期安定性に影響を与える現象の一つとして，岩盤亀裂へのベントナイト系材料の侵入が挙げられる．ベントナイト系材料による岩盤亀裂の閉塞の度合いにより，岩盤の透水性などが大きく変化することが考えられる．したがって，天然バリア材のバリア性能を評価するためには，岩盤亀裂へのベントナイト系材料の侵入量を予測することが必要となる．

菅野・岩田 [1]は，固相拡散理論を適用してベントナイトの侵入現象に関する予測モデルの検討を行っている．固相拡散理論は，ベントナイト中に水が浸潤する挙動と，水の浸潤に伴いベントナイトが膨潤する挙動を液相と固相の 2 相の連立した系における物質移動論 [2]に基づいている（以下，固相拡散モデル）．固相拡散モデルでは，ベントナイト中の水と土粒子の移動を考慮している．水の浸潤が生じるためには，浸潤媒体であるベントナイト（固相）が亀裂中に充填されている必要があり，これは亀裂中の固気界面あるいは固液界面の移動を考慮することは困難であることを示唆する．また，岩盤の亀裂は先端が閉口していると考えられ，亀裂中に封入された流体の圧力が，亀裂へ侵入したベントナイトの固気界面あるいは固液界面に作用すると考えられる．この封入された流体の圧力の影響は，固相拡散モデルでは考慮することが困難である．

そこで本研究では，ベントナイトを高粘度の流体と仮定し（以下，侵入流体），先端が閉口した亀裂（以下，閉口流路）へ侵入する流体の挙動を対象とした解析モデルを構築することを目的とする．また，亀裂中は高湿度環境を想定し，この環境帯の流体（以下，封入流体）により，亀裂に侵入したベントナイトの膨潤を固相の封入流体吸収現象と見なして解析モデルに組み込むことを考える（Fig. 1）．

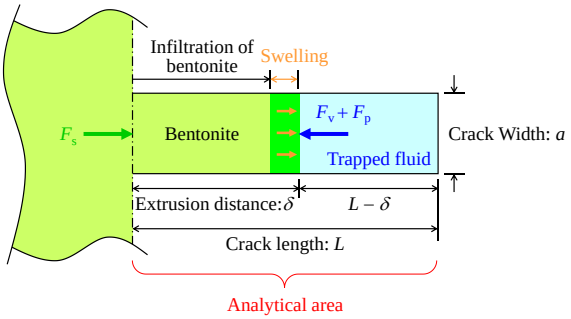


Fig. 1 Schematic of the bentonite extrusion of closed-end crack.

２．侵入量予測モデルの構築

閉口流路内を侵入する流体には，Fig. 1 に示すように 3 つの力が作用する．ここに，δは侵入流体の侵入長さ，aは流路幅（亀裂幅），B は流路奥行き，L は流路長さである．流路入口部に作用する流路外部のベントナイトの膨潤圧（以下，外部膨潤圧）により引き起こされる力 F_sは，侵入流体流れにおける駆動力である．また，侵入流体の粘性抵抗力 F_v と閉口流路内の加圧された封入流体により引き起こされる力 F_pは流れに抵抗するように作用する．流路内の流れは層流であり，侵入流体に作用する慣性力を無視すると，侵入流体に作用する力のつり合いは次式となる．

$$F_s + F_v + F_p = 0 \tag{1}$$

ここで，流路断面が $a << b$ の場合，流路内の流れは 2 次元流と見なすことができ，Hagen-Poiseuille の法則より侵入流体の粘性抵抗力 F_vは次式となる．

$$F_v = -\frac{12\mu_s B}{a} \cdot \delta \frac{d\delta}{dt} \tag{2}$$

ここに，μ_s は侵入流体の粘度，t は時間である．一方，外部膨潤圧 P_sにより引き起こされる力 F_sは次式となる．

$$F_s = P_s \cdot aB \tag{3}$$

ここで，外部膨潤圧は時間に依存し変化すると考えられるが，本検討では外部膨潤圧は一定と仮定する．

また，本検討では亀裂に侵入したベントナイトが封入流体を吸収することにより，ベントナイトの体積膨張が生じると考える．固相の封入流体吸収を考慮すると，亀裂中に封入された流体の体積は時間の経過とともに減少する．ここで，系内において侵入流体と封入流体の体積の総和が一定であると仮定すると，封入流体の体積 V_F の減少に伴い，侵入流体（ベントナイト）の体積 V_B が見かけ上増加する（Fig. 2）．この侵入流体の体積の増加を，ベントナイトが封入流体を吸収することにより生じる見かけの体積膨張と考える．また，固相内に吸収された封入流体は，濃度勾配に従い拡散すると仮定する．固相への封入流体分子の吸収は Henry の法則に従い，固相内への封入流体分子の拡散は Fick の法則に従う．この理論は Phan et al.[3]が提案した閉口流路内の封入気体が侵入流体へ溶解および拡散する現象を表す解析モデルを応用している．ここで，封入流体を理想気体と仮定し，状態方程式を適用すると封入流体により引き起こされる力 F_p（= $aB(P_a\text{-}P_g)$，P_aは大気圧，P_gは封入流体の圧力）は次式となる．

$$F_p = -\frac{RT}{M} \cdot \left(\frac{m}{L-\delta} - \frac{m_0}{L} \right) \tag{4}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

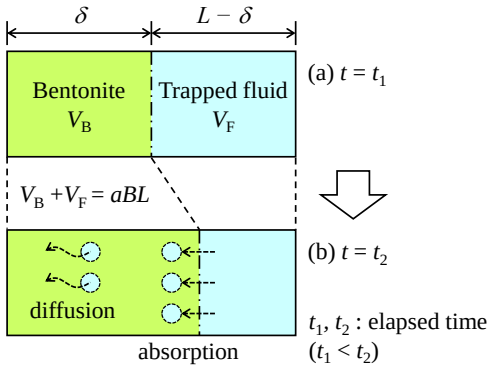


Fig. 2 The absorption of trapped fluid in crack into solid phase.

ここに，R はガス定数，T は絶対温度，M は封入流体のモル質量，m は封入流体の質量，m_0 は封入流体の初期質量である．式(2)，(3)，(4)を式(1)へ代入すると，侵入流体の侵入長さに関する支配方程式は次式となる．

$$\frac{d\delta}{dt}=\frac{a^2}{12\mu_s\delta}\left\{P_s-\frac{RT}{MaB}\left(\frac{m}{L-\delta}-\frac{m_0}{L}\right)\right\} \tag{5}$$

また，固相内の封入流体の質量拡散流束Φ_m（$=1/ab\cdot dm/dt$）は Fick の法則より次式で与えられる．

$$\Phi_m=-\frac{K_H D_d M}{\delta}\cdot\left(P_g-P_a\right) \tag{6}$$

ここに，K_H は Henry 定数（固相への封入流体の吸収率を表す），D_d は固相の封入流体拡散係数である．式(6)より，封入流体の質量変化率に関する支配方程式は次式となる．

$$\frac{dm}{dt}=-\frac{K_H D_d RT}{\delta L(L-\delta)}\left\{mL-m_0(L-\delta)\right\} \tag{7}$$

ここで，侵入流体の侵入長さδと封入流体の質量 m を正規化し，それぞれの物理量をδ^*（$=\delta/L$）と m^*（$=m/m_0$）で表す．また，時間 t を先端が開口した流路を飽和するために必要な時間τ_f（$=6\mu_s/P_s\cdot(L/a)^2$）の 2 倍で正規化して t^*（$=t/(2\tau_f)$）で表す．したがって，式(5)，(7)を正規化するとそれぞれ次式となる．

$$\frac{d\delta^*}{dt^*}=\frac{1}{\delta^*}\left\{1-\alpha\cdot\left(\frac{m^*}{1-\delta^*}-1\right)\right\} \tag{8}$$

$$\frac{dm^*}{dt^*}=\beta\cdot\frac{1-m^*-\delta^*}{\delta^*(1-\delta^*)} \tag{9}$$

ここに，α は大気圧と外部膨潤圧の比（$\alpha=P_a/P_s$）であり，βは封入流体の拡散率と侵入流体の侵入率の比（$\beta=12\,\mu_s K_H D_d RT/(a^2P_s)$）である．また，初期条件（$t=0$ のとき，$\delta=0$ かつ $m=m_0$）は次式となる．

$$\delta^*=0 \text{ and } m^*=1 \quad \text{at } t^*=0 \tag{10}$$

式(8)と式(9)の連立常微分方程式は閉口流路内へ侵入する流体の運動方程式である．初期条件（式(10)）を適用し，この連立常微分方程式を数値積分すると，数値解（δ^*とm^*）が導出される．導出された数値解δ^*が，先端が閉口した亀裂中のベントナイトの侵入長さである．

3．ベントナイトの侵入挙動に関する解析結果

提案した解析モデルを適用し，ベントナイトの侵入挙動に関する解析を実施した．解析パラメータとして，$L=0.5$ m，$B=1.0$ m，$P_s=0.2$ MPa，$\mu_s=10^8$ Pa·s，$K_H=10^{-4}$ mol/Pa·m^3，$R=8.3145$ N·m/mol·K（水蒸気），$T=298.15$ K（25℃），$M=18.02\times10^{-3}$ kg/mol（水）を用いた．また，亀裂幅，ベントナイト中の水蒸気の溶解率（拡散係数）が侵入挙動に与える影響を確認するために，Table 1 に示す解析条件を設定した．Fig. 3 に解析結果を示す．Fig. 3 より，亀裂幅が小さい条件では，侵入流体の侵入速度が低下することを確認した．これは，亀裂幅が小さい程，侵入流体に作用する粘性摩擦抵抗が大きくなるため，侵入速度が低下したと考えられる．また，侵入流体が平衡状態（外部膨潤圧と封入気体の圧縮圧力がつり合う状態）に近づくにつれて，ベントナイトの封入流体吸収に起因する流体侵入が支配的となり，長期間にわたってベントナイトが流路内を満たしていくことを確認した．この結果は，侵入初期では，流体の侵入挙動は膨潤圧に依存し，時間が十分に経過した後はベントナイトの封入流体吸収に起因する流体侵入が支配的になることを示唆する．

Table 1 The analytical parameters

	亀裂幅 a [mm]	拡散係数 D_d [m^2/s]
Case-1	1.5	10^{-12}
Case-2	1.0	10^{-12}
Case-3	0.5	10^{-12}
Case-4	1.5	10^{-10}

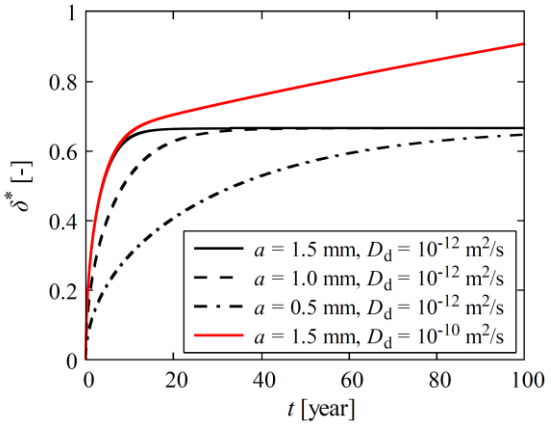


Fig. 3 The analytical results

4．結論

本検討の結論を以下に示す．

1) ベントナイトを高粘度の流体と仮定し，膨潤を伴うベントナイトの閉口亀裂への侵入挙動を対象とした解析モデルを構築した．
2) 解析結果から，侵入初期では，流体の侵入挙動は膨潤圧に依存し，時間が十分に経過した後はベントナイトの封入流体吸収に起因する流体侵入が支配的になることが示唆された．

謝辞：本研究は，「平成 31 年度放射性廃棄物共通技術調査等事業（放射性廃棄物に係る重要な基礎的技術に関する研究調査の支援等に関する業務）」の成果の一部である．

参考文献

1) 菅野毅, 岩田裕美子：緩衝材侵入現象モデルの検討（I），JNC TN8400 2003-026，2003.
2) 中野政詩ら：不飽和粘土の浸潤と膨潤，農業土木学会論文集，**1982**，8-16，1982.
3) V. N. Phan et al.: Capillary filling in closed end nanochannels, *Langmuir*, **26** 13251-13255, 2010.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

分子動力学法によるモンモリロナイト層間の水分子と陽イオンの分布解析

Analysis of Water Molecules and Cations Distribution in Montmorillonite Interlayer by Molecular Dynamics Simulations

森本　逸紀・木本　和志（岡山大・環境生命科学）　　河村　雄行（東京工業大・工学院）
Itsuki MORIMOTO, Okayama University
Kazushi KIMOTO, Okayama University
Katsuyuki KAWAMURA, Tokyo Institute of Technology
E-mail: pm0i2434@s.okayama-u.ac.jp

As an effort to establish computational methods for predicting and evaluating the swelling behavior of montmorillonite, the distributions of interlayer water molecules and cations in Na- and Ca-montmorillonite were analyzed using molecular dynamics simulations. The results indicate that the coordination structure of water molecules differs depending on the type of cation and hydration state.

1. はじめに

放射性廃棄物の地層処分に際して，地下水の移動を遅らせる，放射性核種を吸着する等の役割を担う緩衝材としてベントナイトの利用が検討されている．ベントナイトの主成分であるモンモリロナイトは層状ケイ酸塩鉱物の 1 種である．層状体は負に帯電しているため，その層間にナトリウムやカルシウムなどの陽イオンを有する．モンモリロナイトが水分に接触すると，陽イオンに水和する形で層間に水分子が入り込み，層間の距離が広がる．この現象は膨潤と呼ばれる．地層処分場では再冠水が生じるため，膨潤を伴う長期的な物質の拡散・輸送を予測評価する必要がある．ただし，処分事業の時間スケールを実験のみに基づいて評価することは現実的ではなく，計算科学的手法の確立が求められている．これまでには，例えば圧縮ベントナイト中の核種移行を予測・評価するためのモデルの開発 [1]や，そのモデルの高度化，有効性の確認のために分子動力学法を用いた層間水・陽イオンの物性評価 [2]が行われてきた．計算による評価手法をさらに発展させるには，分子スケールでの層間水の挙動から膨潤圧等のマクロ力学特性を対応させることが重要である．そのためには，粘土分子，層間水，陽イオンのそれぞれの間に生じる化学結合のネットワークとマクロ物性の関係を理解することが一つの課題となる．層間陽イオンが Na^+のものと Ca^{2+}のものでは膨潤挙動が異なることが知られており [3]，陽イオン種毎の違いも明らかにしなければならない．この一環として，層間における水分子と陽イオンの立体的な分布について詳細に調べることは重要である．

以上を踏まえ，本研究では Na 型と Ca 型のモンモリロナイトの結晶性膨潤を分子動力学計算によって再現し，粘土層間における水分子と層間陽イオンの分布を 3 次元的に解析した．以下では，分子動力学計算で作成した分子モデルとアンサンブルについて説明した後，解析結果の一例として層間水量増加に伴って変化する陽イオンへの水分子配位数を示す．その後，基本セルの各軸に対して垂直な平面における陽イオン，水分子の密度分布を示して考察を述べる．

2. 分子動力学法及び水和モンモリロナイトモデル

分子動力学プログラムは mxdorto/mxdtricl[4]を用いた．分子動力学法では多数の原子・分子で構成される系を設定し，原子間相互作用に基づき各原子の運動方程式を解く．これにより位置及び速度の経時変化を計算し，対象物質の構造や物性を調べることができる．Fig.1 に作成した水和モンモリロナイト分子モデルの基本セルにおける原子配置の一例を示す．粘土分子は基本セル上下端及び中央に位置しており，その層間に水分子と陽イオンが存在する．原子種及び個数については式(1), (2)に示す単位構造の組成に基づき設定した．

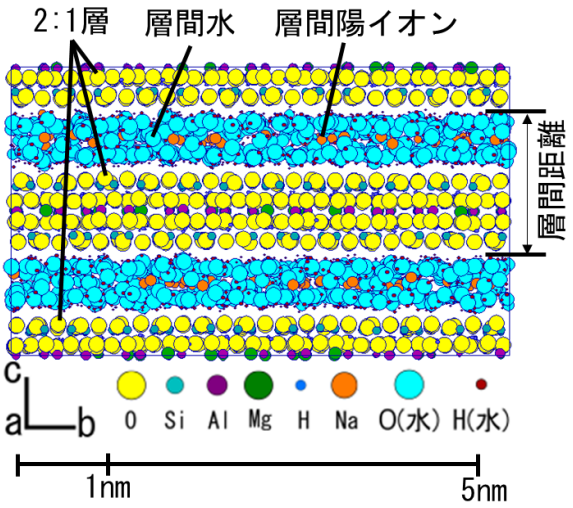


Fig.1 Molecular dynamics model of Na-montmorillonite (layer charge: 0.56*e*, n = 5.0)

$$Na_{0.56}Al_{1.44}Mg_{0.56}Si_4O_{10}(OH)_2 \cdot nH_2O \quad (1)$$

$$Ca_{0.28}Al_{1.44}Mg_{0.56}Si_4O_{10}(OH)_2 \cdot nH_2O \quad (2)$$

前者が Na 型，後者が Ca 型のモンモリロナイトであり，どちらも層電荷は 0.56*e*/(unit cell)である．式(1), (2)中の n は層間間隙に含まれる単位構造あたりの水和量を表す．基本セルは単位構造 240 個(a 軸方向に 10 個, b 軸方向に 12 個, c 軸方向に 2 個)によって構成した．計算は標準状態(298K, 0.1MPa)における *NTP* アンサンブルによりおこなった．層間水及び陽イオン分布の解析にあたり，初めに各モデルにおいて構造の緩和計算をおこなった後，各原子の座標標本抽出のための計算をおこなった．なお，時間ステップ間隔は 0.4fs とし，時間ステップ数は構造緩和，緩和後のアンサンブル平均の取得ともに 1×10^5 とした．標本抽出は 10 ステップ毎に繰り返し，1×10^4 個の標本を用いて構造データの統計平均を算出した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

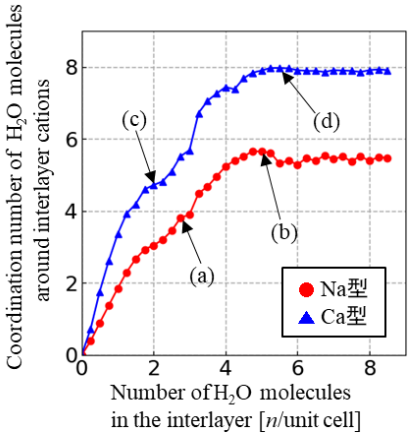


Fig.2 Change in the number of water molecules coordinating to Na^+(red) or Ca^{2+}(blue) with increasing interlayer water.

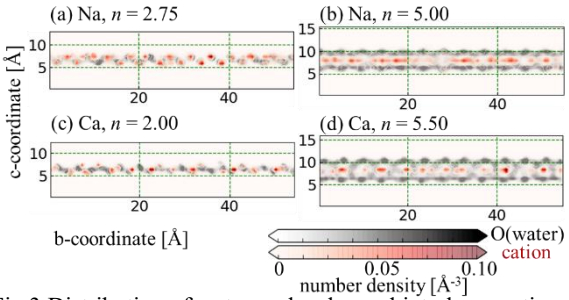


Fig.3 Distribution of water molecules and interlayer cations. Volume-rendered projections to the plane normal to the a-axis. The greyish and reddish colormaps represent the number density of oxygen atoms of water and cations, respectively. (a) and (c) correspond to 1-layer hydration, (b) and (d) correspond to 2-layer hydration.

3. 陽イオンへの水分子数配位数及び層間における分布

Fig.2 は分子動力学法によって調べた層間陽イオンに配位する水分子数を示している．横軸は層間間隙への水和量 *n*, 縦軸は水分子配位数を表す．層間水量の増加に伴い陽イオンを囲む水分子数が増加しており，Na 型では配位数が 3-4 及び 5-6 の時にその傾きが緩やかとなっている．一方 Ca 型では，配位数がおよそ 5 及び 8 の時の傾きが緩やかである．これは，イオン種と層間水量の多寡に応じて，陽イオンとその周囲の水分子が形成しやすいネットワーク構造が異なることを示している．

続いて，Fig.2 において傾きが緩やかな層間水量の範囲から(a)-(d)で示す分子モデルを抽出し，層間陽イオンと水分子の平均的な空間分布を調べた．その結果を Fig.3, 4 に示す．前者は a 軸，後者は c 軸に垂直な平面を描写しており，カラーマップの濃淡は水分子酸素(グレー)，陽イオン(赤)の数密度を表す．Fig.3 に注目すると，水和量の少ない(a), (c)では層間水が 1 層の分子層を形成する 1 層水和状態，水和量の多い(b), (d)では 2 層水和状態となっていることが分かる．(a)では Na^+の上下どちらかのみが水分子に覆われて反対側は粘土分子に接している．この状態は内圏錯体と呼ばれる．これと比較すると，(c)では水分子と Ca^{2+}がともに層間中央に並ぶ傾向が見られる．ただし，Ca 型では 20%程度の低い相対湿度で 2 層水和を形成することが実験 [3]で示されており，実際にこのような分布となるのは限られた条件下であると考えられる．一方の 2 層水和状態では，両イオン種ともに 2 つの水分子層に挟まれており，外圏錯体を形成している．両者を比較すると，(b)で Na^+が並ぶ層に入り込む水分子の存在は確認し難いのに対して，(d)では Ca^{2+}が並ぶ層に入り込むような水分子の分布が見られる．Fig.2 の(b), (d)で Na^+よりも Ca^{2+}に配位する水分子数が多いのはこのような分布によるものである．続いて Fig.4 で 1 層水和状態の水分子分布を比較すると，Na 型では概ね等間隔に並ぶのに対し，Ca 型では Ca^{2+}への配位が顕著で分布の粗密差が大きい．2 層水和状態では水分子分布は両者とも概ね均等である．ただし，陽イオンに関しては Ca^{2+}が均等に並ぶのに対し，Na^+はやや粗密差のある分布が見られる．これは，Na^+の電荷の方が小さく，陽イオン同士が近接した際に Ca^{2+}程大きな斥力が作用しないためだと考えられる．

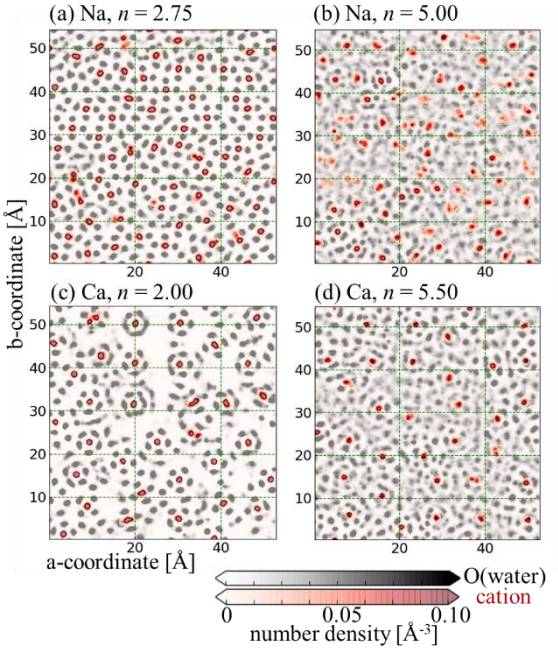


Fig.4 Distribution of water molecules and interlayer cations. Volume-rendered projections to the plane normal to the c-axis. The same colormaps are used as in Fig.3 to represent interlayer water molecules and cations.

4. まとめ

本研究では分子動力学法により，Na 型モンモリロナイトと Ca 型モンモリロナイトの 2 種について層間水と陽イオンの分布を 3 次元的に解析した．その結果，イオン種と層間水量の多寡によって異なる分布の傾向が確認された．今後は，層間水量に応じた水分子と陽イオンの分布モデルを開発することが課題となる．

5. 参考文献

1) 四辻健治・舘幸男・西巻祐一郎(2012) 拡張 Poisson-Boltzmann 方程式による圧縮ベントナイト中の拡散モデルの高度化検討, JAEA-Research 2011-047
2) 四辻健治，舘幸男，河村雄行，有馬立身，佐久間博: 分子動力学法によるモンモリロナイト層間中の水とイオンの物性評価 —拡散モデルへの反映—，粘土科学，58 巻，1 号，pp.8-25, 2019
3) S. Morodome, K. Kawamura: In situ X-ray diffraction study of the swelling of montmorillonite as affected by exchangeable cations and temperature, Clays and Clay Minerals, Vol. 59, No.2, pp.165-175, 2011.
4) 平尾一之・河村雄行(1994) パソコンによる材料設計，裳華房　東京

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ラポナイトを透明粘土として用いる地盤模型実験に関する基礎的研究
Fundamental Study on Geotechnical Physical Modeling with Laponite as Transparent Clay

野々山　栄人（防衛大・システム工）　　宮田　喜壽（防衛大・システム工）
Hideto NONOYAMA, National Defense Academy
Yoshihisa MIYATA, National Defense Academy
E-mail: nonoyama@nda.ac.jp

Geotechnical research using transparent soil techniques to make the internal behavior of the ground has been widely conducted recently. In this study, quantitative evaluation of transparency, physical and mechanical tests were conducted for a new transparent soil mixed with laponite and water, and their applicability to geotechnical physical modeling was investigated.

１．はじめに

近年，地盤内部を透明化する実験技術を用いた研究が進められている [1]．その多くは，砂質土を対象とした研究である．本研究では，軟弱な粘性土地盤を対象とし，その内部変形メカニズムを解明するための基礎的研究として，ラポナイトと水とを混合した透明な試料を用いて，透明度の定量的な評価および物理試験・力学試験を実施し，地盤模型実験への適用性の検討を行った．本報ではその結果について報告する．

２．透明度の検証

本研究で用いた試料は，粉末のラポナイトと蒸留水との混合試料（以後，ラポナイト供試体）である [2]．地盤模型実験へ適用するための適切なラポナイトの配合比（以後，配合比）を把握するため，配合比と透明度の関係を調べた．実験の概要を図 1(a)に示す．今回は，既往の研究 [2,3]を参考に，配合比を 5, 10, 15%とした．幅 150mm，高さ 41mm，奥行 213mm のアクリル容器内に試料を投入し，図 1(b)に示す 4 種類のモノクロパターンの長さ（2, 4, 8, 25mm）が異なるマーカーを，奥行の設置位置（50, 100, 150, 200mm）を変えて地盤内に挿入した後にその時の様子を撮影した．その一例として，配合比 5%，奥行 50mm の様子を図 1(c)に示す．各ケース，各奥行で撮影した画像に対し，対象物の特性長さごとに画像を抽出し，その画像を 256 階調に変換した．各画像の中心高さ（図 1(b)中の赤線）での諧調を用いて，透明度（MTF: Modulation Transfer Function）を計算した．透明度と配合比の関係の一例として，配合比 5%の時の MTF 分布を図 2 に示す．この図において横軸は対象物の特性長さで，縦軸は対象物までの距離である．コンターの値が MTF=100%はラポナイトなしでのモノクロパターンを完全に認識できており，MTF=0%は全く認識できていない状態である．結果から，対象までの距離が遠いほど MTF 値が低下し，その傾向は対象物の特性長さが短い時ほど顕著だった．

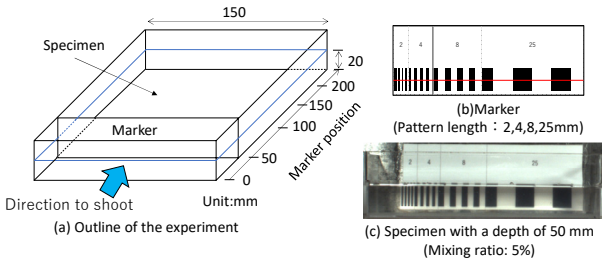


Fig. 1 Test on transparency of laponite mixture.

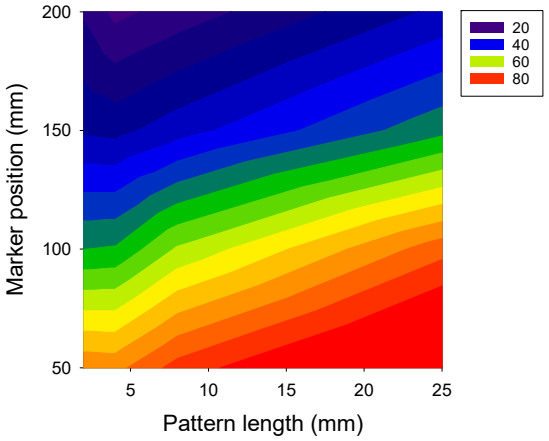


Fig. 2 MTF distribution (Mixing ratio: 5%).

３．ラポナイト供試体の物理特性

ラポナイト供試体の物理特性を明かにするために，液塑性限界試験，土粒子密度試験を実施した．液塑性限界試験については，既往の研究 [2,3]を参考に，配合比を 5, 10, 15%の 3 ケースについて実施した．

得られた結果を表 1 にまとめる．一般的な土と比べ，含水比は高いが物理試験は可能であり，配合比が高くなると液性限界，塑性限界は低下する結果であった．

Table 1 Physical property of Laponite mixture.

Mixing ratio		%	5	10	15
Liquid limit	w_L	%	1099.0	487.9	434.1
Plasticity limit	w_P	%	73.0	47.8	41.1
Plasticity index	I_P	%	1026.0	440.1	393.0
Density	ρ_s	g/cm^3	2.58		

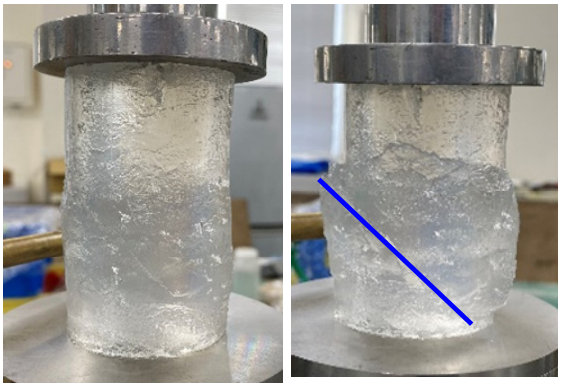
４．ラポナイト供試体の強度特性

ラポナイト供試体の強度特性を把握するために一軸圧縮試験を実施した．ラポナイトと水を撹拌混合しただけの試料では，自立した供試体を作製することができなかったため，本研究では予圧密法を用いて供試体を作製した．試験に用いた供試体は 100kPa で予圧密を約 20 日間実施して作製した予圧密供試体から直径 5cm，高さ 10cm を目標にして，サンプリングした供試体である．実験ケースは，配合比を 5, 10, 15%の 3 ケースとし，1%/min の載荷速度で試験を実施した．

配合比 10%の時の載荷前後の写真を図 3 に示す．図に示したように，予圧密法で供試体を作製することで自立した

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

供試体を作製でき，また，載荷に伴って，透明な供試体が軸方向に圧縮され，供試体側面は膨らみ，左上から右下にかけて袈裟がけパターンの巨視的すべりが確認できる．得られた載荷応力と圧縮ひずみの関係を図 4 に示す．配合比が高くなるにつれて，一軸圧縮強度および初期剛性が増加する傾向を示した．



(a)Before test　(b)After test

Fig. 3 Uniaxial test specimen (Mixing ratio: 10%).

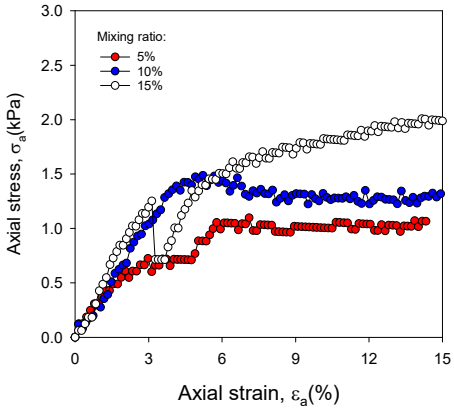


Fig. 4 Stress-strain relationships of the samples.

５．ラポナイト供試体の圧密特性

ラポナイト供試体の圧密特性を明かにするために，標準圧密試験を実施した．配合比は 5, 10, 15%の 3 ケースについて実施した．試験に用いた供試体は一軸圧縮試験用の供試体と同様に予圧密を実施した予圧密供試体から，直径 6cm，高さ 2cm の圧密供試体をサンプリングしたものである．載荷は 4.9kPa から 1,256kPa までの 9 段階で，載荷時間は 24 時間とした．

各段階で得られた時間と沈下量の関係の一例として，配合比 5%の結果を図 5 に，３ケースの e-logP 関係を図 6 にそれぞれ示す．図 5 中の数値は圧密圧力(kPa)を，図 6 中の矢印は圧密降伏応力をそれぞれ示している．いずれの配合比も圧縮性は高く，配合比が低い 5%のケースでは，載荷初期段階から大きく沈下するが，配合比が増加すると，過圧密領域から正規圧密領域へ移行する挙動を示した．配合比が高い時ほど圧密降伏応力が大きい結果となった．

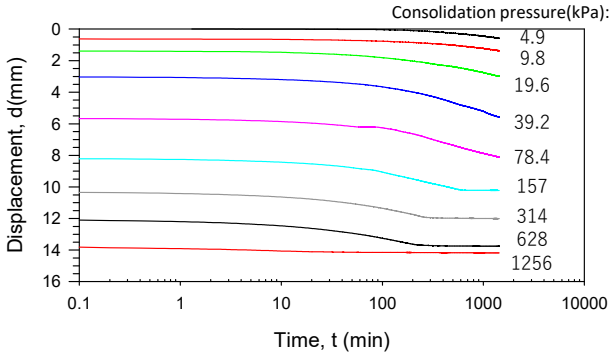


Fig. 5 Displacement-log time relationships (Mixing ratio: 5%).

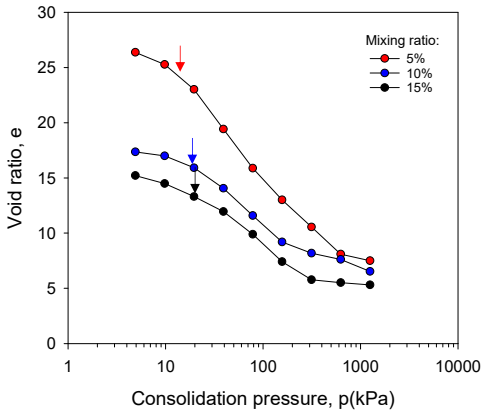


Fig. 6 e-log P relations of the samples.

６．まとめ

ラポナイト供試体の地盤模型実験への適用性を把握するために，透明度の評価，物理試験・力学試験を実施した．以下に得られた知見をまとめる．

- ラポナイト供試体は，観察面からの距離が短いほど，対象模様の特性長さが長いときほど，高い透明度を確保できる．その傾向は配合比が小さい時ほど顕著になる．一般的な地盤模型実験に十分に適用可能であると考えられる．
- 予圧密法を用いれば，必要とされる透明度と強度を有する供試体を作製することができる．
- 土質材料に対する物理・力学試験をラポナイト供試体に対しても実施できる．
- ラポナイト供試体は一般的な土と比べ，間隙比が高く，圧縮性が高く，強度が低い．

謝辞

本研究は科学研究費補助金（21K04266）による助成を受け実施したものであり，ここに謝意を表します．

参考文献

1) Iskander, M., Bathurst, R.J. and Omidvar, M.: Past, present and future of physical modeling with transparent soils, *ASTM Geotechnical Testing Journal*, 38(5), pp.557-573, 2015.
2) Wallace, J. and Rutherford, C.: Geotechnical properties of LAPONITE RD®, *ASTM Geotechnical Testing Journal*, 38(5), pp.1-14, 2015.
3) Beemer R.D., Shaughnessy, E., Ewert, K.R., Boardman, N., Biscontin, G. and Aubeny, C.P.; The Use of Sodium Pyrophosphate to Improve a Translucent Clay Simulate, *Geo-Chicago 2016*, 2016.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

間隙水への空気封入を考慮した不飽和繰返しせん断試験の数値シミュレーション
Numerical Simulation of Unsaturated Cyclic Shear Test Considering Enclosed Air in Void Water

松丸　貴樹（鉄道総合技術研究所）　　海野　寿康（宇都宮大・地域デザイン科学）
Takaki MATSUMARU, Railway Technical Research Institute
Toshiyasu UNNO, Utsunomiya University
E-mail: matsumaru.takaki.35@rtri.or.jp

In recent years, a lot of surface failure of natural slopes and earth structures occurred due to severe earthquakes. Because the surface of ground is in unsaturated condition, clarifying the cyclic behavior of unsaturated soil is important. The test results of unsaturated cyclic shear tests suggested that the enclosed air in void water contribute to decrease of the shear strength of unsaturated soils. In this paper, the method considering the enclosed air was applied in the numerical technique of unsaturated soils, and its effect was examined through the numerical simulations of unsaturated cyclic triaxal tests.

１．はじめに

近年頻発する地震災害では，自然斜面や土構造物が泥状に流動性崩壊を示す事例が多く見られる．これらの災害は，地下水位より上面の表層で生じる災害であり，不飽和状態に立脚した現象解明が進められている．火山灰質土など緩く堆積した地盤では不飽和状態であっても有効応力を喪失し，液状化状態に至ることが示されており，数値解析による再現性も確認されている．

不飽和土の繰返し挙動にはせん断前のサクションや飽和度の大きさが影響することが確認されているが，この中で間隙空気の一部が間隙水に取り込まれ，気泡として存在することでせん断抵抗が低下することが示唆されている [1]．

本研究では上記の効果を数値解析で取り込むことを目的として不飽和土に含まれる封入空気に着目し，空気相として存在する連続空気とは分けた形で考慮するとともに，両者の相変化を考慮できる手法 [2]を導入し，不飽和繰返しせん断試験の支配方程式を導出した．また，構築した解析手法を用いて不飽和繰返し三軸試験を想定したシミュレーションを行い，従来の解析との違いについて考察を行った．

２．数値解析手法

吉川ら [2]が示した手法に倣い，Fig.1 に示すような土の示相図を考える．これまで不飽和土を扱う研究では，土骨格，間隙水・間隙空気からなる三相系を考えており，間隙に対する間隙水の体積割合を飽和度 S_r として記述していた．それに対して，本研究では間隙を液相および気相に分け，従来の間隙空気を液相に含まれる封入空気（la）と，気相として存在する連続空気（g）に分けることとする．そして，間隙に対する液相の体積割合を有効飽和度 s_e^l，液相に含まれる自由水（lw）の体積割合を s_l^w として記述する．

不飽和繰返し三軸試験の解析は，三相系で不飽和土の骨格応力テンソル式に対して側圧全応力一定条件を与え，土骨格・間隙水・間隙空気の質量保存則に対して非排気・非排水条件を仮定することで得られる式 [3), 4)]をベースに，上記の示相関係および連続空気と封入空気の質量交換を考慮して次式のような形で記述する．

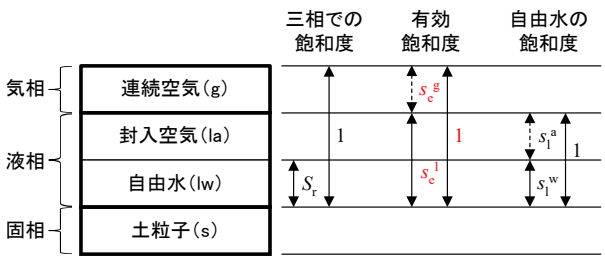


Fig. 1 Definition of faces of unsaturated soil[2)]

$$\begin{bmatrix} ns_l^w(s_e^l/K^w - c) & ns_l^w c & ns_e^l & 2s_e^l s_l^w & 0 \\ ns_l^a(s_e^l/K^a - c) + f_1 & ns_l^a c - f_1 & -ns_e^l & 2s_e^l s_l^a & 0 \\ nc + f_2 & n(s_e^g/K^a - c) - f_2 & 0 & 2s_e^g & 0 \\ s_e^l - cp^l + cp^g & s_e^g + cp^l - cp^g & 0 & -D_{11} - D_{12} & 0 \\ s_e^l - cp^l + cp^g & s_e^g + cp^l - cp^g & 0 & -D_{31} - D_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta p^l \\ \Delta p^g \\ \Delta s_l^w \\ \Delta \varepsilon_x \\ \Delta \sigma_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -s_e^l s_l^w \Delta \varepsilon_z \\ -s_e^l s_l^a \Delta \varepsilon_z \\ -s_e^g \Delta \varepsilon_z \\ D_{13} \Delta \varepsilon_z \\ D_{33} \Delta \varepsilon_z \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここに，n は間隙率（全体積に対する液相と気相の和の割合），c は水分特性曲線から算定される比水分容量，K_w は水の体積弾性係数，K_a は空気の体積弾性係数，D_{ij} は接線剛性マトリックスである．また，本式中の f_1, f_2 は封入空気と連続空気の交換に関わる部分であり，繰返し載荷の各ステップで封入空気の質量変化 Δm_{la} および連続空気の質量変化 Δm_g が $\Delta m_{la}+\Delta m_g=0$ を満足するものとする．

ここでは三軸供試体の軸方向を z 軸，側方の 2 成分をそれぞれ x 軸，y 軸としており，$\Delta\varepsilon_x=\Delta\varepsilon_y$ である．この式では，入力変数である軸ひずみ増分 $\Delta\varepsilon_z$ を与えることで，未知数である土骨格の側方ひずみ増分 $\Delta\varepsilon_x$，軸方向の全応力の増分 $\Delta\sigma_z$，液相に含まれる自由水の飽和度増分 Δs_w^l，液相の圧力増分 Δp^l および気相の圧力増分 Δp^g を算定できる．なお，間隙に対する液相の有効飽和度増分 Δs_e^l は水分特性曲線を活用し，サクションの増分 $\Delta p^c=(\Delta p^a-\Delta p^w)$から算定する．

水分特性曲線には，van Genuhten モデルをベースとした Galipolli らの間隙比の変化を考慮できるモデルを用いる．また，実際の解析上は本水分特性曲線を主吸水曲線として，Zhou らの手法により記述される走査曲線を用いる [4)]．

土骨格の構成式には簡易な繰返し弾塑性構成式 [4), 5)]を用いた．具体的には，相当応力比一定型の降伏関数，非線形移動硬化則，非関連流動則，Cam-Clay 型の塑性ポテンシャル関数を用いた．非線形移動硬化則の硬化パラメータは，繰返し載荷ごとでリセットされる塑性相当ひずみの大きさに応じて低減する．また，不飽和状態への拡張として，サクションに応じたダイレイタンシー係数によっての塑性体積ひずみの大きさを調整することや，減少する間隙比に応じて硬化パラメータが大きくなることとしている．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．数値解析例

応力制御条件での不飽和繰返し三軸試験を想定した数値シミュレーションを実施した．非排気・非排水条件，側方応力一定条件のもと，いずれのケースにおいても基底応力の大きさを25kPa, 繰返し載荷応力は両振幅で20kPaとし，この応力振幅に到達すると軸ひずみ増分を反転させる条件での載荷を行った．後述するいずれのケースにおいても初期サクションは p^c＝10kPa（p^l=0kPa，p^g=10kPa とする），初期飽和度 S_r＝60%とした．

解析ケースは以下のように設定した．Case1 では提案手法を用いるものの，初期の有効飽和度 s_e^l＝60%，自由水飽和度 s_l^w =99.9%とし封入空気がほぼゼロであり，繰返し載荷中も $\Delta m_{la}+\Delta m_g=0$ を満足し相変化がない．Case2 では Case1 と初期条件は同一であるが，繰返し載荷中の相変化が生じるパラメータ設定とした．Case3 は初期の有効飽和度 s_e^l＝75%，自由水飽和度 s_l^w =80%であり，載荷初期から封入空気が間隙水中に存在している．

解析結果を Fig.2 に示す．ケースごとに，繰返し回数と間隙水圧・空気圧・サクション，Fig.1 中の 3 種の飽和度（S_r, s_e^l および s_l^w），平均骨格応力，軸ひずみ，体積ひずみの時刻歴を示している．いずれのケースにおいても，繰返し載荷中に間隙水圧，空気圧の上昇と共にサクションが低下することで平均骨格応力が減少し，軸ひずみおよび体積ひずみが増加する挙動を示している．ただし，いずれのケースにおいても初期サクションが大きいため，引張側に軸ひずみが蓄積されており，両振幅軸ひずみが 30%に到達しても平均骨格応力はゼロまでは減少していない．Case1 では質量交換がないと仮定しているため，サクションの低下により載荷の後半で飽和度 S_r と同様に有効飽和度 s_e^l が増加する一方で，自由水飽和度 s_l^w が減少するようなことはない．

これに対して Case2 では繰返し載荷中に相間の質量交換が行われており，有効飽和度 s_e^l が増加するとともに，自由水飽和度 s_l^w が減少している．これは，繰返し載荷に伴って連続空気が封入空気に遷移していることを表している．その結果，Case1 と比較すると繰返し載荷の初期の段階からサクションの低下量が大きく，少ない繰返し回数で平均骨格応力が減少し，軸ひずみ・体積ひずみが増加している．封入空気はサクションの効果としての寄与がないことを数値解析で表現できている．

Case3 の解析では，繰返し載荷の開始から途中まで上記の質量交換はほとんどなく，体積ひずみの増加により自由水飽和度 s_l^w が微増している．そして，繰返し載荷の初期から間隙空気圧がほとんど上昇しない一方で間隙水圧は上昇を続け，繰返し回数 28 回付近でサクションがゼロとなっている．しかしながらサクションがゼロとなった後の繰返し載荷によって間隙水圧・空気圧は増加を続け，骨格応力の減少・ひずみの増加が継続している．このような現象は室内試験で観察された [4]ものの既往の解析では表現が難しく，本手法を導入した効果が発揮されていると考えられる．

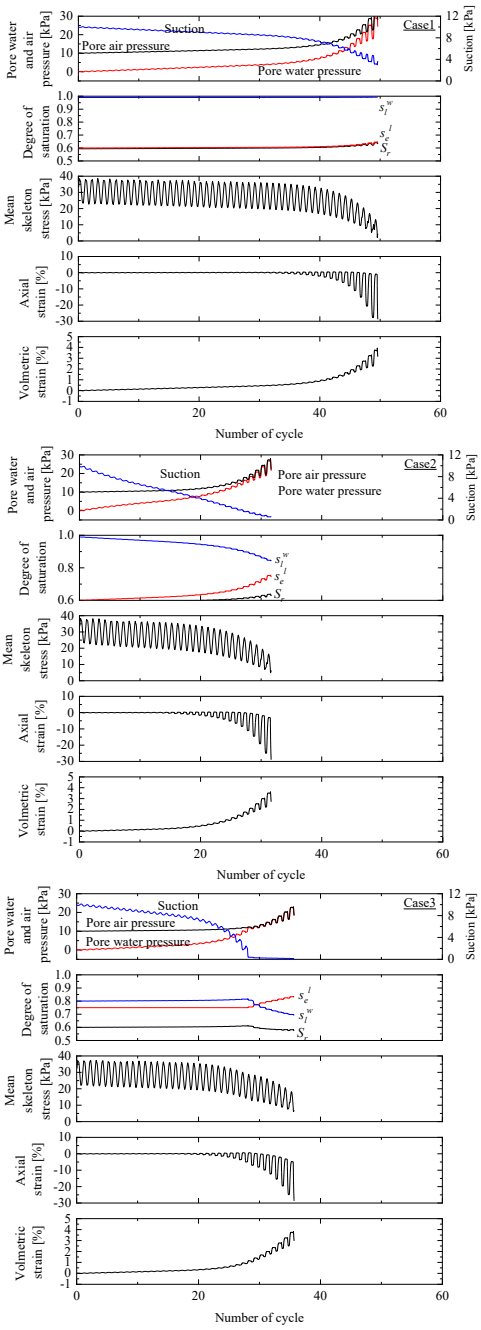


Fig. 2　Results of numerical simulations

謝辞

本研究は，JSPS 科研費 21H01423（代表：海野寿康）の助成を受けて実施したものです．ここに記して御礼申し上げます．

参考文献

1) 海野寿康，緑川雄介：水分状態を変化させた不飽和土の繰返しせん断変形特性，日本地震工学会論文集，Vol.19, No.5, pp.170-183, 2019.
2) 吉川高広，野田利弘：新たに定義する有効飽和度に基づく水～土骨格連成有限変形解析コードの開発と検証，第 30 回中部地盤工学シンポジウム, 2018.
3) 海野寿康，渦岡良介，仙頭紀明，風間基樹：不飽和砂質土の繰返しせん断変形解析における間隙空気圧のモデル化の影響，土木学会論文集 C（地圏工学），Vol.69, No.3, pp.386-403, 2013.
4) 松丸貴樹，渦岡良介：間隙変化を考慮した水分特性曲線と土骨格の構成式を用いた不飽和繰返し三軸試験の解析，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.72, No.2, pp.323-334, 2016.
5) 松丸貴樹，渦岡良介：不飽和土の繰返し弾塑性構成式を用いた三相系多孔質体理論に基づく盛土の地震応答解析，土木学会論文集 C（地圏工学），Vol.70, No.4, pp.395-411, 2014.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

粒度分布が土砂流動の到達距離に与える影響
Effects of Particle Size Distribution on Run-out Distance of Sediment Flows

森口　周二（東北大・工）　　渡邊　大規（東北大・工）　寺田 賢二郎（東北大・工）
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
Daiki WATANABE, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: s_mori@irides.tohoku.ac.jp

This study presents the effects of particle size distribution on granular flows. Different particle size distributions are represented in granular flow simulations with a simple slope model, and flow behaviors and run-out distance are examined. According to the obtained results, the run-out distance is underestimated under the condition of monodisperse granular model. In addition, it is clear that there exists strong correlation between run-out distance and degree of particle size segregation of granular model. Therefore, particle size distribution should be taken into account for safety evaluation of run-out distance of sediment flows.

1　緒言

地震や豪雨によって発生する土砂災害の被害は甚大なものであり，世界中で多くの経済損失と人的被害を発生させている．その事前リスク評価を目的として，様々なモデルが提案されている．特に，個別要素法(DEM: Discrete Element Method)[1]は有効な数値解析手法の 1 つとして知られている．ただし，DEM の中で粒度分布を考慮した場合には，計算コストが高くなるため，計算コストを低減させることを目的として，単一粒径で構成される土砂モデルを使用することが多く，粒度分布が土砂流動に与える影響については十分な知見が蓄積されていないのが現状である．よって，本研究では，DEM を用いた一連の土砂流動解析を実施し，粒度分布が解析結果に与える影響とそのメカニズムについてすることを目的とする．

2　土砂流動解析

本研究では，商用 DEM 解析ソフトの 1 つである Rocky DEM[2]を用いて解析を実施した．Fig.1 は使用した斜面モデルのイメージである．斜面角度については，30,45,60,75 度の 4 種類の条件でそれぞれ土砂流動解析を行った．なお，再現性のチェックのため，同一条件に対して 3 回の試行回数で解析を実施した．

2.1　粒度分布モデルの作成

各粒子の粒径 d_i は次式によって決定する．

$$d_i = d_{i-1}\left(\frac{d_n}{d_1}\right)^{\frac{1}{n-1}} \quad (i = 2, \cdots, n) \quad \text{if } n \geq 2 \qquad (1)$$

ここで，n は粒度分布を構成する粒径の種類の数，d_1 が最小粒径，d_n が最大粒径である．$n = 1$ の粒径については，$n = 10$ の 50%粒径と等しくなるように設定した．なお，本研究では，粒径が 0.5~2.0cm と 1.0~4.0cm の 2 種類の粒径範囲を考慮した．また，各粒径の要素合計の質量を式(2)によって決定した．

$$m_d = \frac{m}{n} \qquad (2)$$

ここで，m_d は各粒径の要素合計の質量，$m\ (= 12\ \mathrm{kg})$ は土砂の総質量である．よって，各粒径の全要素の質量の合計は粒度分布モデルごとに一定となる．以上から決定した各ケースの粒径加積曲線（$n = 1, 3, 6, 10$のみ表示）を Fig. 2 に示す．先述のように，全体の質量は一定であり，最小粒径と最大粒径の幅が統一される考え方に基づいて粒度分布を変化させているため，粒度分布に特化した分析が可能となっている．

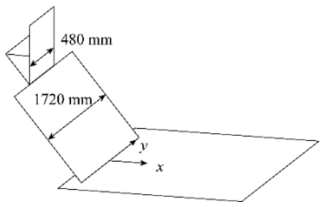


Fig. 1 Model slope.

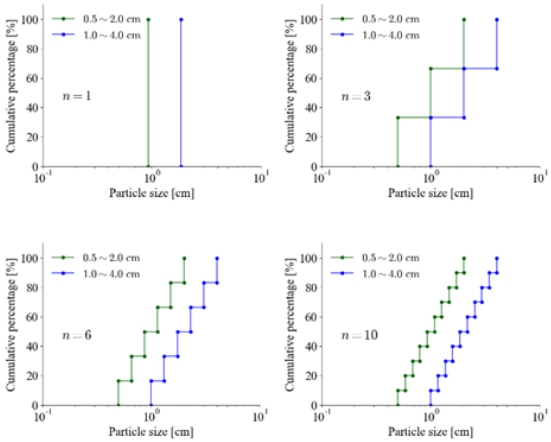


Fig. 2 Particle size distribution models.

2.2　到達距離を評価する指標

到達距離を評価するための指標として，累積質量到達距離 L_f を次式で定義する各粒子の到達距離 r_j を用いて算出した．

$$r_j = \sqrt{x_j^2 + y_j^2} \quad (j = 1, \cdots, p) \qquad (3)$$

ここで，j は粒子番号，p は粒子数，x_j, y_j はそれぞれ斜面下端中央を原点とする座標値である．r_j を計算するための座標軸の方向は Fig. 1 に示す通りである．累積質量到達距離 L_f は，総質量のうち累積質量が f % となる到達距離として定義した．

2.3　粒度分布が土砂の到達距離に与える影響の評価

DEM 解析によって得られた結果の 90 % 到達距離を調べ，単一粒径の結果を基準とする比をとることで正規化した．正規化した到達距離と土砂を構成する粒径の数の関係を Fig. 3 に示す．先述のように，2 種類の粒径範囲を考慮したが，得られた傾向はほぼ同じであるため，ここでは 1.0~4.0cm の粒径範囲の結果のみを示す．各粒度分布モデルの L_{90} の $\pm\sigma$（σ は標準偏差）を同

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

様に正規化した比の幅も合わせて示している．この図から，どの斜面角度においても到達距離は単一粒径の条件で最も短くなり，2 粒径で構成される土砂で最も長くなることが確認された．また，粒径の種類の数の増加とともに，到達距離が収束する傾向にあることも確認できる．2 粒径で構成される土砂の到達距離が卓越した理由の 1 つとして，土砂流動中の粒子の偏析が考えられる．実際，2 粒径で構成された土砂の流動中に大きな粒子が小さい粒子で形成された層の上に浮き上がることを視覚的に確認した．この現象は粒径の数が増加すると抑制される傾向も確認している．このように底面付近で粒径の小さい粒子の層が形成されたことで，土砂の内部でローラー効果が発生し，Linares-Guerrero et al.[3]が論じたように土砂と斜面の摩擦が低減し，エネルギー損失が抑制されたことで，到達距離が長くなったと考えられる．

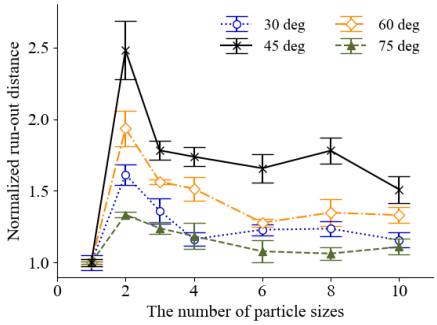


Fig. 3 Normalized run-out distance(1.0 ~ 4.0 cm).

3　粒子の偏析特性の定量化

各粒度分布モデルの偏析特性を調べるために，一連の振動解析を行った．この振動解析では，土砂流動解析と同じ土砂モデルを Fig. 4 に示す円筒容器モデル内で振動させることで粒子の偏析を発生させた．振動解析に必要な振幅と振動数は Schröter et al.[3]の研究を参考に決定した．偏析の程度を示す指標には，Arntz et al.[4]が提案した混合指標 Ψ を採用した．混合指標 Ψ は Fig. 4 に示すように，容器を仮想的に分割したセルの中の粒子数を調べることで計算される．本研究では，高さ方向にセル分割している．具体的には，混合指標 Ψ は次式によって定義される．

$$\Psi = \frac{S}{S_{\mathrm{mix}}} \tag{4}$$

$$S = \sum_{l} \left(n_l \sum_{k} x_k^l \ln x_k^l \right) \tag{5}$$

ここで，l, n_l, x_k^l はそれぞれセル番号，セル l 内の全粒子数分率，セル l 内の粒子 k の粒子数分率である．$\Psi = 0, \Psi = 1$ はそれぞれ完全偏析状態，完全混合状態を表している．粒状体が完全混合状態にある場合には，セル l 内の粒子 k の粒子数分率が系全体の粒子 k の粒子数分率と等しくなるという仮定のもと，S_{mix} は次式のように定義される．

$$S = \sum_{k} x_k \ln x_k \tag{6}$$

ここで，x_k は系全体の粒子 k の粒子数分率である．

各土砂モデルを先述の条件にしたがって 1000 回以上振動させた．振動による粒子の偏析を混合指標を用いて定量化した結果を Fig. 5 に示す．この図から，2 粒径で構成される土砂モデルが最も偏析しやすく，土砂を構成する粒径の数が多いほど偏析しにくい傾向が明らかである．この結果は，粒度分布特性が土砂の到達距離に影響を与えることを裏付けるものである．

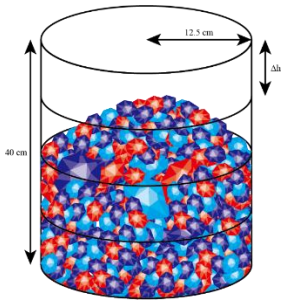


Fig. 4 Granular model in the cylindrical container with virtual cells.

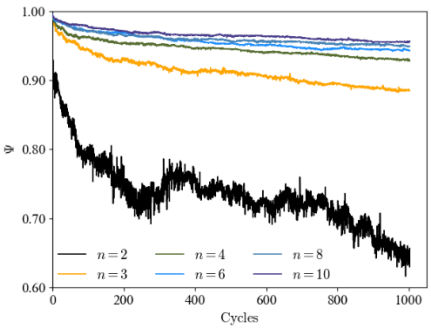


Fig. 5 Degree of size segregation for each granular model(1.0 ~ 4.0 cm).

4　結論

本研究では，DEM を用いた数値シミュレーションにより，粒度分布が土砂流動の到達距離に与える影響の評価を行った．その結果，単一粒径で構成された土砂の到達距離が最も短くなることが明らかとなった．最も長い到達距離は 2 粒径で構成された土砂において発生し，粒径の数が増えると到達距離は一定値に収束することが確認された．また，この傾向は斜面角度が異なる条件でも成立することが確認された．このように土砂の到達距離が長くなる理由として，土砂流動中の粒子の偏析に着目した．振動解析の結果から，各粒度分布モデルには固有の偏析特性が存在すること，またそれによって流動中の偏析の度合いや偏析に伴うローラー効果の程度が変化することを確認した．ローラー効果によって土砂のエネルギー散逸が低減されると考えられるため，偏析特性が土砂の到達距離に影響を与えていると結論付けられる．

以上の結果から，単一粒径で構成された土砂を用いると，土砂の到達距離の過小評価につながる可能性が非常に高いことから，精度よく評価するためには，粒度分布を考慮した土砂モデルを用いることが重要であるといえる．

参考文献

1) Cundall, P. A.: A computer model for simulation progressive, Large-scale movement in blocky rock system, *Proceedings of the International Symposium on Rock Mechanics*, 1971, 1971.
2) ESSS: ROCKY DEM Inc, 2015, Software version 4.4.2.
3) Linares-Guerrero, E., Goujon, C. and Zenit, R.: Increased mobility of bidisperse granular avalanches, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 593, p. 475, 2007.
4) Arntz, M., den Otter, W. K., Briels, W. J., Bussmann, P., Beeftink, H. and Boom, R.: Granular mixing and segregation in a horizontal rotating drum: A simulation study on the impact of rotational speed and fill level, *AIChE journal*, Vol. 54, No. 12, pp. 3133—3146, 2008.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Rheology of Segregated Bi-disperse Granular Flow in An Inclined Plane

Haoran JIANG, University of Tsukuba
Xiaoyu JIANG, University of Tsukuba
Takashi MATSUSHIMA, University of Tsukuba
E-mail: s2130189@s.tsukuba.ac.jp

Some previous contributions found that the rheological properties of bi-disperse flows fall in the $\mu(I)$ rheology framework established for monodisperse ones[1, 2], while the exact relations remain unclear. In this work, we computationally explore the influence of the bidispersity on the rheology of steady, dense bi-disperse flows by performing inclined plane simulations using 2D discrete element method. It was found that the linear function of $\mu(I)$ and $\phi(I)$ can be adopted in bi-disperse systems, while their material constants are affected by the particle size ratios and the local volume ratio.

1. Introduction

Efforts made over the past decades have led better understanding of the rheology of dry granular materials in the dense state[1, 2]. A representative rheological law—$\mu(I)$ rheology model accounts for the relations between the effective friction ($\mu = \sigma_t/\sigma_n$, where σ_n and σ_t denote the normal and shear stresses), and solid fraction (ϕ), through a dimensionless inertial number:

$$I = \dot{\gamma} d\sqrt{\rho/\sigma_n}, \quad (1)$$

where $\dot{\gamma}$, d and ρ represent the shear rate, particle size and material density. The values of I correspond to different flow regimes and typically an intermediate value (0.001∼0.3) indicates a dense flow regime. For this regime, the $\mu(I)$ model describes the dependency of μ and ϕ on the inertial number as below:

$$\mu = \mu_0 + AI, \quad (2)$$

$$\phi = \phi_0 - BI. \quad (3)$$

This model has been tested through extensive experiments and simulations[1, 2] for monodispersed systems. However, the applicability of it for bi-disperse systems remains unclear. Rognon et al.[3] found that the rheological properties of bi-disperse flows fall in the same framework with monodispersed one by substituting d in Eq. (1) with a mean particle size $\langle d \rangle = f^L d^L + f^S d^S$, where f^L and f^S denote the local concentrations of two constituents. However, their results also showed the $\mu(I)$ and $\phi(I)$ relations are strongly influenced by the compositions of bi-disperse systems. Consequently, this work aims to provide a detailed description of the rheological law for bi-disperse systems via the 2D discrete element method (DEM) [4].

2. Description of bi-disperse granular simulations

2.1. Numerical experiments

We simulate a two-dimensional slope θ tilted from 17° to 25°, as the configuration described in Fig. 1(a). By imposing a periodic boundary condition in the streamwise direction, we are permitted to achieve an infinitely long simulation time which ensures that the flow can reach a steady state. Particles with two different sizes (denoted by d^L and d^S, and a small dispersity of ±5% is introduced to avoid crystallization) are perfectly mixed on the plane at first and start to flow due to gravity. For the bottom part, we glue the small particles disorderly to a bottom wall to avoid sliding and strain localization. The initial height of the samples is $H \simeq 80\ d^S$ and the length is $L = 120\ d^S$ for all simulations, i.e., the total volume is fixed irrespective of the system compositions.

In this work, we mainly discuss the rheological properties and applicability of $\mu(I)$ rheology for different bi-disperse samples, i.e., with various size ratios ($S_r = d^L/d^S$, vary from 1.5 to 5) or various mixing ratios ($V_r = V^L/(V^L + V^S)$, defined as the volume ratio between the large ones and total particle space, vary from 0.3 to 0.7), under the shear effects provided by different chute inclinations θ. Moreover, since the influence of interaction parameters is not significant for the rheology of dense systems unless their values are set extremely[2, 3], in the following, the coefficients of restitution $e_n = e_t = 0.5$, the inter-particle friction $\mu_p = 0.5$ and the spring stiffness $k_t/k_n = 0.5$ (also $\rho g H/k_n < 5 \times 10^{-4}$ is guaranteed to avoid large penetrations) are maintained for all the contacts.

2.2. General behavior

A uniform, steady regime is deemed to be reached only when both the mean velocity and segregation extent (particle size segregation occurs in our simulations due to the presence of stress gradient, as reported in many studies[5]) do not show obvious variations over 50s. Enough raw data of the steady state allow us to calculate time-averaged values from many configurations as well as spatial mean values along the vertical axis (by taking slices over the y-axis, see as Fig. 1(b)).

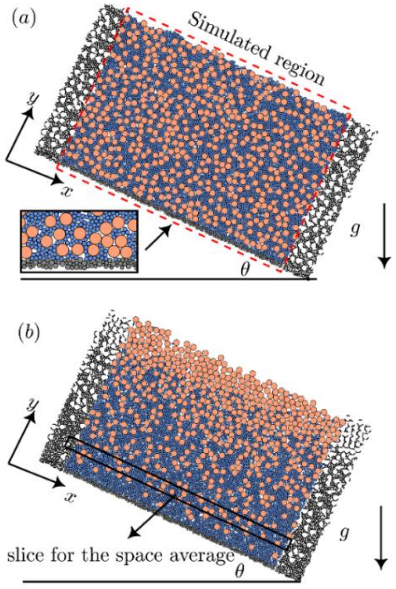


Fig. 1. Sample of bi-disperse granular flow with $S_r = 3.0$ and $V_r = 0.50$ (a) in the initial state ($t = 0$) and (b) after steady state is reached and segregation has occurred ($t = 100$s). The inclination is $\theta = 25°$. A zoom is shown in the inset of (a) and a slice for the space average is shown in (b).

3. Results and discussion

We first summarize the obtained $\mu(I)$ and $\phi(I)$ relations of the bi-disperse flows in Fig. 2, and for comparison purposes, we also present the monodisperse results in the figure. Note that only representative data are displayed in Fig. 2. It is found that the effective friction linearly increases and the packing fraction linearly decreases as the inertial number increases, which shows Eqs. (2) and (3) also hold in bi-disperse cases. On the other hand, the constants in Eqs. (2) and (3) that are μ_0, ϕ_0, A and B are affected both by the size ratio, S_r and the local volume concentrations of larger particles f^L, as shown in Fig. 2 by the linear fitting lines for different S_r and f^L.

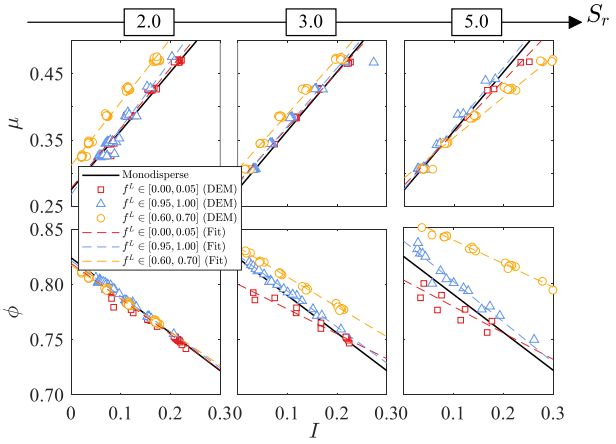


Fig. 2 $\mu(I)$ and $\phi(I)$ relationships described by DEM data (colored markers) and fitted curves via Eq. (2) and Eq. (3) (dotted lines) for $S_r = 2.0$, 3.0 and 5.0. Black line denotes results from the monodisperse case performed with same parameters.

Figs. 3 and 4 shows how the above four constants are affected by the varying S_r and f^L. The dashed lines are the values of mono-disperse system. Regarding ϕ_0 in Fig. 4(a), the solid fraction in the quasi-static limit, we found that the maximum value occurs at approximate $f^L = 0.6 \sim 0.7$, nearly regardless of the particle size ratio S_r, and the peak of the curve increases in increasing S_r. This observation is consistent with many previous studies on the packing of bi-disperse granular systems[7]. On the contrary, the value of B, the decreasing rate of ϕ with respect of I, decreases with increasing S_r in Fig. 4(b). This implies that the deviation from the monodisperse system increases with I.

As for μ_0, the effective friction in the quasi-static limit, Azema et al.[9] reported that the shear strength is nearly independent of S_r. According to Fig. 3(a), however, we observe a slight dependence both of S_r and f^L on μ_0, which may be correlated with the dependence of the solid fraction ϕ_0. The value of A, the increasing rate of μ with respect of I, decreases with increasing S_r. The mechanism of the observed trend of A and B is not very clear so far, and further investigation is needed.

4. Conclusions

In the chute flows simulated in this work, the analysis of the rheological properties reveals the influence of the bidispersity on the shear strength and solid fraction. It was found that the linear relations Eqs. (2) and (3) are valid not only the monodisperse system but also bi-disperse system up to its size ratio of 5. However, the material parameters μ_0, ϕ_0, A and B were found to be the function of the size ratio, S_r, and the local volume fractions of large components, f^L. The values of the quasi-static limit, μ_0 and ϕ_0 can be understood based on the previous research, while the physical interpretation of the effect of S_r and f^L on A and B is still under investigation.

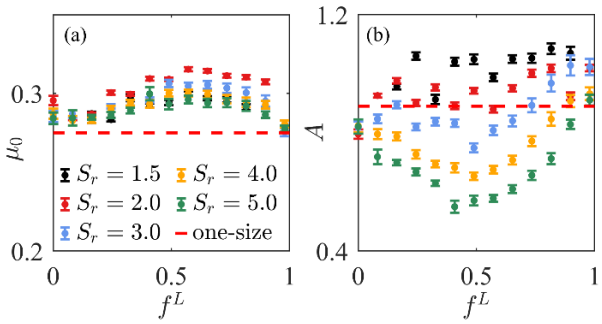


Fig. 3. Fitted values of (a) μ_0 and (b) A as functions of f^L for all values of S_r. Error bars represent the standard deviation of the fit and fit functions refer to Eq. (2).

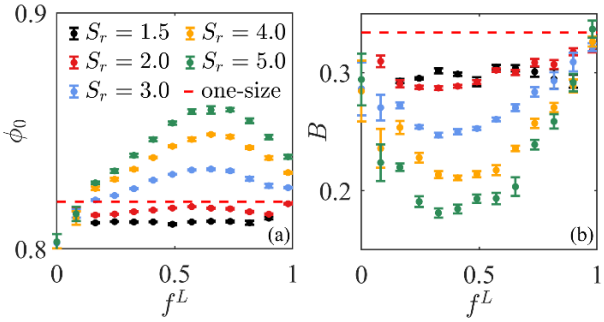


Fig. 4. Fitted values of (a) ϕ_0 and (b) B as functions of f^L for all values of S_r. Error bars represent the standard deviation of the fit and fit functions refer to Eq. (3).

References

1) GDR MiDi gdrmidi@ polytech. univ-mrs. fr http://www. lmgc. univ-montp2. fr/MIDI/, 2004. On dense granular flows. The European Physical Journal E, 14, pp.341-365.
2) Da Cruz, F., Emam, S., Prochnow, M., Roux, J.N. and Chevoir, F., 2005. Rheophysics of dense granular materials: Discrete simulation of plane shear flows. Physical Review E, 72(2), p.021309.
3) Rognon, P. G., Roux, J. N., Naaïm, M., & Chevoir, F. (2007). Dense flows of bidisperse assemblies of disks down an inclined plane. *Physics of Fluids*, *19*(5), 058101.
4) Cundall, P.A. and Strack, O.D., 1979. A discrete numerical model for granular assemblies. *geotechnique*, *29*(1), pp.47-65.
5) Savage, S.B. and Lun, C.K.K., 1988. Particle size segregation in inclined chute flow of dry cohesionless granular solids. *Journal of fluid mechanics*, *189*, pp.311-335.
6) Azéma, E., Linero, S., Estrada, N., & Lizcano, A. (2017). Shear strength and microstructure of polydisperse packings: The effect of size span and shape of particle size distribution. *Physical Review E*, *96*(2), 022902.
7) Ueda, T., Matsushima, T., Yamada, Y., A micromechanics model on shear strength of binary granular assemblies, Journal of the applied mechanics, JSCE, 12, 507-518, 2009.

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

第４部門①

座長:井上 卓也(広島大学)

2022年5月28日(土) 09:00 ～ 10:00 D会場 (オンライン)

[2D01-04-01] 大気圧変動・地表流・地下水流を連成した物理水文モデルの開発

*高橋 範仁[1]、風間 聡[2] （1. 株式会社建設技術研究所、2. 東北大学大学院 工学研究科）

09:00 ～ 09:15

[2D01-04-02] 一般座標系を用いた湾曲水路の横越流に関する３次元数値解析

*ほう きいん[1]、音田 慎一郎[1] （1. 京都大学）

09:15 ～ 09:30

[2D01-04-03] 鉛直管内の人工的な螺旋流の形成による排水機能

*安田 陽一[1]、村野 哲太[2] （1. 日本大学理工学部土木工学科、2. 日本大学大学院理工学研究科土木工学専攻）

09:30 ～ 09:45

[2D01-04-04] 位相差をもって回転する２つのサボニウス型回転装置の相互作用に関する数値的研究

*皆川 晶子[1]、河村 哲也[2] （1. お茶の水女子大学、2. 放送大学）

09:45 ～ 10:00

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

大気圧変動・地表流・地下水流を連成した物理水文モデルの開発
Development of physical phenomena based hydrologic model employed monolithic technique for combine different hydrodynamical equations

高橋 範仁（株式会社 建設技術研究所）　風間 聡（東北大学大学院 工学研究科）
Norihito TAKAHASHI, CTI Engineering Co., Ltd.
So KAZAMA, Graduate School of Engineering, Tohoku University
E-mail: takahashi-norihito@ctie.co.jp

To evaluate the impact of the barometric pressure drop caused by the super typhoon on flood flow is important. This paper studied effect of barometric pressure change to free water level of land area such as ground water level, surface water level using physical phenomena based hydrologic model. The simulation results clearly show that barometric pressure drop make free water level increase as same as sea area.

１．はじめに

近年，毎年のように大規模な洪水氾濫が発生し，多くの死傷者や甚大な被害が発生している．国土交通省では，「水災害分野における気候変動適応策のあり方について [1]」の答申で，2013 年 11 月にフィリピンに上陸したスーパー台風（台風 30 号 HAIYAN）が中心気圧 895hPa にまで発達した気圧降下が引き起こした高潮と，それによる甚大な被害について言及し，気候変動による水害の外力増加に対する対策の基本方針を述べている．一方，「気候変動を踏まえた治水計画のあり方 [2]」の提言では，気候変動を踏まえた治水対策として，河川整備基本方針や河川整備計画の見直しを提案している．その方法として，d4PDF などの気候変動予測モデルを活用した将来降雨の予測データの分析に基づいた降雨量変化倍率を活用し，基本高水を設定すべきことを示している．

これらを鑑みると，気候変動を踏まえた治水対策を論ずる上で，今後来るべき巨大台風による気圧降下が洪水流量形成に与える影響を適切な手法で評価し，その影響を把握した上で，河川整備等の治水計画を立案することは極めて重要である．

そこで，本研究では，大気圧変動・地表流・地下水流を連成した物理水文モデルの開発し，大気圧変動が地中および地表の自由水面に与える影響について基礎的な検討することを目的とする．

２．物理水文モデルの概要

著者らは既報告 [3]にて，先行降雨の地下層へ浸透の影響を物理的に評価し，先行降雨が洪水流量形成に与える影響を検討することを目的とし，2 次元地表流と 3 次元地下水流を連成した物理水文モデルを開発した．本研究では，地下水流の運動方程式における圧力水頭について，標準大気圧を基準として固定していたものを未知数として取り扱うことで，大気圧変動の影響を連成する．以下に，当該物理水文モデルの支配方程式を示す．

【質量保存則】 $\nabla\cdot\left(Q_{k,p}\right)-q_p=\frac{\partial}{\partial t}\left(\phi S_p\right)$ (1)

$$S_a=1-S_w \quad (2)$$

【地表流】 $$Q_{sf,w}=-\frac{1}{n}R^{\frac{2}{3}}\frac{1}{\left|\frac{\partial z}{\partial x}\right|^{\frac{1}{2}}}\nabla(h+z)A \quad (3)$$

$$=-\frac{1}{n}\frac{1}{\left|\frac{\partial z}{\partial x}\right|^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{WH}{2HS_w+W}\right)^{\frac{2}{3}}S_w^{\frac{5}{3}}\nabla(H(0.5-S_w)+z)A \quad (4)$$

【地下水流】 $$Q_{gd,p}=-\frac{Kk_{rp}}{\mu_p}\nabla\left(P_p+\rho_p gz+P_b\right)A \quad (5)$$

$$P_w=P_a-P_c \quad (6)$$

ここに，$\nabla\cdot$:x-y-z 方向の発散，∇:x-y-z 方向の勾配，k:流れの種別(地表流 *sf*, 地下水流 *gd*)，p:相(水 *w*, 空気 *a*)，ϕ:空隙率(無次元)，S_p:p 相の飽和度，q_p:p 相の生産・排水，R:流路の径深，z:標高(m)，h:水深(m)，A:断面積(m²)，W:流路の幅(m) ，H:流路の高さ(m)，K:浸透率(m²)，k_{rp}:p 相の相対浸透率(無次元)，P_p:p 相の圧力(Pa)，P_c:毛細管圧力(Pa)，P_b:大気圧(Pa)，μ_p:p 相の粘性係数(Pa・s)，ρ_p:p 相の密度，g(kg/m³):重力加速度(m²/s)

【残差方程式】

$$\vec{R}(x_i)=M_m^{p,n+1}-M_m^{p,n}-\frac{\Delta t}{V_m}\left(\sum_{face=1}^{6}Q_{nm}^{p,n+1}+V_m q_m^{p,n+1}\right) \quad (7)$$

$$\vec{R}(x_i+\Delta x_i)=\vec{R}(x_i)+\frac{\partial\left(R(x_1,\ldots,x_{NEL\times NPH})\right)}{\partial(x_1,\ldots,x_{NEL\times NPH})}\Big|_{x_i}\overrightarrow{\Delta x_i}+\cdots=0 \quad (8)$$

$$-\frac{\partial\left(R(x_1,\ldots,x_{NEL\times NPH})\right)}{\partial(x_1,\ldots,x_{NEL\times NPH})}\Big|_{x_i}\overrightarrow{\Delta x}=\vec{R}\left(x_{i=1,NEL\times NPH}\right) \quad (9)$$

ここに，p:相(水 *w*, 空気 *a*)，n:解析ステップ，m:グリッド番号，$NEL\times NPH$:グリッド総数×相数，$\vec{R}(x_i)$:マスバランスエラー(m^3)，M:体積(m^3)，V:グリッドの体積(m^3)，Q:隣接するグリッド間 *nm* の体積流量(m^3/s)，x_i:未知数

地表流の運動方程式は，矩形断面を仮定した Manning 型の Kinematic Wave に，斜面勾配項に水深を付加した拡散波近似である．地下水流の運動方程式は，水と空気の 2 相 Darcy 流れである．また，登坂ら[4]の方法を用いて，地表流と地下水流を一体解法する強連成手法を採用した．当該強連成手法は，地表流の運動方程式を地下水流と同様の式形である式(4)に変形することで，地表流と地下水流をそれぞれの区別なく1つの方程式系に連立する．このため，浸透と湧出の境界条件は不要となる．すなわち，支配方程式の式形が異なる地表流と地下水流を強連成手法で一体解放することは，数値解析モデルの境界条件という仮定を排除することが可能となるため，地表流と地下水流の自然な相互作用をシミュレーションすることが可能となる．

支配方程式の未知数は，解析の安定性と質量保存性から，圧力水頭と水飽和度を未知数にする手法を採用した．空間方向の離散化は，7 point stencil を用いた有限体積法で行い，時間方向は完全陰解法の 1 階差分とした．支配方程式は，非線形方程式であるため，式(7)の残差方程式に変形し，テイラー展開で式(8)に線形化し，式(9)を Newton-Raphson 法で解法する方法 [5]を取った．残差方程式を数値微分して得られるヤコビ行列は，大気圧変動を連成することで，7重対角行列のバンド部分のフラックスの変動が増加することとなり，反復法による求解の効率性を低下させることになるため，解法は前処理付き Orthomin 法 [6]を採用した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

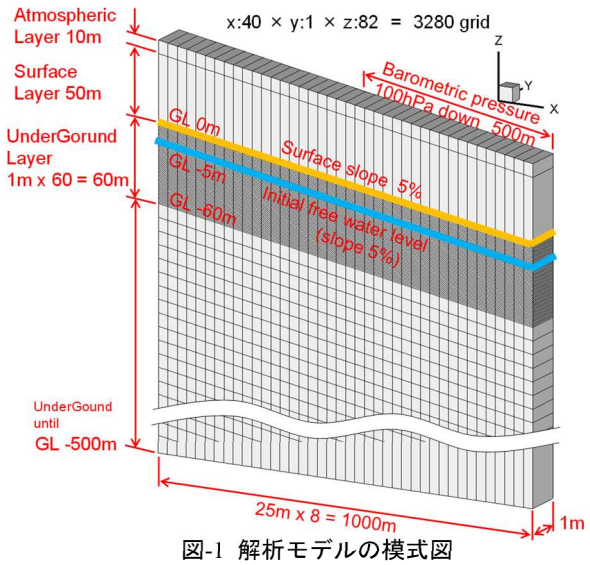


図-1 解析モデルの模式図

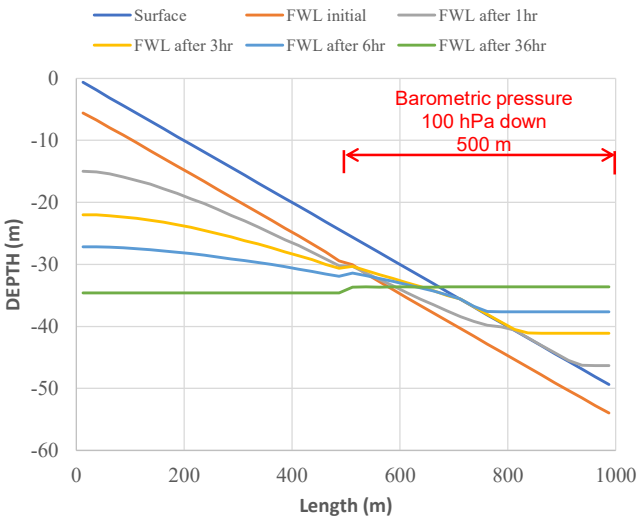


図-2 大気圧降下が生じた際の自由水面の変動履歴

３．大気圧変動を連成した数値実験

前項の物理水文モデルを用いて，大気圧変動を連成し，自由水面(Free Water Level)の変動を追跡する数値実験を行った．図-1 は，解析モデルの模式図である．x 軸プラス方向に，5%の下り勾配となっている．この下り勾配に合わせて，GL-5m に初期の自由水面を設定した．当該条件における自由水面の挙動として，左側の自由水面と右側の自由水面が各々の全水頭の釣合いを保つため，左側の自由水面は低下し，右側の自由水面は上昇することとなる．右側の自由水面が上昇し地表まで到達すると，自由水面は地表に湧出し，地表に水面が形成される．この挙動は，地中の自由水面と地表の自由水面の各々の全水頭が釣合うまで継続される．これを踏まえ，本数値実験では，標準大気圧 1,013.24hPa を基準とし，解析モデルの x 方向の右半分の 500m の区間で，大気圧を 100hPa 降下させた際の自由水面の変動を追跡した．

なお，解析グリッドの解像度は，x 方向 25m，z 方向は，大気層 10m，地表層 50m，地下層は GL-50m までは 1m で，それ以深は分割幅を粗くした．y 方向は 1 グリッドとし，断面図 2 次元の解析モデル構造とした．解析モデルの x 方向の幅は 1000m とし，z 方向の下端は GL-500m の深度までモデル化した．z 方向の下端は，モデル境界の下端が自然な流線の形成に悪影響を与えないように配慮したもので，図-1 に示す通り，自由水面は概ね GL-5m～-55m の約 50m の範囲で変動しているため，その 10 倍で解析モデルの下端を設定した．地下層の透水係数は，解析モデル全体で 1cm/s に設定しおり，高透水性な地質特性とした．これは台風が河川流域を通過することで，大気圧降下が 1 日程度の期間で一時的に発生した際，大気圧変動が地中および地表の自由水面に与える影響検討を目的としているためである．

数値実験の計算結果として，図-2 に x 方向の縦断的な自由水面の変動履歴を示す．全水頭の釣合いを保つため，左側の自由水面は低下に伴い，右側の自由水面が上昇しているのが確認できる．右側の地表に形成された水面は，河川流域のスケールで考えると，地下水が谷地形に湧出し，河川が形成されていると例えることができる．36 時間後の自由水面（FWL after 36hr）を見ると，大気圧を降下させた右側の自由水面は，左側の自由水面よりも約 100cm 上昇しているのが確認された．また，右側の自由水面は，大気圧低下がない場合の計算結果と比較して，約 30cm 程度の水位上昇が確認された．

海域では台風通過時の大気圧降下により海面の吸上げが起こり，高潮が生起する一要因となる．この海面の吸い上げ効果は，海面水位と大気圧の静的な釣合いで考えると，1hPa の気圧降下で，1cm の海面上昇が発生することになる．すなわち，100hPa の気圧降下で 100cm の海面上昇となり，大気圧変動を連成した本数値実験と一致する．このため，陸域においても，海域と同様に自由水面の吸い上げ存在するものと考えられる．ただし，自由水面の変動速度は，地質の透水性に依存するため，難透水性の地質で大気圧降下の期間が短い場合には，吸い上げ効果の影響は少なくなることが想定される．

４．まとめ

大気圧変動・地表流・地下水流を連成した物理水文モデルを用いて，大気圧変動が地中および地表の自由水面に与える影響について検討を行った．

陸域においても海域と同様に，大気圧降下により自由水面の吸上げが起こり，水位上昇することが確認された．この陸域における吸上げ効果は，河川の洪水流量形成にも影響を与える可能性が考えられる．今後，透水係数や斜面勾配，大気圧変動等の空間分布について感度分析を行う．

参考文献

1) 国土交通省 社会資本整備審議会:水災害分野における気候変動適応策のあり方について(答申)，2015.8.
2) 国土交通省 気候変動を踏まえた治水計画に係る技術検討会：気候変動を踏まえた治水計画のあり方(提言)，2021.4.
3) 高橋範仁，風間聡：平成 28 年台風第 10 号による二級河川小本川での洪水流量形成における先行降雨の影響，河川技術論文集，第 25 巻，pp.291-296，2019.
4) 登坂博行，et al：地表流と地下水流を結合した 3 次元陸水シミュレーション手法の開発，地下水学会誌，1996，38.4: 253-267.
5) Ruess, Karsten. et al : TOUGH2 user's guide version 2, 1999.
6) Pettersen, Øystein：Basics of reservoir simulation with the eclipse reservoir simulator. Lecture Notes. University of Bergen, 2006, 114.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3D Numerical Simulation of Lateral Overtopping Flows in Curved Channel Using Boundary Fitted Coordinate System

Qiyun PANG, Kyoto University
E-mail: pang.qiyun.36r@st.kyoto-u.ac.jp
Shinichiro ONDA, Kyoto University
E-mail: onda.shinichiro.2e@kyoto-u.ac.jp

In this study, a three-dimensional (3D) numerical model of open channel flows in boundary fitted coordinate system with density function method is used, and by applying the model to the previous experiments, the hydraulic characteristics of lateral overtopping flows around a side weir in curved channel are verified.

1. Introduction

Typhoon No.7 brought successive, extremely heavy rainstorm landed in western Japan and resulted in catastrophic floods in the summer of 2018. In this flood disaster, the water level rise in river flow over a short period of time led to the levee breaching, which caused severe damage in landside region. Therefore, methods that can predict flood flows and bed deformation around a levee are of great significance for flood mitigation.

On the other hand, side-weirs, or rather lateral overflow weirs, are river structures aimed to relieve flood risks by leading flood flows that exceed the capacity of river channels to a reservoir. To examine the characteristics of lateral overflows, side-weirs set on straight channel have been widely studied and attracted much meaningful research efforts[1), 2)]. However, because of the topography and the limitation of urban regulations, the side-weirs basically need to be constructed in the curved part of the river channel. Moreover, due to the influence of centrifugal force, secondary flow, and other factors, the hydraulic characteristics of river flows may differ from those in straight channels, so that the previous characteristics for straight channel may no longer be applicable, and more researches on side-weir flows in curved channel need to be conducted both experimentally and numerically.

Asai et al.[3)] and Kawamoto et al. [4)] have studied the various characteristics of the side-weir flows in curved channel, such as water surface profile, velocity distribution and outflow rate etc. through the several different experiments. Akiyama et al.[5)] developed a two-dimensional (2D) model governed by 2D shallow water equations to predict the side-weir flows in meandering channel. Though the prediction of discharge and inundation flow were satisfying and relatively accurate, the overall calculated water depth and velocities were slightly larger than the experiment, and it was also observed that overflows around side-weir were not accurately simulated. The reason why prediction errors were large may be the fact that the three-dimensionality of the flows near the side-weir brought by impact between water and wall is strong, and it is quite difficult for a 2D numerical model to simulate such sophisticate flows. In addition, the complex flow patterns, such as secondary flows, are also difficult to be simulated by a 2D model. For three-dimensional (3D) simulation, Bagherifar et al.[6)] predicted the discharge rate, water surface profiles, specific energy, and surface velocities in straight channel with circular cross section using FLOW-3D software. Though their model can predict characteristics of side-weir flows with suitable accuracy, their retangular grids cannot fit the circular boundary completely, making them use more grids to fit the boundary shape as closely as possible.

In this study, to compensate for the shortcomings of 2D model and fit any 3D complex geometry with less grids, a 3D RANS model is developed to analyze the flow fields around the side-weir of laboratory scale experiments in curved channel by Kawamoto et al. [4)]. This model is based on the finite volume method in the curvilinear coordinate system (or boundary-fitted grid) fitted to a complex boundary.

2. Governing Equations

The boundary fitted coordinate system is adopted for the 3D model so that a boundary-fitted grid can be generated in a curved channel, and the density function method is performed to capture water surface fluctuations in unsteady flows. The governing equations, by Onda et al.[7)], are as follows.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{g}} \frac{\partial V^i \sqrt{g}}{\partial \xi^i} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial V^i}{\partial t} + \nabla_j \left[V^i V^j \right] = F^i - \frac{1}{\rho} \mathrm{g}^{ij} \nabla_j p + \nabla_j [-\overline{v^i v^j}] + 2\nu \nabla_j S^{ij} \tag{2}$$

where t: time, ξ^i: spatial coordinates of the computational space, Φ: density function, V^i: contravariant component of velocity vector, v^i: contravariant component of the turbulent velocity vector, p: pressure, ρ: density of the fluid, F^i: contravariant component of gravitational acceleration.

A quadratic non-linear k-ε model is adopted in this numerical model.

3. Numerical Methods

In this study, the governing equations are discretized by the finite volume method (FVM) on the full staggered grids in boundary fitted coordinates system. The flow velocities in three directions are defined at central points of grid surfaces, while the pressure, density function, turbulence energy and turbulence energy dissipation rate are defined at the centroid of each cell.

The QUICK scheme is adopted to discretize the advection terms of the momentum equation, the TVD-MUSCL method is used to discretize the advection equation of Φ, and the governing equations of k and ε are discretized and solved through Hybrid method. The pressure is solved by using the SOLA algorithm which is extended into the form of curvilinear coordinate system. The time progression is completely explicit, by using 2nd order Adams-Bashforth method.

The wall function method is used for the boundary condition of fixed bed. To prevent blurring phenomenon of the gas-liquid interface due to numerical diffusion. The details about the numerical model are explained in the reference [7)].

4. Results and Discussions

Model validation was performed based on the experimental flow data measured by Kawamoto et al.[4)]. The flow parameters and hydraulic conditions were the same as the experiments [4)]. Fig. 1 and Fig. 2 show the schematic views of the experiment set-up and the side-weir in details. The experimental conditions are shown in Table 1. h_1, h_2, h_3 are the water depths at center of each

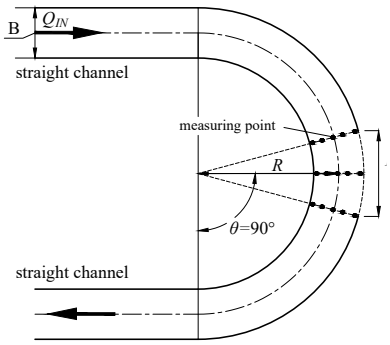


Fig. 1 Schematic view of experiment set-up

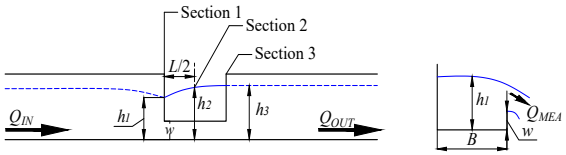


Fig. 2 Schematic view of side-weir

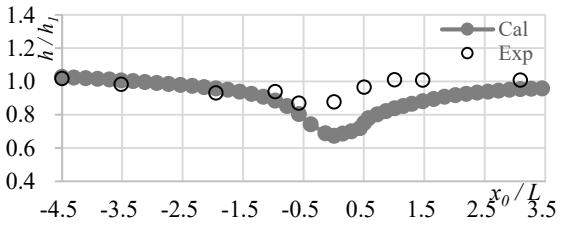


Fig. 3 Calculated and experimental water surface profiles

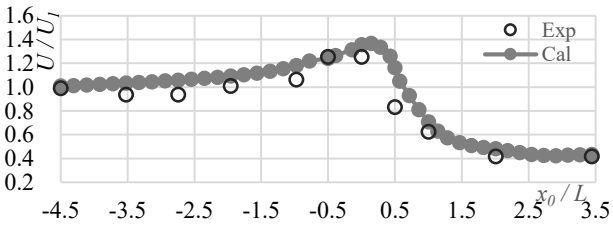


Fig. 4 Calculated and experimental velocity distributions

Table 1 Flow Conditions

Case	Length of side-weir L (cm)	Height of side-weir w (mm)	Q_{IN} (m^3/s)
1	20	0	0.0020
2	20	35	0.0020
3	20	0	0.0030
4	20	35	0.0030
5	20	0	0.0042
6	20	35	0.0042

section respectively, and Section 2 is set as the origin $x_0 = 0$. Q_{IN} is inflow rate, Q_{OUT} is outflow rate, Q_{MEA} is the overflow rate, B is the width of main channel, w is the height of side-weir and L is length of side weir. For boundary conditions, a constant flow rate Q_{IN} was given at the inlet of upstream, and the gradient of the physical quantities were set to zero at the end of both the side weir channel and the main channel. Calculation time is up to 200 (s), when flow is steady, in each case, and time step Δt is 0.0005 (s).

Fig. 3 and 4 show comparison of the water surface profiles in Case 3. The weir height of this case is 0 (mm). Compared to the experiment, this model can simulate the changes of water surface profile, especially in the upstream and downstream area. For side-weir area, the lowest point of water surface occurs at Section 2 in the simulation, while lowest water surface directly was found at Section 1 in the experiment. Both simulation and experiment show that the water surface drops occur at the side weir upstream as the flows approach Section 1, and water surfaces rise in side weir area. However, the water surface of experiment reaches the highest level at Section 3 and the water surface of simulation gradually reaches the same level. In the simulation, to reduce computational time, the grid size in the main channel direction is 4 (cm). The reason the results do not fit well is the rough grid size, compared with the side-weir length of 20 (cm), therefore a finer grid will be tested in future study.

5. Conclusions

In this study, the numerical simulation of lateral overflows in curved channel is carried out, and it is shown that the model can predict the changes in water surface profile and velocity distribution reasonably.

Acknowledgments

This work was supported by JSPS KAKENHI Grant Number 21K04272.

References

1) Hager, W.H.: Lateral outflow overside weirs: *Hydraulic Engineering*, ASCE, 1987, Vol.9, pp.491-504
2) Ranga Raju, K.G., Prasad, B. and Gupta, S.K.: Side weir in rectangular channel, *J. Hydraulics Division*, ASCE, 1979, Vol.105, pp.547-554
3) Asai, K., Kawamoto, N.: Shiromizu K. and Shiromizu H.: Study on Lateral over flow from outer side breach and inner side breach in curved channel, *Journal of Japan Society of Civil Engineers*, Ser. B1 (Hydraulic Engineering), Vol.74, No.4, pp. I_637-I_642, 2018. (in Japanese)
4) Kawamoto, N., Asai, K. and Shiromizu, H.: Water surface and velocity profiles in curved channel with lateral over flow, *Journal of Japan Society of Civil Engineers*, Ser. B1 (Hydraulic Engineering), Vol.74, No.5, pp. I_775-I_780, 2018. (in Japanese)
5) Akiyama, J., Shige-eda, M., Ohba, K., Yamao, M. and Monden, R.: Predictions and characteristics of dyke breach flows in straight and meandering channels, *Journal of Japan Society of Civil Engineers*, Ser. B1 (Hydraulic Engineering), Vol.68, No.4, pp. I_1021-I_1026, 2012. (in Japanese)
6) Bagherifar M, Emdadi A, Azimi H, Sanahmadi B, Shabanlou S.: Numerical evaluation of turbulence flow in a circular conduit, *Applied Water Science 10*, 35, 2020.
7) Onda, S., Hosoda, T., Kimura, I. and Jaćimović, N.: Development and application of numerical method in open channel flow in boundary fitted coordinate system with density function method, *Journal of Japan Society of Civil Engineers*, Ser. B1 (Hydraulic Engineering), Vol.72, No.4, pp. I_505-I_510, 2016. (in Japanese)

鉛直管内の人工的な螺旋流の形成による排水機能
Drainage function of vertical pipe flow due to artificial spiral flow

安田陽一（日本大学・理工土木）村野哲太（日本大学大学院・学生・理工土木）
Youichi YASUDA, Nihon University, College of Science and Technology, Dept. of Civil Engineering
Tetsuta Murano, Master Student, Nihon University, Graduate School of Science and Technology, Dept. of Civil Engineering
E-mail: yasuda.youichi@nihon.ac.jp

Clarification of hydraulics in vertical pipe flow connected to manhole is significant for the drainage faculty during rainfall. The installation of a spiral coil in vertical pipe connected has a potential to create effective drainage function. As a first stage, experimental investigation on drainage function of vertical flow was conducted by using an adjusting tank connected to a vertical pipe. In vertical pipe with a spiral coil, covering the upper part of the suction vortex will work suction on the cover and greatly improve the drainage function.

１．はじめに

市街地内を中心に集中豪雨による内水氾濫対策として，雨水幹線または調整池に雨水管がマンホールを通じて接続している．既設の埋設物を考慮して雨水幹線および調整池が地上から深い位置に設置されていることが多い．このため，マンホールの側壁から接続する流出側の管の勾配が急勾配となる場合やマンホールの底部から排出する場合もある．降雨時のマンホール内の水の挙動やマンホールに接続する管内の流れの特性など，水理学的な検討が不足している [1]ため，内水氾濫が現在でも発生していることが多い．最近，著者らは横引き管の排水機能に関する実験的な検討を行い，マンホールに接続する横引き管の接続角度を 120 度とし，流入管，流出管に管径の半分の落差を設け，マンホール上部の通気を閉塞することによって排水能力が向上することを明らかにした [1),2)]．この場合，接続角度の影響，流出管の設置勾配の影響，マンホール上部の閉塞有無の影響を明らかにしている．その一方，マンホール底部から流出管が接続した場合の排水機能について，実際に敷設されている場合があるにも関わらず，水理特性が明らかにされていない．ここでは，排水機能解明に向けての第一段階として調整タンクから接続する鉛直管を対象に，螺旋コイルを敷設した場合の特長および排水機能の向上になるための条件を見出したことを示す．

２．実験概要

水路幅 0.40 m，水路高さ 1.00 m，水路長さ 17 m を有する可変勾配式矩形水路に，**写真 1** に示すように，調整タンクに接続した鉛直管（高さ 0.65m）を設置し実験を行った．水路上流端からの流れを直接受ける調整タンクと鉛直管に接続する調整タンクを設置している．また，内径 D＝0.105 m の鉛直管に**写真 2** に示す長さ 0.60 m，径 10 mm の鋼製の螺旋コイル（管の内径に合わせて鋼材を螺旋状にし，0.10 m 間隔 1 巻きとなるように加工）を挿入している．実験条件を**表 1** に示す．表に示す閉塞とは，図 1 に示されるように，鉛直管路の上部に閉塞装置を取り付けた状態を示す．実験は 1/6 縮尺を想定しフルードの相似則に従うものとする．なお，螺旋コイルが装着されていない場合について Case 16, 20 と同等の流量で検討を行った．水深測定については，ポイントゲージを用いて，調整タンクでの水深 h_u を測定した．管路内の流況をデジタルカメラで記録した．

３．流況説明

Case 1 および Case 21 の流況を**写真 3** に示す．螺旋コイルを設置した場合でも，鉛直管の上部に閉塞装置を設置しない場合は，流量規模が増加すると，吸込み渦が形成されるが，鉛直管では常に剥離した気泡混入した流れが形成される．その一方，鉛直管の上部に閉塞装置を設置した場合，

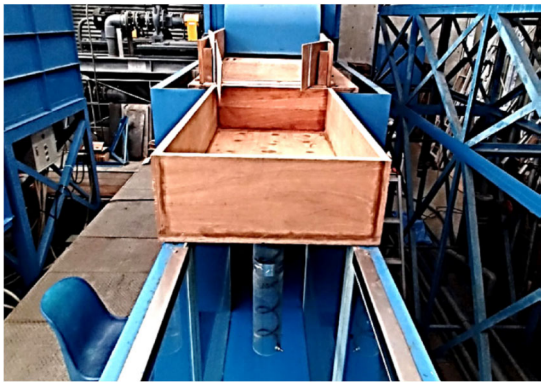


Photo 1 Experimental setup of vertical pipe connected to tank

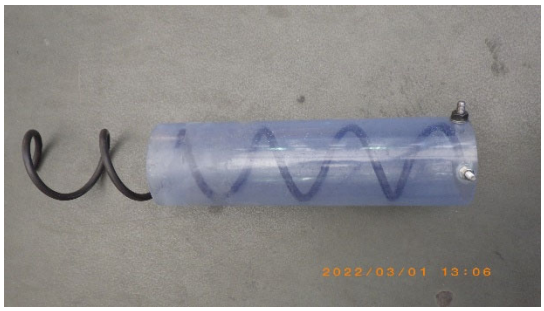


Photo 2 Spiral coil in pipe

Table 1 Experimental conditions

螺旋閉塞	h_u (m)	Q (m^3/s)	Fr (-)	Q_p (m^3/s)	h_u/D	C_d
Case 1	0.157	0.0145	3.30	1.28	1.50	0.954
Case 2	0.082	0.0135	3.07	1.19	0.78	1.227
Case 3	0.096	0.0138	3.15	1.22	0.91	1.163
Case 4	0.0785	0.0130	2.97	1.15	0.75	1.215
Case 5	0.0723	0.0126	2.87	1.11	0.69	1.222
Case 6	0.066	0.0118	2.69	1.04	0.63	1.200
Case 7	0.065	0.0113	2.57	1.00	0.62	1.157
Case 8	0.063	0.0107	2.43	0.94	0.60	1.108
Case 9	0.064	0.0101	2.30	0.89	0.61	1.041
Case 10	0.064	0.0097	2.21	0.86	0.61	1.002
Case 11	0.063	0.0084	1.91	0.74	0.60	0.871
Case 12	0.051	0.0076	1.73	0.67	0.49	0.879
Case 13	0.049	0.0063	1.43	0.55	0.47	0.738
螺旋開放	h_u (m)	Q (m^3/s)	Fr (-)	Q_p (m^3/s)	h_u/D	C_d
Case 14	0.117	0.0063	1.43	0.553	1.11	0.478
Case 15	0.125	0.0064	1.47	0.568	1.19	0.475
Case 16	0.13	0.0068	1.56	0.603	1.24	0.495
Case 17	0.14	0.0072	1.63	0.632	1.33	0.500
Case 18	0.145	0.0075	1.72	0.665	1.38	0.517
Case 19	0.15	0.0079	1.80	0.696	1.43	0.532
Case 20	0.155	0.0082	1.86	0.719	1.48	0.540
Case 21	0.16	0.0085	1.94	0.753	1.52	0.557
Case 22	0.17	0.0089	2.02	0.782	1.62	0.561

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

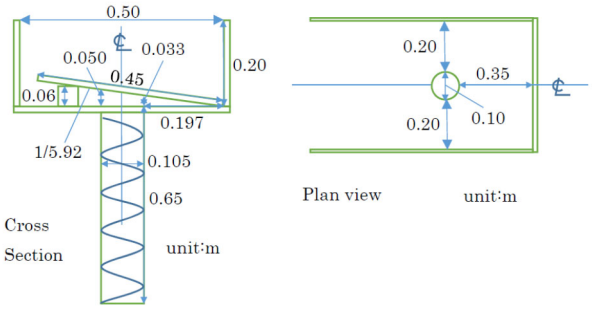


Fig.1 Schematic diagram of blockage device above vertical pipe

Photo 3 Flow conditions around vertical pipe
Upper: non-blockage device; Bottom: blockage device

流量規模が増加すると，吸込み渦が形成される位置に閉塞装置が設置されているため，閉塞板に吸引力が作用し，鉛直管では自由放流端まで満水した状態で管路壁に沿って螺旋コイルによる螺旋流が形成される．このことから，調整タンクからマンホールに替えてもマンホール上部を閉塞すると同様な流況が形成される可能性があると考えられる．なお，鉛直管に螺旋コイルを設置しないと，鉛直管上部に閉塞装置を設置しても流況はほとんど変化しない．

４．流量規模による調整タンクでの測定水深の変化

螺旋コイルの挿入有無，鉛直管上部の閉塞有無によって流量規模による調整タンクでの測定水深 h_u の変化を検討するために，相対水深 h_u/D と鉛直管内のフルード数 F_r $\left(=V/\sqrt{gR};V=4Q/\pi D^2,R=D/4\right)$ との関係で整理したものを**図 2** に示す．

図に示されるように，螺旋コイルが設置されていても鉛直管上部の閉塞有無による違いが大きく，閉塞することによって，Fr が 2.7 以下までは，吸引力の影響によって調整タンク内の相対水深が抑制される．また，閉塞装置が設置されていないと，螺旋コイルの設置有無にかかわらず，相対水深が上昇しやすく，同様な傾向となる．

５．鉛直管路の流入口での流量係数の変化

鉛直管の排水能力を検討するために，調整タンクでの水深測定断面と鉛直管の流入口との間で Bernoulli の定理を適用し，流量係数 C_d を(1)式で定義した [3]．

$$C_d=\frac{4Q}{\pi D^2\sqrt{2gh_u}} \qquad (1)$$

実験測定データ(流量 Q，調整タンクでの測定水深 h_u)を(1)式に代入して流量係数 C_d を算定し，螺旋コイル挿入有無，鉛直管上部の閉塞有無によって鉛直管内のフルード数 F_r による C_d の変化について整理したものを**図 3** に示す．

図に示されるように，螺旋コイルを設置した場合，鉛直管上部の閉塞することによって，$F_r<2.7$では，F_rの増加

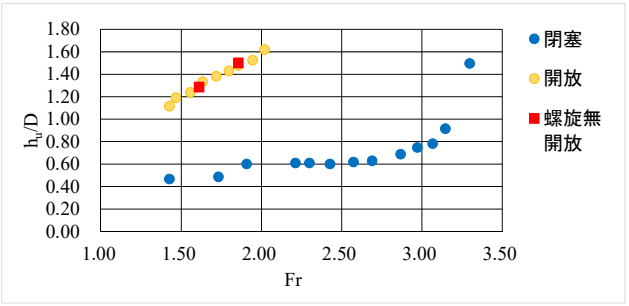


Fig. 2 Changes of h_u/D with F_r at inlet of vertical pipe

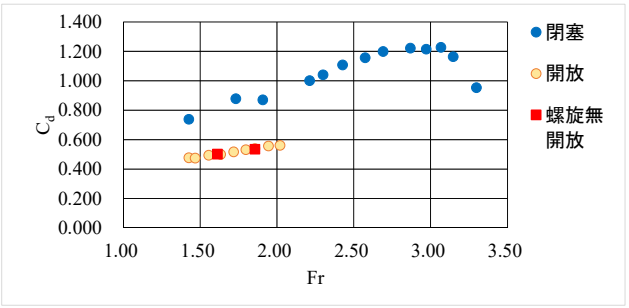


Fig. 3 Changes of C_d with F_r at inlet of vertical pipe

に伴い，流量係数 C_d が増加し,1.2 まで到達する．これは，螺旋コイルによって螺旋流が強制的に形成されている状態で吸引力が大きくなったためと考えられる．なお，F_r が 3 以上になると流量係数が減少傾向となる．一方，閉塞装置がない状態では，F_r の増加に伴い流量係数 C_d は増加するものの，0.6 以下であり，螺旋コイルを設置しても，吸引力が作用しない限り排水機能が低下することが確かめられる．なお，螺旋コイルが設置されない状態では閉塞装置の有無に関わらず，図 3 に示されるように，排水機能が低い．

６．おわりに

調整タンクに接続する鉛直管の排水機能について，**表 1** に示す実験条件のもとで実験的な検討を行った．**写真 2** に示す螺旋コイルを管路内に設置することによって，鉛直管内で強制的な螺旋流が形成されることを確認した．また，鉛直管上部に閉塞装置を設置することによって，鉛直管内の螺旋流の影響を受けて閉塞板に吸引力が働き，満水状態で管路内を流下することを確認した．また，排水機能が向上し，調整タンクと鉛直管流入部との間で Bernoulli の定理を適用して定義した流量係数が最大 1.2 に達することを示した．これらの結果からマンホールの底部に接続する鉛直管の排水機能向上のためには，マンホール上部の閉塞および閉塞空間の高さの設定が重要であることが分かった．

参考文献

1) 安田陽一，石川眞，斎野秀幸：マンホールに接続する横引き管の排水機能に関する実験的検討，土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 76, No. 2(応用力学論文集 Vol. 23), I_423-I_430, 2020.
2) 安田陽一，村野哲太：マンホール内の局所流の形成に支配される横引き管の排水機能，土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 77, No. 2(応用力学論文集 Vol. 24), I_425-I_432, 2021.
3) 安田陽一 石川眞， 西井俊「 雨水貯留施設流入部における渦流の形成を利用した流入制御の試み 」 第 59 回 日本大学理工 学部 学術講演会 H3 1 CD ROM, 2015.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

位相差をもって回転する２つのサボニウス型回転装置の相互作用に関する数値的研究

Numerical study of the interaction of the flow around two Savonius turbines with phase differences

皆川　晶子（お茶大・人間文化）　　河村　哲也（放送大）
Akiko MINAKAWA, Ochanomizu University
Tetuya KAWAMURA, The Open University of Japan
E-mail: minakawa.akiko@is.ocha.ac.jp

In this study, we investigate the flows around two Savonius turbines that rotate independently by numerical simulation considering the application to ocean current pawer generation. In general, when analyzing the flow around a rotating object, a rotational coordinate system is often used. However, it is difficult to calculate with such coordinate system when two objects rotate independently. Therefore, we use the overset grid that consists of two rotational coordinates for each turbine immersed in a steady coordinate to calculate this turbines' system. In this study, two-dimensional simulation is performed for two turbines rotating opposite direction each other, by changing the direction of the mainstream, the rotation speed, and the phase difference of the turbine so that the influence of interaction between them are investigated.

１．はじめに

世界のエネルギー生産は化石燃料によるものが多くを占めているが，環境への負荷軽減が求められており，再生可能エネルギーの活用が重要になっている．今後発展が見込まれるエネルギー獲得方法として海流発電がある．

海流は低速であるためサボニウス型回転装置が利用できる可能性があるが，海中に設置した場合，２つの装置を支持棒などで繋ぎ逆方向に回転するようにすれば装置全体の安定性はよくなる．その場合，装置全体を小さくするためには２つの装置を近接して設置する必要があり，回転装置間の相互作用は無視できない．先行研究[1][2][3]では独立して回転する複数のサボニウス型回転装置について，お互いが逆回転している場合及び同方向に回転している場合について流れ場と相互作用を調べた．本研究では各装置の回転に位相差がある場合に着目して二次元の数値シミュレーションを行った．そして迎角や回転速度，回転装置の位相差を種々に変化させて流れやトルクに及ぼす効果を調べた．

２．モデル化・格子生成

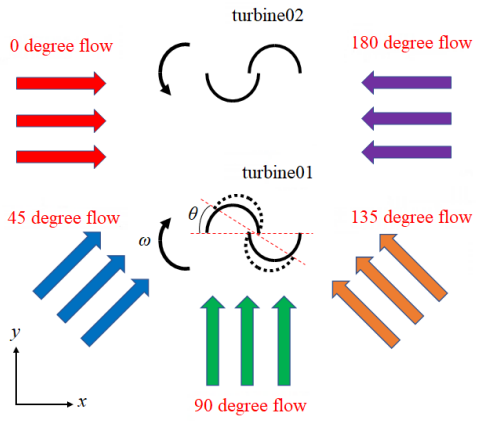


Fig. 1 Schematic diagram of two Savonius turbines

Fig. 1 に示すように，一定の角速度で逆方向に回転する２台の同じ大きさのサボニウス型の回転装置に対し，回転軸同士をつないだラインを y 軸に取り，それに垂直な x 軸とのなす角 ϕ を変化させて 5 方向からの流れがあたるとしてシミュレーションを行う．

各回転装置を個別に計算できるように，回転装置１つを含む装置領域を 2 つ接続し全体の計算領域とした．個々の装置領域は回転座標系の領域と静止座標系の領域から成り，これらの２つの領域が接する境界は円周になるような格子を生成した．その結果，2 つの領域における物理量の補間の精度を上げることができた．

３．計算方法

回転装置近傍の回転領域では，回転装置に固定された回転座標系を用いる．Fig. 2 に示すように，回転座標系 (X, Y) と静止座標系 (x, y) との関係は，静止状態から測った回転角を θ $(=\omega t)$ とすると，以下のように表せる．

$$X = x\cos\theta - y\sin\theta$$
$$Y = x\sin\theta + y\cos\theta \quad (1)$$

同様に，回転座標系における速度 (U, V) と静止座標系における速度 (u, v) との関係は次式で表せる．

$$U = u\cos\theta - v\sin\theta - \omega Y$$
$$V = u\sin\theta + v\cos\theta + \omega X \quad (2)$$

流体に関する基礎方程式として，静止座標系と回転座標系における連続の式とナビエ・ストークス方程式を用いた．回転座標系で表した二次元での連続の式及び非圧縮性ナビエ・ストークス方程式は以下の通りである．

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} - \omega^2 X + 2\omega V = -\frac{\partial p}{\partial X} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) \quad (4)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U\frac{\partial V}{\partial X} + V\frac{\partial V}{\partial Y} - \omega^2 Y - 2\omega U = -\frac{\partial p}{\partial Y} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) \quad (5)$$

p は圧力を表す．Re は回転装置半径を代表長さ，流速を代表速度としたレイノルズ数で，今後の結果例での値は 20000 である．

上述の流体の基礎方程式を一般座標変換した上で，フラクショナルステップ法を用いて解く．ナビエ・ストークス方程式の非線形項（対流項）には 3 次精度上流差分[4]を，その他には中心差分を適用した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

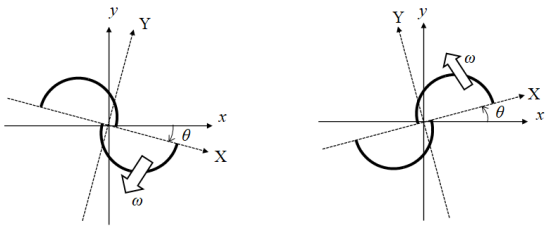


Fig.2 Coordinate systems

４．結果とまとめ

Fig.3 は，周速比 0.5 での回転装置近傍の速度場を示しており，黒い矢印が流速ベクトルを表している．流れの方向及び装置の位相差はそれぞれ 45 度と 90 度である．Fig.4 は位相差なく回転している装置に対して流れの方向を変化させた場合の装置 2 台のトルク係数の積算値を示したものである．流れの方向により得られるトルクに差があり，迎角 45 度の場合に最大となり，迎角 90 度の場合に最小となっている．また流れの方向が 45 度で回転の位相差を変化させた場合の 2 台のトルク係数の合計値の時間変化を Fig.5 に，トルク係数の積算値を Fig.6 に示す．迎角 45 度の流れにおけるトルク係数の積算値は位相差 0 度の場合に最大，位相差 90 度の場合に最小となっている．

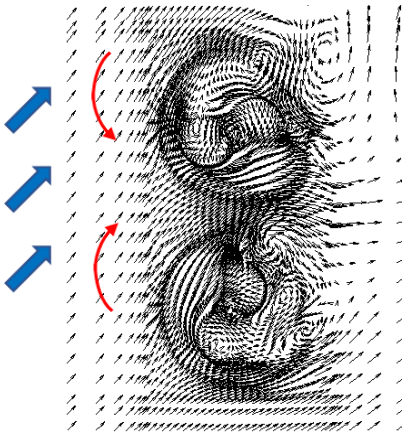


Fig.3 Velocity field (45 degree flow)

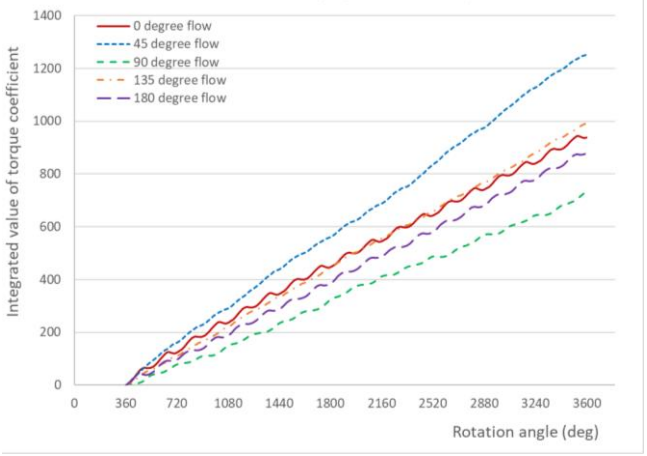


Fig.4 Time history of integrated value of torque coefficient (no phase difference)

流れの方向を 5 方向に変化させた場合のトルク係数の積算値を合計し，位相差なく回転する場合と位相差をもって回転する場合を比較すると，位相差 45 度の場合はほぼ同じであったが，位相差 90 度の場合は 7%程度小さい値となった．

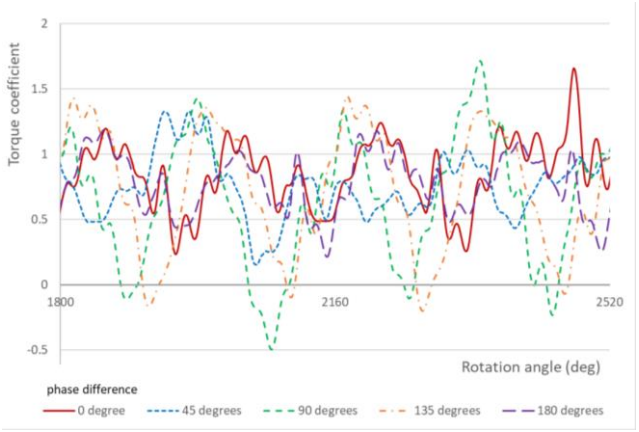


Fig.5 Time history of the torque coefficient (45 degree flow)

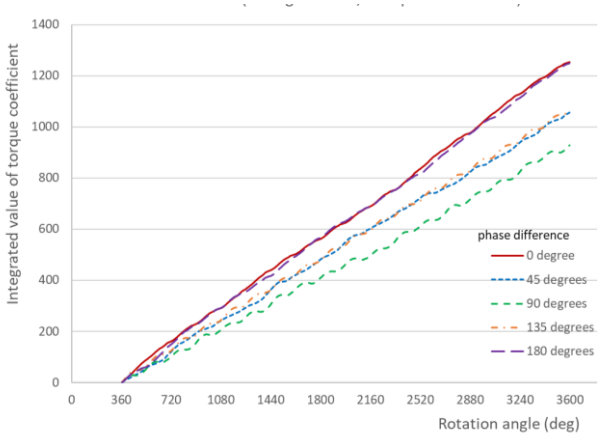


Fig.6 Time history of integrated value of torque coefficient (45 degree flow)

発表においては，流れの方向，装置の回転位相差，周速比等を種々に変化させたものについても結果を示す．

今後の課題として各回転装置が独立して流速に応じて回転するようなモデルを導入することがあげられる．

参考文献

1) 皆川晶子 河村哲也:独立に回転する 2 つのサボニウス風車まわりの流れの相互作用，日本機械学会 2021 年度年次大会, (2021 年 9 月)
2) 皆川晶子，河村哲也：独立して回転する複数のサボニウス風車まわりの流れの数値シミュレーション，日本流体力学会年会 2021, (2021 年 9 月)
3) 皆川晶子，河村哲也：独立して回転する 4 台のサボニウス型回転装置周りの流れの相互作用，第 35 回数値流体力学シンポジウム, (2021 年 12 月)
4) Kawamura, T. and Kuwahara, K. : Computation of high Reynolds number flow around a circular cylinder with surface roughness, AIAA Paper 84-0340, 1984

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題ー計算機科学から社会科学まで）

第５部門①

座長:松岡 弘大(公益財団法人鉄道総合技術研究所)

2022年5月28日(土) 09:00 ～ 10:15 E会場 (オンライン)

[2E01-05-01] 寒冷地のトンネル覆工における複合劣化現象に対する一考察

*禿 和英[1]、須藤 敦史[2]、佐藤 京[3] （1. 株式会社　建設技術研究所、2. 東北工業大学、3. 国立研究開発法人 土木研究所 寒地土木研究所）

09:00 ～　09:15

[2E01-05-02] VAEを用いたブロック単位での河川護岸の異常検知

*都築 幸乃[1]、吉田 龍人[1]、大久保 順一[1]、藤井 純一郎[1]、 山下 隆義[2] （1. 八千代エンジニヤリング株式会社、2. 中部大学）

09:15 ～　09:30

[2E01-05-03] CNNによる木材破壊音検出のためのデータ拡張手法の検討

*小野 真由子[1]、竹森 司[1]、佐伯 昌之[1] （1. 東京理科大学）

09:30 ～　09:45

[2E01-05-04] 変状検出安定化に向けた画像の共変量シフト抑制に関する分析

*吉田 龍人[1]、都築 幸乃[1]、藤井 純一郎[1]、山下 隆義[2] （1. 八千代エンジニヤリング株式会社、2. 中部大学）

09:45 ～　10:00

[2E01-05-05] GPUを使用した高速な3次元地震時液状化解析とそのサロゲートモデル

*日下部 亮太[1]、市村 強[1]、藤田 航平[1]、堀 宗朗[2]、Wijerathne Lalith[1] （1. 東京大学、2. 海洋研究開発機構）

10:00 ～　10:15

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

寒冷地のトンネル覆工における複合劣化現象に対する一考察
A consideration on compound degradation of tunnel lining cracks for cold region

禿　和英（㈱建設技術研究所）　須藤　敦史（東北工大・工）　佐藤　京（寒地土木研究所）
Kazuhide KAMURO, CTI Engineering Co., Ltd.
Atsushi SUTOH, Tohoku Institute of Technology
Takashi SATO, Civil Engineering Research Institute for Cold Region
E-mail: kamuro@ctie.co.jp

In this study, in order to accumulate basic information for the maintenance and management of tunnels, the regionality in the combined degradation of the depth of centralization and the salinity concentration is examined. In this paper, the tunnels of Hokkaido are regionally degraded, and the values of tunnels belonging to inland and coastal areas, as well as each region, are graphed and examined. The purpose is to compare and consider the combined degradation of coastal and inland areas. Also, it is a comparison and consideration of the progress of the compound deterioration by the region.

１．はじめに

北海道では，建設から数十年以上を経過した山岳トンネルが多くなってきており，今後は予防保全を基本とした維持管理の構築とその運用が求められている [1].

このような状況下，合理的な維持管理には矢板工法で建設された山岳トンネルの長寿命化が直近の問題となっているが，トンネル覆工における様々な劣化現象に対する基礎的な調査・研究等が少なく，円滑な維持管理を実施していくための基本的な性状の把握・評価や将来予測が難しいのが現状である.

そこで，北海道開発局が管理する主に矢板工法の山岳トンネルを中心に，トンネル覆工コンクリートに対する圧縮強度・中性化・含有塩分濃度等の調査・試験を実施して，その状況等を北海道の気象区分別（Fig.1 参照）に整理・検討を行ってきている [2].

本報告では，主に矢板工法のトンネル覆工コンクリートにおける中性化と塩害（塩化物イオン濃度）の複合劣化現象に対する環境要因に対する検証・考察を実施している.

２．トンネル覆工の複合劣化（中性化・含有塩分）現象

塩化物イオン濃度は, コンクリートの劣化を促進する塩化物イオンが，飛来塩分（冬期の季節風などから供給）や路面の凍結防止剤散布など外部環境から供給される場合とコンクリート製造時に材料から供給される場合がある [3].

コンクリート表面から，深さ x *(mm)*,経過時間 t *(年)* における塩化物イオン濃度 $C(x,t)$，表面における塩化物イオン濃度 C_0 および塩化物イオンの見掛けの拡散係数 D_{ap}，予測の精度に関する安全係数（一般的に 1.0） γ_{cl}，および初期含有塩化物イオン濃度 C_i,,に誤差関数 *erf* を用いた式(1)となる.

$$C(x,t) = \gamma_{cl} \times \left[C_0 \left(1 - erf \frac{0.1}{2\sqrt{D_{ap}\, t}}\right)\right] + C_i \quad (1)$$

ここで, トンネル覆工のコンクリート表面における塩化物イオン濃度 C_0（飛来塩分と凍結防止剤等より供給），拡散係数 D_{ap}，コンクリート中の塩化物イオン濃度 C_i を未知数として観測値を基に摂動法により同定している.

まず，塩化物イオン量を調査した全トンネルにおける覆工コンクリート内部の平均塩化物イオン濃度の観測値と式(1)による同定値を Fig.2 に示す．ここで調査したトンネル覆工コンクリートにおける平均の中性化深さは約 15mm であった. Fig.2 より, 実測値では平均深度 30mm および 50mm において中性化（表面）部分からの塩化物イオンの濃縮供給・現象が見られ，北海道における矢板工法のトンネル覆工コンクリートにおいて複合劣化現象が現れている [3),4].

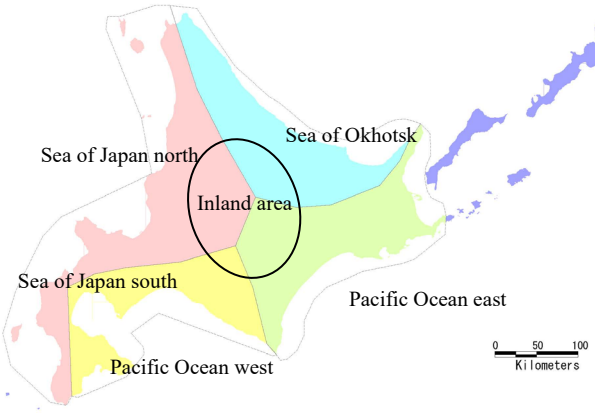


Fig. 1 Weather division in Hokkaido

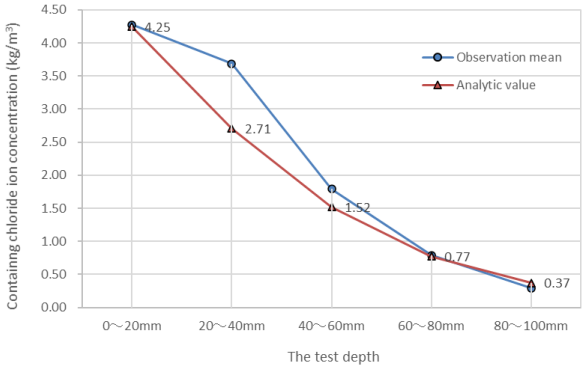


Fig.2　Average chloride ion concentration of tunnel lining

３．地域別のトンネル覆工の複合劣化現象

次に，日本海北と日本海南および日本海南と太平洋西のトンネル覆工における塩化物イオン濃度の深度別の式(1)による同定値と実測値を Fig.3,4 に示す.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Fig.3 より，日本海北ではトンネル覆工の表面部（平均深度 10mm）における塩化物イオン濃度が高く，凍結防止剤の散布や冬期の日本海からの季節風による飛来塩分などの影響を受けているが，日本海北と南ではトンネル覆工の表面より平均深さ 30mm における塩化物イオンの濃縮量は両地区とも同程度である．また Fig.4 に示すように太平洋西側では，平均深さ 30mm における塩化物イオンの濃縮度が大きく，中性化による塩化物イオンの濃縮（複合劣化）現象の進行が大きい．

４．環境要因による複合劣化現象について

(1) 日本海北・南部における風向風速・凍結防止剤

日本海側の北部と南部における冬期の風向・風速と凍結防止剤の散布量の比較したものを Table.1 に示す．Table.1 より，冬期の日本海北部における平均風速は南部より強く，加えて路面の凍結防止剤も多く散布されている．

(2) 地域における凍結融解の危険度（地域係数）

次に，凍結融解の危険性を，式(2)に示す地域の凍結融解作用に対する指標（地域係数）[5]として，アメダス統計値より求めた結果を Table.2 に示す．

$$T = -t_{a_{min}} \left(1 - \left[\frac{D_f}{D_w}\right]\right) \quad (2)$$

ここで T は地域係数，t_{amin} は日最低気温の年間極値 (℃)，D_f は凍結持続日数（日），D_w は凍結融解総日数（日）であり，-1.0℃で凍結，0.0℃以上で融解すると仮定しており，地域係数が大きいほど凍結融解の可能性が高い．

ここで Table.2 より太平洋西側において地域係数が大きくなっており．太平洋西側では凍結融解における覆工コンクリートの損傷危険度が大きいことが分かる．

５．結論

北海道開発局が管理する主に矢板工法のトンネル覆工コンクリートでは，中性化による塩化物イオン濃縮による複合劣化現象が進行しており，それらは冬季の飛来塩分と気温による凍結融解の地域性等など冬期における地域の環境差が要因の一部であるとの結論が得られた．

したがって，在来工法における予防保全を前提とした維持管理の効率的な運用には，冬期の地域環境を考慮し，加えてトンネル覆工における中性化や含有の塩化物イオン濃度の濃縮などの材料情報も必要不可欠であり，今後も多くの調査・試験値の蓄積と整理・分析が必要となる．

参考文献

1) 須藤敦史，佐藤京，西弘明:積雪寒冷地トンネルにおける TMS 構築に関する研究，土木学会 第 21 回トンネル工学研究発表会論文集，pp.203-208，2011.12.
2) 禿和英,須藤敦史: 寒冷地トンネルの覆工コンクリートにおける冬期挙動と経年劣化，寒地開発研究会,第 34 回寒地技術論文・報告集,Vol34,CTC18- I -014,pp.69-74, 2018.12.
3) 酒井秀昭:凍結防止剤散布地域の橋梁高欄の塩化物イオン濃度の予測手法に関する研究，土木学会論文集 E Vol/66, No.3, pp.268-275, 2010.7.
4) 禿和英,近藤祐一郎,須藤敦史,五十嵐隆浩,河村巧: 北海道におけるトンネル覆工の含有塩分の地域性について，寒地開発研究会,第 37 回寒地技術論文・報告集,Vol37,CTC21- I -018,pp.97-102, 2021.11.
5) 浜幸雄，松村光太郎，田畑雅幸，冨坂崇，鎌田栄治: 気象因子を考慮したコンクリートの凍害劣化予測，日本建築学会構造系論文集，第 523 号，pp.9-16，1999.

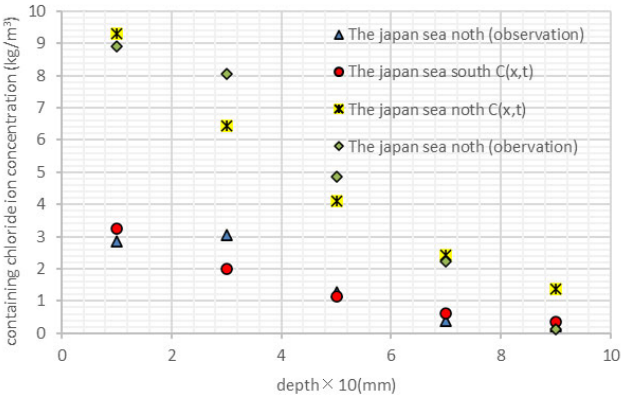


Fig. 3 Chloride ion concentration according to the area (The Sea of Japan north and the south)

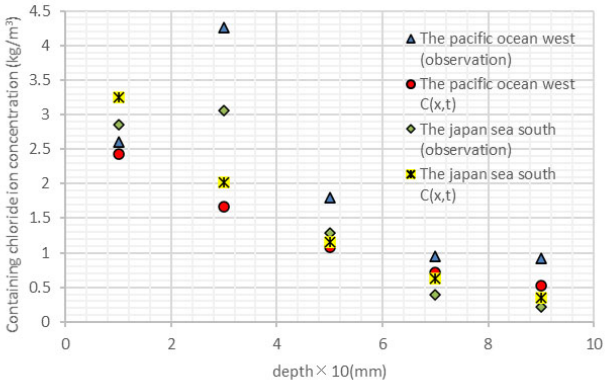


Fig. 4 Chloride ion concentration according to the area (The Sea of Japan side south and the Pacific Ocean west)

Table.1 The wind v direction, elocity and the anti-freezing agent (The Sea of Japan north and the south)

Weather division	Mean wind velocity (m/s)	Mean wind direction	Anti-freezing agent (ton/km)
Sea of Japan north	5.115	East-southeast	3.610
Sea of Japan south	4.154	South-southeast	2.952

Table.2 Possibility of the freezing and thawing (zoning factor)

Weather division	Zoning factor	Note
Sea of Japan north	4.8	The highest temperature the days of more than 0.0 and the lowest temperature the number of days of less than -1.0 from reference document 3)
Sea of Japan south	3.5	
The Pacific Ocean west	6.0	

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

VAE を用いたブロック単位での護岸の異常検知
Anormaly Detection of River Revetment in Block Unit Using Variational Auto Encoder

都築　幸乃（八千代エンジニヤリング）　吉田　龍人　大久保　順一　藤井　純一郎　山下　隆義（中部大学）
Yukino TSUZUKI, Yachiyo Engineering Co.,Ltd.
Ryuto YOSHIDA, Yachiyo Engineering Co.,Ltd.
Junichi OKUBO, Yachiyo Engineering Co.,Ltd.
Junichiro FUJII, Yachiyo Engineering Co.,Ltd.
Takayoshi YAMASHITA, Chubu University.
E-mail: yk-tsuzuki@yochiyo-eng.co.jp

The management of river revetment is mainly carried out visually by engineers. There are many types in the deformation related to the functional depression of the river revetment. If these can be detected from revetment images, the efficiency improvement of inspection can be expected. Recently, VAE has been shown to be effective as an anomaly detection technology for uniform components. Since river revetment is formed by blocks of the same pattern, it is thought that anomaly detection in individual blocks is possible. This paper proposes the method for cropping individual blocks and the effectiveness of anomaly detection by VAE.

１．はじめに

現在の河川護岸の点検は，評価要領に従い技術者による目視点検が主体とされている．これには多大な労力が必要であり，その上現場での経験に基づいた適切な判断が求められる．しかし，豊富な経験を有する技術者を大量に確保することは困難になりつつある．このような背景から，近接目視と同等の情報が得られる，または目視点検を省力化する効率的な点検手法が期待されている．これに対し，既往研究では藤井らが深層学習を活用した河川護岸のひび割れ検出手法を提案している [1]．しかし，護岸の機能低下に関わる変状には，ひび割れ以外にも欠損やエフロレッセンス，陥没など様々な種類が存在する．これらのあらゆる変状を護岸画像から自動的に検出することができれば，点検の効率化が期待できる．さらに，変状の状態を定量的に評価することができれば，点検結果を評価区分ごとに分類する際の判断基準となり得る．

深層学習による異常検知は，医療での画像診断や工場での不良製品の検知など幅広い分野で使用されている．中でも Variational Auto Encoder(VAE)は，工業製品などの均一な部品に対する異常検知手法として有効性が示されている [2]．河川護岸もほぼ均一なコンクリートブロックによって形成されていることから，一つのブロックを異常検知の計測単位として用いることが可能であると考えられる．そこで本研究では，護岸画像からブロックを個別に切り出し，そのブロック画像に対して VAE による異常検知を試みる．

本研究では，まずブロックの切り出し手法について検討する．ここではブロックが規則的なパターンをもつことに着目し，単純な物体検出手法であるテンプレートマッチングを用いて個々のブロック座標を推定する．次に，護岸点検における VAE による異常検知の適応可能性について検討する．正常なブロック画像と変状のある異常なブロック画像に対して VAE の入出力画像から異常スコアを算出し，正常データと異常データの識別が可能であることを示す．

２．ブロックの切り出し

テンプレートマッチングは，対象画像からテンプレート画像(対象画像から指定した部分画像)と最も類似する箇所を探索する処理である．画像間の類似性を表す評価尺度には様々なものが提案されているが，ここでは次式で与えられる正規化相互相関(ZNCC)を用いる．

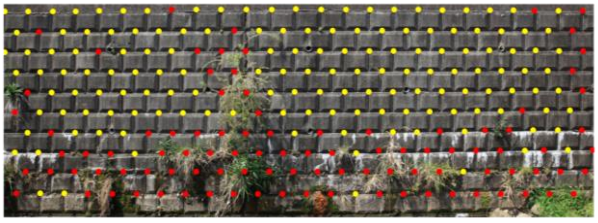


Fig. 1 Block coordinate (yellow points) detected by template matching and block coordinate (red points) obtained by interpolation

$$ZNCC(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w}) = \frac{(\boldsymbol{x}-\bar{\boldsymbol{x}},\boldsymbol{w}-\bar{\boldsymbol{w}})}{\|\boldsymbol{x}-\bar{\boldsymbol{x}}\|\|\boldsymbol{w}-\bar{\boldsymbol{w}}\|} \quad (1)$$

ここで$(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w})$はベクトル$\boldsymbol{x}$と$\boldsymbol{w}$の内積，$\|\boldsymbol{x}\|$はノルム，$\bar{\boldsymbol{x}}$は平均値である．ZNCC は画像をベクトルとみなして内積を計算するため，値がベクトルの長さに対して影響を受けない．さらに，計算過程で輝度値の平均値を引くため，比較する二つの画像領域の輝度値の平均値が異なる場合でも類似度が変化しない．このことから，ZNCC は輝度の変動に頑健な類似度算出手法とされている．屋外で撮影される護岸画像は日照条件の影響を受けることから，ZNCC によるパターンマッチングが有効であると考えられる．さらに，グレースケール化と平滑化処理を実行することでノイズに対する頑健なマッチングを行う．

護岸画像の中から任意のブロックをテンプレート画像とし，テンプレートマッチングによって検出されたブロックを左上端に黄色のマーカーをプロットして Fig.1 に示す．結果から分かるように，植生などの影響により，テンプレートマッチングによって画像中のすべてのブロック座標を推定することは不可能である．そのため，マッチングしたブロック座標から抜けのあるブロック座標を推定する．同じ形状かつ大きさが同程度のブロックが並んでいることを前提とし，マッチングしたブロックのうち，隣り合うブロック間の距離がテンプレートとしたブロックの幅よりも長ければその間をテンプレート幅に従って補間する．補間した結果を Fig.1 に赤色のマーカーで示す．補間により，すべてのブロックを切り出すことができた．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．VAE による異常検知

Variational Auto Encoder(VAE)は，入力データを低次元の潜在変数に圧縮する Encoder と潜在変数から入力データを再構成して出力する Decoder で構成される生成モデルである．VAE による教師なし異常検知では，まず正常データのみを用いて VAE を学習する．学習を終えたモデルは異常部分について再構成を行うことができないことを利用し，再構成誤差が高いものを異常と判別することができる．VAE には様々なモデルが提案されているが，ここでは DIP VAE[3] を採用する．

４．実験

４．１ 学習データ

本研究では，変状がないことに加え植生や排水穴などが含まれないシンプルなブロック画像を正常データとして学習に用いる．データ拡張処理を行い，合計 23,354 枚の学習データを作成した．

４．２ 異常スコアによる識別

VAE による異常検知の有効性を確認するために，正常データと異常データをそれぞれ 40 枚用意し，異常スコアによる識別について検討した．ここでは画像の類似度である ZNCC を用いて異常スコアを次式で求める．

$$\text{異常スコア} = 1 - ZNCC(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{w}) \qquad (2)$$

ZNCC は-1~1 の値をとり，値が 1 に近いほど画像が類似していることを表す．従って，ここでの異常スコアは 0~2 の値をとり，値が高いほど類似度が低い，つまり異常度が高いことを表す．正常異常データ別の異常スコアの度数分布を Fig.3 に示す．これより，異常スコアが 0.20~0.25 の区間に閾値を設けることで，大まかな識別が可能であると考えられる．

異常スコアの高い正常異常データと異常スコアの低い正常異常データを Fig.4 に示す．それぞれ左が入力画像，右が再構成された出力画像である．Fig.4(a)(b)より，一見正常に見えるブロック画像でも，再構成結果が不鮮明になる場合があることが分かった．これは，ブロック表面の汚れやコンクリートの色合いなど，正常データにおける多様性が原因であると考えられる．一方，Fig.4(c)(d)より，変状領域の大きさに伴って異常スコアが高くなっていることを確認した．このことから，変状の状態を定量的に評価することが可能であると考えられる．

４．３ 異常検知結果

前節の結果から異常スコアの閾値を 0.25 に設定し，護岸画像に対して異常なブロックを検出した結果を Fig.5 に示す．異常スコアが閾値以上のブロックを赤い枠で囲んでいる．Fig.5 では主に排水穴と排水穴からの漏水，エフロレッセンス，植生が含まれるブロックが異常として検出された．また，学習データとはコンクリートの色が異なる護岸下部のブロックも異常として検出された．

５．おわりに

本研究では，河川護岸画像からブロックを個別に切り出し，VAE を用いて変状の状態を定量的に評価する手法を提案した．ブロックの切り出しに用いたテンプレートマッチングは非常に単純な物体検出手法であり，実装は容易だがロバスト性が課題である．よりロバストな切り出し手法を確立するために，深層学習ベースの物体検出手法も検討する必要があると考えられる．また，切り出しにおいて検出されないブロックはそもそも異常であるという推察が成り立ち，これについても検討したい．VAE による異常検知では，正常データの多様性による再構成結果の揺らぎが課題である．今後は，頻出しない特徴を持つ正常データを入力した場合にも鮮明な再構成結果を出力するモデルを作る必要がある．また，ここでは画像の類似度を異常スコアに用いたが，異常スコアの妥当性について検討する必要がある．

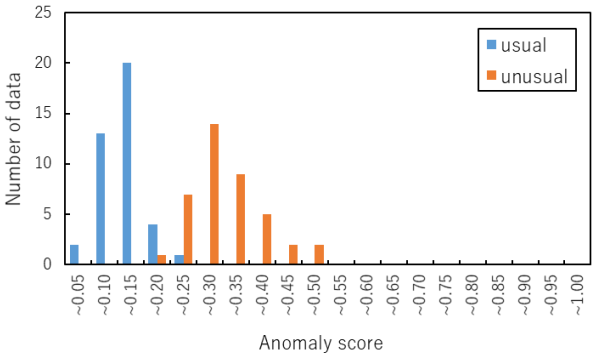
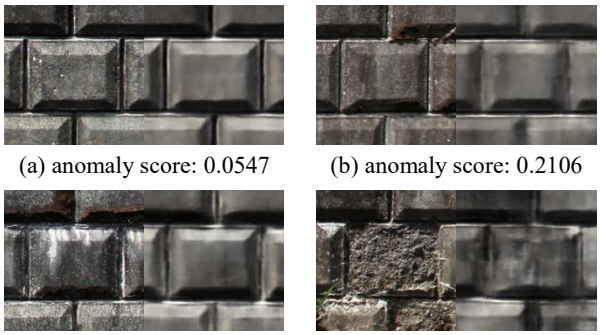


Fig. 3 Frequency distribution of anomaly score



(a) anomaly score: 0.0547　(b) anomaly score: 0.2106

(c) anomaly score: 0.1726　(d) anomaly score: 0.4635

Fig. 4 (a) Usual data with a low anomaly score, (b) Usual data with a high anomaly score, (c) Unusual data with a low anomaly score, (d) Unusual data with a high anomaly score

Fig. 5 Unusual blocks distribution (red square)

参考文献

1) 藤井純一郎，吉田龍人，岡野将大，天方匡純：深層学習を活用した河川護岸の経年モニタリング手法の提案，人工知能学会全国大会論文集, 2021.
2) 立花亮介，松原崇，上原邦昭：深層生成モデルによる非正則化異常度を用いた工業製品の異常検知，人工知能学会全国大会論文集, 2018.
3) A. Kumar, P. Sattigeri and A. Balakrishnan: Variational Inference of Disentangled Latent Concepts from Unlabeled Observations, ICLR 2018 Conference Blind Submission, 2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

CNN による木材破壊音検出のためのデータ拡張手法の検討
Study on Data Augmentation Method for Detecting a Wood Broken Sound by using CNN

小野　真由子（東理大・理工）　　竹森　司（東理大・理工）　　佐伯　昌之（東理大・理工）
Mayuko ONO, Tokyo University of Science
Tsukasa TAKEMORI, Tokyo University of Science
Masayuki SAEKI, Tokyo University of Science
E-mail: saeki@rs.tus.ac.jp

The objective of this study is to find out the effective data augmentation method for detecting a wood broken sound by using CNN. In this study, the time stretching of sound and the noise addition are investigated as a data augmentation method. The simulation results show that those methods are very effective in improving the detection accuracy in case that the test and learning data are recorded in the same environment. On the other hand, the use of sounds recorded in various environments is needed to improve the accuracy in case of testing sounds recorded in different environment.

１．はじめに

大地震が発生した際，余震等による二次的被害を防止するため，多くの構造物の健全性が評価されている．例えば一般家屋の場合には応急危険度判定が行われており，目視で判定していることもあり，対象地域が広い場合には時間とコストがかかっている．

著者らは，災害時の構造物の健全性評価を定量的かつ迅速に行うことを目的に，構造部材の破壊音を検出する手法の開発を進めている．現在は入手が容易な木材破壊音に特化して，機械学習の 1 つである CNN (Convolutional Neural Network) による検出を試みている．著者等の既往の研究 [1] では，97 個の木材破壊音と 2000 個の環境音からスペクトログラムとメルスペクトログラムを生成し, CNN による分類を行った．木材破壊音を正解，環境音を不正解として学習させたところ，木材破壊音であれば，accuracy, precision, recall, F-measure の各精度指標は 97%以上であった．一方，同じ学習済みモデルを使用して，ノイズとして環境音を混合した木材破壊音（以下，混合音）を分類した場合には，指標によっては 35%程度に低下する場合もみられた．

混合音の精度が低い要因の 1 つとして，木材破壊音が 97 個と少なく学習が十分に行われていない可能性が考えられる．そこで，本研究では音の時間伸縮や，環境音をノイズとして混合させる手法により，データ拡張を行い，CNN による分類精度の向上を試みた．ところで，実際にデータ拡張を実施しようとしたところ, 木材破壊音の音源が少なく，学習データに対する十分な数のテストデータが確保できない問題が発生した．そこで，木材破壊音の収録には時間と労力を要したが，十分な数のテストデータを確保できる程度に，木材破壊音を新たに録音した．

２．本研究で使用したデータ

まず，実環境に近い音を再現するために，設計事務所に委託し，実際の家屋で使われている木材の端材を入手し，大工を本職とする方に加工して貰った．そして，人力による継手破壊を 60 回，圧縮試験機による曲げ破壊を 66 回行った．

録音には 6 種類のスマートフォンを使用し，スマートフォンを箱に入れる，布で包む等，6 パターンの環境で録音した. ただし, スマートフォンと録音環境の組み合わせは，同数となる様に入れ替えている．音圧波形のサンプリングレートは全て 44.1 kHz である．録音された音源を再生しつつ，「バキッ」や「メリッ」など明らかに木材破壊音と分かる部分を中心に，約 1.5 秒の時系列データを切り出すことで，最終的に 3,119 個のデータを生成した．実際に生成したデータ数や録音環境を Table 1 に示す．

Table 1 Recording environment of a wood broken sound.

ID	Recording environment	Num.
a	Put on a table	675
b	Wrapped in cloth, on a table	626
c	in the next room	354
d	in the corner of a room	539
e	in a box	473
f	Wrapped in cloth in a box	452

環境音には，日常的に耳にする音を 50 種類，各 40 データ収録した ESC-50 データセット [2]を使用した. このデータセットには, 犬の鳴き声やサイレン音なども含まれている．さらに，木材破壊音に環境音を雑音として付加する混合音を作成した．その際，木材破壊音と環境音の最大振幅を重ねる混合音（一致）と，ずらす混合音（ずらす）の 2 種類の音圧波形を生成した．また，木材破壊音の最大振幅は，環境音の最大振幅の 2 倍となるように振幅を調整した．

CNN は, 全結合層の前に畳み込み層とプーリング層を配置することで，画像データのサイズを圧縮しつつ特徴マップを作成し，これらを NN により分類するモデルである．画像データを入力することから，音圧波形からスペクトログラムを生成した．スペクトログラムの生成では，python の音声処理ライブラリ librosa の stft 関数を使用した [3]. STFT (Short-Time Fourier Transform)では，時系列データにかける窓関数の位置をずらしながらフーリエスペクトルを計算するが, 本研究では窓関数の 1 フレームを約 23ms (1,024 点に相当) ，時間シフトを 1/2 フレームとした．これにより，正の周波数の振幅 512 成分が時間方向に 129 回出力される．こうして得られた行列を RGB 画像に変換することで，231pixel×123pixel の画像としている．

３．音の時間伸縮によるデータ拡張の有効性

Table 1 のデータ a を使用して，音の時間伸縮によるデータ拡張の有効性を確認した．まず，データ a から 120 個のデータを選択して正解データとし，同数の環境音を不正解データとして含めることでテストデータとした．テストデータは，常にこの 240 個である．次に，データ a から別の 80 個を選択して正解データとし，同数の環境音を不正解デ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 2 Improvement of indices due to time_strech.

additional rate		0%	100%	500%
accuracy	benchmark	0.947	0.973	0.994
	augmentation	-	0.969	0.979
recall	benchmark	0.973	0.996	0.996
	augmentation	-	0.969	0.969
precision	benchmark	0.925	0.952	0.992
	augmentation	-	0.956	0.989
F-measure	benchmark	0.948	0.974	0.994
	augmentation	-	0.969	0.979

ータとして含めることで学習データとした．これをデータ追加率 0%と呼ぶ．このデータセットを用いた解析結果が基準となる．次に，先の 80 個の学習用正解データから，時間伸縮により 80 個のデータを生成し，正解データに含めた．不正解データには同数の環境音をランダムに選択して追加した．これをデータ追加率 100%と呼ぶ．この様にして生成した追加率 0%～500%のデータを学習し，それぞれの精度指標を調べた．Table 2 に追加率 0, 100, 500%の場合の結果を示す．表中の benchmark は，時間伸縮の代わりに，別のデータ a を追加した場合である．

Table 2 を見ると，学習データの量を 5 倍にすることで，指標が大きく改善していることが分かる．また，時間伸縮によるデータ拡張は，実データを追加した benchmark よりは劣るものの，指標の改善に寄与していることが分かる．これより，時間伸縮によるデータ拡張の有効性が確認された．

次に，データ追加率 500%の学習済みモデルを用いて，混合音を木材破壊音として検知できるかを調べた．その結果，precision 以外の指標については，0.2～0.6 程度と低い値を示した．この理由として，学習の正解データ（木材破壊音）とテストの正解データ（混合音）が異なるために，高い汎化性能が獲得できなかったことが考えられる．

４．環境音をノイズとして混合させる拡張手法の有効性

3 章の結果を受け，学習データにも混合音を含める方法を検討した．これは，検知したい木材破壊音に，環境音をノイズとして付加するデータ拡張手法に該当する．解析では，学習の正解データを 1. 混合音（一致），2. 混合音（ずらす），3. 木材破壊音と混合音（一致）とした場合のそれぞれで精度指標を計算した．その結果，3. 木材破壊音と混合音（一致）を学習の正解データに使用した場合に，各指標の値が大きく改善した．Table 3 に，木材破壊音と混合音（一致）を学習させ，テストデータの正解を木材破壊音とした場合と，混合音（一致）とした場合のそれぞれの精度指標を示す. Table 3 の下 4 行は, テストデータを混合音（一致）と環境音で構成した場合であるが，データ追加率 0%の場合でも，指標は 0.88 程度に改善している．さらに，データ追加率を 500%まで高めることで，指標は 0.97 程度まで改善している．また，混合音だけでなく，純粋な木材破壊音の精度指標も，Table 2 と比較して低下していない．

以上の事から，木材破壊音に環境音をノイズとして付加するデータ拡張手法の有効性が確認された．ところで，学習の正解データを 1. 混合音（一致）とした場合は Table 3 に近い改善が見られたが，2. 混合音（ずらす）とした場合は，見劣りする結果となった．環境音をノイズとして付加する場合にも，効果的な方法とそうでない方法があるものと思われる．

Table 3 Improvement of indices due to noise addition.

test data	additional rate	0%	500%
wood broken sound	accuracy	0.932	0.984
	recall	0.990	0.998
	precision	0.888	0.972
	F-measure	0.936	0.985
mixed sound	accuracy	0.881	0.969
	recall	0.887	0.967
	precision	0.877	0.971
	F-measure	0.882	0.969

Table 4 Indices in case different environmental data is tested

test data	data	b to f
wood broken sound	accuracy	0.845
	recall	0.719
	precision	0.961
	F-measure	0.822
mixed sound	accuracy	0.799
	recall	0.627
	precision	0.956
	F-measure	0.757

５．テストデータと学習データの録音環境が異なる場合

次に，4 章で最も精度の良かった 3. 木材破壊音と混合音（一致）を学習したモデルを用いて，Table 1 のデータ b～f を木材破壊音として検知できるか検証した．テストの正解データは，データ b～f をそのまま使用するか，または環境音をノイズとして付加した混合音である．Table 4 に解析結果を示すが，b から f の環境で録音されたデータは，木材破壊音で 0.72～0.96 程度, 混合音で 0.63～0.96 程度であり，大幅に検知精度が低下していることが分かる．一方，環境 a から f のデータを学習させ, 環境 a から f の別のデータをテストしたところ，検知精度は向上した．実際には全ての環境で録音することは不可能であるが，様々な環境で録音された音を学習させる必要があると考えられる．

６．まとめ

本研究では，木材破壊音，混合音（一致，ずらす）を CNN により検出する際，音の時間伸縮や，環境音をノイズとして付加する手法を試み，これ等が検出精度を向上させることを確認した．ただし，録音環境が異なる場合には検知精度が大きく劣化することから，今後は，異なる環境で録音された音を再現するデータ拡張手法が望まれる．

参考文献

1) 竹森司，佐伯昌之: 木材破壊音検出を目的とした NN と CNN の比較検討, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol. 63, No. 2, I_535-I_542, 2021.
2) Piczak, K. J.: ESC: Dataset for Environmental Sound Classification, Proceedings of the 23rd ACM international conference on Multimedia, pp. 1015-1018, 2015.
3) Rian McFee, Colin Raffel, Dawen Liang, Daniel P.W. Ellis, Matt McVicar, Eric Battenberg and Oriol Nieto: librosa: Audio and Music Signal Analysis in Python, The Proceedings of the 14th python in science conference, pp. 18-25, 2015.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

変状検出安定化に向けた画像の共変量シフト抑制に関する分析
Analysis of covariate shift reduction for stable damage detection in infrastructure images

吉田　龍人　　都築　幸乃　　藤井　純一郎（八千代エンジニヤリング）　　山下　隆義（中部大学）
Ryuto YOSHIDA, Yachiyo Engineering Co., Ltd.
Yukino TSUZUKI, Yachiyo Engineering Co., Ltd.
Junichiro FUJII, Yachiyo Engineering Co., Ltd.
Takayoshi YAMASHITA, Chubu University.
E-mail: ry-yoshida@yachiyo-eng.co.jp

The covariate shift is a factor that reduces the accuracy of pattern recognition. Since the images of the infrastructure are mainly taken outdoors, the damage detection task inluenced by a covariate shift. This study aim to establish a method to reduce covariate shifts in infrastructure images and to realize stable inference. This paper shows the results of analyzing the relationship between the distribution of input data and the distribution of the intermediate layer of the CNN model.

１．はじめに

豪雨災害の激甚化，労働者不足およびインフラの老朽化が深刻となっている [1]．豪雨災害の被害を低減するには河川インフラの維持管理を徹底し，予防保全に努める必要がある．河岸の浸食防止を目的とする護岸は，長距離にわたる整備区間に対して目視を要する非効率な点検が実施されており [2]，機械を使った省力化が期待される．これに対してインフラ維持管理の省力化を目的としたニューラルネットワークによる変状自動検出に関する研究が多方で行われている．研究の進捗に伴い点検ルールが改訂される動きもある．橋梁点検では近接目視と同等の健全度評価が可能な場合，目視以外の手法による点検も認可された [3]．画像認識による維持管理を実現する上で高い汎化性を持つモデルの開発が求められるが，インフラを撮影した画像の多様なバリエーションが汎化性獲得の障壁となっている．特に屋外で撮影される画像は撮影条件の統一が困難で，撮影ごとに空間解像度や色合いなどが変化することが想定される．先行研究では藤井 [4]らが同時期に撮影した同区間の護岸画像に対して，ニューラルネットワークにてひび割れ検出を行った事例を示した．そこでは撮影日ごとに変化する画像の見かけによって，ひび割れ検出精度が低下する様子が実験的に示された．

同じモデルを用いた推論での精度が画像の見かけによって低下する現象は，共変量シフト [5]（以下，CS と称する）が起因していると考える．共変量シフトとは学習ドメインと推論ドメインの持つ分布が異なる状態を指す．さらにニューラルネットワークを用いた画像認識では，モデルの中間出力分布が入力データによって異なる状態を指す内部共変量シフト [6]（以下，ICS と称する）も推論精度に影響する．なお ICS は本来学習時のミニバッチごとの違いを指すが, 本研究では推論時の入力ごとの違いも ICS として扱う．バリエーション豊富なインフラの画像から安定して変状を検出するためには，推論ドメインに対して CS を抑制する前処理が必要だが，適切な手法は明らかでない．そこで本研究は CS を抑制する前処理手法を確立し，ドメインに依らない安定した変状検出の達成を最終目標とする．本論文ではニューラルネットワークを使った護岸ひび割れ Segmentation タスクによって検証を行う．最初に入力データの分布の違いを分析する．さらに学習済みのひび割れ検出モデルによって複数ドメインの画像を推論し，中間層の分布より ICS の発生状況を評価する．これらの結果を元に安定した変状検出を実現する前処理手法を検討する．

２．中間層分布の評価方法

Kullback–Leibler Divergence（以降，KLD と称する）は分布間の類似度を測る指標である．ICS は 2 つの分布間に違いが生じた状態であるため，KLD によって評価を試みる．分布が平均μ_1，標準偏差σ_1のpと平均μ_2，標準偏差σ_2のqが与えられたとき，KLD は(1)式で算出される．

$$D_{KL}(p \parallel q) = \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \ln \frac{p(x)}{q(x)} dx = \log \frac{\sigma_2}{\sigma_1} + \frac{{\sigma_1}^2 + (\mu_1 - \mu_2)^2}{2{\sigma_2}^2} - \frac{1}{2} \quad (1)$$

スケーリングは CS を抑制するデータの前処理手法で，最も一般的なものに標準化がある．標準化は(2)式に示す平均 μ および標準偏差 σ を使って，分布を平均 0，標準偏差 1 に変換する処理である．本研究では 8bit デジタル画像に対して 255 で除算を行ったデータ（以下，標準化なしと称する）と標準化を行ったデータ（以下，標準化ありと称する）を作成し, 推論時の中間 BN 層分布の変化を比較する．なお本研究では個別のデータ$\boldsymbol{x}$ではなく，ドメインごとの全データ$\boldsymbol{X}$から算出した μ および σ を用いる．

$$x_i' = \frac{x_i - \mu}{\sigma} \quad (2)$$

Batch Normalization[6]（以下，BN と称する）はニューラルネットワークにて適用される中間層の特徴量をスケーリングする手法である．学習時は各層・各チャンネルの出力がミニバッチごとに平均 0・標準偏差 1 となるよう，(2)式と同様の変換が実施される．推論時は学習の際に各ミニバッチで算出された μ と σ の移動平均を変換に用いる．この仕組みに基づいて，本論文では推論時の中間層出力の分布と平均 0・標準偏差 1 の分布を KLD で評価し，入力データの分布と比較する．

３．実験方法

学習済み CNN モデルを用いて，入力ドメインの分布と推論時の中間層分布の関係を分析する実験を行う．分析は標準化あり・なしデータで行い，データに合わせてモデルを使い分ける。撮影日時が異なる画像を別ドメインとし，Fig. 1 の(b)～(d)に例示する 3 つのドメインで分析する．これらは Fig. 1(a)のような画像から一辺 224px で切り出したものである．撮影区間と機材は全ドメインで同一である．撮影時の天候に応じて，それぞれを晴れ・曇り・雨ドメインと呼ぶ．モデルは晴れデータで学習したもので，晴れデータのテストデータは未学習区間から作成する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

中間層分布はドメインごとにひび割れのない正常画像 100 枚とひび割れを含んだ異常画像 100 枚で評価する．異常画像のひび割れラベルと非ひび割れラベルの画素値の分布を Fig. 2 に示す．図よりひび割れラベルはドメイン間の類似度が高いが，非ひび割れラベルは類似度が低いことが定性的に判断できる．よって標準化なしではひび割れラベルの分布がドメイン間で類似した状態となる．一方で標準化ありでは，本研究で用いた画像の 99%以上が非ひび割れというインバランスな状態が影響して，非ひび割れピクセルの分布に合わせたスケーリングが実行されるため，非ひび割れラベルの分布が類似する．

以上の条件を踏まえて，ひび割れと非ひび割れの 2 クラス Segmentation において標準化が ICS に与える影響を分析する．テストデータの BN 層出力分布を p とし，BN 層の学習則に基づいて平均 0, 標準偏差 1 の分布 q との KLD を算出する．KLD は個々の画像に対して各層のチャンネルごとに算出する．複数枚の画像から算出した KLD の各層の平均を平均 KLD とする．さらに各ドメインの正常・異常データで平均 KLD を算出し，標準化あり・なしで比較する．標準化なしに比べて平均 KLD の推移がドメイン間で類似した場合は CS および ICS 抑制を達成したと判断する．

4． 実験結果

はじめに異常データの mIoU をドメインごとに算出した．その結果，晴れ・曇り・雨ドメインに対して，標準化なしの場合は 0.584，0.462，0.581，ありの場合は 0.592，0.485，0.560 となり，モデルの性能差は小さいことを確認した．

Fig. 3 に推論時の各中間層での平均 KLD 算出結果を示す．(a)が正常画像での結果，(b)が異常画像での結果である．グラフの上段は標準化なし，下段は標準化ありの結果である．横軸は入力から数えた BN 層の数を示している．推移の類似度を定性的に評価すると，正常データでは標準化なし，異常データでは標準化ありが高い結果となった．

Fig. 2 と Fig. 3 より学習ドメインの分布と類似する画像を入力すると，かえってドメイン間の平均 KLD の推移に乱れが生じることが分かった．これは学習データと似た分布を持つデータを入力したことによって，畳み込みでより強く発火したためだと考えた．検出の安定性向上のためには，ひび割れピクセルおよび非ひび割れピクセルの分布を揃える前処理が必要であると判断した．

5． 最後に

本論文では護岸のひび割れ Segmentation タスクにおける入力データと中間層分布の関係性に関する分析結果を示した．その結果，ひび割れと非ひび割れピクセルの分布の違いが中間層分布に影響を与えることが予測された．

今後の課題を列挙する．1 点目は新たな前処理手法の検討である．本実験データでは標準化のような一律な変換では，ドメイン間の CS を抑制できなかった．画素値に応じて変換するスケールを変更する手法を試行し再検証を行う．2 点目は正常・異常を混ぜたデータセットでの検証である．本実験では正常・異常の各データ集合に対するモデルの反応を確認した．一方で，BN 層は正常・異常が混合したデータが平均 0・標準偏差 1 になるスケーリングを実行する．よって混合データでの検証も行う必要がある．3 点目は入力と中間 BN 層分布の分析結果の一般性に関する検証である．本実験では 2 クラス segmentation データセット 1 種での検証しかできていないため，様々なデータセット，タスクにて同様の検証を行う．

参考文献

1) 国土交通省: 令和 2 年版国土交通白書, pp.45-46, p.54 2020.
2) 国土交通省水管理・国土保全局河川環境課: 堤防等河川管理施設及び河道の点検・評価要領, p.5, 2019.
3) 国土交通省道路局：道路橋定期点検要領, p.2, 2019.
4) 藤井純一郎ほか: 深層学習を活用した河川護岸の経年モニタリング手法の提案, 2021 年度人工知能学会全国大会, 2021.
5) H. Shimodaira: Improving predictive inference under covariate shift by weighting the log-likelihood function, JSPI 90(2):pp227-244, 2000.
6) S. Ioffe et al.: Batch Normalization: Accelerating Deep Network Training by Reducing Internal Covariate Shift, the 32nd ICML, pp.448-456, 2015.

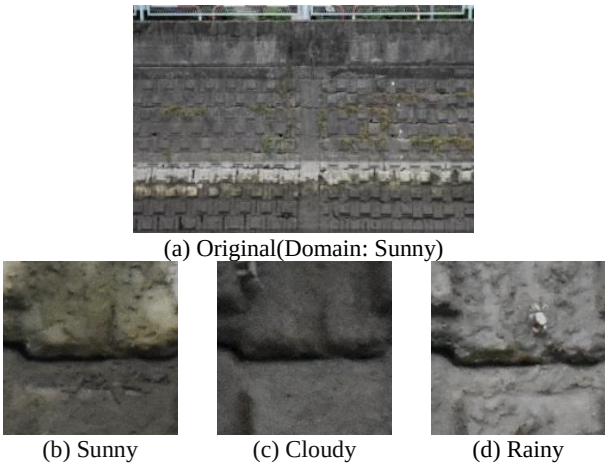


Fig. 1 Image examples

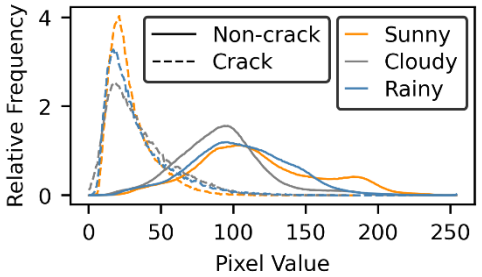


Fig. 2 Pixel value distribution

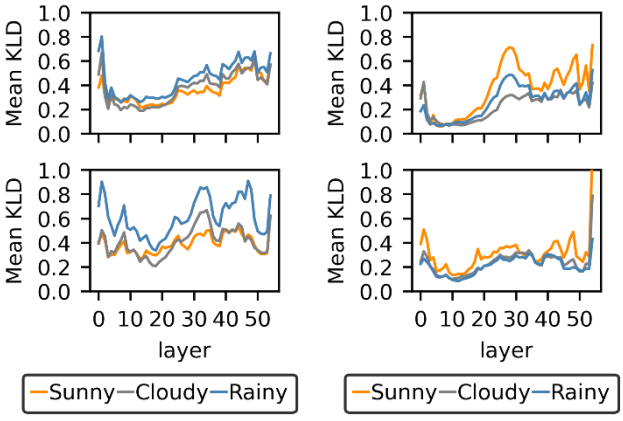


Fig. 3 KLD Transition in Intermediate layer

GPU を使用した高速な 3 次元地震時液状化解析とそのサロゲートモデル
GPU-accelerated Three-dimensional Seismic Soil Liquefaction Simulation and its Surrogate Model

日下部　亮太（東京大・地震研）　市村　強（東京大・地震研）　藤田　航平（東京大・地震研）
堀　宗朗（JAMSTEC）　Lalith Wijerathne （東京大・地震研）
Ryota Kusakabe, The University of Tokyo
Tsuyoshi ICHIMURA, The University of Tokyo
Kohei FUJITA, The University of Tokyo
Muneo HORI, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology,
Lalith Wijerathne, The University of Tokyo
E-mail: ryota-k@eri.u-tokyo.ac.jp

In this study, we developed a GPU-accelerated method for three-dimensional seismic response analysis considering soil liquefaction. The finite element method was used for the analysis, and the adaptive conjugate gradient method was used for solving the target equation. The whole analysis was parallelized with MPI and OpenACC. The developed method achieved a 10.7-fold speed up over a CPU-based implementation. Since the developed method make it easier to perform analysis multiple times, we constructed a surrogate model through machine learning using analysis results. It enabled faster evaluation of seismic response.

１．背景

地震時の地盤液状化は，地盤の不同沈下や側方流動，地上構造物の傾きや地下構造物の浮き上がりなど様々な被害をもたらしてきた．2011 年の東北地方太平洋沖地震では，これらの液状化の被害が東北から関東にかけての広い地域で発生した．地震時の被害を推定・軽減するために様々な研究が行われてきており，その中でも，物理シミュレーションに基づく地震応答解析はより正確な地震応答の評価を可能にするものとして期待されている．一方で，特に 3 次元解析の場合，解析に膨大な計算コストが必要という課題がある．

我々の研究室では，大規模な並列計算による 3 次元地震応答解析のための高性能計算手法を開発してきた [1)2)]．本研究では，Ichimura et al. (2014)[1)]の手法をもとに，地盤の液状化を考慮した地震応答解析のための手法を開発した．開発手法は，近年のスーパーコンピュータしばしば搭載される GPU を対象とし，GPU に適したアルゴリズムを構築することで高速な解析を実現した．

高速な解析が実現したことにより，モンテカルロシミュレーションによる不確実性の考慮や解析結果を利用した機械学習によるサロゲートモデル構築などの多数回の地震応答解析を必要とする検討がより容易に可能になると考えられる．本研究ではその一例として，ニューラルネットワークによる液状化解析のサロゲートモデルを構築した．これにより，さらに高速な地震応答の評価を可能にした．

２．液状化を考慮した 3 次元地震応答解析

本研究で対象とする地震応答解析の支配方程式は地盤の運動方程式(1)である．

$$\rho \frac{\partial^2 \boldsymbol{u}}{\partial t^2} - \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial \boldsymbol{x}} = \boldsymbol{f} \tag{1}$$

ただし，$\rho, \boldsymbol{u}, \boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{f}$は，それぞれ，地盤の密度，変位，応力，外力である．非構造四面体 2 次要素を使用した有限要素法とニューマークの β 法により，式(1)を離散化することで，大規模行列方程式

$$\boldsymbol{A}^{(n)} \delta \boldsymbol{u}^{(n)} = \boldsymbol{b}^{(n)} \tag{2}$$

を得る．ただし，$\boldsymbol{A}^{(n)}$は各時間ステップnで値が更新される大規模疎行列，$\boldsymbol{b}^{(n)}$は既知ベクトル，$\delta \boldsymbol{u}^{(n)}$は 100 万から 10 億自由度程度の未知ベクトルである節点変位増分ベクトルである．各時間ステップnでこの行列方程式を解くことにより，地震応答解析を実施する．

$\boldsymbol{A}^{(n)}, \boldsymbol{b}^{(n)}$は，ニューマークの β 法と材料構成則に従って更新される．本研究では，線形層と非線形層からなる地盤構造物モデルを対象としており，非線形構成則として Iai (1993)[3)]を使用した．この構成則は様々な方向の 1 次元構成則の重ね合わせとして 3 次元構成則を規定するマルチスプリングモデルと液状化に伴う剛性の低下を表現する過剰間隙水圧モデルによって，地震時の地盤液状化を表現している．

３．支配方程式求解手法

可変的前処理付き共役勾配法をベースとした Ichimura et al. (2014)[1)]をもとに，行列方程式(2)の求解手法を構築した．可変的前処理付き共役勾配法は，反復法である共役勾配法の一種である．共役勾配法では，各反復で「前処理」を行うことで解が収束するまでの反復回数を削減し，求解速度を速めている．可変的前処理付き共役勾配法の前処理では，前処理方程式$\boldsymbol{A}^{(n)} \boldsymbol{z} = \boldsymbol{r}$を共役勾配法で粗く解く．この前処理においてマルチグリッド法と混合精度演算を用いることで計算コストを削減し，高速化を図っている．

４．GPU を使用した高速な地震応答解析手法

本研究では MPI と OpenACC を使って解析を並列化した．各 MPI プロセスに 1 GPU が割り当てられ，各 MPI プロセスにおいて OpenACC を用いて GPU による並列計算が実行される．GPU 用のコードに実装には CUDA がしばしば用いられる．CUDA を用いると GPU の性能を最大限まで引き出す実装が可能になるが開発コストが高くなる．そのため，本研究では，基本的な計算であれば十分な高速化が見込め，低開発コストで実装可能な OpenACC を用いた．

本研究の対象とする地盤構造物モデルは線形層と非線形層からなるため，この点を考慮したアルゴリズムが必要となる．

まず，線形層と非線形層では 1 要素当たりの計算量が異なる．とくに構成則の計算において，非線形層の計算量は線形層の計算量と比べて大幅に多い．MPI 並列のために地盤構造物モデルを分割する際に，この点を考慮しないと，MPI プロセスごとに計算量のばらつきが生じ，並列効率の低下を招いてしまう．そこで，地盤構造物モデルの分割時

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

に，線形層と非線形層を別々に分割し，各 MPI プロセスに線形層の 1 分割と非線形層の 1 分割を割り当てることとした．これにより，各 MPI プロセスの線形層・非線形層の要素数が均一になり，計算量も均一になることが期待される．

次に，各 GPU における要素の順序にも注意が必要である．GPU は異なるデータについて同一の計算を行うことに適している一方で，異なるデータについて異なる計算を行うことには適していない．線形層の要素と非線形層の要素が混在してしまっていると，GPU に適していない計算になってしまう．そこで，解析の直前に線形層の要素が前半部分に，非線形層の要素が後半部分になるように要素順序を並び替えることとした．これにより，線形層と非線形層のそれぞれについて「異なるデータについて同一の計算を行う」こととなり，GPU に適した計算になるため，計算性能が向上することが期待される．

また，GPU を使うことにより計算部分は高速化される一方で，通信部分は高速化されない．そこで，前処理の通信において 21 ビットの低精度変数を使用することにより通信の高速化を図った．

４．数値解析

まず，開発手法の性能計測を実施した．スーパーコンピュータ AI 橋渡しクラウド(ABCI)[4]の 1 計算ノード(V)上で 4,854,570 自由度の地盤モデルを用いた 100 時間ステップの液状化解析を実施した．ABCI の計算ノードは 2 CPU (Intel Xeon Gold 6148) と 4 GPU (NVIDIA Tesla V100 SXM2)を搭載している．CPU のみを使用した場合と比較して，GPU を使った開発手法は 10.7 倍の高速化を実現した．また，ABCI の計算ノード(A) (Nvidia A100 SXM4 を搭載)上でウィークスケーラビリティを計測した．1 GPU あたりの自由度を 746 万自由度程度に固定し，使用する GPU 数を増やして計測したところ，8 GPU から 512 GPU へのウィークスケーラビリティは 97.3%だった(Fig. 1).

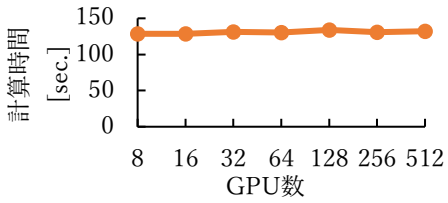


Fig. 1 Weak scalability

次に，89,146,716 自由度の大規模地盤構造物モデル(Fig. 1)を対象とした 30,000 時間ステップの液状化解析を実施した．CPU のみを使用してこの解析を実施した場合，スーパーコンピュータ Oakforest-PACS[5]の 128 計算ノード上で 14 時間 37 分を要したが，GPU を使用した開発手法では ABCI の 13 計算ノード上を使用して，計算時間は 3 時間 33 分だった．開発手法により，大規模液状化解析がより小規模な計算環境でより高速に実施できるようになったといえる．

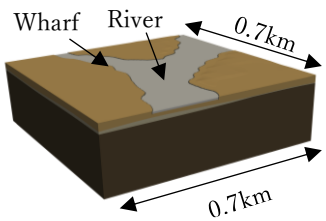


Fig. 1 Soil-structure model used in the large-scale simulation

５．液状化解析のサロゲートモデル

開発手法により，大規模な解析がより高速で実施できるようになり，多数回の解析もより容易に実施できるようになった．そこで，3 次元地震応答解析の解析結果を学習データとした機械学習により液状化解析のサロゲートモデルを構築した．なお，サロゲートモデルには 2~4 層の全結合層と ReLU 層からなるニューラルネットワークを使用した．

対象としたのは 2 km × 2 km の領域の地盤構造物モデル(94,286,505 自由度)である．この地盤モデルの統計量をもとに，200 m × 200 m の地盤モデル(100 万自由度程度)を 10 個作成し，これらのモデルで 3 次元液状化解析を実施することで学習データを作成した．構築したサロゲートモデルは 9 割を超える正答率を実現した(Fig. 3).

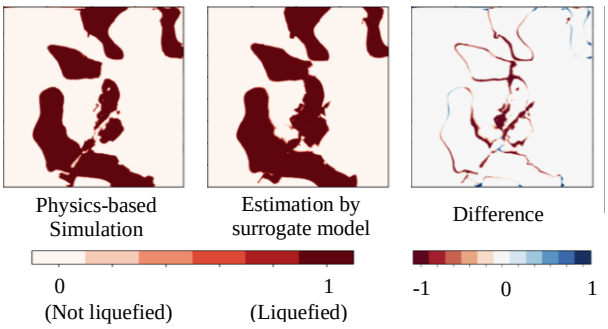


Fig. 3 Estimation by the surrogate model

６．まとめ

本研究では，GPU を使用して，地盤液状化を考慮した 3 次元地震応答解析を高速に実施するための手法を開発した．GPU に適した計算になるようなアルゴリズムを構築することにより高速化を図り，CPU を使用した場合と比較して 10.7 倍の高速化を実現した．

3 次元地震応答解析の高速化を実現したことを受けて，より容易に生成できるようになった解析結果を学習データとした機械学習により，サロゲートモデルを構築した．これにより，より高速な地震応答の評価が実施できるようになると期待される．

参考文献

1) T. Ichimura et al.: Physics-Based Urban Earthquake Simulation Enhanced by 10.7 BlnDOF × 30 K Time-Step Unstructured FE Non-Linear Seismic Wave Simulation, SC '14: Proceedings of the International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis, pp.15-26, 2014
2) Ichimura et al.: Implicit Nonlinear Wave Simulation with 1.08T DOF and 0.270T Unstructured Finite Elements to Enhance Comprehensive Earthquake Simulation, SC '15: Proceedings of the International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis, pp.1-12, 2014
3) S. Iai: Three dimensional formulation and objectivity of a strain space multiple mechanism model for sand, Soils and Foundations, 33(1), pp.192-199, 1993.
4) About ABCI, https://abci.ai/en/about_abci/
5) Oakforest-PACS スーパーコンピュータシステム, https://www.cc.u-tokyo.ac.jp/supercomputer/ofp/service/

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

第 1 部門②

座長:佐藤 太裕(北海道大学)

2022年5月28日(土) 10:40 ～ 12:10 A会場 (オンライン)

[2A07-12-01] 確率過程におけるランダム性と微分不可能性の関係

*佐藤 忠信[1] （1. 京都大学）

10:40 ～ 10:55

[2A07-12-02] DIPM法による斜面流動シミュレーションの精度評価

*チオドリ ファズル ハビブ[1]、松島 亘志[1] （1. 筑波大学）

10:55 ～ 11:10

[2A07-12-03] 基づく曲線座標と摂動展開を利用した曲り梁のメタモデリング理論

*堀 宗朗[1]、藤田 航平[2] （1. 国立研究開発法人海洋研究開発機構、2. 東京大学）

11:10 ～ 11:25

[2A07-12-04] テーパー形状と中空断面が自重座屈耐性に与える影響

*金浜 瞳也[1]、佐藤 太裕[1] （1. 北海道大学）

11:25 ～ 11:40

[2A07-12-05] 冠雪荷重による部材損傷メカニズムの把握と対策工の検討

*栗原 幸也[1]、矢口 龍太[1]、長浜 義彦[1]、佐伯 昌之[2] （1. 東電設計株式会社、2. 東京理科大学）

11:40 ～ 11:55

[2A07-12-06] フラクタル解析によるトンネル覆工のひび割れに対する定量化の一考察

*須藤 敦史[1] （1. 東北工業大学）

11:55 ～ 12:10

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

確率過程におけるランダム性と微分不可能性の関係
The relation between the randomness and un-differentiability in the Stochastic Process

佐藤　忠信（京都大学・名誉教授；神戸学院大学・研究員）
Tadanobu SATO （Kyoto University；Kobe-Gakuinn University）
E-mail: satotdnbseu@yahoo.co.jp

We discuss the relation between randomness and un-differentiability in the stochastic process. For that purpose we first discuss the discontinuity with respect to (wrt) the parameter of the stochastic process, which is composed of an iid generated random series form the probability density function (PDF) of the stochastic process. We first define the generalized Brownian noise but it is converted to the Brownian noise based on the central limit theorem. We define the stochastic differential equation for higher derivative of stochastic process

１．はじめに

不規則な現象を表現するのに，媒介変数τの連続関数となる確率過程を用いることが多い．確率変数は大文字で，そのサンプルは小文字で表現することが一般的であるので，本研究では$X(\tau)$とすれば，確率過程であり，そのサンプル過程を$x(\tau)$と表現する．確率過程はサンプル過程の集合として定義[1]されるので，次式が成立する．

$$X(\tau) = \{x(\tau)\} \tag{1}$$

ここに，{　}は集合を表す記号である．離散確率過程を考える場合には，τを離散間隔$d\tau$で離散化し，$\tau_l = l \cdot d\tau$と置き，$x_l = x(\tau_l)$のように離散化すればよい．本研究では確率過程のランダム性とは何かを議論し，その特性を明らかにする．

２．確率過程におけるランダム性の起源

確率過程のランダム性は，確率過程を規定する確率密度関数から独立同分布で生成される乱数列のランダム性に起因するものとする．そのため，乱数列の取り込み方によって，確率過程の特性が変わるので，それを明確にする．

2.1 乱数列から構成される確率過程の不連続性

Θを規定する確率密度関数$p(\Theta)$から独立同分布で生成した乱数列を$\{\theta_l\}$とし，離散点τ_lでの差分を次式で定義する．

$$d\theta_l = \theta_l - \theta_{l-1} \tag{2}$$

離散サンプル過程を$\{x_l\}$とし，$\{\theta_l\}$に等置した過程を離散ランダム過程と名付け，それとその差分を次式のように定義する．

$$\{x_l\} = \{\theta_l\};\ \ \{dx_l\} = \{x_l - x_{l-1}\} = \{d\theta_l\} \tag{3}$$

この場合，$\tau_l = \tau_{l-1} + d\tau$であり，$d\tau \to 0$のとき，$\tau_{l-1} \to \tau_l$であるが，乱数値の独立性から，$\theta_l \neq \theta_{l-1}$であり，$dx_l \to 0$とはならないので，ランダムサンプル過程$x(\tau)$は，$d\tau \to 0$の極限で，媒介変数の至る所で不連続になる．したがって，乱数列から構成される確率過程は，媒介変数の至る所で不連続な過程になる．

ランダム性を保持しながら，媒介変数に関する連続性を満たすには，$d\tau \to 0$で，θ_lの振幅がゼロに漸近すれば良い．この場合には，$d\theta_l \to 0$も自動的に満たされる．なお，Θの確率密度関数$p(\Theta)$が分散値を持つなら，中心極限定理から，$p(\Theta)$は正規分布となるので，$p(\Theta)$の標準偏差値が，$d\tau \to 0$で，ゼロに収束することが要請される．

2.2 媒介変数に関して連続な確率過程

媒介変数τに対して連続な確率過程の場合には，$d\tau \to 0$のとき，サンプル過程の増分に対し次式の成立することが要求される．

$$dx(\tau) \to 0 \tag{4}$$

これは，$dx(\tau)$が次式で定義される一般化されたブラウンノイズ過程 $dB(\tau, d\tau)$に等しければ満たされる．

$$dB(\tau, d\tau) = \sigma (d\tau)^{1/p} \theta(\tau) \tag{5}$$

ここに，$\theta(\tau)$はτにおいて，正規化された確率密度関数$p(\Theta)$より独立同分布で生成される乱数値である．なお，離散過程dB_lは次式で定義される．

$$dB_l = dB(\tau_l, d\tau) = \sigma (d\tau)^{1/p} \theta_l \tag{6}$$

ここに，$\theta_l = \theta(\tau_l)$である．これから，　dB_lには$p(\Theta)$から生成された独立同分布の乱数列$\{\theta_l\}$の包含されていることが分かる．

式(4)を満たすため，次式の成立する場合を考える．

$$dx(\tau) = dB(\tau, d\tau) \tag{7}$$

$dx(\tau)$を離散化すると次式となる．

$$d\,x_l = dx(\tau_l) = x_l - x_{l-1} \tag{8}$$

したがって，式(7)の離散表現は次式となる．

$$d\,x_l = dB_l \tag{9}$$

式(9)で表現される離散サンプル過程では，$d\tau \to 0$のとき，式(6)より$d\,x_l \to 0$が満たされるので，$x(\tau)$はτに関して連続関数となるが，$|dx(\tau)/d\tau| = \sigma\theta_l (d\tau)^{(1/p-1)} \to \infty$であるので，$\tau$の至る所で，$x(\tau)$が微分不可能な関数になっている．このことは，媒介変数τに関して連続な確率過程にランダム性を付与すると，確率過程の一階導関数がτに関して不連続になることを表している．これは，高階の導関数に媒介変数に関する連続性とランダム性を付与すると，一階高次の導関数に不連続性が発現することを意味している．本研究ではこの点を明確にする．

一般化ブラウンノイズの確率特性を明確にするために，$d\tau$より十分大きな任意の離散間隔$\Delta\tau = K \cdot d\tau$を考える．$\Delta\tau$の大きさが決められていれば，$d\tau$はいくらでも小さく取れるので，$K$はいくらでも大きく取れることに注意してほしい．サンプル過程の大きな差分を$\Delta\, x_l$とすれば，媒介変数τに関する$x(\tau)$の連続性から，$\Delta\, x_l$は差分$d\, x_l$の和として次式で表現できる．

$$\Delta\, x_l = \sum_{m=1}^{K} \sigma dx_{l-1+m} = \sum_{m=1}^{K} \sigma (d\tau)^{1/p} \theta_{l-1+m} \tag{10}$$

この場合，$\Delta\, x_l$の分散値$\sigma_{\Delta x}^2$は次式で与えられる．

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta x}^2 &= \sigma^2 E[(\Delta\, x_l)^2] \\ &= \sigma^2 (d\tau)^{2/p} E\left[\left(\sum_{m=1}^{K} \theta_{l-1+m}\right)^2\right] \end{aligned} \tag{11}$$

式(11)の右辺第3式は独立同分布の乱数値θ_lの2次形式になっていること，ならびに式(12)の関係を考慮すれば，離散間隔が$\Delta\tau$となる場合の，$p(\Theta)$の分散値$\sigma_{\Delta x}^2$は式(13)で表される．

$$E[\theta_k \theta_l] = \begin{cases} 0 & k \neq l \\ 1 & k = l \end{cases} \tag{12}$$

$$\sigma_{\Delta x}^2 = \sigma^2 E[(\Delta\, x_l)^2] = \sigma^2 K \cdot (d\tau)^{2/p} \tag{13}$$

なお，Kはいくらでも大きく取れるので，中心極限定理から，$p(\Theta)$は正規確率密度関数となる．しかし，$\sigma_{\Delta x}^2 = \sigma^2 \Delta\tau \cdot (d\tau)^{(p-2)/p}$となるので，$\sigma_{\Delta x}^2$が$d\tau$に依存する．それを避けるために，$p = 2$が要請され，$\Delta\tau$の大きさによらず，$dB_l = \sigma\sqrt{\Delta\tau}\theta_l$と表され，$\sqrt{\Delta\tau}\theta_l$は離散ブラウンノイズ[2]に一致する．したがって，$\{\theta_l\}$が$N(0,1)$から生成される乱数列になる．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

2.3 確率微分方程式として定義される確率過程

確率過程$X(\tau)$のサンプル過程を$x(\tau)$とすれば，その確率微分方程式 [3]としての表現は，式(6)で$p=2$で$\sigma=1$としたブラウンノイズ [2]を用いて，式(14)で与えられる．なお，確率微分方程式の解として与えられる$x(\tau)$の媒介変数に対する連続性やその導関数の不連続性は発表会当日に議論する．

$$dx(\tau)=a\big(\tau,x(\tau)\big)d\tau+b\big(\tau,x(\tau)\big)dB(\tau,d\tau) \quad (14)$$

3．ブラウンノイズの媒介変数に関する高階導関数の不連続性

ここでは、確率過程のランダム性とその導関数の不連続性との関係を明確にするために，サンプル過程$x(\tau)$の導関数に関する不連続性を議論する．そのために，$n=0,1,2,\cdots$とし，次式のようなn階導関数を考える．

$$g^{(n)}(\tau)=d^n x(\tau)/d\tau^n \quad (15)$$

その上で，$g^{(n)}(\tau)$の増分を次式で定義する．

$$dg^{(n)}(\tau)=\left(g^{(n)}(\tau)-g^{(n)}(\tau-d\tau)\right) \quad (16)$$

$n=0$のときには式(15)や(16)は意味を持たないが，次式が成立するものとする．

$$g^{(0)}(\tau)=x(\tau)$$
$$dg^{(0)}(\tau)=dx(\tau)=x(\tau)-x(\tau-d\tau)$$

この場合，$(n+1)$階導関数は次式で定義される

$$g^{(n+1)}(\tau)=dg^{(n)}(\tau)/d\tau \quad (17)$$

なお，$g^{(n)}(\tau)$と$dg^{(n)}(\tau)$の離散表現は次式で与えられる．

$$g_l^{(n)}=g^{(n)}(\tau_l) \quad (18)$$
$$dg_l^{(n)}=dg^{(n)}(\tau_l)=g_l^{(n)}-g_{l-1}^{(n)} \quad (19)$$

さらに，$(n+1)$階導関数の離散表現を次式で近似する．

$$g_l^{(n+1)}\cong\left(g_l^{(n)}-g_{l-1}^{(n)}\right)/d\tau \quad (20)$$

ここで，$dg^{(n)}(\tau)$の離散過程$dg_l^{(n)}$が，式(6)で定義された一般化離散ブラウンノイズに一致する場合を考える．

$$dg_l^{(n)}=g_l^{(n)}-g_{l-1}^{(n)}=dB_l=\sigma\theta_l(d\tau)^{1/p} \quad (21)$$

この場合には，$d\tau\to0$のとき，$dg_l^{(n)}\to0$が満たされるので，$g^{(n)}(\tau)$過程が媒介変数τの連続関数になっており，ランダム性の包含されていることが分かる．一方，$g^{(n+1)}(\tau)$の離散過程である$g_{l+1}^{(n)}$の近似値は次式で与えられる．

$$g_{l+1}^{(n+1)}\cong\left(g_l^{(n)}-g_{l-1}^{(n)}\right)/d\tau=\sigma\theta_l(d\tau)^{(1/p-1)} \quad (22)$$

したがって，$d\tau\to0$のとき，$\left|g^{(n+1)}(\tau)\right|\to\infty$となるので，$(n+1)$階導関数は媒介変数$\tau$の至る所で不連続な関数になることが分かる．したがって，以下の公理が導かれる．

公理：一般化ブラウンノイズによって定義される確率過程のランダム性は確率過程を規定する確率密度関数から独立同分布で生成される乱数列に依存する．なお，n 階導関数の増分を一般化ブラウンノイズとする確率過程は，媒介変数の連続過程となるが，(n+1) 階導関数は媒介変数の不連続過程になる．これは，一般化ブラウンノイズのランダム性と媒介変数に対する不連続性とは切り離して議論できないことを意味している．

4．高階導関数の確率微分方程式としての表現

高階微係数過程を$G^{(n)}(\tau)$とし，式(6)で$p=2$で$\sigma=1$としたブラウンノイズを用いて，サンプル過程の導関数$g^{(n)}(\tau)=d^{(n)}x(\tau)/d\tau^n$の確率微分方程式を次式で定義する．

$$dg^{(n)}(\tau)=\alpha(\tau,g^{(n)}(\tau))d\tau+\beta(\tau,g^{(n)}(\tau))dB(\tau,d\tau) \quad (23)$$

当然であるが，$G^{(n)}(\tau)=\{g^{(n)}(\tau)\}$と表現される．なお，式(23)で，$\alpha(\tau,g^{(n)}(\tau))\equiv0$と$\beta(\tau,g^{(n)}(\tau))\equiv1$として，それを離散化すれば，$p=2$で$\sigma=1$とした式(21)に一致する．なお，ミルシュタイン近似を用いた，$g^{(n)}(\tau)$に対する確率微分方程式(23)の数値計算例は発表会当日に示す．なお，式(23)に基づいた，$g^{(n)}(\tau)$の確率密度関数の導出と媒介変数に関する連続性や$g^{(n+1)}(\tau)$の不連続性は今後の課題である．

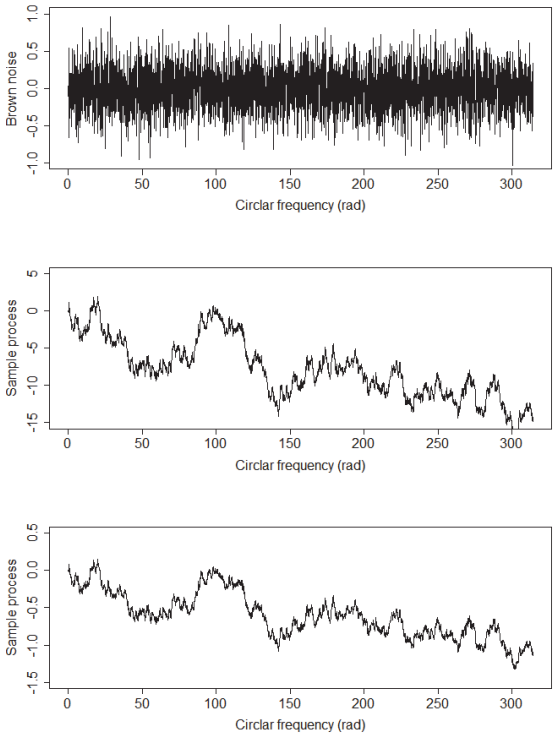


Fig.1 Three stochastic processes
The top figure is the Brownian noise process; $\sqrt{d\tau}\theta_l$
The middle figure is the cumulative sum of $\sqrt{d\tau}\theta_l$
The bottom figure is the cumulative sum of $\theta_l d\tau^{1.5}$

$p=2$で　$\sigma=1$の場合は，$dB_l=\sqrt{d\tau}\theta_l$となり離散ブラウンノイズになるので，それを Fig.1 の最上段に描画した．$\sqrt{d\tau}\theta_l$をサンプルの差分$d\,x_l$に等置すると，$d\,x_l=\sqrt{d\tau}\theta_l$となるので，$d\,x_l$の累積和で$x_l$過程求めたのが Fig.1 の中段図である．サンプル過程の媒介変数に関する一階導関数の離散増分過程$dg_l^{(1)}$を離散ブラウンノイズ$\sqrt{d\tau}\theta_l$に等置すると，$dg_l^{(1)}=\sqrt{d\tau}\theta_l$となるので，$d\,x_l=(d\tau)^{1.5}\theta_l$として，$d\,x_l$の累積和で求めた$x_l$過程を Fig.1 最下段に描画した．中段と下段に描画した過程は媒介変数の連続関数であるが，ランダム性を有しており，その過程は相似になることが分かる．

謝辞
本研究は，科学研究費―基盤研究 C(#21K04242)の補助を受けて，実施したものである．

参考文献

1) Lin, Y. K.：*Probablistic theory of structural dynamics*, McGraw-hill Inc. , 1967.
2) Karatzas, I.：*Brownian Motion and Stochastic Calculus*, Springer-Verlag New York Inc., 1988.
3) Mikosch, T.：*Elementary Stochastic Calculas wiyh Fainnce in View*,World Scientific Publishing Co, Pte. Ltd., 1998

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Accuracy Evaluation of Landslide Simulation using Depth Integrated Particle Method

Fazlul Habib CHOWDHURY, University of Tsukuba
Takashi MATSUSHIMA, University of Tsukuba
E-mail: fhchy@yahoo.com

DIPM (depth-integrated particle method) is an effective numerical method suitable for sediment-related disaster simulation of a very wide area with detailed topographic information. The model considers the flowing mass as a combination of soil columns. The equations of motion of such soil columns are solved as two-dimensional discrete 'particles' traveling through the surface terrain. The particles are susceptible to bottom shear friction computed by modified Manning's formula with yield stress and column-to-column interaction based on their hydraulic gradient. Consequently, the flow behavior is governed by only two material parameters: the Manning's coefficient n and the critical deposition angle i_{cr} related to the yield stress. Flow simulations were conducted by considering the slope failures at the Tomisato and Horonai district of Atsuma town during Hokkaido Eastern Iburi Earthquake (2018) as case study areas. The topographic data were extracted from national data widely available for Japan using GIS. The difference in geological conditions, vegetation and water content of the case study areas had some influence while identifying the material parameters through flow simulation. The average value for n and i_{cr} are 0.1 and 6°, respectively, with an average accuracy of 66%.

1. Introduction

The Hokkaido Eastern Iburi earthquake struck at 3:07 on September 6, 2018, at the southern part of Hokkaido, Japan, causing thousands of slope failures spread over hilly regions within approximately 400 km^2 in Atsuma, Abira, and Mukawa town. In the current study, slope failure that occurred in the north of Atsuma town at Tomisato and Horonai district was analyzed as case studies. The slope of this area is covered mostly by layers of volcanic ash soil. The slope failure type was categorized as earth flow type. Slip surface was described as the Ta-d pumice layer from the Tarumae volcano 9,000 years ago and the En-a layer from the Eniwa volcano nearly 200,000 years ago (Kawamura et al.,2018[1]).

The topographic information of the study areas, which is about 2000 km by 2000 km for Tomisato and 3000 km by 3000 km for Horonai District (Fig. 1), was extracted from the Digital elevation model (DEM), composed of 10 m mesh using ArcGIS software. The initial failure locations were set from the slope failure distribution map by GSI using ArcGIS (GSI[2]; Kita,2018[3]).

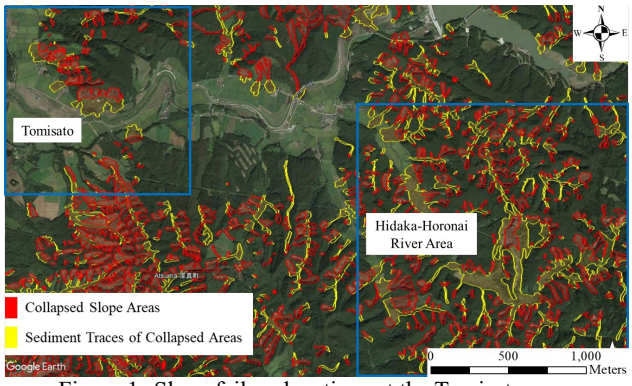


Figure 1: Slope failure locations at the Tomisato area.

The study adopts a depth-integrated particle method (DIPM) with a simple constitutive model that can simulate landslides' phenomena in a wide area with detailed topographic information (Hoang et al.,2009[4]; Zhang and Matsushima,2014[5]). The model deals with the flowing mass as a combination of soil columns. The equations of motion of such soil columns are derived as 2D discrete 'particles' moving along the surface terrain. A linear interaction model describes the interaction between two neighboring particles based on their hydraulic gradient. The model mainly comprises two governing parameters describing debris flow: Manning's coefficient and critical deposition angle. Because of such a simplified structure similar to the Discrete Element Method, DIPM is a very efficient and stable flow simulation method compared to other methods based on the finite difference method (Ouyang et al., 2013[6]) or Smooth Particle Hydrodynamics (Pastor et al., 2009[7]). In this paper, we evaluate the accuracy of DIPM through the simulation of landslides at the Tomisato and Horonai district of Atsuma town during Hokkaido Eastern Iburi Earthquake and discuss the appropriate parameters in this region.

2. Depth Integrated Particle Method (DIPM)

The depth-integrated balanced equation (or the shallow water equation) can be written as the following

$$\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial t} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} = -g_x \frac{\partial p}{\partial x}(h_0 + h) - \frac{(\tau_b)_x}{\rho_h}$$
$$\frac{\partial \bar{v}_y}{\partial t} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} = -g_y \frac{\partial p}{\partial y}(h_0 + h) - \frac{(\tau_b)_y}{\rho_h} \quad (1)$$

where, $v = (v_x,\ v_y)$ is a depth-integrated flow velocity vector; (g_x, g_y) is the gravitational acceleration component parallel to the base slope; h_0 and h are the base ground and water surface height, respectively; $\tau_b = (\tau_{bx},\ \tau_{by})$ is the bottom shear-stress vector; ρ is the debris flow density, and p is denoted as the hydraulic pressure.

The hydraulic pressure gradient is modelled by the interaction force between the two soil columns particles. Assuming 2D closed hexagonal packing, the non-dimensional interaction force between the columns, that is, the force divided by the column weight is defined as eq. (2). A linear relationship between normalized particle distance and pair-wise relationship is considered in the simulation and given by eq. (3)

$$f = \frac{1}{3} K_0 \cdot \frac{h_0}{d_0} \left(\frac{d_0}{d}\right)^3 \quad (2)$$

$$f = \frac{\alpha}{3} K_0 \cdot \frac{h_0}{d_0} \frac{d_{lim} - d}{d_0} \quad (3)$$

Where K_0 is the static earth pressure, h_0 is the initial height of the soil column, d_0 and d are the initial and current particle spacings, respectively, and d_{lim} is the maximum spacing where repulsion force is acting on. It is important to note that the total pressure acting on a column becomes nonlinear even though the pair-wise interaction (eq. (3)) is linear because not only the closest neighbor particles but also the other particles within d_{lim} spacing contributes to the total pressure. Fig. 2 shows that $d_{lim}/d_0 = 2.0$ and $\alpha = 0.6$ for pair-wise interaction gives the consistent total interaction force with the theoretical curve (eq. (2)). Note that the total interaction is computed by assuming the hexagonal packing and slightly differs in different orientations.

The bottom shear stress is an opposing force to the fluid movement, reducing the flow. The bottom shear stress as a smoothened Birmingham-type was computed using (eq. (4)).

$$\tau_b = \left(\tau_{cr}\|\bar{v}\|^m + \rho g \frac{n^2}{{R_h}^{1/3}}\|\bar{v}\|^2\right)\frac{\bar{v}}{\|\bar{v}\|} \quad (4)$$

Where,$\tau_{cr} = \rho g R_h \tan i_{cr}$, n is the Manning coefficient, R_h is the hydraulic radius, and i_{cr} is the critical deposition angle.

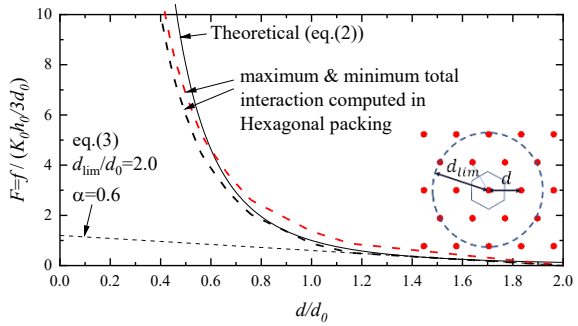


Figure 2: Relationship between normalized interparticle distance and non-dimensional interaction force.

3. Flow Simulation Results

In this study, the simulation accuracy is checked based on the affected area (both collapsed and inundated area) due to slope failure. The analyzing meshes were divided into four categories as per Table 1, and the accuracy index is calculated as per eq. (5).

Table 1: Summary of the indexes

Simulated Affected Area		Actual Affected Area	
		True	False
	True	TP	FP
	False	FN	TN

$$\text{Accuracy}, \alpha = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FP} + \text{FN}} * 100 \quad (5)$$

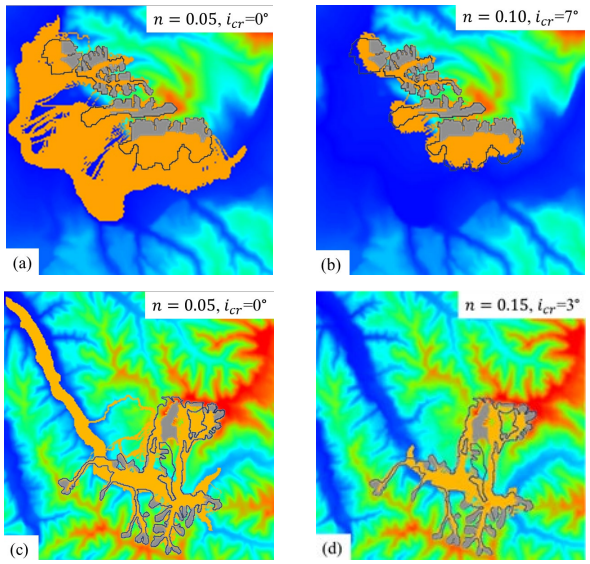


Figure 3: Flow simulations with a different set of $\boldsymbol{n}$ and $\boldsymbol{i_{cr}}$

Fig. 3 shows the actual collapsed area in the grey, simulated inundated area in orange and the actual inundated area with the black outline for various sets of n and i_{cr}. When we compared the simulated inundated area with the actual one, it shows that for smaller n and i_{cr} causes an excess flow acceleration and results in a large deviation, as shown in Fig. 3(a, c). The inundated area becomes smaller and narrower as i_{cr} increases. Considering the debris flow stopped within the black outline boundary, the minimum and maximum values of n and i_{cr} were identified, and one of the best simulation results are shown in Fig. 3(b, d).

Fig. 4(a, b) shows the correlation between the accuracy index of the simulation for different sets of n and i_{cr}. For Tomisato area the value of n is between 0.05 to 0.15 and i_{cr} is between 5° to 10° with the most suitable accuracy ranging from 63% to 69%. On the other hand, the for Horonai area at the Hidaka-Horonai river blockage, the value of n is between 0.75 to 0.15 and i_{cr} is between 3° to 7° with the most suitable accuracy ranging from 63% to 66%. In the case of the Hidaka-Horonai river blockage, since the flowing mass reached the river, it might have increased the water content. With a higher content of water, the critical deposition angle is reduced, which explains the lower i_{cr} value in case of Hidaka-Horonai river blockage area. In addition, n increases with the vegetation density, which resulted in higher values of n in this area compared to Tomisato area.

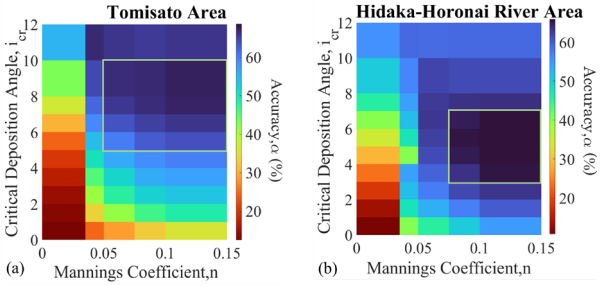


Figure 4: Co-relation between the accuracy index and material parameter ($\boldsymbol{n}$ and $\boldsymbol{i_{cr}}$)

4. Conclusion

Depending on the existing research and reports from field investigation, the landslides from the Tomisato and Horonai districts were analyzed in this study. The outcome of this study shows that DIPM can simulate sediment-related disasters such as slope failure and subsequent debris flow/mudflow for a wide area with detailed topography. By setting the initial failure location, the model detected the inundated area with an average accuracy of 66%. The different range of parameter values is due to differences in the vegetation density and water content in the flowing mass of the study areas. Therefore, the average value of the material parameter is n= 0.1 and i_{cr}= 6°, respectively.

References

1. Kawamura, S., Kawajiri, S., Hirose, W., & Watanabe, T.: Slope failures/landslides over a wide area in the 2018 Hokkaido Eastern Iburi earthquake, Soils and Foundations, 59, pp.2376–2395, 2019.
2. Geospatial Information Authority of Japan (GSI).: Basic Geospatial Information Data: Digital Elevation Model, 10m Mesh. Available at: https://fgd.gsi.go.jp/download/mapGis.php.
3. Kita, K.: An Inventory of Landslides Triggered by Hokkaido Eastern Iburi Earthquake, 2018. Available at: https://github.com/koukita/2018_09_06_atumatyou
4. Hoang, G. Q., Matsushima, T. & Yamada, Y. Debris flow simulation by particle method using PRISM-DSM. In Proceedings of 6th Geo-Kanto Conference, 2009 (in Japanese).
5. Zhang, N. and Matsushima, T.: Simulation of rainfall-induced debris flow considering material entrainment. Engineering Geology, 214, pp.107–115, 2016.
6. Ouyang, C., He, S., Xu, Q., Luo, Y., and Zhang, W.: A MacCormack-TVD finite difference method to simulate the mass flow in mountainous terrain with variable computational domain, Computers & Geosciences, 52, pp.1-10, 2013
7. Pastor, M. et al. Application of a SPH depth-integrated model to landslide run-out analysis. Landslides, 11, pp.793–812, 2014.

Application of Meta-Modeling Theory to Thin Curved Beam Using Curvilinear Coordinate System and Perturbation Expansion

Muneo HORI, Japan Agency for Marine-Earth Science and Technologoy,
Kohei FUJITA, The University of Tokyo,
E-mail: horimune@jamstec.go.jp

This paper presents rigorous formulation of a thin curved beam based on the meta-modeling theory proposed by the authors. A curvilinear coordinate system inherent to the configuration of the beam is introduced; it is shown that the basis vectors of the system must change on the cross section unlike the conventional treatment of the curved beam. The perturbation expansion that uses the ratio of the beam thickness and radius is applied to displacement functions. The governing equations for displacement functions are derived from a Lagrangian of continuum mechanics. Discussions are made on the limitation of the present formulation.

1. INTRODUCTION

The authors developed a meta-modeling theory[1] to link continuum mechanics to structural mechanics. This paper presents the application of the meta-modeling theory to a thin curved beam and derives the governing equation for the dis-placement function.

The practical usefulness of the present paper is minimum, except for the case of developing a non-linear curved beam element of a finite element method. Educational significance can be large because differential geometry is learned by following the flow of the formulation.

2. Geometry of thin curved beam

Let V and N be the domain and neutral axis of a thin curbed beam; see Fig. 1. A point along N is given as $\boldsymbol{X}(S)$, and without the loss of generality, we assume $|\boldsymbol{X}'| = 1$. We define a set of unit vectors,

$$\{\boldsymbol{B}_1, \boldsymbol{B}_2, \boldsymbol{B}_3\} = \{\boldsymbol{X}', \frac{\boldsymbol{X}''}{|\boldsymbol{X}''|}, \boldsymbol{X}' \times \frac{\boldsymbol{X}''}{|\boldsymbol{X}''|}\}, \quad \text{along } N. \quad (1)$$

By definition, $\boldsymbol{B}_i$'s are mutually orthogonal, and they are genially used in analyzing the curved beam.

Using $\boldsymbol{B}_i$, we define s^i and $\boldsymbol{b}_i$ for $i = 1, 2, 3$ as

$$\{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2, \boldsymbol{b}_3\} = \{\boldsymbol{B}_1 + s^p \boldsymbol{B}'_p, \boldsymbol{B}_2, \boldsymbol{B}_3\} \quad \text{in } V; \quad (2)$$

s^1 is constant on a cross section normal to N with $s^1 = S$ along N; and s^2 and s^3 are naturally defined on the cross section with $s^2 = s^3 = 0$ along N. Since $\boldsymbol{b}_i$'s of Eq. (2) are regarded as a function of s^i's, the following equation holds:

$$\frac{\partial \boldsymbol{b}_j}{\partial s^i} = \frac{\partial \boldsymbol{b}_i}{\partial s^j} \quad \text{in } V. \quad (3)$$

Thus, s^i and $\boldsymbol{b}_i$ form a curvilinear coordinate system. We cannot form coordinate system using $\boldsymbol{B}_i$'s of Eq. (1), because we cannot find associte coordinates that satisfy Eq. (3) for them.

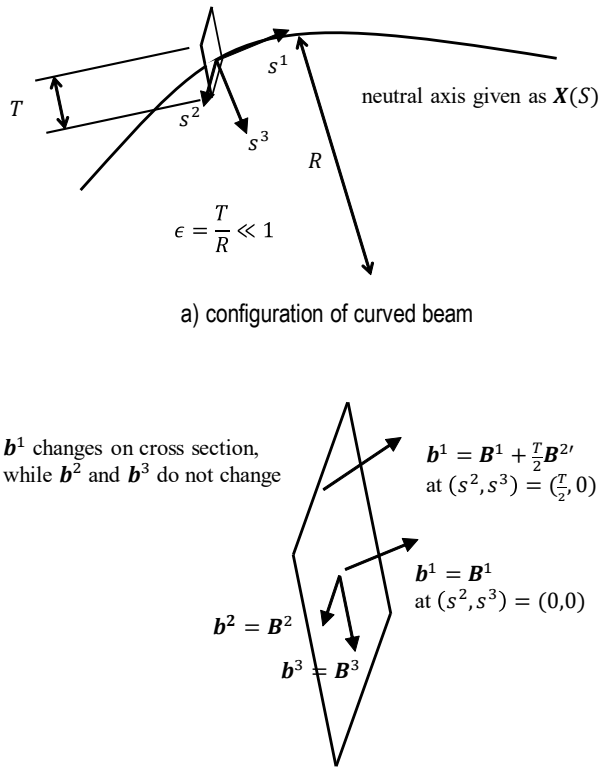


Fig.1 Configuration and basis vectors of thin curved beam.

Denoting by T and R the thickness and radius of the beam, we define

$$\varepsilon = \frac{T}{R} (\ll 1). \quad (4)$$

We can express $\boldsymbol{b}_1$ as $\boldsymbol{b}_1 = \boldsymbol{B}_1 + \varepsilon_i \boldsymbol{B}_i$ with $\varepsilon_i = s^p(\boldsymbol{B}'_p \cdot \boldsymbol{B}_i)$. This ε_i satisfies $\varepsilon_i = O(\varepsilon)$.

We can approximately compute the metric and Christoffel symbols, dropping terms of $O(\varepsilon^2)$. We can compute the gradient of a vector function, $\boldsymbol{f} = f^i \boldsymbol{b}_i$,

as

$$\boldsymbol{f} \approx ((1-2\varepsilon_1)f^1_{,1} - \varepsilon_p f^1_{,p})\boldsymbol{b}_1 \otimes \boldsymbol{b}_1 \cdots,$$

where $(.)_{,i} = \frac{\partial()}{\partial s^i}$.

We can compute the Jacobian, $J = \det\left[\frac{\partial x_j}{\partial s_i}\right]$ as

$$J \approx 1 + \varepsilon_1. \tag{5}$$

3. Derivation of governing equation of thin curved beam displacement

According to the meta-modeling theory[1)], we use the following functional for displacement and stress functions, $\boldsymbol{u}$ and $\boldsymbol{\sigma}$:

$$\mathcal{L}[\boldsymbol{u}, \boldsymbol{\sigma}] = \int_V \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{c}^{-1} : \boldsymbol{c} - \boldsymbol{\nabla u} : \boldsymbol{\sigma}\, \mathrm{d}v, \tag{6}$$

where $\boldsymbol{c}$ is elasticity tensor and $\boldsymbol{c}^{-1}$ is its inverse tensor. We use $\boldsymbol{B}_i$ or $\boldsymbol{b}_i$, respectively, to describe or compute $\boldsymbol{u}$ and $\boldsymbol{\sigma}$.

We employ the following $\boldsymbol{u}$ and $\boldsymbol{\sigma}$:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u} &= (U - s^p W^{p\prime} + \varepsilon_1 U)\boldsymbol{B}_1 \\ &\quad +(W^p + \varepsilon^p (U - s^q W^{q\prime})\boldsymbol{B}_p, \\ \boldsymbol{\sigma} &= \sigma \boldsymbol{B}_1 \otimes \boldsymbol{B}_1,\end{aligned} \tag{7}$$

where U and W^p are a function of s^1 only. Converting $\boldsymbol{B}_i$'s to $\boldsymbol{b}_i$'s and assuming $U, W \ll T$, we compute $\boldsymbol{\nabla u}$ to arrive at

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\epsilon} \approx &((1-\varepsilon_1)(U' - s^p W^{p\prime}) + \varepsilon_1 s^p W^{p\prime\prime} \\ &+\varepsilon^p W^{p\prime})\boldsymbol{B}_1 \otimes \boldsymbol{B}_1,\end{aligned} \tag{8}$$

where $\boldsymbol{\epsilon}$ is strain, the symmetric part of $\boldsymbol{\nabla u}$.

Substituting Eqs. (7) and (8) into Eq. (6) and using the curvilinear coordinates of $J \approx 1+\varepsilon_1$, we can compute $\mathcal{L}$ as

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = \int_{V_s} (&\frac{1}{2E}\sigma^2 - \sigma(((1-\varepsilon_1)(U' - s^p W^{p\prime\prime}) \\ &+\varepsilon_1 s^p W^{p\prime} + \varepsilon^p W^{p\prime}))(1+\varepsilon_1)\, \mathrm{d}v_s.\end{aligned}$$

It follows from $\delta\mathcal{L} = 0$ with respect to σ that

$$\begin{aligned}\sigma = E(&((1-\varepsilon_1)(U' - s^p W^{p\prime}) + \varepsilon_1 s^p W^{p\prime\prime} \\ &+\varepsilon^p W^{p\prime}).\end{aligned} \tag{9}$$

Substituting Eq. (9) into Eq. (6) and noting $\int s^p\, \mathrm{d}s^2 \mathrm{d}s^3 = 0$, we can compute $\mathcal{L}$ as

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = \int (&-\frac{E}{2}\sum_{p.q} A(U')^2 + I^p (W^{p\prime\prime})^2 \\ &+4\kappa_{p1} I^p W^{p\prime\prime} - 2\kappa_{qp} I^q W^{p\prime} W^{q\prime\prime})\, \mathrm{d}s^1,\end{aligned} \tag{10}$$

where $\kappa_{pi} = \boldsymbol{B}'_p \cdot \boldsymbol{B}_i$, $A = \int \mathrm{d}, \mathrm{d}s^2 \mathrm{d}s^3$ and $I^p = \int (s^p)^2 \mathrm{d}, \mathrm{d}s^2 \mathrm{d}s^3$. Solving $\delta\mathcal{L} = 0$ with respect to U and W^p, we finally obtain

$$\begin{aligned}&(EAU')' + 2(\kappa_p 1 E I^p W^{p\prime})' = 0, \\ &(EI^p W^{p\prime\prime} + 2(\kappa_{p1} E I^p U')'' - (\kappa_{pq} E I^p W^{q\prime})'' \\ &\quad +(\kappa_{qp} E I^q W^{q\prime\prime})' = 0.\end{aligned} \tag{11}$$

Boundary conditions are derived from $\delta\mathcal{L} = 0$, as well.

4. Discussion on formulation

The formulation of Eq. (11) takes advantage of the perturbation expansion with respect to *varepsilon* defined as Eq. (4). Usually, the ratio of T to the beam span is assumed to be small. ε is another parameter to describe the configuration of the curbed beam.

The perturbation expansion is applied to $\boldsymbol{u}$ and $\boldsymbol{\sigma}$ in addition to the curvilinear coordinate system. As *varepsilon* goes to 0, the coordinate system tends to be a Cartesian coordinate, and $\boldsymbol{u}$ and $\boldsymbol{\sigma}$ tend to be those of a straight beam. We must include terms of $O(\varepsilon)$ in $\boldsymbol{u}$ and $\boldsymbol{\sigma}$, to drop terms of $O(\varepsilon^2)$. The necessity of them is not recognized unless the perturbation expansion is applied to the curvilinear coordinate system.

As explained in Sct. 1, the formulation is educative to learn the application of differential geometry for a curvilinear coordinate system. We must emphasize that the system is defined rigorously and that the defined system is used for the computation. It is necessary to use $\boldsymbol{B}_i$'s of Eq. (1) to describe $\boldsymbol{u}$ and $\boldsymbol{\sigma}$ as usual, but they are not used to compute $\boldsymbol{\nabla u}$ unlike $\boldsymbol{b}_i$'s of Eq. (2).

The starting point of introducing the curvilinear coordinate system is that a point along N is given as a function of S. The presence of such $\boldsymbol{X}(S)$ is generally taken for granted in differential geometry. However, it is not an easy task to compute S and $\boldsymbol{X}$ when a curved beam is given; a point along N is determined using a certain Cartesian coordinate system. We need to develop a smart method of determining S and $\boldsymbol{X}$.

5. Concluding remarks

This paper applies the meta-modeling theory to a thin curved beam and presents the formulation of the governing equations for displacement functions. No physical assumptions are made in the derivation. Perturbation expansion related to the relative thickness is applied to approximately treat the beam geometry and the displacement and stress functions.

REFERENCES

1) Hori, M., L. Wijerathene, T. Ichimura and S. Tanaka: Meta-modeling for constructing model consistent with continuum mechanics, J. JSCE, 2.,pp. 269–275, 2014.

(Received empt

テーパー形状と中空断面が自重座屈耐性に与える影響
Effect of Tapered Form and Hollow Cross-Section on Self-buckling Resistance

金浜　瞳也（北大・工）　　佐藤　太裕（北大・工）
Tohya KANAMAHA, Hokkaido University
Motohiro SATO, Hokkaido University
E-mail: t.knhm108@gmail.com

Most plants have the tapered form because they all are required the rational resistance properties to the gravity. In addition to the tapered form, the hollow cross-section can be expected to another effective method. However, many tall plants don't have the hollow cross-section, and only have tapered form. The purpose of this study is to clarify the effect of tapered form and hollow cross-section on self-buckling resistance. We modeled plants as cylinder with various tapers and cavities. The theoretical solution of critical height was derived by effectively using the boundary and mechanical conditions. As a result, in the volume constant conditions, the effect of tapered form on the self-buckling resistance is almost same as the effect of the hollow cross-section.

１．はじめに

自然界の植物は，等しく重力の影響を受けている．そのため，植物たちはそれぞれの生育環境に適合しつつ，光合成のために高く大きく成長するべく，重力に対して効率よく抵抗する術を身に着けなくてはならない．その結果として，植物の形態は驚くほどに多種多様である．しかしながら,広く植物を観察してみると,根元から先端にかけて徐々に細くなっていくテーパー(先細り)形状をはじめとして，種をまたいで共通した形状的特徴が存在する [1]．このような植物たちを貫く共通則の存在は，全てに等しく作用する重力に起因していると推測できる．

植物の中でも特に高く大きく成長する樹木は，密実な断面と重い枝葉を有しているのにも関わらず，幹のテーパー形状によって巧みに重量物を配分することにより，重力に対する抵抗性を高め，自重座屈に対する限界高さを飛躍的に向上させている．実際に，テーパー形状を有する円錐台形の場合，テーパーが無い円柱形の時と比べ，自重座屈に対する限界高さを約 1.5 倍まで引き上げることが明らかにされている [1]．

テーパー形状のほかに限界高さを大きくするために有効な戦略の一つと考えられるものは,「幹の断面を中空にすること」である.断面の中心部付近は曲げ応力が小さいため，この部分を空洞にして軽量化を図ることは，高さを稼ぐという目的を省材料で達成するための非常に有効な戦略である．しかしながら，人々の身長を超えるほど高く成長する植物は,テーパー形状のみを有するものがほとんどであり，断面が中空であるものは極めて少ない．このことは，高さを必要とする植物が自重座屈耐性を高めるためには，断面を中空にするよりも，テーパー形状を導入する方が効果的であることを示唆している．これを工学的見地から洞察することは，植物が集積してきた「効率のよい重力抵抗機構をはじめとする力学的叡智」を明らかにするだけでなく，「植物形態の成り立ちに関する自然科学的な知見」を解明することに繋がると考えられる．

本研究は，植物形態の自重座屈に対する力学的合理性を明らかにするために，テーパー形状や中空断面について，それぞれが限界高さに与える影響を解明することを目的とする．樹木を内径および外径が一次式で変化する片持ち梁としてモデル化し，力のつり合いからたわみ角に関する微分方程式を導出してその一般解を求め，適当な境界条件および機械的制約条件を考慮することにより，任意の空洞を有する円錐台モデルの限界高さを定式化する．

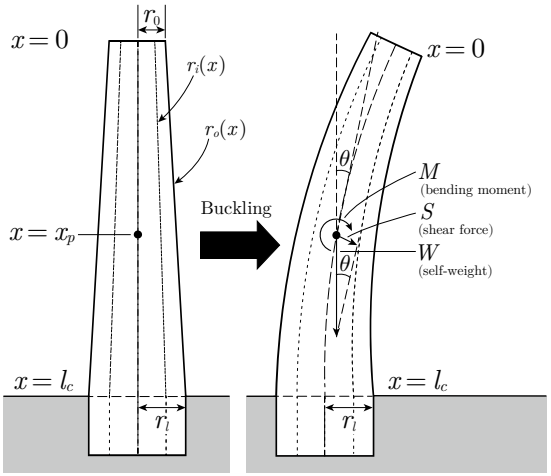


Fig.1 Calculation model

２．中空円錐台モデルにおける限界高さの定式化

本研究では, Fig.1 に示すような半径が高さ方向に一次関数の形で変化する中空円錐台の片持ち梁について，自重座屈に対する限界高さを導出する．自由端側（$x=0$）の外半径をr_0，固定端側（$x=l_c$）の外半径をr_lと表記し，自由端半径は固定端半径に比例するものと考え，その比例定数をテーパー比c（$=r_0/r_l$）として定義すると，外半径r_oは次式で表される．

$$r_o(x) = \left\{\frac{(1-c)}{l}x + c\right\} r_l = (\Lambda x + c)\, r_l \qquad (1)$$

なお，外半径r_oに対する内半径r_iの比を中空比α（$=r_i/r_o$）として定義し，これは位置xによらない定数とする．

ここで，任意点での力のつり合いから，定式化の簡単のためにたわみ角θが微小であるものとすれば，せん断力$S(x)$は次式で得られる．

$$S(x) \approx \beta\gamma\pi(1-\alpha^2)(\Lambda x + c)^2 r_l^2 \theta \qquad (2)$$

ここに，γは単位体積重量である．係数βは点 P より上側の中空円錐台の体積（V_1）を点 P における半径r_i, r_oを持つ円筒の体積(V_2)を用いて表すための体積補正係数($\beta = V_1/V_2$)であり，ここでは簡単のためにxによらない定数とする．次に，はりの微分方程式から曲げモーメント$M(x)$を求め，式(2)のせん断力$S(x)$との関係を用いると，たわみ角に関する次の線形二階微分方程式が得られる．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

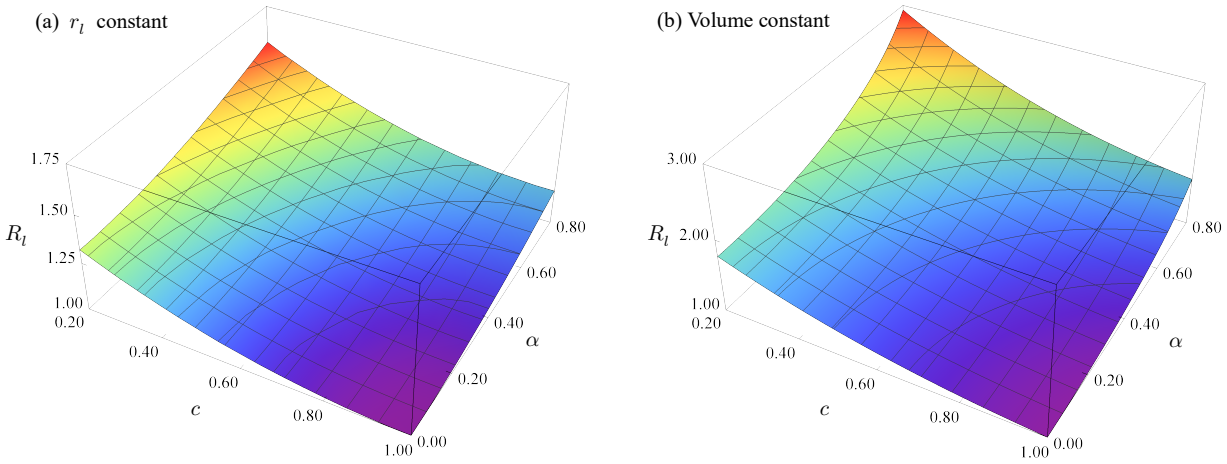


Fig.2　Effect of tapered form and hollow cross-section on critical height ratio

$$\frac{d^2\theta}{dx^2}+\frac{4\Lambda}{(\Lambda x+c)}\frac{d\theta}{dx}+\frac{4\beta\gamma x}{Er_l^2(1+\alpha^2)(\Lambda x+c)^2}\theta=0 \qquad (3)$$

ここに，Eは弾性係数を表す．式(3)の微分方程式に適当な変数変換（$\xi(x)=\omega(\Lambda x+c)$）を行うことにより，解くべき最終的な微分方程式が得られる．これを解いて，次に示す一般解が得られる．

$$\begin{aligned}\theta(\xi) \;=\; & \frac{1}{8}C_1\xi^{\frac{1}{2}(\eta-3)-\frac{1}{2}\eta}\Gamma(1+\eta)J_\eta\left(4\sqrt{\xi}\right)\\ & +\frac{1}{8}C_2\xi^{-\frac{1}{2}(\eta+3)-\frac{1}{2}\eta}\Gamma(1-\eta)J_{-\eta}\left(4\sqrt{\xi}\right)\end{aligned} \qquad (4)$$

ここに，C_1およびC_2は任意定数，$\Gamma(x)$は Gamma 関数，$J_\eta(x)$は次数ηの第一種 Bessel 関数を表す．

いま，式(4)の一般解は，著者らが導出した中実な円錐台モデルにおける一般解 [1]と同様であるため，その解法を用いて限界高さの導出を試みる．まず，式(4)の一般解は微分が困難であるから，固定端側の境界条件のみを適用することを考える．Bessel 関数の性質を利用し，ηが整数に限りなく近いとすると，式(4)の右辺第一項と第二項は，同一のξで固定端境界条件を満足する．この性質を利用し，変数変換式より次の限界高さ方程式が得られる．

$$l_c=f(c)f(\alpha)\left(2\frac{E}{\gamma}r_l^2\right)^{1/3}=R_l\left(2\frac{E}{\gamma}r_l^2\right)^{1/3} \qquad (5)$$

ここに，R_lは半径が高さ方向に一定で中実な円柱モデルに対する限界高さ比を表す．また，$f(c)$はテーパー比cのみで変化するテーパー関数，$f(\alpha)$は中空比のみで変化する関数であり，それぞれ次式で与えられる．

$$f(c)=(1-c)\left(\frac{j_{\eta,1}^2}{32\beta}\right)^{1/3} \qquad (6)$$

$$f(\alpha)=(1+\alpha^2)^{1/3} \qquad (7)$$

式(6)の$j_{\eta,1}$は，次数ηの第一種 Bessel 関数における一番目のゼロ点を表す．テーパー関数$f(c)$は，著者らの中実な円錐台モデルの定式化結果より，次のように書くことができる．

$$f(c)\approx c^{-1/6} \qquad (8)$$

式(7)，(8)を式(5)に適用すると，中空円錐台における限界高さが得られる．以上より，限界高さはテーパー比や中空比によらず，固定端半径r_lの 2/3 乗に比例することが分かる．

３．テーパー形状と断面の中空化による影響

Fig.2 は，中空比αおよびテーパー比cが限界高さに与える影響を示す．縦軸には「断面が中実な円柱モデル」に対する「任意の中空比αおよびテーパー比cを有する中空円錐台モデル」の限界高さ比，横軸にテーパー比c，奥行き方向に中空比αを取って示したものである．

まず，固定端半径r_lを一定とした場合の限界高さ比（Fig.2 (a)）を見ると，断面の中空化よりも，テーパー形状を採用する方が，限界高さをより飛躍的に高めることが分かる．また，体積一定条件を導入した場合（Fig.2 (b)）では，テーパー形状と断面の中空化は，限界高さ比にほとんど同程度の影響を与えていると言える．断面の中空化はつぶれや局部座屈への耐性が悪化してしまうこと [2] を踏まえると，座屈耐性に大きな差異が無いのであれば，テーパー形状を採用する方が安全であり，その結果として，数多くの植物がテーパー形状を有しているのではないかと考えられる．例外的にテーパー形状と中空断面を複合的に有する自然界の竹は，断面の中空化により生じるデメリットを節の導入で低減し，飛躍的な限界高さの向上を可能にしているのではないかと推測できる．

４．まとめ

本研究では，自立する植物が有していると考えられる力学的合理性を明らかにするために，任意の空洞を有する円錐・円錐台・円柱モデルに統一的に適用可能な限界高さ式を導出した．その結果として，体積一定条件下におけるテーパー形状と断面の中空化がもたらす限界高さへの影響は，ほとんど同程度であることが分かった．このことは，多くの植物が断面の中空化により生じる力学的なデメリットを考慮し，ほぼ同様の自重座屈耐性が得られるテーパー形状を選択している可能性を示唆するものである．

謝辞

本研究は科研費基盤研究(A)（18H03818，研究代表者：佐藤太裕）により実施されました．この場をお借りし関係各位にお礼申し上げます．

参考文献

1) 金浜瞳也，藤村高憲，佐藤太裕：テーパーを有する樹木の自重座屈に対する限界高さの導出，土木学会論文集 A2, 77, pp.62-71, 2021.
2) C. R. Calladine：Theory of Shell Structures, Cambridge University Press, Cambridge, 1989.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

冠雪荷重による部材損傷メカニズムの把握と対策工の検討

Study on the Mechanism of Structural Member Damage due to Snow Cap Load and the Countermeasure

栗原　幸也（東電設計（株））矢口　龍太（東電設計（株））長浜　義彦（東電設計（株））佐伯　昌之（東理大・理工））
Tatsuya KURIHARA, Tokyo Electric Power Services CO.,Ltd.
Ryuta YAGUCHI, Tokyo Electric Power Services CO.,Ltd.
Yoshihiko NAGAHAMA, Tokyo Electric Power Services CO.,Ltd.
Masayuki SAEKI, Tokyo University of Science
E-mail: t.kurihara@tepsco.co.jp

In transmission towers can be damaged by snow cap. Therefore, authors conducted full-scale tests to confirm the relationship between the change in member inclination and the snow load. Furthermore, we developed an analytical model to simulate the test results and investigated countermeasures against snow loads on the analytical model.

１．はじめに

豪雪地区の送電用鉄塔（以下，鉄塔）は，部材上に冠雪が発生し，設計値以上の荷重が生じることで，部材変形や破断が発生することがある．冠雪が発生する鉄塔のほとんどは，厳寒期において頻繁な現地調査が困難な場所に建設されており，冠雪による部材変形の詳細なメカニズムは明らかになっていない．このため本稿では，実際の鉄塔に冠雪荷重を模擬した荷重を与え，部材の傾斜変化と冠雪荷重の関係を確認した．さらに，試験結果を表現するための解析モデルを構築し，解析モデル上にて冠雪荷重を防止するための方法を検討した．

２．試験概要

Fig.1 に対象部材と計測機器配置図を示す．載荷試験用の治具を鉄塔のダイヤモンド材（主に鉄塔下部に設置される部材の補剛を目的とした部材）に設置し，冠雪を模擬した偏心モーメントと鉛直荷重を載荷した．加えて，載荷位置を中心に左右対称にデジタル傾斜計（分解能 0.02°）を設置することにより挙動を確認した．Table1 に，実施ケース毎の載荷位置と荷重を示す．なお，ねじり方向の正負の関係は，Fig.1(b)のとおりである．

３．鉛直荷重と傾斜変化の関係

鉛直荷重と各傾斜計の関係を Fig.2 に示す．なお，X 軸は部材方向の傾斜変化，Y 軸は部材直交方向の傾斜変化である．上記試験により，以下の 3 点の有意な結果を得た．

①：傾斜量と鉛直荷重は全ケースで比例関係であった．
②：ダイヤモンド補助材側に設置した傾斜計の方が X 軸 Y 軸ともに傾斜量が小さかった．
③：傾斜計 D，C，F は Y 軸に約 1°回転した．

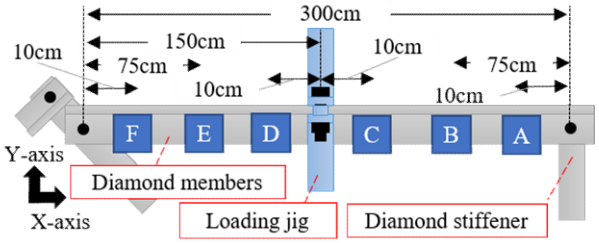
②について，傾斜量が左右対称とならなかった理由は，荷位置と反力が発生する位置の若干のずれによるものと推察する．③では，重心位置に載荷していてもねじりが発生し，偏心モーメントがない状態でも Y 軸に約 1°回転することがわかった．

４．偏心モーメントと傾斜変化の関係

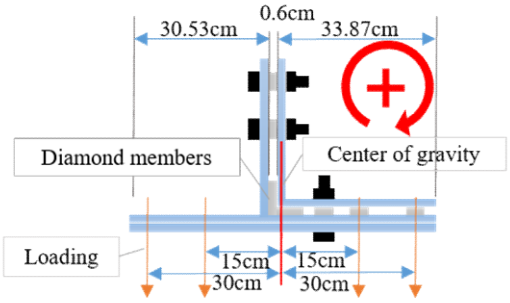
偏心モーメントと傾斜計 C，D の関係を Fig.3 に示す．Fig.3 より，以下の 2 点の特徴を確認した．なお，鉛直荷重時の特徴①，②は同様の傾向を確認した．

①：Y 軸の傾斜変化は偏心モーメントで決定する
②：全体的に正の偏心モーメントの方が傾斜変化大

①より，X 軸の傾斜変化は荷重によって部材が撓むためばらつくが，Y 軸の傾斜変化は部材撓みの影響よりも偏心モーメントの影響が大きいことがわかった．



(a) Equipment layout



(b)Jig dimensions

Fig. 1 Equipment layout

Table 1 Load case

Eccentric distance [mm]	Load[kg]							
	25	50	75	100	125	150	175	200
0	○	○	○	○	○	○	○	○
±150	○	○	○	○	○	○	-	-
±225	○	○	○	○	-	-	-	-
±300	○	○	-	-	-	-	-	-

○：Implemented Cases

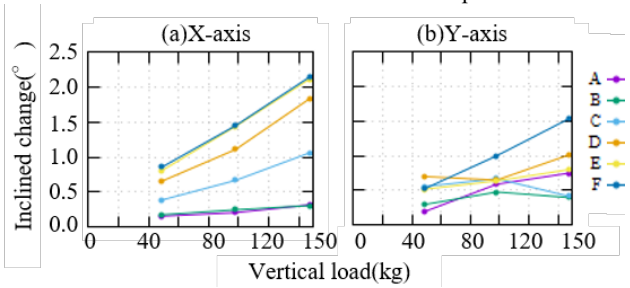


Fig. 2 Relationship between vertical load and inclined

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

５．解析モデルについて

試験結果の傾斜変化を表現する解析モデルを有限要素法コード ADINA9.4 で作成した. 解析モデルを Fig.4 に示す. 対象部材であるダイヤモンド材はねじりによる傾斜変化を確認するためシェル要素にし，その他部材はビーム要素とした．また，載荷位置は Fig.4(c)に示す通り山形材の背の部分に与えた.

６．解析結果と実験結果の比較（鉛直荷重）

Fig.4 の解析モデルに鉛直荷重を与え実測と解析の比較を行った．その結果を Fig.5(a)に示す．なお，比較検討は傾斜計 A，B，C で行った．Fig.5(a)より，50kg までは比較的一致していたが，150kg 時は Y 軸で約 1° の誤差が生じた.

原因は荷重の載荷位置は試験同様に部材の端部ではなく部材の重心点に与えたためであり，モデルを改良して再解析を行った．その結果を Fig.5(b)に示す．Fig.5(b)より，Y 軸の最も誤差が大きかった箇所は 0.10° になり，誤差は全体的に小さくなった．また，実測で 50kg から 150kg の変化では，Y 軸の傾斜変化はほとんどなく，解析結果でも同様の結果が得られたため，解析モデルは実際の試験結果をよく再現できていると言える.

７．解析結果と実験結果の比較（偏心モーメント）

Fig.4 の解析モデルを用いて，偏心モーメントと鉛直荷重による傾斜角変化を実測結果と比較した. 比較検討は Table 2 内に記載している荷重とし，得られた結果も Table 2 に示す. Table 2 より, X 軸の傾斜変化は比較的一致していたが, Y 軸の傾斜変化は実測結果よりも 2 倍以上異なった．この要因はボルト接合部と考え，モデルを再検討した.

現状の解析モデルは対象部材のダイヤモンド材を各部材交点の一か所で固定したが，実際の固定状況はボルト幅分（16mm）あるため，このボルト幅を考慮して再解析した．その結果を Table 2 に示す．Table 2 より，前回モデルよりも全体的に誤差が少なくなり，傾斜傾向も表現できていることからこの解析モデルは試験結果を再現できたと考える.

８．改修方法について

鉄塔の改修方法として強度不足箇所の部材サイズを大きくすることがある．そこで，Fig.4 の解析モデルを用いて，部材サイズ別の偏心モーメントと傾斜変化の関係を確認した．なお，検討位置は傾斜計 B の位置とした．また，部材サイズはダイヤモンド材で使用が想定される L45×4~L65×6 の 6 種類とし，鉛直荷重は 980N に固定し，偏心距離を 100mm，200mm の 2 種類で実施した．偏心モーメントと傾斜変化の関係を確認した結果を Table 3 に示す．Table 3 より，部材厚さ 4mm は大きく回転し，部材厚さが厚くなるほど Y 軸の傾斜変化は小さくなった．以上より，冠雪荷重の補強方法は部材厚を厚くすることが重要と考える.

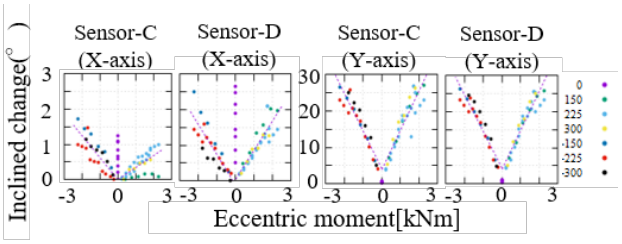


Fig.3 Relationship between eccentric moment and inclined

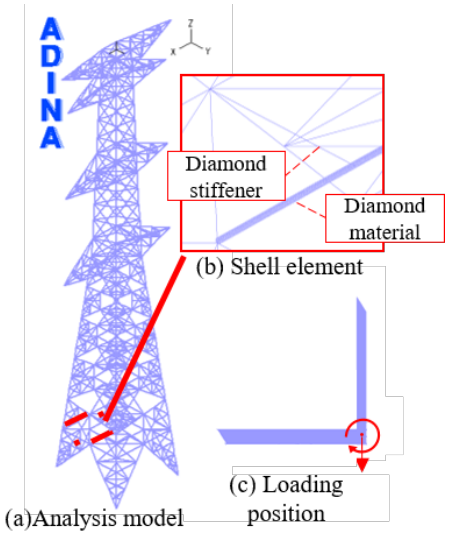


Fig. 4 Analysis model

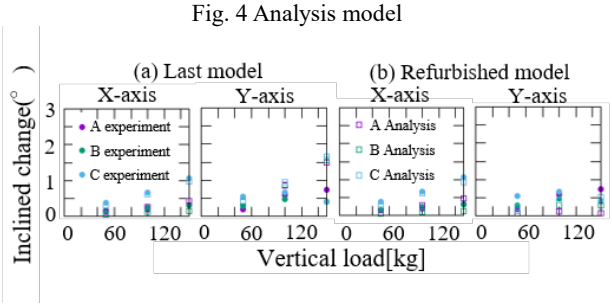


Fig. 5 Comparison result of analysis and measurement

Table 2 Comparison result of analysis and measurement

Eccentric distance [mm]	Load [kg]	Iten	X-axis			Y-axis		
			A	B	C	A	B	C
150	50	Exp	0.40	0.49	0.07	1.40	6.52	11.56
		Ana	0.48	0.29	0.04	15.58	18.36	21.31
		I_ana	0.76	0.60	0.40	1.36	6.15	11.27
150	100	Exp	0.84	0.99	0.15	2.11	11.56	21.15
		Ana	1.20	0.79	0.33	44.08	48.33	52.33
		I_ana	1.58	1.26	0.90	2.82	12.52	22.39
225	50	Exp	0.43	1.03	0.64	1.41	11.24	18.65
		Ana	0.75	0.55	0.31	28.98	33.27	37.55
		I_ana	1.09	0.92	0.73	1.89	9.08	16.63
300	50	Exp	0.35	1.14	0.45	1.30	10.36	17.49
		Ana	1.05	0.86	0.65	47.05	50.95	54.61
		I_ana	1.45	1.26	1.09	2.45	12.13	21.99

※Exp:experiment Ana:analysis I_ana:Improvement analysis

Table3 Relationship of moment and inclined (materials)

material	Eccentric distance [mm]	Load [kg]	X [°]			Y [°]		
			A	B	C	A	B	C
L45×4	10	100	0.55	0.86	1.38	0.64	7.21	14.20
	20	100	1.10	1.29	5.75	2.95	16.83	36.86
L50×4	10	100	0.63	0.87	1.28	0.68	7.15	14.01
	20	100	1.54	1.71	2.93	2.80	16.84	31.26
L50×6	10	100	0.12	0.29	0.56	0.01	2.03	4.22
	20	100	0.37	0.54	0.80	0.51	4.49	8.79
L60×4	10	100	0.72	0.87	1.12	0.78	7.09	13.75
	20	100	1.72	1.79	2.21	2.51	16.18	29.35
L60×5	10	100	0.33	0.47	0.67	0.29	3.59	7.14
	20	100	0.79	0.90	1.10	1.09	7.79	14.84
L65×6	10	100	0.18	0.28	0.41	0.14	2.08	4.17
	20	100	0.45	0.53	0.66	0.67	4.57	8.74

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

フラクタル解析によるトンネル覆工のひび割れに対する定量化の一考察
A consideration on quantification for tunnel lining cracks using Fractal analysis

須藤　敦史（東北工大・工）　　佐光　正和（構研エンジ）　　五十嵐　隆浩（構研エンジ）
Atsushi SUTOH, Tohoku Institute of Technology
Masakazu SAKO, Koken Engineering Co., Ltd.,
Takahiro IGARASHI, Koken Engineering Co., Ltd.,
E-mail: r atsu-sutoh@tohtech.ac.jp

The theory of Fractals can quantify natural patterns that are statistically self-similar. And it is used for quantification of complex shapes. For those cracks, the result which can be called "Fractal" has come out. This study carried out quantification for cracks in the surface of cold region lining concrete of mountain tunnels in Hokkaido using Fractal analysis and presents basic data for quantitative evaluation of fractal characteristics, tunnel lining crack condition and degree of damage.

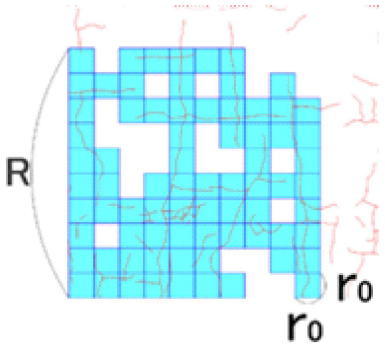


Fig. 1 Image of Box Counting method

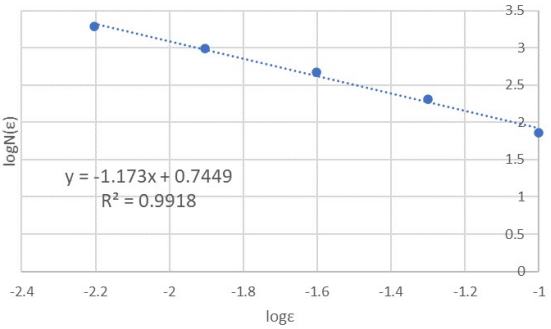


Fig.2　Fractal analysis of tunnel cracks (1)

１．はじめに

山岳トンネルにおける定期点検は，覆工コンクリート表面における①ひび割れ，②浮き・剥離，③漏水，④目地ズレ・開き，⑤豆板・空洞，⑥遊離石灰の 6 種類の項目を基本としており，これらの点検結果を基にして山岳トンネルの劣化評価や判定区分を定めている．

しかし，覆工コンクリートの表面におけるひび割れの評価は，ひび割れの数，幅や形状・形態など主に定性的になされているが，ひび割れの形状・形態における進展やそれらの分布遷移などは定量的に評価が成られておらず，定性的な評価や判定をせざるを得ないのが現状である [1]．

そこで本研究では，北海道（寒冷地）における山岳トンネルの覆工コンクリート表面のひび割れに対してフラクタル解析 [2]を実施して，そのフラクタルの特性を求めてひび割れ状態や損傷程度に対する定量評価の基礎資料を検討・整理したものである．

２．Box Counting 法 とフラクタル特性

フラクタル次元を求めるには幾つかの方法が提案されているが，岩盤やコンクリート構造物における表面のひび割れのフラクタル解析では，Fig.1 に示す被覆法のうちの Box Counting 法 [3),4)]が用いられることが多い．

この方法は，対象範囲 R の正方形ひびわれパターンを一辺の長さ r_0 の正方形格子に分割し，ひびわれを含む一辺の長さ r_0 の正方形の個数 N を求めるものである．

ここで，分割数(ε)を変えたとき N と ε の関係は式(1)のように表される（本解析では ε =1,1/2,1/4,1/8,1/16 …）．

$$N \propto \varepsilon^{-D} \tag{1}$$

また，フラクタル次元（D 値）は以下のように求められる．

$$D = \log N \Big/ \log \varepsilon \tag{2}$$

実際には，それぞれの N と ε を両対数上にプロットして，その勾配からフラクタル次元 [2)]が求められる．

ここでフラクタル次元は，覆工コンクリート表面のひび割れにおいては，おおよそ 1≦D≦2 の値を示している．

これは単純な線では 1 次元（D=1），また面では 2 次元（D≦2）以下のフラクタル次元（D 値）となるため，複雑な覆工コンクリート表面のひび割れは平面に近いフラクタル次元が得られると予想される．

３．トンネル覆工ひび割れにおけるフラクタル解析

本研究で対象とした山岳トンネルは，北海道（札幌地区）の 8 トンネルにおいて定期点検時の覆工コンクリート表面に対する観察（CAD）データを使用しており，それぞれのひび割れの本数や形態から粗な箇所と密な箇所を選定して，フラクタル解析における D 値およびその回帰直線の傾きと切片を求めている．

（1）ひび割れ形状におけるフラクタル解析

まず，上記の札幌地区の 8 トンネルにおいて比較的密な覆工コンクリートひび割れ形状とフラクタル次元（D 値）との関係を Fig.2 に示す．

Fig.2 より，フラクタル次元（回帰曲線の勾配:D=1.173,），および相関係数 R^2 も 0.9918 と高い相関を示している．

したがって，山岳トンネル覆工コンクリートにおいて密なひび割れ形状に対するフラクタル次元を求めることは可能である．

（2）ひび割れの状態とフラクタル解析の範囲

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table.1 Fractal analysis for 8 tunnel cracks in Sapporo ares

No.	The crack density				
	Roughness		Tunnel	Dense	
	a	b		a	b
①	1.1125	0.6684	S-tunnel	1.2425	0.6670
	1.1252	0.8009		1.2393	0.6664
	1.0847	0.7024		1.2207	0.8235
②	0.9808	0.4813	T-tunnel	1.0461	0.8551
	1.0462	0.7458		1.1106	0.8156
	1.0009	0.4561		-	-
③	-	-	J-tunnel	1.2117	0.3958
				1.1674	0.5837
				1.1534	0.6132
				1.1183	0.5961
④	1.0896	0.5596	N-tunnel	1.1730	0.7449
	1.1115	0.6060		1.1928	0.7921
	1.0656	0.7227		1.2334	0.7540
	-	-		1.1477	0.7908
⑤	1.0557	0.1246	S-tunnel	1.0414	0.4824
⑥	-	-	U-tunnel	1.1979	0.6614
⑦	1.0567	0.7291	K-tunnel		
	1.0667	0.7304			
⑧	1.0373	0.2629	N-tunnel	1.2235	0.8255
	1.0718	0.3806		1.1347	0.8023
	1.0647	0.5693	Average	1.1679	0.6982

次に，札幌地区の 8 トンネルにおける覆工コンクリート表面に対して，同様に Box Counting 法を適用してフラクタル次元（D 値）求め，回帰直線 *（y=ax+b）* の傾き*(a)*と*(b)*値を示したものを Table.1 に示す. ここで札幌地区の 8 トンネルに対するフラクタル解析の回帰直線の平均値は非常に良い相関特性（R^2=0.9952）を示しており，フラクタル解析はトンネル覆工コンクリート表面におけるひび割れ評価の定量化に対する指標となり得ると考えられる.

またフラクタル解析におけるひび割れ状態の定量化を検討するために札幌地区における 8 つのトンネル覆工における回帰直線の傾き:Slope(a)と切片:Section(b)を Fig. 3 に示す.

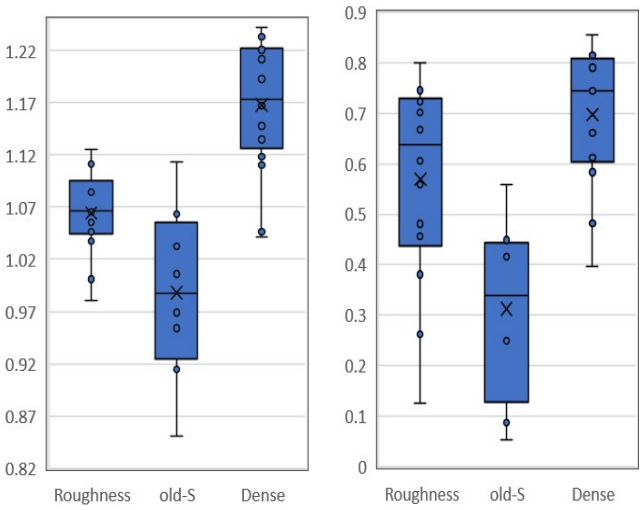
Fig.3 の傾き (a)に示すように覆工コンクリート表面のひび割れが密:Dense な場合には，粗 Raughness の場合の値より大きなフラクタル次元（D 値）を示している.

また Fig.3 の切片(b)においても，同様に覆工コンクリート表面のひび割れにおいても密な場合には，粗の場合の値より大きなフラクタル次元（D 値）を示している.

したがって, トンネル覆工コンクリートの表面のひび割れが密な場合にはフラクタル解析において回帰直線の傾き(a)と切片(b)ともに大きな値を示している.

４．ひび割れ性状の定量化に対する準備

最後に、旧サロマトンネル:Old S-tunnel（北見地区）では覆工コンクリート表面におけるひび割れ性状に対して常時微動観測を実施している．そこでトンネル覆工のひび割れ性状のフラクタル解析と常時微動の観測値との比較を行うために，求めた回帰直線の傾き(a)と切片(b)を Table.2, Fig.3 に示す.



(a) slope (regression line)　　(b) section (regression line)

Fig. 3 Fractal analysis for tunnel cracks with old tunnel

Table.2,Fig.3 より，傾きおよび切片において概ね粗の範囲よりも下に分布しているため，旧サロマトンネルの覆工コンクリート表面のひび割れは，本数や形態から粗である.

Table.2 Fractal analysis for old S-tunnel cracks

Old S-tunnel		
No.	a	b
①	1.0633	0.5584
②	0.9540	0.4259
③	1.1131	0.2487
④	1.0324	0.0540
⑤	0.9145	0.0866
⑥	0.8505	0.2620
⑦	0.9690	0.4491
⑧	1.0061	0.4152
Average	0.9879	0.3125

５．結論

本研究は，寒冷地の山岳トンネルにおける覆工コンクリート表面のひび割れに対してフラクタル解析を実施した結果，以下の結論が得られた.

1) フラクタル次元（回帰曲線の傾きと切片）は，トンネル覆工におけるひび割れの状態（粗・密）を定量的に評価する事が可能である.
2) 覆工コンクリート表面のひび割れが密な場合に対して，フラクタル次元（回帰曲線の傾きと切片）は大きな値を示す.
3) 今後も数多くのトンネル覆工のひび割れの本数やその形態のフラクタル解析を積み重ねて定量化を進める必要がある.

参考文献

1) 須藤敦史,佐藤京,兼清泰明,丸山収,西弘明：寒冷地の道路構造物（橋梁・山岳トンネル）における劣化特性とその分布について,土木学会構造工学論文集，Vol.62A, pp.156-165, 2016.
2) 阿部忠行,小川 進:舗装ひびわれのフラクタル解析,土木学会論文集, No.442/V-16, pp.119-126,1992.2.
3) 松下貢:フラクタルの物理,裳華房,2002.
4) 土屋範芳,松川陽介,中塚勝人:岩石断面の割れ目の分布と計上のフラクタル解析,日本地熱学会誌,第 16 巻,第 2 号, pp.153-171, 1994.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

第２部門②

座長:西藤 潤(京都大学)

2022年5月28日(土) 10:40 ～ 12:10 B会場 (オンライン)

[2B07-12-01] バネ質点モデルで表される変形・膨張する複数固体と流体の連成現象に対するオイラー・ラグランジュ解法

*グイネア ニク[1]、鳥生 大祐[2]、牛島 省[2] （1. 京都大学、工学研究科、2. 京都大学、ACCMS）

10:40 ～ 10:55

[2B07-12-02] 水の密度逆転領域を含む自然対流と凍結・融解の多相場数値解法

*西本 和貴[1]、本西 亮太[1]、鳥生 大祐[2]、牛島 省[2] （1. 京都大学, 工学研究科、2. 京都大学, ACCMS）

10:55 ～ 11:10

[2B07-12-03] NURBS 基底関数を用いた曲線ベルヌーイ・オイラーはり要素の構築

*唐澤 奈央子[1]、長谷部 寛[1] （1. 日本大学）

11:10 ～ 11:25

[2B07-12-04] FFT均質化アルゴリズムに基づく高解像度マルチスケールトポロジー最適化

*松井 聖圭[1]、干場 大也[1]、小倉 大季[2]、加藤 準治[1] （1. 名古屋大学、2. 清水建設）

11:25 ～ 11:40

[2B07-12-05] Building-cube 法に基づく有限体積法による気液二相流解析

*森下 将吏[1]、西口 浩司[1]、嶋田 宗将[2]、田村 哲郎[3] （1. 名古屋大学、2. 神戸大学、3. 東京工業大学）

11:40 ～ 11:55

[2B07-12-06] 加振方向角の違いがステンレス製パネルタンクのバルジング振動に及ぼす影響

*白井 航太[1]、小野 泰介[2]、平野 廣和[1]、佐藤 尚次[1] （1. 中央大学、2. （株）エヌ・ワイ・ケイ）

11:55 ～ 12:10

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Eulerian-Lagrangian Approach for Interactions between Fluids and Multiple Deformable Swelling Objects using Mass-Spring Model

Niku GUINEA, Graduate School of Engineering, Kyoto University
Daisuke TORIU, ACCMS, Kyoto University
Satoru USHIJIMA, ACCMS, Kyoto University
E-mail : guinea.niku.25w@st.kyoto-u.ac.jp

A computation method was proposed for the interactions between Newtonian fluids and deformable solid objects which swell by absorbing the surrounding fluids. The direct-forcing immersed boundary method and mass-spring model are used to estimate the fluid-solid interactive forces and deformations of the solid. The swelling of the object is simulated by changing the natural lengths of the spring models. In addition, the solid-solid interaction is treated by utilizing the distinct element method. The proposed method was applied to three numerical experiments. As a result, it was shown that the basic behaviors of the swelling-deformable objects are reasonably calculated with the present method.

1. Introduction

The main target in this study is on the computational method for the interactions between Newtonian fluids and swelling deformable solid objects. In the proposed method, the direct-forcing immersed boundary (DF/IB) method[1)] is employed, in which Lagrangian points located on the solid surface are utilized to estimate the fluid-solid interactive forces. On the other hand, the deformable object is modeled with a mass-spring model using the Lagrangian points by adding new supporting springs. The swelling of the object is simulated by changing the natural lengths of the spring models. In addition, the solid-solid interaction is treated by setting CDS (contact detection sphere) at each Lagrangian point, which corresponds to a DEM to detect particle collisions.

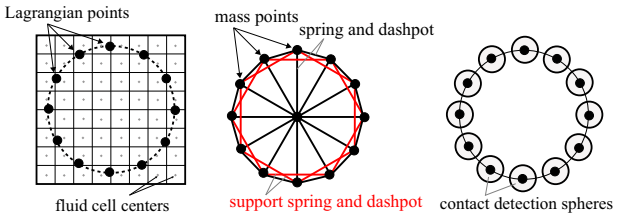
2. Numerical Method

The fluid is assumed to be incompressible, and the momentum equations are given by

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_f}\frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + f_i + \lambda_i, \qquad (1)$$

where u_j is the averaged velocity component in x_j direction in two-dimensional Cartesian coordinates, t is time, x_i is the component of the Cartesian coordinate system, ρ_f is density, ν is kinematic viscosity, and p is pressure. In addition, u_i is the velocity component, f_i and λ_i are the external and fluid-solid interaction forces in x_i direction.

The schemes for DF/IB, mass-spring model, and contact detection spheres used in the computation can be seen in Figs. 1 (a), (b), and (c) respectively. For the swelling scheme, the size increase is proposed by utilizing the natural spring length $\|x^0_{AB}\|$ used in the mass-spring model. A fixed value of density is proposed, resulting in the increase of the mass of the object as the volume of the object increases.



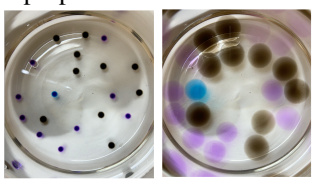
(a) DF/IB scheme (b) MSM scheme (c) DEM scheme

Fig. 1 Schematic of (a) fluid cells and Lagrangian points for DF/IB, (b) mass-spring model, and (c) CDS

3. Applications

(1) Experiments and Computation on Swelling Behavior of Hydrogel Particles

In this section, the diameter growth of hydrogel particles is experimentally observed as shown in Fig. 2 and implemented into the proposed method.



(a) t = 0 [hrs] (b) t = 9.7 [hrs]

Fig. 2 Experiment of hydrogel particles in water

The calculated results in Fig. 3 show a smooth curve from the computation, with a good agreement with the experimental data and the expected growth.

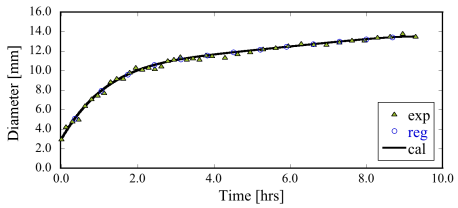


Fig. 3 Computed diameter of hydrogel particle (cal) compared to experiments (exp) and predicted results (reg)

(2) Sedimentation of a Single Particle in Fluid

It is important to confirm that the proposed method will give the same results as the original DF/IB for rigid bodies[1)]. The proposed method is applied to a case of sedimentation of a single particle in fluid, and compared with results computed with the original DF/IB for rigid bodies and references as shown in Fig. 4. The time histories of velocity from the proposed method a good agreement with the original DF/IB method and references.

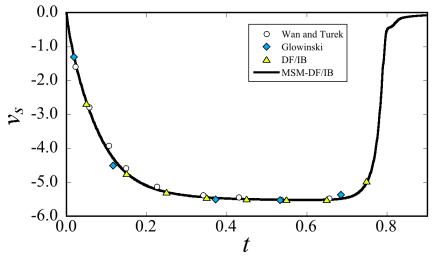


Fig. 4 Time histories of v_s with D = 0.25 and references

In addition, the sedimentation of a swelling particle (D = 0.25 to 0.50) is calculated and the velocity is compared with the case of sedimentation of non-swelling particle (D = 0.25 and D = 0.50). The relations between particle diameter and time in each case is shown in Fig. 5 and the computation results of the sedimentation of a swelling particle can be seen in Fig. 6. The time history of the velocity for the swelling particle at case C fits between cases A and B as it can be seen in Fig. 7, showing reasonable results for the computation. Additionally, the particle in case C never reached its terminal velocity as the size is keep increasing until it hits the bottom side.

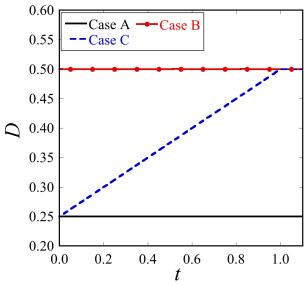


Fig. 5 Diameter of particles for case A, B, and C with respect to time (left)

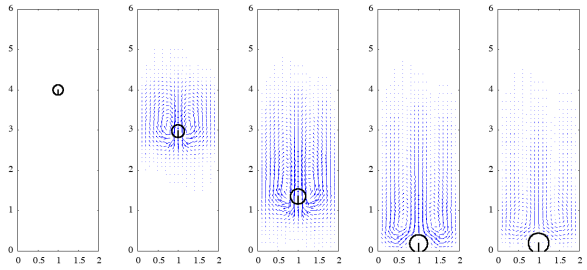


Fig. 6 Sedimentation of single swelling particle in fluid for case C (velocity vectors and particle outline)

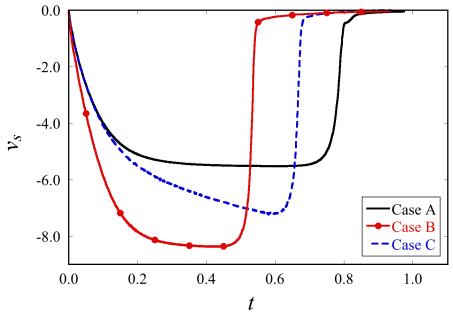
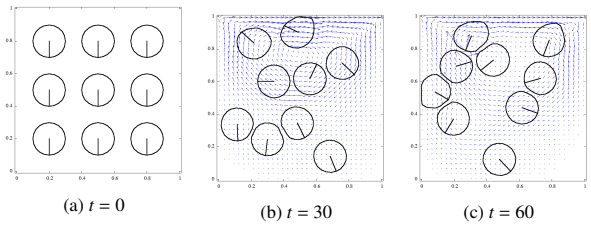


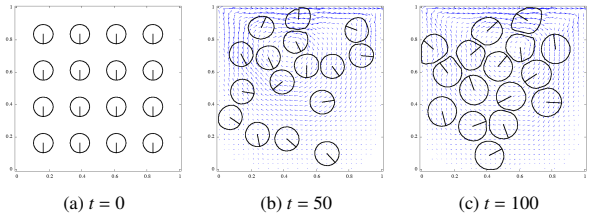
Fig. 7 Time histories of particle velocity v_s for case A (D = 0.25), case B (D = 0.5), and case C (D = 0.25 to 0.50) (right)

(3) Lid-Driven Cavity Flow with Multiple Objects

Multiple deformable solid objects are arranged inside the 2D computational area filled with the fluid, then two types of condition is calculated with non-swelling objects and swelling objects as it can be seen in Figs. 8 A) and B) respectively. In both cases, k_s is set at 100.



A) Non-Swelling Deformable Objects



B) Swelling Deformable Objects

Fig. 8 Cavity flow with A) non-swelling and B) swelling deformable objects

The deformation can be observed in both computations with non-swelling and swelling objects, especially closer to the moving top wall where velocity is higher and when the solid-solid and solid-wall contacts occur. Additionally, for the swelling objects, as the objects get transported by the fluid flow, the objects become larger and fill the computational area, causing slower movements.

References

1) Uhlmann, M.: An immersed boundary method with direct forcing for the simulation of particulate flows, *J. Comput. Phys.*, Vol. 209, pp. 448–476, 2005.

水の密度逆転領域を含む自然対流と凍結 · 融解の多相場数値解法

Multiphase computation method for freezing and melting of water with natural convection including density inversion region

西本 和貴 (京大院・工)　本西 亮太 (京大院・工)
鳥生 大祐 (京大・ACCMS)　牛島 省 (京大・ACCMS)

Kazuki NISHIMOTO, Graduate School of Engineering, Kyoto University
Ryota MOTONISHI, Graduate School of Engineering, Kyoto University
Daisuke TORIU, ACCMS, Kyoto University
Satoru USHIJIMA, ACCMS, Kyoto University
E-mail : nishimoto.kazuki.35n@st.kyoto-u.ac.jp

A multiphase computation method was applied to the water-ice phase-change problems accompanied by the natural convections including density inversion regions in water. The computation method for the Stefan condition on the water-ice interface was improved in this study. After the basic verification of the proposed method, the experimental results of the unsteady freezing problems and those of the unsteady melting problems were calculated with the present method. As a result, it was shown that the changes in the calculated water-ice interfaces are in good agreement with the experimental results and that the natural convections with density inversion are reasonably calculated.

１．はじめに

寒冷地における路面や水道管の凍結，凍上による路面の破損のように凍結，融解現象は非常に身近な現象であり，これまでに様々な研究が行われてきた [1),2),3)]．

本研究では，水の凍結および氷の融解現象を対象として，直交格子上で水の対流，氷内の熱伝導，水 · 氷間の相変化を統一的に扱える数値計算手法を構築する．特に，各計算セルで氷相の体積変化を計算する手法について，田子ら [1)] の手法に改良を加え，計算セル内で水と氷の界面位置を考慮可能な手法を提案する．提案手法の基本的な性質を確認するために，液体の運動を無視した 1 次元凍結問題を計算し，理論解との比較を行う．次に，矩形領域内における自然対流を伴う凍結問題，融解問題をそれぞれ計算し，既往の実験結果 [2),3)] との比較を通じて提案手法の適用性について考察を行う．なお，本研究の数値解法では，固液相変化の取り扱いに重点を置き，相変化に伴う体積変化は無視できると仮定する．

２．基礎方程式と凍結層厚さの計算方法

基礎方程式として，既報 [4)] に示された非圧縮条件と運動方程式に加え，以下に示す凍結 · 融解の相変化時に生じる潜熱量を含むエネルギー方程式およびステファン条件を用いる．

$$\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{\partial (Tu_j)}{\partial x_j}=\frac{1}{(\rho c_p)_m}\left\{\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial x_j}\right)+\rho_s h_L\frac{\partial f_s}{\partial t}\right\} \quad (1)$$

$$\lambda_s\frac{\partial T_s}{\partial x_i}-\lambda_l\frac{\partial T_l}{\partial x_i}=\rho_s h_L\frac{\partial \xi_i}{\partial t} \quad (2)$$

ここで，t は時間，x_i は２次元直交座標系の座標成分，ρ_s は固相の密度，h_L は凍結潜熱量である．また，ρ は固液相の体積平均密度であり，温度 T の関数とする．u_i，λ，c_p はそれぞれ流速の x_i 成分，熱伝導率および定圧比熱である．なお，λ および式 (1) の $(\rho c_p)_m$ の下添字 m は，液相と固相の界面である凍結界面上の値を表し，各計算セルに占める固体の体積割合 f_s を用いて，固液相の体積平均から求める．式 (1)，(2) の変数の下添字 s と l は，それぞれ固相と液相の変数を表しており，ξ_i は各セルにおける凍結層厚さの x_i 成分を表す．

本研究では，凍結 · 融解が生じている間は，凍結界面の温度 T_m は一定と仮定する．Fig.1 (a) に示す田子ら [1)] の手法では，凍結界面を含むセル中心温度が凍結界面の温度 T_m と一致するとし，時間 Δt 間の ξ_i の変化量 $\Delta\xi_i$ を求める．しかし，この方法では，凍結界面の温度が T_m 以外の値も取るため，凍結 · 融解が生じている間，凍結界面の温度 T_m が一定であるという仮定が成立しないという問題点がある．そこで，本研究では，凍結界面の温度を T_m と固定し，凍結界面を中心としてそれぞれ Δx_i / 2 離れた温度を考慮する $\Delta\xi_i$ の計算方法を提案する．

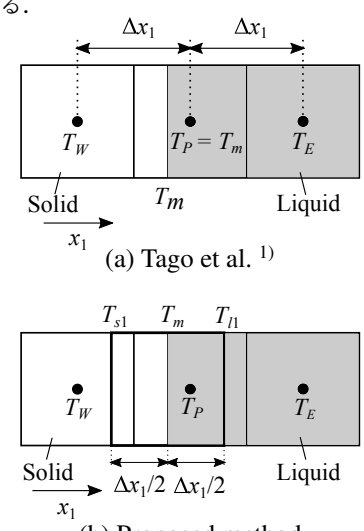


Fig. 1 Computation of freezing interface

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3．1 次元凍結問題による本計算手法の検証

凍結層厚さを求める本手法の基礎的な性質を検証するため，Fig.2 に示すような 1 次元の凍結界面の移動のみを考える液体の凍結問題の計算を行い，各解法の結果を比較する．

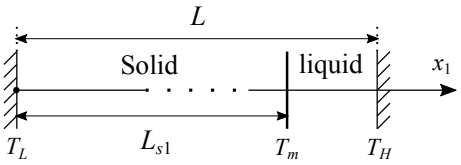


Fig. 2 Computational domain of 1D freezing problem

Fig.2 の境界条件は，$T_L = -10$ [°C] および $T_H = 10$ [°C] とし，凍結界面の温度 T_m は 0 [°C] とする．また，L_{s1} は f_s を用いて求めた凍結界面の位置である．凍結が十分に進行した定常状態における凍結界面の位置を，田子ら [1] の手法より得られる結果と比較するため，Fig.3 に示すように分割格子数 n_1 と L_{s1} の理論解に対する計算誤差を表す err との関係を考える．

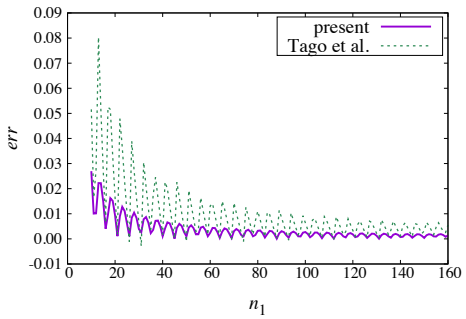


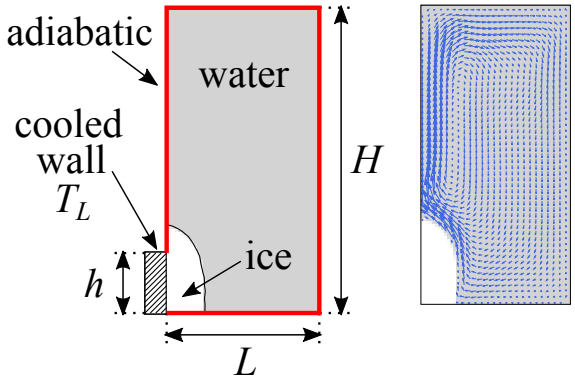
Fig. 3 Relationship between n_1 and err

Fig.3 より，両手法ともに，n_1 を大きくとるほど，err が小さくなることが確認された．また，既往の手法と比較して，本手法では err の値が小さくなることが確認された．

4．密度逆転領域を含む自然対流と凍結・融解問題への適用

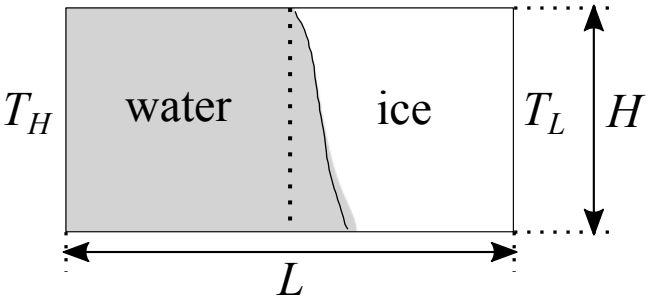
まず，Fig.4 に示す条件で，自然対流を伴う凍結問題を考える．計算領域の左下部にある一定の温度 $T_L = -10$ [°C] の壁面より水を冷却する．L は 50 [mm]，H は 100 [mm]，h は 20 [mm]，計算領域内の初期水温 T_0 は 4 [°C] である．また，壁面は冷却部分を除き全て断熱とし，流速の境界条件は non-slip 壁面条件を用いた．佐貫ら [2] の実験結果と比較した計算結果および得られた流速ベクトルを Fig.4 に示す．Fig.4 (a) では，灰色部が水，白色部が氷の計算結果，また実線が実験結果を表しており，両者はよく一致することが確認された．

次に，自然対流を伴う融解問題を考え，Virag ら [3] の実験結果との比較を行う．計算領域は Fig.5 に示す矩形領域とし，左壁面より水を加熱する．L は 0.187 [m]，H は 0.0935 [m] である．また，左壁面の温度 T_H は 8 [°C]，右壁面の温度 T_L は 0 [°C]，上下の壁面を断熱とし，計算領域内の水および氷の初期温度を 0 [°C] とし，流速の境界条件は non-slip 壁面条件とした．Fig.5 (a) では，灰色部が水，白色部が氷の計算結果，また実線が実験結果を表しており，両者はほぼ一致した．

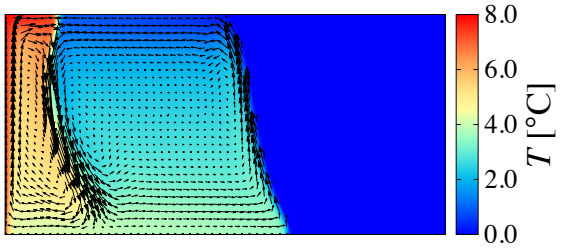


(a) Conditions and freezing interface　(b) velocity vector

Fig. 4 Freezing problem at 30 [min]



(a) Conditions and freezing interface



(b) Temperature distribution and velocity vector

Fig. 5 Melting problem at 10,728 [s]

Fig.4 (b) と Fig.5 (b) では，密度逆転領域を含む自然対流が計算されている．水の密度は約 4 [°C] において最大値をとり，0 [°C] から約 4 [°C] において密度逆転を生ずる．凍結・融解問題の凍結界面の変化を再現するには，自然対流と凍結界面の変化との相互関係を適切に扱う必要があり，本解法の有効性が確認されたと考えられる．

参考文献

1) 田子真, 石沢徳秀, 菅原征洋：凍結問題の簡易的数値計算方法, 日本冷凍空調学会論文集, Vol. 26, No. 4, pp. 439–450, 2009.
2) 佐貫康治, 萬田哲也, 佐々木章：局部冷却面を有するく形容器内の水の凍結, 秋田工業高等専門学校研究紀要, Vol. 31, pp. 26–31, 1996.
3) Virag, Z., Živić, M. and Galović, A.: Influence of natural convection on the melting of ice block surrounded by water on all sides, *International journal of heat and mass transfer*, Vol. 49, No. 21-22, pp. 4106–4115, 2006.
4) 牛島省, 山田修三, 藤岡奨, 禰津家久：3 次元自由水面流れによる物体輸送の数値解法 (3D MICS) の提案と適用性の検討, 土木学会論文集 B, Vol. 62, No. 1, pp. 100–110, 2006.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

NURBS 基底関数を用いた曲線ベルヌーイ・オイラーはり要素の構築

Development of a Curved Bernoulli-Euler Beam Element using NURBS Basis Function

唐澤　奈央子（日本大・理）　　長谷部　寛（日本大・理）
Naoko KARASAWA , Nihon University
Hiroshi HASEBE , Nihon University
E-mail:csna21007@g.nihon-u.ac.jp

Isogeometric Analysis is effective for the structural analysis of curved members in civil engineering structures. We developed a curved Bernoulli-Euler beam element using NURBS basis function for Isogeometric Analysis. In this study, a trial function was constructed only the displacement without the angle of deflection. As a result, we confirmed that developed one obtained high convergence rates of relative error.

1. はじめに

土木構造物の構造設計において，細長い部材の構造解析には，はり要素などの構造要素が用いられる．その中でも，はりの断面に対してはりの長さが比較的大きい場合にはベルヌーイ・オイラーはり要素が用いられることが多い．従来の有限要素解析の場合曲線部材を扱う際には直線の要素で細かく分割して解析を行うことが多く，形状誤差の発生は逃れられない．この問題の解決策として，Hughes らにより提案されたアイソジオメトリック解析 [1]（以下 IGA）を土木構造物の構造解析に適用することが有効であると考えられる．IGA は近似関数の基底関数に，CAD の形状表現に用いられる NURBS に代表されるスプライン関数を採用することで，厳密な形状表現を可能にする．

これに対し，従来の有限要素解析における曲線ベルヌーイ・オイラーはり要素では，要素間のたわみ角の連続性を保持するために形状関数に 3 次エルミート多項式を用い，さらに未知変数にたわみ角を含める必要があった [2]．著者らはこれまで NURBS が要素間でC^{p-1}連続性を保持する関数であることに着目し，1 変数の NURBS 基底関数で離散化した IGA の考えに基づく直線はり要素を開発した [3]．本研究はそれを 2 次元平面上の曲線はり部材に適用できるよう進展させた，NURBS 基底関数を用いた曲線ベルヌーイ・オイラーはり要素を構築したものである．そして，水圧荷重の作用する円弧ばりを対象に，構築した曲線はり要素の性能を評価した．

2. NURBS 曲線と基底関数

式(1)に示す NURBS 曲線は式(2)に示す NURBS 基底関数$R_i^p(\xi)$とコントロールポイントの位置ベクトル$\mathbf{B}_i$の線形結合で表される．

$$\mathbf{C}(\xi)=\sum_{i=1}^{n}R_i^p(\xi)\mathbf{B}_i \quad (1), \qquad R_i^p(\xi)=\frac{N_i^p(\xi)w_i}{\sum_a^n N_a^p(\xi)w_a} \quad (2)$$

ここで，ξは軸方向に沿う座標値，w_iは形状を制御するためのコントロールポイントにおける重み，pは関数の次数，nはコントロールポイント数，$N_i^p(\xi)$は B-Spline 基底関数と呼ばれる再帰的な関数であり，式$(3a),(3b)$で表される．

・$p=0$の場合

$$N_i^0(\xi)=\begin{cases}1\ (\ \xi_i\le\xi\le\xi_{i+1})\\ 0\ (\ otherwise\ )\end{cases} \quad (3a)$$

・$p\ge 1$の場合

$$N_i^p(\xi)=\frac{\xi-\xi_i}{\xi_{i+p}-\xi_i}N_i^{p-1}(\xi)+\frac{\xi_{i+p+1}-\xi}{\xi_{i+p+1}-\xi_{i+1}}N_{i+1}^{p-1}(\xi) \quad (3b)$$

ここで，ξ_iはノットと呼ばれるパラメータであり，曲線上の要素の境界を表す局所座標値である．

3. 仮想仕事式と離散化式

曲線ベルヌーイ・オイラーはりのひずみの定義 [4]（式(4)）を用いて，せん断ひずみ=0 の条件を適用した仮想仕事の原理 [5]（式(5),(6)）に代入し， Galerkin 法に基づく有限要素法で離散化した．

離散化式は NURBS がC^{p-1}連続であり，微分しても要素間の連続性は自動的に保持されるという考えから，未知変数にたわみ角を含まず式(7)のように構成した．

$$\varepsilon=u'+\frac{v}{\rho},\quad \kappa=\theta',\quad \theta=-v'+\frac{u}{\rho} \quad (4)$$

$$\int_0^L(\varepsilon^*N+\kappa^*M)\,d\xi = \int_0^L(u^*f_u+v^*f_v)\,d\xi+[\varepsilon^*\bar{N}+\kappa^*\bar{M}]_\Gamma \quad (5)$$

$$N=\varepsilon EA,\quad M=\kappa EI \quad (6)$$

$$u(\xi)=\sum_{i=1}^{p+1}R_i^p(x)u_i,\quad v(\xi)=\sum_{i=1}^{p+1}R_i^p(x)v_i \quad (7)$$

ここで，uは軸方向変位，vは軸直交方向変位，ρは曲率半径，θはたわみ角，$'$はξで 1 階微分した値，*は重み関数，$^-$は境界値，εは膜ひずみ，κは曲げひずみ，Nは軸力，Mはモーメント，Eはヤング率，Aは断面積，Iは断面二次モーメント，f_uは軸方向の分布荷重，f_vは軸直交方向の分布荷重である．

4. 解析条件

解析モデルと境界条件を Fig.1 に示す．軸直角方向ηに等分布荷重が作用する単純支持の 1/4 円弧ばりを対象に解析を行った．ヤング率は$E=2.1\times10^{11}\mathrm{N/m^2}$，断面積は$A=0.02\mathrm{m^2}$，断面二次モーメントは$I=1.667\times10^{-5}\mathrm{m^4}$とした．

解析ケースは，NURBS 基底関数の次数が 2 次～4 次，要素数は 1，2，4，8，16 要素で検討を行った．

また，仮想仕事の原理（式(5)）の要素係数行列の計算には数値積分（ガウス求積法）を用い，全ての解析ケースで積分点数を 10 点とした．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

5. 解析結果

方程式を解いて得られた解を式(6)に代入し，変位の関数を得た．4 次 1 要素の軸方向ξ，軸直交方向ηの変位分布を理論解（式(8.1),(8.2)）と比較したものを Fig.2 に示す．4 次の NURBS 基底関数を用いたとき，変位の方向に関わらず 1 要素でも理論解に漸近する変位分布が得られた．

$$u_{exact} = \frac{f_u}{2EA}\left\{-1+\frac{\pi}{2}+\left(1-\frac{\pi}{2}+\theta\right)\cos\theta + (-1+\theta)\sin\theta\right\} + \frac{f_u\rho^2}{2EI}\left\{-3+\frac{\pi}{2}+2\theta+\left(3-\frac{\pi}{2}+\theta\right)\cos\theta + (-3+\theta)\sin\theta\right\} \quad (8.1)$$

$$v_{exact} = \left(\frac{f_v}{2EA}+\frac{f_v\rho^2}{2EI}\right)\left\{-2+\left(2-\frac{\xi}{\rho}\right)\cos\frac{\xi}{\rho} + \left(2-\frac{\pi}{2}+\frac{\xi}{\rho}\right)\sin\frac{\xi}{\rho}\right\} \quad (8.2)$$

次に，方程式で得られた解から求めた変位の関数をはり全体で 90 等分し，式(9)を用いて理論解との相対誤差を求めた．

$$\text{Relative error} = \sqrt{\sum_{i=1}^{m+1}\frac{\left(\mathrm{U}_i-\mathrm{U}_{i,exact}\right)^2}{\left(\mathrm{U}_{i,exact}\right)^2}} \quad (9)$$

ここで，mは分割数 (本研究はm=90 とした) ，U_iは着目方向の変位，$\mathrm{U}_{i,exact}$は着目方向の変位の理論解である．

軸直交方向ηについて，はりの長さを L，等分割した 1 つの要素の長さを h としたときの要素長 h/L を横軸に取ったときのはり全体における理論解との相対誤差を Fig.3 に示す．NURBS 基底関数の次数の累乗に比例して理論解との相対誤差が単調減少する結果が得られた．また，次数が 2 次から 3 次になると要素数は 1/4 で済み，3 次から 4 次になると要素数は 1/2 で済む結果が得られた．

また，軸方向ξについても同程度の相対誤差が得られることを確認した．

6. まとめ

本研究は細長い曲線部材のアイソジオメトリック解析のために，2 次元平面において変位のみを未知変数に有する曲線ベルヌーイ・オイラーはり要素を構築し，水圧荷重の作用する円弧ばりを対象に要素の性能を評価した．従来のベルヌーイ・オイラーはり要素と異なり未知変数にたわみ角を含ませていないが，高次の NURBS 基底関数を用いれば少ない要素数でも理論解に漸近する解を得られることを確認した．また要素性能評価を行った結果，理論解との相対誤差は要素長の減少に伴って次数の累乗に比例して単調減少することが分かった．

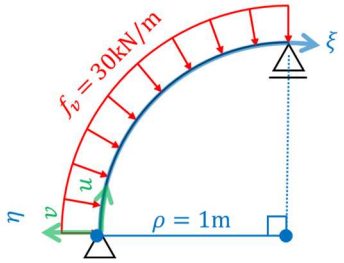
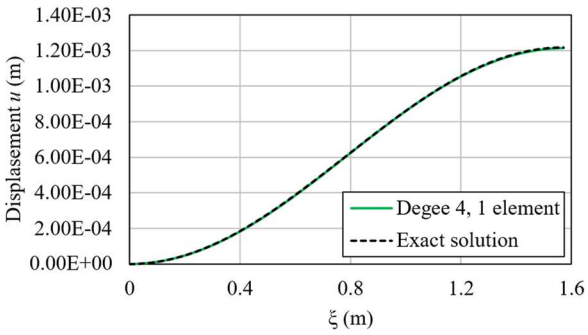
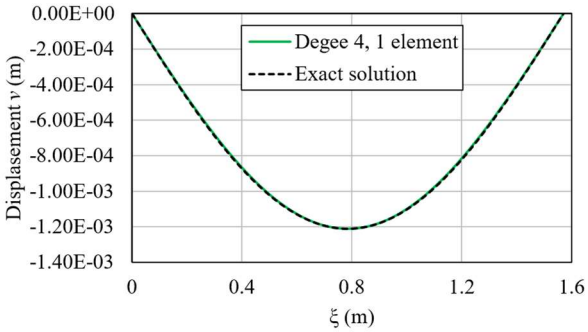


Fig.1 Computational model and boundary conditions



(a) Displacement u



(b) Displacement v

Fig.2 Distribution of displacement along the beam with uniformly distributed loading

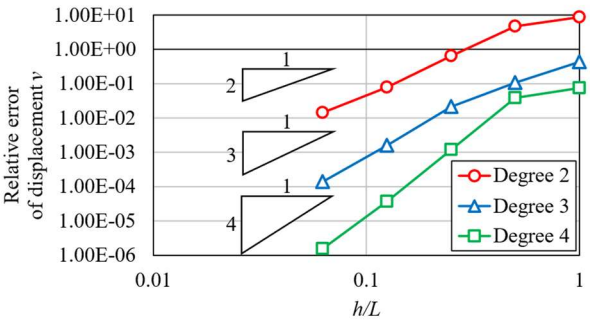


Fig.3 Convergence rate of the curved Bernoulli-Euler beam element

参考文献

1) J. A. Cottrell，T. J. R. Hughes，Y. Bazilevs：Isogeometric Analysis-Toward Integration of CAD and FEA，Wiley，2009.
2) 山田貴博：高性能有限要素法，丸善，2007.
3) 唐澤奈央子,長谷部寛：スプライン関数の特性を考慮した IGA はり要素の構築，令和 3 年度土木学会全国大会第 76 回年次学術講演会講演概要集，CS5-06,2021.
4) V.Slivker：Mechanics of Structural Elements ：Theory and Applications (Foundations of Engineering Mechanics), Springer, 2010
5) V F. Armero：Invariant Hermitian finite elements for thin Kirchhoff rods. I: The linear plane case, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 213–216,427–457 ,2012

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

FFT 均質化アルゴリズムに基づく高解像度マルチスケールトポロジー最適化

High-resolution Multi-scale Topology Optimization Using FFT-based Homogenization

松井　聖圭（名古屋大・工）　干場　大也（名古屋大・工）　小倉　大季（清水建設）　加藤　準治（名古屋大・工）
Masayoshi Matsui, NAGOYA University
Hiroya Hoshiba, NAGOYA University
Ogura Hiroki, SHIMIZU Corporation
Junji Kato, NAGOYA University
E-mail: matsui.masayoshi.w2@s.mail.nagoya-u.ac.jp

Multi-scale topology optimization has been paid attention to in many engineering fields. However, its high computational cost prevents practical use. In this study, to solve this problem, we focus on the homogenization approach using fast Fourier transform and develop a new optimization method with fast computing speed and low memory requirement. By performing sample analyses, we demonstrate the validity and efficiency of the proposed method.

1. 研究の背景・目的

近年，積層造形技術の発展により，構造物の形状（マクロ構造）だけでなく材料の微視構造（ミクロ構造）を制御し，目的の特性を持つ材料を製造することが可能になりつつある．そのため，最適なミクロ構造を設計するマルチスケールトポロジー最適化 [1] が注目を集めているが，これを実設計に適用するには課題が多い．特に，ミクロ構造解析の高い計算コストは，高解像度での解析や非線形問題への拡張の妨げとなっている．本研究は，これを解決するため，高速フーリエ変換 (FFT) を用いた均質化手法 [2] に着目し，より高速で省メモリな新しい最適化手法を提案する．線形弾性材料を想定した剛性最大化問題を対象に，既往手法との比較に基づく性能検証を行い，提案手法の妥当性を確認するとともに，計算コスト削減への効果について検証する．

2. 分離型マルチスケール解析手法および数値材料試験

本研究で扱う解析手法は，マクロ境界値問題とミクロ境界値問題を別々に解く分離型マルチスケール解析手法 [3] を基礎としている．これは，周期的な非均質体であるミクロ構造を巨視的に捉えたときに等価となる均質体を考え，マクロ構造をその均質体の材料特性を有するものとして解析を行う手法であり，均質体の材料特性は数値材料試験により求められる．

ミクロ境界値問題は，ミクロ構造の 1 周期を取り出した矩形領域であるユニットセル Y を対象に定義される．

$$\left.\begin{aligned} \nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{y}) &= \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{y}) &= \mathbb{C}(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{y}) \\ \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{y}) &= \nabla^{\mathrm{sym}}\boldsymbol{u}(\boldsymbol{y}) \end{aligned}\right\} \ \forall \boldsymbol{y}\in Y \tag{1}$$

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{t}^{[d]}(\boldsymbol{y}) + \boldsymbol{t}^{[-d]}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{L}^{[d]}) &= \mathbf{0} \\ \boldsymbol{u}(\boldsymbol{y}) - \boldsymbol{u}(\boldsymbol{y}-\boldsymbol{L}^{[d]}) &= \boldsymbol{E}\boldsymbol{L}^{[d]} \end{aligned}\right\} \ \forall \boldsymbol{y}\in \partial Y^{[d]} \tag{2}$$

ここで，式 (1) はユニットセル Y における平衡方程式・材料構成則・適合条件式であり，式 (2) はユニットセル境界 $\partial Y^{[d]}$ において満足すべき周期境界条件である．

数値材料試験では，ユニットセルに対し単位マクロひずみ $\boldsymbol{E}^{(pq)}$ を与える．ここで，(pq) は与えるマクロひずみの方向を表しており，例えば二次元問題の場合，次式に示す 3 通りとなる．

$$\boldsymbol{E}^{(11)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{E}^{(22)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\quad \boldsymbol{E}^{(12)} = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{bmatrix} \tag{3}$$

次に，それぞれのマクロひずみ $\boldsymbol{E}^{(pq)}$ を与えた場合について，前述のミクロ境界値問題を解き，対応するマクロ応力 $\boldsymbol{\Sigma}^{(pq)}$ を求める．そして，均質化弾性テンソル $\mathbb{C}^{\mathrm{H}}$ を次式により計算する．

$$\mathbb{C}^{\mathrm{H}} = \begin{bmatrix} \mathrm{C}^{\mathrm{H}}_{1111} & \mathrm{C}^{\mathrm{H}}_{1122} & \mathrm{C}^{\mathrm{H}}_{1112} \\ \mathrm{C}^{\mathrm{H}}_{2211} & \mathrm{C}^{\mathrm{H}}_{2222} & \mathrm{C}^{\mathrm{H}}_{2212} \\ \mathrm{C}^{\mathrm{H}}_{1211} & \mathrm{C}^{\mathrm{H}}_{1222} & \mathrm{C}^{\mathrm{H}}_{1212} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma^{(11)}_{11} & \Sigma^{(22)}_{11} & \Sigma^{(12)}_{11} \\ \Sigma^{(11)}_{22} & \Sigma^{(22)}_{22} & \Sigma^{(12)}_{22} \\ \Sigma^{(11)}_{12} & \Sigma^{(22)}_{12} & \Sigma^{(12)}_{12} \end{bmatrix} \tag{4}$$

3. FFT に基づく均質化アルゴリズム

前章で説明した数値材料試験は，通常，有限要素法 (FEM) により解かれる．一方で，本研究が着目する高速フーリエ変換 (FFT) に基づく均質化手法は，数値材料試験を解くための代替手法であり，反復計算からなるアルゴリズムを手続き的に書き下すと次式のようになる．

$$\begin{aligned}
&\text{initialize}: && \boldsymbol{\varepsilon}^0(\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{E} \qquad \forall \boldsymbol{y}\in Y \\
&\text{iterate}: && \boldsymbol{\varepsilon}^k(\boldsymbol{y}) \ \text{ is known} \\
&(a) && \boldsymbol{\sigma}^k(\boldsymbol{y}) = \mathbb{C}(\boldsymbol{y}) : \boldsymbol{\varepsilon}^k(\boldsymbol{y}) \\
&(b) && \text{if } \ \frac{\left\|\boldsymbol{\Sigma}^k - \boldsymbol{\Sigma}^{k-1}\right\|}{\left\|\boldsymbol{\Sigma}^k\right\|} < \bar{e}_{\mathrm{homo}} \ \text{ break} \\
&(c) && \boldsymbol{\tau}^k(\boldsymbol{y}) = \boldsymbol{\sigma}^k(\boldsymbol{y}) - \mathbb{C}^0 : \boldsymbol{\varepsilon}^k(\boldsymbol{y}) \\
&(d) && \hat{\boldsymbol{\tau}}^k(\boldsymbol{\psi}) = \mathscr{F}\mathscr{F}\mathscr{T}\left(\boldsymbol{\tau}^k(\boldsymbol{y})\right) \\
&(e) && \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{k+1}(\boldsymbol{\psi}) = -\hat{\mathbb{G}}^0(\boldsymbol{\psi}) : \hat{\boldsymbol{\tau}}^k(\boldsymbol{\psi}) \quad \forall \boldsymbol{\psi}\neq\mathbf{0} \\
& && \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{k+1}(\mathbf{0}) = \boldsymbol{E} \\
&(f) && \boldsymbol{\varepsilon}^{k+1}(\boldsymbol{y}) = \mathscr{F}\mathscr{F}\mathscr{T}^{-1}\left(\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}^{k+1}(\boldsymbol{\psi})\right)
\end{aligned} \tag{5}$$

4. マクロ構造の線形剛性最大化を目的とするミクロ構造の最適化問題

マクロ構造の線形剛性を最大化するミクロ構造のトポロジー最適化問題を次式に示す．

$$\text{minimize}: \ f(\boldsymbol{s}) = \int_{\partial X_F} \boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})\cdot\boldsymbol{U}(\boldsymbol{x})\,\mathrm{d}\boldsymbol{x} \tag{6}$$

$$\text{subject to}: \ h(\boldsymbol{s}) = \frac{1}{|Y|}\int_Y s(\boldsymbol{y})\,\mathrm{d}\boldsymbol{y} - \bar{V} = 0 \tag{7}$$

$$0 \leqq s(\boldsymbol{y}) \leqq 1 \tag{8}$$

ここで，目的関数 $f(\boldsymbol{s})$ は平均コンプライアンスであり，これを最小化することは剛性最大化と等価となる．制約

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

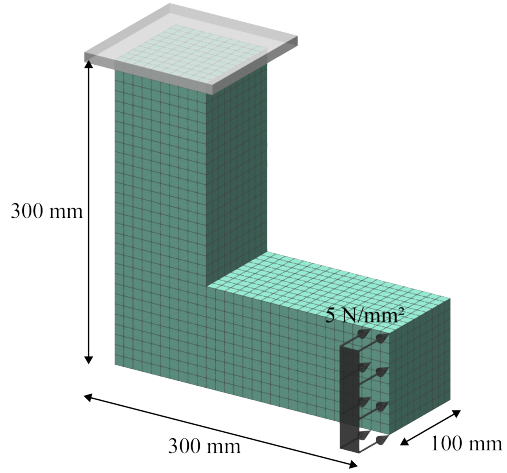


Fig. 1　Boundary conditions of the macro structure

関数 $h(\boldsymbol{s})$ は体積制約条件であり，ユニットセル Y における材料体積分率が一定であることを表している．

5.　数値計算例および手法の性能検証

前章で示したミクロ構造の最適化問題について，数値材料試験を従来のように FEM で解いた場合（従来手法）と FFT で解いた場合（提案手法）の最適化結果および実行性能を比較する．使用した CPU は Intel Xeon Gold 6136 (12T24C, 3.0 GHz) であり，OpenMP によるスレッド並列計算を行った．搭載しているメインメモリは 192 GB である．

解析対象としたマクロ構造とその境界条件を Fig. 1 に示す．マクロ構造を構成する有限要素は 20 節点六面体要素であり，要素数は 5000 である．ユニットセルは各辺の長さおよび要素分割数（以下，解像度と呼ぶ）が等しい立方体であり，従来手法ではマクロ構造と同様の有限要素に，提案手法ではフーリエ変換における標本点（ボクセル要素）に離散化されている．解像度は FFT の効率性から 2 のべき定数とし，Table 1 に示す 16 から 128 までの値とした．

ユニットセルは空隙を含まない二層複合材料で構成されており，それぞれの材料パラメータを Table 2 に示す．

従来手法および提案手法により求めた最適化されたトポロジーを Fig. 2 に示す．ただし，解像度が 32 の場合を代表とした．これらから，提案手法を用いた場合であっても従来手法とほとんど同一のトポロジーが得られいることが読み取れる．

ユニットセルの解像度と最適化ステップあたりの平均計算時間の関係を Fig. 3 (a) に，解像度と最大メモリ使用量の関係を Fig. 3 (b) に示す．ただし，従来手法ではメモリ要求量が搭載量を超過してしまうため，解像度の最大値は 32 とした．解像度が 32 のときに着目すると，提案手法を用いることで計算時間は 1/20 以下に，メモリ使用量は 1/10 以下に削減されている．加えて，提案手法はグラフの傾きが緩やかであり，解像度の増加に対する計算コストの増加が小さいことが読み取れる．

6.　結論

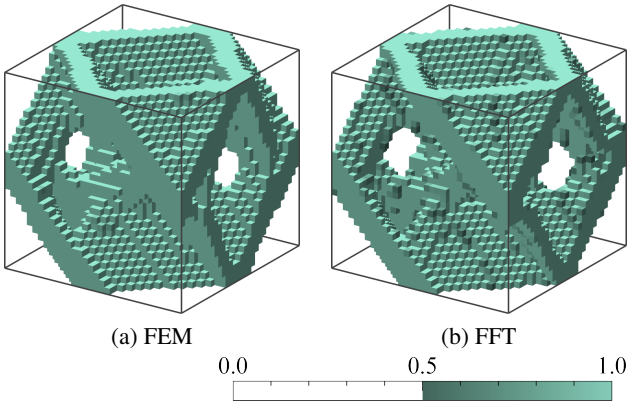
本研究は，既往の最適化手法の計算コストの削減を目的として，FFT 均質化アルゴリズムに基づくマルチスケールトポロジー最適化手法の開発を行った．提案手法を用いることで既往手法と同様の最適化結果をより速く，より少ないメモリで求められることを定量的に示した．加えて，提案手法が特に高解像度の解析に効果的であることを明らかにした．

Table 1　Unit cell resolution and number of elements

unit cell resolution	16	32	64	128
number of elements	4096	32768	262144	2097152

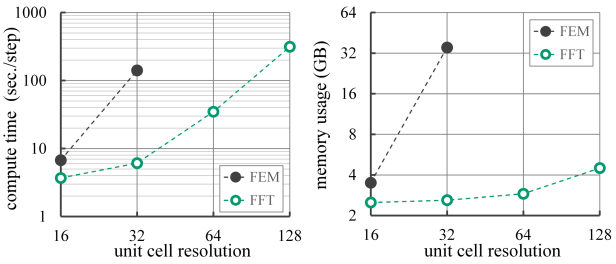
Table 2　Material parameters

	phase–A	phase–B
Young's modulus (GPa)	1	100
Poisson's ratio	0.3	0.3
volume fraction (%)	70	30



(a) FEM　(b) FFT

Fig. 2　Optimizes topologies (resolution: 32, elements: 32768)



(a) compute time　(b) memory usage

Fig. 3　Relation between computational costs and resolution

参考文献

1) J. Kato, D. Yachi, K. Terada, T. Kyoya: Topology optimization of micro-structure for composites applying a decoupling multi-scale analysis, Struct. Multidisc. Optim., 49, pp.595-608, 2014.
2) H. Moulinec and P. Suquet: A numerical method for computing the overall response of nonlinear composites with complex microstructure, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 157, pp.69-94, 1998.
3) K. Terada, J. Kato, N. Hirayama, N. Inugai, K. Yamamoto: A method of two-scale analysis with micro-macro decoupling scheme: application to hyperelastic composite materials, Comput. Mech., 52, pp.1199-1219, 2013.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Building-cube 法に基づく有限体積法による気液二相流解析

Gas-liquid two-phase flow simulation with finite volume method based on building-cube method

森下　将吏（名古屋大・工）　西口　浩司（名古屋大・工）
嶋田　宗将（神戸大・システム情報）　田村　哲郎（東工大・環境・社会理工）
Masashi MORISHITA, Nagoya University
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University
Tokimasa SHIMADA, Kobe University
Tetsurou TAMURA, Tokyo Institute of Technology
E-mail: morishita.masashi@a.mbox.nagoya-u.ac.jp

This study proposes a gas-liquid two-phase flow simulation method by the finite volume method using the building-cube method (BCM). Based on the 3D dam-break problem, we evaluate the inundation into the building room during floods and estimate the inflow to the basement.

1. はじめに

近年，気候変動により都市部での氾濫リスクが上昇している．しかし，一般的な浅水方程式に基づく 1 次元または 2 次元モデルでは，構造物が密集する都市部における水の複雑な 3 次元の流れや構造物に作用する非定常流体力を計算することはできない．そこで，本研究では大規模並列計算に適したビルディングキューブ法（BCM）を用いた有限体積法による気液二相流解析手法を提案する．BCM に基づくセル中心有限体積法は，従来から単相流や流体-構造連成問題に適用されてきたものであるが，気液二相流への適用例はない．本研究では，3 次元ダムブレイク問題と建物浸水解析を行い，その妥当性と有効性を検証した．

2. 基礎方程式

本研究では，非圧縮性の仮定の下で固体と流体の基礎方程式を体積平均化した方程式を用いる．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} = 0 \tag{1}$$

$$\rho_{\mathrm{mix}} \left\{ \frac{\partial \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} \cdot \nabla) \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} \right\} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{mix}} + \rho_{\mathrm{mix}} \boldsymbol{b} \tag{2}$$

式 (1)(2) の各物理量はそれぞれ以下のように定義される．

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \bar{\boldsymbol{v}}_i \tag{3}$$

$$\rho_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \rho_i \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \bar{\boldsymbol{\sigma}}_i \tag{5}$$

式 (3)(4)(5) において，ϕ_i は検査体積中の物質 i の体積率である．本研究の数値計算においては，ϕ_i は一つの計算セルにおける物質 i の体積率に相当する．式 (1)(2) では，各物質の速度 $\boldsymbol{v}_i$ を求めるのではなく，体積平均化された単一の速度場 $\boldsymbol{v}_{mix}$ を求める．さらに，式 (4)(5) の計算では，物質毎に体積率 ϕ_i，質量密度 ρ_i，構成方程式を与える．

以上の空間平均化された運動方程式は，構成方程式に弾性体およびニュートン流体を仮定することで，構造-流体連成問題を取り扱える定式化になっているが，本論文では気液二相流を仮定し，構成方程式として次式のニュートン流体のみを仮定する．

$$\boldsymbol{\sigma} = 2\mu \boldsymbol{D} - p\boldsymbol{I} \tag{6}$$

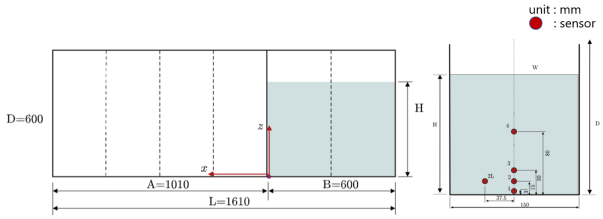


Fig. 1　Experimental setting of 3D dam-break problem and positions of pressure sensor

ここで，μ は粘性係数，$\boldsymbol{D}$ は変形速度テンソル，p は圧力である．

3. 数値解析手法

本研究では，上述の空間平均化された運動方程式を部分段階法により速度場と圧力場を分離し，空間離散化にはセル中心有限体積を法を用いる．圧力ポアソン方程式の解法には Red-Black オーダリングによる SOR 法を用いる．中間速度の算出および VOF 関数の移流方程式の時間発展には 2 次アダムス・バッシュフォース法を用い，移流項には 5 次 WENO スキームを適用する．本論文の数値解析例では，スーパーコンピュータ「富岳」（プロセッサ：A46FX）を用いて，OpenMP と MPI によるハイブリット並列により計算を実施した．

4. ダムブレイク解析

数値解析においては，水槽上面に対流境界条件を，その他の面には滑り壁境界条件を仮定する．解析領域は辺長 1.171875 mm の立方体セルを 16^3 個だけ有するキューブで一様に分割し，総セル数は 53,764,096 である．空気の質量密度として，1.18 kg m^{-3}，空気の粘性係数として，1.84×10^{-5} Pa s，水の質量密度として，997 kg m^{-3}，水の粘性係数として，8.87×10^{-4} Pa s を与える．

Fig. 1 に自由界面を示す．ここで，t^* は無次元化時間である．Fig. 2 より，提案手法による数値解と実験結果はおおむね一致していることが確認される．次に，センサー 1 における無次元化された圧力の時刻歴の比較結果を Fig. 3 に示す．Fig. 3 より，高精度に圧力ピーク値を捉えられていることが分かる．なお，ダムブレイク実験では計測値のばらつきが大きいため，この実験結果では同一条件で 100 回の実験が実施されており，Fig. 3 では 2.5 パーセンタイル値，中央値，および 97.5 パーセンタイルの圧力時刻歴と数値解析結果を比較している．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

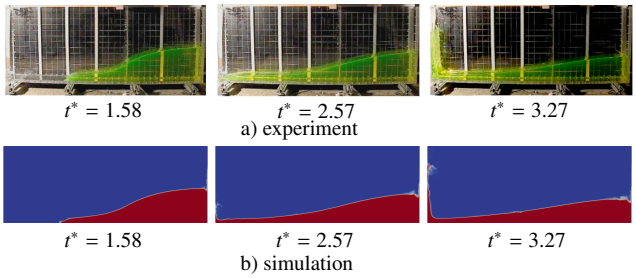


Fig. 2　Comparison of free surface between experiment and simulation

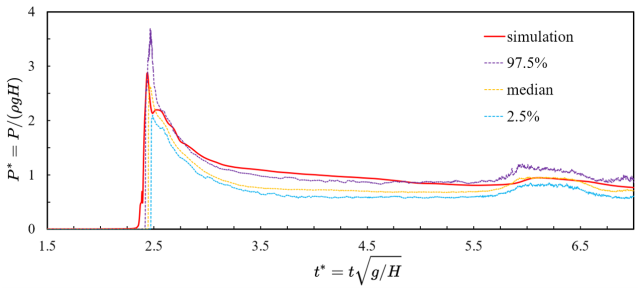


Fig. 3　Comparison of time history of pressure at sensor 1 between experiment and simulation

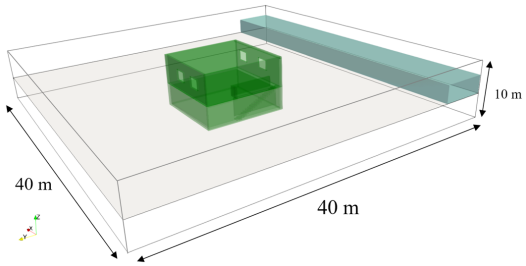


Fig. 4　Numerial model for estimating water immersion inside building during flooding

5.　建築物内部への浸水解析

次に，Fig. 4 の解析モデルを考える．洪水による水流として，Fig. 4 に示すように解析領域境界から流速 3 m s^{-1} で流入する高さ 2 m のダムブレイク流を仮定する．建築物として，階段と地下空間を有する構造を仮定し，窓からの流入を想定する．なお，本研究では建築物を埋め込み境界法によりモデル化する．流体の物性は前節の問題と同一である．解析領域の上流面には流入境界条件，底面には滑り壁境界条件，その他の解析領域端面には対流境界条件を適用する．解析領域は直交メッシュにより階層的に分割し，最小セルサイズは 78.125 mm，総セル数は 14,876,672 である．

解析結果を Fig. 5 に示す．Fig. 5 より，ダムブレイク流が建築物の周囲に流れ込み．構造と水流が衝突することで，複雑な水の流動が再現されていることがわかる．特に，建築物の壁面に水流が衝突し跳ね上がり，窓から水が建築物内に侵入する挙動が確認できる．また，Fig. 6 は圧力分布を示しており，非定常な水の流動によって，衝突の前後で複雑に圧力値が上下していることがわかる．

以上のような水の 3 次元的な流動および建物壁に生じる非定常な流体力は，1 次元や 2 次元の洪水解析モデルでは評価が困難であり，3 次元解析によってのみ評価することができるものである．

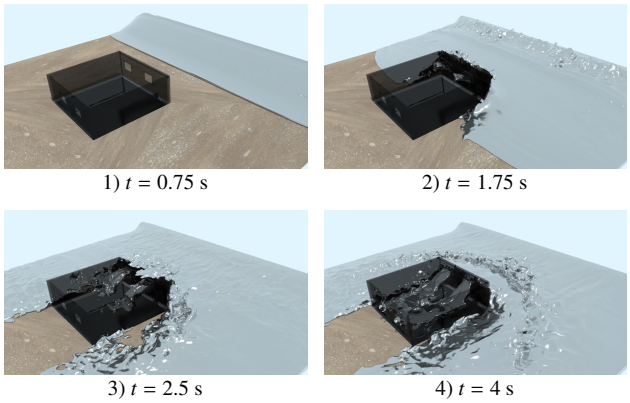


Fig. 5　Numerical result of free surface of water immersion inside building during flooding

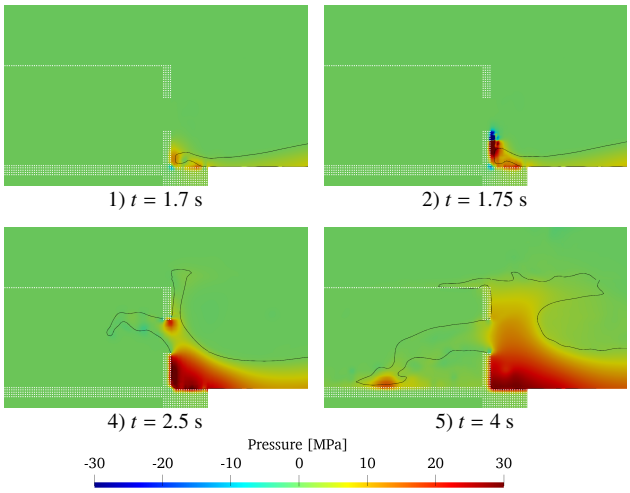


Fig. 6　Pressure distribution at x = 18.85m. Black line represents 0.5 contour line of VOF function.

6.　結言

本研究では，1 次元や 2 次元の洪水解析モデルでは計算が困難である建築物の周囲やその内部等の水の 3 次元的な流動および構造に作用する非定常流体力を評価するため，大規模な 3 次元気液二相流問題に着目した．そして，超並列計算機環境で高いスケーラビリティを実現できるビルディング・キューブ法に基づくセル中心有限体積法を用いた気液二相流解析法を提案し，洪水時の建築物内への浸水評価を試みた．また，本論文で述べた空間平均化された運動方程式は，構成方程式に弾性体及びニュートン流体を仮定することで，構造-流体連成問題を取り扱える定式化となっている．よって，今後の研究として，構造内部の非定常な応力分布の評価も考えられる．

参考文献

1) 西口浩司，岡澤重信，坪倉誠: 大規模並列計算に適した階層型直交メッシュ法による完全オイラー型固体-流体連成解析，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.73, No.2，pp.153-163, 2017.
2) Lobovsky, L., et al.: Experimental investigation of dynamic pressure loads during dam break, Journal of Fluids and Structures, Vol.48, pp.407-434, 2014.
3) Shimada, T., Nishiguchi, et al. Eulerian finite volume-formulation using Lagrangian marker particles for incompressible fluid-structure interaction problems, Int JNumer Methods Eng, Vol.123, pp.1294-1328, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

加振方向角の違いがステンレス製パネルタンクのバルジング振動に及ぼす影響
The effects of the difference in the attack angles on the bulging vibration for SUS panel tanks

白井航太（中央大院・理工）小野泰介（(株)エヌ・ワイ・ケイ）平野廣和（中央大・総合政策）佐藤尚次（中央大・理工）
Kouta SHIRAI, Chuo University
Taisuke ONO, NYK Co.Ltd.
Hirokazu HIRANO, Chuo University
Naotugu SATO, Chuo University
FAX:03-3817-1803, E-mail: a18.45tf@g.chuo-u.ac.jp

Various damages to SUS panel tanks have been reported due to the earthquake. These causes are due to the bulging vibration. The bulging vibration is a coupled vibration interacted the wall structure and fluid by short-period seismic motion. However, there are no design standards for bulging vibration, and it is necessary to establish those standards. In this paper, we carried out the time history response analysis of the fluid structure interaction with changing attack angles. This analysis clarifies the weak points of SUS panel tanks when the bulging vibration occurs. As a result, it was found to be maximum of the displacement at the attack angle 0°. As for the stress, corner members are the weak points regardless of the attack angles.

１．はじめに

ステンレス製パネルタンク（以下，SUS タンクとする）は，短周期地震動によりタンク壁面構造体と内部の流体との連成振動であるバルジング振動が発生し，様々な被害が報告されている．このような被害を防ぐために，現在規定の無いバルジングに対する設計基準の確立が求められている．しかし振動台を用いての振動実験は，準備や計測に多くの時間と費用が必要である．そこで，できる限り短時間かつ低費用で行える構造と流体の連成解析が希求される．

竹本ら[1]は，加振方向角を加振軸とタンク壁面が直角となる場合に，バルジングによる最も厳しい条件であるとして論じている．それに対して渡邉ら[2]は，2×2×2 枚の偶数枚のパネルで作成された縮小モデルを用いて振動実験と数値解析を行い，対角方向に加振した時にバルジングによる最も厳しい条件となると論じている．ただしこのモデルは，壁面内部の中央に縦補強材を設置して変位を抑える通常とは異なる構造となっている．

以上のことから本論では，竹本ら[1]と同一のモデルを用い，加振方向角を加振軸とタンク壁面が直角である場合の 0°を基本加振する．これより対角方向 45°まで 15°毎にバルジング固有振動数の正弦波変位を振幅一定で入力する時刻歴応答解析を行う．これにより壁面に生ずる変位やミーゼス応力を算出し，バルジングによる加振方向角の最も厳しい条件を導出するものである．

２．解析概要

2.1 SUS タンクの特徴

本論で扱う SUS タンクは，土木学会地震工学委員会水循環 NW 災害軽減対策研究小委員会 TF（以下，TF とする）の活動において日本ステンレス工業会から図面が提示された 3000×3000×3000mm の SUS タンクを対象とする．このタンクは，TF で検討されると共に佐久間ら[3]が振動実験を行ったものである．なお，このタンクは通常設置されているものと比べ壁面の板厚が全て一段階厚くなっている．

このタンクの特徴は内部構造と壁面にあり，タンク内部に SUS 製の形鋼で補強材が構成された，ジャングルジムのような入り組んだ構造となっていることである．これに剛性の低い薄板で構成された壁パネルが取り付けられていること，さらに全溶接構造なので溶接長が長いなどである．そのため内部補強材である形鋼と壁面との間で大きな剛性差を有している．ここでのタンクの諸元を Table1 に示す．

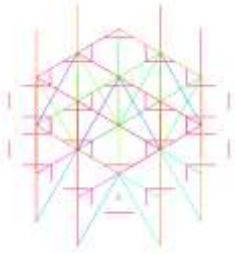
Table1 Tank Specifications

Material			SUS304
Height [mm]			3000
Width [mm]			3000
Depth [mm]			3000
Water level [mm]			2700
Thickness [mm]	Side panel	1st stage	2.5
		2nd stage	2.0
		3rd stage	1.5
	Ceiling panel		1.5
	Bottom panel		3.0

Table2 Analysis Specifications

Young's modulus[N/mm^2]	1.95E+11
Poisson's ratio	0.3
Unit volume weight[kN/m^3]	78
Water tank	Shell element
Reinforcement material	Beam element
Fluid	Potential basis 3D fluid element
Boundary conditions	Bottom 4 sides fixed
Water's surface	Free surface
Input acceleration	4.77Hz sine wave
Attack angle	0°, 15°, 30°, 45°

(a) Tank Model



(b) Reinforcement Model

Fig. 1 SUS panel tank

2.2 解析のモデル化

本解析に用いる SUS タンクの解析モデルを Fig. 1 に示す．ここで Fig. 1(a)はタンク本体，Fig. 1(b)はタンク内部の補強材を示す．また Table2 に解析の諸元を示す．ここでの解析は，汎用有限要素解析ソフトウェアである ADINA を用いる．水槽部は Shell 要素，補強材部は Beam 要素，流体水面は自由水面とし，基礎方程式はポテンシャルベース 3 次元流体方程式を用いることで解析を実施する．また拘束条件は底面部 4 辺固定する．なお，要素数は 30,813 である．

2.3 加振条件

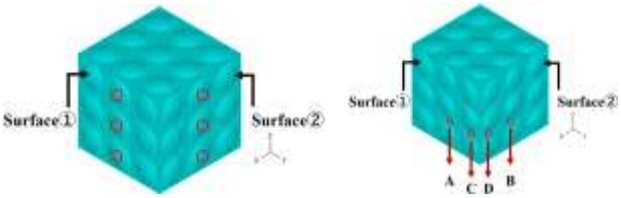
解析手順は，次の順で行う．

① 水を入れた状態における静的解析を実施する．
ここでは構造－流体の連成解析を行う場合，自重の釣り合い計算を行いこの結果を時刻歴応答解析の初期条件とする．

② 動的解析を実施する．

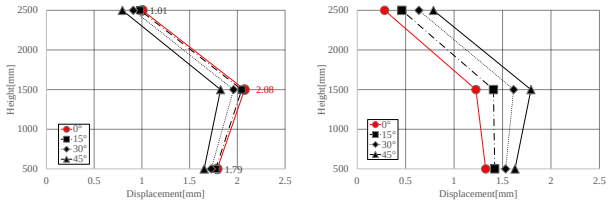
時刻歴応答解析の入力振幅に関しては，竹本ら[1]の研究で得られた本 SUS タンクのバルジング固有振動数である 4.77Hz の正弦波を振幅 3.9mm，波数 20 波を入力条件として加振する．なお，この時の加速度は 350gal 程度であり，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



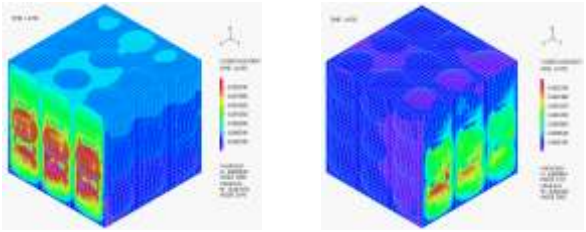
(a) Displacement (b) von Mises stress

Fig. 2 Measuring point

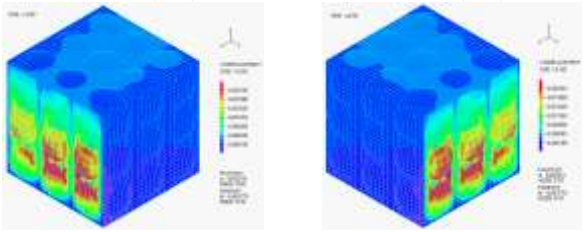


(a) Surface① (b) Surface②

Fig. 3 Maximum displacement



Surface①(0°) Surface②(0°)



Surface①(45°) Surface②(45°)

Fig. 4 Displacement distribution (t=1.415s)

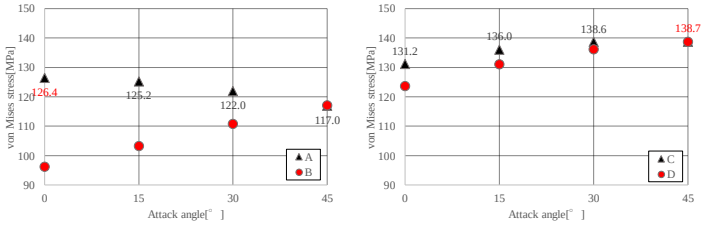
震度 6 弱相当である．加振方向角は，x 軸正方向を 0°とし 15°，30°，45°の 4 方向に分けてそれぞれ解析を行う．

得られた解析結果は，Fig. 2 に示す測定位置から変位，応力を算出する．ここで Fig. 2 に示す x 軸方向に対して垂直な平面を Surface①，y 軸方向に対して垂直な平面を Surface②とする．変位は，Fig. 2(a)の図中に示した範囲において高さ 500mm，1500mm，2500mm の 3 点で求める．応力についてはミーゼス応力とする．Surface①で応力が最大値となる A 点で，Surface②で最大となる B 点で比較を行う．また隅角部において斜め補強材溶接部分である C 点と D 点においても比較する．なお A 点と B 点，C 点と D 点は隅角部を挟んで対称の位置関係である．

3. 解析結果

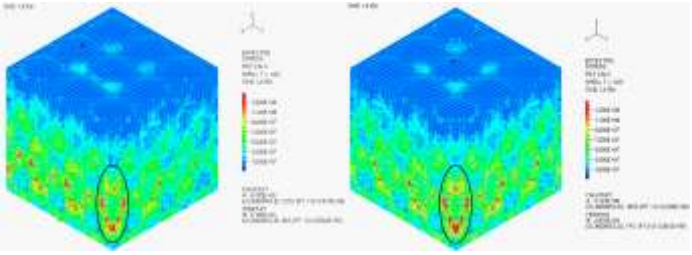
各平面における最大応答変位を Fig. 3 に示す．これより変位が最大となったのは加振方向角 0° 時の Surface①，高さ 1500mm の位置であり 2.08mm である．よって加振方向角 0° 時にバルジングの影響を最も受けることがわかる．

最大変位 2.08mm を生じる加振時間 t=1.415s，加振方向角 0° 時の各平面での変位分布を，加振方向角 0°,45° 時において Fig. 4 に示す．これより加振方向角を増やすにつれて Surface①では変位が小さくなるのに対し，Surface②では変位が大きくなっている．これは加振方向角が増えるにつれて Surface①の変位が Surface②に移行していると考えられる．



(a) A and B points (b) C and D points

Fig. 5 Maximum von Mises stress



(a) Attack angle 0° (b) Attack angle 45°

Fig. 6 von Mises stress distribution (t=1.415s)

次に各測定点における壁面での最大応力を Fig. 5 に示す．これより応力は，各平面において壁面の中心部の A，B 点より斜め補強材溶接部分である C，D 点においての応力の方がそれぞれ大きくなっている．C，D 点については加振方向角が増えるにつれて応力が徐々に大きくなっており，C 点では 131.2MPa から 138.7MPa である．このように C，D 点については，加振方向角を変化させても応力の値は大きく変化していない．加振方向に関わらず，隅角部は繰り返し振動することで引張と圧縮が交互に作用し，平板で構成される斜め補強材の座屈の可能性が考えられる．

Fig. 6 に加振時間 t=1.415s 時の応力分布を加振方向角 0°,45° のそれぞれを示す．これから，それぞれ図中に示した隅角部において分布の中で最も応力が大きい赤色を示しており，隅角部での応力集中が予想される．

4. おわりに

本論では，3×3×3 枚の奇数枚パネルで構成される SUS タンクについて加振方向角を変えて時刻歴応答解析を行い，各平面における変位とミーゼス応力を導出した．変位に関しては，加振方向角 0° 時において加振方向に直角な面である Surface①において最も変位が大きくなり，バルジングの影響を最も受けることとなった．これは，渡邉ら [2]の研究と異なる結果となっているが，この検討が特殊な条件下で行っていることによると考えられる．次にミーゼス応力に関しては，壁面の中心部よりも斜め補強材を内部に有する溶接部分である隅角部の方が大きくなっている．これより加振方向に関わらず隅角部において平板補強材の座屈，パネル同士の溶接部の剥離等の可能性が考えられる．

謝辞：本研究の一部は，(独)日本学術振興会科学研究費・基盤研究 (C) の給付を受けたことを付記する．

参考文献

1) 竹本純平他:ステンレス製パネルタンクの流体と構造を連成しての時刻歴応答解析，土木学会論文集A2（応用力学），pp.153-162, 76巻2号, 2020.
2) 渡邉尚彦他：内構材をもつ実矩形貯水槽の簡易バルジング応答推定，構造工学論文集，Vol.65A, pp.305-316, 2019.
3) 佐久間真輝他：パネル接合部の損傷に着目したステンレス鋼製パネルタンクの強度の検討, 土木学会中部支部研究発表会, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

第３部門②

座長:玉井 宏樹(九州大学)

2022年5月28日(土) 10:40 ～ 11:55 C会場 (オンライン)

[2C07-11-01] 単粒度砕石層内の粒子配置の復元条件に関する解析的検討

*河野 昭子[1] （1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所）

10:40 ～ 10:55

[2C07-11-02] 個別要素法を用いた透過型砂防堰堤の損傷事例解析

*嶋川 理[1]、堀口 俊行[1]、別府 万寿博[1]、香月 智[1] （1. 防衛大学校）

10:55 ～ 11:10

[2C07-11-03] 重力場における梁の縮小模型実験の相似則に関する一考察

*手嶋 良祐[1]、別府 万寿博[1]、市野 宏嘉[1] （1. 防衛大学校）

11:10 ～ 11:25

[2C07-11-04] 飛翔体衝突を受ける RC版の局部破壊領域に関する数値解析的研究

*森 広毅[1]、別府 万寿博[1]、市野 宏嘉[1] （1. 防衛大学校）

11:25 ～ 11:40

[2C07-11-05] 緩衝ゴムを設置し補強量を変化させた AFRPシート接着曲げ補強 RC梁の漸増繰り返し衝撃荷重載荷実験

*瓦井 智貴[1]、小室 雅人[1]、岸 徳光[1]、鈴木 健太郎[1]、三上 浩[2] （1. 室蘭工業大学、2. 三井住友建設（株））

11:40 ～ 11:55

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

単粒度砕石層内の粒子配置の復元条件に関する解析的検討

Numerical Evaluation of Condition of Grains Rearrangement in Poorly-Graded Crushed Stone Layer

河野　昭子（公益財団法人鉄道総合技術研究所）
Akiko KONO, Railway Technical Research Institute
E-mail: kono.akiko.43@rtri.or.jp

DEM simulations are carried out to observe the rearrangement of ballast grains during cyclic loading process after tamping operation for several models with different values of sleeper lifting. Simulation results show that the arrangement of ballast grains under sleeper is easily restored when the lifting values are less than grain size of ballast. This tendency shows good agreement with previous study about “Ballast Memory”.

１．はじめに

鉄道線路で列車を誘導するレールは、まくらぎによって離散的に固定されているが、そのまくらぎ下は単粒度砕石層であるため、隣接するまくらぎ下の支持状態は均一ではない。よって、隣接するまくらぎの沈下速度に差が生じることもあり、この差が広範囲で増大すると、レールの頭頂面に変位が生じる。これは、列車走行に支障を来す可能性もあるため、管理基準値が設けられている。

この管理基準値を超えた場合、保守作業が行われるが、通常、Fig.1 に示すように、まくらぎの位置を調整し（以下、「こう上」という）、当該まくらぎの周囲や下部の砕石に振動を与えて、つき固めを行う [1]。

上述のまくらぎの調整量を「こう上量」と呼ぶが、Seliq らは、こう上量と保守作業後 66 週間後の道床沈下量の実測結果の関係を Fig.2 に示している [2]。同図より、プロットした点群を直線近似した場合、横軸のこう上量が 20mm ~25mm 付近で、直線の傾きが変化する。つまり、こう上量が約 20mm を超えると、こう上量に対する 66 週間後の沈下量が、20mm 以下の領域に比較して小さくなる傾向を示している。

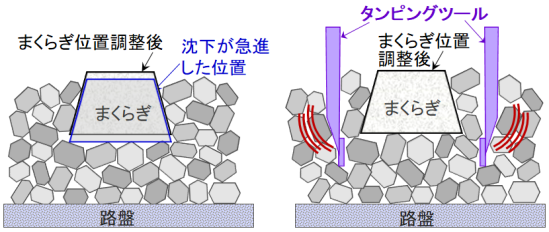


Fig.1 Process of lifting and tamping at track maintenance work

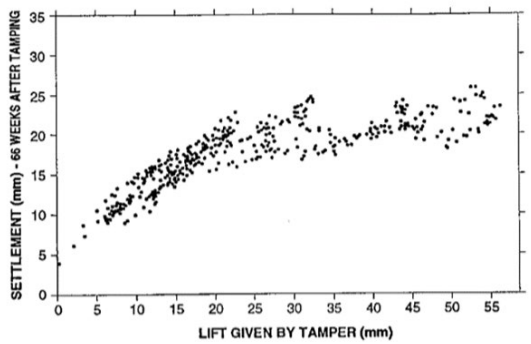


Fig.2 Relationship of lifting value and ballasted layer settlement [2]

ここで、新品バラストの平均粒径は 20～40mm であることから、Fig.2 の傾向については、こう上量がバラストの粒径より小さい場合、前述の保守作業で、まくらぎこう上後タンピングを行っても、まくらぎ下のバラスト粒子の配置が完全にリセットされず、その後の列車通過過程で、粒子配置が元に戻り易いことが予想されている。

この傾向について Seliq らは、バラスト層内の粒子配置が記憶されているかのようであることから、「バラストメモリー」と称している [2]。ただし、粒子配置の変化と復元のプロセスの直接的な観察や、これらに対する影響要因を検討した事例はほとんど見当たらない。

そこで筆者は、個別要素法（以下、DEM）を用いて、①軌道こう上、②タンピング、③繰返し載荷のプロセスを再現し、粒子配置の変化過程を観察したので報告する。

なお本研究では、筑波大学で開発された三次元個別要素法コード”DEMCS”[*3] を、同大学と鉄道総研の共同研究で改良した”DEMCS-track”[4]を用いる。

２．解析概要

a）軌道モデル

解析モデルを Fig.3 に示す。まくらぎ要素の断面形状は 3H まくらぎのレール下の断面寸法とし、まくらぎの中心間隔を 581mm として配置した。左右の隣接まくらぎは断面中央で分割した片側形状とした。まくらぎ要素の奥行は 80mm とし、まくらぎ下のバラスト層厚は 300mm とした。

またバラスト要素は実バラスト形状データから作成した球集合体モデルで、新品バラストの粒度分布範囲内に収まるように配合した [5]。

更に、タンピングツールは 4 本配置した。

b）こう上～タンピング過程の再現

Fig.3 に示した解析モデルのまくらぎ要素を、Fig.2 を参考とし、10mm、30mm、60mm の 3 通りでこう上させ、タンピングを行った。なお、タンピングにおいては、まくらぎ下の見かけの密度が、3 通りの解析モデルで同程度となるようにタンピング時間を調整した。

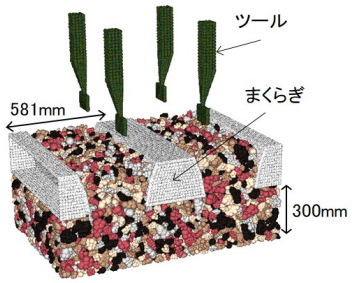


Fig.3 Simulation model

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

c）繰返し載荷過程の再現

タンピング過程の再現の後、解析モデルのまくらぎ要素に鉛直方向の正弦波外力を入力した。外力の周波数は 10Hz、荷重振幅は 15kN、載荷回数は 100 回とした。

３．解析結果

a）こう上～タンピング過程の密度変化

こう上～タンピング過程のまくらぎ下の見かけの密度の変化を Fig.4 に示す。図より、こう上によってまくらぎ下の空間が増加するため、密度は一度減少するが、その後、タンピングによってまくらぎ下に周囲のバラスト砕石が入り込み、密度が上昇する。なお、こう上量が大きいほど、まくらぎ下の空間も増加するため、密度が一定の値に到達するまでのタンピング時間は長くなることが明らかである。

ここで、こう上量 60mm の場合のタンピング前後におけるバラスト要素の中心座標の分布を Fig.5 に示す。初期状態において、まくらぎ下、まくらぎ周囲に位置していた要素が明確となるように、3 通りのマークで分類する。

図より、タンピング過程では、まくらぎ周囲のバラストがバラスト層下層へ貫入し、まくらぎ下の外側にあったバラストがまくらぎ下に流入することが明らかである。

b）繰返し載荷過程の沈下量

繰返し載荷 100 回後のまくらぎ要素の沈下量とこう上量の関係を Fig.6 に示す。なお縦軸は、沈下量をこう上量で除した値である。

図より載荷 100 回後の沈下量／こう上量の値は、こう上量 10mm で 0.175、こう上量 30mm で 0.092、こう上量 60mm で 0.068 となり、Fig.2 で示された「こう上量約 20mm を超えると、こう上量に対する沈下量が減少する」傾向と合致している。

ここで、粒子構造の変化を把握するために、解析結果より粒子間接触力の分布を Fig.7 に示す。図中、薄灰色丸印は、Fig.3 に示したモデルの初期状態において、まくらぎに 15kN の載荷をした瞬間の、また黒色菱形印は、こう上→タンピング→繰返し載荷のプロセスを経て、道床沈下量が繰返し載荷開始時より 1.5mm 進んだ直後の最大荷重（15kN）の瞬間の、粒子間接触点を示す。なお図には、法線方向接触力が 200N 以上となった接触点のみプロットした。また Fig.7-a) は 10mm こう上、-b) は 60mm こう上の解析結果を示す。

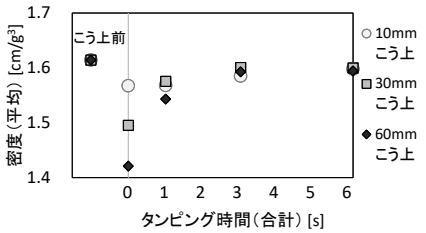
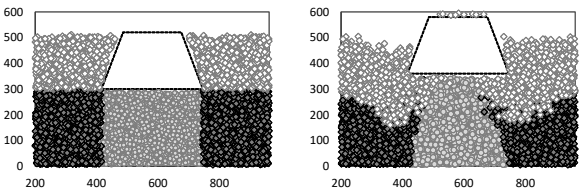


Fig.4 Change of ballasted layer density during tamping process



(a) Before Tamping　(b) After Tamping

Fig.5 Change of position of ballast grains

図より、10mm こう上の場合、接触力が 200N 以上となる接触点はまくらぎ中央部の下方の狭い範囲で分布し、ほとんどの接触点が、初期状態における接触点分布の範囲と重なっている。

他方 60mm こう上の場合、接触力が 200N 以上となる接触点は、まくらぎ下のみでなく、まくらぎ底面両端から外側に広がる範囲で分布し、初期状態と比較して、バラスト層内の荷重の分散経路が異なることが明らかである。

４．おわりに

「バラストメモリー」と称される、道床バラスト層内の粒子配置がタンピング作業後に戻る現象について、軌道こう上量に着目した DEM シミュレーションを行い、粒子配置や接触力分布の変化を観察した。

その結果、こう上量をバラスト砕石の粒径より小さい 10mm とした場合、タンピングを行った後でも、粒子構造が初期状態と比較してほとんど変化しないことが明らかとなった。

参考文献

1) たとえば 高津昌也,佐竹宣章：線路こう上量算出モデルの開発, 鉄道技術連合シンポジウム論文集, S2-12-1, 2014
2) Earnest T.Selig and John M.Waters : Track Geotechnology and Substructure Management, 1994
3) Matsushima,T, Effect of irregular grain shape on quasi-static shear behavior of granular assembly, Powders Grains 2005; 2 : pp1319-1323, 2005
4) 河野昭子,松島亘志 : 離散体モデルを用いた道床バラスト層の変形挙動解析, 鉄道総研報告 Vol.28 No.12 pp.41-46 ,2014
5) 河野昭子,松島亘志：DEM による単粒度砕石層の残留変位予測における定量的精度の検証, 土木学会論文集 A2（応用力学）, Vol.77 No.2, 2021

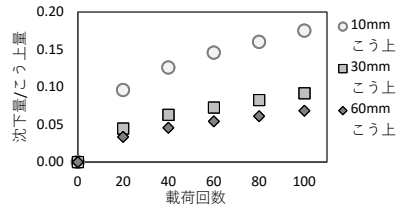
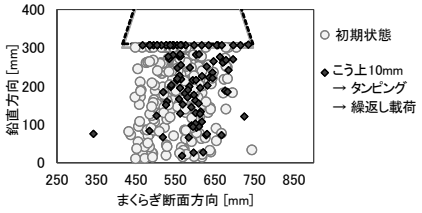
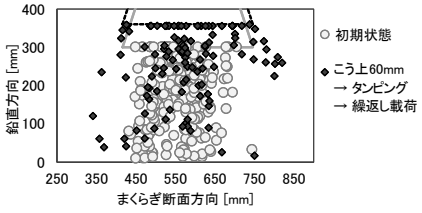


Fig.6 Relationship of lifting values and ballast layer settlement



a) 10mm Lifting



b) 60mm Lifting

Fig.7 Distribution of contact force between ballast grains

個別要素法を用いた透過型砂防堰堤の損傷事例解析
Reproduction Simulation of Damaged Open Sabo Dam by Using DEM

嶋川　理（防衛大学校・建設）　堀口　俊行（防衛大学校・建設）　別府　万寿博（防衛大学校・建設）
香月　智（防衛大学校・建設）

Osamu SHIMAKAWA, National Defense Academy
Toshiyuki HORIGUCHI, National Defense Academy
Masuhiro BEPPU, National Defense Academy
Satoshi KATSUKI, National Defense Academy
E-mail: em57045@nda.ac.jp

This study verifies the reproducing performance of DEM to a damaged cases of the open sabo dam. In the reproduction analysis of DEM, the section partial method is used for caribrating a constitutive law of both steel pipe elements and the connecting parts of the structure. In addition, in order to reproduce the dent deformation effect occurred in the real case, the modified Elinas estimation method is used for the joint spring elements between vertical column member and horizontal beam member. As a result of the analysis, the upper part of the structure are broken in case of the effect of dent deformation and the preceding sedimentary gravels are taken into account.

１．緒　言

近年，短期的かつ局所的な豪雨により土砂災害の被害が増大傾向にある．土石流対策としては，透過型砂防堰堤（以下，透過型）が用いられているが，堰堤の損傷事例も発生し，その対応が求められている．例えば，現在の設計荷重より大きなレベル II 荷重が提案されており，レベル II 荷重の規模や適用範囲について検討されている．このような設計法を検討する際には，堰堤が破壊した事例の分析が重要である．著者ら [1]は，平成 26 年長野県南木曽町で発生した土石流 [2]による被災事例を参考に，実験室規模の堰堤模型を用いた直線水路実験とその再現解析により，透過型の破壊メカニズムについて検討した．その際，相似則のゆがみを考慮して鋼材ではなくバルサを用いて模型を作製し，部材の構成則はバルサの材料実験から決定した [1]．透過型の破壊メカニズムを推定する上で実規模に近い実験を行うことは容易ではなく，解析による検討が望まれる．

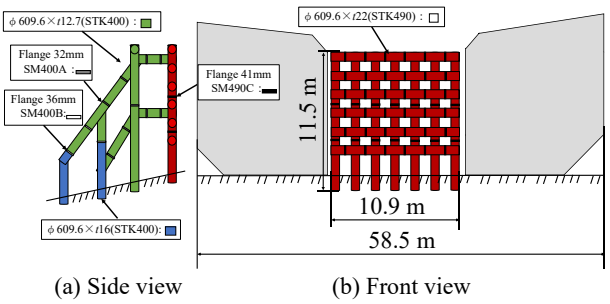
そこで本研究は，鋼管およびその継手部の強度を断面分割法で推定したうえで，結合部の構成則に導入した個別要素法解析により，梨子沢第 1 砂防堰堤の破壊メカニズムを推定するものである．

２．個別要素法解析

２．１　解析諸元

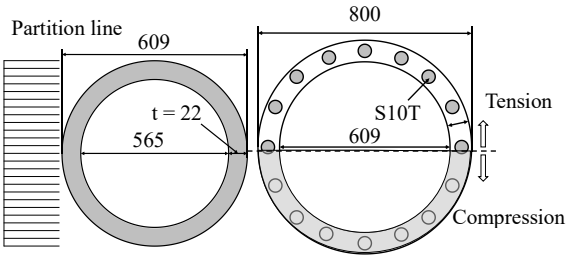
Fig.1 に梨子沢第 1 砂防堰堤の構造を示す．鋼管と継手構造は 3 種類あり，最上流面，2 列目，最後列で部材が分かれている．鋼管直径 ϕ は全て 609 mm であるが，鋼管厚さ t は上流側から 22 mm，12.7 mm，16 mm である．礫衝突を受ける最上流面は STK490，その他は STK400 が用いられている．継手部は上流側からフランジプレートの厚さ t が 41 mm，32 mm，36 mm であり，S10T のボルト 16 本で結合し，ボルト長さは 120 mm，100 mm，110 mm である．Fig.2 に断面分割法のモデル図を示す．鋼管は全断面を引張，圧縮に対して有効とした．継手部は，圧縮側はフランジおよびボルトを有効とし，引張側はボルトのみを有効とした．

Table1 に，解析諸元および断面分割法に基づく連結ばねの構成則を示す．なお，構成則は降伏時のモーメント，軸力，せん断力と破断時の最大変形を計算結果と等しくしたうえで，破断までのエネルギーが等価となるようにバイリニアで与えた．また，被災事例 [2]では，堰堤の残存部分に



(a) Side view　　(b) Front view

Fig.1 Nashizawa first sabo dam



(a) Pipe　　(b) Flange

Fig.2 Effect area

押し込み変形が生じていた．そのため，押し込み変形を再現するために水平材と柱部材の結合部は修正エリナス式 [3]から算出した押し込み変形の剛性値を用いた．

Fig.3 に本解析で使用した解析モデルの初期配置を示す．堰堤モデルは円柱形要素で作成し，常設の連結ばねで結合している．水路は，三角形の平面要素を組み合わせて作成した．水路幅は 58.5 m であり，堰堤上流側には 20 m の水平部を設けている．勾配は，現地の堰堤周辺の平均勾配から 11.3°とした．堰堤の上流側には検討会で存在が示唆されていた先行堆積礫を堰堤高の 30 %の位置まで事前に堆積させた．礫モデルは球形要素を使用し，現地の粒径分布を参考に，4 粒径合計約 5000 m^3 を上流側に配置した．そのうえで流水の計算は流速分布モデルを用いて礫に流体力を作用させ流下させた．初期の流速分布は被災後の検討会の報

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

告書から流速 9.7 m / s，水深 3.3 m で与えた．なお，堰堤上流側に堆積している礫に与える流体力は，後方の礫群が堆積部分に到達するまで作用しない．

解析ケースは，柱部材に修正エリナス式 [3]から得られた押し込み変形の剛性を与えた押し込み変形モデルと押し込み変形効果を無視したモデルの計 2 ケースで解析を行った．

2．2　解析結果

Fig.4 は，押し込み変形無の解析結果を示す．Fig.4(a)は，土石流モデルの先頭部が先行堆積礫の上を流下し，堰堤に衝突した状況を示す．以後，土石流モデルの先頭部が堰堤に到達した時間を $t = t_0$ s とする．Fig.4(b)は，$t = t_0 + 2.0$ s，Fig.4(c)は，$t = t_0 + 4.0$ s の堆積過程を示す．礫は堰堤の天端まで達しているが，堰堤に変形は見られない．Fig.4(d)の $t = t_0 + 6.0$ s は，最上流面の柱材と 2 列目の柱材がやや下流側に傾いているが，極端な変形や連結部の破断は見られなかった．

Fig.5 は，下部水平材に押し込み変形を考慮したモデルの解析結果を示す．Fig.5(a)の $t = t_0$ s では，押し込み変形無のモデルと変わらない．Fig.5(b)の $t = t_0 + 2.0$ s では，下部水平材が押し込まれ，堰堤の上部が台形状に変形している．そのうえで，土石流モデルが堰堤天端に到達するまでに，上流側柱材の継手部が全て破断している．Fig.5(c)の $t = t_0 + 4.0$ s では，2 列目柱材が全て破断した．この際，上支保斜材は 4 本のうち 3 本が破断した．Fig.5(d)の $t = t_0 + 6.0$ s では，上支保斜材が全て破断に至り，堰堤上部が流出した．

Fig.6 は，堰堤部材の破断の時系列を明らかにするために，各部位のうち最初に破断した部材の応答を示す．各部位は曲げによって破断し，上流側柱部材，2 列目柱部材，上支保斜材の順に破断に至った．衝突過程と比較すると，最上流面柱部材は，土石流モデルの先頭部衝突時，水平材の押し込み変形の増加とともに破断している．2 列目の柱材および上支保斜材は，土石流モデルが堰堤天端を越流した以降に破断している．水平材の押し込み量は，上下しつつ約鋼管径 1 本分押し込まれた．被災後の堰堤残存部分では鋼管径 609 mm に対して 535 mm の押し込み変形が生じている．一方，解析はやや押し込み変形が過剰ではあるが概ね再現できている

3．結　言

本研究は，部材および継手部の強度を断面分割法で推定したパラメータを用いて，個別要素法によって，堰堤の破壊メカニズムについて検討したものである．被災事例と同様に，押し込み変形を考慮した解析では，堰堤が継手部で破断し，堰堤上部が流出に至った．押し込み変形無の解析では，継手部は破断に至らなかった．

参考文献

1)嶋川理，小松喜治，堀口俊行，香月智: 個別要素法による透過型砂防堰堤の破壊メカニズムに関する検討，土木学会論文集A2（応用力学），Vol.77, No.2,（応用力学論文集Vol.22），I_381 - I_392，2021.
2)平松晋也ら：平成26年7月9日長野県南木曽町で発生した土石流災害，砂防学会誌，Vol67，No.4，pp.61-82，2014.
3)星川辰雄，石川信隆，彦坂熙，阿部宗平：局部変形とひずみ速度効果を考慮した鋼管固定はりの衝撃応答変位，土木学会論文集，No.513，I-31,101-115, 1995.

Table1 Analysis specifications.

Item		value
Dam model	Cylinder	496
	Clump model	74
Debris flow	D_{100} (1.6-3.0 m)	300
	D_{95} (1.0-1.6 m)	750
	D_{80} (0.6-1.0 m)	1900
	D_{50} (0.2-0.6 m)	2050
Water	Velocity (m / s)	9.7
	Depth (m)	3.3
Pipe model t = 22 mm	Bend stiffness EI (N·m^2)	2.36×10^7
	Yield moment (N·m)	3.71×10^6
Pipe model t = 12.7 mm	Bend stiffness EI (N·m^2)	7.64×10^6
	Yield moment (N·m)	1.80×10^6
Pipe model t = 16 mm	Bend stiffness EI (N·m^2)	1.27×10^7
	Yield moment (N·m)	2.25×10^6
Flange SM490	Bend stiffness EI (N·m^2)	6.78×10^7
	Yield moment (N·m)	2.41×10^6
Flange SM400A	Bend stiffness EI (N·m^2)	6.45×10^7
	Yield moment (N·m)	2.36×10^6
Flange SM400B	Bend stiffness EI (N·m^2)	6.45×10^7
	Yield moment (N·m)	2.36×10^6
Between Element spring	Normal spring	1.0×10^7
	Shear spring	3.5×10^6
Dent stiffness (Elinas)	Axial stiffness EA(N)	2.0×10^3
Time step		1.0×10^{-7}

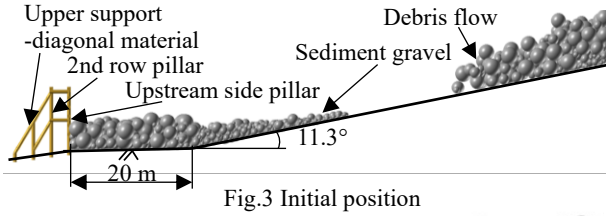
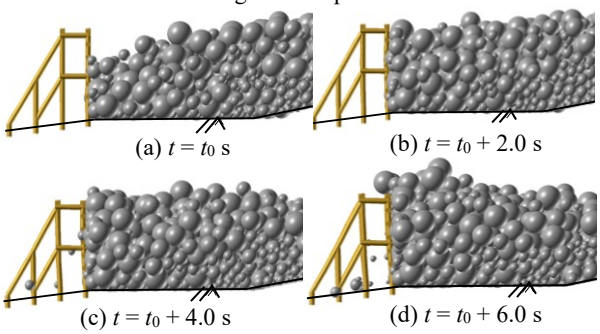
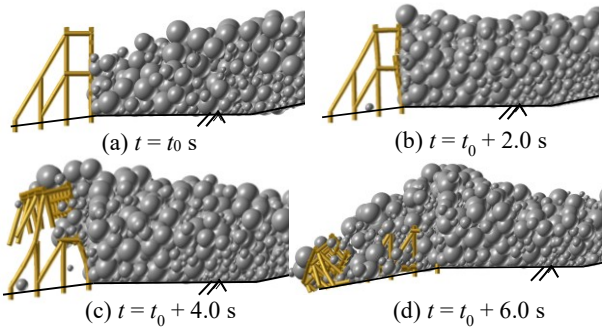


Fig.3 Initial position


(a) $t = t_0$ s　(b) $t = t_0 + 2.0$ s　(c) $t = t_0 + 4.0$ s　(d) $t = t_0 + 6.0$ s
Fig.4 Analysis results (no dent model)


(a) $t = t_0$ s　(b) $t = t_0 + 2.0$ s　(c) $t = t_0 + 4.0$ s　(d) $t = t_0 + 6.0$ s
Fig.5 Analysis results (dent model)

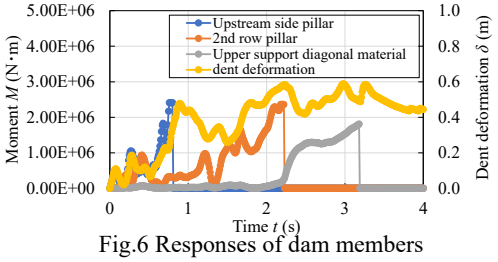


Fig.6 Responses of dam members

重力場における梁の縮小模型実験の相似則に関する一考察
A Study of the Similarity Law for Scaled Tests of Beams under Gravitational Field

手嶋　良祐（防衛大・建設）　別府　万寿博（防衛大・建設）　市野　宏嘉（防衛大・建設）
Ryosuke TESHIMA, National Defense Academy
Masuhiro BEPPU, National Defense Academy
Hiroyoshi ICHINO, National Defense Academy
E-mail: ry-teshima@vertex-grp.co.jp

A similarity law that can be used in a scaled model made of the same material as a full-scale model under a gravitational field was proposed by the authors, using a dimensional analysis. In the present study, the similarity laws were obtained from the equations of motion of Bernoulli-Euler beams, beams with shear deformation, and Timoshenko beams, and the agreement with the proposed similarity law is verified.

１．緒言

縮小模型実験を用いて実規模実験の応答を再現するためには，縮小模型実験が幾何学的相似，運動学的相似および力学的相似を満足する必要がある．このような相似則を誘導する方法として，次元解析 [1]および支配方程式（微分方程式）を用いる方法 [1]がある．著者らは，変位と幾何学的長さに異なる次元を設定し，次元解析を行うことにより，重力場における縮小模型実験に対して前述の 3 つの相似を満足する相似則を提案した [2]．しかし，提案した相似則の理論的根拠については不明であった．そこで，本研究では，片持ち梁の静的たわみおよびベルヌーイ-オイラー梁の曲げ振動に関する微分方程式を例題として，提案相似則について考察を行った．

２．提案相似則の概要

実規模と縮尺 S の縮小模型の片持ち梁の自由端に重錘を配置した場合における，外力と片持ち梁の変形について相似を考える．相似であれば式(1)の通り，左辺が示す実規模の片持ち梁における外力と変形による弾性力の比のパイナンバーπ_1[3]と，右辺の縮小模型のパイナンバーπ_1'は等しくなる．

$$\pi_1 = \frac{\rho V \mathrm{g} l^3}{3EIu} = \frac{\rho' V' \mathrm{g}' l'^3}{3E'I'u'} = \pi_1' \tag{1}$$

ここに，ρは密度，Vは体積，g は重力加速度，Eはヤング係数，Iは断面二次モーメント，lは梁長，uは変位を表す．

式中の「'」は縮小模型における値を示す．ρ'，g'，E'は実規模と縮小模型において同一材料かつ重力場のため，同じ値となる．幾何学的長さに関する物理量l'，V'，I'の相似比は縮尺の通り，それぞれS，S^3，S^4，変位u'に対する相似比は縮尺とは異なるS^2を設定すれば次式が成立する．

$$\pi_1' = \frac{\rho' V' \mathrm{g}' l'^3}{3E'I'u'} = \frac{\rho \cdot S^3 V \cdot g \cdot S^3 l^3}{3E \cdot S^4 I \cdot S^2 u} = \frac{\rho V \mathrm{g} l^3}{3EIu} = \pi_1 \tag{2}$$

幾何学的長さと変位に異なる相似比を設定するということは，次元解析の観点から異なる次元とする必要がある．そこで提案相似則では，長さの次元を幾何学的長さ L と変位 U の 2 つの次元に分けた結果, Table 1 の通り各物理量に対して矛盾なく相似比を設定することができた．

３．微分方程式による相似則の誘導

3.1　片持ち梁の静的たわみ

片持ち梁の静的たわみに関する微分方程式 [4]を式(3)に示す．

$$\frac{d^2u}{dx^2} = -\frac{1}{EI}Px \tag{3}$$

次式に示す縮尺 S の縮小模型を考える．

$$\frac{d^2u'}{dx'^2} = -\frac{1}{E'I'}P'x' \tag{4}$$

各物理量の相似比を式(5)に示す．なお，下付きの文字は各物理量の記号を示している．

$$\lambda_u = \frac{u'}{u},\ \lambda_x = \frac{x'}{x},\ \lambda_E = \frac{E'}{E},\ \lambda_I = \frac{I'}{I},\ \lambda_P = \frac{P'}{P} \tag{5}$$

式(4)に式(5)を代入すると式(6)となる．

$$\frac{\lambda_u}{\lambda_x^{\,2}}\frac{d^2u}{dx^2} = -\frac{\lambda_P\lambda_x}{\lambda_E\lambda_I}\frac{1}{EI}Px \tag{6}$$

実規模と縮小模型が相似であれば式(7a)が成立する必要がある．

$$\frac{\lambda_u}{\lambda_x^{\,2}} = \frac{\lambda_P\lambda_x}{\lambda_E\lambda_I} \tag{7a}$$

ここで，縮小模型の片持ち梁は実規模と材料は同じで，縮尺Sであるため，荷重は体積換算で$\lambda_P = S^3$より式(7a)を変形して，式(7b)の通り表すことができる．

Table 1 Similarity ratio of various physical quantities

Physical quantities	Symbol	(A), (B) Dimension	Similarity laws		(C) Dimension	(C) Proposed similarity law
			(A) Fluid	(B) Replica		
Scale	S	-	S	S	L	S
Length	L, l	L	S	S	L	S
Displacement	u	L	S	S	U	S^2
Density	ρ	ML^{-3}	$1/S$	1	ML^{-3}	1
Mass	M, m	M	S^2	S^3	M	S^3
Time	T, t	T	$\sqrt{S}$	S	T	S
Velosity	V, v	LT^{-1}	$\sqrt{S}$	1	UT^{-1}	S
Acceleration	a, g	LT^{-2}	1	$1/S$	UT^{-2}	1
Strain	ε	LL^{-1}	1	1	UL^{-1}	S
Stress	σ	$ML^{-1}T^{-2}$	1	1	$MUL^{-2}T^{-2}$	S
Force	P, F	MLT^{-2}	S^2	S^2	MUT^{-2}	S^3
Energy	En	ML^2T^{-2}	S^3	S^3	MU^2T^{-2}	S^5
Young's modulus	E	$ML^{-1}T^{-2}$	1	1	$ML^{-1}T^{-2}$	1
Angular velocity	ω	T^{-1}	$1/\sqrt{S}$	$1/S$	T^{-1}	$1/S$
Frequency	f	T^{-1}	$1/\sqrt{S}$	$1/S$	T^{-1}	$1/S$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

$$\lambda_u = \frac{\lambda_P \lambda_x^{\,3}}{\lambda_E \lambda_I} = \frac{S^3 \cdot S^3}{1 \cdot S^4} = S^2 \tag{7b}$$

よって，変位の相似比は提案相似則と同じ S^2 となる．

3.2 ベルヌーイ-オイラー梁の曲げ振動

ベルヌーイ-オイラー梁はせん断変形を生じず，平面保持の仮定が成立する梁である．ベルヌーイ-オイラー梁の曲げ振動を表す運動方程式 [4]は式(8a)の通りである．

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \frac{\rho A}{EI}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \tag{8a}$$

式(8a)を変形すると次式が得られる．

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = -\frac{\rho A}{EI}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{8b}$$

次式に示す縮尺 S の縮小模型を考える．

$$\frac{\partial^4 u'}{\partial x'^4} = -\frac{\rho' A'}{E' I'}\frac{\partial^2 u'}{\partial t'^2} \tag{9}$$

ここで，密度，断面積および時間に関する相似比は次のようになる．

$$\lambda_\rho = \frac{\rho'}{\rho},\ \lambda_A = \frac{A'}{A},\ \lambda_t = \frac{t'}{t} \tag{10}$$

式(9)に式(5)および式(10)を代入すると式(11)が得られる．

$$\frac{\lambda_u}{\lambda_x^{\,4}}\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = -\frac{\lambda_\rho \lambda_A \lambda_u}{\lambda_E \lambda_I \lambda_t^{\,2}}\frac{\rho A}{EI}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{11}$$

実規模と縮小模型の曲げ振動が相似であれば式(12a)が成立する必要がある．

$$\frac{\lambda_u}{\lambda_x^{\,4}} = \frac{\lambda_\rho \lambda_A \lambda_u}{\lambda_E \lambda_I \lambda_t^{\,2}} \tag{12a}$$

ここで，縮尺 S，かつ縮小模型は梁の材料が実規模と同じなので，式(12b)の通り表すことができる．

$$\lambda_t^{\,2} = \frac{\lambda_\rho \lambda_A \lambda_x^{\,4}}{\lambda_E \lambda_I} = \frac{1 \cdot S^2 \cdot S^4}{1 \cdot S^4} = S^2 \tag{12b}$$

よって，時間の相似比は S となり提案相似則と同じとなる．

加速度の相似比 λ_a は，式(7b)および式(12b)より、式(13)の通りとなる．

$$\lambda_a = \frac{\lambda_u}{\lambda_t^{\,2}} = 1 \tag{13}$$

質量の相似比 λ_m は荷重の相似比 $\lambda_P = S^3$ および式(13)より以下の通り求められる．

$$\lambda_m = \frac{\lambda_P}{\lambda_a} = \frac{S^3}{1} = S^3 \tag{14}$$

以上より，提案相似則において設定した次元 U および M, L, T の基本次元に対して，提案相似則と同じ相似比が誘導できた．

3.3 せん断変形を考慮した梁の曲げ振動

せん断変形を考慮した梁の曲げ振動の運動方程式 [4]は式(15)の通りである．

$$EI\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} - k\rho I\frac{E}{G}\frac{\partial^4 u}{\partial t^2 \partial x^2} + \rho A\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \tag{15}$$

前述と同様に変形していくと縮小模型の式は式(16)となる．

$$\frac{\lambda_u}{\lambda_x^{\,4}}\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = -\frac{\lambda_\rho \lambda_A \lambda_u}{\lambda_E \lambda_I \lambda_t^{\,2}}\frac{\rho A}{EI}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\lambda_k \lambda_\rho \lambda_u}{\lambda_G \lambda_t^{\,2} \lambda_x^{\,2}}\frac{k\rho}{G}\frac{\partial^4 u}{\partial t^2 \partial x^2} \tag{16}$$

ここで，左辺と右辺の第 1 項は式(11)と同じであり，式(12a)は両辺とも S^{-2} となるため実規模と縮小模型が相似であれば式(16)の右辺の第 2 項の相似比の係数は S^{-2} となる必要がある．k は係数=定数であること，縮小模型は片持ち梁の材料が実規模と同じであるため，式(16)の右辺の第 2 項の相似比の係数は式(17)となり，せん断の影響を考慮した場合においても相似則は成り立つ．

$$\frac{\lambda_k \lambda_\rho \lambda_u}{\lambda_G \lambda_t^{\,2} \lambda_x^{\,2}} = \frac{1 \cdot 1 \cdot S^2}{1 \cdot S^2 \cdot S^2} = \frac{1}{S^2} \tag{17}$$

3.4 チモシェンコ梁の曲げ振動

チモシェンコ梁とは梁に働く曲げ変形の他にせん断変形および回転慣性を考えた梁である．チモシェンコ梁の曲げ振動の運動方程式 [4]は式(18)である．

$$EI\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \rho A\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \rho\left(\frac{kEI}{G} + I\right)\frac{\partial^4 u}{\partial t^2 \partial x^2} + \rho^2\frac{kI}{G}\frac{\partial^4 u}{\partial t^4} = 0 \tag{18}$$

前述と同様に変形していくと縮小模型の式は式(19)となる．

$$\frac{\lambda_u}{\lambda_x}\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = -\frac{\lambda_\rho \lambda_A \lambda_u}{\lambda_E \lambda_I \lambda_t^{\,2}}\frac{\rho A}{EI}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\lambda_k \lambda_\rho \lambda_u}{\lambda_G \lambda_t^{\,2} \lambda_x^{\,2}}\frac{k\rho}{G}\frac{\partial^4 u}{\partial t^2 \partial x^2} + \frac{\lambda_\rho \lambda_u}{\lambda_E \lambda_t^{\,2} \lambda_x^{\,2}}\frac{\rho}{E}\frac{\partial^4 u}{\partial t^2 \partial x^2} - \frac{\lambda_\rho^{\,2} \lambda_k \lambda_u}{\lambda_E \lambda_G \lambda_t^{\,4}}\frac{\rho^2 k}{EG}\frac{\partial^4 u}{\partial t^4} \tag{19}$$

ここで，左辺と右辺の第 1 項および第 2 項は式(16)と同じであり，式(17)より相似比の係数は S^{-2} となる．第 3 項の相似比の係数は式(20)，第 4 項の相似比の係数は式(21)の通り S^{-2} となることからチモシェンコ梁においても相似則は成り立つ．

$$\frac{\lambda_\rho \lambda_u}{\lambda_E \lambda_t^{\,2} \lambda_x^{\,2}} = \frac{1 \cdot S^2}{1 \cdot S^2 \cdot S^2} = \frac{1}{S^2} \tag{20}$$

$$\frac{\lambda_\rho^{\,2} \lambda_k \lambda_u}{\lambda_E \lambda_G \lambda_t^{\,4}} = \frac{1 \cdot 1 \cdot S^2}{1 \cdot 1 \cdot S^4} = \frac{1}{S^2} \tag{21}$$

4．結言

本研究は，実規模実験と同じ材料かつ，同じ重力場で実施する縮小模型実験に用いることができる提案相似則について，理論的な検討を行ったものである．まず，片持ち梁の静的たわみを例として，提案相似則が微分方程式から導出できることを示した．また，梁の振動問題についても同様の検討を行って，提案相似則が誘導できることを示した．

参考文献

1) Baker, W. E. ,Westine, P. S. and Dodge, F. T.: Similarity Methods In Engineering Dynamics, Elsevier, 1991.
2) 手嶋良祐，別府万寿博，市野宏嘉，福永一基：重力場における縮小模型実験に対する相似則の提案と検証，構造工学論文集, Vol. 67A, pp.826-837, 2021.
3) 江守一郎，斎藤孝三，関本孝三：模型実験の理論と応用（第三版），技報堂出版, 2000.
4) 西岡隆：土木工学基礎シリーズ構造振動解析，培風館, 1987.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

飛翔体衝突を受ける RC 版の局部破壊領域に関する解析的研究
Numerical Study of Local Failure Area of RC Slabs Subjected to Projectile Impact

森　広毅（防衛大・理工）　別府　万寿博（防衛大・建設）　市野　宏嘉（防衛大・建設）
Koki MORI, National Defense Academy
Masuhiro BEPPU, National Defense Academy
Hiroyoshi ICHINO, National Defense Academy
E-mail: beppu@nda.ac.jp

In this study, experimental and numerical investigations were conducted to estimate the local response area of an RC slab subjected to projectile impact. The kinetic energy and momentum distributions of the RC slab subjected to projectile impact was evaluated. Assuming that the velocity of the RC slab decreases linearly from the center of the RC slab, the model exhibited 20-400% errors of maximum velocity at the center of the RC slab between experiment and the simulation.

１．緒言

飛翔体が比較的大きな速度で RC 版に衝突すると局部的な破壊が生じる．これまでに，実験や数値解析によって RC 版の局部破壊に関する研究が行われている．既往の研究によると，RC 版の局部破壊は応力波の伝播や局所的変形によって発生すると説明されている．RC 版の局所的変形によるせん断破壊の発生を評価する場合には，RC 版の局部的な応答領域を算定する必要がある．そこで本研究では，飛翔体衝突を受ける RC 版の局部的な応答領域に関して，RC 版裏面の速度分布および RC 版の局部応答領域の推定法を検討した．

２．局部応答モデル

衝突を受ける RC 版の局部応答モデル [1]を Fig.1 に示す．Fig.1 に示すように，質量 M の飛翔体が衝突速度 V_0 で RC 版に衝突し，静止線内の応答領域と完全塑性衝突するものと仮定する．なお，静止線とは RC 版の局部的な応答領域の境界を示す．このとき，最大荷重時において飛翔体が有する最大速度を v_m とし，静止線内の速度は次式に示すように RC 版の中心から線形に低下すると仮定する．

$$v_{(x)} = \left(1 - \frac{x}{x_0}\right) v_m \tag{1}$$

ここに，x_0 は衝突部から静止線までの距離である．衝突点における RC 版が飛翔体と同一の速度 v_m で運動すると仮定すると，衝突体と RC 版の運動量が保存されることから以下の式が成立する．

$$M\left(V_0 - v_m\right) = \frac{\pi}{3} m x_0^2 v_m \tag{2}$$

ここに，m は RC 版の単位面積当たりの質量，π は円周率である．

衝突前の飛翔体の運動エネルギーと最大荷重時の運動エネルギーの差 ΔE の一部 $\alpha\Delta E$ が RC 版の運動エネルギーE_k に変換されると仮定すると，以下の式が成り立つ．

$$E_k = \alpha \Delta E \quad \Delta E = \frac{1}{2} M V_0^2 - \frac{1}{2} M v_m^2 \tag{3}$$

式(1)～(3)から，x_0およびv_mは以下のように求められる．

$$x_0 = \sqrt{\frac{3M}{2\pi m}\left(\frac{1}{\alpha} - 4\right)} \quad v_m = \frac{2\alpha}{1 - 2\alpha} V_0 \tag{4}$$

このように，衝突を受ける RC 版の局部応答モデルを検討することによって，RC 版の応答領域および応答領域に生じる速度を評価することができる．ただし，エネルギー伝達率 α については実験または数値解析に基づいて決定する必要がある．

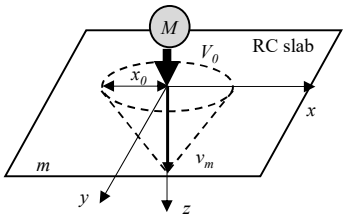


Fig.1 Local response model.

Table.1 Test cases.

case	Velocity (m/s)	Failure mode
1	27.7	Spalling
2	38.8	Spalling
3	49.4	Spalling

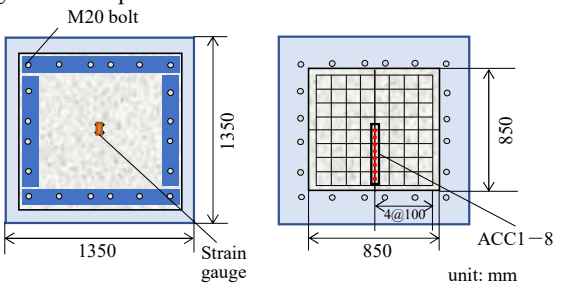


Fig.2 Set up of RC slab.

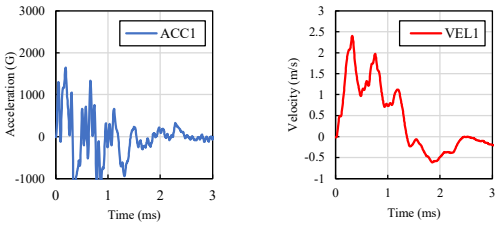


Fig.3 Acceleration and velocity time histories.

３．実験の概要

質量 8.3kg，先端部の直径 90mm の鋼製飛翔体を RC 版（1200×1200×180mm）に速度 27.4～49.4m/s で衝突させる実験を行った．Table.1 に，実験ケースおよび結果を示す．いずれのケースも破壊モードは表面破壊である．Fig.2 に，RC 版の設置要領を示す. RC 版に裏面中央から 5cm 間隔で加速度計を合計 8 個設置し，裏面に発生する加速度を計測した．Fig.3 に，ケース 2 における裏面中央の加速度および速度－時間関係を示す．飛翔体の衝突後，裏面が振動し，徐々に減衰することがわかる．また，ケース 1 および 3 も飛翔体が RC 版に衝突してから約 0.2ms 付近で裏面中央の加速度が最大の 1800G となった．裏面の速度については，

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

加速度－時間関係を積分することで算出した．いずれのケースも飛翔体が RC 版に衝突して約 0.3～0.5ms 後に裏面中央の速度が最大となった．ケース 2 では，0.3ms で最大速度 2.4m/s を示した．

4．解析結果および考察

解析は，衝撃解析コード AUTODYN Ver. 19 を用いて行った．Fig.4 に示すような 1/4 モデルを作成し，RC 版，裏面支持具，鋼製飛翔体をモデル化した．RC 版は 5mm×5mm×5mm の固体要素でモデル化し，裏面支持具（25mm×25mm）についてはシェル要素でモデル化した．鉄筋については梁要素（要素長 5mm）でモデル化し，コンクリートの節点と結合した．鋼製飛翔体は固体要素でモデル化した．境界条件については，裏面支持具のロードセルの位置の面内（x，y 方向）および衝突方向（z 方向）の変位を固定した．また，初期条件については，鋼製飛翔体の全節点に各ケースの初速度を与えた．コンクリートの構成則は，非線形の Drucker-Prager 型降伏関数を用いた．また，負圧による破壊の判定を行った．なお，コンクリートの動的圧縮および引張強度は，藤掛らの式[2]および Ross らの式[3]を用いてひずみ速度 10^0 /s における強度倍率を算定し，静的強度に乗じて求めた．

Fig.5 に，実験結果，解析結果および裏面の速度分布式（式(1)）による速度分布を示す．なお，Fig.5 は裏面中央の速度が最大値をとる時刻（約 0.3ms）の速度分布である．また，同時刻における運動エネルギーおよび運動量分布を Fig.6 および Fig.7 に示す．ここで，Fig.8 に示すように RC 版の中心から 5cm 間隔の中空円盤を仮定し，その質量と平均速度を用いて，各中空円盤上の運動エネルギーおよび運動量を求めた．

ケース 1 については，エネルギー伝達率を α=0.017 とすると，Fig.6 (a)に示すように実験および解析による運動エネルギー分布と概ね整合した．同様に，ケース 2 および 3 の運動エネルギー分布についても α=0.012 および 0.039 とすることで実験および数値解析と概ね整合した．Fig.7 から，実験および解析による運動量分布と速度分布式（式(1)）により算出した運動量分布の最大誤差は，各ケースにおいてそれぞれ 100，50 および 150%となった．Fig.5 に示す速度分布から，速度分布式（式(1)）の裏面中央の速度が実験および解析による速度分布に比べて 20～400%となった．飛翔体の運動エネルギーの増加に伴い，実験および解析による速度および運動量分布の誤差は増加するものの，理論モデルによると，飛翔体の損失エネルギーの約 1.2～3.9%が RC 版に伝達するものと考えられる．Pham ら[4]は重錘落下衝突を受ける RC 梁においてエネルギー伝達率 α が 0.21 となったことを報告している．これは RC 梁の破壊が曲げ破壊である[4]のに対して RC 版の破壊がせん断破壊と推定されること，また飛翔体の質量および速度が異なることが原因と考えられる．

5．結言

本研究は，RC 版の局部的な応答領域について解析的な検討を行ったものである．検討の結果，飛翔体衝突を受ける RC 版の運動エネルギー分布を概ね再現できることがわかった．また，理論モデルより，飛翔体の損失エネルギーの約 1.2～3.9%が RC 版に伝達することがわかった．この際，速度分布では裏面中央の速度が速度分布式と実験値および解析値で 20～400%の誤差が生じた．

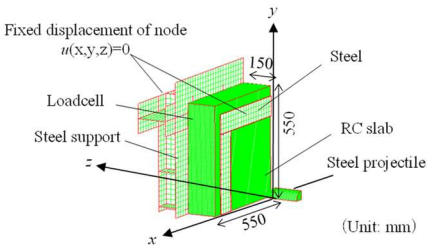
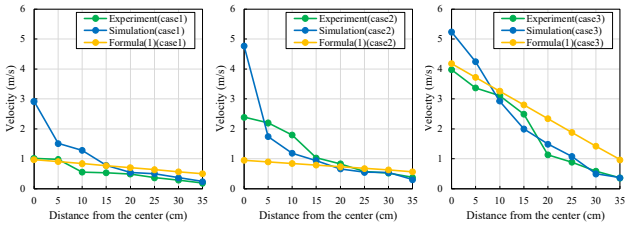
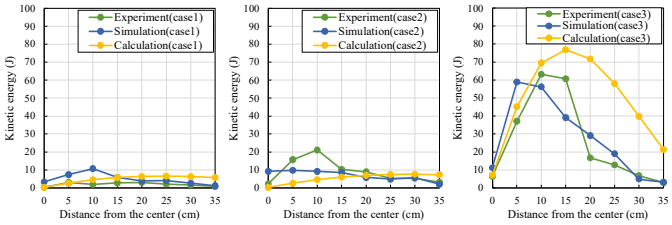


Fig.4 Numerical models of RC slab and projectile.



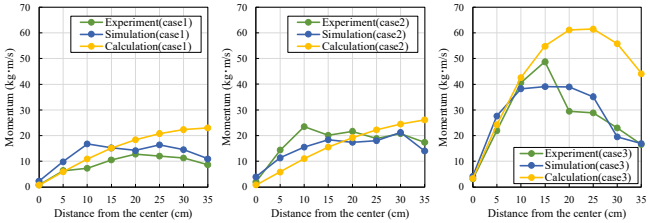
(a) case1　(b) case2　(c) case3

Fig.5 Velocity distribution.



(a) case1　(b) case2　(c) case3

Fig.6 Kinetic energy distribution.



(a) case1　(b) case2　(c) case3

Fig.7 Momentum distribution.

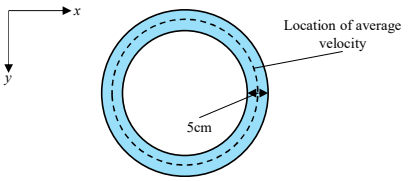


Fig.8 Image of hollow disk.

参考文献

1) 片岡新之介，別府万寿博，市野宏嘉：飛来物衝突を受ける RC 版の局部破壊メカニズムに関する基礎的考察，応用力学論文集，Vol.22, pp.421-432, 2019.
2) 藤掛一典，上林勝敏，大野友則，水野淳，鈴木篤：ひずみ速度を考慮した三軸応力下におけるコンクリートの直交異方性構成モデルの定式化，土木学会論文集，No.669/V-50，pp.109-123，2001.
3) Ross, C.A., Thompson, P.Y. and Tedesco, J.W. : Split-hopkinson pressure-bar tests on concrete and mortar in tension and compression, ACI Material Journal, Vol.86, pp.475-481, 1989.
4) Pham, T.M, Hao, H: Plastic hinges and inertia forces in RC beams under impact loads, International Journal of Impact Engineering, Vol.103, pp.1-11, 2017.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

緩衝ゴムを設置し補強量を変化させた AFRP シート接着曲げ補強 RC 梁の漸増繰り返し衝撃荷重載荷実験

Energy gradually-increased consecutive impact loading tests of rubber set RC beams strengthened in flexure with AFRP sheet by varying sheet volume

瓦井　智貴（室工大・工）　小室　雅人（室工大・工）　岸　徳光（室工大・工）
鈴木　健太郎（室工大・工）　三上　浩（三井住友建設）
Tomoki KAWARAI, Muroran Institute of Technology
Masato KOMURO, Muroran Institute of Technology
Norimitsu KISHI, Muroran Institute of Technology
Kentaro SUZUKI, Muroran Institute of Technology
Hiroshi MIKAMI, Sumitomo Mitsui Construction Co., Ltd.
E-mail: kawarai@mmm.muroran-it.ac.jp

In order to investigate the dynamic response characteristics and failure behavior of the RC beams strengthened in flexure with Aramid FRP sheet when the cushion rubber is set on the impacted area, energy gradually-increased and consecutive impact loading tests were conducted by varying the sheet volume. The results obtained from the study are as follows: the primary peak impact force can be decreased by less than approximately one-fourth that without rubber; however, the dynamic response behavior and the sheet failure mode of the beams may be similar irrespective of with/without the rubber.

１．はじめに

本研究では，載荷点部に緩衝ゴムを設置した目付（以後，補強量）の異なる AFRP シート下面接着曲げ補強 RC 梁に関する耐衝撃挙動の基礎資料収集を目的として，重錘落下衝撃荷重載荷実験を実施した．なお，衝撃荷重載荷実験は徐々に重錘落下高を大きくしてエネルギーを増加させる漸増繰り返し載荷を実施した．また，比較のために緩衝ゴムを設置していない場合についても同様に検討を行った．

２．実験概要

Fig.1 には，本研究で対象とした試験体の形状寸法と配筋，補強状況および緩衝ゴムの設置位置を示している．試験体の形状寸法（梁幅×梁高×スパン長）は，200×250×3,000 mm である．軸方向鉄筋は上下端に D19 を各 2 本配置し，梁軸方向端面は厚さ 9 mm の定着鋼板に溶接固定している．また，せん断補強筋には D10 を用い，100 mm 間隔で配筋している．さらに，RC 梁下面には支点の 50 mm 手前まで AFRP シートを接着した．なお，AFRP シートに関しては補強量がそれぞれ 415 g/m^2 および 830 g/m^2 の 2 種類について検討を行った．また，載荷点部には 200 mm 四方，厚さ 25 mm の天然ゴム緩衝材（硬度 65）を設置した．

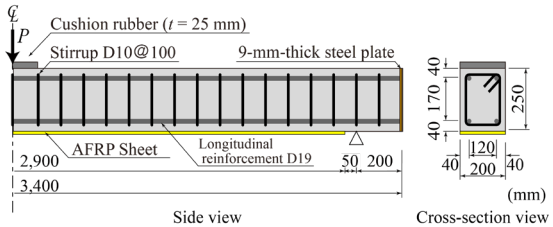


Fig. 1 Specimen configurations

Table 1 List of specimens

Speci-men	With/ without cushion rubber	Mass per unit area for AFRP sheet (g/m^2)	Compressive strength of the concrete f'_c (MPa)	Yield stress of the longitudinal rebar f_{sy} (MPa)
N-A415	Without rubber	415	33.7	371
N-A830		830		
R-A415	With rubber	415	36.6	400
R-A830		830		

Table 1 には，試験体一覧を示している．本研究では，4 体の試験体を対象に実験を実施した．試験体名に関しては，第一項目は載荷点部に対する緩衝ゴム設置の有無（N：緩衝ゴム無し，R：緩衝ゴム有り），第二項目の A に付随する数値は AFRP シートの補強量(g/m^2)を表している．なお，実験では緩衝ゴム設置の有無によらず，補強量 415 g/m^2 の場合にはシート破断によって，830 g/m^2 の場合にはシート剥離によって終局に至っている．

Fig.2 には，衝撃荷重載荷実験の状況を示している．実験は，質量 300 kg の鋼製重錘を終局に至るまで徐々に落下高さを大きくし自由落下させる漸増繰り返し載荷によって実施した．落下高さに関しては，いずれの試験体についても 1 m 落下から実験を開始し，2，2.5 m と繰り返し載荷した．なお，N-A415 試験体のみ 2 回目載荷の 2 m 落下において終局に至っており，その他の試験体は 3 回目載荷の 2.5 m 落下で終局に至っている．

試験体の両支点部は，回転を許容し，鋼製矩形梁で試験体の浮き上がりを防止したピン支持に近い構造となっている．本実験の測定項目は，ロードセルによる重錘衝撃力と支点反力，高速度カメラによる載荷点変位，ひずみゲージによる AFRP シートの軸方向ひずみ，である．また，実験終了後にはひび割れ分布の状況を記録している．

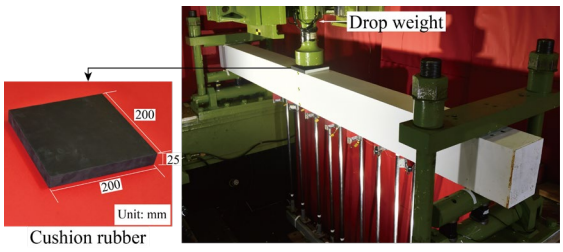
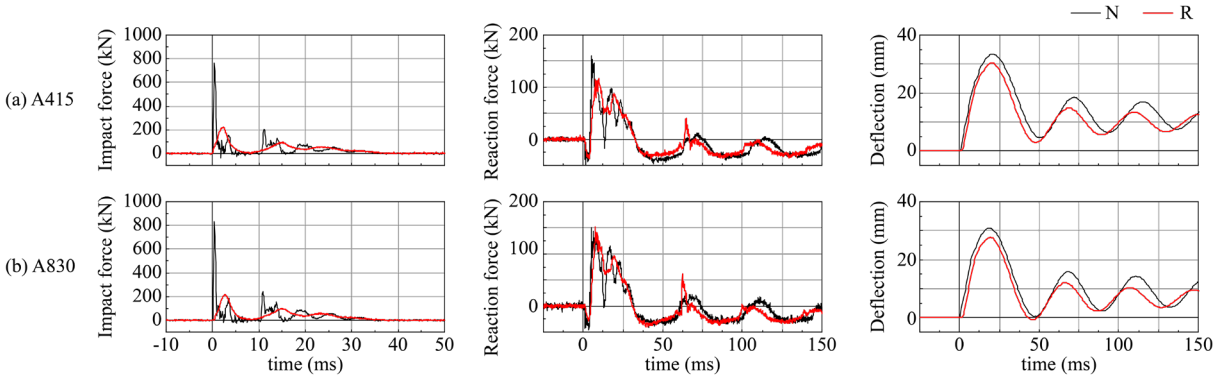


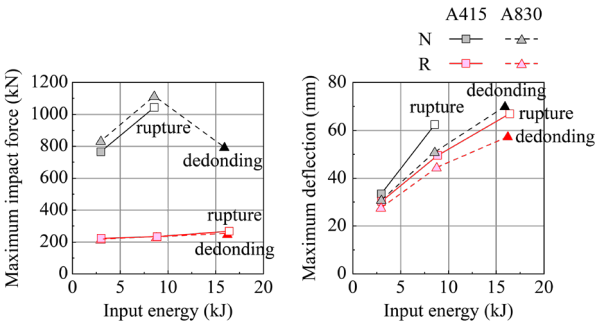
Fig. 2 Experimental setup for drop-weight impact test

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(i) Impact force (ii) Reaction force (iii) Mid-span deflection

Fig. 3 Time histories of dynamic responses (1st loading: H = 1 m)



(a) Maximum impact force (b) maximum deflection

Fig. 4 Relationships between maximum response value and input impact energy

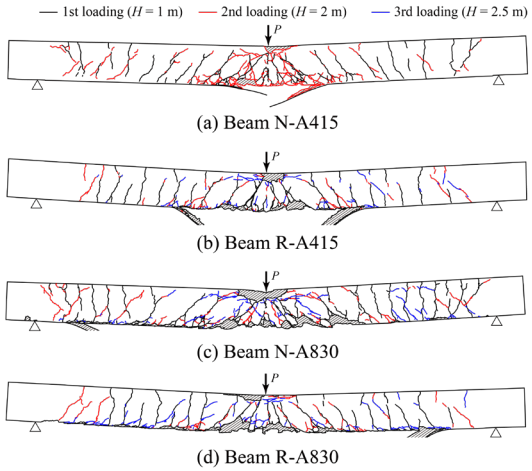


Fig. 5 Crack patterns after test

3．実験結果および考察

Fig. 3 には，1 回目載荷時（H = 1 m）における全試験体の各種時刻歴応答波形を緩衝ゴムの有無によって比較して示している．(a) 図に示す A415 試験体に着目すると，重錘衝撃力波形に関して緩衝ゴムを設置しない場合（N）には，重錘衝突直後に継続時間が 3 ms 程度の最大値を示す第一波が励起していることが分かる．また，その値は 800 kN 程度である．一方で，緩衝ゴムを設置した場合（R）には最大値は 200 kN 程度であり，ゴムの緩衝効果によって衝撃力が 1/4 程度まで低減していることが確認できる．

支点反力波形に関して，緩衝ゴムを設置する場合には設置していない場合と比較して，高周波成分が除去されたような性状を示していることが見て取れる．ただし，その概形に大きな差異は確認できない．また，載荷点変位波形に着目すると，支点反力波形と同様に緩衝ゴム設置の有無によって大きな差異はないことが分かる．これは，衝撃力波形に関する力積がほぼ同程度であるためと推察される．なお，最大載荷点変位は，緩衝ゴムを設置しない場合と設置する場合において，それぞれ 33, 30 mm である．最大衝撃力が 1/4 程度まで低減しているものの，梁の全体変形は大きく変化しないことが分かる．この傾向は(b)図に示す A830 試験体の場合も同様である．なお，最大変位に着目すると，補強量が大きい A830 試験体の場合が小さい A415 試験体の場合に比較して小さく示されるのは勿論である．

Fig.4 は，全試験体に関する最大衝撃力あるいは最大載荷点変位について，入力エネルギーを横軸に取って比較して示している．また，図中には，終局に至った場合においてシート破断あるいはシート剥離の破壊性状も併せて示した．(a)図より，いずれの試験体に関しても，緩衝ゴムを設置することで，設置しない場合と比較して最大衝撃力が 1/4-1/5 程度まで低減していることが分かる．一方で，(b)図より，最大たわみは緩衝ゴムの有無によって大きな差異の無いことが確認できる．また，緩衝ゴムの有無によらず，既往の研究 [1]と同様に A415 試験体の場合はシート破断，A830 試験体の場合はシート剥離によって終局に至っており，本研究の範囲内においては緩衝ゴムの有無によってシートの破壊性状が変化しないことも明らかとなった．

Fig.5 には，全試験体に関する実験終了後におけるひび割れ分布を示している．なお，載荷回数毎にひび割れの色を分けて整理している．図より，シート補強量によらず緩衝ゴムを設置することで，載荷点近傍の斜めひび割れが抑制され，かつ，支点近傍の梁上縁から下縁に進展するひび割れも減少する傾向にあることが分かる．また，載荷点近傍の損傷についても抑制される傾向が窺える．これは，緩衝ゴムによって，荷重が分散されかつ荷重作用時間が延びたことによるものと推察される．

4．まとめ

載荷点部に緩衝ゴムを設置することによって，最大衝撃力は 1/4 程度まで抑制可能である．しかしながら，緩衝ゴムの有無によらず，梁の変形性状やシートの破壊性状に大きな差異は生じないことが明らかとなった．

参考文献

1) 瓦井智貴，小室雅人，岸徳光，三上浩，Le Huy Sinh: 衝撃荷重載荷時における AFRP シート接着曲げ補強 RC 梁の破壊形式に関する実験的検討，構造工学論文集, Vol. 65A, pp. 901-911, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第四部門：流体力学）

第４部門②

座長:音田 慎一郎(京都大学)

2022年5月28日(土) 10:40 ～ 11:40 D会場 (オンライン)

[2D05-08-01] 河床に比較的小さい礫を有する礫床砂岸河川の自律形成機構

*齊藤 隼斗[1]、泉 典洋[1] （1. 北海道大学）

10:40 ～ 10:55

[2D05-08-02] 平面2次元ー3次元ハイブリッド洪水流解析モデルの河床変動解析への適用に関する基礎研究

*長田 健吾[1]、清水 義彦[2]、井坂 涼楓[3]、星田 元気[4] （1. 国立高専機構　阿南高専、2. 群馬大学、3. 国立高専機構　阿南高専、4. 国土交通省四国地方整備局　那賀川河川事務所）

10:55 ～ 11:10

[2D05-08-03] 滝の上流進行過程に及ぼす給砂量の影響

*横田 慶二[1]、泉 典洋[1]、井上 卓也[2]、平松 裕基[3] （1. 北海道大学、2. 広島大学、3. 寒地土研）

11:10 ～ 11:25

[2D05-08-04] 高 Reynolds 数条件下での円柱表面への粒子衝突効率の Stokes 数依存性

*服部 康男[1]、長谷部 憂麿[2]、須藤 仁[1]、中尾 圭佑[1]、石原 修二[2] （1. 電力中央研究所、2. （株）電力計算センター）

11:25 ～ 11:40

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

河床材料が比較的小さい礫床砂岸河川の自律形成機構
The Self-Formation Process of Rivers with Banks Composed of Fine Sand and Bed of Relatively Small Gravel

齊藤隼斗，泉典洋（北海道大・工）　岩瀬晴夫，野村圭司，橋本有悟（北海道技術コンサルタント）
Hayato SAITO, Norihiro IZUMI, Hokkaido University
Haruo IWASE, Keiji NOMURA, Yugo HASHIMOTO, Hokkaido Gijutsu Consultants INC.
E-mail: pontacha@eis.hokudai.ac.jp

We conduct various river training works for improving river channels' flow capacity to prevent flooding. In many cases, however, fine sediment accumulates over time, reducing the cross-sectional area of river channels and decreasing their flow capacity. In this paper, we study the self-formation process of rivers, where the riverbed is composed of relatively small gravel, and the riverbanks are composed of fine sand by conducting field observation.

１．はじめに

河道の疎通能力を向上させるために様々な工事が行われているが，時間の経過に伴い細砂が堆積することで再び疎通能力が減少する事例は少なくない．改修後，河川が最終的にどのような形で安定するのかは，河川管理上重要な問題である．

泉，岩瀬，酒井，野村[1]は，北海道内の中小河川を対象に行った観測結果から，河岸が細砂，河床が礫で構成されている河川（以降，礫床砂岸河川と呼ぶ）の自律形成メカニズムを提案している．それによると，河岸近傍における礫が活発に移動するような状態では，細砂でできた河岸は安定的に維持できず河岸侵食が発生する．したがって，河岸の高さは，河床の礫に対する無次元剪断力が移動限界以上となるような高さにはなれず，河道中央の無次元底面剪断力は移動限界よりわずかに大きい値となる．また，自律形成に支配的となる流量は1～1.5年に一回の流量となることも示された．一方で，粒径0.5 mm以下の河川については，浮遊砂が支配的となり，側岸部の動的安定条件によって河道断面形状が決まることがParker[2]，泉，池田[3]によって定式化されている．

本研究では，未解明である0.5 mmから1 cmの粒径の河床材料を持つ河川の自律形成機構を考える．

２．現地観測

2.1 分析方法

安平川、厚真川、ウヨロ川、別々川の 4 河川において、代表粒径が 0.5 mm~1 cm のところで測量と土砂採取を行った．また，土砂採取は河床部を横断方向におよそ 5 等分する場所で採取し，左岸側から河床 1～5 とした．

1) 測量結果と北海道の河川改修計画時の計画図面を用いて河道満杯流量を求め，回帰年を算出する．
2) 4 河川から 5 か所ずつ採取してきた土砂をふるいを用いて粒度分析を行い，粒径加積曲線を作成し，代表粒径として 60%粒径を算出した．得られた代表粒径と測量で得られた河道断面，河川改修計画時の図面を用いて河道中央部の無次元剪断力を算出する．この時，河道中央の代表粒径は河床中央部 3 地点，すなわち河床 2～4 を平均したものを用いる．
3) 泉ら[1]のデータの中から，粒径1 cm以上の礫床砂岸河川の自律形成メカニズムで説明可能な河川を抽出し，粒径加積曲線を今回得られた4河川の河床中央部の粒径加積曲線と比べる．
4) 河岸付近と河道中央の河床材料の粒径分布を比較する．

2.2 分析結果と考察

2.2.1 河道満杯流量の回帰年評価

今回対象とした4河川の河道満杯流量の回帰年は，およそ1~1.5年となり，泉ら[1]の示した結果と同様の結果となった．

2.2.2 採取土砂の粒径と無次元剪断力の関係

河床中央部の無次元底面剪断力τ_c^*と粒径の関係をFig.1に示す．図には泉ら[1]と山本[4]のデータも一緒に示してある．

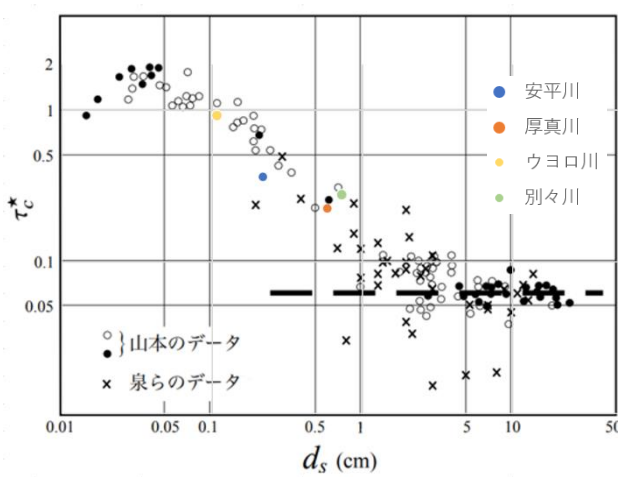


Fig. 1 無次元剪断力と粒径との関係．泉ら[1]と山本[3]のデータに今回の4河川の結果を加えた．○：代表粒径として60%粒径を使用。●：主モードより細かい材料を取り除いてから60%粒径を算出したもの。

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

図 1 を見ると 0.5 mm から 1 cm の粒径の河床材料を持つ河川の無次元剪断力は粒径にほぼ反比例し，粒径が小さくなればなるほど大きくなることがわかる．

2. 2. 3 採取土砂の粒径分布の特徴

泉ら[1] のデータから，泉ら[1] の提案する礫床砂岸河川の自律形成メカニズムによって説明可能な売買川，堀珠川，遊楽部川を選び，今回対象とした4河川と粒径加積曲線を比べる．粒径分布指標として，均等係数と標準偏差を算出した．その結果をTable 1に示す．

Table 1 7 河川の均等係数 U_c と標準偏差σ

	d60	d10	Uc	d84	d16	σ
安平川	2.17	0.255	8.509804	5.75	0.47	12.23404
厚真川	5.83	0.205	28.43902	15.6	0.42	37.14286
ウヨロ川	1.073	0.124	8.653226	2.9	0.206	14.07767
別々川	7.27	0.201	36.16915	15.1	0.435	34.71264
売買川	30	10.1	2.970297	50	10.5	4.761905
堀珠川	120	55	2.181818	140	60	2.333333
遊楽部川	90	20	4.5	120	30	4

Table 1より，売買川，堀珠川，遊楽部川の3河川はかなり一様な粒径を有しているのに対し，今回対象とした4河川は粒径分布が広く，混合粒径となっていることがわかる．

2. 2. 4 河岸近傍から採取した土砂の粒径分布

河岸近傍は一般に河岸の抵抗を受けるため流速が遅い。したがって河床材料の粒径も小さくなると予想される。河岸近傍から採取した河床材料の例として、安平川河床 1 の粒径加積曲線を Fig. 2 に示す．

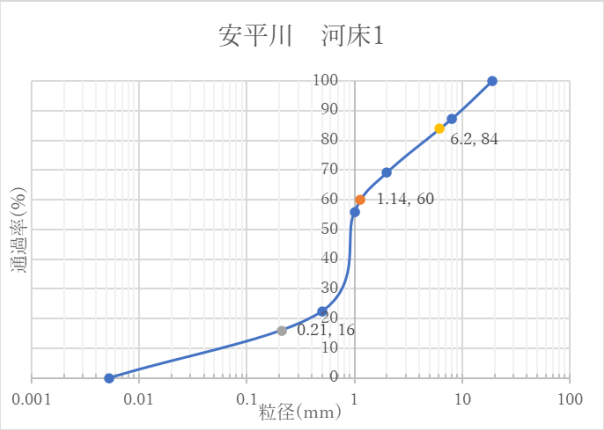


Fig. 2 安平川河床 1 の粒径加積曲線

Fig. 2 に示すように，安平川河床 1 の 60 %粒径は 1.14 mm となっており，Fig. 1 における安平川河床中央の粒径約 2 mm と比べると半分程度である．他 3 河川も同様に河床 1 は粒径が小さくなっている．それぞれの標準偏差を求めた結果を Table 2 に示す．

Table 2 河岸近傍（河床 1）における河床材料粒径の標準偏差

	d84	d16	σ
安平川河床1	6.2	0.21	29.52381
厚真川河床1	6.6	0.22	30
ウヨロ川河床1	1.1	0.095	11.57895
別々川河床1	4.25	0.175	24.28571

Table 2 によると，粒径は河床中央より小さく粒径分布は河床中央同様に広くなっている様子がわかる．0.5 mm から 1 cm の粒径の河床材料を有する河川は，粒度分布が広い特徴を有していることがわかる．特に河岸近くでは粒径の小さい細砂がかなりの量含まれている．このことは，0.5 mm から 1 cm の粒径の河川の自律形成機構には，浮遊砂が大きな影響を与えていることが示唆している．

３．結論

1) 今回対象とした4河川の自律形成に支配的となる流量は，泉ら[1]が示したように1-1.5年に一回の確率で発生する流量であることが明らかとなった．
2) 今回得られた粒径と河床中央での無次元剪断力との関係は，泉ら[1]や山本[4]と同様に，代表粒径0.5 mmから1 cmの範囲で反比例の関係にあることが確認できた．
3) 泉ら[1]が示したメカニズムによって河道の自律形成が行われている河川の河床材料は粒径がかなり一様であるのに対して，今回対象の4河川の河床材料は粒径分布の幅が広い混合粒径となっている．
4) 今回対象の 4 河川は河床 1 の粒径分布も広くなっており，河川全体で混合粒径であると言える．
5) これらの結果から，代表粒径 0.5 mm から 1 cm の河床材料を持つ河川において，側岸部の安定は底面剪断力のみでは説明できず，浮遊砂の影響が無視できないことが推測される．

参考文献

1) 泉典洋、岩瀬晴夫、酒井尚孝、野村圭司：細砂で構成された側岸部を有する礫床河川の自律形成機構、河川技術論文集、第 27 巻、20216 月
2) Parker, G.：Self-formed straight rivers with equilibrium banks and mobile bed. Part 1. The sand-silt river, J. Fluid Mech., Vol.89, Part 1, pp.109~125, 1978.
3) 泉典洋、池田駿介：直線砂床河川の安定横断河床形状、土木学会論文集 No.429、Ⅱ-15, pp. 57~66, 1991 年 5 月
4) 山本晃一：構造沖積河川学，山海堂, 690p, 2004.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

平面 2 次元－3 次元ハイブリッド洪水流解析モデルの河床変動解析への適用に関する基礎研究

Fundamental Study on Application of the 2-D and 3-D Hybrid Flow Model to the Riverbed Variation Analysis

長田　健吾（阿南高専）　清水　義彦（群馬大・理工）　井坂　涼楓（阿南高専）　星田　元気（国交省・那賀川河川）
Kengo OSADA, NIT Anan College
Yoshihiko SHIMIZU, Gunma University
Suzuka ISAKA, NIT Anan College
Genki HOSHIDA, MLIT Nakagawa River Office
E-mail: osada@anan.kosen-ac.jp

A new numerical model for riverbed variation analysis based on alternatively calculating 3D and 2D flow fields with mode-splitting techniques, the hybrid flow model, was developed. This model was applied to evaluate the riverbed change around spur dike caused by floods from 2018 to 2019 in the Naka River. Calculation results showed the new model's superiority compared to the conventional 2D model using detailed topographic survey data by ALB.

１．はじめに

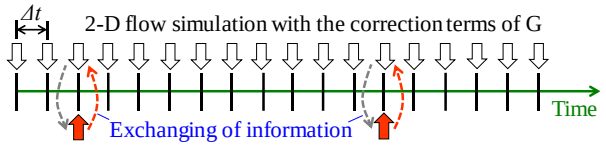
これまで実河川を対象とした河床変動解析には，平面 2 次元洪水流解析が広く用いられてきた．構造物周りなどでは流れの 3 次元性が河床変動に影響するが，3 次元解析は計算負荷が非常に大きく，実河川への適用は困難である．二瓶ら [1] は，実河川において効率的に 3 次元解析を実施するための手法として，平面 2 次元と 3 次元解析を組み合わせたハイブリッド洪水流解析モデルを構築し，その有用性を示した．長田ら [2), 3)] は，この手法を一般座標系で構築し，流木解析に適用することで 3 次元流れ場の情報を効率的に取得でき，流木解析の高度化を図れることを示してきた．このハイブリッド洪水流解析モデルが河床変動解析に対してどの程度有用であるかを探ることは，河床変動解析の精度向上に向けて重要であると考えられる．本研究では，ハイブリッド洪水流解析モデルに河床変動解析を組み込んだ解析モデルを構築する．平面 2 次元洪水流解析によるモデルと本解析モデルを，那賀川の既往洪水データ（2018 年～2019 年）に適用し，2017 年～2019 年の詳細な河床変動量データをどの程度再現できるのか，また，平面 2 次元解析と本解析モデルではどのような違いがあるのかを明らかにする．

２．解析法の概要

平面 2 次元－3 次元ハイブリッド洪水流解析モデルは，基本的な解析手順は二瓶ら [1] の方法と同じであり，基礎方程式を一般座標系で構築したこと，さらに構造物の存在を考慮するために FAVOR 法 [4] を組み込んだ点が異なる．Fig. 1 に示すように 3 次元流体解析は，平面 2 次元流体解析の数回～数 10 回に一度行い（本研究では 20 回に一度），互いの情報を共有することで，3 次元解析を効率的に進めながら 3 次元流れの情報を取得できる手法である．ただし，今回の解析で安定した解析を進めるために選定した差分時間間隔は，平面 2 次元解析が Δt=0.05sec，3 次元解析が Δt_3=0.0125sec と 3 次元解析が 1/4 となり，3 次元解析の計算はその都度 4 回繰り返し計算を行い平面 2 次元解析の Δt と一致するようにした．Fig. 2 に示すように，3 次元解析の計算メッシュは，底面と平面 2 次元解析で求めた水面の間を均等分割することで作成した．平面 2 次元・3 次元流体解析の ξ, η 方向の流速値は，運動方程式により算定し，3 次元流速成分のうち鉛直方向流速に関しては，二瓶ら [1] と同様，簡易的に連続式を用いて算定した．Fig. 2 に示すように，構造物がある場合，解析メッシュからその体積割合を排除した水の体積割合 C_v を算出し，流れ場に構造物の影響を反映した．ここで，後述する解析対象区間には水制工が多く設置されているが，水制工の堆積割合を 0.9（水の体積割合を 0.1）と仮定して解析を行った．水制工の一部がメッシュ内に入る箇所では，メッシュの大きさと水制工の存在割合を考慮して水の体積割合を算出した．河床変動解析には，流下方向の流砂量算定に芦田・道上式を，横断方向流砂量に長谷川の式を用いた．また，斜面が水中安息角（32 度）を超えた場合，安息角補正を行うように設定した．

３．解析対象区間と解析条件

解析対象区間は，那賀川 3.0km～11.0km の区間とした．当区間では，H29 年と R1 年に ALB 計測による詳細測量（Fig. 3 参照）が実施された．Fig. 4 は，この測量結果をもとに河床変動量を算出した結果である．解析メッシュは，水制工や橋脚などの構造物の形状を考慮できるように細かなメッ



3-D flow simulation exchange with the 2-D model. The exchange occurs after several time steps of running the 2-D model.

Fig. 1 Example of a time set in the 2-D and 3-D flow hybrid simulation.

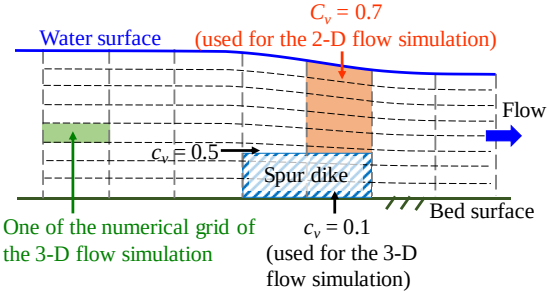


Fig. 2 Example of the 3-D numerical grid and void ratio (C_v and c_v).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

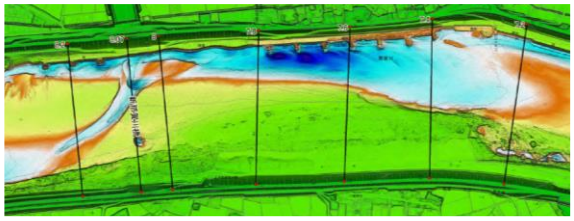


Fig. 3 Riverbed forms of 2017 by ALB observation.

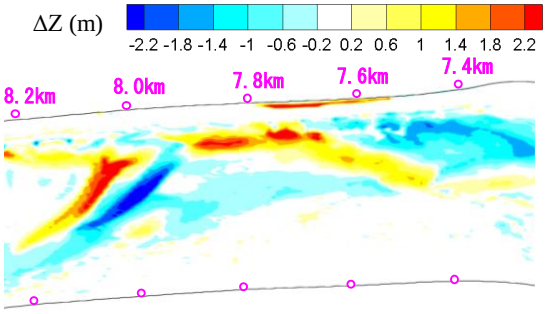


Fig. 4 Riverbed variation from 2017 to 2019 obtained by the observation results.

シュ（流下方向 594 分割：約 10m 間隔，横断方向 100 分割：約 4m 間隔）を作成し，初期形状として H29 年測量データを与えた．検証対象となる河床変動は，H30 年と R1 年の 2 箇年の洪水で生じたものであり，当期間の 3000m³/s 以上（砂州に洪水が載り始める規模）の流量に絞り洪水ハイドロを与えた．当期間で 3000m³/s 以上は 3 洪水で，最大流量は 5400m³/s であった．河床材料は，1km ピッチで測定された粒度分布データがあり，解析では 120mm, 50mm, 20mm, 8mm，3mm，1mm の 6 粒径を用いて表現した．ハイブリッド洪水流解析モデルを用いた計算は，解析メッシュの鉛直分割数の影響も検討するために，鉛直メッシュを 6 分割（Case 1），10 分割（Case 2）および 14 分割（Case 3）の 3 パターンで検討を行った．平面 2 次元解析による計算結果を Case 2D と表記する．

４．解析結果とその考察

Fig. 5 に各解析による河床変動量をそれぞれ示す．Fig. 4 の実測による河床変動量と比較すると，どの解析結果も堆積，洗堀の大まかな傾向は実測結果と似ているが，特に 8km 付近に見られる澪筋の下流側への移動は捉えられていない．この要因として，本解析では河床変動に寄与する流量として低水路満杯に相当する 3000m³/s 以上の流量規模に絞って解析を行ったが，8km 付近の澪筋の移動は，より規模の小さい低流量時に生じたと考えられ，解析結果に影響したと考えられる．

Fig. 5 に示す 4 つの解析結果を比較すると，平面 2 次元解析による結果では，各水制の下流で深掘れが生じた．平面 2 次元解析では底面流速が算定されないため，水深平均流速の向きで土砂移動方向が決められる．水深平均流速ベクトルは，水制を乗り越える方向となるため，この結果に表れた．ハイブリッド解析を用いた Case1～3 では，メッシュの鉛直分割数により水制周辺の解析結果に違いが生じた．分割数が多くなれば，水制工を避ける底面流速が算定され，深掘れは水制先端部付近で生じるようになる．ハイブリッドモデルにより 3 次元流れ場の情報を取得することで，構造物周辺の河床変動解析の精度が向上することが分かる．

本研究対象で解析に要する時間について平面 2 次元解析を 1.0 とすると，Case 1 が約 2.3 倍，Case 2 が約 3.4 倍，Case 3 が約 5.2 倍となった．ハイブリッド解析でなければ，同程度の精度の 3 次元解析は概ねこれら倍数値から 1.0 を引き 20 倍した時間を要することとなる．本ハイブリッド解析モデルでは，鉛直方向流速を連続式で算出するなど 3 次元解析として精度はそれほど高くないため，河床変動に対して更なる検証は必要と考えられるが，河床変動解析の高度化と効率化に向けて活用が期待できる手法であると言える．

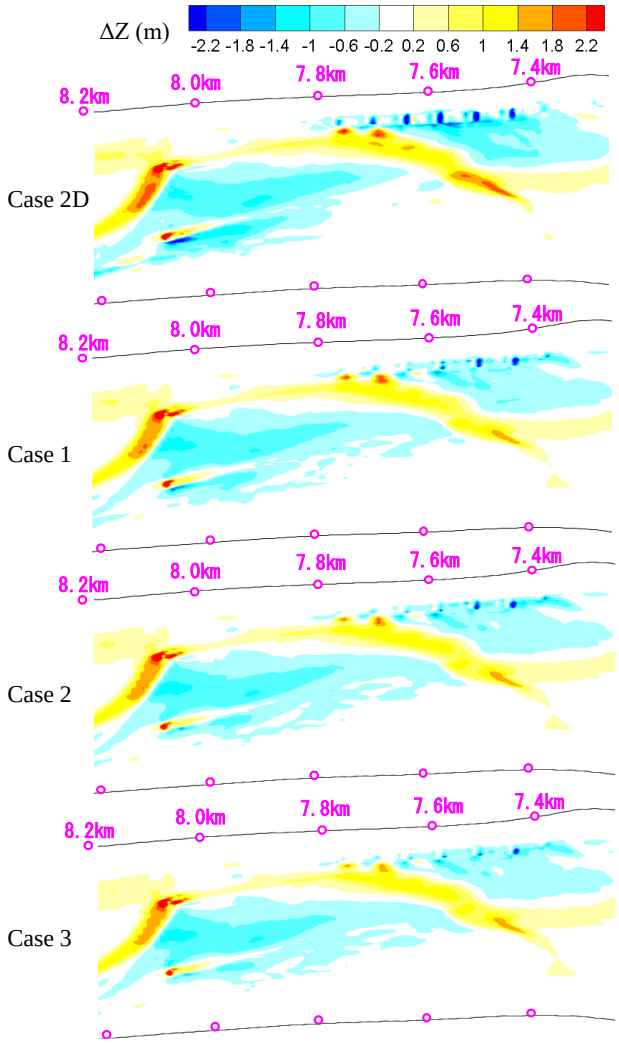


Fig. 5 Comparison of simulation results on riverbed variation.

参考文献

1) 二瓶泰雄，加藤祐一，佐藤慶太：広域河川流計算のための新たな三次元流動モデルの開発と洪水流計算への応用，土木学会論文集，No.803/II-73，pp.115-131，2005.
2) Kengo Osada, Yoshihiko Shimizu, Robert Ettema, Enkhzaya Enkhtur: A numerical method for simulating 3-D accumulation of woody debris at bridge piers, The proceedings of 10th Conference on Fluvial Hydraulics, River Flow 2020, 0264, 2020.
3) 長田健吾，清水義彦，松本礼央, Robert ETTEMA：河道内流木対策施設の設計を支援する 3 次元流木解析法の開発とその検証，土木学会論文集 B1（水工学），Vol.77(2), pp.I_679-I_684, 2021.
4) Hirt, C.W., Sicilian, J.M.: A Porosity Technique for the Definition Obstacle in Rectangular Cell Meshes, Flow Science, Inc. Los Alamos, New Mexico, pp.450-469, 1985.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

滝の上流進行過程に及ぼす給砂量の影響
Effects of the amount of sediment supply on the migration processes of waterfalls

横田慶二，泉典洋（北海道大・工）　井上卓也（広島大・工）　平松裕基（寒地土研）
Keiji YOKOTA , Norihiro IZUMI, Hokkaido University
Takuya INOUE, Hiroshima University
Yuki HIRAMATSU, Civil Eng. Res. Inst. for Cold Region, PWRI
E-mail: sonic1412@eis.hokudai.ac.jp

We performed flume experiments to study the effect of the amount of sediment supply on the migration process of a knickpoint formed on bedrock. We supplied sediment in a flume with a modeled bedrock with an initial drop, and observed the migration process of the drop. We find the following. When the initial drop is sufficiently large, the migration process of a waterfall is of an overhanging type when the sand supply is large, but of a vertical erosion-dominated type when the sand supply is small. Under the experimental conditions of this study, there is a threshold that separates the migration process at a sediment supply rate of 25-35 g/min.

１．背景

河床は通常上流から運搬された砂礫によって覆われているが，砂礫の流出量が供給量を上回った場合など基盤岩が露出することがある．また、そのような岩盤河川では，輸送される砂礫が基盤岩を侵食することによって，流路上に滝などのニックポイント（遷急点）が生じることがある。近年 cook et al.[1)2)]は，台湾で軟岩によって形成された滝が 1 年間の間に数十メートル移動したことを観察している．この滝は，大量の掃流砂によって基盤岩が侵食され，極めて速い速度で移動したものと推測されている．滝の後退について Papanicolaus[3)] は，滝壺で渦巻く流水による滝下部の水平方向侵食と滝上部の崩落が繰り返し起こることによって生じると提唱している．一方，Scheingross et al.[4)5)]は簡易な実験を行い，軟岩上のニックポイントに砂が流入した場合，ニックポイントの上流への移動形態はニックポイント上流部に新しいニックポイントが形成され、それが鉛直方向に侵食されていくことによって後退するプロセスが支配的であることを明らかにした。鉛直方向侵食を続けても滝壺がある一定以上は大きくならなかったことから、水平方向への侵食による滝の後退プロセスは考えにくいと結論している．また谷川 [6)]は，滝の初期落差がある程度以上であれば，滝壺の発達によって生じたオーバーハングが崩落することによって水平方向に後退するプロセス（以降，オーバーハング型と呼ぶ）が生じる可能性があることを明らかにした．本研究では，谷川 [6)] の実験において，特にオーバーハング型の後退プロセスとなった実験条件に焦点をあて，滝の後退プロセスにおける給砂量の影響を明らかにする．

２．実験条件

実験は 3 回行い、いずれも計 18 時間通水および給砂を行った. 実験条件をまとめたものを表 1 に示す. 実験では，幅 B=0.2m、長さ L=3m の水路を用いた．谷川 [6)]の研究に倣って勾配 i = 0.02，水深 h = 0.8 cm に設定した．水路全体に軟岩河床を模したモルタルを水路内に打設し，初期の滝として，角度 45 度，落差 20 cm の斜面を水路下端より 1.05 m の位置に設置した．給砂地点直下流での急激な侵食を防ぐため，下流端から 200 cm～300 cm に固定床（白セメントおよび 6 号珪砂，水，色粉の配合比が 1：3：8.25：0.1 のモルタル）を設け，模擬岩盤床は谷川 [6)] の研究に倣って，白セメントおよび 6 号珪砂，水の配合比 1：50：8.25 のモルタルとした．また、いずれのケースでも給砂材料には 3 号珪砂（平均粒径 d = 1.42 mm）を使用しており，砂の密度は 2.65 kg/m^3 である．実験中，水路中央で河床高の縦断形状を計測した．また，実験終了後水路内部に石膏を流し込み，それが硬化した後に取り出して 3D スキャナーで形状を計測し，3D データを制作することで 3 次元形状を明らかにした．いずれのケースも，水深 0.8 cm，モルタル強度 0.6 N/mm,水路勾配 0.02，通水時間 18 時間とし，給砂量は Case 1 および Case 2, Case 3 それぞれ 115 g/min および 25 g/min，35 g/min とした．

３．実験結果

Case1 では，実験開始から落差の下部が侵食され始め， 2 時間程度でオーバーハングが生じ滝壺が形成され水路中央縦断図は Fig .1 の形をとった．時間の経過とともに滝壺は大きく成長した．水平方向にも侵食が発生した． Case2 では，水路の鉛直方向への侵食が強く，実験開始 4 時間後には水路上流部下流側ともに水路中央部が鉛直方向に侵食され水路中央縦断図は Fig .2 の形をとった．6 時間経過した頃から細い溝が水路全体に現れた．滝壺内部も大きく後退し，後退する滝壺が大きく左右に蛇行していた．Case 3 は Case 1 に似た挙動を取り，実験開始 3 時間ほどでオーバーハングが生じ滝壺を形成し水路中央縦断図は Fig .3 の形をとった．Case 1 より給砂量が少なかったために全体的に侵食が少なく滝壺の成長も少なかった．

また Case2 では他の２つのケースと異なり水路幅全体が侵食することなく水路中央部の鉛直侵食が強く働き，細い溝が発現した．

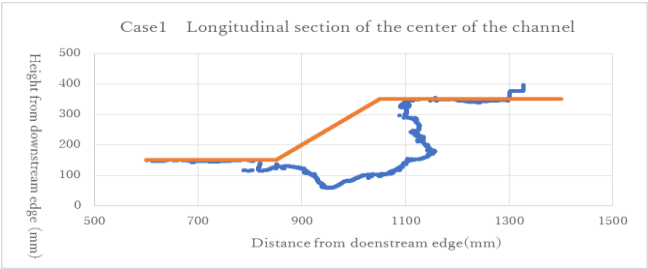


Fig .1 Case1 Longitudinal section of the center of the channel

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

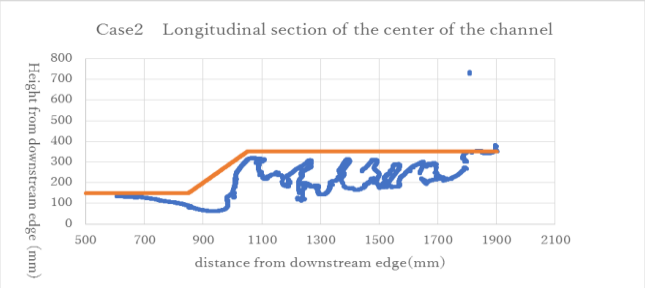


Fig .2 Case2 Longitudinal section of the center of the channel

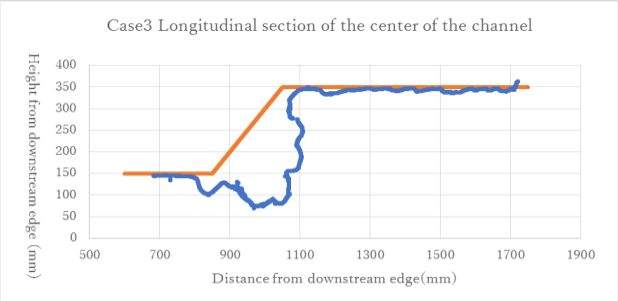


Fig .3 Case3 Longitudinal section of the center of the channel

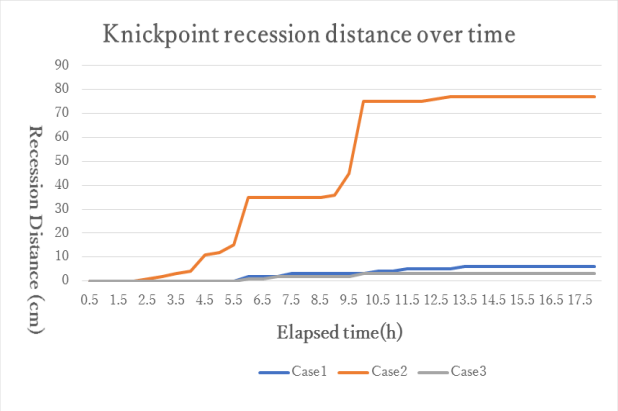


Fig .4 Knickpoint recession distance over time

４．考察

初期落差が大きく給砂量が多い時にオーバーハング型となり，給砂量がある程度以下の時に鉛直侵食卓越型となる．その理由として次のようなことが考えられる．給砂量が増加すると侵食速度も増加するが，さらに増加すると砂が被覆材として働き，岩盤侵食の働きを弱める性質がある 7) 8)．25 g/min 時，侵食量の働きが最も大きい条件であった可能性が考えられる．それによって，滝壺上部の侵食と滝壺上流側の侵食が同時に速い速度で発生して細い溝が形成された．Case 2 の給砂量が少ない条件下では砂は水路中央部を主に移動しており側壁部分の移動はほとんど見られなかった．その結果流れる砂の衝突を繰り返す中央部が主に侵食されたことが Case 2 の水路中央部が侵食されて細い溝の形成に至ったと推測される．

このように，初期落差が十分大きい場合でも，給砂量が少ないと，鉛直方向の侵食が卓越する後退プロセスが現れることが明らかとなった．Case 2 と Case 3 の間で大きな後退プロセスの変化が見られたことから，鉛直方向の侵食が卓越する後退プロセスとオーバーハング型の後退プロセスを分ける給砂量は 25 g/min~35 g/min にあると考えられる．またこの給砂量はニックポイントの後退距離，後退の仕方の違いを分けることが Fig .4 から分かる．

５．結論

本研究では，水路実験を行うことによって，滝の後退プロセスに対する給砂量の影響について次のようなことが明らかになった．

・初期落差が十分大きい場合，給砂量が大きいと滝の後退プロセスはオーバーハング型となるが，給砂量が小さいと鉛直侵食卓越型となる．

・本研究の実験条件下では給砂量 25-35 g/min に滝の後退プロセスを分ける閾値が存在する．

６．参考文献

1) Cook, K. L., Turowski, J. M., and Hovius, N.: A demonstration of importance of bedload transport for fluvial bedrotionck erosion and knickpoint propaga, Earth Surface Peocesses and Landforms, 38(7), 683-695, 2013.
2) Cook, K. L., Turowski, J. M., Hovius, N.: River gorge eradication by downstream sweep erosion, Nature Geosciense, 7(9), 682-686, 2014.
3) Papanicolaou, A., Wilson, C., Dermisis, D., and Elhakeem, M.: The effect of headcut and knickpoint propagation on bridges in Iowa, Final Report submitted to: Iowa Department of Transportation, Highway Division, Iowa Highway Research Board, 57 pp., 2008.
4) Scheingross, J. S. and Lamb, M, P.: Self-formed water fall plunge pools in homogeneous rock, Geophy. Res. Lett., 44, 200-208, 2017.
5) Scheingross, J. S. and Lamb, M. P.: A mechanistic model of water fall plunge pools erosion into bedrock, J. Geophys. Res. Earth Surf., 122(11), 2079-2104, 2017.
6) 谷川翔一：滝の発達プロセスに及ぼす初期落差の影響，北海道大学修士論文, 2021.
7) サムナー圭希，井上卓也，人見美哉，清水廉行：乾 湿風化を考慮した岩盤侵食モデルの構築，土木学会論文集 B1（水工学）, 74(4), I_1045-I_1050, 2018.
8) Sklar, L. S. and Dietrich, W. E.: A mechanistic model for river incision into bedrock by saltating bed load, Wat. Resour. Res, Vol. 40, W06301, doi:10.1029/2003WR002496, 2004.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

高 Reynolds 数条件下での円柱表面への粒子衝突効率の Stokes 数依存性
Stokes Number Dependency of Particle Impaction Efficiency on Cylinder Surface under High Reynolds Number Condition

服部　康男（電中研）　長谷部　憂麿（DCC）　須藤　仁（電中研）　中尾　圭佑（電中研）　石原　修二（DCC）
Yasuo HATTORI, Central Research Institute of Electric Power Industry
Yuma HASEBE, Denryoku Computing Center, Ltd.
Hitoshi SUTO, Central Research Institute of Electric Power Industry
Keisuke NAKAO, Central Research Institute of Electric Power Industry
Shuji ISHIHARA, Denryoku Computing Center, Ltd.
E-mail: yhattori@criepi.denken.or.jp

We performed large-eddy simulations for turbulence flows with particles around a cylinder under high-Reynolds number conditions. After validation and verification through comparison with existing studies under ideal flows, we examined changes in particle impaction efficiencies on the cylinder surface with Reynolds and Stokes numbers. The Reynolds number effects on the impaction efficiencies at the front side is neglectable, while the efficiencies essentially increase with the Stokes number. On the other hand, the impaction efficiencies at back side takes maximum values against the Stokes number with gradually increasing with Reynolds numbers; this is due to complicated flow patterns near the cylinder surface in the wake region under high Reynolds number conditions.

１．緒　言

構造物表面での海塩粒子の付着量分布評価において，粒子の衝突効率評価の精緻化が課題となっている．鉄塔や橋梁などの土木鋼構造物を対象に，腐食量推定に重要な海塩粒子濃度の空間分布が数値流体解析や数値気象モデルなどの数値シミュレーション技術によりに推定されている[1)-5)]．しかし，構造物表面での海塩粒子の付着量の定量評価には至っていない．実際，観測と数値シミュレーションとの比較では，観測された海塩粒子の付着量とシミュレーションで得られた海塩粒子の空気中濃度またはフラックスとの間で定性的に行われることが多い[1)]．

構造物表面での付着量を支配する粒子の衝突過程について，多くの実験的・数値的研究が報告されているが，高 Reynolds 数条件下での知見は不足している[6), 7)]．粒子輸送の詳細把握を可能とする数値流体解析についても，近年の高性能計算機の発達とともに強力な研究ツールとなっているが，高 Reynolds 数条件への適用は未だ少ない．例えば，円柱表面という単純体系に対しても，定常・非粘性流[8)]や低Reynolds数条件での非定常流[9), 10)]を対象としたものが多い．近年，URANS を活用した高 Reynolds 数条件下での衝突効率の評価例も報告されているが，乱流モデルに URANS を適用した 2 次元体系での検討であり[11), 12)]，高 Reynolds 数条件で，粒子の衝突効率にも影響しうる 3 次元的な後流構造の干渉を受けた円柱表面極近傍の流動場[13)]には触れられていない．

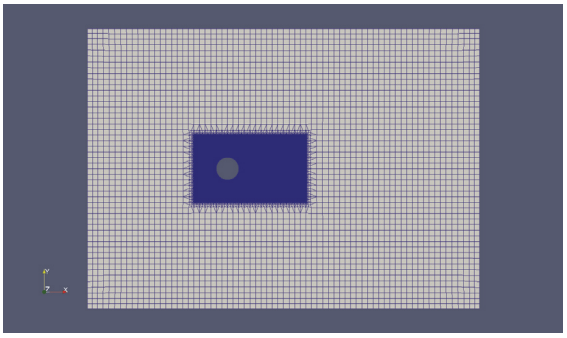
本研究では，三次元乱流場の取り扱いに優れたラージ・エディ・シミュレーション（LES）を適用する．Lagragian スキームにより粒子運動を表現し，高 Reynolds 数条件下における円柱表面での粒子の衝突効率を精査する．

２．対象・手法および条件

計算対象として，高 Reylonds 数条件下特有の抗力・揚力および後流の時空間構造[13)]が明らかとなっている臨界 Reynolds 数（$Re = 1.3\times10^5$）を含む 3 種類の Reynolds 数におけるアスペクト比 AR（$= L/D$；L，D はそれぞれ円柱長さ，直径）が 9 の円柱を取り上げた．

計算手法として，LES には，有限体積法に基づくオープンソースコード OpenFOAM を活用した．粒子輸送過程の取り扱いを可能とする pimpleParcelFoam を採用した．行列解法として，圧力には GAMG，その他の物理量には DILU-PBiCG を用いた．時間積分・離散化にはそれぞれ 2 次精度 Back-Euler 法・2 次中心差分を適用した．ただし，移流項には，数値振動回避のため TVD スキームを適用した．SGS 応力の算定には Smagorinsky モデル（$C_k = 0.094$, $C_\varepsilon = 1.048$）を適用した．

計算領域を格子配置とともに，Fig. 1 に示す．円柱（直径 D，長さ $9D$）位置を原点に，主流（x）・スパン（y）・軸（z）方向にそれぞれ，$-6.25D \le x \le 11.25D$, $-6.25D \le y \le 6.25D$, $0 \le z \le 9D$ を設定した．格子生成には，cfMesh を利用した．


(a)

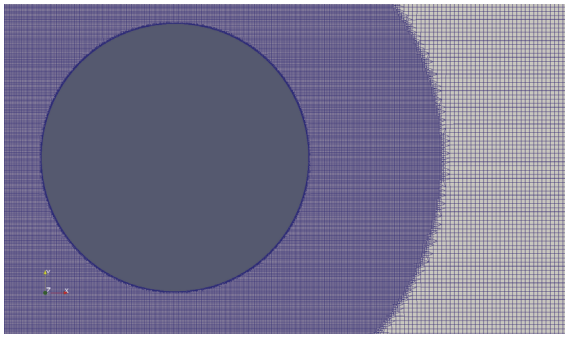

(b)

Fig. 1 Grid arrangement for numerical domain, (a), and near cylinder, (b).

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

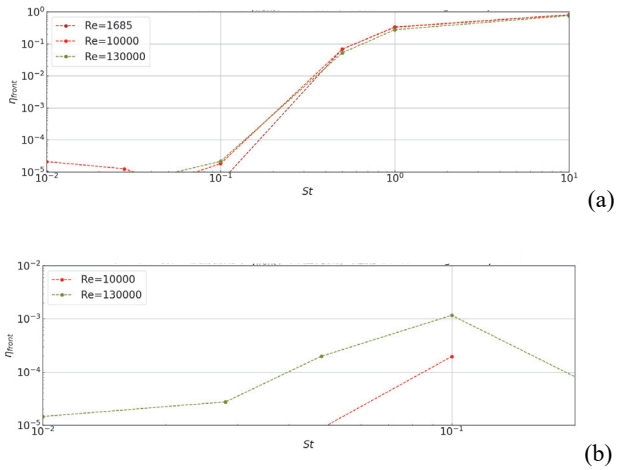


Fig. 2 Particle impaction efficiency at front, (a), and back, (b), sides against Stokes number for various Reynolds number.

格子を不等間隔に配置した．円柱表面近傍における周・半径・軸方向解像度を，既往研究 [13]に相当する $3.05\times10^{-4}D$, $9.28\times10^{-4}D$, $4.00\times10^{-2}D$ とした．境界条件として，円柱表面では non-slip 条件とした．流入面および流出面では，それぞれ風速一定条件，自由流出条件とした．軸方向には周期境界条件を付与した．

流入境界での風速および円柱半径で規格化される無次元時間 τについて，気流のみを対象としたスピンナップ計算後の 100τにわたり粒子を投入し，300τまで計算を実行した．粒子運動を Lagrangian により表記し，気流場とのカップリングを 1-way とした [9]．凝集など粒子間での干渉やブラウン運動の効果を無視した．粒子の抗力を，粒子形状を真球と仮定したうえで，粒子直径を代表長さとする粒子 Reynolds 数のみの関数として取り扱った．Basset force, Magnus 効果，Saffman 揚力の影響を無視した．2.25×10^{7} 個の粒子を計算領域に投入した．

３．結果および考察

はじめに，本計算手法の妥当性を把握するため，揚力係数 C_L，抗力係数 C_D を調べた．時間平均値だけでなく，変動成分の r.m.s.値，スペクトル挙動，出現頻度（p.d.f.）などについても既往研究 [13]との整合を確認した．さらに，粒子の円柱表面への衝突効率についても，低 Reynolds 条件下での 2 次元体系計算において，円柱前面・後面間の差異，Stokes 数，Reynolds 数依存性などの既往研究 [9]との一致を確認した．

円柱前面および後面における粒子の衝突効率 η_f, η_b の Stokes 数依存性について 3 種類の Reynolds の結果を比較して，Fig. 2 に示す．衝突効率は，円柱前面では，Stokes 数とともに増加する．Reynolds 数に対する依存性をわずかとする．一方，円柱後面では，Stokes 数 $\mathrm{St}\cong10^{-1}$ にて最大値をとり，Reynolds 数に対して漸増傾向を呈する．

円柱後面において付着効率の最大値を与える臨界 Reynolds 数（$\mathrm{Re}=1.3\times10^{5}$），ストークス数 $\mathrm{St}\cong10^{-1}$ での粒子のスナップショットを，Fig.3 に例示する．円柱表面極近傍の流動場に干渉する 3 次元的な後流構造 [13]の特徴である斜向の主流方向への増幅・減衰に呼応した粒子分布を視認できる．後流構造の変化とともに衝突効率にも Reynolds 依存性が生じたと推定される．

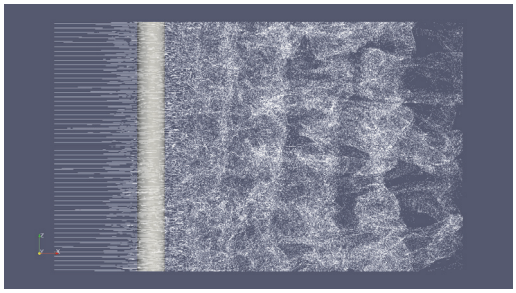


Fig. 3 Snapshot of particle for Stokes number of 0.1 and Reynolds number of 1.3×10^{5}.

参考文献

1) H. Suto, Y. Hattori, H. Hirakuchi, N. Kihara and Y. Nakashiki: Computational fluid dynamics simulation and statistical procedure for estimating wide-area distributions of airborne sea salt considering local ground conditions, Structure Infrastructure Eng, 13, pp.1359-1371, 2017.
2) H. Suto, N. Kihara, Y. Hattori and H. Hirakuchi: Prediction of surf-zone and open-ocean airborne sea-salt spatial distribution via computational fluid dynamics and statistical method, Corrosion Eng Sci Tech, 56, pp.392-400, 2021.
3) M. Obata, L. Guotai, Y. Watanabe and Y. Goto: Numerical simulation of adhesion of sea-salt particles on bridge girders, Structure Infrastructure Eng, 10, pp.398-408, 2014.
4) K. Noguchi, H. Shirato and T. Yagi: Numerical evaluation of sea salt amounts deposited on bridge girders, J Bridge Eng, 2017.
5) R. Onishi, K. Matsuda, H. Suto, Y. Hattori, H. Hirakuchi, S. Matsunami, S. Yagyu, T. Shinohara and H. Katayama: High-resolution prediction for the amount of airborne sea salt by multi-scale weather simulation, Materials Trans, 62, pp.1785-1790, 2021.
6) H. Mirzaee, R. Raffe and G. Ahmadi: Inertial impaction of particles on a circular cylinder for a wide range of Reynolds and P numbers: A comparative study, J Aerosol Sci, 135, pp.86-102, 2019.
7) R. Israel and D.E. Rosner: Use of a generalized Stokes number to determine the aerodynamic capture efficiency of non-Stokesian particles from a compressible gas flow, Aerosol Sci Tech, 2, pp.45-51, 1983.
8) R.A. Wessel and J. Righi: Generalized correlations for inertial impaction of particles on a circular cylinder, Aerosol Sci Tech, 9, pp.29-60, 1988.
9) N.L. Haugen and S. Kragset: Particle impaction on a cylinder in a crossflow as function of Stokes and Reynolds numbers, J Fluid Mech, 661, pp.239-261, 2010.
10) J.R. Aarnes, N.E.L. and H.I. Andersson: Inertial particle impaction on a cylinder in turbulent cross-flow at modest Reynolds numbers, Int J Multiphase Flow, 111, pp.53-61, 2019.
11) H. Mirzaee, R. Raffe and G. Ahmadi: Inertial impaction of particles on a circular cylinder for a wide range of Reynolds and P numbers; A comparative study, J Aerosol Sci., 135, pp.86-102, 2019.
12) Y. Hattori, H. Suto, N. Kihara, H. Hirakuchi and J. Tani: Insight into particle collision of cylinder surface interacting with wake flows by using URANS, Proc 7th Int Conf Jets, Wakes and Separated Flows, ICJWSF2022-D18, 2022.
13) Y. Cao and T. Tamura: Numerical investigations into effects of three-dimensional wake patterns on unsteady aerodynamic characteristics of a circular cylinder at Re = 1.3×10^{5}, J Fluids Structures, 59, pp.351-369, 2015.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題ー計算機科学から社会科学まで）

第５部門②

座長:谷口 望(日本大学)

2022年5月28日(土) 10:40 ～ 11:55 E会場 (オンライン)

[2E06-10-01] 非構造部材が鋼合成鉄道橋りょうの主構造の曲げ剛性の影響評価

*徳永 宗正[1]、池田 学[1] （1. 鉄道総合技術研究所）

10:40 ～ 10:55

[2E06-10-02] 非線形特性を考慮した鉄道橋りょう 境界部の地震時折れ角の評価手法

*成田 顕次[1]、徳永 宗正[1]、池田 学[1] （1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所）

10:55 ～ 11:10

[2E06-10-03] 鉄道連続桁の動的応答簡易計算のための移動荷重下の多点支持梁の閉形式解

*中田 学[2]、松岡 弘大[1] （1. 鉄道総合技術研究所、2. ジェイアール総研エンジニアリング）

11:10 ～ 11:25

[2E06-10-04] デュアルサンプリング法によるベイズ構造モデル更新へのレプリカ交換MCMC法の適用

*貝戸 清之[2]、松岡 弘大[1] （1. 鉄道総合技術研究所、2. 大阪大学）

11:25 ～ 11:40

[2E06-10-05] デジタル画像相関法のサブピクセル推定精度の低下要因と実用的改善法

*四井 陽貴[1]、松岡 弘大[2]、貝戸 清之[1] （1. 大阪大学、2. 鉄道総合技術研究所）

11:40 ～ 11:55

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

非構造部材が鋼合成鉄道橋りょうの主構造の曲げ剛性の影響評価

Evaluation of effect non-structural members on main structural bending stiffness of steel composite railway bridges

徳永　宗正（鉄道総研）　　池田　学（鉄道総研）
Munemasa TOKUNAGA, Railway Technical Research Institute
Manabu IKEDA, Railway Technical Research Institute
E-mail: tokunaga.munemasa.68@rtri.or.jp

This study evaluated the effect of non-structural members on the main structure by 3D finite element analysis for steel composite bridges. Although the effect of secondary members on the main structure stiffness of open-floor steel bridges is small, the effect of rails is large, which greatly depending on the restrained state of the track fastening devices. In composite bridges, vibration-reduction concrete and roadbed concrete have a large effect among non-structural members on the main structure stiffness and slab cracks due to negative bending moments section of continuous girders can be ignored since the decrease in stiffness increase rate to is small.

１．はじめに

高速鉄道や超高速鉄道における列車運行速度の向上，低剛性桁の普及等により，実橋りょうにおいて列車通過時の動的応答が増加している．動的応答を適切に評価するためには，部材の固有振動数の精緻な評価が必要となる [1]．鉄道橋りょうにおいては，鉄道システムを構成する要素として軌道部材等の非構造部材を多く付帯しており，これら非構造部材が主桁等の主構造剛性に少なからず影響を及ぼす．著者らは主にコンクリート橋りょうを対象として体系的な検討を実施してきた [2]．一方で，開床式鋼橋の場合には縦桁，横桁の床組などの 2 次部材の種類がコンクリート橋とは異なるため，非構造部材の影響も異なることが想定される．また合成桁の場合には騒音低減のための制振コンクリートを有しており，また連続桁構造の場合には中間支点部の負曲げモーメント区間でコンクリート床版にひび割れの発生が予想されることから，版上の非構造部材の寄与も変化すると考えられるが，鋼合成橋りょうに対する非構造部材の影響については検討がほとんど行われていない [3]．

本研究では，鋼合成橋りょうを対象として，3 次元有限要素解析に基づき非構造部材が主構造に及ぼす影響を評価した．

２．検討手法

実在する橋りょうのうち各構造形式において標準的と考えられる 5 つの橋りょうを対象とした．S20 は上路プレートガーダー，支間 19.2m，リベット接合の単純支持桁である．S32 は下路プレートガーダー，支間 31.5m，リベット接合の単純支持桁である．G56 は複線単純合成桁で支間 55.3m，溶接接合の単純支持桁である．G150 は連続合成桁（複線）で支間 49.2+50m+49.2m の 3 径間，溶接接合である．G310 は複線連続合成桁で支間 87.5+82m +76m+63.7m の 4 径間，溶接接合である．

Fig.1 に，解析モデルの概要を示す．3 次元有限要素 [4]を用いて，主構造および非構造部材のコンクリート，及び鋼材の形状を忠実にモデル化した．コンクリートは 8 節点ソリッド要素によりモデル化した．補剛材，横構，対傾構，ガセットなどを含む鋼材は 4 節点弾性シェル要素によりモデル化した．解析時間を一定以下とするため 350 万以下の節点数となるモデルとした．

Fig.2 に，非構造部材の寸法とモデル化を示す．S20，S32 ではレール，合成まくらぎを対象とした．モデル G50，G150，G250 では路盤コンクリート，トラフ，地覆，CA モルタル，軌道スラブ，レールに加え，合成桁特有となる制振コンクリートを対象とした．非構造部材の形状，寸法は，近年の在来線・新幹線線区の標準的な値を用いた．路盤コンクリート等の非構造部材には初期ひび割れ抑制の目的から設置される伸縮目地を考慮した [2]．非構造部材であるトラフ，地覆，RC 高欄，路盤コンクリートはソリッド要素によりモデル化した．レールは梁要素でモデル化し，線路方向端部は全 6 自由度を拘束した．レール，合成まくらぎは，締結装置を介して主桁もしくは軌道スラブに結合した．締結装置は 2 節点弾性梁要素によりモデル化した．レールと軌道スラブは 800mm 程度間隔で設置した締結装置を模擬したバネ要素により接続した．鋼材，鉄筋，レールのヤング率は 200 kN/mm^2，ポアソン比は 0.3，質量密度は 7.7t/m3 とした．CA モルタルのヤング率は 2 kN/mm^2 とした．目地部は，一般的に用いられる癪青質目地板を想定して 0.2 kN/mm^2 を採用した．主構造，非構造部材のコンクリートのヤング率は 25，31 kN/mm^2 とした．G150，G310 では，ひび割れが発生した後もひび割れ区間の床版は一定程度剛性に寄与することから，この効果を考慮するために，中間支点前後の各スパンの 1/5 の区間の床版

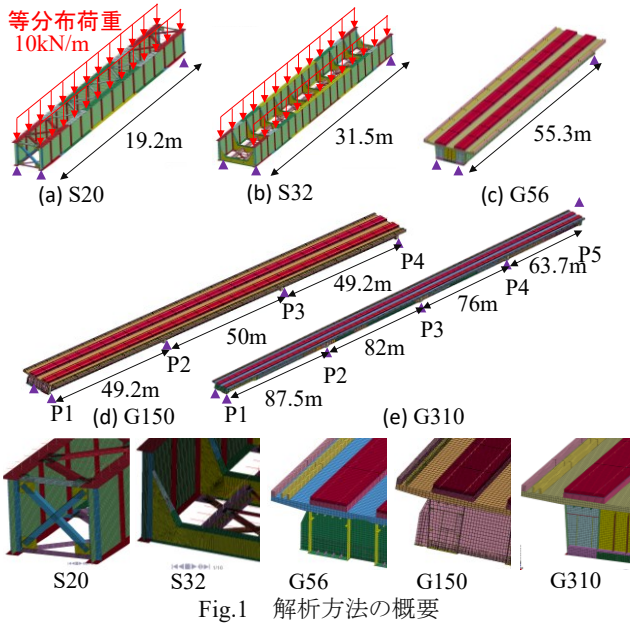


Fig.1　解析方法の概要

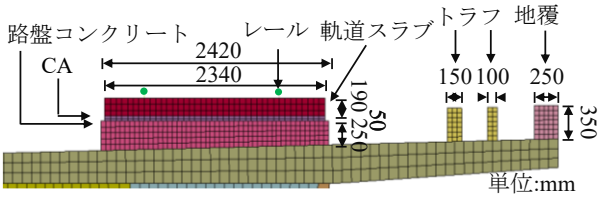


Fig.2　非構造部材の寸法とモデル化

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

弾性係数を半分に設定するケースを設けた[3].

3．鋼橋りょうの非構造部材が主構造剛性に与える影響

Fig.3 に，鋼橋りょうの非構造部材が主構造剛性に与える影響を示す．S20, S32 に対しては，鋼橋であることから多くの部材振動モードが連成し固有値解析による剛性評価が難しいことから，主桁の上フランジ中央部に 10kN/m/片側の等分布荷重を載荷し，変位に着目して剛性を評価した．さらに，完全弾塑性型バイリニアでモデル化した締結装置の線路方向の初期剛性 K_x をパラメータとして，その不確実性を考慮した．

図から，上路プレートガーターでは，二次部材が主構造の全体剛性に与える影響は僅かである一方，レールの影響は大きいことがわかる．その影響は，締結装置の線路方向の初期剛性 K_x に大きく依存しており，実際に近い条件（K_x=10^2kN/mm）では橋りょう上の多くの領域で締結装置に滑りが生じ，主構造の剛性増加率は 10%程度まで低減する．一方で，締結装置が固着した条件となる固有値解析の結果から，レールによる主構造剛性の増加率は 150%程度であり，実際には 10~150%の間で大きく変動すると予想される．下路プレートガーターの場合も同様に，横桁，横構，縦桁等の 2 次部材が主構造の全体剛性に与える影響は僅かで 2%以下程度である．下路の場合は中立軸が近いことからレールの影響が上路と比較して小さく，主桁剛性の増加率は K_x の変化に伴い 5~8%程度の間となる．縦桁の剛性増加率は，滑りを考慮した場合 5~9%程度，固着とした場合 47%であり，締結装置の拘束状態に応じて大きく変化する結果が得られた．

4．合成橋りょうの非構造部材が主構造剛性に与える影響

Fig.4 に，合成橋りょうの非構造部材が主構造剛性に与える影響を示す．G56, G150, G310 に対して固有値解析から得られた 1 次曲げモードの固有振動数に基づき剛性を比較した．

図から，G56 の解析結果より，非構造部材の中で制振コンクリート，路盤コンクリートは相対的に影響が大きく，剛性増加率はそれぞれ 20%程度, 10~30%程度である．一方，地覆，トラフは影響が小さく剛性増加率が 3~10%程度である．軌道部材の中では特にレールの影響が大きく，レールを考慮することで 46%程度の剛性増加率となる．非構造部材を全て考慮した場合の剛性増加率は 86%程度である．G150，G310 の解析結果の傾向も概ね同様であり，制振コンクリート，路盤コンクリートは相対的に影響が大きく，剛性増加率はそれぞれ 20%，28%程度である．一方，地覆，トラフは影響が小さく剛性増加率が 10%程度である．軌道部材の影響は単純合成桁と比較して小さくそれぞれ 10%以下程度である．非構造部材を全て考慮した場合の剛性増加率は 50~80%程度である．路盤コンクリートや地覆，トラフに考慮した伸縮目地の影響については，剛性増加率が 20%程度低下する結果が得られており，既往のコンクリート橋りょうの傾向と同様である[2]．負曲げモーメント区間の床版に考慮したひび割れの影響については，剛性増加率の低下は G150 では 1%程度，G310 では 10%程度である．これらは負曲げ区間がスパンに対して 20%程度であるのに対して小さい値であるが，中間支点前後の区間のモード剛性に対する寄与が小さいためと考えられる．

5．まとめ

本研究では，鋼合成橋りょうを対象として，3 次元有限要素解析による非構造部材が主構造に及ぼす影響を評価した．

・開床式鋼橋では，二次部材が主構造剛性に与える影響は僅かである一方，レールの影響は大きく，締結装置の拘束状態に依存して増加率は大きく変化する．

・合成橋では，非構造部材の中で制振コンクリート，路盤コンクリートは相対的に影響が大きいこと，連続桁の負曲げモーメント区間の床版に考慮したひび割れによる剛性増加率の低下は小さく，無視できる程度である．

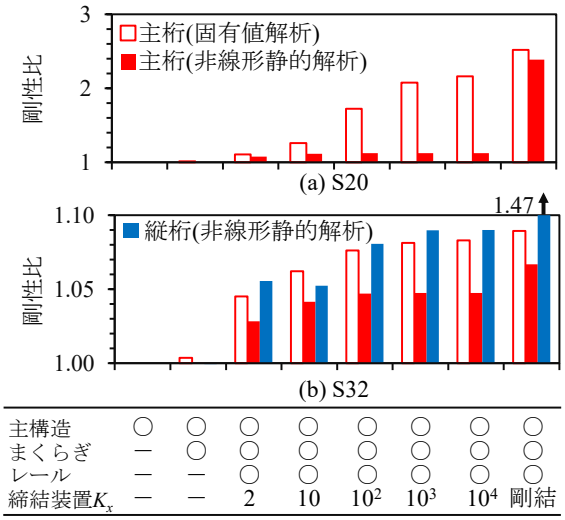


Fig.3　鋼橋りょうの非構造部材が主構造剛性に与える影響

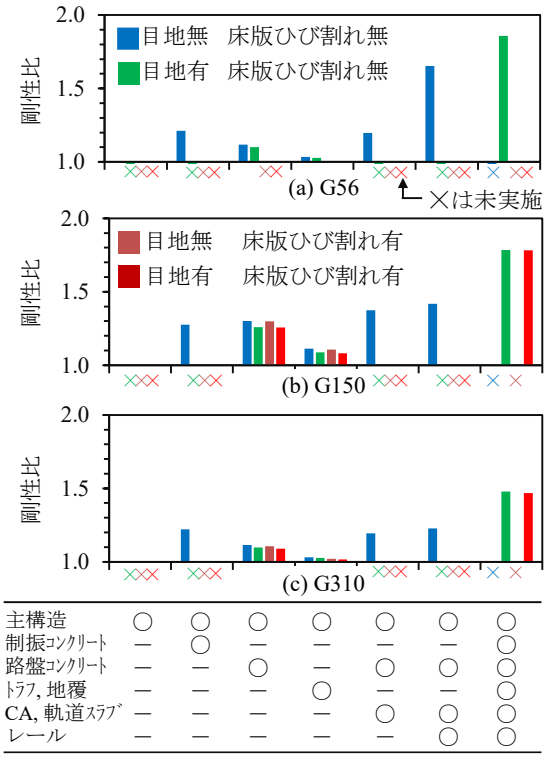


Fig.4　合成橋りょうの非構造部材が主構造剛性に与える影響

参考文献

1) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説-コンクリート構造物，丸善出版，2004.
2) 徳永宗正，池田学： 非構造部材を考慮した鉄道橋りょうの主構造の曲げ剛性の評価手法，土木学会論文集 A1 (構造・地震工学), 76(3), 580-596, 2020.
3) 鉄道総合技術研究所編：鉄道構造物設計標準・同解説(鋼・合成構造物)，丸善，2009.
4) Hallquist, J. O. : LS-DYNA User's Manual, Livermore Software Technology Corporation, 2001.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

非線形特性を考慮した鉄道橋りょう境界部の地震時折れ角の評価手法

Simplified method for estimating differential displacement of viaducts during earthquake in consideration of structural nonlinearity

成田　顕次（鉄道総研）　　徳永　宗正（鉄道総研）　　池田　学（鉄道総研）
Kenji NARITA, Railway Technical Research Institute
Munemasa TOKUNAGA, Railway Technical Research Institute
Manabu IKEDA, Railway Technical Research Institute
E-mail: narita.kenji.97@rtri.or.jp

The purpose of this study is to establish a simple method for estimating differential displacement based on the vibration characteristics of a single structure in consideration of structural nonlinearity during earthquake. A simplified method for estimating differential displacement considering nonlinearity is proposed. The validity of the proposed method was confirmed based on the numerical simulations.

１．はじめに

鉄道橋りょうの設計は，鉄道構造物等設計標準・同解説（変位制限）[1]において，軌道面に発生する変位を一定以下に制限することで，橋りょうが保有すべき地震時走行安全性を担保している．具体的には，橋りょうが橋軸直角方向に振動することで車両を加振する振動変位，および連続する橋りょうが位相差をもって挙動することで橋りょう境界部に発生する不同変位の両方を照査する体系となっている．

Fig.1 に，不同変位の概要図を示す．不同変位の種類は，隣接する橋りょうの構造形式に応じて異なり，設計振動単位として隣接する 2 単位を考慮する場合は目違い，平行移動を，3 単位を考慮する場合では折れ込みを照査するが，現行の照査方法は非線形化を考慮した体系とはなっていないことから，建設年代が古い既設橋りょうや L2 地震動のような大規模地震動に対して適用できない課題がある [1]．

本研究では，非線形特性を考慮した橋りょうの境界部で発生する，平行移動，折れ込みに共通する折れ角を対象とし，折れ角の評価手法を構築することを目的とする．

２．折れ角の推定理論解

Fig.1 に，位相差を考慮した折れ角の概要図を示す．図に示すように，折れ角は各橋りょうが位相差を持って挙動することにより発生する．各橋りょうの地震時応答を独立した 1 自由度で表現した時，折れ角の時刻歴応答はスパンと各自由度の応答変位の関数となる式(1)により算出される [1]．

$$\theta(t) = \frac{\delta_j(t) - \delta_i(t)}{l_i} + \frac{\delta_j(t) - \delta_k(t)}{l_j} \tag{1}$$

ここで，θは時刻 t における折れ角，$\delta_n(n = i,j,k)$は時刻 t における橋りょうの応答変位，$l_n(n = i,j)$は橋りょう間の距離を示す．地震外力を定常ガウス雑音と仮定し，折れ角の期待値を二乗すると，$E[\theta]^2$は式(2)より表現できる．

$$\begin{aligned} E[\theta]^2 = {} & \frac{1}{l_i^2}E\left[\delta_i^2\right] + \left(\frac{1}{l_i} + \frac{1}{l_j}\right)^2 E\left[\delta_j^2\right] + \frac{1}{l_j^2}E[\delta_k^2] \\ & - \frac{2}{l_i}\left(\frac{1}{l_i} + \frac{1}{l_j}\right)E\left[\delta_i\delta_j\right] - \frac{2}{l_j}\left(\frac{1}{l_i} + \frac{1}{l_j}\right)E\left[\delta_j\delta_k\right] \\ & + \frac{2}{l_j l_i}E[\delta_k\delta_i] \end{aligned} \tag{2}$$

ここで，ρ_{ij}をδ_iとδ_j，ρ_{jk}をδ_jとδ_kの相関係数とすると，相関係数ρ_{ij}は式(3)で表すことができる．

$$\rho_{ij} = \frac{2{r_h}^{0.5}{r_T}^{1.5}(r_h + r_T)}{\frac{1}{4{h_i}^2}(1 - {r_T}^2)^2 + r_h r_T(1 + {r_T}^2) + (1 + {r_h}^2){r_T}^2} \tag{3}$$

ここで $r_T(= T_j/T_i)$は橋りょうの固有振動数の逆数である固有周期比，$r_h(= h_j/h_i)$は，橋りょうの減衰比を示す．ρ_{jk}も同様に算出する．ここで，式(3)の相関係数ρ_{ij}を式(2)に代入すると，以下が得られる．

$$\begin{aligned} E[\theta]^2 = \frac{1}{l_i^2}\{ & e_i^2 + (1+\lambda)^2 e_j^2 + \lambda^2 e_k^2 - 2(1+\lambda)\rho_{ij}e_i e_j \\ & - 2\lambda(1+\lambda)\rho_{jk}e_j e_k + 2\lambda\rho_{ki}e_k e_i\} \end{aligned} \tag{4}$$

ここで，$\lambda = l_i/l_j$，$e_i = \sqrt{E[\delta_i^2]}$である．ピークファクター$p$が各振動系で等しいと仮定して，$\theta^{max} = p\sqrt{E[\theta]}$，$\delta_n^{max} = p\sqrt{E[\delta_n^2]}$の関係を式(4)に代入すると式(5)が得られる．

$$\begin{aligned} \theta^{max} = \frac{1}{l_i}\{ & {\delta_i^{max}}^2 + (1+\lambda)^2{\delta_j^{max}}^2 + \lambda^2{\delta_k^{max}}^2 \\ & -2((1+\lambda)\rho_{ij}\delta_i^{max}\delta_j^{max} + \lambda(1+\lambda) \\ & +\rho_{jk}\delta_j^{max}\delta_k^{max} - \lambda\rho_{ki}\delta_k^{max}\delta_i^{max})\}^{0.5} \end{aligned} \tag{5}$$

ここで，$\delta_n^{max}(n = i,j,k)$は橋りょうの最大応答値を示す．式(5)は地震外力を定常ガウス雑音とした場合の線形応答を仮定している．本研究では，大規模地震時の非線形応答に適用するために，非線形応答に等価となる各橋りょうの最大変位δ_n^{max}，固有振動数比r_T，減衰比r_hを適用する．数値モデルを用いて，非線形応答に適用するこれらパラメータの妥当性の検証，および折れ角の推定精度の評価を行う．

Fig.2 に，橋りょう境界部の折れ角，各橋りょうの変位の時刻歴応答波形の例として，橋りょうの固有周期が2.0秒，0.7 秒，1.0 秒の時の結果を示す．図から，橋りょう境界部の最大折れ角θ_{max}は橋りょう単体の最大変位δ_n^{max}と同時刻で観測されない傾向にあることがわかる．そこで，折れ角が最大値を示す時刻における各橋りょうの位相差を考慮した有効相対変位係数r_nを用いて，折れ角が最大となる橋りょうの有効周期，有効減衰を推定する．有効相対変位係

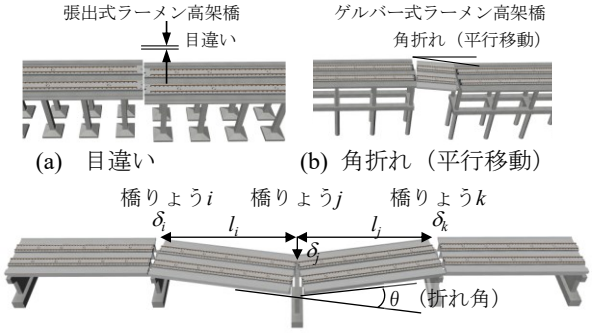


Fig.1　不同変位の概要

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

数r_nは，式(6)により定義する．

$$r_n = \delta_n^{rel}/\delta_n^{max}, (n = 1,2,3) \quad (6)$$

ここで，δ_n^{rel}は，折れ角が最大時の橋りょうの変位である．

有効周期は折れ角が最大となる際の周期を示し，割線剛性から推定した．有効減衰は，折れ角が最大となる際の減衰を示し，履歴モデルの形状から推定した．本検討では，各橋りょうの応答変位が最大変位に対して50%の値となる仮定のもとr_n=0.5 とし，有効周期，有効減衰を考慮して算出することとした．

3．検証モデル

提案手法の推定精度を検証するために，1 自由度系モデルの時刻歴応答解析結果と比較する．

Fig.3 に構造物の力学モデルを示す．実設計において，1 自由度系に基づく非線形スペクトル法により，地震時応答を推定するのが一般的であるため [2]，構造物はトリリニア型の骨格曲線，標準型の履歴特性を持つ 1 自由度系でモデル化し，実際の構造物の非線形性を反映したモデルを用いる．骨格曲線は，降伏震度k_{hy}，最大震度k_{hmax}，等価固有周期T_{eq}をパラメータとして設定し，2 次勾配を 1 次勾配の 1/10，3 次勾配は 1 次勾配の 1/1000 とした．また，最大震度は降伏震度の 1.4 倍とした．減衰は，構造物の各モードに対して 5%のモード減衰比ξとして与えた．

入力地震動は，鉄道構造物等設計標準・同解説（耐震設計）[2]の設計地震動 G3 地盤用の L1 地震動（以下，「L1(G3)」と示す．）を対象とした．地震動入力に対する時刻歴応答は加振振幅を 150～700gal の 12 分割とした．複数の 1 自由度系に対して位相差を考慮しない地震動を同一入力し，各橋りょうの時刻歴応答波形から橋りょう間の折れ角の最大値を算出する．

地震動入力に対する時刻歴応答解析では，橋りょうの初期剛性に対応する等価固有周数T_{eq}を 0.3 秒～10 秒の範囲で 30 分割，降伏震度を 0.5 とした非線形応答，様々な組み合わせを考慮し，数万ケースの解析を実施した．また，調整桁を想定し，スパンはl_iとl_jともに 10m とした．

4．提案手法の推定精度の検証

Fig.4 に，橋りょうi，j，kが，L1(G3)の場合の折れ角の推定法の精度と入力加速度の関係を示す．図の縦軸は推定値/解析値の平均値および標準偏差，横軸は入力加速度振幅である．降伏震度k_{hy}を 0.5 と設定していることから入力加速度が 250~350gal 程度以上となる場合に，橋りょうが非線形応答となる．図の解析値は 3 章の検証モデルを用いて算出した折れ角の最大値で，推定値は提案手法である式(5)を用いて算出した折れ角，および従来法 [1]を用いて算出した折れ角である．従来法は非線形化した場合には適用できないが，参考として推定結果を示す．また，従来法の入力パラメータである地盤の固有周期は安全側に 0.5 秒とした．

図から，線形応答の場合，提案手法は平均値を精度よく評価でき，比の標準偏差が 0.15 の範囲で推定できる．従来法では，入力加速度が増加しても平均値は 1 程度となる一方，比の標準偏差が 0.7 程度となり，提案手法より推定精度が著しく低い傾向にある．非線形応答時は，提案手法は入力加速度の増加と共に，比の標準偏差が増加する傾向にあるものの，平均値は 0.9~1.0 程度の範囲にあり，比の標準偏差が 0.35 の範囲で推定できることが分かる．従来法は，入力加速度の増加とともに平均値が増加する傾向にあり，比の標準偏差が 0.9 程度まで増加することが分かる．

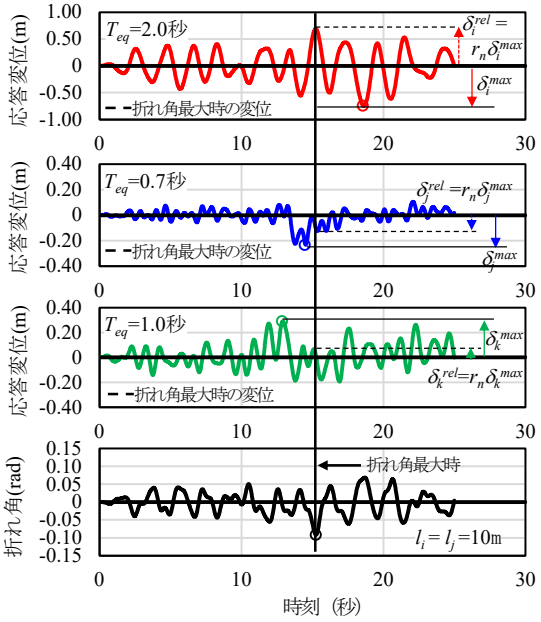


Fig.2 橋りょう境界部の折れ角，各橋りょうの時刻歴波形

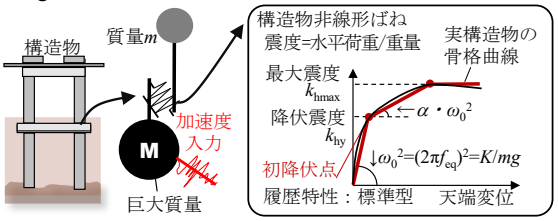


Fig.3　構造物の力学モデル

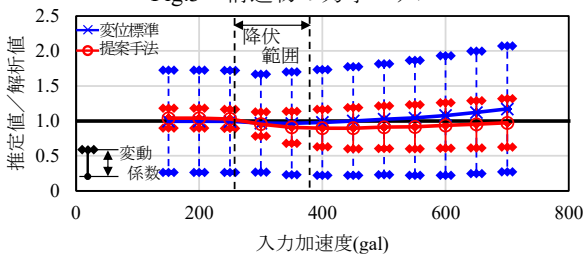


Fig.4　折れ角の推定法の精度と入力加速度の関係(k_{hy}=0.5)

5．まとめ

本研究では，大規模地震により橋りょうが非線形化した場合の折れ角を推定する手法の構築を目的に，不規則振動論に基づく折れ角の推定式の構築と，数値解析に基づく検討による比較を行い，以下の結論を得た．

(1) 線形不規則振動論に基づき，折れ角を推定する式を定式化した．折れ角が最大値を示す時刻における各橋りょうの位相差を考慮した有効周期，有効減衰を用いて，線形理論を大規模地震時の非線形応答に適用できるよう拡張した．

(2) 橋りょう境界部の折れ角の推定値と解析値の比の標準偏差は，線形応答時には従来法は 0.7 程度に対して，提案法 0.15 程度，非線形応答時には従来法は 0.9 程度に対して，提案法は 0.35 程度である．提案法は従来法よりも十分に高い推定精度を有している．

参考文献

1) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説（変位制限），丸善，2006.
2) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説（耐震設計），丸善，2012.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

鉄道連続桁の動的応答簡易計算のための移動荷重下の多点支持梁の閉形式解

Closed Form Solution of Continuous Beam with Multi Supports under Moving Loads for Simple Calculation of Continuous Railway Bridge Dynamic Responses

中田　学（JRSE）　　松岡　弘大（鉄道総研）
Manabu NAKADA, JR Soken Engineering
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
E-mail: matsuoka.kodai.13@rtri.or.jp

To establish a simple calculation method for railway continuous bridges with a small calculation effort. A closed-form solution of a multi supported beam under a moving load is derived and implemented. The accuracy of the theoretical solution-based method is confirmed by comparison with the results of finite element method and numerical integration method. Furthermore, as a result of comparing the calculation time of the method based on the closed form solution and the numerical integration, the closed form solution can calculate the dynamic response of continuous bridge 10 times faster than the numerical integration.

１．はじめに

これまで鉄道橋をはじめとする橋梁の動的応答の基本的な性質は単純支持梁理論により説明されてきた．特に高速鉄道橋では，列車通過時に生じる共振により橋梁に大きな動的応答が生じる場合があり，有限要素法などによる計算技術が発展した現在でも理論分析による現象解明や設計法の提案が進められている．また，閉形式で解を導出可能な単純支持梁理論は時間積分を要する解析よりも計算負荷が小さい．この特性を利用し，膨大な計算量を要する逆解析や信頼性設計にも理論解が利用されている [1]．

ただし，上述の多くは理論解が良く知られた単純支持橋梁に限定されている．近年建設される高速鉄道では，特に河川部などで連続桁の採用が増加しつつある [2]．これに加え，単純桁の支間に支点を追加する補強法 [3]も提案されており，これまで単純支持梁を中心に整備されてきた理論を連続桁にも対応できるよう拡張することが望まれる．

そこで本研究では，連続桁の衝撃係数の算定 [2]，逆解析，信頼性評価 [3]への活用を最終的な目的とし，その基礎的検討として，簡易かつ計算負荷の小さい鉄道連続桁の動的応答の算出法の構築を目的とした．具体的には，移動荷重下の多点支持梁の閉形式解を再定式化し，列車通過時の連続桁の動的応答簡易計算法として実装した．また，一般的な数値積分との比較により計算効率について検証した．

２．移動荷重作用下の多点支持梁の閉形式解

古くから多くの連続桁の計算法が提案されてきたが，いずれも時間積分を数値的に解く必要があった [4]．Johansson ら [5]は 2013 年に多点支持梁の閉形式の解の導出に成功している．本研究でも Johansson らの手法 [5]を踏襲するが，一部修正を加えたため，解の一部が異なる点に留意されたい．

Fig. 1 に対象モデルを示す．支間数J，支間jの支間長L_j，曲げ剛性EI_j，単位長質量m_j，左右支点の鉛直・回転支持ばねは$k_{v,j}$，$k_{v,j+1}$および$k_{r,j}$，$k_{r,j+1}$である．水平座標x_jは支間j左支点を 0 とする．時点t，位置x_jの鉛直変位を$\mathrm{w}(x_j,t)$とする．また，大きさPの荷重が左から右に速度vで移動しながら作用する．支間jの非減衰運動方程式は式(1)となる．

$$m_j\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+EI_j\frac{\partial^4 w}{\partial x_j^4}=P\delta(x-vt) \tag{1}$$

式(2)により分解すれば，式(3)および(4)が得られる．

$$w(x_j,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\phi_n^0(x_j)q_n(t) \tag{2}$$

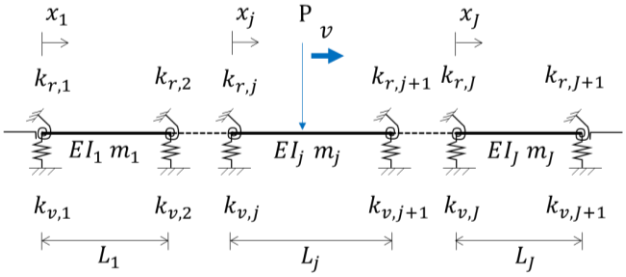


Fig. 1 Continuous beam with arbitrary supports model.

$$\frac{\partial^4\phi_n^0}{\partial x_j^4}-\beta_{n,j}^4\phi_n^0=0 \tag{3}$$

$$\omega_n^2\frac{m_j}{EI_j}=\beta_{n,j}^4 \tag{4}$$

nはモード次数，ω_nは固有周期，$\beta_{n,j}$は固有値である．ϕ_n^0は質量基準化前のモード形である．ここで，式(1)をモード座標系に変換し，モード減衰比ξ_nを加えれば式(5)となる．

$$\frac{d^2q_n(t)}{dt^2}+2\omega_n\xi_n\frac{\partial q_n(t)}{\partial t}+\omega_n q_n(t)=P\phi_{n,j}(vt) \tag{5}$$

q_nはモード変位，$\phi_{n,j}$は式(6)の質量基準化モード形である．

$$\phi_{n,j}(x_j)=A_{n.j}\mathrm{C}(\beta_n x)_j+B_{n.j}\mathrm{S}(\beta_n x)_j+C_{n.j}\mathrm{Ch}(\beta_n x)_j+D_{n.j}\mathrm{Sh}(\beta_n x)_j \tag{6}$$

なお，S，C，Sh，Chは sin，cos，sinh，cosh を表す．境界条件から式(5)の特性方程式を導出でき，特性方程式が 0 の条件から$\beta_{n,j}$を介して固有周期とモード形が計算される．固有値算出までの詳細は文献 [3]を参照されたい．

式(5)をラプラス変換，逆ラプラス変換することで，単一移動が作用する場合の多点支持梁の応答が閉形式で定式化できる．ここでは，変位のみを式(7)に示す．なお，速度および加速度応答は式(7)の微分により導出できる．文献 [5]と式の一部の符号が異なる点に留意されたい．

$$q_{n,j}=E_0+\frac{A_{n,j}P}{F_1^{n,j}}E_A+\frac{B_{n,j}P}{F_1^{n,j}}E_B+\frac{C_{n,j}P}{F_2^{n,j}}E_C+\frac{D_{n,j}P}{F_2^{n,j}}E_D \tag{7}$$

$$F_1^{n,j}=G_1^{n,j^2}+\left(2\omega_n\xi_n\beta_{n,j}v\right)^2,\quad F_2^{n,j}=G_2^{n,j^2}-\left(2\omega_n\xi_n\beta_{n,j}v\right)^2 \tag{8}$$

$$G_1^{n,j}=\left(\beta_{n,j}v\right)^2-\omega_n^2,\quad G_2^{n,j}=\left(\beta_{n,j}v\right)^2+\omega_n^2 \tag{9}$$

$$E_0=e^{-\omega_n\xi_n t_j}\left\{q_{n,j}(0)\mathrm{C}(\omega_d t_j)+\frac{\dot{q}_{n,j}(0)+\omega_n\xi_n q_{n,j}(0)}{\omega_d}\right\} \tag{10}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

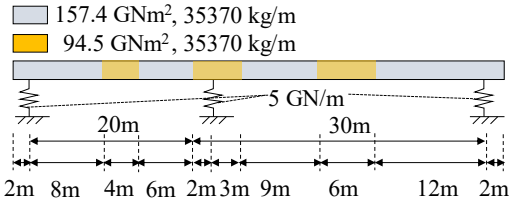


Fig. 2 Continuous bridge model for the verification.

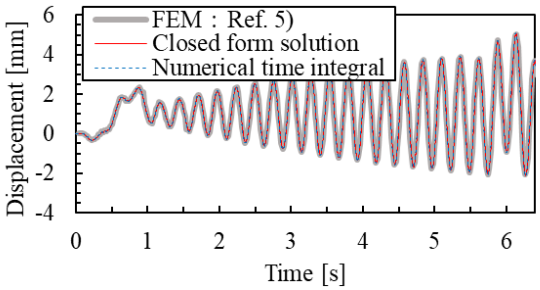


Fig. 3 Calculated displacement response by each method.

$$E_1 = e^{-\omega_n\xi_n t_j}\left\{G_1^{n,j}\mathrm{C}(\omega_d t_j) - \omega_n\xi_n\frac{G_2^{n,j}}{\omega_d}\mathrm{S}(\omega_d t_j)\right\} + H_1^{n,j} \quad (11)$$

$$E_2 = \frac{\beta_{n,j}v}{\omega_d}e^{-\omega_n\xi_n t_j}I_1^{n,j} - H_2^{n,j} \quad (12)$$

$$E_3 = e^{-\omega_n\xi_n t_j}\left\{\omega_n\xi_n\frac{G_1^{n,j}}{\omega_d}\mathrm{S}(\omega_d t_j) - G_2^{n,j}\mathrm{C}(\omega_d t_j)\right\} + H_3^{n,j} \quad (13)$$

$$E_4 = \frac{\beta_{n,j}v}{\omega_d}e^{-\omega_n\xi_n t_j}I_2^{n,j} - H_4^{n,j} \quad (14)$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\xi_n} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} H_1^{n,j} &= 2\omega_n\xi_n\beta_{n,j}v\mathrm{S}(\beta_{n,j}vt_j) - G_1^{n,j}\mathrm{C}(\beta_{n,j}vt_j) \\ H_2^{n,j} &= 2\omega_n\xi_n\beta_{n,j}v\mathrm{C}(\beta_{n,j}vt_j) + G_1^{n,j}\mathrm{S}(\beta_{n,j}vt_j) \\ H_3^{n,j} &= 2\omega_n\xi_n\beta_{n,j}v\mathrm{Sh}(\beta_{n,j}vt_j) - G_1^{n,j}\mathrm{Ch}(\beta_{n,j}vt_j) \\ H_4^{n,j} &= 2\omega_n\xi_n\beta_{n,j}v\mathrm{Ch}(\beta_{n,j}vt_j) - G_1^{n,j}\mathrm{Sh}(\beta_{n,j}vt_j) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} I_1^{n,j} &= 2\omega_n\xi_n\omega_d\mathrm{C}(\omega_d t_j) + \left\{(\beta_{n,j}v)^2 - \omega_d^2\right\}\mathrm{S}(\omega_d t_j) \\ I_2^{n,j} &= 2\omega_n\xi_n\omega_d\mathrm{C}(\omega_d t_j) - \left\{(\beta_{n,j}v)^2 + \omega_d^2\right\}\mathrm{S}(\omega_d t_j) \end{aligned} \quad (17)$$

式(7)を式(2)に代入することで，時点t，位置x_jの鉛直変位$\mathrm{w}(x_j,t)$が求める．これを各車軸の距離と列車速度から求まる時間差δt_gだけずらして重ね合わせることで列車通過時の変位応答w_{train}（式(18)）が得られる．

$$w_{train}(x_j,t) = \sum_{g=1}^{G} w(x_j, t-\delta t_g) \quad (18)$$

なお，Gは車軸数である．

実際の計算では荷重の支間進入時，初期値$q_{n,j}(0)$および$\dot{q}_{n,j}(0)$が必要となるため，一つ前の支間退出時の応答値を当該支間の初期として計算する必要がある．

３．精度と効果の検証

ここでは，文献[5]を参考に Fig.2 に示す 2 径間連続桁モデルを例に理論解の精度と効果の検証を行った．なお，荷重は文献に合わせて欧州標準荷重の一つである HSLM-A1 を利用した[5]．なお，検証用にモード減衰比は 1%とした．有限要素法による計算結果は文献[5]を参照した．また，閉形式の解による手法だけでなく，時間積分をニューマーク β 法により数値的に解いた場合についても計算を実施した．

Fig.3 に各手法で算出した列車速度 250km/h の場合の左端から 38m 地点の梁の変位応答を示す．いずれの計算手法

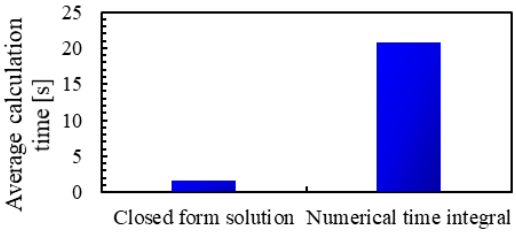


Fig. 4 Comparison of calculation time for a train passage.

の変位も良好に一致しており，連続桁の計算手法自体に問題がないことを確認できる．

理論解の計算効率を調べるため，Fig.2 に示す連続桁を対象に，理論解を用いた場合および時間積分を用いた場合の二つの計算手法により，250km/h 走行時の変位応答を計算し，これを 100 回繰り返し，1 回の平均値計算時間を比較した．いずれも 1 次から 5 次までのモードを考慮し，0.001 秒刻みで 17 秒間の計算を行った．プログラムは Matlab R2019b で実装し，Core i7（定格クロック 1.9GHz），メモリ 16GB，Windows 10（64bit）のノート PC 上で稼働させた．

Fig.4 に各計算手法で要した計算時間を示す．時間積分では 1 列車通過時の計算に平均で 20 秒程度を要するが，理論解を用いた場合には平均で 1.6 秒程度であり，10 倍以上高速に計算できることがわかる．

４．おわりに

本研究では，鉄道連続桁の簡易かつ計算負荷の小さい計算手法の構築を目的として，移動荷重下の多点支持条件梁の閉形式解を再定式化し，列車通過時の連続桁の動的応答簡易計算法として実装した．また，既往文献に示される有限要素解析および数値積分に基づく解析結果との比較により理論解の精度を確認した．最後に，数値積分を利用した手法と理論解による提案手法の計算時間を比較した結果，閉形式の提案手法は数値積分と比較して 10 倍以上，高速に連続桁の動的応答を計算できることを示した．今後，本手法を連続桁の衝撃係数算定，逆解析および信頼性評価に適用していく予定である．

参考文献

1) 松岡弘大，曽我部正道，上半文昭，渡辺勉：列車通過時の単点加速度と梁の動力学モデルを用いた鉄道橋の動特性及び変位のベイズ推計，土木学会論文集 A1，Vol. 72，No. 3，pp.420-439，2016.
2) 宇野匡和，曽我部正道，谷村幸裕，金森真：高速列車走行による鉄道連続桁の動的応答性状に関する研究，構造工学論文集，Vol.53A，pp.67-76，2007.
3) 松岡弘大，篠崎秀太，貝戸清之：不確実性を考慮した構造モデル更新および補強効果の信頼性評価：高速鉄道橋の支点追加補強への適用，土木学会論文集 A1，Vol. 76，No. 3，pp.560-579，2020.
4) Hayashikawa T. and Watanabe N.: Dynamic behavior of continuous beams with moving loads, *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 107, No. 1, pp.229-246, 1981.
5) Johansson C., Pacoste C. and Karoumi R.: Closed-form solution for the mode superposition analysis of the vibration in multi-span beam bridges caused by concentrated moving loads, *Computers & Structures*, Vol. 119, pp.85-94, 2013.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

デュアルサンプリング法によるベイズ構造モデル更新へのレプリカ交換 MCMC 法の適用

Application of replica exchange MCMC method to Bayesian structure model update by dual sampling method

貝戸　清之（大阪大学）　　松岡　弘大（鉄道総研）
Kiyoyuki KATIO, Osaka University
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
E-mail: matsuoka.kodai.13@rtri.or.jp

This study incorporates the replica exchange MCMC method which is one of the typical wide-area spatial estimation methods into the dual sampling method which is the tail estimation method for simultaneous posterior distribution in Bayesian structural model update. The proposed method is applied to estimate the simultaneous posterior distribution from the data obtained on past study, and the obtained simultaneous posterior distribution is compared with the results of the existing method (GA) to confirm the estimation accuracy and computational efficiently.

１．はじめに

ベイズ構造モデル更新では，センサ等により計測された橋梁変位などの応答値に合うよう構造モデルパラメータを推定する [1]．これにより，構造物の現有性能に応じて対策の時期および規模の最適化を図ることができる．また，ベイズ推定の特性を利用し，不確実性を考慮した現有性能の推定が可能であり，その後の対処に対する信頼性評価が可能となる [2]．実際に，著者らは補強が予定された高速鉄道橋の現有性能をモニタリングデータから不確実性を含めて推定し，補強工法の信頼性評価を行っている [3]．

構造モデルが複数の構造パラメータにより表現される場合，信頼区間 95%下限に相当する構造モデル（群）の推定においては，各パラメータの事後分布を独立に評価することができず，パラメータ間の相関が考慮された同時事後分布から裾を評価する必要があることが指摘されている．ただし，裾周辺は MCMC 法ではサンプルを生成しづらいため，空間推定のための別の手法が必要となる．文献 [3]では同時事後分布の裾を評価するために，1 段階目の MCMC 法に加え 2 段階目に GA を利用したデュアルサンプリング法を提案しており，MCMC 法のみでは評価できない尤度下限 5%の裾空間の評価を可能としている．ただし，2 段階目の GA による空間推定法に関しては，淘汰の過程で膨大なサンプルが失われるなど，計算効率の観点でさらなる高度化を検討する余地が残っている．

そこで本研究では，ベイズ構造モデル更新における同時事後分布の裾推定法であるデュアルサンプリング法に，代表的な広域空間推定手法の一つであるレプリカ交換 MCMC 法を組み込むとともに，文献 [3] と同様のデータに提案手法を適用した，また，得られた同時事後分布を既存手法（GA）の結果と比較し，推定精度を確認するとともに，計算効率について考察を加えた．

２．対象橋梁，計測データおよび解析モデル

Fig. 1 および Table 1 に対象橋梁の設計諸元を示す．当該橋梁は支間長 29.2m の PRC 桁であり，支間中央付近でのひび割れ発生および列車通過時の共振の発生が報告されている [3]. Fig. 2 は当該橋梁で長期計測された支間中央の鉛直変位データを示す. 列車は概ね 200km/h～240km/h で走行し，220km/h 程度で共振によるピークが存在する．Fig. 3 に橋梁および走行列車のモデルを示す．橋梁は弾性支持梁，車両は移動荷重列によりモデル化した．ベイズ構造モデル更新は，このモデルによる解析結果が変位計測データ（各列車速度の最大変位）と合うように曲げ剛性，鉛直支承剛性，モード減衰比が MCMC 法により更新される [3]. Fig.2 には 1 段階目の結果として MCMC 法により得られた更新モデルによる計算結果を示す. MCMC 法の詳細は文献 [3]を参照されたい. この更新モデルは同時事後分布の期待値を用いたものであるが，変位計測データの概ね平均的な傾向を捉えている. ただし，平均的であるため，更新モデルよりも大きい値が生じるデータも多く存在する. 対策立案などにおいて安全側の評価を行うために，このようなデータのばらつきを性能の不確実性として評価する. このとき，同時事後分布の裾推定が必要となる [3].

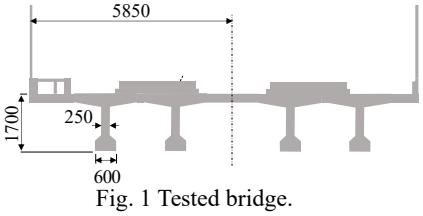


Fig. 1 Tested bridge.

Table 1 Design specifications of tested bridge

	Span m	Dead load kN/m	Flexural rigidity GNm^2	Support stiffness MN/m per 4 supports	Modal damping %
Nominal	29.2	247.1	52.7	4880	2.0
Updated	29.2	247.1	40.3	4480	3.1

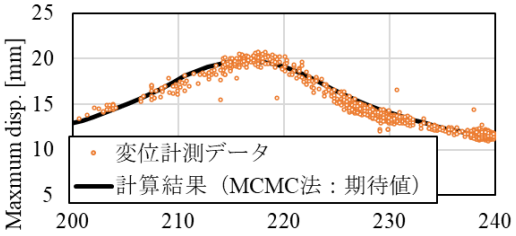


Fig. 2 Measured mid-span displacement of the tested bridge.

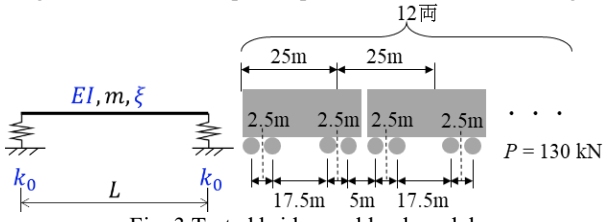


Fig. 3 Tested bridge and load model.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

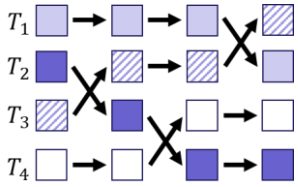


Fig. 4 Schematic of replica exchange MCMC method (T_1 to T_4 are Temperature parameters).

３．レプリカ交換ＭＣＭＣ法による裾推定

ここでは裾推定手法として代表的な広域空間探索であるレプリカ交換 MCMC 法 [4]を適用する．レプリカ交換 MCMC 法は，異なる温度パラメータ(サンプルの摂動の大きさ)を有するレプリカ分布を設定し，複数の系列で MCMC 法を同時に進めるとともに，系列間でサンプルの交換を行う．これにより効率的な広域探索や空間推定を可能とする [4]．

ここでは信頼区間下限 5%で尤度最大となる新たな尤度

$$\mathcal{L}'(D|\theta_s) = N(\mathcal{L}(D|\theta_s) - \mathcal{L}_{0.05}, \sigma^2) \quad (1)$$

を設定する．ここで，D計測データ，θ_sはモデルパラメータ，σ^2は正規分布の分散，添え字sはレプリカ分布の番号である．このとき，信頼区間下限 5%の事後分布は，以下の式(2)により定義される．なお，$P(\theta_s)$は事前分布である．

$$P(\theta_s|D) = \mathcal{L}'(D|\theta_s)P(\theta_s) \quad (2)$$

次にレプリカ分布を規定する温度パラメータT_sを設定する．全S個の異なるレプリカ分布の同時分布は，

$$P(\theta_1, \theta_2 \dots \theta_S) = \prod_{s=1}^{S} P(\theta_s|T_s) \quad (3)$$

であるため，温度パラメータT_sのレプリカ分布において尤度$\mathcal{L}'(D|\theta_s)$がギブス分布に従うとすると，式(3)は，

$$P(\theta_s|T_s) = \exp\frac{\left(-T_s\mathcal{L}'(D|\theta_s)\right)}{Z(T_s)} \quad (4)$$

となる．なお，Zは正規化定数である．以上より各レプリカ分布に対応したT_sごとに MH 法によりサンプルを生成する．ただし，以下に示す交換確率rに従いレプリカ分布間のサンプルを交換することで，広域探索を可能とする．

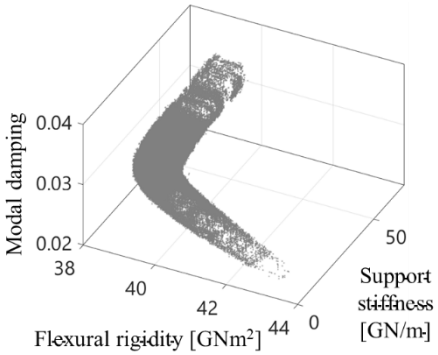
$$r = \frac{P(\theta_{s+1}|T_s)P(\theta_s|T_{s+1})}{P(\theta_s|T_s)P(\theta_{s+1}|T_{s+1})} \quad (5)$$

４．裾分布の推定結果と考察

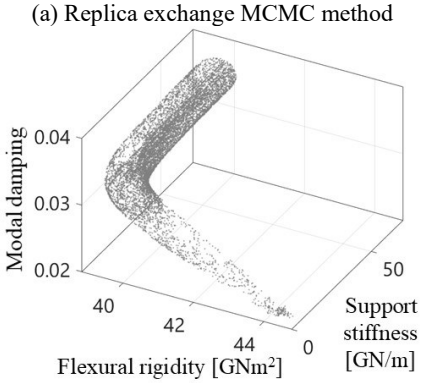
Fig.2 に示した MCMC 法（1 段階目）で得られた尤度下限 5%の値およびサンプル（200 個）を入力とし，３．で示したレプリカ交換 MCMC 法により，桁曲げ剛性，モード減衰比，鉛直支承剛性の同時事後分布の裾空間の推定を行った．なお，ここでは$\sigma^2 = 0.7$，レプリカ分布は 4 つとし，各系列 20000 回（計 80000 サンプル）を生成した．

Fig.5 に 2 段階目の推定法としてレプリカ交換 MCMC 法を用いた場合の裾空間の推定結果を示す．なお，Fig.5 には文献 [3] で示される 2 段階目の推定法として改良型 GA を用いた場合の結果も併せて示す．同時事後分布の裾の空間として，レプリカ交換 MCMC 法は，既存の GA とほぼ同様の筒状の形状が推定される．したがって，裾空間の推定法としては問題なく利用可能であると考えられる．

なお，Fig.5 の結果は，レプリカ交換 MCMC 法が 80000 サンプル，GA が 60724 サンプルである．ただし，GA では淘汰により採用されていないサンプルが膨大に存在するため，Fig.5 を得るための計算時間はレプリカ交換 MCMC 法の方が早い．したがって，サンプル自体はレプリカ交換 MCMC 法の方が効率的に生成できる．この特徴を踏まえると，1 段階目の MCMC 法により得られる尤度下限 5%のサンプル数が局所的かつ少数しか存在しない場合にレプリカ交換 MCMC 法の活用が有効であると考えられる．



(a) Replica exchange MCMC method



(b) GA

Fig. 5 Tail estimation results.

５．おわりに

本研究では，ベイズ構造モデル更新における同時事後分布の裾推定法であるデュアルサンプリング法に，代表的な広域空間推定手法の一つであるレプリカ交換 MCMC 法を組み込むとともに，文献 [3]のデータを対象に提案手法を適用して同時事後分布を推定した，また，得られた同時事後分布を既存手法（GA）の結果と比較し，推定精度を確認するとともに，GA と比較して効率的に裾に相当するサンプルが得られることを示した．

参考文献

1) 西尾真由子，藤野陽三：ベイズ推定による既存構造物数値モデルの不確定性定量化とキャリブレーション，土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.69, No.2, pp.I_711-I_718，2013.
2) 西尾真由子，人見淳：橋梁支承の腐食劣化過程を対象としたモデルパラメータ事後分布逐次推定に関する基礎研究，土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.71, No.2, pp.I_99-I_108，2015.
3) 松岡弘大，篠崎秀太，貝戸清之：不確実性を考慮した構造モデル更新および補強効果の信頼性評価：高速鉄道橋の支点追加補強への適用，土木学会論文集 A1, Vol. 76，No. 3，pp.560-579，2020.
4) 松平京介，永田賢二，本武陽一，岡田真人：レプリカ交換モンテカルロ法を用いた Mixture of Experts モデルにおけるベイズ推論.，情報処理学会論文誌数理モデル化と応用，Vol. 12，No. 3，pp. 37-45，2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

デジタル画像相関法のサブピクセル推定精度の低下要因と実用的改善法

Factors that Reduce the Subpixel Estimation Accuracy of the Digital Image Correlation and Practical Improvement Methods

四井　陽貴（大阪大・工）　　松岡　弘大（鉄道総研）　　貝戸　清之（大阪大院・工）
Haruki YOTSUI, Osaka University
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
Kiyoyuki KAITO, Osaka University
E-mail: h.yotsui@civil.eng.osaka-u.ac.jp

Image measurement of bridge displacements without target has been widely studied in recent years. However, the displacement estimation accuracy is significantly reduced depend on the structural textures. This study develops a methodology to evaluate the subpixel estimation accuracy of the digital image correlation method. In addition, after clarifying one of the factors that reduce the accuracy of subpixel estimation, practical improvement is proposed.

１．はじめに

鉄道橋において，列車通過時の桁の変位は代表的な性能指標の一つであり，様々な測定手法の開発が進められてきた．ノンターゲットでの画像を用いた計測 [1]は，非接触での計測が可能であることに加え，理論的には任意の画素を測定点に設定した多点の同時計測が可能であり，計測作業の大幅な効率化が期待できるため近年広く検討されている．

松岡等 [1]は，デジタル画像相関法を用いたノンターゲット方式による変位計測の精度と適用範囲を，模型橋梁と実橋梁を用いて検証した．支間中央の変位応答波形は，レーザードップラー速度計などの他の測定手法と同等の精度で算出できることを示した．一方で，白飛び箇所をはじめとした変位推定が困難である箇所も存在することを明らかにした．また，桁の橋軸方向に複数の測定点を設定した多点同時計測を実施して桁のたわみ形状を算出した．しかしながら，隣接する測定点で値が大きく変動する場合があるなど，誤差が混入している可能性を指摘している．画像処理に比較的時間を要する画像計測では，試行錯誤により測定点を設定し，計測実施後に変位が推定困難であった場合，その効率性が大きく損なわれる．そこで本研究では，最小２枚の画像を用いて測定に利用可能な箇所を簡易に事前抽出する手法を構築する．また，既往研究 [1]で用いられた変位推定手法に改良を加えることにより，信号処理上の誤差を低減する手法を提案する．

２．検討内容

デジタル画像相関法は，測定対象物表面のランダム性にもとづいて変位を推定する手法である．1 画素単位での移動量を算出するテンプレートマッチングによる疎探索と，1 画素未満の移動量を推定するサブピクセル推定による精密探索で構成される．テンプレートマッチングでは，類似度の指標として式(1)で表される零平均正規化相互相関（ZNCC）を用いる．

$$R_{ZNCC} = \frac{\sum_0^{N=1}\sum_{i=0}^{M-1}\{I_1(i,j)-\overline{I_1}\}\cdot\{I_2(i,j)-\overline{I_2}\}}{\sqrt{\sum_{j=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{M-1}\{I_1(i,j)-\overline{I_1}\}^2\cdot\sum_{j=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{M-1}\{I_2(i,j)-\overline{I_2}\}^2}} \quad (1)$$

ただし，

$$\overline{I_k}(i,j)=\frac{1}{MN}\sum_{j=0}^{N-1}\sum_{i=0}^{M-1}I_k(i,j),(k=1,2) \quad (2)$$

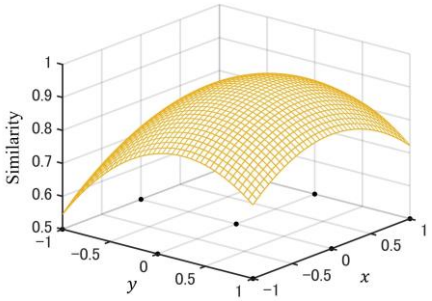


Fig. 1 Schematic of a quadric surface on subpixel estimation

ここで，I_1, I_2はともに$M \times N$画素の画像であり，$I(i,j)$は画像左上の画素を$(i,j)=(0,0)$としたときの位置(i,j)における輝度値を表す．各移動位置での相関値R_{ZNCC}を求めることにより，2 次元相互相関関数が得られる．この相互相関関数の最大値から移動量を求める．

次に，相関値の最大値と周辺 8 点の 9 点に Fig. 1 に示す 2 次曲面$f(x,y)=a_1+a_2x+a_3y+a_4xy+a_5x^2+a_6y^2$をフィッティングし，この曲面の極大値の位置としてサブピクセルの移動量を推定する．最小二乗法を適用すれば，サブピクセル移動量(δ_x,δ_y)は以下の式で表される．

$$\delta_x=\frac{2a_2a_6-a_3a_4}{a_4^2-4a_5a_6}$$
$$\delta_y=\frac{2a_3a_5-a_2a_4}{a_4^2-4a_5a_6} \quad (3)$$

得られる変位はピクセル単位であるため，寸法が既知のウェブ高さを用いて実寸値に換算する．

測定点の抽出には，サブピクセル推定に用いる 2 次曲面$f(x,y)$の極大値の形状に着目する．2 次元相互相関関数の値が一要素に集中し，$f(x,y)$の極大値における 2 階微分値の絶対値が大きい場合に，サブピクセル推定精度は高いと考えられる．このような前提のもと，極大値におけるヘッセ行列の行列式$|H_f|$を算出し，$|H_f|$が大きいほど測定に適しているとする．桁に変位が生じていない状態を撮影した 2 枚の画像に提案手法を適用することにより，列車の通過前に測定に利用可能な測定点を抽出することが可能である．

３．検討結果

測定点を抽出した結果を **Fig. 2** に示す．**Fig. 2** では，$|H_f| \geq 0.01$を満たす測定点の存在領域を図示している．抽出領域内部に位置する，$(x,y)=(831,180)$では **Fig. 3** 上段のよう

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

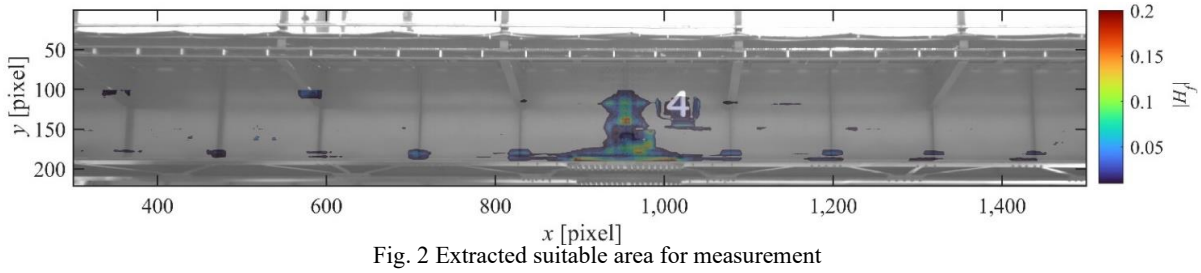


Fig. 2 Extracted suitable area for measurement

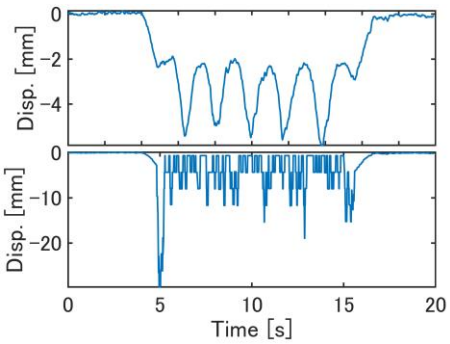


Fig.3 Example of the displacement responses

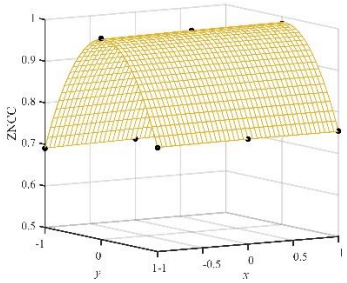


Fig.4 Example of a quadric surface when subpixel estimation fails

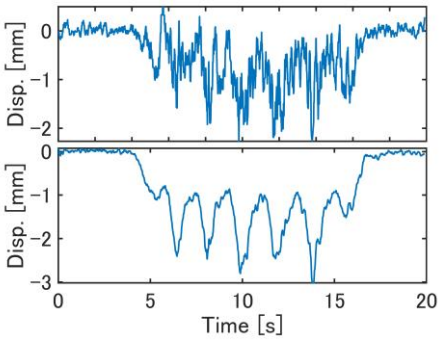


Fig.5 Example of improvement method

に通過列車の車軸の位置に対応した波形が得られる．一方で，抽出領域の外部である$(x, y) = (771,180)$では，**Fig. 3** 下段に示すような信号処理上の誤差が大きい．抽出された領域は補剛材の位置を中心に分布する．また，支間中央のボルトが多数存在する箇所や，数字がペイントされている箇所では値が大きいことがわかる．これらは表面模様の変化が大きい箇所と一致するため，$|H_f|$を用いた抽出結果は概ね妥当であると考えられる．

一方で，抽出された測定に適する箇所は限定的であり，ノンターゲット式計測の特徴である任意位置を測定点に設定できるという点が活かされているとはいえない．そこで，既往研究での変位推定の手法を一部改良することにより，変位応答波形が得られる測定点を増加させることを試みる．

サブピクセル推定では，極大値における 2 階微分値の橋軸方向の変化を分析することにより，水平方向のサブピクセル推定の精度が大きく低下する箇所が存在することを確認した．この結果，水平方向のサブピクセル推定精度の低下と同様に，鉛直方向の精度が低下していることが判明した．このときの，サブピクセル推定に用いる 9 点の相関値の分布の事例を **Fig. 4** に示す．鉛直方向（y 方向）のみに凸形状となり，水平方向（x方向）の曲率が小さく，相関の低い 6 点の関係により極大値が 9 点の相関値の外部に存在する 2 次曲面が推定されている．このような水平と鉛直で相関値の変化が大きく異なる場合，サブピクセル推定が適切に機能しないことがわかる．

鉛直と水平で異なる相関値の変化によるサブピクセル推定精度の低下を抑制するため，鉛直方向に限定したサブピクセル推定を適用した．このとき，ZNCC が最大値をとる点を$(x, y) = (x_0, y_0)$として，放物線$g(y) = ay^2 + by + c$を，$(x, y) = (x_0, y_0), (x_0, y_0 - 1), (x_0, y_0 + 1)$の 3 点にフィッティングすることにより，サブピクセル移動量δ_y'は，

$$\delta_y' = \frac{g(y_0 - 1) - g(y_0 + 1)}{2g(y_0 - 1) - 4g(y_0) + 2g(y_0 + 1)} \tag{4}$$

で計算できる．

また，サブピクセル推定の改良のみでは，**Fig. 3** 下段にみられるような過大な変位の抑制が困難であった．そこで，テンプレートマッチングにおいて 2 次元相互相関関数の最大値を探索する範囲を限定することにより，誤差の低減を図った．具体的には，本事例では 2 次元相互相関関数は67×67次行列で表されるが，このうち，ラグが 1 以下となる 9 要素の中の最大値を移動量の算出に用いた．その結果，下フランジ・ウェブ境界の位置に対応する$y = 180$においては，信号処理上の誤差が小さい変位応答波形が得られる測定点が増加した．**Fig. 5** は$(x, y) = (409,180)$での改良前後の比較であり，通過列車の軸重に対応した波形の形状が明確になったことが確認できる．

4．おわりに

本研究では，列車通過前の桁を撮影した画像を用いることにより，変位推定を実施する前に測定に利用可能な測定点を把握する手法を提案した．また，既往研究で用いられていた変位推定手法に改良を加え，信号処理上の誤差の低減を図った．梁モデルの理論解を用いた統計的画像処理手法の構築による測定値の補正や，ピクセル―実寸値換算手法の改良によるさらなる誤差低減が今後の課題である．

参考文献

1) 松岡弘大，上半文昭，日下博也，今川太郎，野田晃浩: ノンターゲット光学式測定による桁たわみ形状測定の精度検証と適用性検討，土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.74，No.2，I_715-I_726，2018.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

第 1 部門③

座長:関屋 英彦(東京都市大学)

2022年5月28日(土) 15:30 ～ 17:00 A会場 (オンライン)

[2A22-27-01] Region-wise ZIG-ZAG理論による異方性積層板の自由振動解析

*渡辺 力[1]、落合 楓[1] （1. 函館工業高等専門学校）

15:30 ～ 15:45

[2A22-27-02] セルフモニタリングベンダーエレメントの振動特性に及ぼす素子形状の影響

*荻野 俊寛[1]、西尾 伸也[2] （1. 秋田大学、2. 日本大学）

15:45 ～ 16:00

[2A22-27-03] 複数回走行時の車両振動データを用いた VBIシステム同定の適用性に関する数値的検討

*塚田 健人[1]、藤原 幸代[1]、秦 涼太[1]、山本 亨輔[1] （1. 筑波大学）

16:00 ～ 16:15

[2A22-27-04] 鉄道鋼橋桁で発生する高次部材振動におけるモード減衰比の同定

*元木 宏志朗[1]、松岡 弘大[2]、貝戸 清之[1]、櫛谷 拓馬[2]、小林 裕介[2] （1. 大阪大学大学院、2. 鉄道総合技術研究所）

16:15 ～ 16:30

[2A22-27-05] BWIMにおける動的応答のモデル化に関する基礎的検討

*丸山 晃平[1]、吉田 郁政[1]、関屋 英彦[1] （1. 東京都市大学）

16:30 ～ 16:45

[2A22-27-06] 鉛直地盤ばねによる直接基礎の浮き上がり効果と滑り現象の分析

*久保田 晃平[1]、山下 典彦[1]、宮脇 幸治郎[2] （1. 大阪産業大学、2. 元大阪府立工業高等専門学校）

16:45 ～ 17:00

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Region-wise ZIG-ZAG 理論による異方性積層板の自由振動解析

Free vibration analysis of anisotropic laminated plates by region-wise zig-zag theory

渡辺　力（函館高専）　　落合　楓（函館高専・専攻科）
Chikara WATANABE, National Institute of Technology, Hakodate College
Kaede OCHIAI, National Institute of Technology, Hakodate College
E-mail: cwatan@hakodate-ct.ac.jp

In this study, a free vibration analysis method for anisotropic laminated plates using the region-wise zig-zag theory has been proposed. This theory is a theory that combine improved zig-zag theory and layer-wise theory in order to apply it to structures reinforced with composite materials. By setting the region in the plate thickness direction, accurate natural frequencies can be calculated effectively not only for out-of-plane vibration modes but also for in-plane vibration modes. The accuracy of this theory for moderately thick plates is investigated, and the method using virtual lamina is applied to the region-wise zig-zag theory to verify the accuracy for thick plates.

1. まえがき

異方性積層板の自由振動の厳密解に関する研究は極めて少なく，Srinivas and Rao の研究においても固有振動数の計算結果や固有振動モードの分類方法について示されていない [1)]．著者らは，固有振動モードを卓越する変位成分の板厚方向の固有関数のモードから分類し，等方性平板における Srinivas らの分類と等価な面外振動モードと面内振動モードに分類する方法を提案している [2)]．異方性積層板では，板厚方向のモード形状が等方性平板に比べ極めて複雑となっている．

このことから，異方性積層板の自由振動解析に等価単層理論を適用する場合には，高次理論を用いても正確な固有振動数を計算することは困難となる．さらに，ZIG-ZAG 理論では，面外振動モード（逆対称モード）の精度を大きく改善できるが，面内振動モードの固有振動数の精度は等価単層理論と同じとなる．

本研究では，Region-wise ZIG-ZAG 理論 [3)] を用いた異方性積層板の自由振動解析法を提案する．この理論は，複合材料で補強された鋼やコンクリート構造に ZIG-ZAG 理論を適用するために，改良 ZIG-ZAG 理論と Layer-wise 理論を融合させたものである．この理論により，面外振動モードのみならず，面内振動モードに対しても効果的に正確な固有振動数を計算することができる．

本研究では，対称 4 層積層板と対称 6 層積層板を計算モデルとして，Region-wise ZIG-ZAG 理論の精度を検証する．まず，文献 2) の方法により中等厚板と厚板に対してモード分類を行い，モード毎に固有振動数の厳密解を求める．この厳密解を基に，中等厚板に対する精度と領域の採り方の影響を調べる．さらに，仮想ラミナを用いる Region-wise ZIG-ZAG 理論 [4)] を厚板に適用して，厚板での精度と仮想ラミナの効果を検証する．

2. Region-wise ZIG-ZAG 理論による自由振動解析

2.1 変位場

Region-wise ZIG-ZAG 理論では，積層構造を板厚方向に N_R 個の領域に分け，領域 r 第 k 層の変位を次式で与える．

$$
\begin{aligned}
u^{r(k)} &= f_0^r\, u_r + f_1^r\, u_{r+1} + \sum_{s=1}^{p_u^r} \phi_{us}^{r(k)}\, u_s^r \\
v^{r(k)} &= f_0^r\, v_r + f_1^r\, v_{r+1} + \sum_{s=1}^{p_v^r} \phi_{vs}^{r(k)}\, v_s^r \\
w^{r(k)} &= f_0^r\, w_r + f_1^r\, w_{r+1} + \sum_{s=1}^{p_w^r} \phi_{ws}^{r(k)}\, w_s^r
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

ここに，式 (1) の右辺第 1 項と第 2 項が領域境界変位の項で，第 3 項が領域内部変位の項である．領域内部変位の項において，s=1 の場合が ZIG-ZAG 項で，$\phi_{u1}^{r(k)}, \phi_{v1}^{r(k)}, \phi_{w1}^{r(k)}$ が領域 ZIG-ZAG 関数，u_1^r, v_1^r, w_1^r が領域 ZIG-ZAG 変位である．

2.2 領域 r の固有方程式

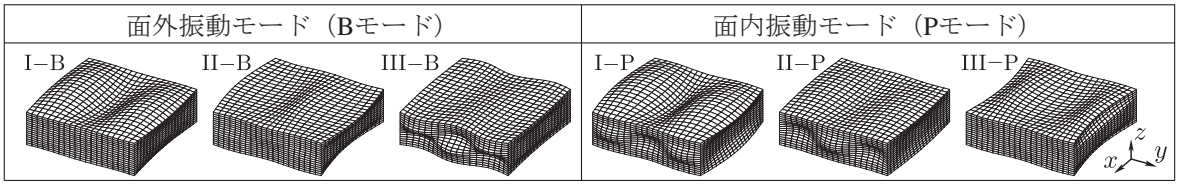
Hamilton の原理から運動方程式を求め，式 (1) の変位成分を周辺単純支持の境界条件を満足する二重フーリエ級数で仮定し，任意の (m, n) 項に対する領域 r の固有方程式が得られる．

$$
\left[\sum_{k=1}^{N_r} \boldsymbol{S}_{mn}^{r(k)} \right] \boldsymbol{F}_{mn}^r = p^2 \left[\boldsymbol{M}_{mn}^r \right] \boldsymbol{F}_{mn}^r \quad (\text{for } m, n) \qquad (2)
$$

ここに，$\boldsymbol{S}_{mn}^{r(k)}$ は領域 r 第 k 層の剛性行列で，$\boldsymbol{M}_{mn}^r$ は領域 r の質量行列，$\boldsymbol{F}_{mn}^r$ は未知フーリエ係数ベクトル，p は固有円振動数である．式 (2) を全領域に組み立てて，構造全体の固有方程式を求める．

また，固有円振動数 p の計算結果は無次元振動数 $\lambda = p\,h\sqrt{\rho/E_2}$ を用いて表す．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



図−1 対称 4 層積層板 [0/90°/90°/0] の固有振動モード（h/b=3/10，(1,3) 波形）

表−1 対称 4 層積層板 [0/90°/90°/0] の固有振動数の誤差（領域数 N_R=4，h/b=3/10）　(%)

Mode	$\overline{N}_r$	次数 $p=1$									次数 $p=2$								
		(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(3,1)	(3,2)	(3,3)
I−B	3	0.35	0.58	0.74	1.02	0.89	0.89	1.69	1.46	1.30	0.221	0.375	0.498	0.969	0.772	0.715	1.663	1.405	1.206
	10	0.13	0.17	0.33	0.85	0.60	0.55	1.55	1.25	1.03	0.104	0.113	0.159	0.565	0.398	0.323	0.958	0.781	0.633
	20	0.11	0.14	0.30	0.83	0.58	0.52	1.54	1.23	1.01	0.043	0.050	0.089	0.239	0.170	0.152	0.409	0.334	0.280
	50	0.10	0.13	0.29	0.83	0.57	0.51	1.53	1.23	1.00	0.009	0.025	0.063	0.055	0.046	0.066	0.114	0.096	0.097
III−B	3	1.38	1.28	1.17	4.48	4.29	4.01	5.63	5.45	5.18	0.212	0.199	0.193	0.547	0.519	0.479	1.012	0.966	0.903
	10	0.35	0.33	0.30	2.12	2.05	1.94	3.44	3.36	3.25	0.068	0.065	0.066	0.334	0.317	0.292	0.551	0.526	0.489
	20	0.27	0.26	0.24	1.96	1.89	1.79	3.28	3.21	3.11	0.042	0.040	0.040	0.261	0.247	0.227	0.368	0.348	0.319
	50	0.25	0.24	0.22	1.91	1.84	1.75	3.24	3.17	3.07	0.033	0.032	0.031	0.223	0.211	0.194	0.273	0.257	0.231
I−P	3	0.82	0.95	0.68	0.95	0.93	0.85	1.06	0.82	0.87	0.077	0.288	0.170	0.164	0.284	0.301	0.356	0.301	0.390
	10	0.29	0.33	0.34	0.46	0.31	0.24	0.68	0.28	0.36	0.035	0.113	0.065	0.086	0.117	0.104	0.198	0.134	0.158
	20	0.25	0.28	0.32	0.42	0.27	0.20	0.66	0.24	0.32	0.016	0.051	0.033	0.038	0.054	0.053	0.087	0.059	0.078
	50	0.24	0.27	0.31	0.41	0.26	0.18	0.65	0.23	0.31	0.005	0.021	0.017	0.011	0.021	0.033	0.024	0.021	0.041
III−P	3	1.7	14.9	0.9	1.4	27.2	18.3	1.3	12.5	18.2	1.49	11.69	0.35	1.38	11.03	13.40	1.28	11.09	11.41
	10	1.6	13.8	0.2	1.3	12.9	18.1	1.2	12.5	18.0	0.90	7.89	0.13	0.90	7.06	8.67	0.83	7.13	8.40
	20	1.6	13.8	0.2	1.3	12.9	18.1	1.2	12.5	18.0	0.41	3.49	0.06	0.42	3.15	4.25	0.39	3.32	4.12
	50	1.6	13.8	0.2	1.3	12.9	18.1	1.2	12.5	18.0	0.09	1.03	0.04	0.09	0.87	1.55	0.09	0.97	1.49

3. 仮想ラミナの効果と固有振動数の精度

Region-wise ZIG-ZAG 理論では，領域内の層数 N_r=1 の場合に，領域内に $\overline{N}_r$ 個の仮想的な数学層（仮想ラミナ）を設けて精度を改善させることができる [4]．

本研究では，異方性積層板の固有振動モードを図−1 に示すように面外振動モード（I−B, II−B, III−B）と面内振動モード（I−P, II−P, III−P）に分類する．表−1 は，板厚比 h/b=3/10 の対称 4 層積層板に対する Region-wise ZIG-ZAG 理論による固有振動数の厳密解に対する誤差（%）を示したものである．領域数は N_R=4 として，各層を一つの領域として設定している（N_r=1）．次数は p=1 および p=2 とし，仮想ラミナ数 $\overline{N}_r$ は各領域で $\overline{N}_r$=3∼50 まで採っている．

まず，次数 p=1 においても，領域数 N_R=4 としているので誤差は小さくなっているが，仮想ラミナ数を増加させると，どのモードにおいても全ての波形で僅かに精度が改善されている．特に III−P モードでは，$\overline{N}_r$=3 のときに 1∼27%程度の大きな誤差が生じているが，$\overline{N}_r$ を増加させても (2,2) 波形を除き改善効果は僅かである．

一方，次数 p=2 では，誤差がさらに小さくなっているが，仮想ラミナ数を増加させるとどのモードにおいても全ての波形で精度が改善されている．特に，高次の面内振動モード III−P では，$\overline{N}_r$=3 のときに 1∼13%程度の大きな誤差が生じているが，仮想ラミナ数を増加させると誤差が大きく減少し，$\overline{N}_r$=50 では 0.1∼1.5%程度にまで改善されている．その他のモードでも，仮想ラミナ数に $\overline{N}_r$=10 を用いれば，全ての波形で誤差は 1%以下となっている．なお，式 (1) から分かるように，仮想ラミナ数を増加させても未知自由度数は増加しない．

4. あとがき

異方性積層板の自由振動解析においても仮想ラミナを用いる方法が有効で，仮想ラミナ数を増加させることで固有振動数の精度が改善される．特に，仮想ラミナの効果は．高次の振動モードで効果が大きい．仮想ラミナを用いる Region-wise ZIG-ZAG 理論により，厚板に対しても効果的に高精度の固有振動数を計算できる．

参考文献

1) Srinivas, S. and Rao, A.K. : Bending, vibration and buckling of simply supported thick orthotropic rectangular plates and laminates, *Int.J. Solids Struct.*, Vol.6, pp.1463–1481, 1970.
2) 渡辺　力，金浜瞳也，佐々木恵一：異方性積層板の自由振動解析における厳密解の導出と改良 ZIG-ZAG 理論の精度検証, 構造工学論文集, Vol.66A, pp.187-200, 2020.
3) 渡辺　力：複合材料ならびに等方性材料からなる積層構造のための Region-wise ZIG-ZAG 理論の開発，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.76, No.1, pp.58-74, 2020.
4) 渡辺　力, 佐野凌希：Region-wise ZIG-ZAG 理論による異方性積層板の厚板解析への仮想ラミナの適用, 土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.77，No.2（応用力学論文集 Vol.24）, I_251-I_262, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

セルフモニタリングベンダーエレメントの振動特性に及ぼす素子形状の影響
Effect of Element Geometry on Vibration Characteristics of Self-Monitoring Bender Element

荻野　俊寛（秋田大・理工）　西尾　伸也（日大・生産工）
Toshihiro OGINO, Akita University
Shinya NISHIO, Nihon University
E-mail: ogino@gipc.akita-u.ac.jp

Vibration characteristics of self-monitoring bender elements with different geometries have been estimated to reveal actual transmitter behavior in bender element tests. Multi modal frequency responses have been experimentally identified on the entire surface by using a laser displacement sensor. The responses of self-monitoring bender elements for sine input of 20kHz, which is often employed for actual tests, have been reconstructed. The reconstructed responses for the same input have been differed because the natural frequencies for each element vary considerably depending on its geometry.

１．はじめに

ベンダーエレメント(BE)法による土供試体の S 波速度測定は，受信波の立ち上がり点やピーク点が必ずしも波の到達時刻と一致せず，適切な伝播時間の決定が困難な場合がある。近年の研究によってその原因のひとつが BE 自身の振動特性にあることがわかってきた[1]。本報告は実際の BE の振動特性を明らかにするため，寸法の異なるいくつかのセルフモニタリング BE の振動をレーザー変位計によって直接計測し，振動特性に及ぼす寸法の影響について検討している。

２．実験

レーザー変位計を用いて寸法およびモニタリング部のレイアウトが異なる 3 種類のセルフモニタリング BE の振動特性を大気中で直接測定した。実験に用いた BE および試験装置の概略を図-1 に示す。モニタリング部は自身の変形によって発生する電圧をフィードバックする。周囲から絶縁されており，電圧を印加しても伸縮運動を発生しない。

実験では底部を剛に固定した BE に入力波 $x(t)$としてスイープ波を入力し振動させ，レーザー変位計によってその変位応答 $y(t)$を計測した。レーザー変位計のヘッドは微動台上に固定されており，0.5mm ずつ移動させながら測定を繰返し，BE の振動を面的に計測した。

３．測定されたベンダーエレメントの振動特性

実験から，各 BE について，計測点と等しい数の周波数応答関数 $H_{yx}(f)$が得られる。このうち，先端部の $H_{yx}(f)$のスペクトルを図-2 に示す。素子 A の振幅スペクトルは 4kHz 周辺および 25kHz 周辺に二つの固有振動数を持ち，近傍でπの位相変化が見られることから，少なくとも 2 つの固有振動数を持つ減衰振動を示すことがわかる。また，素子 A よりも素子長が短い素子 B，素子 C では固有振動数は高周波側に大きく移動しており，35kHz および 55kHz 付近にピークが確認できる。素子 B の位相変化は基本的に素子 A と類似しており，2 次の固有振動数で中央部が左右端と逆位相になっている。一方，素子 C ではこれに加えて 40kHz(2' 次)付近でも位相のずれが確認できる。

観測された周波数応答関数から，任意の入力 $x(t)$に対する各観測点での応答 $y(t)$は式(1)によって計算することができる[2]。

$$Y(f) = H_{yx}(f)X(f) \tag{1}$$

ここに，$X(f)$，$Y(f)$はそれぞれ，$x(t)$，$y(t)$のフーリエ変換である。$X(f)$として，実際の BE 試験でよく用いられる振動数 f_i=20kHz の 1 波長の sin 波を入力した場合の BE の変形を可視化し，図-3～図-5 に示した。素子 A の場合，両端部の振幅が中央部よりも大きく，中心線を対称とした幅方向の振動が卓越している。一方，素子 B，C ではこのような振動は見られず，片持ち板の単純曲げ振動となっている。入力波の振動数 20kHz は素子 A の 2 次，素子 B，C の 1 次

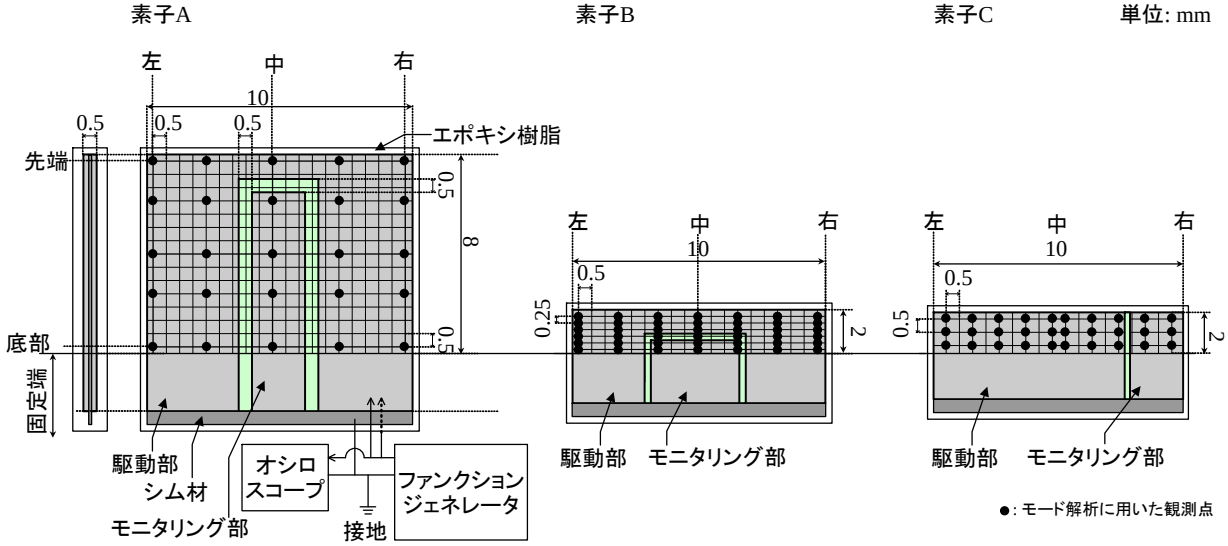


Fig. 1 Schematic diagram of bender element.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

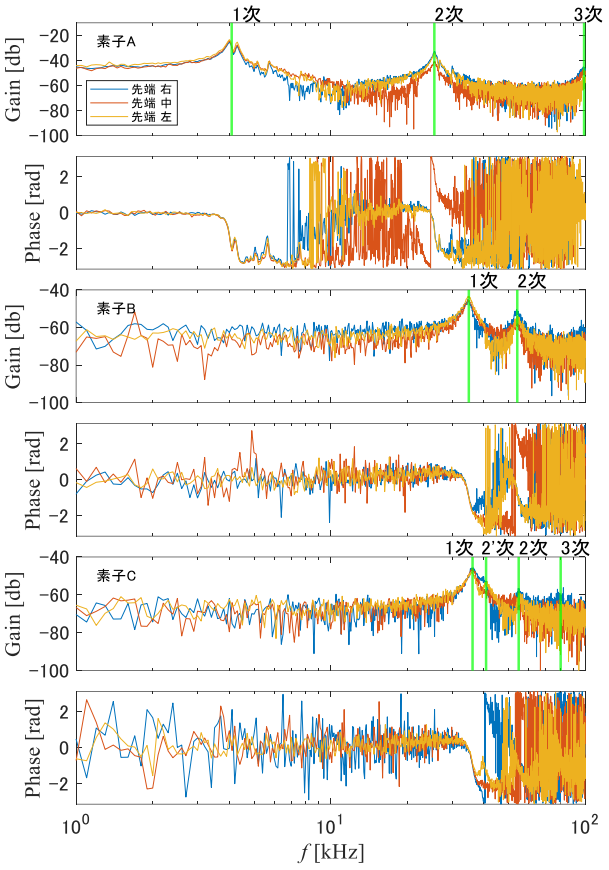


Fig. 2 Frequency responses observed at the tips of BEs.

の固有振動数に近いことから，それぞれの固有振動モードが現れたものと考えられる。また，素子 C では左右の変位が異なっており，位相差が認められる。これは図 2 の 2'次の固有振動モードによるものと考えられる。BE 試験では長さ方向の曲げ振動(1 次モード)によって S 波を生成する前提であるため，2 次および 2'次モードの振動は受信波を乱す原因となっている可能性がある。

4．まとめ

本報告から得られた知見は以下の通りである。

- 1 次の固有振動モード形状は片持ち板の単純曲げであるが，2 次の固有振動モードでは幅方向の曲げ振動が卓越する。
- BE の固有振動数は形状に影響を受け，4kHz～55kHz の範囲に確認された。従来，BE の挙動は 1 次モードが想定されているが，実際の試験でよく用いられる 20kHz の sin 波で BE を駆動する場合，これを満たすためには素子長を 2mm 程度にする必要がある。

謝辞：本研究の実施にあたり科研費(18K04342)の助成を受けた。ここに記して謝意を表す。

参考文献

1) Irfan, M., Cascante, G., Basu, D., and Khan, Z.: Novel evaluation of bender element transmitter response in transparent soil, Géotechnique, 70(3), pp. 187-198, 2020.
2) Ogino, T., Mitachi, T., Chan, K. H., Oikawa, H., and Tsushima, M.: A method for received waveform reconstruction based on bender element test using frequency-swept signal. Soils and foundations, 48(2), 287-295, 2008.

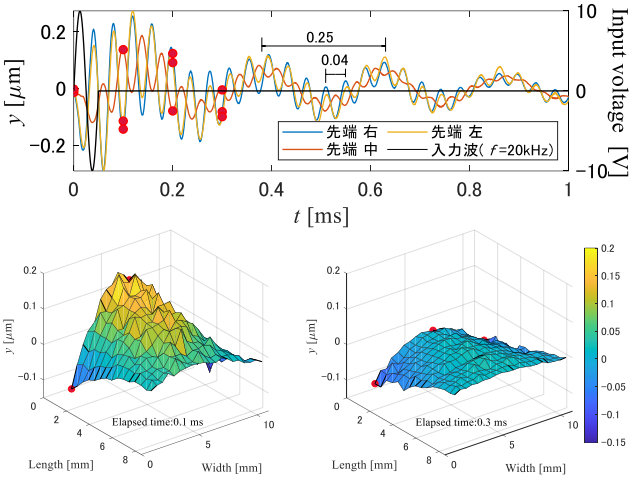


Fig. 3 Response of BE(A) reconstructed by Eq. (1) for one cycle sine input (f_i = 20 kHz). The right edges in the foreground correspond to the fixed bottom in Fig. 1.

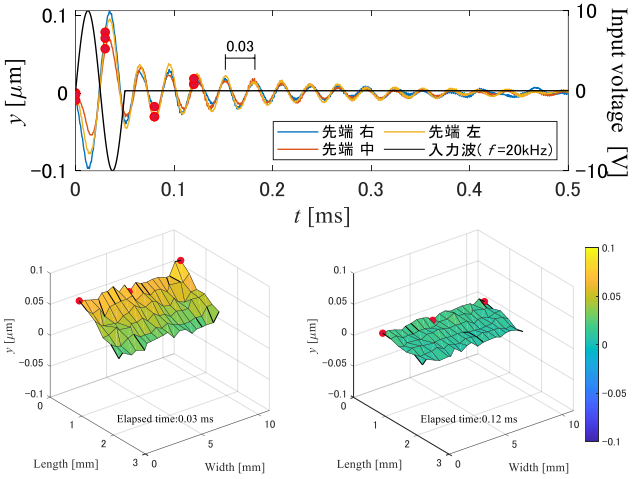


Fig. 4 Response of BE(B) reconstructed by Eq. (1) for one cycle sine input (f_i = 20 kHz). The right edges in the foreground correspond to the fixed bottom in Fig. 1.

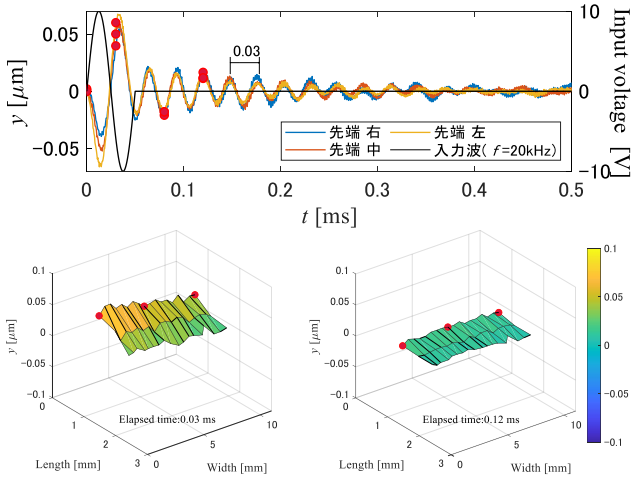


Fig. 5 Response of BE(C) reconstructed by Eq. (1) for one cycle sine input (f_i = 20 kHz). The right edges in the foreground correspond to the fixed bottom in Fig. 1.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

複数回走行時の車両振動データを用いた VBI システム同定の適用性に関する数値的検討

A Numerical Study on the Applicability of VBI system Identification Using Vehicle Vibration Data from Multiple runs

塚田　健人（筑波大・理）　藤原　幸代（筑波大・工）　秦　涼太（筑波大・理）　山本　亨輔（筑波大・工）
Kento Tsukada, Tsukuba University
Sachiyo Fujiwara, Tsukuba University
Ryota Shin, Tsukuba University
Kyosuke Yamamoto, Tsukuba University
E-mail: s2120873@u.tsukuba.ac.jp

Securing engineers and budgets is a challenge for local governments to sustainably maintain and manage infrastructure. One method for efficiently inspecting infrastructure is the simultaneous inspection of vehicle, bridge, and road surfaces. Previous studies on this method have proposed various methods for estimating road surface irregularities and bridge feature from vehicle vibration data. However, in the presence of noise, the estimation accuracy of the mechanical parameters is low. Therefore, in this study, we attempt to improve the estimation accuracy against noise by estimating mechanical parameters using vehicle vibration data from multiple runs of a single vehicle. The results obtained showed that the use of multiple run data did not improve the results. On the other hand, averaging of vehicle vibration data can show good results.

１．はじめに

インフラ構造物を持続的に維持管理していく上で，技術者と予算の確保が地方自治体の課題となっている．そこで，少ない人員と限られた予算で，インフラを効率よく点検できる技術が求められている．

その一つとして，車両・橋梁・路面の同時点検技術が期待できる．本手法は，車両に加速度センサを設置し，得られた振動から車両と橋梁の力学的パラメータ（質量・減衰・剛性）と路面凹凸を同時に推定する．車両を走行させるだけで，車両・橋梁・路面の状態を定量的に評価できるので，維持管理効率の改善が期待できる．

既に，車両振動データから，路面凹凸や橋梁の特徴量を推定する方法が多く提案されている．たとえば，長山ら [1] は，カルマンフィルタを用いて，車両振動から車両の力学的パラメータと路面縦断形状を同時推定する手法を提案している．また，村上ら [2),3)] は，長山らの手法を拡張し，車両だけでなく橋梁の力学的パラメータの推定にも成功している．村上法では，先ず，車両・橋梁の力学的パラメータをランダムに仮定する．ランダム仮定したパラメータと車両振動の計測データを VBI（Vehicle-Bridge Interaction：車両-橋梁相互作用）システムの運動方程式に代入すれば，前輪と後輪に入力された路面凹凸がそれぞれ推定できる．空間同期すると，両者は本来，一致するはずなので，その差を最小化するように仮定パラメータを更新すれば良い．このような手法を VBISI（VBI System Identification：VBI システム同定）法と呼ぶ．村上らは，数値的に車両振動データを再現し，VBISI 法が車両・橋梁・路面の同定に有効であることを示した．但し，車両振動に観測ノイズが含まれる場合，推定精度が大きく低下する．

井上ら [4)] は，この VBISI 技術を用いて，エンジン振動など外乱の影響を考慮したモデルを構築し，計測ノイズが各パラメータ推定値に与える影響を求め，目的関数の形状を明らかにした．その結果，観測点数を増やすことで推定精度が改善すると共に，エンジン振動を推定できることを示した．さらに，秦ら [5)] は，入力推定プロセスにカルマンフィルタを用いてロバスト性を高めつつ，パラメータ更新に効率の良い Adaptive Nelder-Mead 法を用いた VBISI 法を提案している．ノイズ無しであれば，本手法の推定値はほぼ正解値に一致することを確認した．但し，ノイズを考慮すると推定精度は低下することも併せて確認された．実計測においては，様々なノイズが含まれると考えられ，よりロバストなモデルを構築する必要がある．

そこで，複数回走行時の車両振動データに対して車両・橋梁・路面を推定するアルゴリズムを新たに提案し，精度改善効果を検証する．用いる計測データは数値シミュレーションによって生成する．

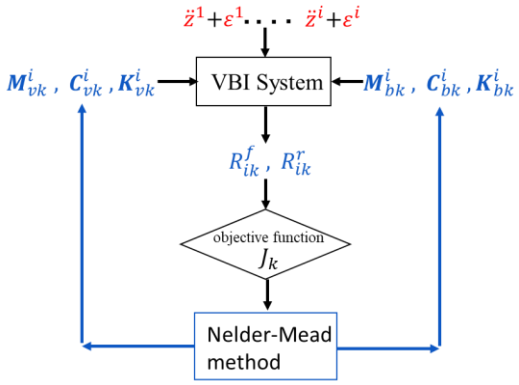


Fig. 1 Parameter identification flow in this research

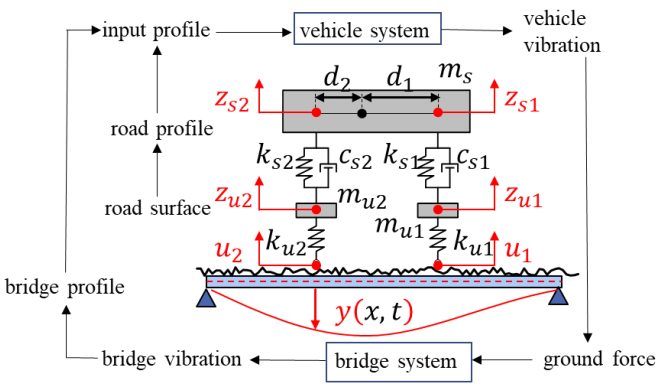
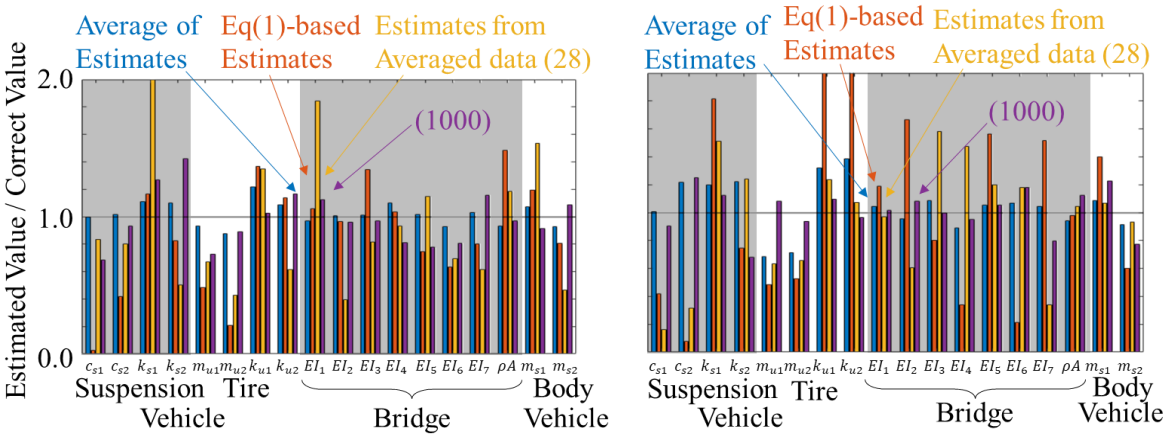


Fig. 2 Vehicle-Bridge interaction system

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a)15%NOISE　　(b)35%NOISE

Fig. 3 Comparison of estimated parameters for vehicle and bridges

2．提案手法

計測データとして 1 台の車両が 28 回走行した時の車両加速度振動が得られたものとする．車両振動データとランダム仮定した車両・橋梁パラメータを VBI システムに代入すると，路面プロファイルが求められる．前輪と後輪それぞれで路面プロファイルを位置同期する．本検討では，28 回分の前輪と後輪，計 56 種類の路面凹凸が得られる．車両が同じ路面凹凸上を走行していると仮定し，計 56 種類の路面凹凸の二乗誤差を最小化するようにランダム仮定したパラメータを更新していく．パラメータ更新は Nelder-Mead[7]法を用いて，十分に収束した時の値を車両と橋梁の力学的パラメータ推定値とする（Fig. 2）．計 56 個の路面凹凸と平均差をとり，その総和を目的関数として，1 つに集約し，パラメータを更新する．以下に目的関数を示す．

$$J_k = \sum_i \left\{ \left(R_{ik}^f - \bar{R}\right)^2 + \left(R_{ik}^r - \bar{R}\right)^2 \right\} \qquad (1)$$

ここでkはパラメータの組み合わせ番号，iは走行回，上添字のfは前輪，rは後輪を表す．$\bar{R}$は平均値である．

なお，比較のため，先ず 28 回分の車両振動データを平均化し，1 つの車両振動データとして，VBISI 法を適用してパラメータ推定した結果も併せて示す．

車両モデルは，ハーフカーモデルを採用し，橋梁を十分に加振できるよう 18t トラックを想定した．橋梁は 1 次元オイラー・ベルヌーイ梁とした（Fig. 2）．計測ノイズは，エンジン振動等を想定して，RMS 値が観測データ比 15%および 35%となる白色ガウスノイズを用いた．

3．結果と考察

VBISI 法の適用結果を Fig. 3 に示す．パラメータ推定を 28 回行い，平均をとったもの（青色の棒グラフ，従来の方法に相当する），28 回の走行時車両振動データに式(1)を用いてパラメータ推定を行ったもの（赤色の棒グラフ，本研究の提案手法），VBI システムに入力する前に 28 回の車両振動データを平均化し，パラメータ推定を行ったもの（黄色の棒グラフ），同様に 1000 回の車両振動データを平均化して推定したもの（紫色の棒グラフ）をそれぞれ表す．

Fig. 3 より，28 回の走行データを用いた今回の手法による改善は見られなかった．これは，28 個の車両振動データから，路面凹凸を推定し，1 つの目的関数としているため，Nelder-Mead 法による更新がどの車両振動データに対しても良い値を探しきれず，探索を終了したためだと考えられる．また，車両振動データの平均化は，1000 回の走行データを用いれば，推定精度の改善は見られる．これは，白色ガウスノイズが平均ゼロという性質を持っているためで，実環境では必ずしも同様の結果が得られるとは限らない．

4．まとめと今後の課題

本研究では，複数回走行時の車両振動データに対応した推定アルゴリズムを提案し，推定精度の改善効果を数値実験によって検証した．Nelder-Mead 法により，車両・橋梁パラメータを同定した結果，全体として推定精度の改善効果は得られなかった．一方，車両振動データの平均化は良好な結果を示し得ることが分かったが，ノイズ特性に依存すると考えられ，今後も検討が必要である．ノイズに対する頑健性のあるモデルは，社会実装する上では必要不可欠となるため，継続して今後の技術的課題となる．

参考文献

1) 長山智則，趙博宇，薛凱：走行時の車体振動を利用したハーフカーモデルの同定と路面縦断形状の推定，土木学会論文集 E1, 75(1), pp.1-16, 2019
2) 村上翔：粒子群最適化に基づく複数車両の振動データを用いた車両・橋梁・路面のパラメータ同定，筑波大学，卒業論文，2019
3) 村上翔：車両振動へのカルマンフィルタ適用による VBI システム同定の可能性に関する数値的検討，筑波大学，修士論文，2021
4) 井上潤：移動センシングを用いたシステム同定において計測ノイズが各パラメータの推定精度に及ぼす影響の数値的検討，筑波大学，修士論文，2021
5) 秦涼太，岡田幸彦，山本亨輔：移動センシングを用いたシステム同定におけるパラメータ推定精度の数値的検討，構造工学論文集 Vol. 68A, 2022
6) Kalaman, R. E. :A new approach to linear filtering and prediction problem. Journal of basic Engineering, Vol.82, No.1, pp.35-45, 1960
7) Nelder, J. A., & Mead, R. :A simplex method for function minimization. The computer journal, 7(4), 308-313,1965.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

鉄道鋼橋桁で発生する高次部材振動におけるモード減衰比の同定
Identification of mode damping ratio in high-order local member vibration generated in a steel railway bridge girder

元木　宏志朗（大阪大学）　　松岡　弘大（鉄道総研）　　貝戸 清之（大阪大学）
櫛谷拓馬（鉄道総研）　　小林裕介（鉄道総研）
Koshiro MOTOKI, Osaka University
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
Kiyoyuki KAITO, Osaka University
Takuma KUSHIYA, Railway Technical Research Institute
Yusuke KOBAYASHI, Railway Technical Research Institute
E-mail: k.motoki@civil.eng.osaka-u.ac.jp

The reciprocity theorem and multipoint hammering test can reveal the steel bridge member high-order local vibration modes over 100 Hz. However, modal damping ratio could not identify by existing method. This study proposed a method using the multipoint hammering and ERA and the experimental results clarified the modal damping ratios for high-order vibration modes of an actual steel bridge member.

１．はじめに

鉄道橋の振動問題の多くは列車通過時に生じる．特に鉄道橋上にレール継目が存在する場合には，レール継目通過時に生じる衝撃力が鉄道橋に作用し，100Hz を超えるような高周波の振動および応力が生じる場合も報告されている．このような観点から，高周波振動に寄与する高次部材振動モードの同定と疲労との関係が議論されているが，特に高次部材振動モードのモード減衰比についてはほとんど未解明となっている [1]．これまで，数値解析などで慣例的に用いられてきた Rayleigh 減衰の場合，高周波のモード減衰比が高く設定される場合が多いが，実構造物も同様の傾向を示すかは未解明である．100Hz を超えるような高周波振動に寄与する高次部材振動モードの減衰比によっては，列車通過時の応力変動の繰り返し回数が多くなることが想定されるため，累積疲労への影響が懸念される．このような観点から，本研究ではこれまで実証事例が少ない鋼橋の高次部材振動モードのモード減衰比を同定する方法論の構築を主目的とする．

100Hz を超えるような高周波領域の振動モードは，一般的に複雑な振動モード形を有するため，その同定には膨大な数の計測点が必要とされる．これに対して，近年，相反定理を用いて，計測点を増やす代わりにインパルスハンマを各点で加振する手法 [2]が開発されている．既存手法では相反定理により得られる伝達関数のピークから高次部材振動モードの固有振動数および振動モード形を同定するが，伝達関数に基づく手法では，計測位置によりピーク振動数が異なる場合に，モード減衰比の同定が困難となる．

以上を踏まえ，本研究では，既存の多点加振と相反定理によるモード同定法を改良し，固有振動数と振動モード形に加え，モード減衰比の同定を可能とする．具体的には，相反定理により得られる各加振点での伝達関数を逆フーリエ変換により時間領域に再変換し，模擬的に多点計測された自由振動を生成する．これらを入力として Eigensystem Realization Algorithm（ERA）法 [3]により，モード減衰比を含めた高次部材振動モードの振動特性を同定する．また，本研究では提案手法を実際の鋼鉄道橋ウェブ部材に適用するとともに，既存手法により得られる高次部材振動モードの同定結果と比較することで，提案手法の精度と有効性について検証した．その上で，提案手法により得られた対象橋梁の高次部材振動モードの減衰比の傾向を分析した．

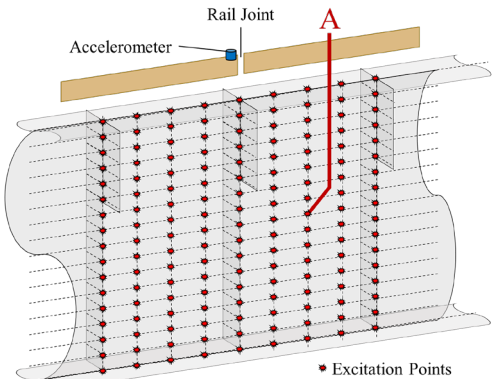


Fig. 1 Excitation and measurement points arrangement.

２．計測手法

本研究では，レール継目を有する支間長約 10m，桁高 1.5m の上路鋼鈑桁を対象とした．600mm 間隔の補剛材で区切られた領域のうち，レール継目直下の補鋼材を挟む 2 パネルのウェブ部材を対象に多点加振による加振力と加速度の計測を実施した．Fig. 1 にウェブ部材の加振点および加速度計の測定点の配置を示す．

加振力スペクトル$F_m(\omega)$を加速度スペクトル$A_l(\omega)$で除した伝達関数アクセレランス$G_{lm}(\omega)$は，式(1)で表せる．

$$G_{lm}(\omega)=\frac{A_l(\omega)}{F_m(\omega)}=\sum_{r=1}^{N}\frac{-\omega^2\cdot\Phi_{lr}\Phi_{mr}}{\omega_r^2-\omega^2+i\cdot 2\zeta_r\omega_r\omega} \quad (1)$$

ζ_rおよびω_rはそれぞれr次のモード減衰比と固有円振動数，iは虚数単位，Φ_{lr}はモードベクトルを並べたモード行列$\boldsymbol{\Phi}=[\boldsymbol{\varphi}_1,\boldsymbol{\varphi}_2,\cdots,\boldsymbol{\varphi}_r,\cdots,\boldsymbol{\varphi}_N]$の$(l,r)$成分，$N$は最大モード次数を表す．相反定理により伝達関数に式(2)が成り立てば，多点加振単点計測を単点加振多点計測に変換できる．

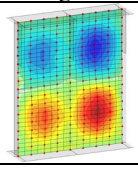
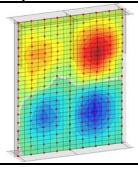
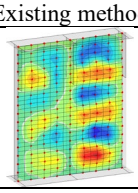
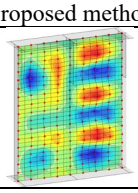
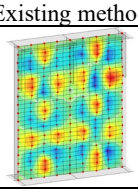
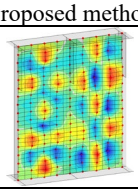
$$G_{lm}(\omega)=G_{ml}(\omega) \quad (2)$$

これにより，レール継目位置の加速度を計測し，ウェブの縦 17 点×横 9 点，計 153 点をインパルスハンマで加振し，模擬的にレール継目加振時のウェブの多点アレイ計測を再現した．既存手法は，これらの伝達関数の包絡線ピークを読み取り，固有振動数と振動モード形を同定する．

本研究では，モード減衰比を同定するため，Eigensystem Realization Algorithm（ERA）法を活用する．ただし，ERA 法は入力として多点計測された自由振動が必要である．こ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1 Identification results of three example modes

Mode: Web vertical 2nd & horizontal 1st per a panel	
Existing method	Proposed method
	
Frequency:144 Hz	Frequency:144.9 Hz
Damping Ratio: -	Damping Ratio: 1.78 %
Mode: Web vertical 6th & horizontal 1st on a panel	
Existing method	Proposed method
	
Frequency:523 Hz	ERA Frequency: 522.4 Hz
Damping Ratio: -	Damping Ratio: 0.63 %
Mode: Web vertical 5th & horizontal 3st per a panel	
Existing method	Proposed method
	
Frequency:1022 Hz	Frequency: 1025.1 Hz
Damping Ratio: -	Damping Ratio: 0.07 %

こで，相反定理により得られた伝達関数$G_{ml}(\omega)$の逆フーリエ変換が単位加振力作用時の各点での自由振動となることを利用する．すなわち，多点加振により得られた伝達関数の逆フーリエ変換により，模擬的に多点計測された自由振動を生成し，ERA 法の適用を可能とする．本研究では，相反定理により求めた 153 点の伝達関数を逆フーリエ変換し，ERA 法を適用した．

Fig. 2 に得られた伝達関数の例として，Fig. 1 の点 A を加振した際のレール継目部の加速度から算出した伝達関数を示す．Fig. 3 にこの伝達関数を逆フーリエ変換して算出した自由振動波形の例を示す．この処理を 153 点の加振で得られたすべての伝達関数に適用し，ERA 法により固有振動数，振動モード形，およびモード減衰比を同定した．なお，インパルスハンマの加振力スペクトルは，2kHz までで十分な加振力（最大値の 1/10 以上）を有することを確認している．

３．モード同定結果

Table 1 に既存手法および提案手法により同定した固有振動数と振動モード形の例を示す．振動モード形の振幅はコンター（緑を 0，赤と青が正と負最大）により示す．100Hz 以上の 3 つの振動モードの固有振動数および振動モード形は，いずれも両手法で良好に一致する．したがって，自由振動の生成に相反定理で得られた伝達関数の逆フーリエ変換を利用でき，提案手法は少なくとも既存手法と同等の精度を有することを確認できる．提案手法では上記の固有振動数と振動モード形に加え，モード減衰比を同定できる利点を有する．Table 1 に 3 つの振動モードのモード減衰比を示すが，いずれも設計で利用される 2%を下回る．モード減

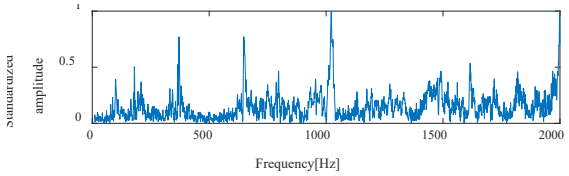


Fig. 2 Measured transfer function spectrum.

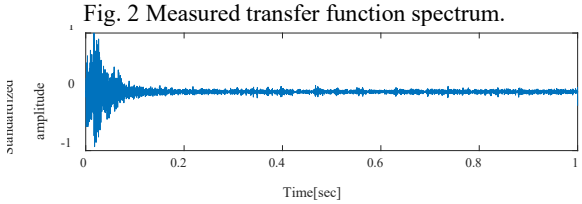


Fig. 3 Produced free vibration response by inverse Fourier transformation of transfer function.

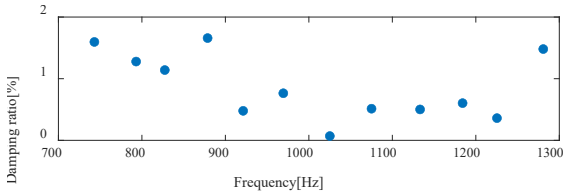


Fig. 4 Relation between damping ratio and frequency.

衰比の傾向を把握するため，700～1300Hz で同定された振動モードのモード減衰比と固有振動数の関係を分析した．

Fig. 4 に提案手法で同定した固有振動数とモード減衰比の関係を示す．なお，ここでは同定結果の信頼性の観点から，可観測性に関する MAC 値が 0.95 以上のモードのみを示す．少なくとも，対象橋梁のモード減衰比は，Rayleigh 減衰のように高周波数帯で増大することはなく，900Hz を超える振動数帯の振動モードではモード減衰比が 1%を下回る場合も存在することを確認できる．

４．まとめ

本研究で得られた知見を以下に示す．

- 多点加振と相反定理を利用し，伝達関数の逆フーリエ変換に介して多点計測された自由振動を生成し，これらを入力とした ERA 法により，高次振動モードのモード減衰比を含む振動特性同定法を提案した．
- 実鋼橋のウェブ部材に提案手法を適用した結果，提案手法は高次部材振動モードの複雑な振動モード形を既存手法と同様の精度で同定できることに加え，モード減衰比を同定可能であることを示した．
- 提案手法により同定された対象鋼橋ウェブのモード減衰比は高周波ほど小さくなる傾向を示し，900Hz を超えると 1%以下となる場合も存在した．

参考文献

1) 金島篤希，井上太郎，蒲原浩平，松岡弘大，小林裕介：レール継目の衝撃が上路鈑桁の補剛材上下端の応力性状に及ぼす影響，構造工学論文集，Vol. A67, pp. 566-577, 2021.
2) 櫛谷拓馬ほか：多点加振と相反定理に基づく鋼鉄道 I 桁橋の高次部材振動モードの同定，鉄道工学シンポジウム論文集，Vol.25，pp.53-60，2021.
3) Juang, J. N. and Pappa, R. S. : An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and model reduction, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 8, No. 5, pp. 620-627, 1985.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

BWIM における動的応答のモデル化に関する基礎的検討
Basic Study on Modeling of Dynamic Response in BWIM

丸山　晃平（東京都市大・総合理工）　吉田　郁政（東京都市大・都市工学）　関屋　英彦（東京都市大・都市工学）
Kohei MARUYAMA, Tokyo City University
Ikumasa YOSHIDA, Tokyo City University
Hidehiko SEKIYA, Tokyo City University
E-mail: tmk02810281@gmail.com

This paper studies the modeling of dynamic response for an efficient bridge weigh-in-motion (BWIM). Rather than modeling the dynamic response directly, this study considers it as noise with autocorrelation or remove it by filtering. In the former case, the dynamic response is considered in the form of a covariance matrix of observation noise, composed of the residuals of the measured and calculated responses, in a Bayesian framework. In the latter case, the dynamic component is simply removed from the response by high-cut filter considering the natural frequency of a bridge. The accuracy of them are compared with synthesized response data of a hypothetical bridge.

１．はじめに

車両走行による繰り返し応力によって発生する疲労は鋼橋の損傷原因となっている．走行車両の車軸重量（以下，軸重とする）把握は橋梁損傷のための基本的データとなる．BWIM (Bridge Weigh-in-Motion) は Moses によって提唱された軸重推定手法 [1]であり，多くの研究が行われてきた．BWIM は橋梁をはかりとみなして，橋梁のひずみや変位の応答から軸重を逆解析する手法であり，交通流を妨げることなく，計測できるという利点がある．Moses の手法は影響線の足し合わせに基づく典型的な線形逆問題であることから解析解が存在する．

Yoshida et al.[2]は Moses が提案した手法について確率論的枠組みから解釈した方法を提案している．従来の Moses 法は重みを単位行列とした最小二乗法を用いており，確率論からみると観測量誤差をホワイトノイズと考えていることに相当する．しかし，実際には橋梁の固有振動数を反映した相関性のある応答が含まれており，これを適切にモデル化することで軸重推定結果の高精度化につながる可能性がある．本研究ではフィルタ処理を用いる従来の手法と，観測量誤差をモデル化し軸重を推定する提案手法の比較を行いその有用性を示す．

２．動的応答と BWIM の定式化

Mosesの手法ではセンサで観測されたひずみあるいは変位の応答と，影響線から算定した応答との残差二乗和を最小化することで推定する．観測量（計測された応答時刻歴）を$\boldsymbol{z}$，各車軸に対応する影響線から作成した行列を$\boldsymbol{H}$，軸重を$\boldsymbol{x}$，観測量誤差を$\boldsymbol{v}$とすると以下の関係がある．

$$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{v} \tag{1}$$

最小二乗法の目的関数は，式(2)に示す残差二乗和である．

$$J = (\boldsymbol{z} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{x})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{z} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{x}) \tag{2}$$

これを解くと次の最小二乗解が求まる．

$$\boldsymbol{x} = \left(\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}\right)^{-1}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z} \tag{3}$$

このように Moses 法では最も単純な線形最小二乗法の解を求めている．

ここでベイズの理論から解釈する．事前情報を一様分布，または十分に大きな分散を持った正規分布とし，無情報事前分布とすると推定値 $\hat{\boldsymbol{x}}$ と，その共分散行列 $\boldsymbol{P}$ を算定する式は以下となる．

$$\hat{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{P}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{z} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{P} = (\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{H})^{-1} \tag{5}$$

ここで，$\boldsymbol{R}$ は観測量誤差の共分散行列であり，観測量誤差の分散と自己相関関数から得られる．$\boldsymbol{R}$ 行列を単位行列としたとき式(3)と式(5)は一致することがわかる．BWIM に関する既往の多くの研究において単位行列を用いているが，これは観測量誤差をホワイトノイズと仮定していることに相当する．定常な相関性をもったノイズの場合には非対角成分は対角成分からの距離に応じた値となる．

３．動的応答のモデル化

数値実験に基づき観測量誤差のモデル化手法の影響を検証する．対象橋梁は計測区間を 36.5 m とし，所定区間の中央にてたわみ（鉛直方向変位）応答を計測するものとする．荷重車は Fig. 1 に示す 2 軸車と 4 軸車とし，影響線推定時は 2 軸車，軸重推定時は 4 軸車の応答を用いる．車両の速度はそれぞれ 15 m/s, 20 m/s とした．車両の軸重や軸間距離については Fig. 1 に示したとおりである．ここで動的応答は橋梁の固有振動数を想定して，自由振動の重ね合わせでモデル化する．動的応答は走行中の車両によって小さな段差など何らかの理由で発生すると仮定し，場所や大きさに関しては乱数を用いる．自由振動の振動数，すなわち橋梁の固有振動数は 3 Hz，減衰比は 0.05 と仮定する．動的応答は以下の式(6), (7)から算出する．

$$d_n(t) = \sum_{j=1}^{na}\sum_{i=1}^{nt} c_{ij} d_{n0}(t - T_{ij} - T_{ej}) w_j h_I\left(v_{sp}(t - T_{ij} - T_{ej})\right) \tag{6}$$

$$d_{n0}(t) = \frac{1}{\omega_0\sqrt{1-h_d{}^2}}\exp(-h_d\omega_0 t)\sin\left(\sqrt{1-h_d{}^2}\,\omega_0 t\right) \tag{7}$$

ここで h_d：減衰比，$h_I(s)$：位置 s における影響線，w_j：車軸重量，v_{sp}：車両速度，固有円振動数 $\omega_0=2\pi f$，n_t：各車軸による振動励起の回数，n_a：軸数，c_{ij}：j 番目の車軸の i 番目の振動励起の振幅に対する係数，T_{ij}：振動励起までの時間，T_{ej}：j 番目の車軸の進入時間である．$d_{n0}(t)$の式は，一自由度系の自由振動である．

４．数値実験による精度評価

本検討で用いる真の影響線を Fig. 2 に示す．この影響線を用いて 4 軸の荷重車が走行した際の模擬静的応答を作成し，式(6)，(7)を使って作成した模擬動的応答を加える．本検討では乱数の種を変えた 1000 ケースの模擬動的応答を作成した．模擬の静的応答と動的応答から成る応答波形の

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

例を Fig. 3 に示す．1000 ケースの応答波形に対して式(4), (5)を用いて 1000 ケースの軸重を推定し，その標準偏差から推定値の精度評価を行う．なお，平均値は真値と良好に一致することを確認している．

Table. 1 に示す 4 つの手法について軸重および車両重量推定結果の比較を行う．Method-1 は動的応答を含んだ応答波形に対して単位行列を用いる通常の Moses 法である．Method-2 は応答波形について 1 Hz の Low-pass filter を用いて，静的応答に対して軸重推定を行う方法，Method-3, 4 は動的成分も含んだ応答を用いるが，その特性を共分散行列で考慮した方法であり，動的成分の抽出の仕方が異なる．

4 つの手法ごとに軸重推定結果の標準偏差を Fig. 4 に示す．Method-2, 3, 4 は Method-1 と比較して，軸重推定結果の標準偏差が大幅に減少している．Method-3, 4 を用いた場合，Method-2 と比較して 3, 4 軸目では 50 %程度に減少しているが，1, 2 軸目に関しては大差が無い．これは軸間距離や車両速度，動的成分の特性が関係していると推察される．Method-3, 4 を比較すると大きな差は見られない．Method-1 から 4 による車両重量推定値の標準偏差は 2.78, 2.73, 2.88, 2.82 である．隣接する車軸の重量推定値の間に負の相関があり，その和である車両重量において誤差がキャンセルされる．そのため車両重量の推定精度はどの手法でも大差はなく良好である．

５．まとめ

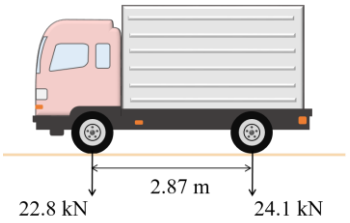
本研究では BIWM における橋梁応答の動的成分のモデル化手法について，真値がわかっている模擬データを対象として数値実験による精度比較の検討を行った．動的応答を考慮しない通常の Method-1 に比較して，なんらかのモデル化，対処を行う Method-2, 3, 4 では軸重推定について大幅に精度が向上している．Method-2, 3, 4 の比較では，大きな違いは見られないが，2 に比べ 3, 4 が多少精度が良い．推定精度は荷重車や走行状況の諸条件，橋梁の動特性に依存する可能性があるため，今後多くの条件で比較検討を行い，手法の違い，適用性について検討する予定であり，さらに実測データへの適用，比較も行っていきたい．

参考文献

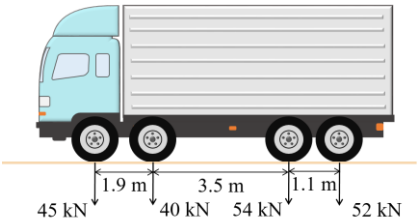
1) Fred Moses: Weigh-in-Motion System Using Instrumented Bridge, *Transportation Eng. J. of ASCE*, Vol.105, No.TE3, pp.233-249, 1979.
2) Ikumasa Yoshida, Hidehiko Sekiya, Samim Mustafa: Bayesian Bridge Weigh-In-Motion and Uncertainty Estimation, *ASCE-ASME J. Risk Uncertainty Eng. Syst., Part A: Civil Engineering*, Vol.7, No.1, 04021001, 2021.

Table.1 Four BWIM methods for the comparison

Method	***R*** 行列	応答変位
1	単位行列	動的成分を含んだ原波形
2	単位行列	フィルタ処理により動的成分を除去した波形
3	High-pass filter より求めた動的応答より算定	動的成分を含んだ原波形
4	計算値と観測値の差分 ***z-Hx*** より算定	動的成分を含んだ原波形



(1) Two axle truck



(2) Four axle truck

Fig. 1 Specifications of two test trucks

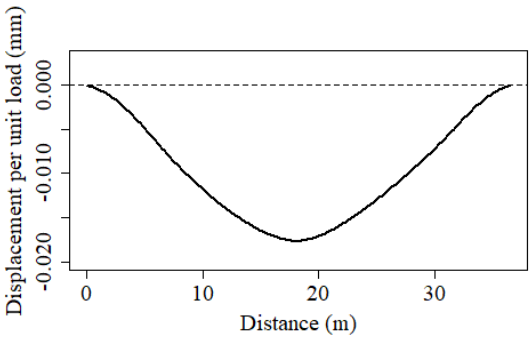


Fig. 2 Influence line for the numberial simulations

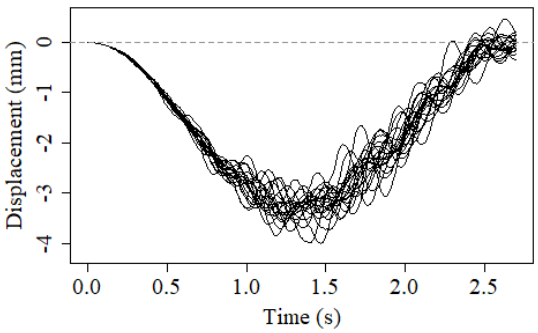


Fig. 3 Example of simulated displacement response

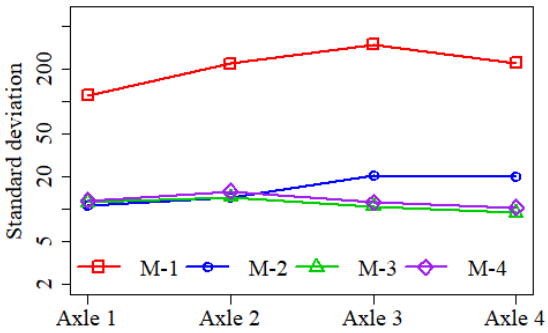


Fig. 4 Standard deviation of axle weight estimation results

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

鉛直地盤ばねによる直接基礎の浮き上がり効果と滑り現象の分析

Analysis of the stepping effect and slipping phenomenon of the spread foundation by the vertical soil spring

山下　典彦（大阪産大・工）久保田　晃平（大阪産大・工）宮脇　幸治郎（元府立高専）
Norihiko YAMASHITA, Osaka Sangyo University
Kohei KUBOTA, Osaka Sangyo University
Kojiro MIYAWAKI, Former Osaka Prefectural College of Technology
E-mail: yamasita@ce.osaka-sandai.ac.jp

In this study, the rotating soil spring under the spread foundation of the RC pier with the backfill soil was replaced with the vertical soil spring, and the stepping effect of the spread foundation was evaluated. And then, by performing nonlinear response analysis in the past study that introduced the behavior pattern of the bottom of the foundation, the interaction between the rotational motion and the translational motion of the foundation was investigated.

1. はじめに

山下ら [1]は，RC 橋脚を対象に SR モデルを用いて，基礎と地盤の滑り・剥離現象を考慮した非線形地震応答解析を行い，底面地盤ばねの挙動パターンを分析し接地率について考察している．

本研究では，上記の内容に埋戻し土を考慮し，回転地盤ばねを鉛直地盤ばねに置き換え，直接基礎の浮き上がり効果を検証した著者ら [2]の研究に挙動パターンを導入することで，基礎の回転運動と基礎底部の並進運動の相互作用について検討した．

2. 解析概要

解析対象は，回転ばねモデルに対し等価な回転運動を表現した**図-1** に示す鉛直ばねモデルとする．非線形応答解析は，増分法(β=1/6)で Rayleigh 減衰を使用し，RC 橋脚及び基礎の減衰定数はそれぞれ 5%,10%で定め，微少時間を 0.001 秒として実施した．また，入力地震動は道路橋示方書 [3]の平成 7 年兵庫県南部地震の神戸海洋気象台地盤上 NS 成分を線形補間して使用した．

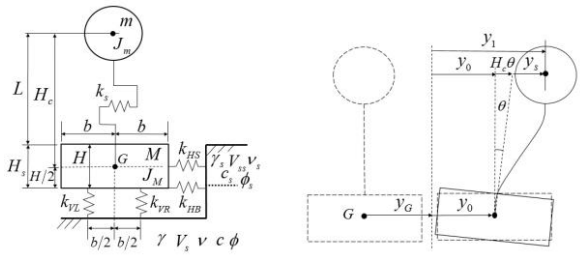
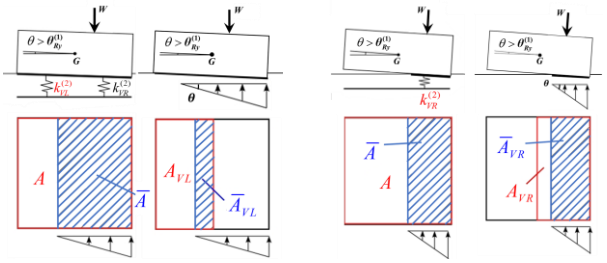


図-1 鉛直ばねモデルと座標系

3. 鉛直地盤ばねの浮き上がり機構

基礎の回転地盤ばねは，参考文献 [2]と同じ，骨格曲線をトリリニア型として評価しており，基礎の回転角が $\theta_{Ry}^{(1)}$ を向かえることで底面と地盤間に剥離が生じ，$\theta_{Ry}^{(3)}$ から底面地盤の圧縮破壊が開始する．

基礎の鉛直地盤ばねは道路橋示方書 [3]より，大きな地震力が作用した時は三角形分布として評価しており，基礎の回転角が $\theta_{Ry}^{(1)}$ を向かえることで浮き上がり(上記の剥離と同じ，接地面積率＜1.0)が生じる．具体的には，回転角が時計回りで**図-2** に示すように接地面積率 $\bar{A}/A=\sqrt{\theta_{Ry}^{(1)}/\theta}$ が 0.5 を境界として鉛直地盤ばねの様相が変化する．**図-2**(a)の $\bar{A}/A>0.5$ では，浮き上がりが生じているが，$k_{VL}^{(1)}$ （線形）が分担する領域のみで，左側の接地面積率 $\bar{A}_{VL}/A_{VL}$ を $k_{VL}^{(1)}$ に乗じることで $k_{VL}^{(2)}$ （非線形）となる．**図-2**(b)の $\bar{A}/A\le 0.5$ では，さらに浮き上がりが大きくなり，$k_{VL}^{(2)}$ が分担する領域は無くなり $k_{VR}^{(1)}$ （線形）が分担する領域のみで，右側の接地面積率 $\bar{A}_{VR}/A_{VR}$ を $k_{VR}^{(1)}$ に乗じることで $k_{VR}^{(2)}$ （非線形）となる．なお，回転角が反時計回りの場合も同様な機構である．



(a) $\bar{A}/A>0.5$ の場合　　(b) $\bar{A}/A\le 0.5$ の場合

図-2 浮き上がりによる接地面積率と鉛直地盤ばね

4. 浮き上がり効果と挙動パターンとの関係性

滑り現象は山下ら [1]を参考に底部地盤ばね k_{HB} で表現し，完全弾塑性型として評価する．降伏点変位は，浮き上がりが生じることで，逐次変化し複雑な挙動となる．また，基礎底部の変位が降伏変位を超えることで滑り現象が生じる．基礎の回転運動と基礎底部の並進運動の相互作用を**表-1** の基礎底部の変位が正の領域（1～21）と負の領域（22～42）の挙動パターンを番号で示し，浮き上がりのみが生じる場合は 2,23，滑りのみが生じる場合は 3,24，滑りと浮き上がりが共に生じる場合は，基礎底部の変位と回転の増分から 4～21 と 25～42 の番号で履歴の挙動を区別している．**図-3** は，挙動番号による履歴の挙動の一例である．

そこで，本研究では底部地盤ばね k_{HB} の復元力の値が最大となる前後の 4.9～5.9 秒間でケース 1，2（回転ばねモデル，鉛直ばねモデル共に k_{HB} の回転運動による降伏変位の変化あり），ケース 3,4（回転ばねモデル，鉛直ばねモデル共に k_{HB} の回転運動による降伏変位の変化なし）による分析を行った．**図-4**(a)，(b)は，それぞれ回転ばねモデル，鉛直ばねモデルの履歴ループを描いたものであり，4.9～5.9 秒間に黒→赤→青(挙動により区別)に遷移している．**図-4**(c)，(d)は，同区間の接地面積率，復元力及び挙動番号の時刻歴である．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

図-4 (c), (d) より，ケース 1,2 の接地面積率が減少する時間から挙動番号2,23と3,24の時間をそれぞれ引くことにより滑りと浮き上がりが共に生じる時間を求め，表-2 に示す浮き上がりと滑り現象の生起する割合を分析した．表-2 より，ケース 2 は浮き上がりのみ，ケース 1 は滑り・浮き上がり共に生じた割合と鉛直ばねモデルと回転ばねモデルでは異なる割合を示すが，滑りのみの場合は両ケース共に 0.0%を示す．また，ケース 2 のみにおける割合の比率は，1.7 倍ほど差が生じている．次にケース 1,2 で最も異なる挙動番号を示す 5.8 秒以降時点で，回転地盤ばねの挙動番号は 34, 36, 39，鉛直地盤ばねの挙動番号は 23, 22 に変化している．

図-5 は，同区間の鉛直ばねモデルと回転ばねモデルの相関図である．挙動番号は 21 番以降を多く示し，正の相関が確認できるが，一部で差異が生じている．この時の挙動番号は，図-4 (c), (d) における 5.8 秒以降の挙動番号と一致しており，接地面積率における増減が異なるので，挙動番号に影響を与えている．また，ケース 3,4 は回転運動が k_{HB} の降伏点変位に影響を与えないので，接地面積率の影響を受けるケース 1,2 と比べて結果が異なった．

表-1 挙動番号

状態	増減		挙動番号	状態	増減		挙動番号
回転	変位	回転		回転	変位	回転	
浮き上がりなし（線形）							1, 22
浮き上がりのみ（線形）							2, 23
滑りのみ							3, 24
正	+	+	4, 37	負	+	−	13, 28
		0	5, 38			0	14, 29
		−	6, 39			+	15, 30
	−	+	7, 34		−	−	16, 25
		0	8, 35			0	17, 26
		−	9, 36			+	18, 27
	0	+	10, 40		0	−	19, 31
		0	11, 41			0	20, 32
		−	12, 42			+	21, 33

5. まとめ

本研究では，基礎の回転運動と基礎底部の並進運動の相互作用について分析した．鉛直地盤ばねは浮き上がりのみ生じる割合，回転地盤ばねでは滑り・浮き上がり共に生じた割合が大きい．また，鉛直地盤ばねにおける浮き上がりと滑り・浮き上がりの割合による比率は，1.7 倍ほど差が生じており，鉛直地盤ばねと回転地盤ばねでは異なる結果を示す．回転地盤ばねと鉛直地盤ばねの接地面積率における増減は異なっており，それに伴う挙動番号に影響を与えている．

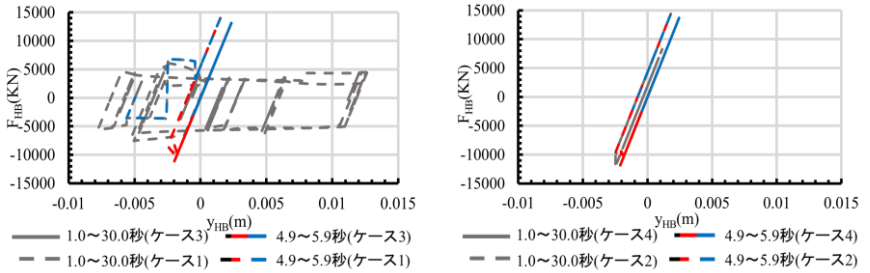
本研究は，2 本の鉛直地盤ばねで検討したものであり，今後は，鉛直地盤ばねの本数による接地面積率の影響を検討する必要がある．

参考文献

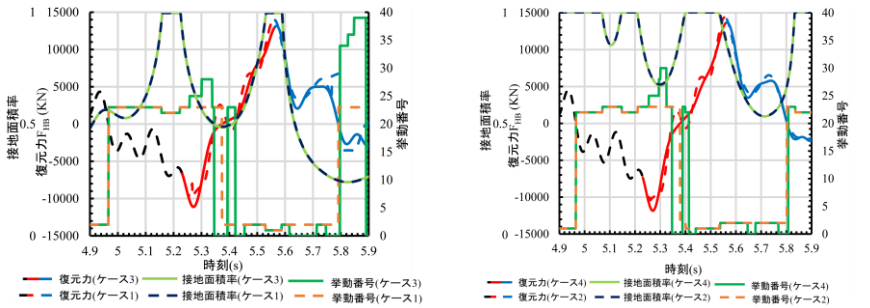
1) 山下典彦，甲田啓太，宮脇幸治郎：滑り・剥離現象を考慮した直接基礎底面の接地率に関する一考察，第 38 回地震工学研究発表会講演論文集，pp.1-6，2018.
2) 山下典彦，久保田晃平，宮脇幸治郎：鉛直地盤ばねによる埋戻し土を考慮した直接基礎の浮き上がり効果の検証，Kansai Geo-Symposium 2021 論文集，pp.175-180, 2021.
3) 社団法人日本道路協会：道路橋示方書・同解説Ⅴ 耐震設計編，2012.

表-2 浮き上がりと滑り現象の生起する割合

	ケース 1	ケース 2
浮き上がりのみ	44.9%	63.0%
滑り・浮き上がり	55.1%	37.0%
滑りのみ	0.0%	0.0%



(a) ケース 1,3 の履歴ループ　　(b) ケース 2,4 の履歴ループ



(c) ケース 1,3 の接地面積率と挙動番号　　(d) ケース 2,4 の接地面積率と挙動番号

図-4 接地面積率と底部地盤ばね k_{HB} の挙動

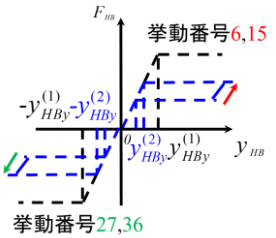


図-3 挙動番号による履歴の挙動

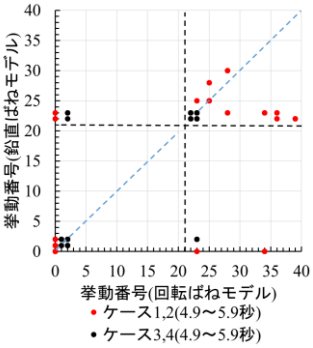


図-5 挙動番号の相関図

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

第２部門③

座長:斎藤 隆泰(群馬大学)

2022年5月28日(土) 15:30 ～ 17:00 B会場 (オンライン)

[2B19-24-01] Building-cube法に基づく有限体積法による粘性-超弾性解析

*西口 浩司[1]、竹内 秀輔[1]、嶋田 宗将[2]、勝又 稜平[1]、干場 大也[1]、加藤 準治[1]（1. 名古屋大学、2. 神戸大学）

15:30 ～ 15:45

[2B19-24-02] 負圧を含む非圧縮流体を対象とした SPH法の圧力勾配モデルの再検討

*佐伯 勇輔[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[1]（1. 九州大学）

15:45 ～ 16:00

[2B19-24-03] 水-土粒子の半解像型連成粒子法による混相流解析

*辻 勲平[1]、浅井 光輝[1]、笠間 清伸[1]（1. 九州大学大学院）

16:00 ～ 16:15

[2B19-24-04] 初期粒子間隔（空間）の2次精度を有する高精度 SPH法

*藤岡 秀二郎[1]、辻 勲平[1]、浅井 光輝[1]（1. 九州大学）

16:15 ～ 16:30

[2B19-24-05] 底面から流入する鉛直上昇水流による礫層破壊の流体・固体連成計算

*牧 志峰[1]、大野 絢平[1]、鳥生 大祐[1]、牛島 省[1]（1. 京都大学）

16:30 ～ 16:45

[2B19-24-06] 繰返し傾斜荷重を受ける基礎の支持力に関するシェイクダウン解析

*村中 太一[1]、山栗 祐樹[1]、小林 俊一[1]、熊 曦[1]（1. 金沢大学）

16:45 ～ 17:00

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Building-cube 法に基づく有限体積法による粘性-超弾性解析

Visco-hyperelastic simulation with finite volume method based on building-cube method

西口 浩司（名古屋大・工）　竹内　秀輔（名古屋大・工）　嶋田　宗将（神戸大・システム情報学）　勝又　稜平（名古屋大・工）　干場　大也（名古屋大・工）　加藤　準治（名古屋大・工）
Koji NISHIGUCHI, Nagoya University
Shusuke TAKEUCHI, Nagoya University
Tokimasa SHIMADA, Kobe University
Ryohei KATSUMATA, Nagoya University
Hiroya HOSHIBA, Nagoya University
Junji KATO, Nagoya University
E-mail:kojinishiguchi@civil.nagoya-u.ac.jp

Unified Eulerian structure-fluid formulation is suitable for massively parallel simulation of complex-shaped material. However, it has not been applied to the simulation of viscoelastic material, which has many internal variables in conventional studies. Numerical simulations of viscoelastic material are essential for a wide range of engineering fields, such as a shock-absorbing structure. Considering the background above, we propose a unified Eulerian structure-fluid formulation with a visco-hyperelastic model in this study. The proposed method is verified by simulating the uniaxial tension test and shock-absorbing structure.

1. 緒言

オイラー記述に基づく固体解析 [1] は，空間固定メッシュ中を固体が変形・移動する解法である．固体解析で標準的な手法であるラグランジュ型有限要素法と比較した場合，オイラー記述に基づく固体解析には，次の３つの利点があると言える．

第一に，ラグランジュ型有限要素法のように計算メッシュ破綻が生じないため，大変形や破断を伴う固体解析に適している．例えば既往研究では，鋼の高速衝突問題 [2]，鋼の高速切削問題 [3]，粘着剤の大変形問題 [4] などに適用されている．これらの研究では，空間離散化に主に有限要素法が用いられており，部分的に有限差分法が用いられている．第二に，固体と流体の基礎方程式をオイラー表記に統一できるため，流体解析との連成が容易である．既往研究では，有限差分法による流体-構造連成解法 [5–7]，セル中心有限体積法による流体-構造連成解法が提案されている [8,9]．第三に，空間固定の直交メッシュを用いることにより超並列計算機環境で高い並列化効率を得やすい点である．著者らは，階層型直交メッシュ法の一種であるビルディング・キューブ法 [10] を用いたセル中心有限体積法による流体-構造連成解法 [8,9] によって，超並列計算機環境で高い並列化効率を得られることを示した．

ただし，従来のオイラー型解法では，固体領域を VOF(Volume-Of-Fluid) 法 [11] などの界面補足法で表現し，ひずみテンソル等の固体内部変数の移流方程式を解く必要がある．つまり，高精度スキームを用いたとしても，移流計算による固体界面と固体内部変数の数値拡散を避けることはできない．そのため，従来のオイラー型解法では，粘弾性体や弾塑性体のように多数の内部変数を有する固体材料モデルを精度良く計算することは困難であった．

そこで著者らは，固体界面と内部変数の数値拡散を回避するため，固体領域にマーカー粒子を配置したオイラー型セル中心有限体積法による構造-流体連成解析手法 [12),14)]，線形弾性体解析手法 [13] を提案した．ただし，これらの手法 [?,12),13)] では，固体内部変数がひずみテンソルのみである超弾性体および線形弾性体への適用に留まっている．

以上の背景から，本研究では，著者らが開発した手法 [12),14)] を基礎として，マーカー粒子を用いたオイラー型セル中心有限体積法による粘性-超弾性解析手法を提案することを目的とする．本手法の有用性を示すため，粘弾性体（熱可塑性エラストマー）からなる衝撃吸収構造と空気の連成解析に適用する．

2. 基礎方程式

2.1 連続の式と運動方程式の体積平均化

オイラー型解法で複数の物質を取り扱う場合，一つの計算セルに複数の物質が存在し得る．そこで本研究では，非圧縮性の仮定の下で固体と流体の基礎方程式を体積平均化した方程式を用いる [4]．

$$\nabla \cdot \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} = 0 \tag{1}$$

$$\rho_{\mathrm{mix}} \left(\frac{\partial \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}}}{\partial t} + (\boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} \cdot \nabla) \boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} \right) = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{mix}} + \rho_{\mathrm{mix}} \boldsymbol{b} \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}}$，$\rho_{\mathrm{mix}}$，$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{mix}}$ はそれぞれ以下のように定義される．

$$\boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \bar{\boldsymbol{v}}_i \tag{3}$$

$$\rho_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \rho_i \tag{4}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{mix}} = \sum_{i=1}^{n} \phi_i \overline{\boldsymbol{\sigma}}_i \tag{5}$$

式 (3)(4)(5) において，ϕ_i は検査体積中の物質 i の体積率である．また，式 (3) における $\bar{\boldsymbol{v}}_i$ は物質 i の存在する領域 Ω_i における $\boldsymbol{v}_i$ の体積平均値，式 (5) における $\overline{\boldsymbol{\sigma}}_i$ は物質 i の存在する領域 Ω_i における $\boldsymbol{\sigma}_i$ の体積平均値である．本研究の数値計算においては，検査体積 ($x-\Delta x/2 \le \bar{x} \le x+\Delta x/2$，$y-\Delta y/2 \le \bar{y} \le y+\Delta y/2$，$z-\Delta z/2 \le \bar{z} \le z+\Delta z/2$) は一つの計算セル，$\phi_i$ は一つの計算セルにおける物質 i の体積率に相当する．式 (1)(2) では，各物質の速度 $\boldsymbol{v}_i$ を求めるのではなく，体積平均化された単一の速度場 $\boldsymbol{v}_{\mathrm{mix}}$ を求める．さらに，式 (4)(5) の計算では，物質毎に体積率 ϕ_i，質量密度 ρ_i，構成方程式を与える．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

2.2 構成方程式

本研究では，固体の構成方程式としては Simo の粘性-超弾性モデル, 流体の構成方程式としては非圧縮性ニュートン流体を仮定する．Simo の粘性-超弾性モデルでは, 次式のように Cauchy 応力を等積変化項と体積変化項に加算分解して定式化を行う．

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}} + \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{vol}} \tag{6}$$

ここで，下添え字 iso は等積変化項，下添え字 vol は体積変化項を意味する．非圧縮性の仮定の下では，体積変化項 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{vol}}$，すなわち圧力は非圧縮性条件より決定される．一方，等積変化項 $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}}$ は一般化 Maxwell モデルにより次式のように定式化される．

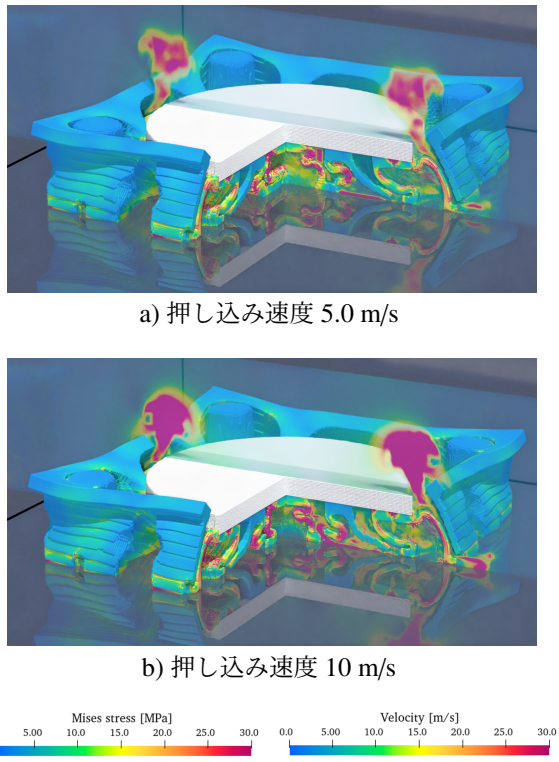
$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}} = \boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0} - \sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{Q}_i \tag{7}$$

$$\frac{D\boldsymbol{Q}_i}{Dt} + \frac{1}{\tau_i}\boldsymbol{Q}_i = \frac{g_i}{\tau_i}\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0} \qquad (i = 1, \cdots, m) \tag{8}$$

ここで，$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{iso}\,0}$ は超弾性ユニットの Cauchy 応力であり，$\boldsymbol{Q}_\alpha$ は α 番目 ($\alpha = 1, \cdots, m$) の粘性-超弾性ユニットの Cauchy 応力，τ_α は緩和時間，g_i は実験により定められるパラメータ，D/Dt は物質時間微分演算子である．

3. 数値解析例

本手法の有用性を検証するため，Fig.1 に示すように，粘弾性体（熱可塑性エラストマー）からなる衝撃吸収構造と空気の連成解析に適用した．数値解析例の詳細は講演会当日に紹介予定である．



a) 押し込み速度 5.0 m/s

b) 押し込み速度 10 m/s

Fig. 1 Numerical examples of shock absorbing structure at different compression speed

参考文献

1) Benson DJ. COMPUTATIONAL METHODS IN LAGRANGIAN AND EULERIAN HYDROCODES. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. **99**(2-3), pp.235–394, 1992.
2) Benson DJ. A MULTIMATERIAL EULERIAN FORMULATION FOR THE EFFICIENT SOLUTION OF IMPACT AND PENETRATION PROBLEMS. *Computational Mechanics*, **15**(6), pp.558-571, 1995.
3) Benson DJ, Okazawa S. Contact in a multi-material Eulerian finite element formulation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **193**(39-41), pp.4277–4298, 2004.
4) Nishiguchi K, Okazawa S, Tsubokura M. Multimaterial Eulerian finite element formulation for pressure-sensitive adhesives. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **114**(13), pp.1368–1388, 2018.
5) Sugiyama K, Ii S, Takeuchi S, Takagi S, Matsumoto Y. Full Eulerian simulations of biconcave neo-Hookean particles in a Poiseuille flow. *Computational Mechanics*, **46**(1), pp.147–157, 2010.
6) Sugiyama K, Ii S, Takeuchi S, Takagi S, Matsumoto Y. A full Eulerian finite difference approach for solving fluid–structure coupling problems. *Journal of Computational Physics*, **230**(3), pp.596–627, 2011.
7) Ii S, Sugiyama K, Takeuchi S, Takagi S, Matsumoto Y. An implicit full Eulerian method for the fluid-structure interaction problem. *International journal for numerical methods in fluids*, **65**(1–3), pp.150–165, 2011.
8) 西口浩司, 岡澤重信, 坪倉誠. 大規模並列計算に適した階層型直交メッシュ法による完全オイラー型固体-流体連成解析, 土木学会論文集 A2 (応用力学), **73**-2, pp.I153–I163, 2017.
9) Nishiguchi K, Bale R, Okazawa S, Tsubokura M. Full Eulerian deformable solid-fluid interaction scheme based on building-cube method for large-scale parallel computing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **117**(2), pp.221–248, 2019.
10) Nakahashi K. Building-cube method for flow problems with broadband characteristic length. *Computational fluid dynamics 2002*. Springer, Berlin, Heidelberg, pp.77–81, 2003.
11) Hirt CW, Nichols BD. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of computational physics*, **39**(1), pp.201–225.1981.
12) 西口浩司, 岡澤重信, 坪倉誠. 非圧縮性固体-流体連成解析のための陰的 Particle-in-cell 法. 土木学会論文集 A2 (応用力学), **74**(2), pp.I253–I263, 2018.
13) 西口浩司, 嶋田宗将, 大高雅史, 岡澤重信, 坪倉誠. ラグランジュマーカー粒子を用いたオイラー型有限体積法による圧縮性固体解析. 土木学会論文集 A2 (応用力学), **75**(2), pp.I237–I248, 2019.
14) Shimada, T., Nishiguchi, K., Bale, R., Okazawa, S., Tsubokura, M. Eulerian finite volume formulation using Lagrangian marker particles for incompressible fluid–structure interaction problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, **123**(5), pp.1294–1328, 2022.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

負圧を含む非圧縮性流体を対象とした SPH 法の圧力勾配モデルの再検討

Review of the pressure gradient model of the SPH method for incompressible fluids including negative pressure

佐伯　勇輔（九州大・工）　　辻　勲平（九州大・工）　　浅井　光輝（九州大・工）
Yusuke SAEKI, Kyushu University
Kumpei TSUJI, Kyushu University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: y-saeki@doc.kyushu-u.ac.jp

In recent years, a number of bridges have been washed out due to torrential rains. For preventive and protective countermeasures against these natural disasters, it is necessary to perform accurate numerical simulations. In this context, we demonstrate a simulation around bridge piers using SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) method. We especially focus on the tensile instability and introduce a pressure gradient model that satisfies first-order consistency as well as PS (Particle Shifting) scheme to maintain the particle distribution regularity. The modified SPH method reproduces von Karman vortex, and its validity is quantitatively examined by comparing Strouhal number and the twin vortex size with experimental data.

１．はじめに

豪雨により渡河橋梁における橋脚の傾斜や橋桁の流失等の被害が全国各地で発生している．今後，地球温暖化が進行すれば，橋梁に与える被害もさらに拡大することも懸念されるため，橋梁の被害対策は急務である．また橋梁が直接流体力により流失するだけでなく，橋脚基部で生じる洗掘により橋脚の傾斜あるいは沈降を引き起こす事例の報告もある．

そこで本研究では，粒子法の一種である SPH 法を用い，特に橋脚背面での洗掘の再現を試みるため，一般的な SPH 法の問題点を再検討した．SPH 法は，引張り不安定性を有することから，負圧領域での安定した解析のために採用されてきた圧力勾配モデルに焦点を当て，負圧領域での取り扱いを議論した．まずはその基礎検討として 2 次元カルマン渦の再現解析を試み，提案法の有用性を議論した．

２．内容

２．１ ISPH 法を用いた流体解析

SPH 法とは解析対象を有限個の等粒径粒子で空間離散化し，以下のように重み関数wによる重み付き平均を行い物理量ϕの評価を行う手法である．ここでm，r，hはそれぞれ質量，粒子間距離，影響半径である．本解析では，非圧縮性流体を対象とし，以下の圧力ポアソン方程式によって体積保存性に優れている安定化 ISPH 法 [1]を用いる．

$$\phi(\boldsymbol{x}_i,\ t) \approx \langle\phi\rangle_i := \sum_j \frac{m_j}{\rho_j}\phi(\boldsymbol{x}_j,\ t)w(r_{ij},\ h) \qquad (1)$$

$$\langle\nabla^2 p^{n+1}\rangle_i := \frac{\rho^0}{\Delta t}\langle\nabla\cdot\boldsymbol{u}^*\rangle_i + \alpha\frac{\rho_0 - \langle\rho^n\rangle_i}{\Delta t^2} \qquad (2)$$

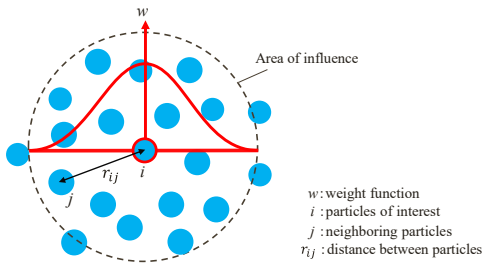


Fig.1 Conceptual of SPH method

２．２ 円柱周り流れ解析のモデル作成

本解析では，橋脚形状を簡略化した円柱モデルを循環水路内に配置した．循環水路は内部の流体粒子が流入部・流出部近傍で粒子の欠損を防ぐために，流入・流出粒子（ダミー粒子）を配置させる（Fig.2 参照）．

流入・流出のアルゴリズムについて，流入粒子は流入境界を越えると内部粒子に属性を変更し，その際左端に新しく流入粒子を生成することで流入を表現する．また，内部粒子は流出境界を越えると流出粒子に属性を変更し，この粒子が流出境界から 3d（d：初期粒子間隔）よりも離れた場合，その粒子を削除することで流出を表現する．

境界条件として，側壁は壁への流体粒子の浸入を防ぐために圧力ノイマン条件を与えた．また，流入部では速度をディリクレ条件とし，圧力は仮想マーカーを用いて流入粒子に外挿することで流入境界での圧力勾配をゼロにする．流出部においては，流出境界での乱れを防ぐために，速度・圧力ともに流出境界を超えた時点の値を固定し，位置のみ更新する．

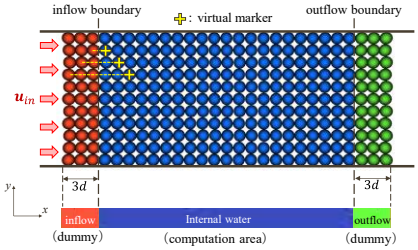


Fig.2 Concept of circulation channel

２．３ ISPH 法の高精度化

従来の ISPH 法で計算した場合，円柱後方の負圧領域で不自然な流体領域の剥離が発生し，非現実的な自由表面を生じる様子が確認できる（Fig.3 (a)参照）．そこで圧力勾配モデルおよび粒子配置補正による高精度化を行った．

SPH 法による流体解析で慣例的に用いられる圧力勾配モデル（式(3)）は，粒子配置の均等化を目的として安定化項を追加し，近傍粒子と着目粒子の圧力の和を使ったモデル（和モデル）である．この安定化項は，正圧領域に対しては粒子配置の均等化の効果が得られるものの，負圧領域では逆効果となる．そこで，本研究では安定化項を除いた式

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

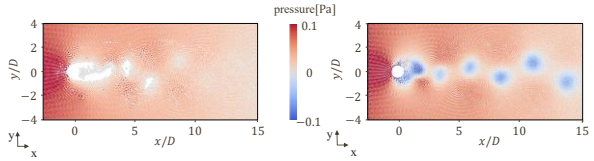
$$\left\langle \frac{\nabla p}{\rho} \right\rangle_i = \sum_j m_j \left(\frac{p_j}{\rho_j^2} + \frac{p_i}{\rho_i^2} \right) \nabla w_{ij} \quad (3)$$

$$\left\langle \frac{\nabla p}{\rho} \right\rangle_i = \frac{1}{\rho_i} \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (p_j - p_i) \tilde{\nabla} w_{ij} \quad (4)$$

$$\tilde{\nabla} w_{ij} := \left(\sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \nabla w_{ij} \otimes \boldsymbol{r}_{ij} \right)^{-1} \nabla w_{ij} \quad (5)$$

(4)で示される差の形式の勾配モデル（差モデル）を用いることにした．また同式は，離散微分モデルとして Taylor 展開の 1 次打切り誤差を保証することができ，粒子配置が乱れた状態でも一定の精度を保つことができる修正勾配モデルである．具体的には，式(5)で定義する修正勾配行列 [2]を使い補正をしている．以上の修正勾配モデルの変更に加え，流体粒子の剥離を防ぐために粒子配置補正法 [3]（以降，PS 法と略記）を適用した．PS 法とは，粒子数密度が高い領域から低い領域へ，粒子位置をシフティングさせるものである．

以上の高精度化を行った SPH 法により，円柱周り流れの解析結果を Fig.3（b）に示す．円柱背面で発生していた流体粒子の剥離を防ぎ，負圧領域の安定した計算が可能であることが示せた．また，一般にレイノルズ数が 50 付近で双子渦からカルマン渦に遷移するとされている．レイノルズ数を 20，40，60，80 に設定した解析結果（Fig.4 参照）より，レイノルズ数が 40~60 でカルマン渦に遷移していることから，解析においても円柱後流の遷移が再現できたといえる．



(a) conventional method　　(b) Modified method

Fig.3 Comparison of flow around a cylinder

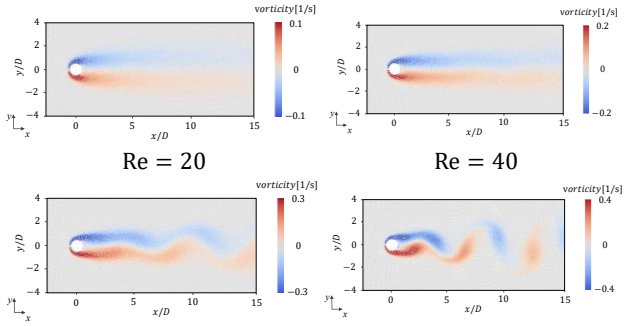


Fig.4 Transition of the cylindrical wake

2．4　定量的な検証

(a) 双子渦の検証

円柱直径に対する双子渦の大きさについて実験値 [4]との比較を行った．Fig.5 より，擬似非すべり条件（壁の速度をゼロ）では，実験値から大きく離れているのに対し，非すべり条件（境界で速度がゼロとなるように，水と鏡映対称な速度を壁に与える）では，実験値より小さい値ではあるものの，レイノルズ数の増加に伴い大きくなる傾向を捉えていることが確認できることから，境界付近の流れにおいては非すべり条件で行うべきだといえる．また，粒子径を小さくした場合（$D = 0.2[\mathrm{cm}] \rightarrow 0.1[\mathrm{cm}]$），実験値に近づくことから，解像度を高めることで渦をより正確に再現できるといえる．

(b) カルマン渦の検証

カルマン渦の放出周波数から求められるストローハル数について実験値 [5]との比較を行った．Fig.6 より，双子渦の検証と同様で，実験値より小さい値ではあるものの，レイノルズ数の増加に伴い大きくなる傾向を捉えており，流れ場の周期性を再現できているといえる．

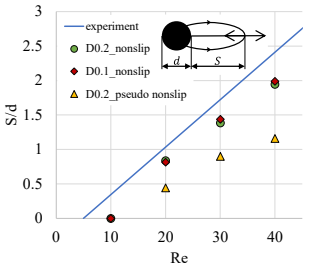


Fig.5 twin vortices

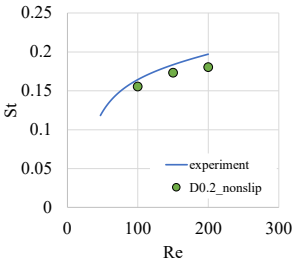


Fig.6 Straw Hull Number

3．結論

本研究では，河川氾濫時の橋梁被害要因のひとつである橋脚周りの洗掘に着目し，安定化 ISPH 法の基礎検討として，循環型水路モデルを用いたカルマン渦の再現を試みた．具体的には，空間一次精度を満足する圧力勾配モデルおよび粒子配置の均等化を目指した PS 法を導入した．これにより負圧領域の安定した計算が可能であることが確認した．また，カルマン渦を精度よく再現するには，固体境界において精度のよい非すべり条件の付与が必須であった．今後，解像度（粒子径）と数値解の収束性を詳細に検討する予定である．そして，同手法を用いて橋脚周りの複雑な流れの再現を行うと共に，礫質の河床材料内の間隙流れ解析を行うことで洗掘現象の把握に役立てることを目指す．

参考文献

1) M. Asai, Aly, AM., Y. Sonoda and Y. Sakai：A stabilized incompressible SPH method by relaxing the density invariance condition, *International Journal for Applied Mathematics*, 2012, Article ID 139583, 2012.

2) G. Oger, M. Doring, B. Alessandrini, and P. Ferrant：An improved SPH method: Towards higher order convergence, *Journal of Computational Physics*, Vol.225, pp.1472–1492, 2007.

3) R. Xu, P. Stansby, and D. Laurence：Accuracy and stability in incompressible SPH (ISPH) based on the projection method and a new approach, *Journal of Computational Physics*, Vol. 228, No. 18, pp.6703–6725, 2009.

4) S. Taneda：Experimental investigation of the wakes behind cylinders and plates at low Reynolds numbers, *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol. 11, No. 3, 1956.

5) C.H.K. Williamson：Defining a universal and continuous Strouhal-Reynolds number relationship for the laminar vortex shedding of a circular, *Physics of Fluids*, No. 31, pp.2742–2744, 1998.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

水-土粒子の半解像型連成粒子法による混相流解析
Water-Soil Multiphase Flow Simulation Using a Semi-Resolved Coupling Particle Method

辻　勲平（九州大・工）　　浅井　光輝（九州大・工）　笠間　清伸（九州大・工）
Kumpei TSUJI, Kyushu University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
Kiyonobu KASAMA, Kyushu University
E-mail: tsuji@doc.kyushu-u.ac.jp

Natural disasters caused by the multiphase flow of water and soil frequently occur, such as seepage and scour collapse of the rubble mound of caisson-type breakwaters due to tsunami, and landslides and debris flows caused by heavy rainfall in recent years. In multiphase flow simulations of water and soil (granular material), there are three types of coupling methods: the resolved coupling, which solves the detailed flow in the pore spaces in the ground; the un-resolved coupling, which empirically determines the velocity-dependent drag force; and the semi-resolved coupling. In this study, we perform a multiphase flow simulation by implementing the semi-resolved coupling method that is computationally inexpensive and has good reproducibility of the local collapse of ground composed of granular materials.

１．はじめに

2011 年東北地方太平洋沖地震で発生した津波による防波堤の浸透・洗掘破壊や，2017 年九州北部豪雨で発生した土石流や斜面崩壊など，水と地盤の混相流による自然災害が多発している．水と地盤が混ざった混相流の数値シミュレーションには, FEM や MPM[1]を用い地盤を連続体として扱うものが多い．一方で地盤内の浸透流によって地盤内で局部的に生じる内部侵食の解析には，土粒子の挙動を直接表現する個別要素法 DEM を用いた数値シミュレーションが実施されている [2]．著者らの先行研究 [3]では，ケーソン式防波堤における捨石マウンドの浸透崩壊に着目し，ISPH（Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics）と DEM を用い，土粒子と水の相互作用は流速依存の抗力を経験則に従って与える非解像型連成によって，捨石マウンドの浸透崩壊を定性的に再現した．ただ，この非解像型連成は空間平均した Darcy 流速から土粒子に作用する抗力を求めるため，噴砂を発生させるような大きな流速を持つ局所的な流れを過小評価する可能性を示唆する結果を得た．Fig.1 に示したように，地盤内の流れをより詳細に解く解像型連成（Resolved coupling）では，流体の流れを詳細に表現できるものの，計算コストは莫大となる．流体と土粒子の相対速度依存の抗力を経験則から求める非解像型連成（Un-resolved coupling）は計算コストは削減できる一方で地盤内の流れは空間平均した Darcy 流を求めることから，局所的な破壊などは再現しにくい．Cheng et al.[4]は，これら両手法を組み合わせ，比較的大きな礫粒子には解像型連成，礫粒子の間隙を埋めるような小粒子に対しては非解像型連成を行う半解像型連成（Semi-resolved coupling）を適用し，地盤の局部侵食を低コストで妥当的に再現している．本研究では，粒度分布を考慮した防波堤捨石マウンドに対し，上述の半解像型連成を簡易化した手法を適用し，土粒子と水の混相流シミュレーションを行うこととする．

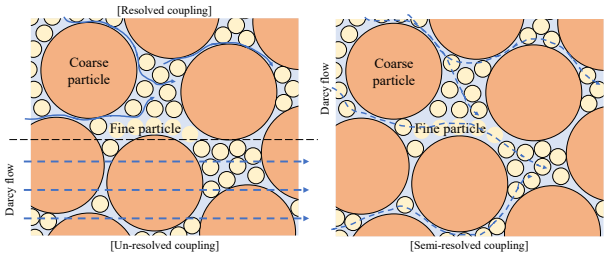


Fig.1 Fluid-Soil Coupling model
（Resolved, Un-resolved and Semi-resolved model）

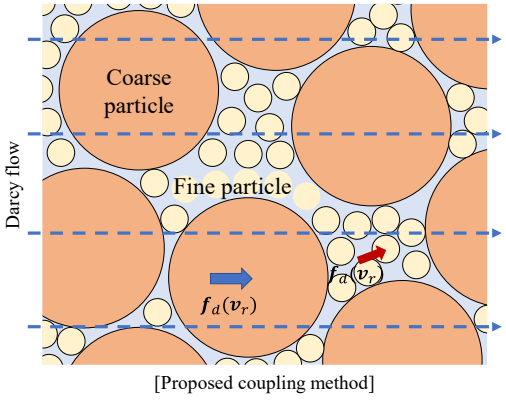


Fig.2 Proposed Semi-resolved coupling model

２．計算手法

2.1　非圧縮性流体の計算

水は非圧縮性流体として扱い，地盤の間隙率εを介して，地表流と浸透流を統一的に記述した Darcy-Brinkman 型の統一方程式を採用し，これを安定化 ISPH 法 [5]によって解く．

$$\frac{C_r(\varepsilon)}{\varepsilon}\frac{D\overline{\boldsymbol{v}}_f}{Dt} = -\frac{1}{\rho_f}\nabla P + \boldsymbol{g} + \nu_E(\varepsilon)\nabla^2\overline{\boldsymbol{v}}_f$$

$$\begin{cases} -a(\varepsilon)\varepsilon\boldsymbol{v}_r - b(\varepsilon)\varepsilon^2|\boldsymbol{v}_r|\boldsymbol{v}_r & (\varepsilon < 0.8) \\ -c(\varepsilon)|\boldsymbol{v}_r|\boldsymbol{v}_r & (\varepsilon \geq 0.8) \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{D\bar{\rho}_f}{Dt} + \bar{\rho}_f\nabla\cdot\left(\frac{\overline{\boldsymbol{v}}_f}{\varepsilon}\right) = 0 \quad (2)$$

ここで$P, \boldsymbol{g}, \rho_f, \boldsymbol{v}_f, \boldsymbol{v}_r, C_r$はそれぞれ，圧力，重力加速度，流体密度，流体速度，仮想質量係数，有効粘性係数を表す．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ここで，εは地盤の間隙率を示し，計算対象の SPH 粒子の影響範囲内に入っている DEM 粒子の総体積から数値的に求める．この間隙率を用いて，ダルシー流速 $\bar{\boldsymbol{v}}_f = \varepsilon \boldsymbol{v}_f$及び地盤内の見かけの流体密度 $\bar{\rho}_f = \varepsilon \rho_f$を得る．また，$a, b, c, \nu_E$は抵抗係数，粘性係数を示す．式(1)は$\varepsilon$をパラメータとして，地表流と浸透流の両方に対応する式であり，影響範囲内に土粒子が一つもない場合（$\varepsilon = 1$）は純粋な Navier-stokes 方程式として解く．一方，影響範囲内に土粒子が存在する場合（$\varepsilon < 1$），右辺第 4 項以降の抵抗力項が作用する拡張ダルシー則に収束する．ここで，$\varepsilon < 0.8$の固体が密な領域と$\varepsilon \geq 0.8$の固体が希薄な領域とで流体に作用する抵抗力項を切り替える．この際，抵抗力項は流体と土粒子の相互作用力であり，流体と土粒子の相対速度$\boldsymbol{v}_r$により各相を評価する．

2.2 土粒子挙動の計算

土粒子の挙動は個別要素法 DEM で計算し，球形粒子もしくは球形粒子を複数の剛体結合した要素で土粒子の形状を表現する．各粒子・計算ステップごとに以下の運動方程式を解くことで捨石マウンドの挙動を再現する．

$$m_s \frac{d\boldsymbol{v}_s}{dt} = m_s \boldsymbol{g} - \nabla P V_s + \boldsymbol{f}_d + \sum \boldsymbol{f}_c \tag{3}$$

$$I \frac{d\boldsymbol{\omega}_s}{dt} = \sum \boldsymbol{m}_c - \boldsymbol{m}_r \tag{4}$$

ここで，$m_s, V_s, -\nabla P V_s, \boldsymbol{f}_d, \boldsymbol{f}_c$はそれぞれ DEM 粒子の質量，体積，浮力，抗力，土粒子同士の接触力を示す．接触力には，一般の DEM 解析に用いられるバネ・ダッシュポットモデルを採用しているが詳細は割愛する．流体との相互作用である抗力$\boldsymbol{f}_d$に関して，比較的大きな土粒子に対しては前報と同様に Darcy 流速を用いた抗力を算出し，流体の抵抗力の反作用として計算する．実際の現象では，大きな土粒子同士の間隙に存在する小さな粒子は，その流失しやすさが想定されるため，実流速を用いた抗力を適用して，簡易的な半解像型連成を実施する方針とした．土粒子の回転運動について，$I, \boldsymbol{\omega}_s, \boldsymbol{m}_c$,は，球形粒子の慣性モーメント，角速度，接線方向接触力によるトルクを示す．また，純粋な球形 DEM 粒子を用いた場合は，実際の凹凸形状の土粒子が持つ転がり抵抗を表現するため転がり摩擦$\boldsymbol{m}_r$を導入する．

3．数値シミュレーションの概要

ここでは，本研究が目指す半解像型連成解析の概要を示す．著者らの前報で行った津波による防波堤の捨石マウンド浸透崩壊シミュレーションのモデルを例に，解析例を示す．前報の解析結果では，図に示すように非解像型連成に従う計算を行った場合には捨て石マウンドの変形までは表現できたものの，ケーソンを倒壊に至らしめる局所的な分さを再現する事はできなかった．小粒子が先行して移動する過程を簡易的な密度現象で表した場合，ケーソン下流側ケーソン近傍で噴砂が生じ，ケーソンの倒壊に至った．今回は，大小の球形粒子を混合した地盤，あるいは複数の球形粒子を剛体結合した集合粒子と小粒子を混合した地盤（Fig.4 参照）を作成し，解析を行い，提案する簡易的な半解像型連成によって数値シミュレーションを実施する．本シミュレーションは現在進行中であり，結果に関しては講演会での発表で報告したい．

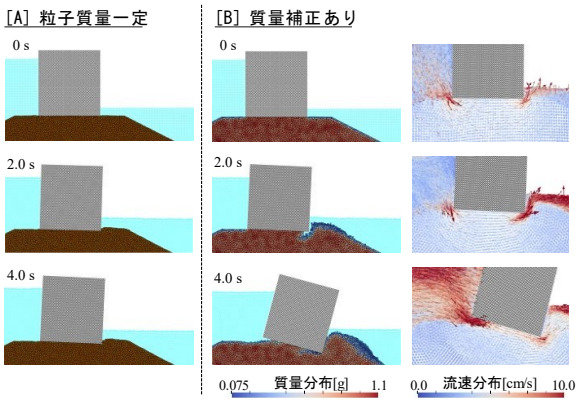


Fig.3 Un-resolved coupling simulation result

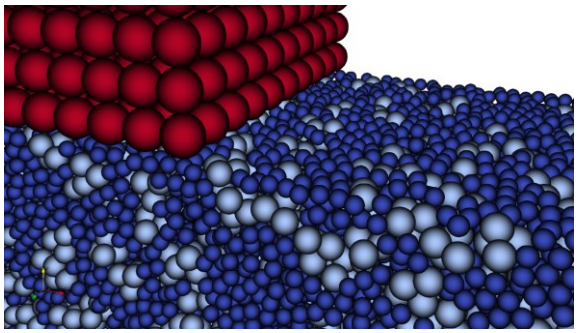


Fig.4 Sphere-cluster mixed simulation model
(Red: Caisson block, Blue: Fine particles, Light blue:Cluster)

参考文献

1) Wang, C., Hawlader, Bipul, Perret, D., Soga, K. and Chen, J.: Modeling of Initial Stresses and Seepage for Large Deformation Finite-Element Simulation of Sensitive Clay Landslides, *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, Vol.147(11), 04021111, 2021.
2) 岡田紘明，福元豊，藤澤和謙，村上章：3 次元粒子-流体連成計算モデルによる土中の水みち拡大過程のシミュレーション，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.73, No.2,（応用力学論文集 Vol.20），pp.I_429-I_438，2017.
3) 辻勲平，浅井光輝，笠間清伸：ISPH-DEM によるマウンド変形・ケーソン滑動を考慮した防波堤浸透崩壊シミュレーション，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.77, No.2,（応用力学論文集 Vol.24），pp.I_105-I_116， 2021.
4) Cheng, K., Zhang, C., Peng, K.， Liu, H. and Ahmad, M.: Un-resolved CFD-DEM method: An insight into its limitations in the modelling of suffusion in gap-graded soils, *Powder Technol.*, Vol.381, No.52009025, pp.520–538, 2021.
5) Asai, M., Aly, A.M., Sonoda, Y. and Sakai, Y.: A stabilized incompressible SPH method by relaxing the density invariance condition, *Journal of Applied Mathematics*, 2012.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

初期粒子間隔（空間）の 2 次精度を有する高精度 SPH 法

High-precision SPH method with spatial second-order accuracy with respect to the initial particle distance.

藤岡　秀二郎（九州大・工）　　辻　勲平（九州大・工）　　浅井　光輝（九州大・工）
Shujiro FUJIOKA, Kyushu University
Kumpei TSUJI, Kyushu University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: s-fujioka@doc.kyushu-u.ac.jp

SPH methods generally use interpolation approximations with a fixed kernel function depending on the distance from the target particle to neighboring particles, so that computational accuracy is guaranteed only in the case of regular particle configurations. Several methods to support its accuracy are proposed such as particle shifting methods, which re-arrange the particle configuration to a regular state, and the correction of the differential models in response to particle disorder. In this context, we present a high precision second-order derivative model and demonstrate the performance improvement with a few examples. In addition, we find that particle shifting methods to modify the particle distribution provides higher accuracy and stability of SPH simulation.

１．緒言

連続体解析に用いられる SPH，MPS などの粒子法では，一般的に着目粒子から近傍粒子までの距離に応じた固定したカーネル関数（重み関数の一種）を使った内挿近似を行うため，規則的な粒子配置の場合のみ，計算精度が担保される．粒子配置が乱れるほど近似精度が低下するため，粒子配置が規則的な状態へと再配置を行う粒子のシフティング法と，粒子の乱れに応じた近似モデルの補正の併用が高精度化に繋がる．勾配モデルの補正については広く用いられているのに対し，2 階微分の離散近似モデルでは補正が与えられることがほとんどない．

そこで本研究では，Taylor 展開の 2 次の項までを満足する 2 階微分モデルの提案とその精度検証を行った．また，高精度化の一環として粒子配置を規則的な状態へと再配置を行う粒子のシフティング法の動作確認を行った．

２．高精度な離散微分モデルの導出

２．１．一般的な離散微分モデルの問題点

標準的な SPH 法の離散微分モデルでは，離散化前の積分形式でのみ成立する近似，あるいは離散化後の規則的な粒子配置でのみ成立する近似を使った導出するため，導出された離散微分モデルの打切り誤差の評価が困難であった．そこで本研究では，離散微分モデルとして，Taylor 展開の 2 次の打切り誤差に留めた近似が成立するモデルを提案する．

２．２．勾配モデル

勾配補正モデルは Taylor 展開の 1 次の打切り誤差を保証するため，勾配補正行列 $\boldsymbol{L}$ を定義し，標準的な勾配モデルに補正行列を作用することで高精度化を実現している．

$$\langle\nabla\phi\rangle_i \coloneqq \boldsymbol{L}_i \sum_j V_j(\phi_{ij} - R)\nabla w_{ij} \approx \sum_j V_j \phi_{ij} \boldsymbol{L}_i \nabla w_{ij} =: \sum_j V_j \phi_{ij} \tilde{\nabla} w_{ij} \quad (1)$$

$$\boldsymbol{L}_i \coloneqq \left[\sum_j V_j(\nabla w_{ij} \otimes \boldsymbol{r}_{ij})\right]^{-1} \quad (2)$$

V_jはj粒子の代表体積，ϕ_iはi粒子の物理量$(\phi_{ij} = \phi_j - \phi_i)$，$w_{ij}$は$j$粒子の$i$粒子に対する重み，$\boldsymbol{r}_i$は$i$粒子の位置ベクトル$(\boldsymbol{r}_{ij} = \boldsymbol{r}_j - \boldsymbol{r}_i)$を示す．$R$は Taylor 展開の剰余項であり，この場合は 2 次以上の高次項となる．つまり，上記の勾配補正モデルは 2 次の項以上の高次の項を無視した 1 次精度のモデルである．

２．２．２階微分モデル

先の勾配補正モデルは，Taylor 展開の 2 次の項以上の剰余項を含んでいたことを踏まえ，離散近似した勾配補正モデルを代入した後でも Taylor 展開の 2 次の打切り誤差に留めるように，2 階微分の離散近似モデルを導出した．2 次元の場合，この補正 2 階微分モデルは次式となり，式(3)の左辺に含まれる係数行列の逆行列を求めることで 2 階微分をそれぞれ評価することができる．

$$\sum_j V_j \frac{\boldsymbol{r}_{ij} \cdot \tilde{\nabla} w_{ij}}{|\boldsymbol{r}_{ij}|^4} \boldsymbol{q}_{ij} \boldsymbol{p}_{ij}^T \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 \phi_i}{\partial y^2} & 2\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}^T = 2\sum_j V_j \frac{\boldsymbol{r}_{ij} \cdot \tilde{\nabla} w_{ij}}{|\boldsymbol{r}_{ij}|^4} \boldsymbol{q}_{ij} \left\{ \phi_{ij} - \boldsymbol{r}_{ij} \cdot \left(\sum_k V_k \phi_{ik} \tilde{\nabla} w_{ik} \right) \right\} \quad (3)$$

ただし，$\boldsymbol{q}_{ij}$と$\boldsymbol{p}_{ij}$は次の式で定義される．

$$\boldsymbol{q}_{ij} \coloneqq \begin{bmatrix} x_{ij}^2 & y_{ij}^2 & x_{ij} y_{ij} \end{bmatrix}^T \quad (4)$$

$$\boldsymbol{p}_{ij} \coloneqq [A(x,x) \quad A(y,y) \quad A(x,y)]^T \quad (5)$$

$$A(a,b) \coloneqq a_{ij} b_{ij} - \boldsymbol{r}_{ij} \cdot \sum_k V_k a_{ik} b_{ik} \tilde{\nabla} w_{ik} \quad (6)$$

３．微分可能な既知関数による離散微分評価の誤差評価

３．１．数値実験の概要

精度検証は，一般的なラプラシアンモデルである NORMAL と既往研究 [1]で提案されている 3 つのモデル NAIVE(2*)，SUM(2*)，INVERSE(2*)，式(3)の係数行列の近似数を変化させた 3 つのモデル NAIVE(2)，SUM(2)，PART_INVERSE(2)，提案モデルである FULL_INVERSE(2) の計 8 つのモデルの比較を行った．ここで，(2*)は混合微分を除いて導出されたモデル，(2)は混合微分を含めて導出したモデルである．FULL_INVERSE(2)を除く(2)のモデルでは規則的な粒子配置を仮定し式(3)の係数行列の一部を消去した後，各モデルに応じた近似を行った．NAIVE では離散近似でのユニティ条件の成立と規則的な粒子配置，SUM では規則的な粒子配置の仮定による対称性から成り立つ等式を用いて導出している．

また，検証は以下の手順で行い，誤差評価関数は，外れ値の影響を大きく評価する RMSE（Root Mean Squared Error）とした．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

1. 粒子を配置し，関数の情報を与える．
   $\phi(x,y) = \sin(\pi x)\sin(\pi y) \quad (0 \le x, y \le 2)$
   $\nabla^2\phi(x,y) = -2\pi^2 \sin(\pi x)\sin(\pi y)$
2. 各粒子でラプラシアンとその誤差を求める．
3. 影響域に十分粒子が存在する粒子に対して誤差の平均をとる．
4. 粒径を小さくし，1~3 の操作を繰り返す．

※ 乱れを与えている場合は，1~3 の操作を 100 回繰り返し，その平均値で評価する．

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{\sum_i (\langle \nabla^2\phi \rangle_i - \nabla^2\phi_i)^2}{\sum_i (\nabla^2\phi_i)^2}} \qquad (7)$$

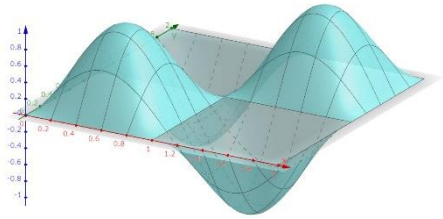
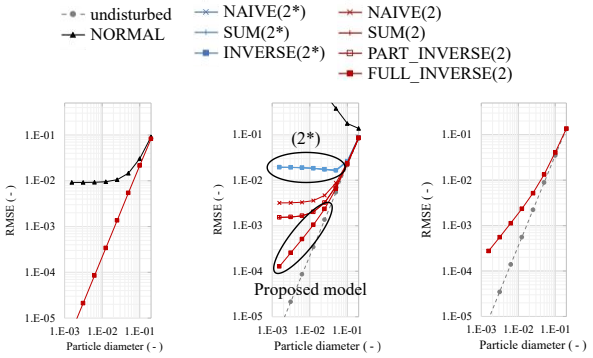


Fig. 1 Test function

３．２．数値実験による誤差評価

検証結果を Fig. 2，Fig. 3 に示す．一般的なラプラシアンモデルである NORMAL では，乱れの有無に関わらず収束性は見られなかった．また，乱れがある場合，混合微分を除いたモデル(2*のシリーズ)の間では大差はなく，混合微分を含めたモデル(2 のシリーズ)では導出時の近似が少ないほど高精度なモデルであることが確認できた．続いて，FULL_INVERSE(2)より導出した混合微分においても同様の検証を行った．その結果，混合微分においても提案モデルと同程度の精度が得られた．



(a) undisturbed (b) disturbed

Fig. 2 Result of Laplacian

Fig. 3 Result of mixed derivative

４．シフティング法と高精度離散微分モデルを併用した流体解析

４．１．解析手法・モデル

ここではシフティング法を用いて非圧縮性流体を ISPH 法で解いた際の性能を確認する．既定関数を用いた精度検証の結果より，高精度モデルであっても粒子配置の乱れによる精度の低下が生じたため，シフティング法として，粒子配置の疎密を防ぎ規則的な状態へと近づける OPS[2]を導入した．さらに，影響域内に十分粒子が存在しない場合にはどのモデルであっても近似精度は保証されないため，自由表面境界を明確にする Surface fitting[3]を導入し，解析を行った．解析モデルは 1 辺が 100 (cm)の正方形領域の流体（無粘性）であり，初期条件として正方形領域の図心を中心に角速度1.0 (rad/sec)の剛体回転を与えた．また，初期粒子間隔は 1 (cm)，時間増分は4.0×10^{-4} (sec)とした．

４．２．解析結果

解析結果を Fig. 4 に示す．OPS による流体内部での粒子配置の改善と，Surface fitting による自由表面境界の明確化，自由表面境界の曖昧さに起因する圧力の乱れの抑制を確認できた．

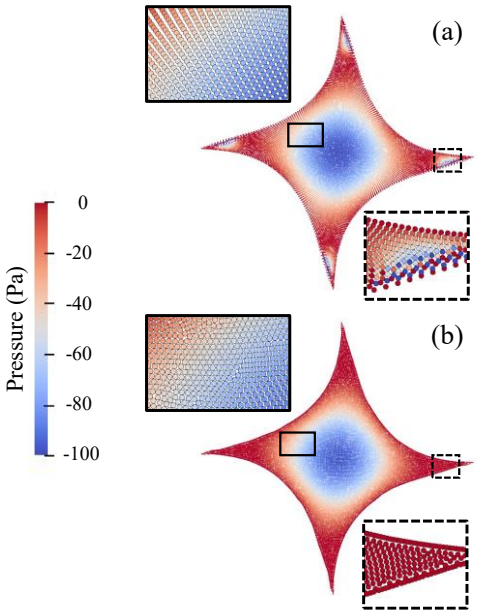


Fig. 4 Snapshot of particles at 1.06 (sec)
(a) without shifting, (b) with shifting

５．結言

本研究では，空間 2 次精度を有する SPH 法用の高精度な離散微分演算モデルを導出し，シフティング法と併用化した高精度流体解析法を提案した．提案モデルはラプラシアンのみでなく，2 階微分をそれぞれ評価することができるため，異方性を有する問題，あるいは座標変換が必要となる数値解析法への展開も可能である．

本研究で実施した流体解析例においては，提案モデルの優位性は顕著には現れず，シフティングの優位性を確認するに留まった．そのため，ほかの流体解析例を通して提案モデルの妥当性確認を行い，計算コストとの兼ね合いからも最適な離散微分モデルの検討を行う予定である．

参考文献

1) Josip Basic, Nastia Degiuli, Dario Ban: A class of renormalised meshless Laplacians for boundary value problems, *J. Comput. Phys.*, Vol.354 pp.269-287, 2018.
2) Abbas Khayyer, Hitoshi Gotoh, Yuma Shimizu: Comparative study on accuracy and conservation properties of two particle regularization schemes and proposal of an optimized particle shifting scheme in ISPH context, *J. Comput. Phys.*, Vol.332 pp.236-256, 2017.
3) I. Douros, B.F. Buxton: Three-dimensional surface curvature estimation using quadric surface patches, *Proc. Scanning 2002*, 2002

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

底面から流入する鉛直上昇水流による礫層破壊の流体・固体連成計算

Computations based on fluid-solid interaction for failure in gravel layer due to vertically-upward water flow entering from bottom surface

牧　志峰（京大院・工）　大野　絢平（京大院・工）　鳥生　大祐（京大・ACCMS）
牛島　省（京大・ACCMS）
Shiho MAKI, Graduate School of Engineering, Kyoto University
Junpei OHNO, Graduate School of Engineering, Kyoto University
Daisuke TORIU, ACCMS, Kyoto University
Satoru USHIJIMA, ACCMS, Kyoto University
E-mail: maki.shiho.86f@st.kyoto-u.ac.jp

The failure of a gravel layer due to the vertically-upward water flow entering from the bottom surface was investigated with the experiments and the computations taking account of the particle-scale fluid-solid interactions. Two types of gravel particles (average diameters are about 7 mm and 4 mm) and glass particles were used in the experiments, in which gravel-particle movements were captured with a high-speed camera and the water pressure was measured with four ultra-compact pore pressure gauges. In the computations, the fluid forces acting on up to about 42,000 gravel-particles, each of which is represented with multiple tetrahedron elements, were calculated from the pressure and viscous terms. As a result, in the fluidized area of the gravel layer, it was shown that the computation method enables us to obtain the distributions of excess pore pressure, pore fluid velocity and particle-particle contact forces, which are important to understand the mechanisms on the behaviors of the gravel-particles driven by the water flows entering from the bottom.

1. はじめに

本研究では，飽和した礫層の底面から流入する鉛直上昇流により，礫層に内部流動化が生じ，水流が礫層を貫通して破壊に至る過程[1] に着目し，前報[2] の粒径約 7 [mm] に加えて，より小粒径の礫粒子 (約 4 [mm]) とガラスビーズ (約 7 [mm]) の実験も行い，高速度カメラによる粒子画像の撮影と超小型間隙水圧計による流体圧力の計測を行った．また，粒子スケールの流体・固体連成を考慮する 3 次元計算法[3] を利用して，最大約 42,000 個の礫モデル（計算セル数は最大約 1 億 6 千万，プロセス並列数は最大 2,176）を用いて，セル幅 / 粒径 を 1/10 程度とする高分解能の並列計算を行い，実験では計測が難しい，間隙水圧や間隙流体速度，また粒子間接触力を求めて，礫層の内部流動化と破壊のメカニズムに考察を加えた．

2. 礫層内部流動化の実験

Fig. 1 に実験水槽の概略と計算領域 (赤枠部分) を示す．水槽の寸法は，$l_1 = 350$ [mm]，$l_2 = 40$ [mm]，$l_3 = 200$ [mm] で，水流は内径 $D = 31$ [mm] の円管から平均流速約 0.83 [m/s] で約 5 秒間流入させ，その後流入を停止させた．Fig. 1 の gravel box 内に，既報[2] で用いた平均粒径約 7 [mm] の礫粒子（礫 A），加え，平均粒径約 4 [mm] の礫粒子（礫 B）と

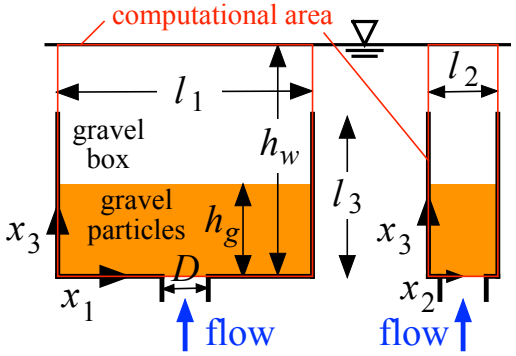


Fig. 1　Experimental tank and computational area (left = front view, right = side view)[2]

粒径約 7 [mm] の球形ガラスビーズを用いて，層厚 h_g を 80 [mm] と 100 [mm] とする 2 条件の実験を行った．Fig. 1 の h_w は約 300 [mm] である．上記の条件による実験を 3 回ずつ実施した．

実験では，底面から供給される水流が粒子層を貫通した際など，粒子が高速で移動する場合に，粒子の画像を明確に把握することを目的として，ハイスピードカメラ HAS-U1 (ディテクト社製) による撮影を行った．また，後面中央 ($x_1 = l_1/2$，$x_2 = l_2$) に超小型間隙水圧計 KPG-50KPA (東京測器社製) を 4 個設置し，$x_3 = 20, 40, 60, 80$ [mm] の 4 点で間隙水圧を測定した．

3. 流体・固体連成計算の概要

既報[3] と同様の流体・固体連成計算法を使用して礫 A，B で $h_g = 100$ [mm] とした条件の計算を行った．礫 A のモデリングは既報[3] と同様で，代表的な 26 種類の形状を四面体要素で表し，その内部表面近傍に複数の接触判定球を設置して，個別要素法により粒子間の接触を扱った．礫 B の計算では，礫 A の粒子モデルの形状を 1/2 に縮小したモデルを利用した．使用した礫粒子モデルの総数は，礫 A では約 5,200，礫 B では約 42,000 である．また，礫粒子に作用する流体力は，礫粒子が占める領域に仮想流体を設定し，計算領域全体に対して流体計算を行って，礫粒子領域の圧力勾配項と粘性応力項を体積積分して求めている[3]．

粒子モデルに対する計算セルの分解能を十分高くするため，流体計算セル幅は礫モデルの平均粒径の 1/10 程度とし，セル数は $x_1 \times x_2 \times x_3$ の各方向に対して礫 A の計算で 612 × 72 × 528 (= 23,265,792)，礫 B の計算で 1, 190 ×136 ×1,008 (= 163,134,720) とした．領域分割法に基づき，計算は並列化されており，flat MPI による並列計算のプロセス数は礫 A の計算で 17×2×8 (= 272)，礫 B の計算で 34×4×16 (= 2, 176) とした．

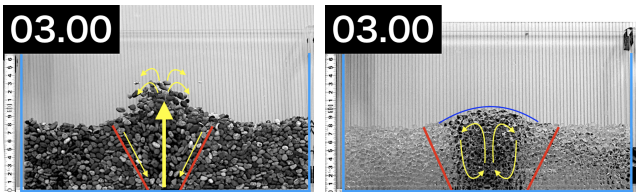
計算は京都大学のスーパーコンピュータ CRAY XC40 (Intel Xeon Phi KNL, 68 cores/node, 1.4 GHz/node) を利用して行った．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

4. 実験および計算結果と考察

4.1. 高速度カメラにより撮影された粒子群の挙動

高速度カメラにより撮影された動画から得られた礫 A とガラスビーズのフローパターンの特徴を，Fig. 2 に示す．Fig. 2 (a) に示されるように，礫 A では，粒子層底面付近で発生した内部流動化領域が鉛直上方に拡大した後，上昇水流が礫層を貫通し，粒子層上面から粒子群が噴出する．噴出した粒子は左右に分かれて沈降し，Fig. 2 (a) の赤線で示される斜面に沿って下方へ滑落する．貫通した水流は左右に蛇行する傾向がみられた．一方，ガラスビーズでは，Fig. 2 (b) に示されるように，粒子の移動範囲が比較的広く，また粒子層内部において，左右対称の渦を形成する粒子群の運動が観察された．さらに，粒子層上面の盛り上がり部分の勾配は，礫 A のケースと比較して緩やかとなった．

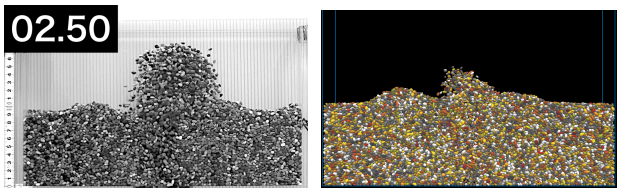


(a) gravel-A　(b) glass particle

Fig. 2　Particle flow patterns (h_g = 80[mm], t = 3.0 [s])

4.2. 粒子群のフローパターンの比較

Fig. 3 は，礫 B の実験 (h_g = 100 [mm]) および計算で得られた粒子分布のスナップショット (t = 2.5 [s]) である．礫 B の実験では，水流により巻き上げられた粒子は礫 A の場合よりも高くまで到達し，水流が左右に大きく蛇行することが観察された．計算結果でも，粒子層内部が流動化した後に，粒子分布が左右非対称となる傾向が再現されている．



(a) experiment　(b) computation

Fig. 3　Snapshots of gravel particles (gravel-B, t = 2.5 [s])

4.3. 流体圧力と流速および粒子間接触力の計算結果

以下では，実験では計測が難しいと考えられる，流体圧力と流速，また粒子間接触力の計算結果 (礫 B，h_g = 100 [mm]，t = 2.5 [s]) を示す．

Fig. 4 は，$x_2 = l_2/2$ の断面における p'_{com} の等値線分布である．p'_{com} は，計算された流体圧力から静水圧を引いた値 (過剰間隙水圧) を表す．Fig. 4 の黒線は，計算セル中の固相率 $\alpha_s = 0.5$ の等値線であり，おおよその粒子形状を表している．Fig. 4 に示すように，礫層内で $p'_{\mathrm{com}} > 0$ [Pa] となる領域が広く存在している．特に，流入開始直後に発生する流入口上部の空間において高い p'_{com} が発生しており，流動化が進行する領域で高い過剰間隙水圧が発生している．なお，実験で計測した過剰間隙水圧は，流入開始後に最大値をとり，その後減少してほぼ一定値となる傾向があり，計算でも同様の傾向が確認された．

次に，Fig. 5 は，$x_2 = l_2/2$ の断面における流速ベクトル $\mathbf{u}$ の大きさ U の分布を表す．Fig. 5 に示すように，水流が粒子層を貫通した後では，流入口上部に U が大きな領域が上下に広がっていることを確認した．

Fig. 6 は，計算で得られた粒子間接触力ベクトルの大きさ F_C の分布を表す．$F_R = 2.0 \times 10^{-4}$ [N] を基準値として，$F_C < F_R$ となる接触力が小さい粒子の重心点を黒，$F_C \geq F_R$ を灰色で表している．Fig. 6 に示されるように，水流が貫通している領域で粒子間接触力が小さい領域が集中していることが定量的に把握された．

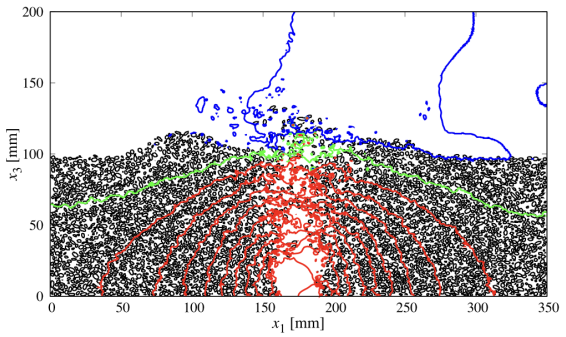


Fig. 4　Isolines of p'_{com} (line interval = 50 [Pa], blue: $p'_{\mathrm{com}} < 0$, green: $p'_{\mathrm{com}} = 0$, red: $p'_{\mathrm{com}} > 0$)

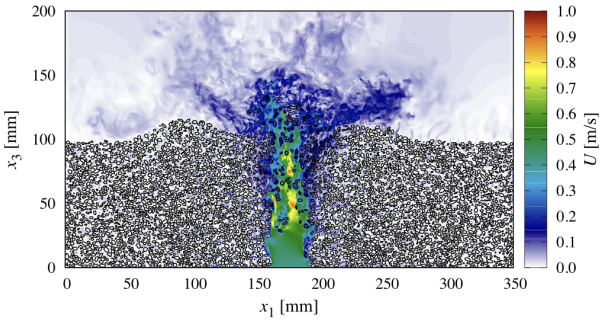


Fig. 5　Distribution of U

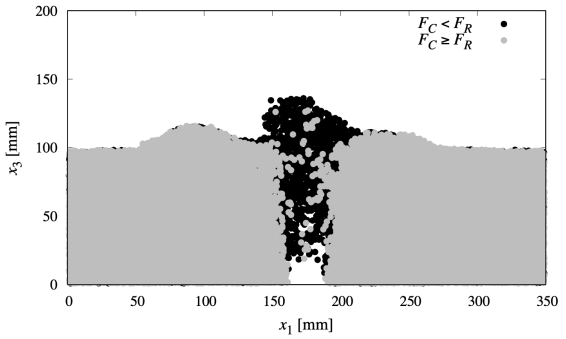


Fig. 6　Distribution of F_C ($10 \leq x_2 \leq 30$ [mm])

参考文献

1) Alsaydalani, M. and Clayton, C.: Internal fluidization in granular soils, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol. 140, No. 3, p. 04013024, 2014.
2) 牛島省, 上野友登, 鳥生大祐, 大野絢平：鉛直上昇流による礫層内部流動化と破壊の流体・固体連成計算, 第 24 回土木学会応用力学シンポジウム概要集, S02E-01, 2021.
3) 牛島省, 鳥生大祐, 柳博文, 田中寛樹：鉛直噴流による礫粒子群輸送と saltation-collapse 平衡の数値解析, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol. 75, No. 2, pp. I_289–I_300, 2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

繰返し傾斜荷重を受ける基礎の支持力に関するシェイクダウン解析

Shakedown Analysis on a bearing capacity of a footing subjected to repeated inclined loads

村中 太一（金沢大・理工）　山栗 祐樹（金沢大・自然研）　小林 俊一（金沢大・理工）　熊 曦（金沢大・理工）
Taichi MURANAKA, Kanazawa University
Yuki YAMAKURI, Kanazawa University
Shun-ichi KOBAYASHI, Kanazawa University
Xi XIONG, Kanazawa University
E-mail: koba@se.kanazawa-u.ac.jp

Shakedown analysis is a method for evaluating the stability of an elasto-plastic system subjected to repeated loads beyond the elastic limit. The authors have developed a numerical code of shakedown analysis based on hybrid type formulation. In this paper, a formulation of shakedown analysis method based on Melan's theorem is presented. Bearing capacity of a shallow footing subjected to repeated inclined loads is also discussed.

1. はじめに

近年風力を利用した洋上風力発電施設の導入拡大が期待されている．そのような海上構造物や建設に必要不可欠な作業船は外洋域に建設や作業が行われ，波力や潮力，自重などの外力が繰返し組合せ荷重として基礎に作用される．そのため，繰返し荷重を受ける基礎の安定性について評価する必要がある．

繰返し荷重が作用すると，塑性変形が蓄積することによる漸増崩壊，正負の交番塑性による疲労破壊，そして初期に塑性変形が生じるが数サイクル後に弾性応答に落ち着くシェイクダウンの 3 つの応答に分類できる．このうち前者の 2 つの応答は不安定であるが，シェイクダウンは安定な挙動である．このシェイクダウン挙動を示す限界荷重を直接求める手法にシェイクダウン解析法があり，静的許容な応力場を考える Melan の定理に基づく方法と双対関係にある運動学的な速度場を考える Koiter の定理に基づく方法が知られている [1]．

本研究では，Melan の定理に基づく定式化を行い，数値解析コードを開発した．また，それを用いて，粘性土地盤と砂質土地盤上の繰返し傾斜荷重を受ける浅い基礎の支持力解析を実施した．これらについて報告する．

2. シェイクダウン解析法の定式化

(1) 繰返し外力の離散的表現

シェイクダウン限界荷重を直接求めるために繰返し外力の特徴を離散的に表現する．基準となる繰返し外力を時間 t を媒介変数として，荷重空間内に経時的な変化を表現する (Fig.1)．また荷重履歴を含む最小の凸包 $\bar{\Gamma}_0$ を考え，凸包 $\bar{\Gamma}_0$ の各頂点を基準荷重 $\boldsymbol{\Gamma}_{0J}$ とした．

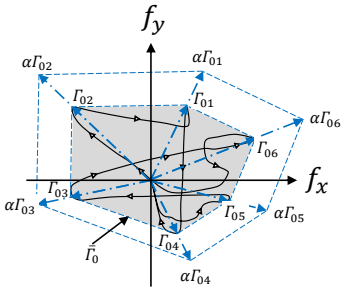


Fig.1 Load domain and convex hull $\bar{\Gamma}_0$

(2) Melan の定理に基づく定式化

Melan の定理とは，基準荷重 $\boldsymbol{\Gamma}_{0J}$ に対する線形弾性応力場 $\boldsymbol{\sigma}^E_{0J}$ とゼロ外力に釣合う時間に依存しない残留応力場 $\boldsymbol{\sigma}^R$ を合わせた応力場 $\boldsymbol{\sigma}_J$ が，あらゆる時間で領域の至るところで降伏条件 $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{\sigma}_J)$ を破らないとすると，対象とする弾塑性系は最終的にシェイクダウンすることである [1]．したがって，Melan の定理に基づき，以下の最適化問題として定式化できる．

$$\text{Find} \quad \max_{\alpha,\boldsymbol{\sigma}^R,\boldsymbol{p}^r} \quad \alpha \tag{1a}$$

$$\text{s.t.} \quad \boldsymbol{B}^T\boldsymbol{\sigma}^R = \boldsymbol{\Gamma}_c + \boldsymbol{D}_d^T\boldsymbol{p}^r \tag{1b}$$

$$\boldsymbol{\sigma}_J = \alpha\boldsymbol{\sigma}^E_{0J} + \boldsymbol{\sigma}^R \quad \forall J \in \bar{\Gamma}_0 \tag{1c}$$

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{\sigma}_J) \le \boldsymbol{0} \quad \forall J \in \bar{\Gamma}_0 \tag{1d}$$

ここに，α は荷重係数，$\boldsymbol{B}$ は B マトリクス，$\boldsymbol{\Gamma}_c$ は一定荷重，$\boldsymbol{D}_d$ はディリクレ境界条件に関する行列，$\boldsymbol{p}^r$ はディリクレ反力である．また基準荷重 $\boldsymbol{\Gamma}_{0J}$ に対応した線形弾性応力 $\boldsymbol{\sigma}^E_{0J}$ を補ひずみエネルギー最小化問題によって求めた．

(3) 最適性条件と得られる解

式 (1a) から式 (1d) に基づいてラグランジュ関数を導入し，ラグランジュ双対性から最適性条件（KKT 条件）が導出できる．また，導出過程において Melan の定理と双対関係にある Koiter の定理に基づく最適化問題の制約条件も得られる．KKT 条件を直接解く解法を混合型シェイクダウン解析法と呼ぶ．本研究では，2.(2) で定式化した最適化問題を汎用最適化ソルバー Gurobi Optimizer を使用して解き，KKT 条件を満足する最適解を求める．

3. 繰返し傾斜荷重を載荷した浅い基礎の支持力問題に関するシェイクダウン解析

(1) 数値実験条件

粘性土地盤において使用した有限要素メッシュ（節点数：5857，要素数：792）と境界条件，荷重載荷位置を Fig.2 に示す．同様に砂質土地盤において使用した有限要素メッシュ（節点数：5197，要素数：697）と境界条件，荷重載荷位置を Fig.3 に示す．地盤の材料パラメータは，粘性土地盤の場合では粘着力 $c = 16$[kPa]，内部摩擦角 $\phi = 0°$ とし，砂質土地盤の場合では粘着力 $c = 1$[kPa]，内部摩擦角 $\phi = 30°$ に設定し，共通のパラメータとして，地盤の単位体積重量 $\gamma = 16$[kN/m^3]，弾性定数 $E = 1.0 \times 10^3$[kPa]，ポアソン比 $\nu = 0.33$ を設定した．Fig.2 と Fig3 に示すように繰返しの傾斜荷重（両振り荷重）を載荷するシェイクダウン解析の他に，1 方向に荷重を単調載荷する極限解析 [2] についても行った．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

(2) 数値実験結果

ここで極限解析とシェイクダウン解析の荷重係数 α の考え方を説明する．極限解析では Fig.4 に示す基準荷重 Γ_0 を α 倍した荷重が終局限界荷重 $\alpha\Gamma_0$ であり，この赤線上の範囲内で荷重を載荷した場合は，塑性安定を示す．シェイクダウン解析では Fig.5 に示す基準荷重領域 $\bar{\Gamma}_0$ を α 倍した荷重領域がシェイクダウン限界荷重領域 $\alpha\bar{\Gamma}_0$ である．この領域内で荷重を載荷した場合，最終的にシェイクダウンする．したがって，各傾斜角において求められた最大の荷重係数 α に基づいて，粘性土地盤の数値実験結果では，鉛直方向成分 V と水平方向成分 H をそれぞれ粘着力 $c = 16$[kPa] と基礎の面積 $A = 4$[m^2] の積で除した無次元量，砂質土地盤では，同様に各成分を中心載荷 ($\delta^+ = \delta^- = 0°$) した時の最大鉛直荷重 $V_{\rm ult}$ を用いて無次元量で整理をして図示した (Fig.6 と Fig.7)．

粘性土地盤での数値実験結果は，Fig.6 から繰返し載荷した場合の水平方向の支持力は傾斜角が数度で一定になる様子が確認できる．また完全水平方向の繰返し載荷 ($|\delta| = 90°$) の支持力は 1 方向載荷の支持力の約 2 割程度まで減少していることが分かった．一方で砂質土地盤の数値実験結果では，Fig.7 から 1 方向載荷の結果と比較して，繰返し載荷した結果は傾斜角が増加しても水平方向の支持力はほぼゼロで，粘着力の寄与以外は期待できない．これはとりわけ砂質土地盤においては，水平抵抗力を発揮されるためには根入れが不可欠であることを示唆する．

4. おわりに

本稿では，Melan の定理に基づく定式化を行い，汎用性最適化ソルバーを利用した解析コードを開発した．繰返し傾斜荷重を受ける基礎の支持特性に関するシェイクダウン解析を実施した．得られた数値実験結果の実問題への適用性については今後の検討課題である．また，開発したシェイクダウン解析法は移動荷重の支持力解析にも応用可能であるので今後取り組む予定である．

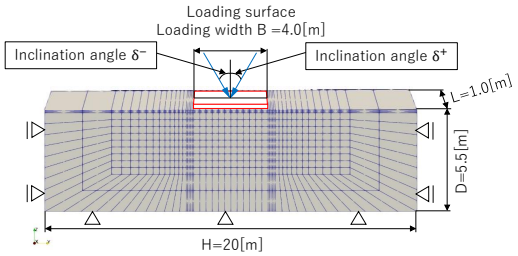


Fig.2 Finite element mesh (clayey soil)

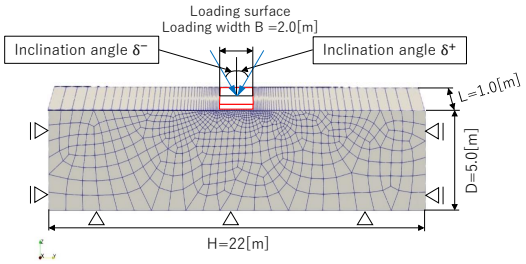


Fig.3 Finite element mesh (sandy soil)

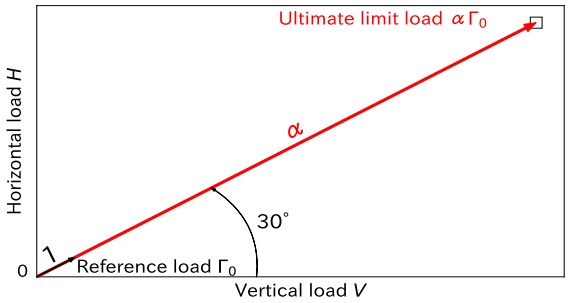


Fig.4 Concept of load factor α in Limit analysis

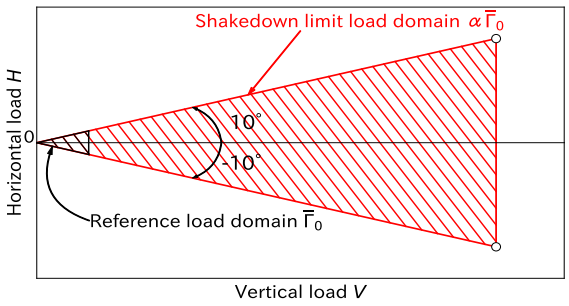


Fig.5 Concept of load factor α in Shakedown analysis

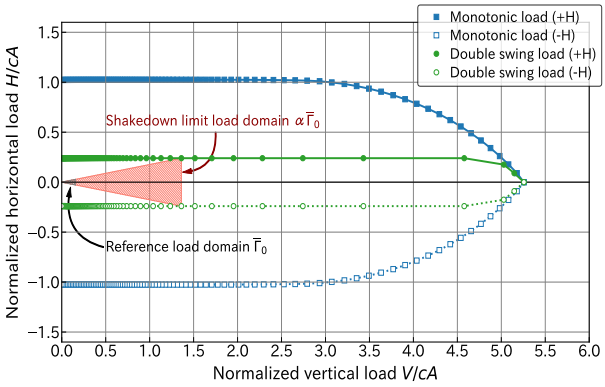


Fig.6 Numerical result (clayey soil)

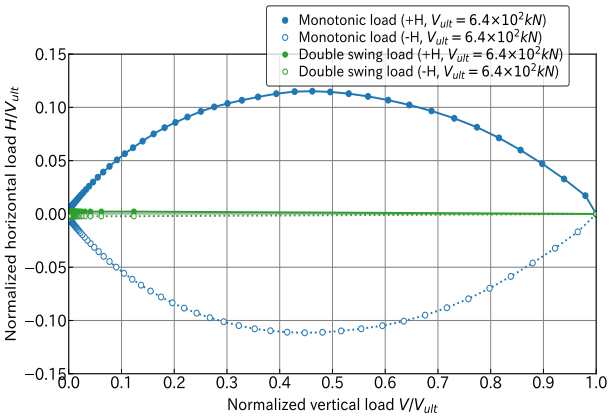


Fig.7 Numerical result (sandy soil)

参考文献

1) 小林俊一, 西川雅規, 田村武: 移動荷重を受ける c-φ 材料の支持力特性に関するシェイクダウン解析, 応用力学論文集, Vol.9, pp.479–489, 2006.
2) 山栗祐樹, 小林俊一, 西藤潤: 混合型剛塑性有限要素法による傾斜荷重を受ける浅い矩形基礎の 3 次元支持力解析, 土木学会論文集 A2（応用力学）, Vol.77, No.2, pp.I_193–I_204, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第三部門：材料・複雑現象の力学）

第３部門③

座長:上田 尚史(関西大学)

2022年5月28日(土) 15:30 ～ 16:45 C会場 (オンライン)

[2C21-25-01] 粗骨材の形状と分布を反映した鉄筋コンクリートはりのメゾスケール数値実験

*那須川 佳祐[1]、升井 尋斗[1]、車谷 麻緒[1] （1. 茨城大学）

15:30 ～ 15:45

[2C21-25-02] 粗骨材の形状と分布を反映したコンクリートのメゾスケールモデリングとその定量的評価

*升井 尋斗[1]、那須川 佳祐[1]、車谷 麻緒[1] （1. 茨城大学）

15:45 ～ 16:00

[2C21-25-03] DIC解析によるらせん積層 CFRPの曲げ変形挙動の検討

*松本 高志[1]、遠藤 祐希[1]、近藤 健太[1] （1. 北海道大学）

16:00 ～ 16:15

[2C21-25-04] ヒューズ機構を有する仮橋脚構造の変形挙動に関する研究

*関口 穂[1]、小林 薫[1]、谷口 望[2] （1. JR東日本コンサルタンツ株式会社、2. 日本大学）

16:15 ～ 16:30

[2C21-25-05] 施工精度がスパイラル杭の引抜き抵抗に及ぼす影響に関する模型実験

*木梨 優太[1]、西岡 英俊[1] （1. 中央大学大学院）

16:30 ～ 16:45

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

粗骨材の形状と分布を反映した鉄筋コンクリートはりのメゾスケール数値実験

Meso-Scale Numerical Experiment of Reinforced Concrete Beam with Realistic Shaped Aggregates

那須川 佳祐（茨城大・工）　升井 尋斗（茨城大・理工）　車谷 麻緒（茨城大・工）
Keisuke NASUKAWA, Ibaraki University
Hiroto MASUI, Ibaraki University
Mao KURUMATANI, Ibaraki University
E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp

Three-dimensional numerical experiments of reinforced concrete beams are carried out in meso-scale. The meso-scale concrete model reflects the geometry and distribution of coarse aggregates. The non-linear finite element analysis with a damage model is used for simulating the fracture behavior in concrete. The numerical results show good agreements with actual test results.

1. はじめに

コンクリートはメゾスケールで見ると，モルタルと粗骨材から構成される材料である．コンクリートの内部には，さまざまな形状や大きさの粗骨材が非均質に分布している．数値解析において粗骨材の非均質性を考慮できれば，コンクリートの破壊挙動をより詳細に再現することが可能になると考えられる．既往の研究では，粗骨材の分布を考慮した解析手法によりひび割れ進展挙動が再現されている [1]．しかし，実際のコンクリートの破壊挙動と比較されておらず，再現性は評価されていない．

そこで，本研究では粗骨材の分布を考慮した鉄筋コンクリートはりの 4 点曲げ試験の数値解析を行う．そして，実験結果と比較することで，数値解析により再現したひび割れ進展挙動の再現性を評価する．

2. 数値解析手法

2.1 粗骨材の形状と分布を反映したコンクリートのメゾスケールモデリング

本研究では粗骨材の形状を疑似的に再現する手法として，ボロノイ分割を利用する．ボロノイ分割を用いることで，3 次元空間を不規則な形状の小領域に分割でき，図 - 1 に示すように，さまざまな形状の粗骨材が生成可能である．

生成した粗骨材を 3 次元空間に配置することにより，コンクリートのメゾスケールモデルを作成する．本研究では，車谷らが考案した粗骨材の充填アルゴリズム [1]を用いる．これにより，粗骨材どうしの重複や鉄筋との重複を回避して，粗骨材を 3 次元空間内に充填することができ，実際のコンクリートに近いメゾスケールモデルを再現することが可能である．

2.2 コンクリートの材料モデル

コンクリートの材料モデルには車谷らが考案した損傷モデル [2]を適用する．損傷モデルの構成則は次式で表される．

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D)\boldsymbol{c}:\boldsymbol{\varepsilon} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{\sigma}$はコーシー応力テンソル，Dは損傷変数，$\boldsymbol{c}$は弾性係数テンソル，$\boldsymbol{\varepsilon}$はひずみテンソルである．

本研究では，粗骨材は損傷しないものとして，各要素に含まれるモルタルの損傷のみを考える．そこで，それぞれの要素において，要素の体積に占めるモルタルの体積を体積率Vとして求め，体積率Vを用いて損傷変数$D(\varepsilon_\mathrm{e})$を求める．損傷変数$D(\varepsilon_\mathrm{e})$は体積率$V$を用いて次式で表される．

$$D(\varepsilon_\mathrm{e}) = 1 - \frac{\varepsilon_0 \alpha_0}{\varepsilon_\mathrm{e}} \exp\left\{ -\frac{E \varepsilon_0 \alpha_0}{G_\mathrm{f}} h_\mathrm{e} (1 - V) \left(\frac{\varepsilon_\mathrm{e}}{\alpha_\mathrm{D}} - \varepsilon_0 \right) \right\} \tag{2}$$

ここで，ε_0はモルタルの破壊発生ひずみ，h_eは要素長さ，G_fはモルタルの破壊エネルギーを示す．α_0とα_Dはそれぞれ次式の関係を示す値である．

$$E_\mathrm{m} = \alpha_0 E, \quad \varepsilon_\mathrm{m} = \alpha_\mathrm{D}^{-1} \varepsilon \tag{3}$$

ここで，E_mはモルタルのヤング率，ε_mは要素内のモルタルの等価ひずみ，εは要素全体の等価ひずみである．

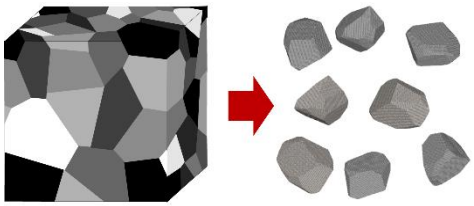


図 - 1　ボロノイ分割を用いて作成した粗骨材モデル

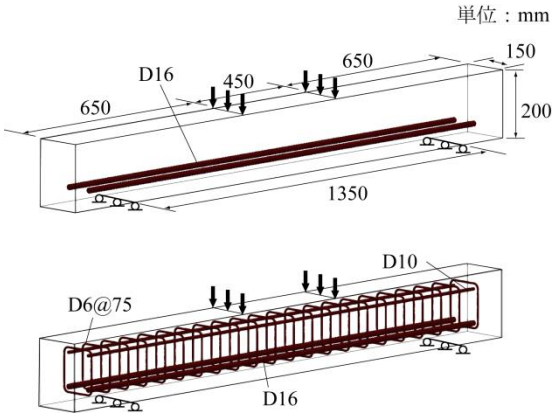


図 - 2　試験体の寸法および載荷・支持条件

2.3 鉄筋の材料モデル

鉄筋の材料モデルには，von-Mises 塑性モデルを適用する．降伏関数fは次式で表される．

$$f = \sigma_\mathrm{v} - \sigma_\mathrm{y} - Q(1 - \mathrm{e}^{-bp}) \tag{4}$$

ここで，σ_vは von-Mises 相当応力，σ_yは初期降伏応力，pは相当塑性ひずみ，Qおよびbは鉄筋の非線形硬化パラメータである．

3. メゾスケール数値実験の結果および実験との比較

3.1 実験概要および数値解析条件

破壊モードが異なる 2 種類の RC はりを試験体として，4 点曲げ試験の実験と数値実験を実施した．試験体の寸法および載荷・支持条件を図 - 2 に示す．せん断補強筋を配置

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

78 kN (50/160 step)

図 - 3　はり内部のひび割れと粗骨材分布

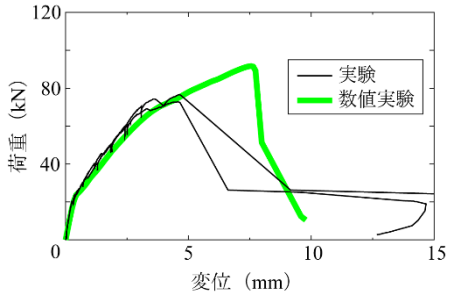


図 - 4　荷重 - 変位関係

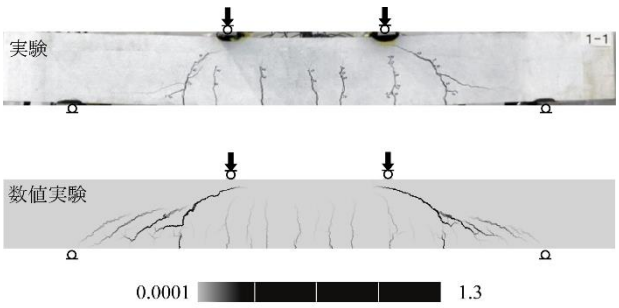


図 - 5　実験と数値実験の部材表面のひび割れ

105 kN (150/180 step)

図 - 6　はり内部のひび割れと粗骨材分布

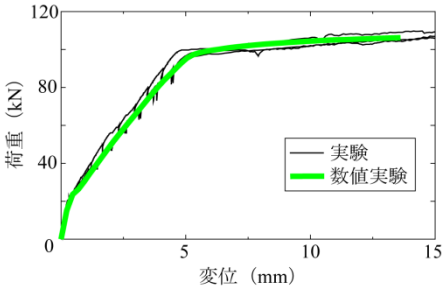
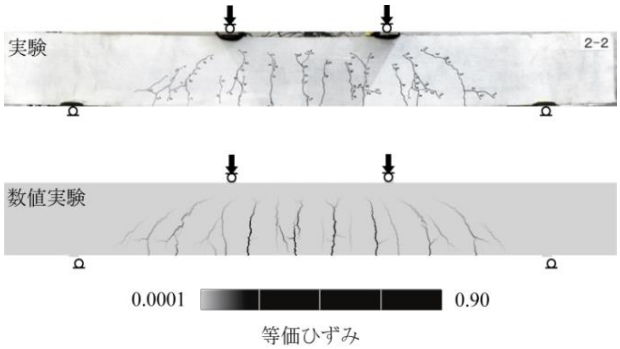


図 - 7　荷重 - 変位関係



実験結果 100 kN と 数値実験結果 105 kN(150/180 step)

図 - 8　実験と数値実験の部材表面のひび割れ

しない RC はりはせん断破壊型であり，せん断補強筋を配した RC はりは曲げ破壊型である．有限要素には，四面体 1 次要素を使用した．せん断破壊型 RC はりでは，節点数を約 120 万，要素数を約 660 万とした．曲げ破壊型 RC はりでは，節点数を約 120 万，要素数を約 690 万とした．モルタルの材料パラメータはヤング率Eを 20 GPa，ポアソン比νを 0.2，破壊エネルギーG_{f}を 0.08 N/mm とした．粗骨材の材料パラメータはヤング率Eを 60 GPa，ポアソン比νを 0.2 とした．鉄筋の材料パラメータは，ヤング率Eを 190 GPa，ポアソン比νを 0.3，降伏応力σ_{y}を 400 MPa，非線形硬化パラメータQおよびbをそれぞれ 100 MPa および 5 とした．

3.2　荷重変位関係とひび割れ分布の比較

(1)せん断破壊型 RC はり

図 - 3 には，数値実験により得られた内部のひび割れと粗骨材の分布を重ね合わせた図を示す．ひび割れが粗骨材を回避して進展していることが確認できる．図 - 4 には，実験と数値実験から得られた荷重－変位関係を示す．脆性的な挙動を示し，せん断破壊の特徴を捉えている．図 - 5 には，実験と数値実験から得られた部材表面のひび割れを示す．なお，解析結果のひび割れは等価ひずみの可視化である．はりの端部に生じる斜めひび割れを数値実験においてよく再現している．ひび割れの発生位置や形状が概ね実験結果と一致している．

(2)曲げ破壊型 RC はり

図 - 6 には，数値実験により得られたひび割れと粗骨材の分布を重ね合わせた図を示す．ひび割れが粗骨材を回避して進展していることが確認できる．図 - 7 には，実験と数値実験から得られた荷重－変位関係を示す．延性的な挙動を示し，曲げ破壊の特徴を捉えている．図 - 8 には，実験と数値実験から得られた部材表面のひび割れを示す．なお，解析結果のひび割れは等価ひずみの可視化である．ひび割れの発生位置や形状が実験結果とよく一致していることが確認できる．

4．おわりに

疑似的に再現した粗骨材を充填させた RC はりの 3 次元メゾスケールモデルを作成し，非均質性を考慮した損傷モデルを適用して数値実験を実施した．数値実験の結果を実験結果と比較することにより，本研究で用いた手法を採用することで，実現象をよく再現したひび割れ分布を数値実験から得られることを示した．

参考文献

1)　車谷麻緒，加藤匠，松村眞由：フェーズフィールド法によるコンクリートのメゾスケールモデルの作成とその数値実験への適用，日本計算工学会論文集，2020，pp.20200008.
2)　車谷麻緒，加藤匠，佐々木浩武：非均質性を考慮した損傷モデルの定式化とその性能検証，土木学会論文集 A2(応用力学)，Vol. 75，No.1，47-54，2019.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

粗骨材の形状と分布を反映したコンクリートのメゾスケールモデリングとその定量的評価

Meso-scale modeling of concrete with realistic shaped aggregates

升井　尋斗（茨城大・工）　　那須川　佳祐（茨城大・工）　車谷　麻緒（茨城大・工）
Hiroto MASUI, Ibaraki University
Keisuke NASUKAWA, Ibaraki University
Mao KURUMATANI, Ibaraki University
E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp

This study creates meso-scale concrete models with realistic shaped aggregates in three-dimension. The coarse aggregates are modeled by Voronoi diagrams, and each of them is then arranged randomly without overlapping. The volume fraction, size and shape of aggregates obtained from the proposed model are compared with those of actual concretes. Good agreements are found between the numerical and actual concretes.

１．はじめに

建設材料として広く用いられているコンクリートは，メゾスケールで見ると，モルタルと粗骨材から構成される二相の非均質材料である．コンクリートに含まれている粗骨材の粒度分布・形状・充填率などの違いは，それぞれがコンクリートの力学特性に影響を及ぼすことが知られており，近年では数値的な検討が複数行われている[1)2)]．しかし，これらの検討は粗骨材形状を簡易的に表現している．粗骨材の影響を数値解析により定量的に把握するためには，高精度かつ簡単にメゾスケールモデルを作成する手法が求められる．

車谷らはフェーズフィールド法を用いることで，複雑形状の粗骨材を有するコンクリートのメゾスケールモデリング手法[3)]を開発した．この手法は異なる粒度分布を持つコンクリートのメゾスケールモデルを簡単かつ大量に作成できる点で優れているが，生成した粗骨材モデルの形状や配置が実物と近いか定量的に評価できていない．

よって本研究では，同等の手法を用いて作成したメゾスケールモデルを実際のコンクリートと比較することで，モデリング手法の妥当性を検討する．具体的には，メゾスケールモデルと実物の断面画像から得られる粗骨材形状・充填率・断面積分布による定量的な評価を行う．

２．メゾスケールモデルの作成手法

図-1 に示すように，3 次元領域をボロノイ分割することによって粗骨材モデルを抽出する．データベース上に保存した粗骨材モデルを参照し，任意領域に粗骨材モデルが重ならないように配置することでメゾスケールモデルを作成する．様々な形状・大きさの粗骨材モデルを作成することで，粒度分布を操作できる．

３．検証例題

作成したモデルと比較するために，**図-2** に示すようなコンクリートを作製し，断面の画像を取得した．また，**図-3** に示すような同じ寸法のメゾスケールモデルを作成し，断面画像を取得した．コンクリートを作製するにあたって，材料に用いる粗骨材の重量を一粒ずつ測定した．また，測定した重量データを密度で除して体積に変換したデータを参照することで，メゾスケールモデルの内部に配置される粗骨材の大きさを厳密に制御した．実断面画像では二値化処理を行い，両方の画像サイズを 1000×500 ピクセルに揃えることで断面積分布と形状の評価を行った．

実断面画像 3 枚の粗骨材面積率はそれぞれ 47.1 %, 49.0 %, 50.0 % であり，メゾスケールモデル断面画像 3 枚の粗骨材面積率はそれぞれ 46.5 %，49.0 %，49.5 % であった．このことから，内部に分布する粗骨材の充填率は概ね一致しているといえる．**図-4** および**図-5** に，メゾスケールモデル断面と実断面画像各 3 枚における粗骨材それぞれのピクセル数のヒストグラムを示す．比較的小さい粗骨材が多く，6000 ピクセルまでの大きな骨材がまばらに存在するという傾向

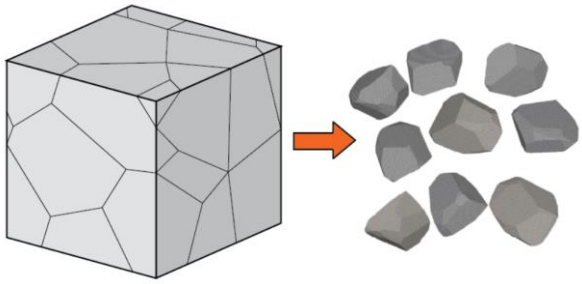


図-1　ボロノイ分割による粗骨材形状データの生成

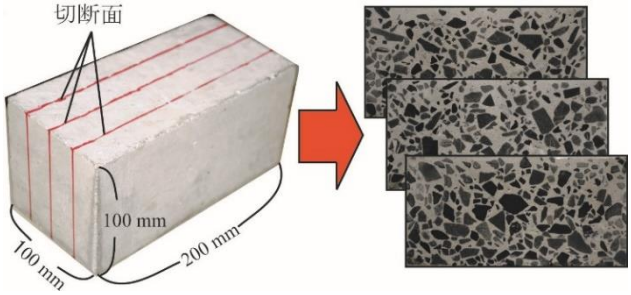


図-2　コンクリートの寸法と断面画像

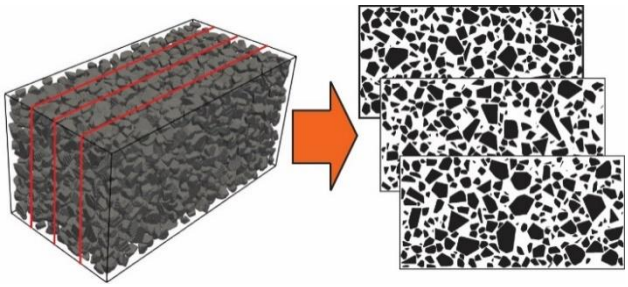


図-3　作成したメゾスケールモデルと断面画像

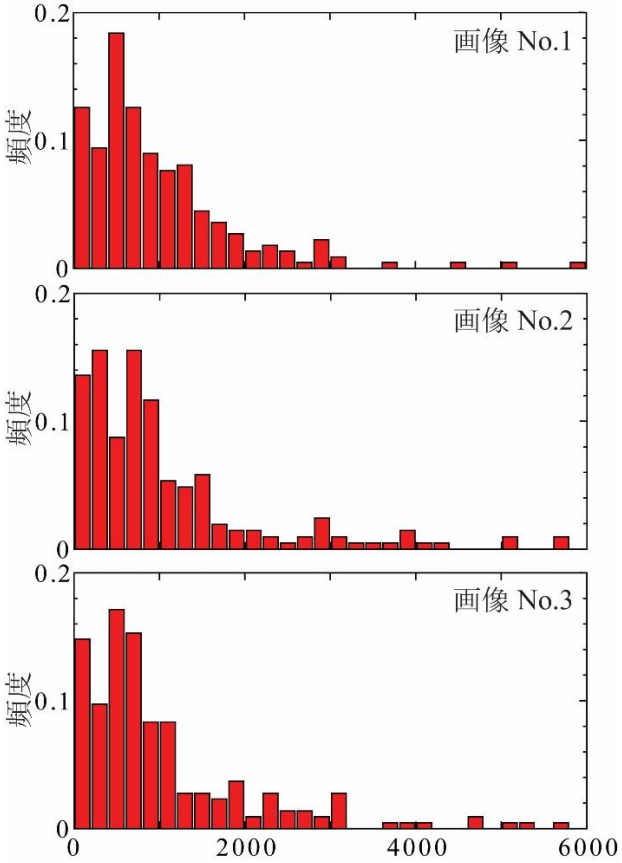


図-4　作成モデルの断面における粗骨材面積の分布

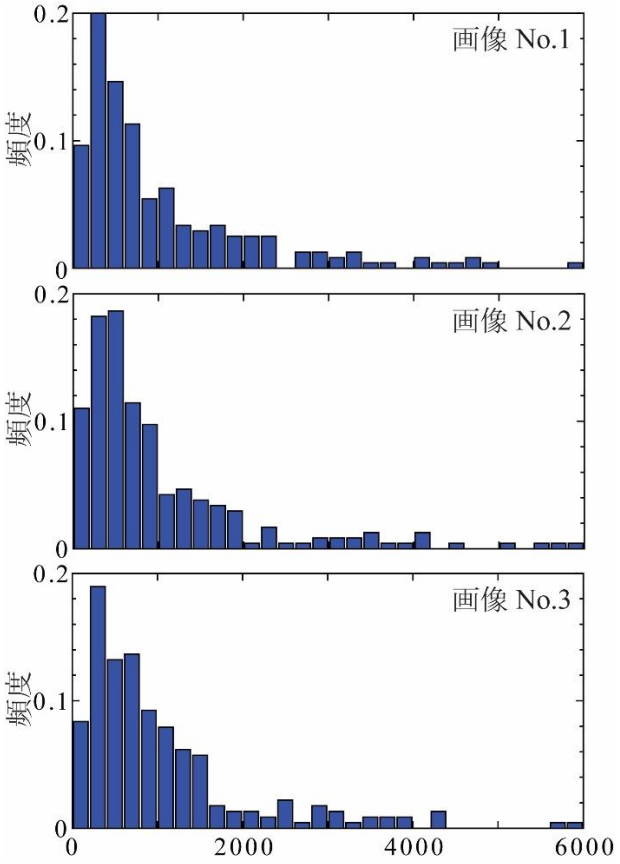


図-5　実断面における粗骨材面積の分布

が一致していることが確認できた．

次に，粗骨材の形状を評価するために，形状評価値として細長比 L を次式で定義する．

$$L = \frac{\sqrt{S}}{d_{\max}} \tag{1}$$

ここで，S は各粗骨材のピクセル数，$d_{\max}$は各粗骨材における最大ユークリッド距離である．細長比 は粗骨材形状が円に近いほど大きくなる値であり，骨材の尖り具合を評価できる．メゾスケールモデル断面と実断面計 6 枚における粗骨材を，細長比を用いて評価する．**図-6** に，各断面で得られた細長比の分布を示す．各断面における細長比分布の平均と分散を求め，実断面とメゾスケールモデル断面それぞれで平均と分散の調和平均を求め，誤差を算出した．実断面とメゾスケールモデル断面における細長比の平均の誤差は 5.0 %であった．また，分散の誤差は 7.4%であった．これらのことから，ボロノイ分割によって作成した粗骨材形状は，実際の形状に近い形状であるといえる．

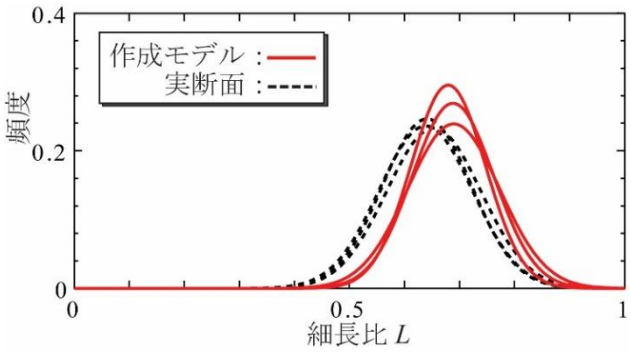


図-6　各断面における細長比の分布

4．おわりに

粗骨材形状・充填率・断面積分布について断面画像を比較することで，メゾスケールモデルの評価を行った結果，作成したモデルは実物に近いということが確認できた．以上により，コンクリートのメゾスケールモデリング手法の妥当性を示した．今後の展望として，サンプル数を増やすことによって，より正確な評価を行うことが挙げられる．

参考文献

1) Wang X., Zhang M., Jivkov A.P. : Computational technology for analysis of 3D meso-structure effects on damage and failure of concrete, *Int. J. Solids Struct.*, 47, 2010, pp. 957-968.
2) A. Caballero, C.M. Lo´pez, I. Carol: 3D meso-structural analysis of concrete specimens under uniaxial tension, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, Vol. 195, pp. 7182-7195, 2006.
3) 車谷麻緒，加藤匠，村松眞由：フェーズフィールド法によるコンクリートモデルの作成とその数値実験への応用，日本計算工学会論文集，vol.2020, pp.20200008, 2020.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

DIC 解析によるらせん積層 CFRP の曲げ変形挙動の検討
Examination of bending deformation behaviors of CFRP with helicoidal laminate structure by DIC analysis

松本　高志（北海道大・工）　　遠藤　祐希（北海道大・工）　　近藤　健太（北海道大・工）
Takashi MATSUMOTO, Hokkaido University
Yuki ENDO, Hokkaido University
Kenta KONDO, Hokkaido University
E-mail: takashim@eng.hokudai.ac.jp

This paper investigates on the four-point flexural deformation behaviors of helicoidally laminated CFRP by the use of Digital Image Correlation method. It is found that the helicoidal laminate shows very unique deformation behaviors. Namely, in the flexural span, the helicoidal laminate exhibits large shear strain values and equivalently inclined principal strain vectors on the tension and compression side. These behaviors clearly show that the helicoidal laminate does not follow beam theory.

１．はじめに

CFRP（Carbon Fiber Reinforced Polymer: 炭素繊維強化ポリマー）は比強度，比剛性，耐腐食性に優れた複合材料であるが，破壊が局所的であり終局挙動は脆性的である．一方で，節足動物の外骨格には，繊維が基質材料を補強し，かつ積層を成す FRP のような構造が見られるが，繊維方向が一定の配向角度差を保ちつつ積層されるらせん積層をなしている．外骨格の強靭な性質はらせん積層により付与されていると考えられている．

これまでに，らせん積層または限定的にらせん積層とした CFRP では脆性的挙動が緩和されることが実験的に確認されてきた．CFRP 矩形板（40mm×180mm×4mm）の三点と四点曲げ載荷実験において，らせん積層では破壊が段階的・広範囲に生じ，配向角度差が小さくなるにつれて脆性的な挙動が顕著に緩和されることが確認された [1),2)]．

また，らせん積層 CFP の損傷と破壊に至るまでの変形挙動を明らかにするために，曲げ変形を面的に捉えることのできるデジタル画像相関法（Digital Image Correlation，以下 DIC）による検討も行ってきた [3)]．

しかし，既往の研究 [3)]では，サブセットの剛体移動に基づく DIC 解析を実施しており，曲げ変形の大きな箇所での解析結果の精度と考察に保留点が残っていた．

本研究ではサブセットの回転と変形も考慮した DIC 解析を実施することで，らせん積層 CFRP の曲げ変形挙動を詳細に検討することを目的としている．3 種類の積層構成の CFRP 矩形板を製作して，四点曲げ載荷下で DIC 解析を実施した．各積層構成のひずみ分布を比較検討した上で，らせん積層 CFRP の変形挙動を明らかにした．

２．四点曲げ載荷実験

矩形板供試体の標準寸法は，長辺 180mm，短辺 40mm，厚さ 5mm である．供試体は一方向プリプレグを積層してオートクレーブ法により成形した．今回検討した 3 種類の積層構成を Table 1 に示す. 配向角度は繊維方向が供試体の長辺に平行なプリプレグ層を 0°の層とし，これを基準としてプリプレグ層の繊維がなす反時計回り角度と定義する．積層構成の[ ]内の数字は配向角度，下付き文字は[ ]内の積層の繰返し回数を表している．3 種類の積層構成名称を CP（直交積層），QI（疑似等方積層），SH9（らせん積層）とする．

曲げ載荷はオートグラフ(SHIMADZU AG-1240kN)を用いて行った．四点曲げ載荷条件を Fig. 1 に示す．供試体はそれぞれ両短辺側で単純支持とし，支間長 150mm，せん断支間長 50mm，曲げ支間長 50mm の三等分点載荷とした．変位速度毎分 2mm の変位制御の下，荷重及び変位の計測を行った．Fig. 2 に四点曲げ載荷実験で得られた荷重－変位関係を示す. 最大荷重後の荷重降下量は, CP が 2.613kN, QI が 3.877kN, SH9 が 1.408kN である. 既往の研究 [1)]同様, SH9 の最大荷重後の荷重降下は CP や QI に比べて小さくなることが確認された．

３．DIC 解析

画像撮影には Nikon のデジタルカメラ D3100 を使用した．画素数は 4608×3072 ピクセル（約 1400 万画素）である．載荷前に撮影を行い，載荷開始後に変位約 1mm ごとに載荷を停止し，供試体側面の画像撮影を行った．なお，撮影した供試体側面には DIC 解析のためにラメスプレーによりランダムパターンを付与している．

Table 1 Laminate structures.

名称	積層構成	枚数
CP	$[0/90]_{20}/0$	41
QI	$[0/45/90/135]_{10}/0$	41
SH9	$[0/9/18/27/36/45/54/63/72/81/90/99/108/117/126/135/144/153/162/171]_2/0$	41

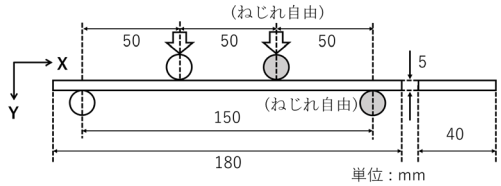


Fig. 1 Specimen dimensions and loading conditions.

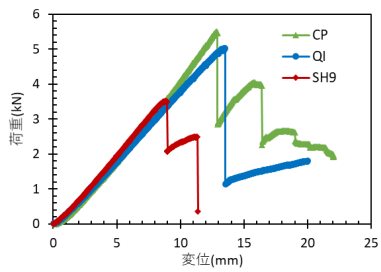


Fig. 2 Load-displacement relations.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

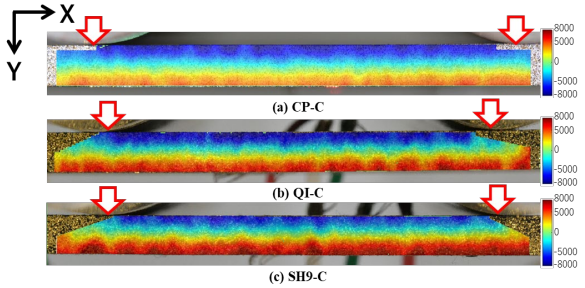


Fig. 3 Normal strain in x direction.

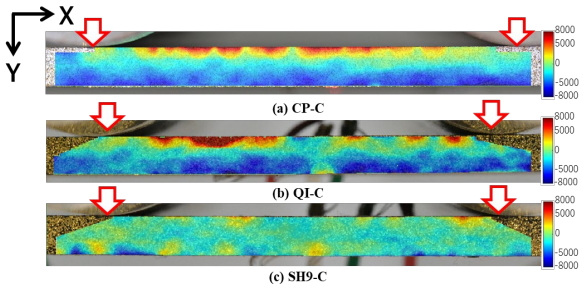


Fig. 4 Normal strain in y direction.

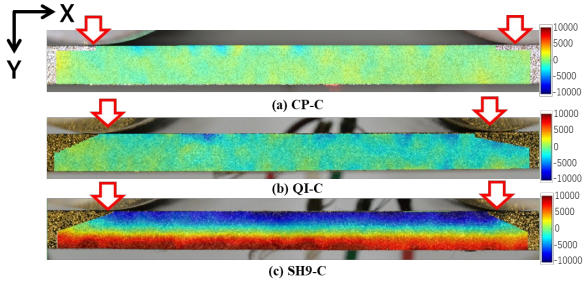


Fig. 5 Shear strain.

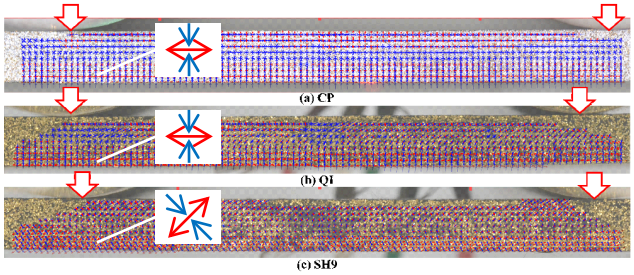


Fig. 6 Principal strain vectors.

DIC 解析には，オープンソースの 2D デジタル画像相関法の Matlab プログラムである Ncorr を使用した [4]．本研究では Subset radius を 25 ピクセル，Strain radius を 10 ピクセル，Subset spacing を 10 ピクセルに設定した．

４．解析結果

DIC 解析には SH9 の荷重降下直前である変位 8mm 時点での画像を用いた．なお，供試体の梁軸方向を X 方向，板厚方向を Y 方向と定義する（Fig. 1）．

Fig. 3 に曲げ支間での X 方向直ひずみ分布を示す．いずれの積層構成でも上側で圧縮ひずみが最大，下側で引張ひずみが最大となっており，梁理論に合致する．しかしながら，積層構成により引張ひずみ，圧縮ひずみの最大値が異なる．CP は上面のひずみが約-7200μ，下面のひずみが約 3700 μ，QI は上面のひずみが約-5200 μ，下面のひずみが約 5300 μ，SH9 は上面のひずみが約-5700 μ，下面のひずみが約 7700 μであった．配向角度差が小さくなると，圧縮ひずみより引張ひずみの方が大きくなり，中立軸は上側に推移した．

Fig. 4 に曲げ支間内の Y 方向直ひずみ分布を示す．CP と QI は上面で引張ひずみが最大，下面で圧縮ひずみが最大となるよう分布している．一方で，SH9 は上面側で圧縮ひずみは生じず，下側で最大-3000 μ程度の圧縮ひずみが生じている．全体として，SH9 は板厚方向のひずみが小さいことが分かった．

Fig. 5 に曲げ支間内のせん断ひずみ分布を示す．CP および QI のせん断ひずみは概ね 0 であり梁理論に合致した．一方で，SH9 は圧縮側で最大-10000 μ以上の負のせん断ひずみ，引張側で最大 10000 μ以上の正のせん断ひずみが生じていた．CP や QI と比較してひずみは非常に大きく，分布は梁理論によるものと全く異なった．

曲げ支間の主ひずみベクトル図を Fig. 6 に示す．CP および QI は梁理論どおりであり，下側で引張ひずみが水平方向，圧縮ひずみが板厚方向に生じている．一方で SH9 は，下側で引張と圧縮ひずみが斜め方向であり，板厚中央面で対称性があった．主ひずみベクトルが斜め方向となっているのは，曲げ支間で大きなせん断ひずみが生じていることと等価であり，梁理論によるものと全く異なっている．

５．まとめ

サブセットの回転と変形を考慮した DIC 解析により，曲げおよびせん断支間で良好な結果が得られた．SH9 と CP，QI との変形挙動の相違について以下の四点を確認した．

一点目は，梁軸方向ひずみについて，配向角度差が小さくなるにつれ中立軸は上側に推移した．

二点目は，板厚方向ひずみについて，SH9 は全体としてひずみ勾配が小さく，ひずみの大きさも小さくなった．

三点目は，せん断ひずみについて，SH9 は圧縮側で負のせん断ひずみ，引張側で正のせん断ひずみを生じ，大きさは最大で 10000μ以上と非常に大きな値を示した．

四点目は，主ひずみベクトルについて，SH9 は斜め向きであり，板厚中央面で対称性があった．三点目と合わせて，梁理論によるものと全く異なった．

謝辞

本研究は JSPS 科研費 21H01411（基盤研究（B），生体模倣らせん積層 CFRP による構造部材の変形・耐荷挙動の研究）の助成で実施された．ここに謝意を示す．

参考文献

1) 松本高志，石澤郁馬，近藤健太:CFRP のらせん積層化による曲げ挙動と破壊形態の検討，土木学会論文集 A2（応用力学）応用力学論文集 Vol. 21（特集），土木学会, Vol. 74, No. 2, pp. I_639-I_647, 2018.
2) 松本高志，浜山千佳，近藤健太: 限定らせん積層 CFRP の四点曲げ変形・耐荷挙動の実験的検討，土木学会論文集 A2（応用力学）応用力学論文集 Vol. 24（特集），土木学会, Vol. 77, No. 2, pp. I_275-I_283, 2021.
3) 遠藤祐希，鄧朋儒，松本高志:異なる積層構造を有する CFRP の曲げ変形挙動の画像解析，第 23 回応用力学シンポジウム, P02-03, 2020.
4) J. Blaber, B. Adair, and A, Antoniou: Ncorr: Open-source 2D digital image correlation Matlab software, Experimental Mechanics, Vol. 55, pp. 1105‑1122, 2015.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ヒューズ機構を有する仮橋脚構造の変形挙動に関する研究
Study on deformation behavior of temporary pier structure with fuse mechanism

関口　穂（JR 東日本ｺﾝｻﾙﾀﾝﾂ(株)）　小林　薫（JR 東日本ｺﾝｻﾙﾀﾝ(株)）　谷口　望（日本大学理工学部）
Minoru SEKIGUCHI, JR East Japan Consultants Company
Kaoru KOBAYASHI, JR East Japan Consultants Company
Nozomu TANIGUCHI, Nihon University
E-mail: m-sekiguchi@jrc.jregroup.ne.jp

This study is about a temporary pier structure with a fuse mechanism. The deformation behavior was clarified by conducting static loading experiments and dynamic loading experiments of the fuse mechanism. Furthermore, the fracture behavior of the mortar fuse was clarified from the FEM analysis of the element test.

１．はじめに

仮橋脚は，一般に仮設構造物で，本設構造物施工中の代替設備として設置される。仮橋脚構造は，柱部材にはＨ型鋼，横つなぎ材やブレース材に溝形鋼，Ｌ型鋼などが用いられる場合が多い．仮橋脚構造は，本設構造物の工事が完了すると撤去される場合がほとんどである．このため，使用期間が短いことを反映した耐震設計が行われるのがほとんどである．このような設計事例として，道路橋の仮設設計指針[1)]では，設計水平震度の 1/2 を考慮するという規定もある。鉄道事業者では，仮設構造物の耐震設計を L1 地震動に対しては設計水平震度 0.25，L2 レベル地震動に対しては本設構造物の耐震性能の 1/2 を有すると規程[2)]している場合もある．

しかしながら，近年の地震発生状況を考えると大きな地震が続けて起きる場合もあり，2016 年の熊本地震がその典型的な事例と考えられる．本検討では，仮橋脚構造にヒューズ機構を取付けることで，L1 レベル地震動程度で設計していても，L2 レベル地震動のような大規模地震に対してヒューズ機構が作動し，落橋等の重大な被害を防止するための構造検討を行ったものである．

２．ヒューズ機構を有する仮橋脚構造の概要

ヒューズ機構を有する仮橋脚構造の略図を Fig. 1 に示す．Fig. 2 にヒューズ機構の略図を示す．ヒューズ機構としては，モルタルヒューズと固有周期を設定するためのバネ要素で構成される．ヒューズ機構の機能としては，設計想定地震よりも大きな地震入力があった場合，モルタルヒューズが破壊し，設定された固有周期の振動系に変化させることを期待している．Fig. 1 は，ヒューズ機構を鉄道工事桁を支持する横梁と接続している例である．横梁がスライド可能な構造とすることで，ヒューズ機構発動後，設定する固有周期に移行することが可能となり，損傷レベルの制御に有効と考えた．

３．ヒューズ機構確認試験

ヒューズ機構確認試験は，静的交番載荷試験と動的載荷試験の 2 種類の実験を行った．Fig. 3 に，動的載荷試験のセット状況を示す．

静的交番載荷試験は，3000kN の交番載荷試験機で実施した。交番載荷試験は，ヒューズ機構の挙動を確認する目的で実施した．載荷点は，慣性質量として設置しているウエイトを載荷版で挟み込みアクチェーターを変位制御で交番載荷を行った．

動的載荷試験は，地震動作用時での応答を確認するため，振動台を用いて実験を行った．動的載荷試験は，静的載荷

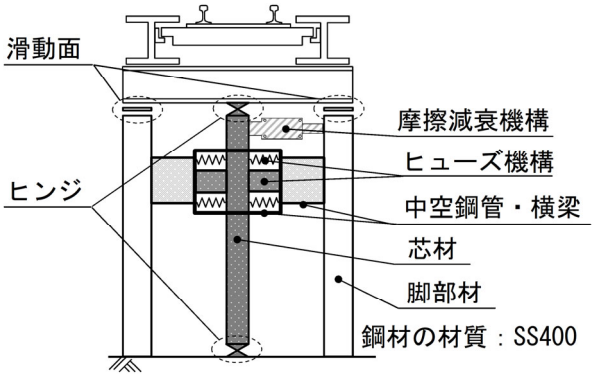


Fig. 1 Schematic diagram of temporary pier structure corresponding to excessive input

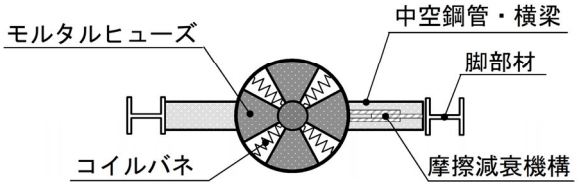


Fig. 2 Schematic diagram of the fuse mechanism

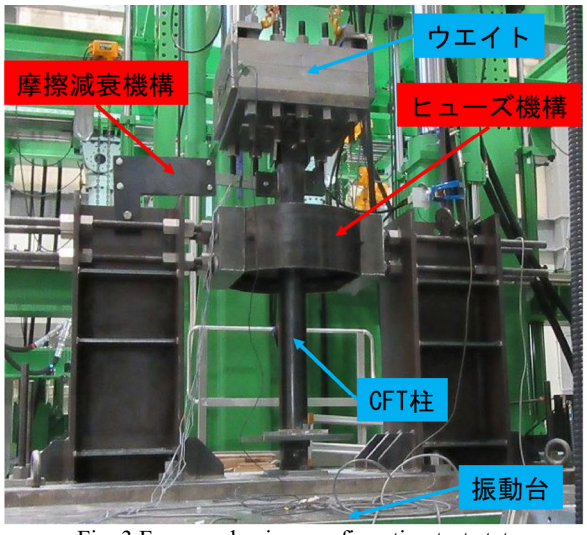


Fig. 3 Fuse mechanism confirmation test status

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

試験と同じ試験体で振動台での加振実験を行った．

４．実験結果の概要

(1)静的載荷実験結果

Fig. 4 に，交番載荷試験結果を示す．正側載荷時の最大荷重は，水平変位 5.3mm 時に 4.2kN となった．負側載荷時の最大荷重は，3.0kN で正側載荷時より小さくなった．この理由は，明確ではないが CFT 柱からモルタルヒューズに支圧力が作用する際，角部から作用したことで局所的な破壊が先行したのではないかと推定している．

モルタルヒューズは，要素試験結果からも最大荷重に達したあと，荷重が急激に低下するが最大荷重の 1/3 程度の荷重を維持するような変形挙動が見られた．最大荷重以降の耐荷挙動は，バネ反力とモルタルヒューズ耐力を合算した復元力を示していた．除荷時は，水平変位に応じたバネ反力となる復元力を示した．

(2)動的載荷実験結果

Fig. 5 に，動的載荷試験結果を示す．時刻 3 秒から 3.5 秒時点で応答加速度が 10m/s^{2}程度となった．この時点でモルタルヒューズに損傷が発生しているが，時刻 4.0 秒から 5.0 秒にかけて応答加速度が 35m/s^{2}と大きくなった．これはモルタルヒューズの残存部があり，そこに CFT 柱が衝突したことで，応答加速度が大きくなったものと想定された．このことから，モルタルヒューズは脆性的な破壊挙動とともに残留物が落下などして，CFT 柱が挙動する空間を確保する必要があることがわかった．

時刻 5.0 秒以降は，これまでにモルタルヒューズが破壊し，CFT 柱の変形できる空間ができたことから，振動周期が 1.05 秒程度の Sin 波的な応答加速度波形を示した．この時の応答加速度は，1.0m/s^{2}程度であった．時刻 5.0 秒以降の応答加速度波形からは，ほとんど減衰しない応答波形が測定された．

５．モルタルヒューズの破壊挙動の検討

本提案構造において，モルタルヒューズは耐荷性能を決定する重要な部材であり，ヒューズ機構の発動を決定する．ヒューズの要求性能としては，設定された荷重に達したあと脆性的な破壊挙動となることが望ましい．このようなことからモルタルは好ましい材料と考えられる．

ここでは，モルタルヒューズの要素試験の非線形 FEM 解析結果から，破壊挙動における FEM 解析の適用性の検討を行った．

検討結果を Fig. 6 に示す．最大荷重に関しては，実験結果と FEM 解析結果は概ね一致した（Fig. 6(a)）．破壊挙動に関しては，要素試験で割裂が主となる破壊形態を示し，FEM 解析結果も概ね同様の結果となった（Fig. 6(b)）．

６．まとめ

本検討結果を以下にまとめる．

(1) ヒューズ機構の静的載荷試験結果からは，モルタルヒューズが破壊後，モルタルヒューズの残存耐力とコイルバネの反力が加算された反力が生じた．

(2) ヒューズ機構の動的載荷試験結果からは，モルタルヒューズ破壊後，応答加速度が大きくなった.これはモルタルヒューズ破壊後の残存部分に CFT 柱がぶつかり衝撃的な挙動となったためと考えられる．

(3) モルタルヒューズの FEM 解析結果から，破壊挙動としては支圧力の作用による割裂破壊と考えられる．

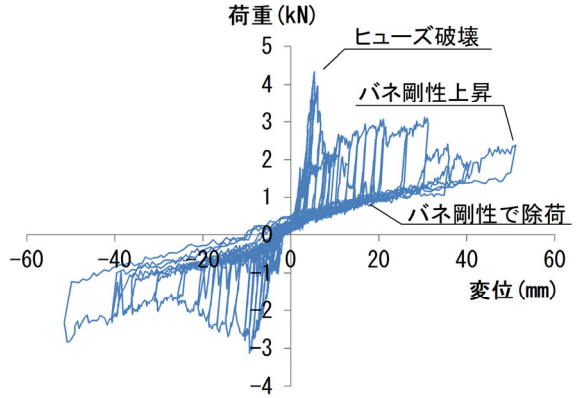


Fig. 4 Alternate loading test results of fuse mechanism

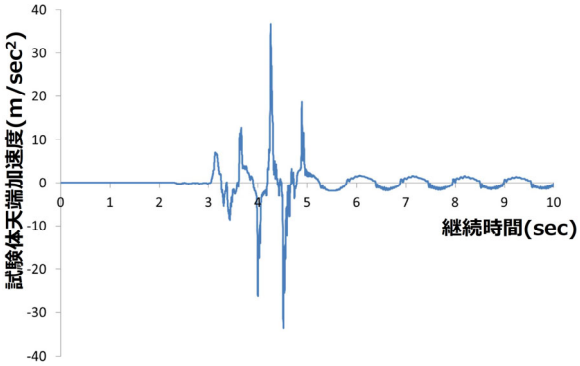
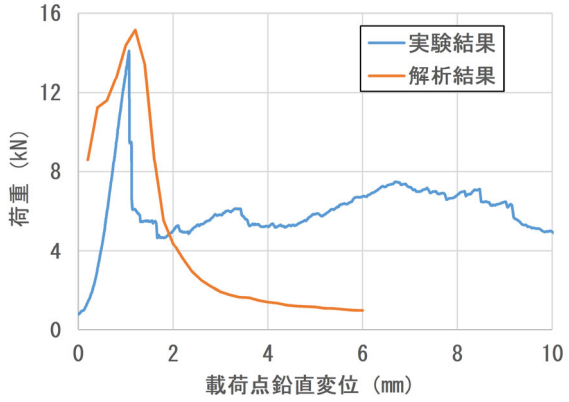
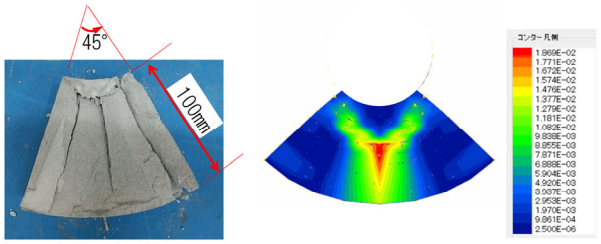


Fig. 5 Dynamic loading test result of fuse mechanism



(a) Comparison of load-displacement relationship



(b) Comparison of destruction status

Fig. 6 Comparison of experimental results and analysis results

参考文献

1) 社団法人日本道路協会：仮設構造物工指針，1999. 3
2) 東日本旅客鉄道株式会社：工事桁工法マニュアル，2016. 10

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

施工精度がスパイラル杭の引抜き抵抗に及ぼす影響に関する模型実験
Model tests on the effect of construction accuracy on the uplift resistance of spiral piles

木梨　優太（中央大・理工）　　西岡　英俊（中央大・理工）

Yuta KINASHI, Chuo University
Hidetoshi NISHIOKA, Chuo University
E-mail: a17.ewn6@g.chuo-u.ac.jp

Spiral piles are manufactured by twisting flat steel bars and expected to be adopted at construction sites that are narrow and do not allow heavy machinery to enter because of its features that can be driven by rotational penetration using only human power. In this study, static axial tensile load tests of model piles in dry Toyoura sand were performed, and effect of construction accuracy were considered. As a result, it was suggested that push-in force and over-rotation affect the uplift resistance of the pile in service to some extent.

１．研究背景

幅 100mm 程度の平鋼にねじり加工を施したスパイラル杭は，人力での回転貫入による打設が可能であり，ホームドア基礎などの狭隘で重機が入らない現場条件での小規模構造物の基礎として活用が期待されている [1]．ホームドア基礎の杭の設計では，ホームドアへの風荷重等によって杭に作用する引抜き力が設計上の決定ケースとなる場合があり，引抜き抵抗を適切に評価することが重要となる．ただし，重機施工の場合に比べて人力施工では，回転数や貫入力および杭体のブレ（傾き）などの施工精度を高精度に管理することが難しく，これらが杭の抵抗特性に少なからず影響することが懸念される．

そこで，本研究ではスパイラル杭の施工精度として，特に人力施工を想定した回転数，貫入力及び杭体のブレに着目する．具体的には，乾燥豊浦砂の模型地盤でこれらの施工条件を模擬した模型スパイラル杭の静的引抜き実験を実施し，施工精度が引抜き抵抗に及ぼす影響について検討する．なお，既往研究事例として小浪・小林 [2] による N 値 10 程度の山砂の盛土に実際に打撃貫入したスパイラル杭の引抜き試験による検討などがあるが，貫入時には地盤を乱すことが無いように管理されている．また，佐藤ら [3] が乾燥砂地盤での模型実験により，施工時の回転率（スパイラル加工 1 ピッチの長さを地盤に貫入する間の杭の回転数）が 1.0 を超える過回転の状態だと押込み側の鉛直支持力が低下することなどを明らかにしているが，先端抵抗と周面抵抗は分離されておらず，引抜き抵抗の評価とはなっていない．

２．実験概要

本実験で用いた土槽模型写真を Fig.1 に示す．模型地盤は，乾燥豊浦砂を横 1000mm，奥行き 198mm の土槽の中に，多重ふるいを用いた空中落下法で相対密度約 90% 程度となるように高さ 400mm まで投入して作成した．

本実験で用いたスパイラル杭模型写真を Fig.2 に示す．スパイラル部はリン青銅製で幅 20mm，板厚 2mm，長さ 400mm の平板を 4 回転ねじったものである．

実験は杭中心間隔を杭径の 8 倍と十分に離した 2 本群杭を 1 セットで行った．2 本の杭模型を所定の位置に深さ 386mm まで打設した後に，地表面より上に突出している平板部を剛な板で挟み込むことで，杭頭部を固定するフーチングを模擬し，このフーチングごと回転を拘束しながらスクリュージャッキにより静的に引抜きを行った．試験ケースは，以下及び Table1 に示す 4 ケースとした．

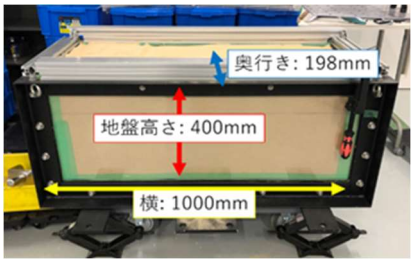


Fig. 1　Model soil tank

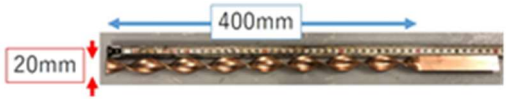
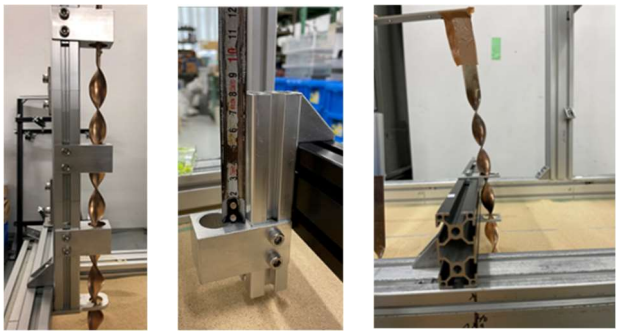


Fig. 2　Model spiral pile

Table. 1 Experimental cases

	Rotation rate	Push-in force	Leaning of pile	Number of experiments
Case1	1.0	Human Power	None	12
Case2	~ 2.0		Little	6
Case3	7.5 ~ 12.5	None		11
Case4	7.5 ~ 12.5		Large	7


(a) Jig A　(b) Jig B　(c) Jig C
Fig. 3　Casting jig

Case1 では Fig.3(a)の治具 A を用いた．治具 A は，下端の過回転防止プレートによりスパイラル加工のピッチ通りに（すなわち回転率=1.0 で）貫入できるようになっているほか，打設時の杭のブレを生じないよう杭を計 4 点で拘束している．なお，Case1 の貫入時には回転力だけでなく人力で押込み力を与えている．Case2 および Case3 では Fig.3(b)の治具 B を用いた．治具 B は下部 1 点のみでの拘束であり打設時に若干の杭のブレが生じるほか，過回転防

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

止プレートも取り付けられていないため，回転率が 1.0 を上回る過回転での貫入となる．Case2 と Case3 の違いは押込み力の有無であり，人力での押込み力を与えた Case2 では回転率は約 2.0 となり，押込み力を与えない Case3 では回転率では約 7.5～12.5 とばらつきがあった．Case4 では Fig.3(c)の治具 C を用いた．治具 C は直径 23mm と 25mm の穴を有するプレート 2 枚を地表面からそれぞれ約 10mm，70mm の高さに設置したものであり，この穴に杭が接するまで人為的に杭を傾けながら打設することで大きなブレが生じている状態を模擬した．なお，Case4 では押込み力を与えずに貫入させ，回転率は約 7.5～12.5 と Case3 とほぼ同一となった．

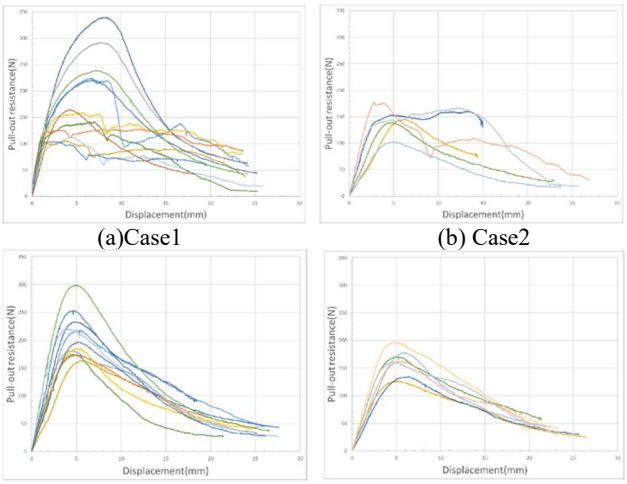
4．実験結果・考察

各ケースの荷重-変位関係を Fig.4 に示す．いずれも，最大引抜き抵抗力は概ね 4～8mm 変位時に生じており，これを杭径 D(=20mm)で割ると 0.2～0.4 となる．なお，この値は小浪・小林 [2]の引抜き荷重-変位関係から得られる値とほぼ一致している．また，多くは最大引き抜き抵抗力を発揮した後に，変位の増加とともに引抜き抵抗が大幅に低下する傾向を示しているが，Case1 および Case2 で最大引抜き抵抗力が小さい場合には明確な荷重低下傾向は示さない場合も見られることがわかる．

各ケースの最大引抜き抵抗力の分布（最大・最小値，平均値，第 1～3 四分位数）を Fig.5 に示す．まず条件が明確な Case2 と Case3 で貫入時の押込み力の影響を比較すると，押込み力を与えた Case2 の方が，明らかに最大引抜き抵抗力が小さくなる傾向が確認できる．また，Case3 と Case4 でブレの影響を比較すると，人為的に大きなブレを与えた Case4 の方が最大引き抜き抵抗力は小さくなるものの，その減少程度は押込み力の影響よりは小さいことがわかる．

一方，過回転が生じないようにピッチ通りに貫入している Case1 は，全ての実験結果のうち最大引抜き抵抗が最も大きい場合もある一方で，Case3，Case4 よりも小さい場合もあり，最大引抜き抵抗力は大きくばらつく結果となった．ただし，大きくばらついた要因として，Case1 では貫入時の過回転防止プレートとスパイラル杭との接触状態によって，実際に杭に押込み力が作用した場合と作用しない場合とが混在したことが考えられる．そこで過回転の有無の影響を，押込み力が影響しない条件では Case1 の最大値から Case3 の最大値への低下率で，押込み力が影響する条件では Case1 の最小値から Case2 の最小値への低下率で推定する．過回転が引抜き抵抗力を低下させるという傾向は，佐藤ら [3]の押込み側の鉛直支持力の低下傾向と定性的には同様であるが，これらの過回転の有無は，上述の押込み力の有無（Case2 と Case3 の差異）よりも影響が小さいことが示唆される．ただし，この点は，今後，回転率=1.0 で押込み力の有無を明確に制御した実験での追加検証が必要である．

次に各ケースの杭頭ばね定数の違いについて比較する．なお，本研究では杭頭ばね定数は荷重-変位関係における最大引抜き抵抗力の 20%時と 50%時を結んだ直線の傾きとして求めた．杭頭ばね定数の Case 毎の分布（最大・最小値，平均値，第 1～3 四分位数）を Fig.6 に示す．全体的には Fig.5 の最大引抜き抵抗力と同様の傾向であり，施工時の過回転，押込み力，およびブレのいずれも杭頭ばね定数を低下させることがわかる．また，詳細に Fig.5 と比較すると，Case1 が相対的に大きくてばらつきも小さくなっているのに対して Case2 のばらつきが大きくなっていること，また，Case3 と Case2 の差異が小さくなっていることなどがわかる．これらの傾向より，引抜き時の杭頭ばね定数に関しては，過回転による低下の影響の方が押込み力の影響よりも大きいと考えられる．



(a)Case1　(b) Case2　(c)Case3　(d)Case4

Fig. 4 Load-displacement relationship for each case

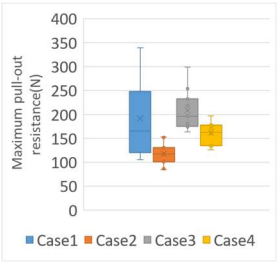


Fig. 5 Maximum Uplift resistance

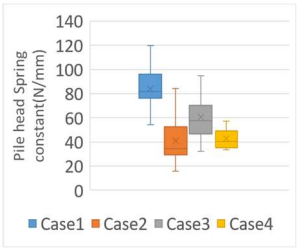


Fig. 6 Spring constant

5．おわりに

施工精度がスパイラル杭の引抜き抵抗に及ぼす影響について，杭打設時の過回転，押込み力およびブレの有無をパラメータとした模型実験により検討した．その結果，これらの施工精度が引抜き抵抗を低下させる傾向が確認でき，特に最大引き抜き抵抗力については押込み力を作用させる影響が大きいのに対して，杭頭ばね定数については過回転の影響が大きいという違いがあることがわかった．今後はより実験回数，実験ケースを増やすとともに，実験条件をより明確にすることのほか，湿潤条件での実験を追加するなどして，より精度の向上に努めていく．

参考文献

1) 野中隆博，津島史人，前原聡，西岡英俊，大塚克也，猪八重由之，菅原哲也，藤田昌幸：スパイラル杭と高強度繊維補強床版を用いたホームドア基礎構造の提案，土木学会第 74 回年次講演会，VI-851，2019.
2) 小浪岳治，小林悟史：ねじり平鋼の引抜き強度特性，第 46 回地盤工学研究発表会，K-11，2011.
3) 佐藤宇紘，原田剛男，岩佐直人，林悟史，大谷順：スパイラルパイル施工時の回転条件が鉛直支持力に与える影響に関する基礎的検討，地盤工学ジャーナル，Vol.10，No.2，pp.253-265，2015.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第五部門：応用数理問題ー計算機科学から社会科学まで）

第５部門③

座長:古川 愛子(京都大学)

2022年5月28日(土) 15:30 ～ 16:45 E会場 (オンライン)

[2E11-15-01] 列車/橋りょうの動的相互作用が橋りょうの列車通過時動的応答に及ぼす影響

*北川 晴之[1]、徳永 宗正[1]、池田 学[1] （1. (公財)鉄道総合技術研究所）

15:30 ～ 15:45

[2E11-15-02] GPS情報と車両振動データを用いた橋梁上振動データ抽出 AIの検証

*高橋 悠太[1]、金子 直樹[2]、秦 涼太[2]、山本 亨輔[2] （1. 八千代エンジニヤリング、2. 筑波大学）

15:45 ～ 16:00

[2E11-15-03] 車上計測された軌道変位に基づく鉄道橋の桁たわみ推定法

*松岡 弘大[1]、田中 博文[1] （1. 公益財団法人鉄道総合技術研究所）

16:00 ～ 16:15

[2E11-15-04] 画像センシングを用いたウェブギャップ板の疲労損傷メカニズムの同定に関する基礎的研究

*セアンソポン チャノックナン[1]、関屋 英彦[1]、田井 政行[1]、森近 翔伍[1]、葉山 瑞樹[2]、永井 政伸[3] （1. 東京都市大学、2. （一財）首都高速道路技術センター、3. 首都高速道路株式会社）

16:15 ～ 16:30

[2E11-15-05] 圧電素子センサを活用した鋼橋の疲労損傷検知に関する基礎的な研究

*森近 翔伍[1]、関屋 英彦[1]、葉山 瑞樹[2]、永井 政伸[3] （1. 東京都市大学、2. （一財）首都高速道路技術センター、3. 首都高速道路（株））

16:30 ～ 16:45

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

列車/橋りょうの動的相互作用が橋りょうの列車通過時動的応答に及ぼす影響

Influence of bridge-train interaction on bridge dynamic response under train passage

北川　晴之（鉄道総研）　　徳永　宗正（鉄道総研）　　池田　学（鉄道総研）
Haruyuki KITAGAWA, Railway Technical Research Institute
Munemasa TOKUNAGA, Railway Technical Research Institute
Manabu IKEDA, Railway Technical Research Institute
E-mail: kitagawa.haruyuki.31@rtri.or.jp

Passage of train induces the dynamic response of bridge which depends on interactions between railway vehicles and bridges. This study investigated vehicle/bridge interaction on the dynamic response of steel and composite bridge structures with small masses. Numerical simulation found out that the dominant frequency at bridge resonance due to train passage decreases with the decrease of bridge/train mass ratio, and the magnitude of the dynamic response at resonance decreases with the increase of bridge span and with the decrease of the mass ratio.

１．はじめに

橋りょうの設計において部材の動的応答を適切に考慮する必要がある．鉄道構造物等設計標準・同解説 [1]では，この影響を衝撃荷重として設定し，列車荷重に乗じる係数(衝撃係数)の算出方法を定めている．特に，高速域では，橋りょうの共振により衝撃係数が大きく増加するが，この共振領域における既往の研究は，質量が大きく動的相互作用の影響が比較的小さいコンクリート橋りょうを対象としたものがほとんどである [2]．本研究では，質量が小さい鋼・合成橋りょうを対象として車両/橋りょうの動的相互作用が動的応答に与える影響を明らかにすることを目的として，数値解析に基づく検討を行なった．

２．解析手法

本研究では，車両と線路構造物の動的相互作用解析プログラム DIASTARSIII[3]を用いて，列車/橋りょうの動的相互作用を考慮した解析を行なった．橋りょうは単純支持桁とし，弾性梁要素でモデル化した．要素分割は，支承から 2 要素を 0.5m とし，残る区間を 48 等分した．減衰はモード減衰比として与え，桁の各モードに対して 2%とした．

Fig.1 に車両モデルを示す．車両は車体・台車枠・輪軸を剛体と仮定し，これらをばね・ダンパで結合するマルチボディによりモデル化した．自由度は 1 両あたり 31 である．列車はこの車両モデルを端部でばね・ダンパで結合し，構成した．本研究では，近年の一般的な高速鉄道車両を想定し，車体の質量は空車相当，車両数は 16 両とした [4]．解析におけるモード次数は 100Hz 程度までの振動を再現可能な次数とした．時間積分は，Δt が分母に現れることを回避するよう定式化された，厳密積分法 [5]により行なった．

Table 1 に解析ケースを示す．単純支持桁のスパンは，車両と構造物の幾何的な影響を把握することを目的として．5～100m(5m きざみ)とした．桁の固有振動数fは，$f = 80{L_b}^{-0.8}$と求めた．なお，桁の固有振動数はL_b =100(m)のとき，2.01Hz であり，車両の 1 次固有振動数は，いずれのケースにおいても，桁の固有振動数を下回っていた．桁質量は，桁の単位長さ質量$(\rho A)_b$，車両の単位長さ質量$(\rho A)_v$から求められる，質量比$(\rho A)_b/(\rho A)_v$(以降$\rho_{b,v}$)をパラメータとして 0.5～10 と設定した．ただし，車両の単位長さ質量$(\rho A)_v$は，車体質量をm_s，台車枠質量をm_u，輪軸質量をm_w，車体長をL_vとして，$(m_s + 2m_u + 4m_w)/L_v$により算出した．なお，この$\rho_{b,v}$は，単線あたりでは開床式鋼橋で 1 程度，コンクリート橋の場合 10 程度が標準的な値となる．桁の剛性EIは，単純梁理論の固有振動数の関係から算出した．列車と桁の動的な相互作用の有無の影響を検討するために，列車は振動系，もしくは列車の軸配置・軸重と等価な移動荷重の列によりモデル化した．なお，荷重列載荷解析は質量によらず，共振速度や共振時の衝撃係数の値は同一となることから，$\rho_{b,v} = 10$のみ行った．列車の速度vは，速度の無次元化量である速度パラメータαを 0.04～0.8 の間で 0.001 ごとに変化させた．

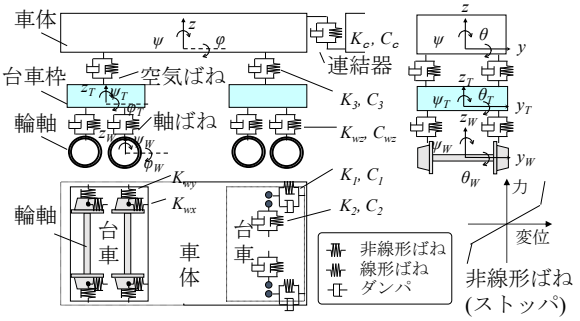


Fig. 1 Outline of vehicle model

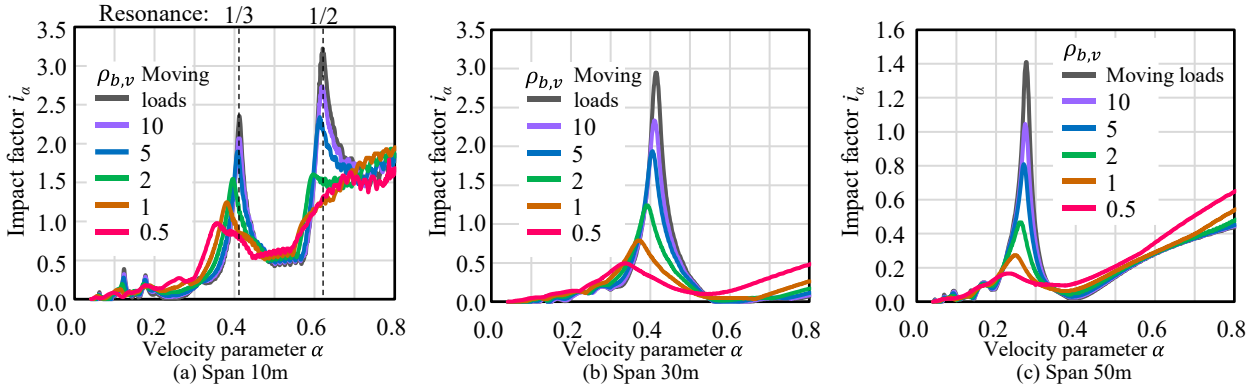
Table 1 Analysis parameters

Parameters	Value
Girder span L_b(m)	5, 10, 15, 20, …,100
Natural frequency f	$f = 80{L_b}^{-0.8}$
Mass ratio per unit length $\rho_{b,v} = (\rho A)_b/(\rho A)_v$	0.5, 1.0, 2.0, 5.0, 10.0
Train	- Dynamic model - Moving loads
Train velocity v	α = 0.04～0.8, $\Delta\alpha = 0.001$ $\alpha = v/2fL_b$

３．解析結果

Fig.2 に列車速度と衝撃係数の関係を示す．図の衝撃係数は，各速度で列車が走行したときの支間中央たわみ量の最大値を，低速($\alpha = 0.04$) で列車が走行したときの値で除することで求めている．まず，(a)のスパン 10m に着目すると，荷重列のケースで 2 次共振(α =0.6 付近)および 3 次共振(α =0.4 付近)が確認された．これに対し，振動系の解析結果は，荷重列と比較して，共振が低速かつ小さい衝撃係数で発生した．この傾向は，質量比が小さいほど顕著であった．これは，軽量になるほど桁の剛性や減衰が低下し，車両の質

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会



(a) Span 10m (b) Span 30m (c) Span 50m

Fig. 2 Impact factor i_α according to girder span and weight ratio of unit length

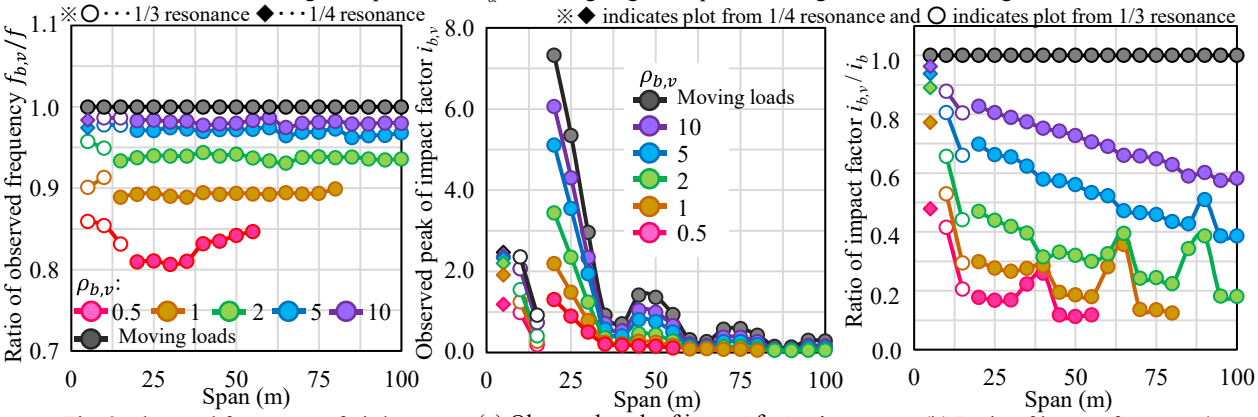


Fig. 3 Observed frequency of girder according to weight ratio of unit length

(a) Observed peak of impact factor $i_{b,v}$ (b) Ratio of impact factor $i_{b,v}/i_b$

Fig. 4 Observed peak of impact factor $i_{b,v}$ according to weight ratio of unit length

量，ばね，ダンパの影響が相対的に大きくなったためと考えられる．さらに，$\rho_{b,v}=0.5$に着目すると，3 次共振ではピークが形成されたが，2 次共振ではピークが消失した．このことから，ピークの次数によっても動的相互作用の効果が変化することがわかる．(b)，(c)に着目すると，共振発生より低速では，質量比による衝撃係数の違いは明確ではなかった．また，1 次共振が，低速かつ小さい衝撃係数で発生した．1 次共振よりも高速域では，$\rho_{b,v}$の低下と共に衝撃係数が増加する傾向が見られた．これは，振動系の列車の質量により桁の固有振動数が低下することで，荷重の通過時間と固有周期が近接する速度効果がより低速で現れるためである．

Fig.3 に解析結果から得られた卓越振動数$f_{b,v}$について示す．縦軸は動的相互作用を考慮した見かけ上の固有振動数$f_{b,v}$を，各スパンにおける桁の固有振動数fで無次元化した値である．なお，質量比が小さく，$f_{b,v}$が明確に読み取れない場合はプロットを省略した．$f_{b,v}$は，Fig.3 で確認されたように，質量比が小さくなるにつれ，低下する傾向にあった．さらに，いずれの質量比でも，$f_{b,v}/f$は，スパンによらず概ね同程度であった．具体的な割合を確認すると，$\rho_{b,v}=0.5$の場合で，$f_{b,v}/f$は，80%程度であった．一方で$\rho_{b,v}=2.0$以上では，$f_{b,v}/f$は，95%以上であった．ただし，fが特に高い，スパン 15m 以下では，いずれの$\rho_{b,v}$でも$f_{b,v}/f$が 1 により近くなる傾向にあった．

Fig.4 に解析結果から得られた共振時の衝撃係数$i_{b,v}$を示す．(a)に着目すると$i_{b,v}$は$\rho_{b,v}$とともに減少する傾向にあった．ただし，$L_b/L_v=k,(k\in\mathbb{N})$で衝撃係数が大きくなり，$L_b/L_v=k-0.5,(k\in\mathbb{N})$で小さくなるという傾向は，$\rho_{b,v}$によらず共通していた．(b)の荷重列の解析結果で無次元化した比$i_{b,v}/i_b$に着目すると，$\rho_{b,v}$と共に，$i_{b,v}/i_b$が減少する傾向にあった．これは，動的相互作用の影響を受けやすくなったためである．さらに，スパンの増加と共に$i_{b,v}/i_b$が減少する傾向にあった．これは，スパンの増加とともに，桁上に配置される車両ダンパ数が増加したためと考えられる．

4．まとめ

本研究では，列車/橋りょう動的相互作用が列車通過時の橋りょうの動的応答に及ぼす影響について検討を行なった．列車通過による橋りょう共振時の卓越振動数は，橋りょう/列車の質量比の低下とともに低下すること，共振時の動的応答の大きさは，スパンの増加と質量比の低下とともに低下することを明らかにした．

参考文献

1) 国土交通省監修，鉄道総合技術研究所編：鉄道構造物等設計標準・同解説（コンクリート構造物），丸善, 2004
2) 曽我部正道他：共振領域におけるコンクリート鉄道橋の動的設計法に関する研究, 土木学会論文集, No.724/I-62, pp.83-102, 2003.
3) 涌井一他：鉄道車両と線路構造物との連成応答解析法に関する研究，土木学会論文集，No.513/I-31，pp.129-138，1995
4) 国土交通省監修，鉄道総合技術研究所編：鉄道構造物等設計標準・同解説（変位制限），丸善，2006
5) M. Tanabe et al.: Exact time integration for dynamic interaction of high-speed train and railway structure including derailment during an earthquake, Transaction of the ASME, Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, Vol.11, 031004, 1/9, ASME (2016)

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

GPS 情報と車両振動データを用いた橋梁上振動データ抽出 AI の検証

The verification of AI extracting the data on actual bridge from vehicle vibration data for complement of GPS

高橋　悠太（八千代エンジニヤリング）　金子　直樹（筑波大）　秦　涼太（筑波大）　山本　亨輔（筑波大）
Yuta TAKAHASHI, Yachiyo Engineering Co., Ltd.
Naoki KANEKO, University of Tsukuba
Ryouta SHIN, University of Tsukuba
Kyousuke YAMAMOTO, University of Tsukuba
E-mail: yt-takahashi@yachiyo-eng.co.jp

Bridge monitoring by sensors is often high cost for middle-short span bridges. This study focus the drive-by inspection which can measure the bridge vibration without putting sensors on bridge. The vehicle vibration through over bridge should be extracted from continuous data. This study verifies whether the relative distance between GPS device on bridge and vehicle can be used for extraction of vehicle vibration through over bridge and classifies them by the deep learning model with learned their data. For first step, the vehicle vibration data going over bridge is extracted by proposal method, and their data is validated.

１．背景

我が国は道路総延長 127 万 km，橋梁数 70 万基を有し，技術者減少が懸念される将来，点検維持の負担増大が想定される．橋梁点検では近接目視点検が基本とされてきたが，平成 31 年 2 月に橋梁定期点検要領[1]が改訂されている．これによると，近接目視点検に代わる手段として，ドローン画像などが使用可能となった．加えて，令和 2 年 6 月，点検支援技術性能カタログ[2]が更新され，いくつかの技術を近接目視と同等の情報が得られる技術として参考にできるとしている．また，目視を前提とする規制を緩和することも閣議決定されている[3]．カタログ記載済み対象技術に，橋梁上に加速度センサーを設置し，得られた橋梁応答から劣化や異常を検知する技術も含まれている[4]．振動計測であれば，ドローン画像と異なり，常時モニタリングも可能となるが，橋梁 1 基あたりの設置コストが高く，長大橋を除いて導入は進んでいない．これに対し，現在未記載の技術に，車両に搭載した加速度センサーから車両振動を得て，車両-橋梁間相互作用システムの運動方程式に基づいて橋梁振動を推定し，劣化や異常を検知する車両応答分析技術が開発されている[5]．橋梁振動は直接計測せず，間接的に推定された橋梁振動から橋梁の状態把握を目指すため，推定精度の低下が考えられるが，センサーを個々の橋梁に設置する必要がなく，道路面のデータも収集可能なスクリーニング技術になると期待される．

本技術を橋梁モニタリング技術とする場合，車両振動データから，橋梁上を走行した部分を抽出する必要がある．センサーシステムに GPS デバイスを追加し，位置情報を付与できるが，自動運転などでの利用を想定された高精度高周波数の RTK デバイス等はいまだ高価である．GPS の位置精度は電離層などの影響を受けるが，相対距離については比較的精度が維持されることから，従来精度の安価な GPS デバイスを複数利用することを考える．ただし，正解となる位置情報は測量で決定され，時間経過によって徐々に移り変わるものであり，完全な位置情報は得られない点に留意する．また，補完的な技術として，振動データから力学的特徴量に基づいた抽出方法も考えられる[6]．なお，この方法は LSTM（Long-Short Term Memory:長短期記憶）[7]を用いる．車両振動データの中で，凡そ橋梁通過中と思われる部分を取り出し，教師を付けて学習させる．この時，LSTM は構造変化を特徴量の変化として捉えられていると考えられ，繰り返し学習を用いることで，GPS の位置推定誤差を補完し，橋梁上の振動データが抽出可能であると考えられる．本研究では，先行研究で得られた知見を橋梁上での振動を含む車両振動データを LSTM で学習し，橋梁上で得られた振動が分類可能か検証を行う．

２．実験概要

実験橋梁は 4 橋(PC 橋 : 3 橋，鋼橋 : 1 橋)を対象とした．それぞれ PC1-3,S1 とする．車両は 7.8t に積載し，13.8t で使用した(Table.1)．実橋梁の出入り口に，小型の GPS センサーデバイスをそれぞれ 1 つずつ設置する．また，Fig.1 に示すように車両前輪に同様の GPS デバイスを設置する．それぞれ GPGGA 形式で緯度経度を出力し，両者の相対緯度経度差が10^{-14}以下となるとき，橋梁に進入したと定義する．取得頻度は 1Hz とする．センサー位置はバネ上下・前輪後輪・右輪左輪の組み合わせで 8 か所, それぞれ 3 軸で，24 軸の加速度データを計測する．(Fig.1)ADC の量子分解能は 17bit，時間分解能は 300Hz とした．橋梁には ADC 分解能 23bit，時間分解能 300Hz の 1 軸加速度センサーを片側 5 か所，合計 10 か所設置して橋梁振動を計測した．得られた橋梁振動は，車両振動との相関性を確認し，本手法の妥当性検証に使用する．

まず，橋梁センサーで得られた振動データから，同橋梁上に設置された GPS デバイスの位置情報と車両で得られた位置情報の相対距離を用いて，橋梁上を車両が走行していたと推定される範囲を抽出する．これを橋梁上データの教師データとして，LSTM で学習を行う．本論文では得られた加速度振動データの妥当性について整理する．

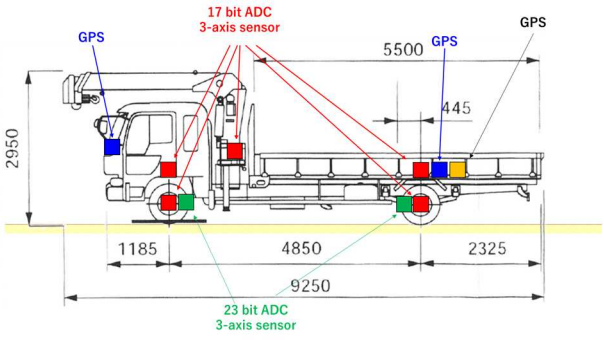
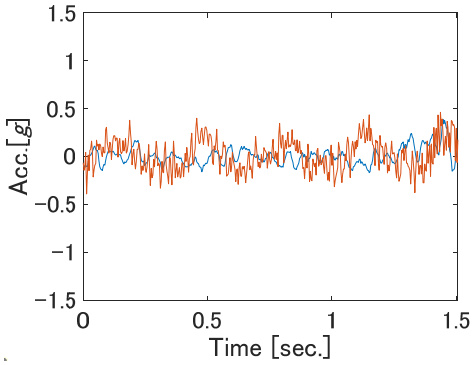


Fig.1 The position of sensor and GPS devic

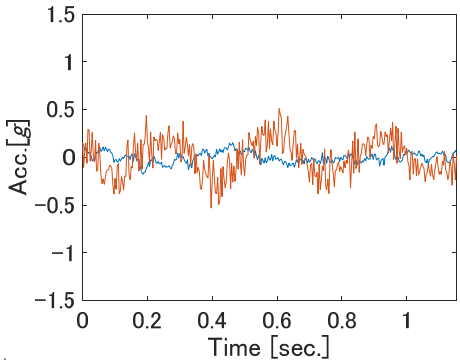
©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table.1 The parameter in Experiment

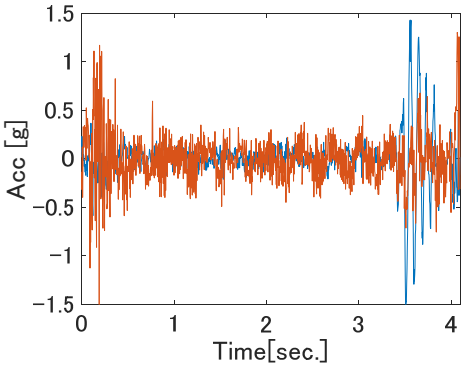
	PC1	PC2	PC3	S1
Span [m]	12.6	14	30.88	30
Girder Type, Number	I	T, 4	T, 4	Steel, I, 4
Vehicle Weight [t]		13.8		
Vehicle Velocity [km/h]	17.3	43.6	27.1	30.0



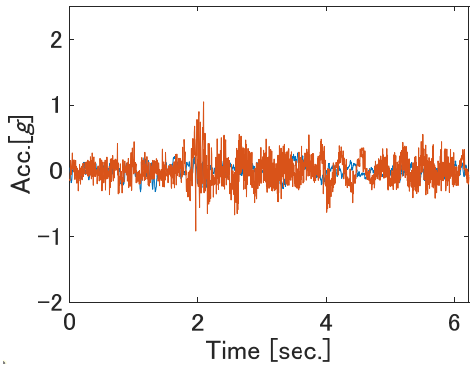
(a) PC1: Acceleration



(b) PC2: Acceleration



(c) PC3: Acceleration



(d) S1: Acceleration

Fig.2 Acceleration on Bridge PC 1-3 and S1

３．結果と考察

各橋梁について，橋梁上での振動データの正解値とする加速度振動の例を Fig.2 に示す．センサーデータは 17bit ADC を用いたセンサーで得られた鉛直加速度方向の値を用いる．PC2 を除いてジョイント部分が道路上にあるため，データ始端終端付近にてピークを持つ傾向がみられる．また，橋梁上に設置したセンサーから得られた Power Spectrum は，上記の加速度振動から得られた Power Spectrum と同程度の周波数にピークを持つことを確認した．これらの結果から，おおよそ橋梁上の振動データが得られていることが示唆される．

上記振動を正解クラスとし，この前後を不正解クラスとして学習を行い，結果を比較することが可能と考えられる．

４．まとめと今後の課題

AI により連続的な車両振動データから橋梁データを抽出するため，教師データを与えるため，GPS デバイスの相対距離を用いた手法を検討した．前段階の検討として，橋梁で得られた振動から車両走行中データの抽出を試みた．今後，得られたデータを LSTM で学習し，精度を検証する．鉛直加速度以外のデータを使用した学習も試みる．また，複数橋梁を跨いだモデルを学習し，汎用性について整理する．

参考文献

1) 国土交通省 道路局 国道・技術課: 橋梁定期点検要領, 2019.
2) 国土交通省: 点検支援技術性能カタログ, 2021.
3) 閣議決定: デジタル社会の実現に向けた重点計画, 2021. https://cio.go.jp/sites/default/files/uploads/documents/digital/20211224_policies_priority_package.pdf
4) 例えば, A. Malekjafarian, C.W. Kim, E. J. OBrien, L. J. Prendergast, P. C. Fitzgerald, S. Nakajima: Experimental Demonstration of a Mode Shape-Based Scour-Monitoring Method for Multispan Bridges with Shallow Foundations, Journal of Bridge Engineering, 25(8), 04020050 - 04020050, 2020
5) 例えば, 高橋悠太, 山本亨輔, 岡田幸彦: 空間特異モード角度を用いた比較的軽度な橋梁損傷検知の可能性検討, 構造工学論文集, Vol. 65A, pp.283-292, 2019.
6) R. Murai, R. Miyamoto, K. Yamamoto and Y. Okada: Numerical Experiments of Bridge Position Estimation for On-Going Monitoring, Proceedings of the World Congress on Engineering 2019, pp.1-6, 2019.
7) F. A. Gers, J. Schmidhuber, and F. Cummins, “Learning to forget: Continual prediction with LSTM,” Neural Computation, vol. 12, no. 10, pp. 2451–2471, 2000.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

車上計測された軌道変位に基づく鉄道橋の桁たわみ推定法
Railway bridge deflection estimation method based on track irregularity measured on the vehicles

松岡　弘大（鉄道総研）　　田中　博文（鉄道総研）
Kodai MATSUOKA, Railway Technical Research Institute
Hirofumi TANAKA, Railway Technical Research Institute
E-mail: matsuoka.kodai.13@rtri.or.jp

The railway bridge deflection when a train passes is a typical index expressing the bridge performance. As an efficient estimation method, this study develops a method using track irregularity data measured on a traveling train. The method can estimate the maximum bridge deflection by multiplying the maximum difference between the track irregularities of the first and last vehicles by the conversion coefficient. The method is applied to the track irregularity data measured on actual railway, the estimated maximum deflections of two bridges agree well with the on-site bridge deflection measurement results within an error of 10 %.

１．はじめに

これまで大量に建設されてきた鉄道橋の効率的な維持管理の実現のため，構造ヘルスモニタリングが提案され，各種センサによる性能評価が進められている [1]．近年ではより効率的なモニタリング手法として，走行車両に搭載したセンサによる間接的な橋梁性能評価法も提案されている [2]．これまで，主に加速度計を搭載した車両による道路橋の固有振動数やモード形状の評価手法が開発されてきたが，鉄道橋の性能を表す代表的な指標である列車通過時の橋梁のたわみ（以下，桁たわみ）の推定は困難とされてきた．一方，鉄道ではレール凹凸を含む軌道変位の管理を目的に，すでに車両上のセンサによる軌道検測が行われている [3]．軌道検測車両通過時に生じた桁たわみは少なからず軌道の高低変位（以下，軌道変位）の測定値に影響を及ぼすため，軌道変位から桁たわみを推定できれば，地上から 1 橋梁ずつ実施されてきた桁たわみ計測を大幅に効率化できる [4]．しかしながら，桁たわみと軌道変位の関係および抽出法はほとんど検討されていない [5]．

本研究では，列車が低速走行する際の単純支持梁を対象とし，移動荷重下の準静的な梁理論に基づき桁たわみが軌道変位に及ぼす影響を明らかにする．そのうえで，桁たわみ以外の軌道変位を相殺し，桁たわみのみを抽出するため，列車の先頭および最後尾車両で計測された軌道変位の差分最大値を利用する手法を提案する．提案手法を鉄道の実路線で計測された軌道変位に適用し，桁たわみを推定するとともに，地上からの桁たわみ計測により検証した．

２．桁たわみと軌道変位の理論分析

Fig. 1 に列車の両先頭の台車近傍で軌道変位を計測する場合の概念図を示す．先頭車両が橋梁に進入する場合，先頭車両よりも前に車両はないため，桁たわみは先頭台車分の荷重のみとなる．車両が進行していくと，ある時点で後方台車が橋梁に進入し，2 台車分の荷重が作用することで，桁たわみは増大する．したがって，先頭台車で計測した橋梁上の軌道変位は後半に増大する．対照的に，橋梁進入時にすでに前方に荷重が存在する最後尾台車で計測した軌道変位は，前半に桁たわみが増大する．この関係を示したものが Fig. 1 下段となる．上記の原理により，先頭と最後尾車両で計測した軌道変位は一致しない．また，これらの差は，一定距離（荷重載荷点と計測位置までの距離）離れて計測した計測位置以外の荷重による桁たわみである．したがって，各荷重の大きさの比と荷重間の距離（車軸配置）が既知であれば，先頭と最後尾車両の軌道変位の差分から

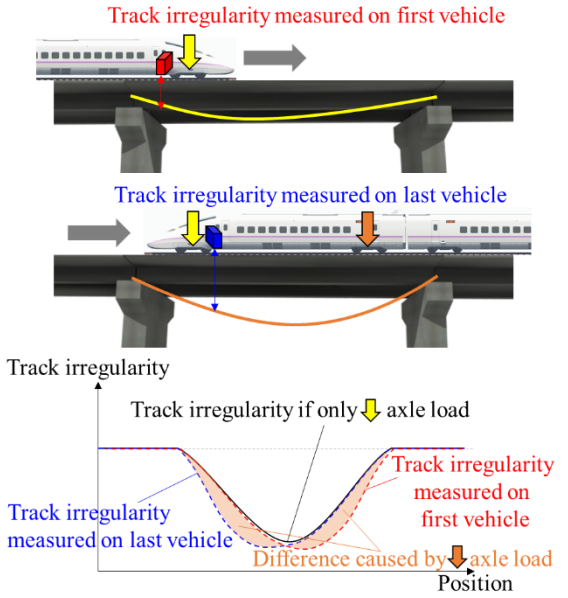


Fig. 1 The concept of track irregularity difference and bridge deflection measured by the first and last railway vehicles.

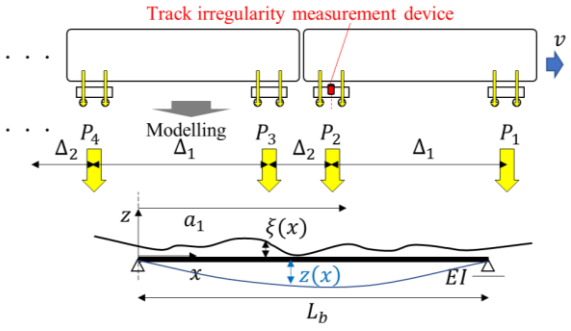


Fig. 2 Modeling of bridge deflection and train that measure track irregularities at the first and last railway vehicles.

桁たわみを復元できると考えられる．

Fig. 2 に先頭車第 2 台車および最後尾車第 1 台車中心で，桁たわみを含む軌道変位を計測する場合のモデルを示す．ここでは，2 車軸分を一荷重に統合し，荷重P_1からP_Nとモデル化した．荷重はすべて同じ大きさとする．軌道変位は荷重P_2およびP_{N-1}位置で得られる．台車間隔はΔ_1および Δ_2とする．橋梁は断面一様な支間長L_b，曲げ剛性EIの両端単純支持梁とする．橋梁支点からn番目荷重までの距離をa_nとするが，荷重間隔既知のため，a_nは先頭荷重位置a_1で規定される．また，位

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

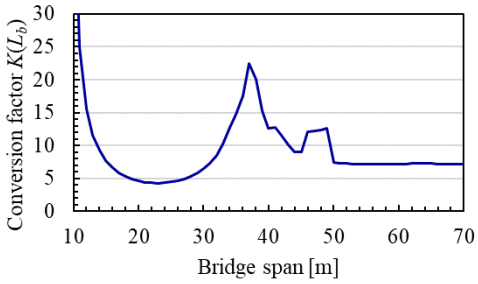


Fig. 3 Modeling of bridge deflection and train that measure track displacements at the first and last vehicles.

置xで桁たわみ以外のレール凹凸$\xi(x)$を有する．列車速度は十分に低速で，橋梁の動的応答は無視できると仮定する．支間中央の桁たわみ$z_b(a_1)$は，各荷重通過時のたわみ$z_{b,n}(a_n)$の重ね合わせにより式(1)となる．

$$z_b(a_1) = \sum_{n=1}^{N} z_{b,n}(a_n) = \frac{P}{48EI}\sum_{n=1}^{N} F_b(a_n, L_b) \tag{1}$$

なお，F_bは荷重位置と支間長で表現される形状関数である．

一方，n番目荷重位置a_nでの桁たわみ$z_n(a_n)$は，観測点が移動する場合の影響線の計算により算出でき，以下となる．

$$z_n(a_n) = \frac{P}{3EI}F_v(a_n, \Delta_1, \Delta_2, L_b) \quad (0 \le a_n < L_b) \tag{5}$$

$$F_v = F_0(a_n, L_b) + \sum_{n_f=1}^{n-1} F_f\left(a_n, \Delta_n^{n_f}, L_b\right) + \sum_{n_r=n+1}^{N} F_r\left(a_n, \Delta_n^{n_r}, L_b\right) \tag{6}$$

ここで，F_fおよびF_rはn番目荷重よりも前方および後方の桁たわみを，観測位置a_nからn_fおよびn_r番目荷重までの距離$\Delta_n^{n_f}$および$\Delta_n^{n_r}$で計測した場合の値である．

列車の先頭と最後尾車両の荷重位置の桁たわみの差分$dz_v(x)$の最大値$\max\{dz_v(x)\}$と地上計測された桁たわみの最大値$\max\{z_b(x)\}$は支間長のみに依存する変換係数$K(L_b)$により関連付けられる．また，荷重および桁曲げ剛性に依存しない．したがって，橋梁区間における先頭と最後尾の軌道変位の差分を取り，最大値を抽出して変換係数$K(L_b)$を乗じれば列車通過時の桁たわみの最大値となる．

$$\max\{z_b(x)\} = K(L_b) \cdot \max\{dz_v(x)\} \tag{7}$$

実際には計測機器の特性に応じたフィルタ特性を考慮する必要がある．Fig. 3 にはこれを考慮した各支間長での変換係数を示す．

3．実路線での検証

鉄道の実路線で計測した軌道変位に適用し，2 橋梁の支間中央の桁たわみ最大値を推定するとともに，地上からの桁たわみ計測により推定結果の精度を検証した．鉄道車両の台車に慣性計測による軌道変位計測装置が搭載された先頭および最後尾車両が走行する路線 [5]の中で，100km/h 程度で徐行した区間に位置する 2 橋梁（支間長 58m の橋梁 A，支間長 21m の橋梁 B）を対象とした．

Fig.4 に橋梁 A への適用結果を示す．先頭および最後尾車両の差分は橋梁区間において正負で同等のピークが生じ，その最大値は 0.48mm であった．これに当該支間長に対応した変換係数 7.21 を乗じ，桁たわみは 3.47mm と推定された．同様に橋梁 B は 1.61mm と推定された．これらの橋梁の桁たわみを地上からの計測により検証した．

Table 1 に地上から計測された桁たわみ最大値を提案手法により車上から推定した結果と合わせて示す．橋梁 A，

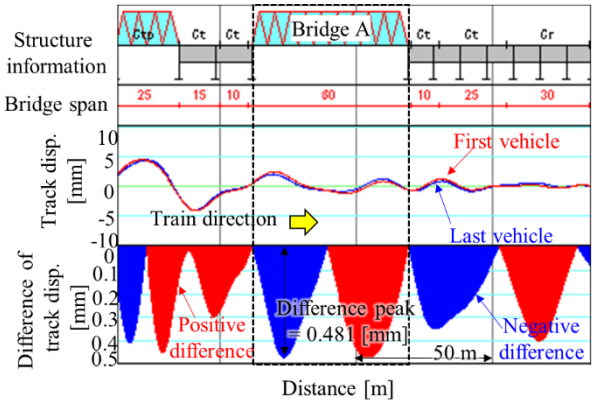


Fig. 4 Comparison of calculation time for a train passage.

Table 1 Estimation and validation results

ID	Conversion factors	Track disp. difference peaks [mm]	Estimated bridge deflection (Present) [mm]	Measured bridge deflection (on-site) [mm]
Bridge A	7.21	0.483	3.47	3.22
Bridge B	4.61	0.349	1.61	1.59

B ともに，誤差 10%以内で良好に一致する．以上により，2 橋梁の事例ではあるが，提案手法により実路線で計測された軌道変位から，桁たわみ最大値を推定できる場合があることを実証した．

4．おわりに

本研究では，鉄道橋の効率的な桁たわみ計測手法として，列車の両先頭の台車近傍で計測した 2 つの軌道変位に基づく桁たわみ推定法を検討した．

まず，橋梁の動的応答が無視できる場合，先頭と最後尾車両で計測された軌道変位の差分が通過橋梁のたわみに比例することを理論的に示し，先頭と最後尾車両の軌道変位の差分最大値に，支間長に応じた変換係数を乗じて桁たわみ最大値を推定する手法を提案した．100km/h 程度で走行した列車の先頭および最後尾車両で計測した実論の軌道変位に適用し，推定した 2 橋梁の桁たわみ最大値は，地上からの計測結果と誤差 10%以内で一致した．

参考文献

1) Fujino, Y. and Siringoringo, D. M.: Bridge monitoring in Japan: the needs and strategies, *Structure and Infrastructure Engineering*, Vol.7, No. 7-8, pp. 597-611, 2011.
2) Kim, C. W., et al.: Drive-by bridge inspection from three different approaches, *Smart Structures and Systems*, Vol. 13, No. 5, 775-796, 2014.
3) Yazawa, E. and Takeshita, K.: Development of measurement device of track irregularity using inertial mid-chord offset method, *Quarterly Report of RTRI*, Vol. 43, No. 3, pp. 125-130, 2002.
4) Matsuoka, K., Uehan, F., Kusaka, H. and Tomonaga, H.: Experimental Validation of Non-Marker Simple Image Displacement Measurements for Railway Bridges, *Applied Sciences*, Vol. 11, No. 15, p. 7032, 2021.
5) Matsuoka, K., Tanaka, H., Kawasaki, K., Somaschini, C. and Collina, A.: Drive-by methodology to identify resonant bridges using track irregularity measured by high-speed trains, *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 158, No. 107667, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Fundamental Study on Identification of Fatigue Damage Mechanisms in Web Gap Plate Using Image Sensing

Chanoknunt SANGSOBHON, Tokyo City University
Hidehiko SEKIYA, Dr.Eng, Tokyo City University
Masayuki TAI, Dr.Eng, Tokyo City University
Shogo MORICHIKA, Dr.Eng, Tokyo City University
Mizuki HAYAMA, Shutoko Technology Center
Masanobu NAGAI, Metropolitan Expressway Co., Ltd
E-mail: g2191602@tcu.ac.jp

Most of the fatigue damage in steel bridges is displacement-induced fatigue at the member intersection. To apply appropriate countermeasure against displacement-induced fatigue, it is important to identify the deformation of bridge members under live load that causes high strain. This study presents a deformation measurement method using computer vision-based image sensing technology. The field measurement was performed at actual steel girders bridge in-service using a 4K video camera. The displacement responses were determined from the recorded video data.

1. Introduction

Steel bridge structures are subjected to cyclic load every day. The cyclic load is resulting in fatigue damage which is considered one of the major causes of bridge failure. Usually, fatigue damage is difficult to inspect with naked eyes[1]. Understanding the deformation behavior that leads to high strain is necessary for countermeasure against fatigue damage. Since the high strain is considered to be a result of member deformation under live load, measurement of the deformation such as slab deflection or relative displacement between main girders is important for identifying the cause of fatigue of web-gap plate. However, in order to determine the bridge deformation under live loads, multi-point simultaneous measurement of displacement response is required[2].

The bridge displacement response can be measured by various methods such as MEMs sensor or contact displacement gauges but these devices can only measure a point at a time. To measure many points on structure, it is needed to install many devices. In contrast, the video camera is convenient for field measurement since they are easy to set on the field and they can simultaneously measure multi-point response. Thus, this study presents a simple method to extract bridge deflection from video data. The field measurement was conducted using a 4K video camera as the main instrument. The bridge displacement response was determined.

2. Material and method

2.1. Test bridge description

Fig. 1 shows the layout of the bridge, and the location of the contact displacement gauges. Fig. 2 shows the experiment setup. The bridge is a single-span bridge with five main girders. The deck system is the RC deck plate with three traffic lanes. The test bridge is located in Tokyo and is managed by Metropolitan Expressway Company, Limited.

2.2. Video camera specification

The video camera which used in this experiment was Sony PXW-Z90 4K video camera. The recording resolution was 3840 × 2160 pixels with 60Mbps, XAVC QFHD 29.97 p. frame rate. The videos were recorded in long profile format throughout the recording period.

2.3. Field measurement

The field measurement was performed under the in-service bridge. A 4K video camera was set under the bridge. Contact displacement gauges and strain gauges were also installed to measure the responses of the test bridge under live loads. The camera was set between girder 2 and girder 3. The contact displacement gauges were attached under girder 2, girder 3, and under the bridge slab between girder 2 and girder 3.

2.4. Displacement measurement method

In this study, the displacement response was measured using video data which was recorded in the field measurement. To determine the bridge displacement response from video data, first, the video sequence needs to be extracted into the image sequence over time. The extracted image was considered one by one to identify the difference over time. These differences were considered as bridge displacement responses. In order to identify the differences easily, MATLAB's edge detection algorithm was used[3].

Since the bridge displacement response measured was in a pixel unit, to verify the accuracy with the data obtained from contact displacement gauges, the unit had to be converted to the physical unit, millimetre in this case. Thus, the fundamental experiment was purposed to determine the scale factor which can convert the unit from pixel to millimetre. The scale factor can be obtained by determining the relationship between distance from video camera to contact displacement gauge and the size of one pixel. With this relationship, the pixel size for various distances could be determined. According to the video camera specification, the resolution recorded is fixed at 3840 × 2160 pixels. In the contrast, the size of objects which a video camera can capture varies as the distance between the video camera and objects changes. Therefore, the size of a pixel is subject to the distance between the video camera and target objects. The example of an indoor experiment recorded screen is shown in Fig. 3.

2.5. Slab deflection and relative displacement between main girders calculation

The bridge deformation can be represented in the form of slab deflection and relative displacement between main girders. Sekiya et al. (2017) had proposed that the slab deflection relative to two main girders is given by

$$U_s = U_{slab} - \frac{U_{G2} + U_{G3}}{2} \quad (1)$$

In the other hand, the relative displacement between main girders is given by

$$U_r = U_{G3} - U_{G2} \quad (2)$$

Where U_s is the slab deflection relative to girder 2 and girder 3, U_{slab} is the displacement response of RC slab between girder 2 and girder 3, U_r is the relative displacement between main girders, U_{G2} is the displacement response of girder 2, and U_{G3} is the displacement response of girder 3[4].

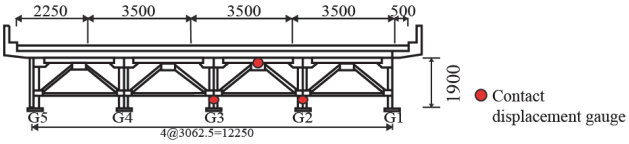


Fig. 1 Bridge layout and contact displacement gauge location

3. Bridge displacement response

The example of the displacement response determined from video data is shown in Fig. 4. The result is shown in the same unit as the contact displacement gauge. According to the scale factor, the size of 1 pixel was between 1.60-1.67 mm.

The trend of displacement response obtained from image sensing technology followed the displacement response obtained from the contact displacement gauges but not as smooth as the contact displacement gauge did because the measurement unit is an integer, the result is more likely a step than a smooth curve.

4. The slab deflection and relative displacement between main girders

Fig. 5 and Fig. 6 shows the slab deflection and relative displacement between main girders. When comparing the result to the response obtained from the contact displacement gauge, the slab deflection and relative displacement between main girders which were obtained from image sensing technology were different from that obtained from contact displacement gauges. This error occurred because the size of one pixel obtained from the scale factor equation is bigger than the usual slab deflection which is about 0.2-0.3 mm[4]. Thus, the result was not satisfactory due to the resolution problem.

5. Discussion and conclusion

This study observed the in-service steel girder bridge using the 4K video camera and compiled it with an image processing technique. The bridge displacement response was first obtained in a pixel unit and had been converted to physical scale by the scale factor. According to the scale factor, the size of one pixel was between 1.60-1.67 mm. which is larger than the usual slab deflection size. This resolution problem leads to the error in calculating slab deflection and relative displacement between main girders even the displacement response follows the displacement response obtained from the contact displacement gauge. In order to solve the resolution problem, the Eulerian Video Magnification method[5] will be applied to magnify the video.

References

1) Fisher, J. W., Roy, S.: Fatigue Damage in Steel Bridge and Extending Their Life, Advanced Steel Construction, 11(3), pp.250-268, 2015.
2) Sekiya, H., Maruyama, O. & Miki, C.: Visualisation system for bridge deformations under live load based on multipoint simultaneous measurements of displacement and rotation response using MEMS sensors. Engineering Structures, Volume 146, pp. 43-53, 2017.
3) Image Processing Toolbox User's Guide. Mathwork Inc.; Available online: https://www.mathworks.com/help/pdf_doc/images/images_ug.pdf.
4) Sekiya, H., Maruyama, O. & Miki, C.: Identification of Cause of Displacement-Induced Fatigue in Steel Bridges Based on Displacement Measurements Using High-Performance Micro-electromechanical Systems Sensor. Sensors and Materials, 29(2), pp. 117-140, 2017.
5) Wu, H. Y. et al.: Eulerian Video Magnification for Revealing Subtle Changes in the World, ACM Trans. Graph., 31(4), pp.1-8, 2012.

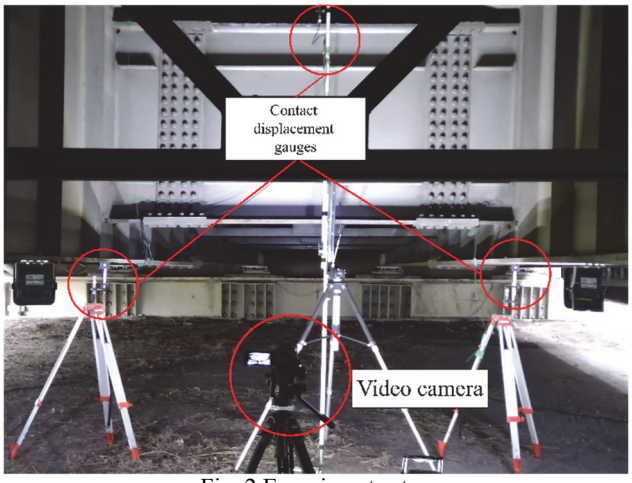


Fig. 2 Experiment setup

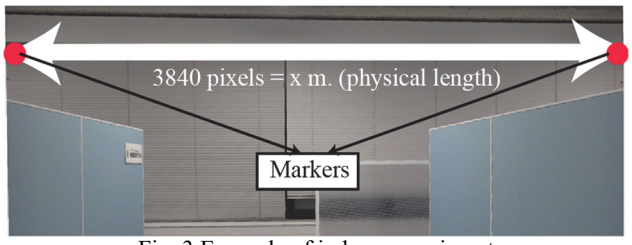


Fig. 3 Example of indoor experiment

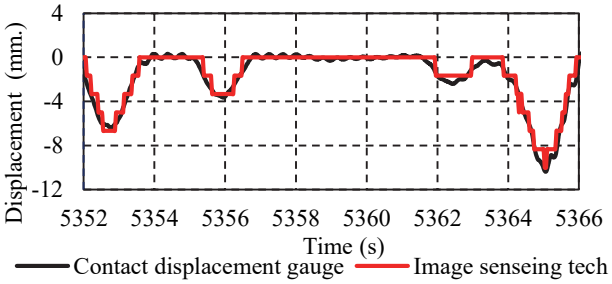


Fig. 4 Example of displacement response

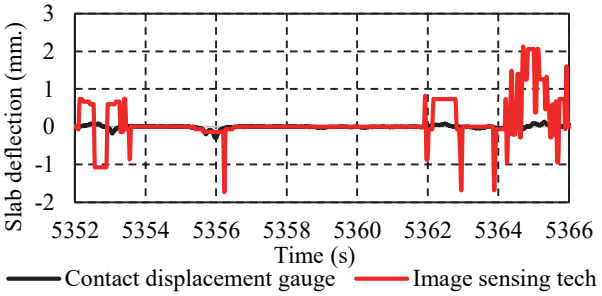


Fig. 5 Example of slab deflection

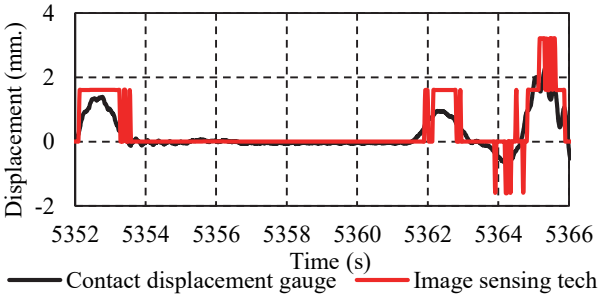


Fig. 6 Example of relative displacement between main girders

圧電素子センサを活用した鋼橋の疲労損傷検知に関する基礎的な研究
Study on Fatigue Damage Detection in Steel Bridges Using Piezoelectric Sensors

森近　翔伍（都市大・都市工）　　関屋　英彦（都市大・都市工）
葉山　瑞樹（首都高技術センター）　　永井　政伸（首都高(株)）
Shogo MORICHIKA, Tokyo City University　Hidehiko SEKIYA, Tokyo City University
Mizuki HAYAMA, Shutoko Technology Center　Masanobu NAGAI, Metropolitan Expressway Co., Ltd
E-mail: morichi@tcu.ac.jp

Fatigue damage in steel bridges requires appropriate countermeasures. For this purpose, it is desirable to detect fatigue damage at an early stage. We have proposed a damage detection system that combines a MEMS accelerometer and a piezoelectric sensor. This system is available in the service bridge. However, this system requires MEMS accelerometers other than piezoelectric sensors to detect fatigue damage. Therefore, this study investigated a new damage detection system that does not use MEMS accelerometers to improve the workability of conventional monitoring methods.

１．はじめに

鋼橋に発生する疲労損傷に対しては，適切な対処を必要とする．そのためには，早期に疲労損傷を発見することが望ましい．これまで，MEMS（Micro Electro Mechanical Systems）加速度センサおよび圧電素子センサを組み合わせた，簡易な損傷検知システムが提案されている [1]．本システムは，供用中の実橋梁においても適用が可能であり，実橋梁にて計測された応答から，疲労損傷を検知できる可能性が示されている．しかし，本システムでは損傷検知に必要となる圧電素子センサの計測に加え，MEMS 加速度センサが必要となり施工性に課題が残る．

そのため，本研究では従来のモニタリング手法の施工性を向上させることを目的とし，MEMS 加速度センサを使用しない新たな損傷検知システムについて検討した．

２．従来のモニタリング手法について

著者らは，これまでに圧電素子センサおよび MEMS 加速度センサを組み合わせた損傷検知システムについて提案している．提案しているシステムのフローチャートを Fig. 1 に示す [1]．本システムは，MEMS 加速度センサおよび圧電素子センサを用いて，車両走行による橋梁の応答を計測し，その応答の変化から損傷の有無を判定するシステムである．MEMS 加速度センサでは，変位応答を算出し荷重の変化をモニタリングする．圧電素子センサでは，電圧積分値を算出し疲労損傷によるひずみの応答変化をモニタリングする．また，変位応答の算出および電圧積分値の算出の際に必要となる積分範囲は，車両が橋梁に入退出した応答に基づいて決定されるが，その決定には MEMS 加速度センサにて計測した加速度応答が用いられている．

しかし，本システムでは損傷検知に必要となる圧電素子センサの計測に加え，MEMS 加速度センサが必要となるため，異なる計測システムを組み合わせる必要がある．そこで，本研究では MEMS 加速度センサの役割であった「荷重の変化のモニタリング」および「積分範囲の決定」を圧電素子センサに置き換えるべく，実橋梁における圧電素子センサの現場計測を実施した．本報告では，圧電素子センサを用いた積分範囲の決定手法について述べる．

３．ウェーブレット変換による積分範囲の決定

これまで，著者らは支間中央部にて計測した加速度応答に対し，ウェーブレット変換を用いたデータの分析を行っている [2]．車両が橋梁上を走行した際の加速度の計測結果

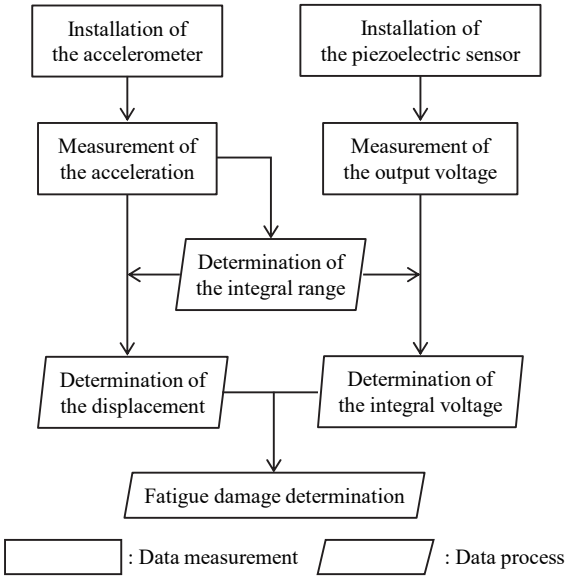


Fig. 1 Flowchart of damage monitoring system

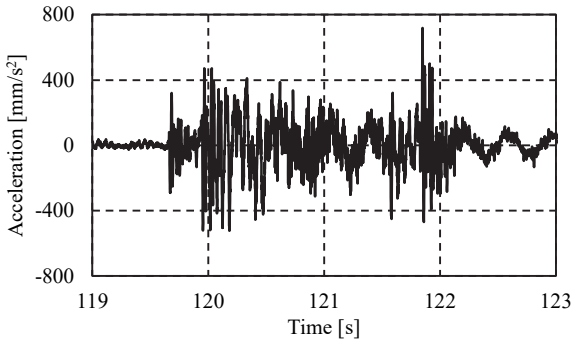


Fig. 2 Acceleration measured by MEMS accelerometer

を Fig. 2 に，Fig. 2 に対しウェーブレット変換を適用した結果を Fig. 3 に示す．Fig. 3 では，Fig. 2 において見られなかった車両の入退出による応答が示されており，その応答から積分範囲の決定が可能であった．本研究では，本分析手法を参考に，圧電素子センサにて計測した電圧に対しウェーブレット変換を実施した．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

４．試験概要

圧電素子センサによる積分範囲の決定手法を検討するために，供用中の実橋梁において現場計測を行った．対象とする橋梁の概要を Fig. 4 に示す. 試験橋梁は RC 床版合成 5 主桁プレートガーター橋の支間長 38 m であり，路肩，第 1 車線，第 2 車線および第 3 車線の道路構成である．圧電素子センサは，第 3 車線側の G5 桁支間中央部に設置し車両走行による橋梁の応答を計測した．圧電素子センサのサンプリング周波数は，500 Hz とした．また，圧電素子センサにて計測した応答については，ウェーブレット変換を適用し，既往研究の加速度応答と同様に，積分範囲の決定が可能であるかを検討した．

５．ウェーブレット変換による分析結果

車両走行により計測された電圧を Fig. 5 に示す．Fig. 5 より，車両の走行による応答を確認したが，車両の入退出による応答の判別は困難であった．続いて，Fig. 5 をウェーブレット変換した結果を Fig. 6 に示す．ウェーブレット変換は, 一般化 Morse ウェーブレットを MATLAB Toolbox[3] にて実行した結果である．Fig. 6 より，Fig. 3 にて示した分析結果と同様に, 車両の入退出による応答が示されており，圧電素子センサにおいてもウェーブレット変換による積分範囲の決定が可能であると考えられる．

６．まとめ

本研究では，従来のモニタリング手法の施工性を向上させることを目的とし，MEMS 加速度センサを使用せずにモニタリング可能なシステムの検討を行った．その結果，圧電素子センサにて計測した電圧に対しウェーブレット変換を適用することにより, これまでの MEMS 加速度センサによる方法と同等な車両応答の把握が可能であった．

今後は，圧電素子センサにて決定した積分範囲を用いた場合における電圧積分値の算出精度の評価，および圧電素子センサのみによる新たな損傷検知システムの評価を進める．

謝辞

本研究は JSPS 科研費 JP20K14814 の助成を受けたものです．本研究の実橋梁計測は，首都高速道路株式会社および一般財団法人首都高速道路技術センターにご協力頂きました．また，セラテックエンジニアリング株式会社には，圧電素子センサをご提供いただいた．関係各位に謝意を表します．

参考文献

1) 森近翔伍，関屋英彦，葉山瑞樹，Yanjie ZHU，永井政伸：圧電素子センサおよび MEMS 加速度センサを活用した鋼橋の疲労損傷検知に関する研究，土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 77, No. 2(応用力学論文集 Vol. 24), pp. 525-533, 2021.
2) S. Morichika, H. Sekiya, Y. Zhu, S. Hirano and O. Maruyama: Estimation of displacement response in steel plate girder bridge using a single MEMS accelerometer, *IEEE Sensors Journal*, Vol. 21, No. 6, pp. 8204-8208, 2021.
3) S. C. Olhede and A. T. Walden: Generalized morse wavelets, *IEEE Trans. Signal Process.*, Vol. 50, No. 11, pp. 2661-2670, 2002.

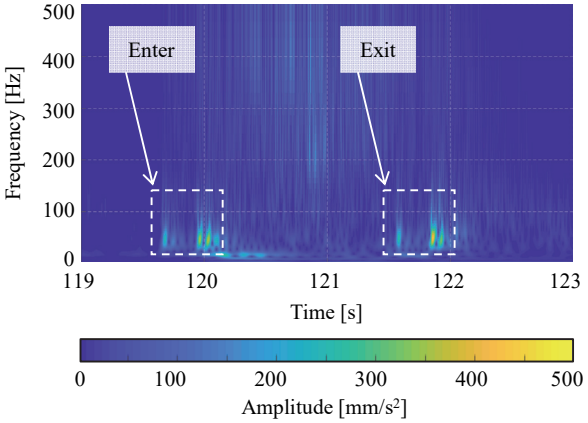


Fig. 3 Wavelet results for acceleration measured at longitudinal center of bridge

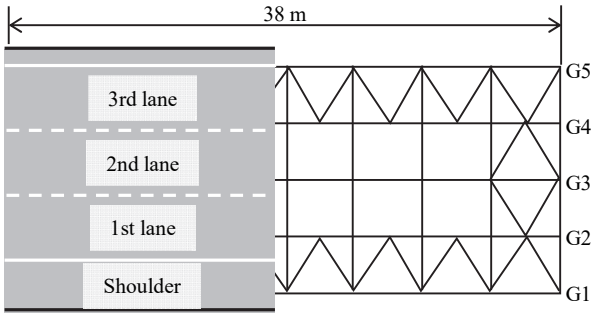


Fig. 4 Outline of the test bridge

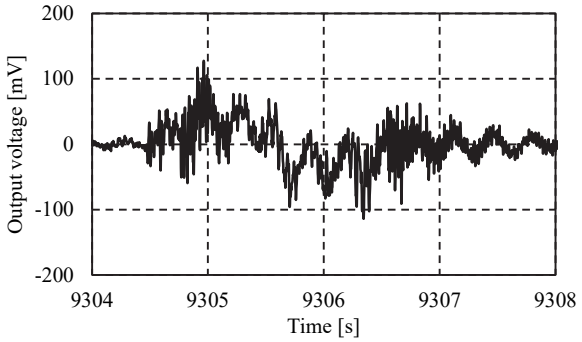


Fig. 5 Output voltage measured by the piezoelectric sensor

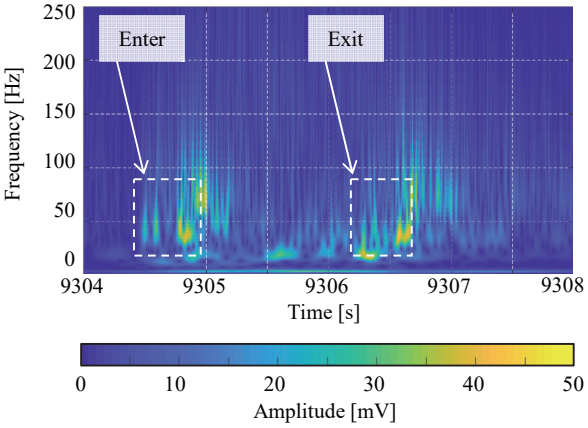


Fig. 6 Wavelet results for output voltage measured at longitudinal center of bridge

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第一部門：物理数学力学問題 ー物理現象のモデル化から逆問題までー）

第 1 部門④

座長:中畑 和之(愛媛大学)

2022年5月28日(土) 17:10 ～ 18:40 A会場 (オンライン)

[2A28-33-01] 時間発展の形式で捉えた点散乱源による波の多重散乱解析

*丸山 海航[1]、東平 光生[1]（1. 東京理科大学）

17:10 ～ 17:25

[2A28-33-02] スパース性を利用した 空洞 の イメージング

*渡邊 彩[1]、廣瀬 壮一[1]（1. 東京工業大学）

17:25 ～ 17:40

[2A28-33-03] レーザ超音波計測データを用いた非破壊評価のためのトポロジー導関数による欠陥決定解析

*中園 昂志[1]、吉川 仁[1]（1. 京都大学）

17:40 ～ 17:55

[2A28-33-04] 演算子積分時間領域境界要素法を援用した粘弾性体中のき裂に対する3次元線形化逆散乱解析

*斎藤 隆泰[1]、竹田 晴彦[1]（1. 群馬大学）

17:55 ～ 18:10

[2A28-33-05] き裂による散乱波の反響環境下での時間反転集束

*木本 和志[1]、斎藤 隆泰[2]（1. 岡山大学　学術研究院　環境生命科学学域、2. 群馬大学　理工学府）

18:10 ～ 18:25

[2A28-33-06] 複数周波数の MUSIC法を用いた超音波イメージングの実験的検討

*松尾 太聖[1]、温品 晴貴[1]、丸山 泰蔵[1]、中畑 和之[1]（1. 愛媛大学）

18:25 ～ 18:40

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

時間発展の形式で捉えた点散乱源による波の多重散乱解析

Time evolution analysis of multiple scattering of waves due to point-like scatterers

丸山海航（東京理科大学・土木工）・東平光生 (東京理科大学・土木工)

Kaito Maruyama, Tokyo University of Science
Terumi Touhei, Tokyo University of Science
E-mail: 7621527@ed.tus.ac.jp

Multiple scattering of waves due to point-like scatterers in the time domain is formulated. Point-like scatterers in this study describe the effects mass density fluctuation from the back ground structure of the wave field. In addition, Foldy model is employed to avoid the divergence of the interaction of the scatterers. For the time evolution analysis, the Volterra type of the integral equation is derived, which is solved by the Krylov subspace method and FFT. Numerical computations are carried out to examine the effects of the high frequency component of the incident wave field.

1. 本研究の背景と目的

波動散乱解析において散乱源の空間スケールが扱う波動の波長に比べて非常に小さい場合は散乱源を点散乱源としてみなすことができる．点散乱源による多重散乱問題は花崗岩における鉱物の多重散乱，空中の雨滴による音の多重散乱等問題等広い応用範囲を持っている．点散乱源の相互作用に関する研究は歴史が古く，Foldy[1] や Waterman and Truell[2] 等の代表的な研究がある．彼らは点散乱源の位置，散乱強度を確率密度関数で表現し多重散乱の定式化を行うことで媒質の散乱パラメータが複素数にシフトすることを示している．一方で彼らの確率論的アプローチとは別に Hu and Sini[3] は量子論におけるくりこみ理論を用いて多重散乱の定式化を行い，その際に現れる散乱パラメータが複素数にシフトすることを示している．これらの研究は周波数領域すなわち単一振動数で固定された調和振動を用いた議論であった．一方で，時間領域での研究は筆者らが調べた限りにおいては未だ見当たらない．しかしながら時間域での解析は散乱源の時間発展に伴う散乱パラメータの変化する場合の解析に対応でき，さらに時間域の定式化と確率論の組み合わせで散乱波の過渡的応答変化と散乱波の相互作用について新たな知見が得られることが期待できる．本研究は時間領域における多重散乱の定式化をすると共に，仮想的に設定したモデルに対して数値解析を行っていくことを目的とする．

2. 解析理論

本研究では簡単のために 3 次元で S 波のポテンシャルを用いて考えるため，支配方程式は式 (1) で与えられる．

$$\left\{\mu\nabla^2+\rho(\vec{x})\partial_t^2\right\}u(\vec{x},t)=-f(\vec{x},t) \tag{1}$$

ここで $\vec{x}$ を任意の位置ベクトル，μ はせん断弾性係数，ρ は密度であり，f は外力である．また本問題では散乱を密度の変動のみで考える．$\vec{y}_\alpha(\alpha=1,\cdots,N)$ を点散乱源の位置ベクトルとした場合，密度は式 (2) ように表すことができる．

$$\rho(\vec{x})=\rho_0+\sum_{\alpha=1}^{N}\rho_\alpha\delta(\vec{x}-\vec{y}_\alpha) \tag{2}$$

式 (2) を式 (1) に代入して整理すると

$$(\mu\nabla^2+\rho_0\partial_t^2)u(\vec{x},t)=\sum_{\alpha=1}^{N}\rho_\alpha\delta(\vec{x}-\vec{y}_\alpha)\ddot{u}(\vec{x},t)-f(\vec{x},t) \tag{3}$$

この微分方程式の解 u は Green 関数の性質を利用して式 (4) のように Volterra 型の積分方程式として表すことができ，式 (5) のように整理することができる．

$$u(\vec{x},t)=\int_0^t\sum_{\alpha=1}^{N}\rho_\alpha\frac{\delta\left(t-\tau-\frac{|\vec{x}-\vec{y}_\alpha|}{c}\right)}{4\pi\mu|\vec{x}-\vec{y}_\alpha|}\ddot{u}(\vec{y}_\alpha,\tau)d\tau+u^I(\vec{x},t) \tag{4}$$

$$=\sum_{\alpha=1}^{N}\frac{\rho_\alpha}{4\pi\mu|\vec{x}-\vec{y}_\alpha|}\ddot{u}\left(\vec{y}_\alpha,t-\frac{|\vec{x}-\vec{y}_\alpha|}{c}\right)+u^I(\vec{x},t) \tag{5}$$

$u^I(\vec{x},t)$ は入射波であり，$u(\vec{x},t)$ は全波動場である．また式 (5) に対して Fourier 変換を用いて整理する．

$$u(\vec{x},t)=\sum_{\alpha=1}^{N}\frac{\rho_\alpha\mathcal{F}^{-1}\exp\left(-i\omega\frac{|\vec{x}-\vec{y}_\alpha|}{c}\right)(-\omega^2)\mathcal{F}u\left(\vec{y}_\alpha,t\right)}{4\pi\mu|\vec{x}-\vec{y}_\alpha|}+u^I(\vec{x},t) \tag{6}$$

両辺に $\vec{x}=\vec{y}_1,\cdots,\vec{y}_N$ を代入して連立方程式を構築する．

$$u(\vec{y}_\beta,t)=\sum_{\alpha=1(\neq\beta)}^{N}\frac{\rho_\alpha\mathcal{F}^{-1}\exp\left(-i\omega\frac{|\vec{y}_\beta-\vec{y}_\alpha|}{c}\right)(-\omega^2)\mathcal{F}u\left(\vec{y}_\alpha,t\right)}{4\pi\mu|\vec{y}_\beta-\vec{y}_\alpha|}+u^I(\vec{y}_\beta,t) \tag{7}$$

なお式 (7) において $\alpha=\beta$ のとき $|\vec{y}_\alpha-\vec{y}_\beta|=0$ になり発散の困難が生じる本研究では Foldy モデルを適用し発散項を 0 と置き換えることでこの問題を解消する．また行列形式で書き換えると次のようになる．

$$\begin{bmatrix}\Gamma_{11}&\cdots&\Gamma_{1N}\\ \vdots&\ddots&\vdots\\ \Gamma_{N1}&\cdots&\Gamma_{NN}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}u(\vec{y}_1,t)\\ \vdots\\ u(\vec{y}_N,t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}u^I(\vec{y}_1,t)\\ \vdots\\ u^I(\vec{y}_N,t)\end{bmatrix} \tag{8}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ここで Γ は次のように表される．

$$\Gamma_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1 & (\alpha = \beta) \\ -\dfrac{\rho_\alpha \mathcal{F}^{-1} \exp\left(-i\omega \frac{|\vec{y}_\beta - \vec{y}_\alpha|}{c}\right)(-\omega^2)\mathcal{F}}{4\pi\mu|\vec{y}_\beta - \vec{y}_\alpha|} & (\alpha \neq \beta) \end{cases} \tag{9}$$

式 (8) の左辺は Fourier 変換を含む複雑な線形演算子である．そこで Krylov 部分空間反復解法を用いて解くことを試みる．ただし演算子の Fourier 変換に関しては FFT(Fast Fourier Transform) で表現する．

3. 解析結果

式 (3) で現れる外力は式 (10) を用いる．

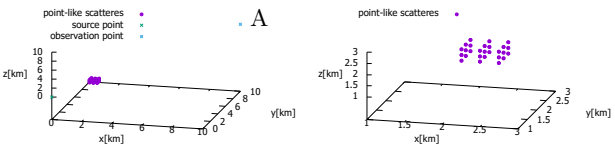
$$f(\vec{x}, t) = \delta(\vec{x} - \vec{x}_0)\exp(-at^2) \tag{10}$$

ここで $\vec{x}_0$ は加振点，a はパルスのスペクトル構造を決定づける係数である．パラメータ a を含めた解析条件を **Table** 1 に示す．

Table 1: Analysis condition

ρ_0[g/m^3]	2.0
ρ_α[g/cm^3]	0.4
μ[GPa]	4.0
a	10
Number of scatterers	27
Fourier Points	2^{13}

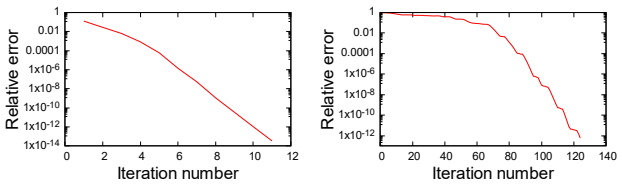
点散乱源の位置，加振点，観測点の位置を Fig.1 に示す．Fig. 1a において紫の点が点散乱源，緑の点が加振点，青の点が観測点となっている（点 A）．Fig. 1b は Fig. 1a において点散乱源の部分を拡大した図となっている．



(a) Bird's-eye view of the analysis model　(b) Distribution of the point-like scatteres (Enlarged view)

Fig. 1: Distribution of the scatteres and analysis model

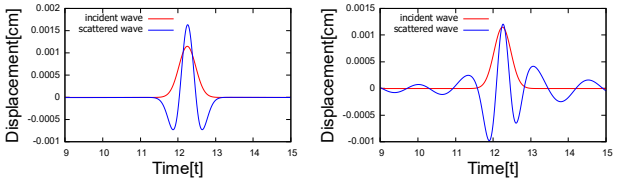
Krylov 部分空間反復解法として GMRES 法を用いる．散乱解析において高振動数成分の影響を調べるために，0.5[Hz]，0.8[Hz] を閾値としてスペクトルを cut off して反復計算を試みる．これらの cut off に対する反復回数と相対残差の関係を Fig. 2 に示す．Fig. 2 に示すようにわずかな振動数の増加が解の収束特性に悪影響を及ぼすことが分かる．



(a) cut off(0.5[Hz])　(b) cut off(0.8[Hz])

Fig. 2: Convergence of the solutions

次にこれらの cut off 振動数での Fig. 2 点 A における散乱波の時刻歴応答を Fig.3 に示す．0.8[Hz] で cut off した場合において，波が到達する以前に応答が始まっており因果性の評価に問題が生じている．



(a) cut off(0.5[Hz])　(b) cut off(0.8[Hz])

Fig. 3: Time histories of the response at point A

4. 結論

本研究では点散乱源による多重散乱解析を時間発展の形式で捉え定式化を行い，FFT と Krylov 部分空間反復解法を組み合わせてシミュレーションを行った．

時刻歴応答解析において cut off 振動数の閾値は大きな影響を与え，とくに因果性の評価や解の収束特性に問題をもたらすことがわかった．本解析にとどまらず，周波数域での解を単純に FFT を用いて時刻歴応答を求める際にも同様な問題が現れるようである [4]．密集した点散乱源の影響を分離する解析結果を得るためには，高い振動数を用いる必要があるため，これらの問題を乗り越える解析手法の展開が必要である．

参考文献

1) Foldy, L. (1945). The multiple scattering of waves. I. General theory of isotropic scattering by randomly distributed scatterers, *Phys. Rev.*, **67**, 107-119.
2) P.C. Waterman and Rohn Truell, (1961). Multiple Scattering of Waves, *J. Math. Phys.*, **2**, 512
3) Hu, G. and Sini, M., (2013). Elastic scattering by finitely many point-like obstacles, *J. Math. Phys.*, **54**, 042901.
4) 松波克真 (2022). 令和 3 年度卒業論文 点散乱源の相互作用解析における高周波数成分の影響, 東京理科大学理工学部土木工学科応用力学研究室

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

スパース性を利用した空洞のイメージング
Inverse scattering analysis for imaging of cavities using sparsity

渡邊　彩（東工大・環境・社会）　　廣瀬　壮一（東工大・環境・社会）
Aya WATANABE, Tokyo Institute of Technology
Sohichi HIROSE, Tokyo Institute of Technology

In this study, we proposed an inverse analysis method based on sparse modeling for imaging defects inside materials and applied it to the problem of estimating the shape of cavities from 2D anti-plane scattered waves. Although it does not always achieve good estimation accuracy, the possibility of cavity shape estimation by the inverse analysis method based on sparse modeling was demonstrated.

１．はじめに

インフラ構造物の維持管理において，材料内部の欠陥検出に非破壊検査が使われる．特に，近年，フェーズドアレイに代表される多チャンネル計測の利用が増加している[1)]．多チャンネル計測を用いれば，探傷結果を画像で評価することが可能になるため，欠陥の位置や大きさ，形状を推定しやすく，また損傷状況の全体像がイメージしやすいという利点がある．

多点での超音波計測による材料内部のきずの画像化手法は，Bスコープ，Cスコープ[2)]をはじめとして，TRMやTFMなど多数あるが，高い画像精度を得るには多くの計測データを必要とする．しかし，データが大量になると検査の効率が低下する．そこで我々の研究グループでは，少ないデータから高精度な画像を得ることを目的として，スパースモデリングの概念を導入した画像化手法を開発してきた．

スパースモデリングは，データが持つスパース性に着目して，本質的な情報のみでデータを表現する技術である[3)]．スパースとは，まばら・わずかという意味であり，本質的に重要な情報は少数で，大部分は0であるという性質のことを指す．この性質により，スパースモデリングは未知数の数に対して方程式の数が少ない場合にも有効となる．これまでスパース性を利用した逆解析による波源の探索に関する研究では，主に物体力やき裂の推定が行われてきた．本研究では，空洞による定常面外波動の散乱問題を考え，数値シミュレーションで得られた散乱変位から空洞境界のイメージングを行う．

２．波動理論の定式化

2次元無限領域の部分領域において，空洞が存在し，それにより面外波動が散乱されている場合を考える．このとき，観測点$\boldsymbol{y}$における散乱変位$u_3(\boldsymbol{y})$は以下のように表せる．

$$u_3(\boldsymbol{y}) = -\int_S \mu \boldsymbol{n}(\boldsymbol{x}) \nabla_x U_{33}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) u_3(\boldsymbol{x})\, dS_x \qquad (1)$$

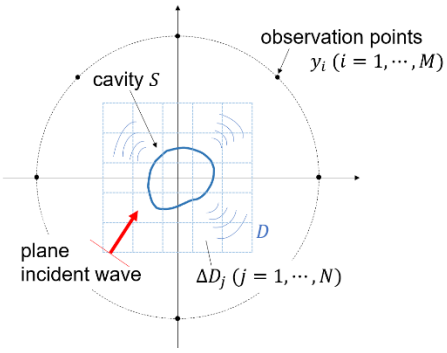


Fig. 1 Cavity and observation points

ここに，μはせん断弾性係数，$\boldsymbol{n}(\boldsymbol{x})$は空洞境界$S$上の法線ベクトル，$U_{33}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$は面外波動の変位基本解，$u_3(\boldsymbol{x})$は境界$S$上の面外変位である，これらの内，$\mu U_{33}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$は$\mu U_{33}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) = iH_0^{(1)}(k|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}|)$（$H_0^{(1)}$：第1種0次ハンケル関数，$k$：波数）で既知の関数である．解くべき問題は，式(1)の左辺の観測点$\boldsymbol{y}$での散乱変位$u_3(\boldsymbol{y})$から空洞境界SあるいはS上での変位$u_3(\boldsymbol{x})$を推定しようとする逆解析であるが，$\mu U_{33}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$以外の境界$S$，法線ベクトル$\boldsymbol{n}(\boldsymbol{x})$及び変位$u_3(\boldsymbol{x})$は全て未知数である．そこで，等価物体力の考えを導入して，式(1)の積分を以下のように表面積分から領域Dに関する体積積分に書き換える．

$$\begin{aligned} u_3(\boldsymbol{y}) &= -\int_D \nabla_x U_{33}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) \\ &\qquad \cdot \left\{ \int_S \mu \boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})\, u_3(\boldsymbol{\xi}) \delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\xi}) dS_\xi \right\} dV_x \\ &= -\int_D \nabla_x U_{33}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}) \cdot \boldsymbol{B}(\boldsymbol{y}) dV_x \end{aligned} \qquad (2)$$

ここで，実際に空洞がどこに分布するかは分からないので，領域Dは空洞面Sを含む十分大きい領域とする．また，$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{y})$は上式の空洞面$S$に関する面積分で，モーメントテンソルに相当する量である．

Fig. 1 に示すように，領域DをN個の小領域$\Delta D_j (j = 1,\cdots,N)$に分割し，$M$個の観測点$\boldsymbol{y}_i (i = 1,\cdots,M)$において変位$u(\boldsymbol{y}_i)$を観測したとすると，式(2)は以下のように書ける．

$$u(\boldsymbol{y}_i) = \sum_{j=1}^{N} \int_{\Delta D_j} \nabla_x U(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}_i) dV_x \cdot \boldsymbol{B}_j \quad (i = 1,\cdots,M) \qquad (3)$$

これより，$U_{ij} = \int_{\Delta D_j} U(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y}_i) dV_x$を成分$(i,j)$を持つ行列$\boldsymbol{U}$，$\boldsymbol{B}_j$を解ベクトル$\boldsymbol{x}$，$u(\boldsymbol{y}_i)$を観測ベクトル$\boldsymbol{u}$とすると，以下の形式の方程式が得られる．

$$\{\boldsymbol{u}\} = [\boldsymbol{U}]\{\boldsymbol{x}\} \qquad (4)$$

上式より，波源を推定するためには，複数の観測点における変位$\{\boldsymbol{u}\}$が与えられたときに波源でのモーメントテンソル$\{\boldsymbol{x}\}$を求める逆問題を解くこととなる．本研究では$\{\boldsymbol{x}\}$の多くの成分がゼロとなる解であること，つまりスパース性を持つことに注目して，スパースモデリングを用いて解く．

３．スパースモデリングによる逆解析

波源の推定を行うために解くべき方程式は$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{x}$であり，解ベクトル$\boldsymbol{x}$はスパース性を有する．これより，スパースモデリングの代表的手法であるLASSOによる定式化を行い，解くべき方程式は以下の最小化問題に書き換えられる．

$$\min_{\boldsymbol{x},\boldsymbol{z}} \frac{1}{2}\|\boldsymbol{u} - \boldsymbol{U}\boldsymbol{x}\|_2^2 + \lambda\|\boldsymbol{z}\|_1, \ \text{s.t.}\ \boldsymbol{D}\boldsymbol{x} - \boldsymbol{z} = 0 \qquad (5)$$

ただし，$\|\cdot\|_q$はL^qノルム，λは正則化パラメータ，$\boldsymbol{D}$はペナ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

ルティ行列である．

この最小化問題は，ADMMによる以下の繰り返し計算によって最適解を求める．

$$\boldsymbol{x}^{(k+1)} = (\boldsymbol{U}^T\boldsymbol{U} + \rho\boldsymbol{D}^T\boldsymbol{D})^{-1}\{\boldsymbol{U}^T\boldsymbol{u} + \rho\boldsymbol{D}^T(\boldsymbol{z}^{(k)} - \boldsymbol{v}^{(k)}/\rho)\} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{z}^{(k+1)} = S_{\lambda/\rho}(\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}^{(k+1)} + \boldsymbol{v}^{(k)}/\rho) \quad (7)$$

$$\boldsymbol{v}^{(k+1)} = \boldsymbol{v}^{k} + \rho(\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}^{(k+1)} - \boldsymbol{z}^{(k+1)}) \quad (8)$$

ここに，$\boldsymbol{v}$はラグランジュの未定乗数，ρはペナルティパラメータであり，上付き文字は反復回数を表している．また，$S_{\lambda/\rho}(\cdot)$は次式で定義されるソフトしきい値作用素である．

$$S_\eta(t_i) = \begin{cases} t_i - \eta, & t_i \geq \eta \\ 0, & -\eta < t_i < \eta \\ t_i + \eta, & t_i \leq -\eta \end{cases} \quad (9)$$

以下の解析では，ρの値を初期値$\rho = 0.01$として，Residual Balancing Methodで決定し，λはCross Validation(CV)[4]によって1.0×10^{-6}~6.0×10^{-6}の範囲でCV値が最小となるように求める．

また，ADMMは双対残差$\boldsymbol{d}^{(k+1)} \equiv -\rho\boldsymbol{D}^T(\boldsymbol{z}^{(k+1)} - \boldsymbol{z}^{(k)})$と主残差$\boldsymbol{r}^{(k+1)} \equiv \boldsymbol{D}\boldsymbol{x}^{(k+1)} - \boldsymbol{z}^{(k+1)}$が，繰り返し計算において以下の条件を満たしたときに解が収束したとしてADMMの反復を終了させる[5]．

$$\left\|\boldsymbol{r}^{(k+1)}\right\|_2 \leq \sqrt{M}\epsilon^{\mathrm{abs}} + \epsilon^{\mathrm{rel}}\max\left\{\left\|\boldsymbol{D}\boldsymbol{x}^{(k+1)}\right\|_2, \left\|\boldsymbol{z}^{(k+1)}\right\|_2\right\} \quad (10)$$

$$\left\|\boldsymbol{d}^{(k+1)}\right\|_2 \leq \sqrt{N}\epsilon^{\mathrm{abs}} + \epsilon^{\mathrm{rel}}\left\|\boldsymbol{D}^T\boldsymbol{v}^{(k+1)}\right\|_2 \quad (11)$$

ここに，$\epsilon^{\mathrm{abs}} \geq 0$は絶対許容値，$\epsilon^{\mathrm{rel}} \geq 0$は相対許容値と呼ばれる．以下の解析では$\epsilon^{\mathrm{abs}} = 1.0\times10^{-9}$，$\epsilon^{\mathrm{rel}} = 1.0\times10^{-8}$とした．

4．解析例

Fig. 2に示すように，領域Dに空洞が存在する場合の逆解析を考える．領域Dは$x-y$座標において，$-1 \leq x/a \leq 1$，$-1 \leq y/a \leq 1$の正方領域とし，5×5の25個の小領域に分割する．ただし，aは基準長さを表す．また，領域内に存在する空洞は，原点を中心とした一辺$0.8a$の正方形の空洞とし，空洞によって散乱された面外波動の変位を原点を中心とする半径$2a$の円周上に等間隔に取った32か所の観測点で計測したとする．

以上の条件の下で，波数akを変化させて逆解析を行った．結果の理想は，空洞の境界が存在する小領域に等価物体力$\boldsymbol{B}_j$の値が出ることである．Figs. 3, 4に$ak = 3.5,\ 4.0,\ 4.5,\ 5.0$のときの$\boldsymbol{B}_j$の分布を示す．また，各波数における解析時のCV値をFig. 5に示す．Figs. 3, 4のように$ak = 3.0$~5.0程度では比較的正しい位置に値が出力されたが，$ak = 1.0$~2.5のときは，CV値が小さいにも関わらず正しい位置に$\boldsymbol{B}_j$の値が出力されず，空洞の存在位置を推定することができなかった．また，波数akを5.5より大きくしていくと，空洞の位置推定の精度が下がるだけでなく，CV値が著しく増加した．

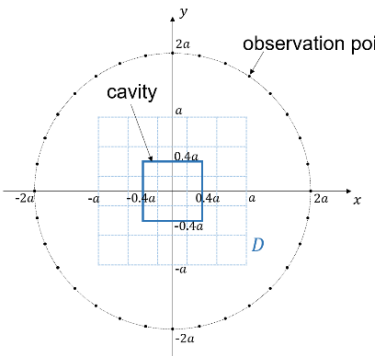


Fig. 2 Square cavity and observation points

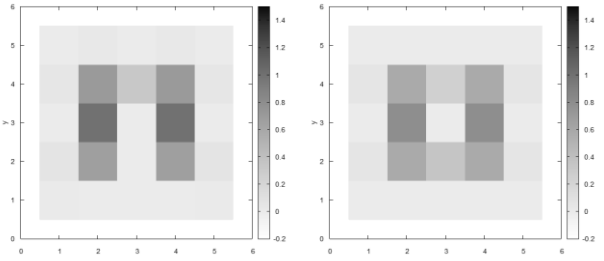


Fig. 3 Distribution of $\boldsymbol{B}_j$ for $ak = 3.5$ (left), $ak = 4.0$ (right)

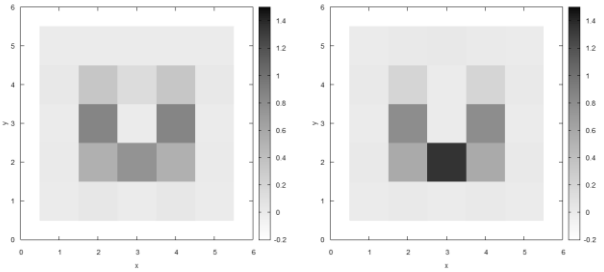


Fig. 4 Distribution of $\boldsymbol{B}_j$ for $ak = 4.5$ (left), $ak = 5.0$ (right)

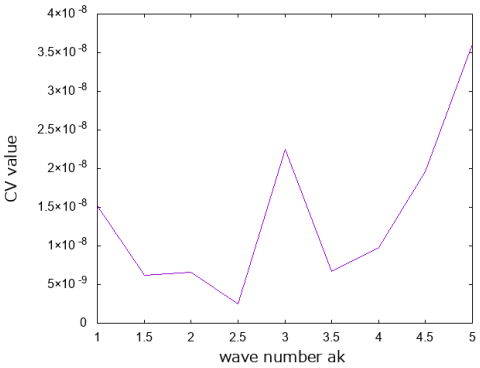


Fig. 5 CV values versus wave number ak

5．おわりに

本研究では，2次元面外波動の散乱理論を考え，空洞が存在する場合のある観測点における変位の式を導出し，その変位を用いて逆解析を行うことで空洞の位置推定を行った．波数などの条件を変化させて逆解析を行い，波長と空洞の大きさや形状との関係やCV値などによって精度が変わることが分かった．

参考文献

1) Brue W. Drinkwater, Paul D. Wilcox：Ultrasonic arrays for non-destructive evaluation; A review, NDT&E International 39 (2006) 525-541.
2) 三原毅 編：超音波探傷試験Ⅲ，日本非破壊検査協会，2017.
3) 大関真之：今日からできるスパースモデリング，2015年度大阪市立大学・電子・物理工学特別講義，2015.
4) T. Hastie, R. Tibshirani,, and M. Wainwright：Statistical Learning with Sparsity The lasso and Generalizations, CRC press, 2015.
5) S. Boyd, N. Parikh, E. Chu, B. Peleato, and J. Eckstein：Distributed Optimization and Statistical Learning via the Alternation Direction Method of Multipliers, Foundation and Trends in Machine Learning, Vol.3, No.1, pp.1-122, 2011.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

レーザ超音波計測データを用いた非破壊評価のための トポロジー導関数による欠陥決定解析

Identification of defects using topological derivatives for QNDE with laser measurement data

中園 昂志 (京大・情報)　吉川 仁 (京大・情報)
Takashi NAKAZONO, Kyoto University
Hitoshi YOSHIKAWA, Kyoto University
FAX:075-753-5870 , E-mail: yoshikawa.hitoshi.5u@kyoto-u.ac.jp

Identification of defects using topological derivatives for QNDE with laser measurement data is considered. In previous studies of an identification of defects in an elastic material using topological derivatives, the topological derivatives are defined with the displacement vectors measured on the surface of the material. However, only the normal component of the particle velocity on the surface is able to be obtained with the laser ultrasonic measurement. In this study, topological derivatives are calculated using normal particle velocities on the surface of the material. We solve a simple defect identification problem using the proposed topological derivatives. We can show that the defects are determined with sufficient accuracy using the topological derivatives calculated with the normal component of the particle velocity on the surface.

1. 序論

レーザ超音波計測による波形データを用いた定量的非破壊評価への応用を見越し，2 次元弾性波動場におけるトポロジー導関数を用いた散乱体決定解析を考える．これまでに提案されている弾性体に対するトポロジー導関数を用いた散乱体決定解析では，領域の境界で計測される変位 u_i, $i=1,2$ を用いてトポロジー導関数が定義されている [1]．しかし，実際のレーザ超音波計測によって得られる計測データは対象物表面の粒子速度の法線方向成分 $\dot{u}_{\boldsymbol{n}}$（ここに，$\dot{(\ )}$ は時間微分を表す）であり，レーザ計測データを直接用いる散乱体決定解析を考えるのであれば，トポロジー導関数を定義し直す必要がある．そこで，本研究では対象物表面の法線方向の粒子速度の計測データを用いたトポロジー導関数を導入し，散乱体の決定を試みる．

2. トポロジー導関数を用いた散乱体決定解析

内部に複数の散乱体を持つ 2 次元の等方弾性体 Ω における初期値境界値問題を考える．ここに，S を弾性体 Ω の表面とする．内部の複数の散乱体の占める領域の集合を D, D の境界を Γ, $\Omega_\Gamma := \Omega \setminus D$ としたときの変位 $\boldsymbol{u}^\Gamma(\boldsymbol{\xi},t)$ についての動弾性方程式の初期値境界値問題を $\mathcal{P}(\Gamma)$ とする．

$\mathcal{P}(\Gamma)$:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Delta}^* \boldsymbol{u}^\Gamma(\boldsymbol{\xi},t) = \rho \ddot{\boldsymbol{u}}^\Gamma(\boldsymbol{\xi},t) & (\boldsymbol{\xi}\in\Omega_\Gamma,\ t>0) \quad \text{(1a)} \\ \boldsymbol{t}[\boldsymbol{u}^\Gamma](\boldsymbol{\xi},t) = \boldsymbol{p}(\boldsymbol{\xi},t) & (\boldsymbol{\xi}\in S,\ t>0) \quad \text{(1b)} \\ \boldsymbol{t}[\boldsymbol{u}^\Gamma](\boldsymbol{\xi},t) = \boldsymbol{0} & (\boldsymbol{\xi}\in\Gamma,\ t>0) \quad \text{(1c)} \\ \boldsymbol{u}^\Gamma(\boldsymbol{\xi},0) = \dot{\boldsymbol{u}}^\Gamma(\boldsymbol{\xi},0) = \boldsymbol{0} & (\boldsymbol{\xi}\in\Omega_\Gamma) \quad \text{(1d)} \end{cases}$$

ここに，$\boldsymbol{\Delta}^*$ は弾性方程式の微分作用素，$\boldsymbol{t}$ はトラクションであり，それぞれ

$$(\boldsymbol{\Delta}^*\boldsymbol{u})_i = C_{ijkl}u_{l,kj} \quad (2)$$
$$\boldsymbol{t}[\boldsymbol{u}] = C_{ijkl}u_{l,k}n_j \quad (3)$$
$$C_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (4)$$

である．また，$\boldsymbol{p}$ は既知ベクトル，$\boldsymbol{n}$ は境界上の外向き単位法線ベクトル，λ,μ はラメ定数，ρ は弾性体の密度，δ_{ij} はクロネッカーのデルタ，$(\ )_{,i}$ は空間座標による微分 $\dfrac{\partial}{\partial\xi_i}$ である．

Bonnet の研究 [1] では，散乱体の配置 Γ によって求まる次の目的汎関数 $J(\Omega_\Gamma)$ を用いて，トポロジー導関数を式 (7) で定義する．

$$J(\Omega_\Gamma) := \int_0^T \int_{S^{\rm obs}} \varphi(\boldsymbol{u}^\Gamma(\boldsymbol{\xi},t),\boldsymbol{\xi},t)\mathrm{d}l(\xi)\mathrm{d}t \quad (5)$$
$$\varphi(\boldsymbol{w},\boldsymbol{\xi},t) := |\boldsymbol{w} - \boldsymbol{u}^{\rm true}(\boldsymbol{\xi},t)|^2 \quad (6)$$
$$\mathcal{T}(\boldsymbol{x}^0) := \lim_{\epsilon\to0}\frac{1}{\pi\epsilon^2}\{J(\Omega_{\Gamma_\epsilon}) - J(\Omega_\Gamma)\} \quad (7)$$

ここに，$\boldsymbol{u}^{\rm true}$ は正解の散乱体配置 $\Gamma_{\rm true}$ での初期値境界値問題 $\mathcal{P}(\Gamma_{\rm true})$ の解であり，Ω の境界の一部 $S^{\rm obs}\subset S$ で計測できているとする．また，Γ_ϵ は散乱体配置 Γ に中心 $\boldsymbol{x}^0$, 半径 ϵ の微小な円形散乱体 D_ϵ を追加した散乱体配置 $\Gamma_\epsilon = \Gamma + \partial D_\epsilon$ である．

式 (7) のトポロジー導関数を計算するには，対象物表面において変位の接線成分・法線成分の両方が必要である．一方で実際のレーザ超音波計測では対象物表面の法線方向の粒子速度 $\dot{u}^{\rm obs}(\boldsymbol{\xi},t) = \dot{\boldsymbol{u}}^{\rm true}(\boldsymbol{\xi},t)\cdot\boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi})$ が計測されるため，トポロジー導関数を Bonnet が定義した式 (7) の形で計算することはできない．そこで，目的汎関数を次のように $\dot{u}^{\rm obs}$ で構成する．

$$\tilde{J}(\Omega_\Gamma) := \int_0^T \int_{S^{\rm obs}} \tilde{\varphi}(\dot{\boldsymbol{u}}^\Gamma(\boldsymbol{\xi},t),\boldsymbol{\xi},t)\mathrm{d}l(\xi)\mathrm{d}t \quad (5')$$
$$\tilde{\varphi}(\boldsymbol{w},\boldsymbol{\xi},t) := \Big\{\boldsymbol{w}\cdot\boldsymbol{n}(\boldsymbol{\xi}) - \dot{u}^{\rm obs}(\boldsymbol{\xi},T-t)\Big\}^2 \quad (6')$$

このとき，トポロジー導関数は元の問題 $\mathcal{P}(\Gamma)$ の解 $\boldsymbol{u}^\Gamma$，以下の随伴問題 $\tilde{\mathcal{P}}(\Gamma)$ の解 $\tilde{\boldsymbol{u}}^\Gamma$ を用いて式 (9) で得られる．

$\tilde{\mathcal{P}}(\Gamma)$:

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

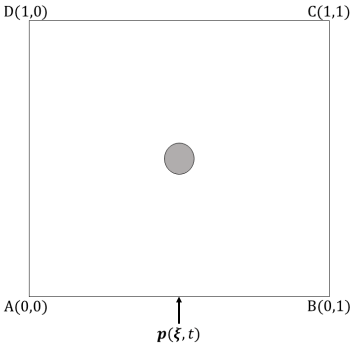


Fig. 1　中心に円形空洞を持つ 2 次元等方弾性体

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{\Delta}^{*}\tilde{\boldsymbol{u}}^{\Gamma}(\boldsymbol{\xi},t)=\rho\ddot{\tilde{\boldsymbol{u}}}^{\Gamma}(\boldsymbol{\xi},t) & (\boldsymbol{\xi}\in\Omega_{\Gamma},\ t>0) \quad (8a)\\
\quad \boldsymbol{t}[\tilde{\boldsymbol{u}}^{\Gamma}](\boldsymbol{\xi},t) & \\
=\dfrac{\partial\tilde{\varphi}}{\partial\boldsymbol{w}}(\dot{\boldsymbol{u}}(\boldsymbol{\xi},T-t),\boldsymbol{\xi},T-t) & (\boldsymbol{\xi}\in S^{\mathrm{obs}},t>0) \quad (8b)\\
\quad \boldsymbol{t}[\tilde{\boldsymbol{u}}^{\Gamma}](\boldsymbol{\xi},t)=\boldsymbol{0} & (\boldsymbol{\xi}\in S\setminus S^{\mathrm{obs}},\ t>0) \quad (8c)\\
\quad \boldsymbol{t}[\tilde{\boldsymbol{u}}^{\Gamma}](\boldsymbol{\xi},t)=\boldsymbol{0} & (\boldsymbol{\xi}\in\Gamma,\ t>0) \quad (8d)\\
\quad \tilde{\boldsymbol{u}}^{\Gamma}(\boldsymbol{\xi},0)=\dot{\tilde{\boldsymbol{u}}}^{\Gamma}(\boldsymbol{\xi},0)=\boldsymbol{0} & (\boldsymbol{\xi}\in\Omega_{\Gamma}) \quad (8e)
\end{cases}
$$

$$
\tilde{\mathcal{T}}(\boldsymbol{x}^{0})=\left(A_{ijkl}\sigma[\tilde{\boldsymbol{u}}^{\Gamma}]_{ij}*\sigma[\dot{\boldsymbol{u}}^{\Gamma}]_{kl}+\rho\dot{\tilde{u}}_{k}^{\Gamma}*\ddot{u}_{k}^{\Gamma}\right)(\boldsymbol{x}^{0},T) \quad (9)
$$

ここに，

$$
\sigma[\boldsymbol{w}]_{ij}=C_{ijkl}w_{l,k} \quad (10)
$$

$$
A_{ijkl}=-\frac{1-\nu}{2\mu(1+\nu)}\delta_{ij}\delta_{kl}+\frac{1-\nu}{\mu}(\delta_{ik}\delta_{jl}+\delta_{il}\delta_{jk}) \quad (11)
$$

であり [2]，$(\,)*(\,)$ は時間についてのたたみこみである．

3.　数値計算結果

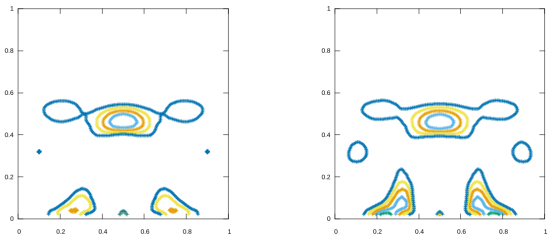
各初期値境界値問題は区分一定の空間内挿関数，区分線形の時間内挿関数を用いて離散化を行い，時間域の境界積分方程式法 [3] により解を求める．また，随伴問題，及びトポロジー導関数を計算する際に必要となる空間微分，時間微分は差分近似により求める．

3.1　問題設定

4 点 $\mathrm{O}(0,0),\mathrm{A}(0,1),\mathrm{B}(1,1),\mathrm{C}(1,0)$ を頂点する正方形の 2 次元等方弾性体（Fig. 1）を考える．この弾性体は中心 $(0.5,0.5)$，半径 0.1 の円形の空洞を持つ．この空洞を未知として，弾性体表面の粒子速度の法線成分から空洞を決定する問題を考える．材料定数はそれぞれ，$\lambda=2$, $\mu=1$, $\rho=1$ とする．入力として下辺の中点に次のトラクション

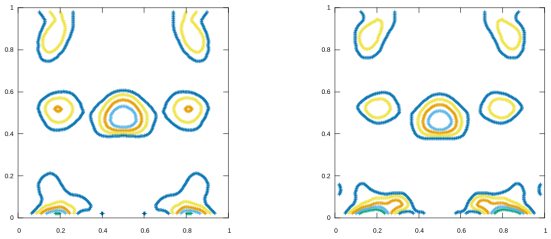
$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{t}[\boldsymbol{u}](\boldsymbol{\xi},t)=\boldsymbol{p}(\boldsymbol{\xi},t)\\
&=\begin{cases}-\delta(\xi_1-0.5)\delta(\xi_2)\sin 4\pi t\,\boldsymbol{n}(x_1,x_2) & (0<t<1)\\ \boldsymbol{0} & (\text{otherwise})\end{cases}
\end{aligned}
$$

を入射し，時刻 $t=2$ まで計測を行う．時間域の境界要素法において，時間増分 $\Delta t=0.02$，境界要素サイズ $\Delta x=0.02$ とした．散乱体決定解析においては，内部に散乱体が存在しない状態，すなわち，$D=\varnothing$ とし，弾性体の内点（49×49 個の格子点）でのトポロジー導関数を計算した．なお，S^{obs} は (1) 辺 OA，(2)S（4 辺全て）の 2 通りを考える．



(a) $\dot{u}^{\mathrm{obs}}$ を用いたトポロジー導関数(b) $\dot{u}_i^{\mathrm{true}}$, $i=1,2$ を用いたトポロジー導関数

Fig. 2　(1) $S^{\mathrm{obs}}=$ 辺 OA としたトポロジー導関数の等高線



(a) $\dot{u}^{\mathrm{obs}}$ を用いたトポロジー導関数(b) $\dot{u}_i^{\mathrm{true}}$, $i=1,2$ を用いたトポロジー導関数

Fig. 3　(2) $S^{\mathrm{obs}}=S$ としたトポロジー導関数の等高線

3.2　数値計算結果

計測する境界 S^{obs} を変えた 2 つのケースについて内点での式 (7) と式 (9) で求まるトポロジー導関数の等高線を Fig. 2, 3 に示す．なお，図中のトポロジー導関数の値は最も小さな値となるトポロジー導関数の値で正規化されたものである．

Fig. 2(a)，3(a) より，レーザ超音波計測データ $\dot{u}^{\mathrm{obs}}$ を用いたトポロジー導関数による散乱体決定解析においても，正解の散乱体位置でトポロジー導関数は負の大きな値となって分布しており，正しく散乱体の情報を推定できていることがわかる．また，Fig. 2(b)，3(b) との比較により，対象物表面の粒子速度の接線成分は散乱体の決定にほぼ関与していないことがわかった．

4.　結論

対象物表面の法線方向の粒子速度を用いたトポロジー導関数の精度を簡単な数値例で検証した．今回扱った例では，十分な精度で欠陥の位置の推定を行えることが確認できた．

今後の課題として，より複雑な問題や 3 次元弾性波動問題に適用した場合の精度の検証などが挙げられる．

参考文献

1) Marc Bonnet, *Topological sensitivity for 3D elastodynamic and acoustic inverse scattering in the time domain*, Comput.Methods Appl.Mech.Engrg.195, pp.5239-5254, 2006.
2) 田代匡彦・斎藤隆泰・木本和志，トポロジー感度を欠陥検出指標に用いた二次元動弾性時間反転解析とリニアアレイ探傷法への応用，土木学会 第 23 回応用力学シンポジウム講演概要集，2020.
3) 小林昭一 (編), 波動解析と境界要素法, 京都大学学術出版会, 2000

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

演算子積分時間領域境界要素法を援用した粘弾性体中のき裂に対する3次元線形化逆散乱解析

3-D linearized inverse scattering analysis for crack in viscoelastic media using convolution quadrature time-domain boundary element method

斎藤隆泰・竹田晴彦 (群馬大・理工学府)

Takahiro SAITOH and Haruhiko TAKEDA, Gunma University
E-mail: t-saitoh@gunma-u.ac.jp

This paper presents a 3-D linearized inverse scattering technique for cracks in viscoelastic media. The linearized inverse scattering technique based on the Kirchhoff approximation is applied to boundary type defects like cracks in viscoelastic media. The scattered wave data used in this inverse scattering technique are calculated by the convolution quadrature time-domain boundary element method (CQBEM). Some numerical examples for cracks in viscoelastic media are shown to validate the proposed methods.

1. はじめに

固体中の欠陥の位置や形状を再構成する手法の一つである線形化逆散乱解析は, 様々な弾性波動問題[1)]へ適用されてきた. また, 本論文で対象とする粘弾性波動問題にも, 逆散乱解析は適用されており, 主に空洞欠陥に対する解析[2)]が行われてきた. しかしながら, 粘弾性体中のき裂を対象とした逆散乱解析[3)]は, 2次元問題においてのみ行われており, 3次元問題を想定した数値解析例は無い. また, 複数き裂の再構成や, 一般に, き裂の再構成に用られる線形化法が, 粘弾性の影響下において, どの程度有効であるかの検討は行われていない. そこで本研究では, 粘弾性体中のき裂に対する3次元線形化逆散乱解析法を開発し, き裂の再構成に適用することを行う. ここで, 逆散乱解析に必要となる散乱波形データの計算には, 演算子積分時間領域境界要素法 (CQBEM) を用いて計算を行う. 本稿では, 紙面の都合上, CQBEMを用いた粘弾性体中のき裂に対する順解析の定式化は省略し, 粘弾性体中のき裂に対するKirchhoff近似に基づく線形化逆散乱解析の定式化について示す. その後, 数値解析例を示すことで, 本手法の有効性を確認し, 最後に今後の課題について述べる.

2. 解くべき問題

ここでは, 等方・均質な無限粘弾性体 D 中に, き裂 S が存在する場合を考える. 本問題では, き裂のおよその位置は既知とする. き裂近傍に原点 $\boldsymbol{o}$ を設け, その原点 $\boldsymbol{o}$ に向け, 十分遠方から入射波 u_i^{in} を送信する. 入射波によって発生する, き裂からの散乱波 u_i^{sc} を, 観測点 $\boldsymbol{x}^m(m=1,2,\ldots,M)$ において取得する. 得られた散乱波を用いて逆散乱解析を実行することで, 粘弾性体中のき裂の位置や形状の再構成を行う.

このとき入射波が, き裂に到達するまで静止過去の条件を満足するものとする. すなわち, 位置 $\boldsymbol{x}$, 時刻 t における変位 $u_i(\boldsymbol{x},t)$ に対して, 初期条件 $u_i(\boldsymbol{x},t=0)=0$ および $\partial u_i(\boldsymbol{x},t=0)/\partial t=0$ を考慮すれば, 粘弾性波動問題における支配方程式は次のように表される.

$$\mu(t)*\dot{u}_{i,jj}(\boldsymbol{x},t)+\left(K(t)+\frac{1}{3}\mu(t)\right)*\dot{u}_{j,ij}(\boldsymbol{x},t) =\rho\ddot{u}_i(\boldsymbol{x},t) \quad \text{in } D \tag{1}$$

ただし, ρ は密度, $\mu(t)$, $K(t)$ はそれぞれ, せん断弾性係数, 体積弾性係数に対する緩和関数を表し, 不遡及の公理 $\mu(t)=0$, $K(t)=0$, $-\infty<t<0$ を満足するものとする. また, $*$ は畳込み積分, $\dot{(\ )}$ および $(\ )_{,i}$ はそれぞれ, 時間および空間に関する微分 $\partial/\partial t$, $\partial/\partial x_i$ を表す.

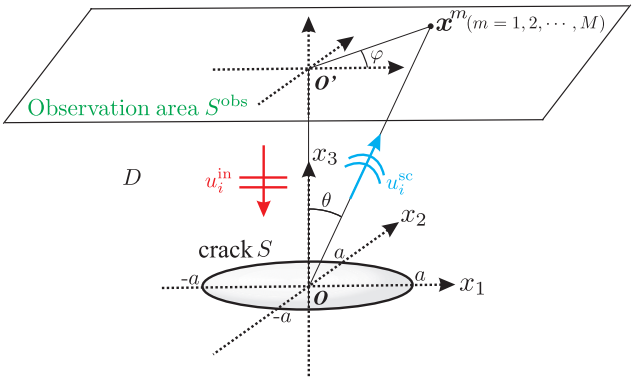


Fig. 1 Inverse scattering analysis model.

3. 粘弾性体中の欠陥に対する逆散乱解析の定式化

さて, 本研究で扱う逆散乱解析では, 散乱波の積分表現式を起点としてその定式化を行う. ただし, 波動に分散性を持つ粘弾性波動問題の場合, 時間領域の散乱波の積分表現式は, 一般に計算が困難である. よって, 以下の粘弾性波動問題に対する線形化逆散乱解析の定式化では, 周波数領域における散乱波の積分表現式を起点としてその導出を行う.

以下ではまず, 粘弾性波動問題に対する散乱波の積分表現式を記述する. その後, 散乱波の積分表現式に対し, 遠方場近似, および, Kirchhoff近似を施すことで, 粘弾性体中のき裂に対する欠陥形状再構成式を導出する.

(1) 粘弾性波動問題における散乱波の積分表現式

さて, 3次元粘弾性波動問題における周波数領域での散乱波 $\tilde{u}_i^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x},\omega)$ に関する積分表現式は, 対象とするき裂 S において表面力フリーを仮定すると, 次式で表される.

$$\tilde{u}_i^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x},\omega)=-\int_S \tilde{T}_{ij}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)[\tilde{u}_j(\boldsymbol{y},\omega)]dS_y \tag{2}$$

ここで, ω は角周波数, $\tilde{T}_{ij}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y},\omega)$ は3次元粘弾性波動問題における周波数領域の二重層核である. また, $[\tilde{u}_j(\boldsymbol{y},\omega)]$ は, き裂の開口変位である. さて, 実際の波動の観測では, 散乱波は十分遠方において観測されることが多い. よって, 式(2)の散乱波に対する積分表現式に対し, 遠方場近似を適用し, 散乱波の縦波成分のみを考慮すると, 以下の遠方散乱波

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

の積分表現式を得る．

$$\tilde{u}_i^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x},\omega) = -\frac{\mathrm{i}\tilde{k}_L^* B_{ijk}^L}{4\pi|\boldsymbol{x}|}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\tilde{k}_L^*|\boldsymbol{x}|}\int_S n_k(\boldsymbol{y})\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\tilde{k}_L^*\hat{\boldsymbol{x}}\cdot\boldsymbol{y}}[\tilde{u}_j(\boldsymbol{y},\omega)]dS_y \quad (3)$$

ここで，B_{ijk}^L は，$B_{ijk}^L = -\left\{(1-2\kappa)\delta_{jk} + 2\kappa\hat{x}_j\hat{x}_k\right\}\hat{x}_i$，$\kappa = \tilde{k}_L^*/\tilde{k}_T^*$，$\hat{\boldsymbol{x}}$ は $\boldsymbol{x}$ の単位ベクトルである．3 次元粘弾性波動問題に対する逆散乱解析の定式化では，式 (3) の遠方散乱波の積分表現式を用いて定式化を行う．

(2) 粘弾性体中のき裂に対する Krichhoff 逆散乱解析の定式化

粘弾性体中のき裂 S に対し，Kirchhoff 近似を用いた逆散乱解析の定式化を行う．Kirchhoff 近似では，式 (3) における，き裂の開口変位 $[\tilde{u}_j(\boldsymbol{y},\omega)]$ を，スネルの法則の下，入射波の照射面における入射変位 $\tilde{u}_j^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{y},\omega)$ と反射変位 $\tilde{u}_j^{\mathrm{ref}}(\boldsymbol{y},\omega)$ の和として近似する．ここで，本研究で用いる入射波は縦波平面波とし，周波数領域において次のように与える．

$$\tilde{u}_i^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{x},\omega) = F(\omega)\hat{d}_i^{\mathrm{in}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\tilde{k}_L^*\hat{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{in}}\cdot\boldsymbol{x}} \quad (4)$$

ここで，$\hat{\boldsymbol{d}}^{\mathrm{in}}$，$\hat{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{in}}$ はそれぞれ，入射波の偏向方向および進行方向を表す単位ベクトルであり，$F(\omega)$ は粘弾性体中を進行する入射波の振幅である．さて，Kirchhoff 近似により，き裂の開口変位 $[\tilde{u}_j(\boldsymbol{y},\omega)]$ を入射変位 $\tilde{u}_j^{\mathrm{in}}(\boldsymbol{y},\omega)$ と反射変位 $\tilde{u}_j^{\mathrm{ref}}(\boldsymbol{y},\omega)$ の和として線形化近似した後，式 (3) に対し，き裂境界 S 上においてのみ値を有する次の特異関数 $\gamma(\boldsymbol{y})$

$$\int_D \gamma(\boldsymbol{y})dV = \int_S dS \quad (5)$$

を導入する．特異関数 $\gamma(\boldsymbol{y})$ を含む式 (3) を整理し，$\boldsymbol{K} = \tilde{k}_L^*(\hat{\boldsymbol{x}} - \hat{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{in}})$ なる $\boldsymbol{K}$ 空間に対する変数変換を行うと，最終的に逆 Fourier 変換を適用することで，特異関数 $\gamma(\boldsymbol{y})$ を次のように導出することができる．

$$\gamma(\boldsymbol{y}) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{\infty} \frac{\tilde{u}_i^{\mathrm{sc}}(\boldsymbol{x},\omega)|\boldsymbol{x}|\sin\theta(\hat{\boldsymbol{x}} - \hat{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{in}})\cdot\hat{\boldsymbol{x}}}{2\mathrm{i}\pi^2\tilde{c}_L^* F(\omega)B_{ijk}^L D_j n_k} \times \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\tilde{k}_L(|\boldsymbol{x}| - \hat{\boldsymbol{x}}\cdot\boldsymbol{y} + \hat{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{in}}\cdot\boldsymbol{y})}d\omega d\theta d\varphi \quad (6)$$

ただし，$D_j = \hat{d}_j^{\mathrm{in}} + \sum_{\alpha=L,T} R_L^\alpha \hat{d}_j^{\mathrm{ref}}$ として式を整理している．ここで，R_L^α は，縦波 (L) 入射波に対する反射縦波 $(\alpha = L)$ と反射横波 $(\alpha = T)$ の反射係数を表す．また，$\tilde{c}_L^*$ は粘弾性波動問題における周波数領域の縦波複素波速である．式 (6) で導出された特異関数 $\gamma(\boldsymbol{y})$ は，き裂境界 S 上でのみ値を持つ関数であるため，特異関数の右辺を精度よく計算することで，粘弾性体中のき裂の位置や形状の再構成が可能となる．

4. 数値解析例

以下，数値解析例を示す．本解析で対象とするき裂は，図 1 に示すような，原点 $\boldsymbol{o}$ を中心とする x_1–x_2 面内に存在する半径 a の円形き裂とする．また，本逆散乱解析に用いる散乱波は，図 1 に示すように，き裂に対して垂直に送信された 1 つの入射波 u_i^{in} に対して，き裂面に平行かつ，距離 $|\boldsymbol{o} - \boldsymbol{o}'| = 12a$ なる観測面 S^{obs} 上の観測点 $\boldsymbol{x}^m (m = 1,\ldots,M)$ によって観測されるものとする．本解析では，散乱波の観測面 S^{obs} を，$-5a \le x_1, x_2 \le 5a$ の正方領域とし，観測点 $\boldsymbol{x}^m$ 同士の間隔を $dx_1 = dx_2 = a$ として設けた．すなわち，観測点の総数 M は，$M = 11 \times 11 = 121$ 点とした．き裂は 96 個の四角形要素で分割・離散化しており，時間ステップ数 $N = L = 1024$，時間増分は $c_{L0}\Delta t/a \simeq 0.022$ として散乱

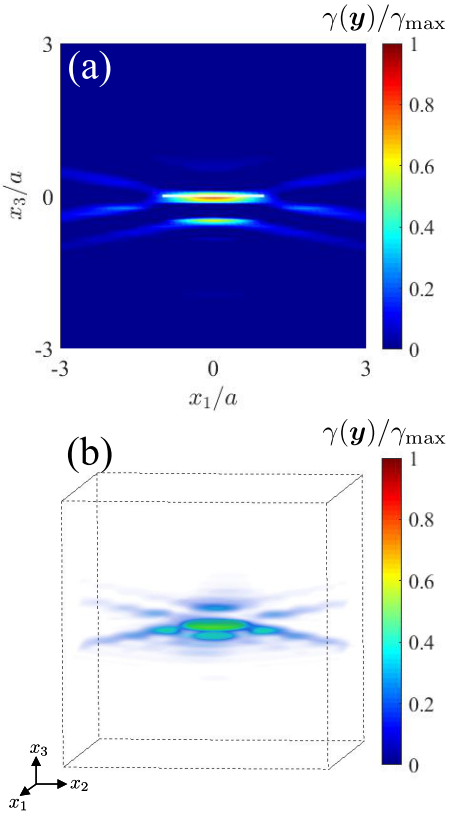


Fig. 2 Shape reconstruction results for a crack in a viscoelastic medium. (a)$x_1 - x_3$ plane, (b)3-D space.

波の計算を行った．また，解析に用いた粘弾性パラメータは，三要素標準モデルより，$\mu_R/\mu_0 = 0.85$，$K/\mu_0 = 5/3$，$\tau_\sigma = 0.5T_0$，$\tau_\epsilon = 17T_0/40$ とした．

図 2(a), (b) に，3 次元無限粘弾性体中のき裂に対する逆散乱解析結果を示す．図 2(a), (b) には，それぞれ $x_1 - x_3$ 平面および，3 次元空間における再構成結果を示している．ここで，き裂の再構成結果は，式 (6) で計算された特異関数 $\gamma(\boldsymbol{y})$ を，それぞれの空間上にプロットすることで表現している．なお，図 (a) 中の白線は，き裂の正解位置を表している．数値解析結果より，き裂の正解位置に特異関数 $\gamma(\boldsymbol{y})/\gamma_{\max}$ の値が現れており，き裂の位置および形状を概ね精度よく再構成できていることが確認できる．よって，本手法の有効性を概ね確認できた．

5. まとめと今後の課題

演算子積分時間領域境界要素法を援用した，粘弾性体中のき裂に対する 3 次元逆散乱解析を行った．解析結果より，粘弾性体中のき裂を概ね再構成できることを示した．今後は，粘弾性の影響に伴う欠陥形状再構成能の検討や，異方性・粘弾性の影響を考慮した逆散乱解析を行う予定である．

参考文献

1) 斎藤隆泰，稲垣祐生，下田瑞斗：異方性弾性体中の欠陥に対する 2 次元逆散乱解析，非破壊検査，**66**(2) (2017), pp. 84–89.
2) 竹田晴彦，斎藤隆泰：演算子積分時間領域境界要素法を用いた粘弾性体中の空洞に対する 3 次元順解析および逆散乱解析，計算数理工学論文集，**20** (2020), pp. 1–6.
3) 竹田晴彦，斎藤隆泰，廣瀬壮一：粘弾性体中の領域型および境界型欠陥に対する 2 次元線形化逆散乱解析，土木学会論文集 A2(応用力学)，**77**(2) (2021), pp. I_47–I_57.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

き裂による散乱波の反響環境下での時間反転集束

Time-reversal focusing of elastodynamic scattered waves from a crack in a reverberating environment

木本　和志（岡山大・学術研究院 環境生命科学学域）　　斎藤　隆泰（群馬大学・理工学府）
Kazushi KIMOTO, Okayama University
Takahiro SAITOH, Gunma University
E-mail: kimoto@okayama-u.ac.jp

In this study, time-reversal focusing fields are reconstructed numerically from measured ultrasonic signals. In the ultrasonic measurement, reverberating field is excited in a T-shape joint specimen with and without a simulated crack. The measured waveforms are time-reversed and back-propagated in numerical finite-difference models of the specimen. It is found as a result that the scattered fields back-focus successfully to the scattering sources, and thus the wave components useful for the flaw detection may be retrieved from the reverberating waveforms.

1. はじめに

超音波探傷法は，部材内部や表面き裂の検出に用いられる非破壊検査法の一つである．超音波探傷試験では，エコー強度の時刻歴波形が計測結果として与えられるため，き裂位置や大きさを推定する際，しばしば，画像合成が行われる．代表的な方法にはフェーズアレイ法や開口合成法が挙げられる．これらの方法は，いずれも超音波の伝播経路を仮定してエコー波形を画像化領域に投影する．しかしながら，固体内部では反射や回折，モード変換が生じ超音波伝播経路の特定は必ずしも容易ではない．特に，板材や部材継手部周辺では，入射波や散乱波の反響により想定しうる伝播経路が多数存在し，きずからのエコーを分離して観測することや，その経路特定は難しく，従来の方法ではきず画像の合成も困難になる．これに対して，時間反転集束の原理に基づく画像化法 [1]では，計算負荷は高いものの入射波や散乱波の伝播経路を特定する必要がないという利点がある．時間反転集束実験はこれまで行われているが，固体の超音波探傷を想定した検討はほとんど行われていない．特に，多重反射の効果が顕著で散乱波の伝播経路特定が困難となる反響環境下で，き裂からの微弱なエコーを散乱源に正しく時間反転集束させることができるか否かは明らかでない．本研究では，この点を明らかにすることを目的として，超音波計測と数値解析によって散乱波の時間反転集束挙動を調べる．以下では，模擬き裂からの超音波エコー計測に関する実験概要を示し，次に，時間反転場の計算方法を述べる．その後，時間反転場の計算結果を示し，き裂位置に集束する散乱波が良好に再構成できることを示す．

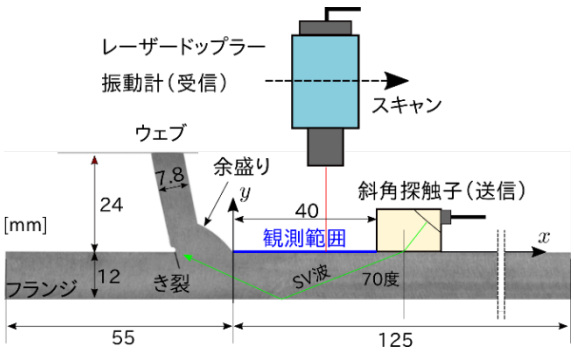


Fig.1 Experimental setup for the ultrasonic echo measurement.

2. 超音波エコー計測

Fig.1 に超音波エコー計測の概要を示す．計測には T 溶接継手の形状を模擬した試験体を用いた．Fig.1 はその断面図を示したもので紙面奥行き方向には一様な形状をもつ．試験体を構成する水平材(フランジ)の厚さは 12mm，鉛直材(ウェブ)の厚さは 7.8mm で，継手部分には隅肉溶接での接合を想定し，余盛りとルートギャップを表現した箇所を設けてある．なお，ここでは，継手の形状だけを模擬することを意図し，試験体はアルミニウムブロックを切削加工して作成している．Fig.2 は継手近傍の詳細を示したもので，余盛り表面は半径 20mm の円弧とし，脚長 7mm となっている．き裂はルートギャップから発生し，フランジ側に進展するケースを考え，長さ 4mm，幅 0.2mm のスリットを，鉛直方向から傾き 15 度の方向に放電加工で作成した．なお，き裂の起点はルートギャップを模擬した 1mm 角のスリット角部とした． 超音波の送受信はウェブ右側，フランジの上面からのみ可能と仮定し，Fig.1 のように送受信センサーを配置した．これは，TOFD 法を適用することのできない，制約の厳しい探傷条件を想定したものである．ここで，送信には屈折角 70 度，公称中心周波数 5MHz の圧電探触子を，受信にはレーザードップラー振動計（LDV）を用いた．送信探触子は，溶接始端部から 40mm の位置に，探触子前縁部が来るように設置した．一方，LDV による受信は，止端部から 0.2mm の間隔で 201 点，40mm の範囲で行った．その際，サンプリング周波数は 80MHz，平均化回数は 4,096 回とし，送信探触子は振幅 300V，幅 0.1 μs の矩形パルスで駆動した．

Fig.3 は，このようにして計測した 201 点での超音波波形を示した走時プロットである．横軸は経過時間(μs)を，縦軸

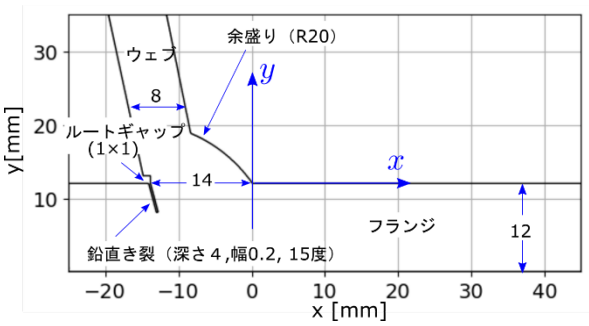


Fig.2 The shape and dimensions of the specimen. A close-up around the joint with an angled crack.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

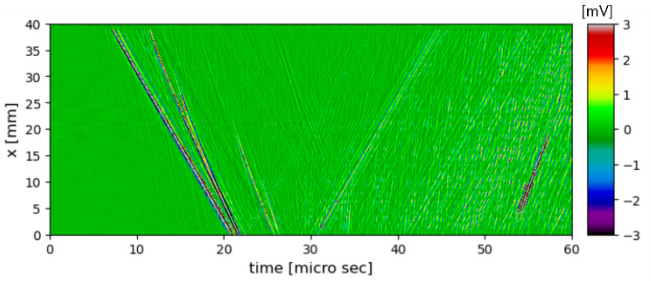


Fig.3 A travel-time plot showing the ultrasonic signals measured over the line of 40mm length.

は位置x (mm)を表し，対応する時空間点でのエコー強度(mV)をカラーマップで示している．Fig.3 において右下がり$(dx/dt < 0)$の軌跡はx <0 方向への，右上がり$(dx/dt > 0)$のものはx >0 方向への進行波を表す．き裂からの後方散乱波は右方向への進行波として観測される．しかしながら，右方向への進行波にはルートギャップや溶接止端部等からの形状エコーが含まれるため，進行方向や到達時間だけから，き裂エコーを識別することは困難である．

3. 時間反転場の集束挙動

線形弾性波の支配方程式は時間反転操作に関して普遍である．そのため，観測で得られた試験体表面の振動波形を境界値として初期値-境界値問題を時間に関して逆方向に解くことで，媒体内部の散乱波伝播挙動を調べることができる．き裂からの散乱波が観測波形に含まれる場合，時間反転波形で励起された波動場（時間反転場）の一部は，散乱波の発生源であるき裂に向かって集束すると期待される．その様子を観察できれば，き裂位置や向き等の推定につながる有用な情報を観測波形から抽出できる．ただし，観測波形は試験体表面の一部でしか得られず，時間反転問題における初期条件も正確には知りえない．さらに，観測ノイズも存在することから，時間反転場の再構成は完全ではありえない．従って，再構成された時間反転場において，散乱源に集束する波動場が必ずしも得られるとは限らない．

時間反転場の計算には 2 次元 FDTD 法を用いた．その際，Fig.3 に示した速度波形$v(x,t)$を，$\tau = T - t$によって時間反転し，τを新たな時間変数とした$v(x,T-\tau)$を境界値に用いた．ただし，$T = 45\mu$s で，$\tau = 0$における試験体内部の場は未知であるため，時間反転場解析における初期速度と初期応力場はともゼロと仮定した．媒体は非減衰，等方均質な線形弾性体とし，縦波および横波の位相速度を，それぞれ実測値から 6.35km/s と 3.15km/s とした．FDTD 法による離散化は，これらの位相速度に対し安定条件を満足するよう，空間格子間隔を 0.05mm，時間ステップ間隔を 0.0125 μs とした．

Fig.4 は以上の方法で得られた時間反転場の$\tau = 18.54\mu$s におけるスナップショットである． (a)がき裂を含む供試体に対する結果を，(b)がき裂の無い供試体に対する結果で，粒子速度の大きさをカラーマップで表示している．ただし，粒子速度の値は，適度なコントラストで波動場が可視化されるようにスケールした相対値である．これらの結果から明らかなように，き裂のある供試体ではき裂面に向けて，き裂の無い供試体ではルートギャップの角部に向けて集束する散乱波が明瞭に現れている．これらの散乱波成分の位置を，時間を追って調べると，概ね Fig.4 に白の破線で示した経路をたどる．(a)のケースでは，フランジ底面で 2 回の

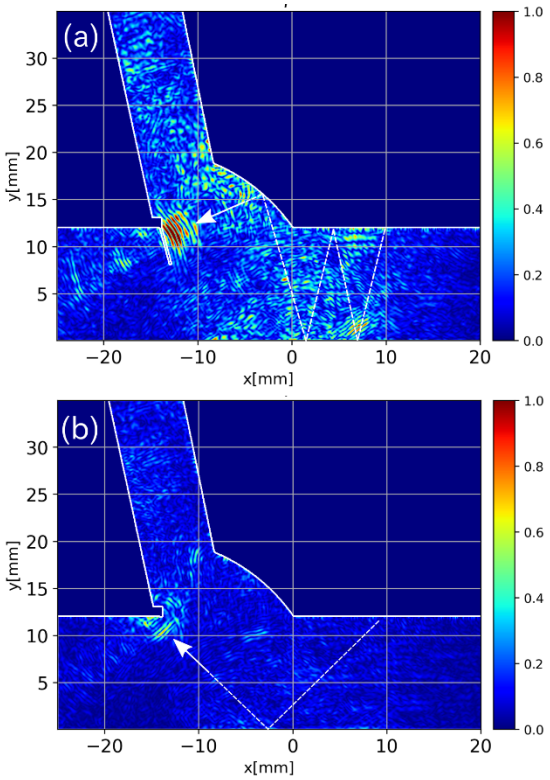


Fig.4 Snapshot of the time-reversed focusing field. Results for the specimen (a)with and (b) without the simulated crack.

反射後，余盛り表面を経由した波がき裂面に集束しており(b)と経路が大きく異なる．このことは，観測波形を適切に処理すれば，反響環境下でもき裂検出と位置推定が可能であることを示唆する．ただし，従来のイメージング法では散乱波の経路を予め把握しておく必要があり，多数の経路が想定される今回のような条件では適用が困難である．一方，時間反転法では，散乱源に集束する波動場を得るにあたり，伝播経路や伝播モードに関する仮定や事前情報を必要とせず，その点に大きなメリットがある．Fig.4 はこのことを例示する良好な結果と言える．

4. まとめ

実験で計測した超音波波形を用いて時間反転解析を行うことで，散乱源であるき裂に集束する波動場が再構成できることを示した．特に，多重反射波の発生によって散乱波の分離や経路特定が困難となる反響環境下でき裂に集束する波動場を再構成することに成功した点において，非破壊検査の観点から意義を持つ．今後は，時間反転場を使ったき裂のイメージング法を開発し，超音波探傷試験に応用することが課題となる．

参考文献

1) K. Kimoto, K. Nakahata, and T. Saitoh: An elastodynamic computational time-reversal method for shape reconstruction of traction-free scatterers, Wave Motion, Vol.72, pp.23-40, 2017.

謝辞

本研究の一部は，一般社団法人中国建設弘済会，技術開発支援事業の助成を受けて実施したものである．ここに記して謝意を表する．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

複数周波数の MUSIC 法を用いた超音波イメージングの実験的検討

Experimental study of ultrasound imaging using multifrequency MUSIC method

松尾太聖（愛媛大・理工）　温品晴貴 (愛媛大・工)　丸山泰蔵（愛媛大・理工）
中畑和之（愛媛大・理工）

Taisei MATSUO, Ehime University
Haruki NUKUSHINA, Ehime University
Taizo MARUYAMA, Ehime University
Kazuyuki NAKAHATA, Ehime University
E-mail: matsuo.taisei.17@cee.ehime-u.ac.jp

A MUltiple SIgnal Classification (MUSIC) method, which focuses on the phase of scattered waves, is one of the imaging methods using observed wave data. A multifrequency MUSIC algorithm has been proposed recently [Griesmaier & Schmiedecke 2017]. This study examines the performance of ultrasound imaging based on the multifrequency MUSIC method for measured data. As a fundamental study, two-dimensional acoustic wave scattering is considered. The waveform data are measured by the ultrasonic linear array transducer.

1. はじめに

超音波法によって取得した受信波形から部材内部の欠陥像を再構成する手法として，開口合成法 (SAFT: Synthetic Aperture Focusing Technique) 等の波動の到達時間から振幅を重ね合わせる方法が広く用いられている．その一方で，受信波形から作成した相関行列の固有値分解を利用して欠陥の位置推定を行う MUSIC (MUltiple SIgnal Classification) 法が提案されている [1]．従来の単一周波数の散乱波に対して定式化されている MUSIC 法は，理想的な状況においては高分解能のイメージングが期待できる．しかしながら，受信波に点散乱源からの散乱波以外の影響やノイズが含まれる場合には，イメージングが不安定になることがある．

一方，近年提案された複数周波数の MUSIC 法 [2] は，帯域幅を持つ受信波形データによってイメージングするため，実測波形の情報をより多く利用できると考えられる．しかしながら MUSIC 法では，遠方の点散乱源による散乱に基づいて定式化がなされているため，有限距離かつ有限サイズの散乱体に対してどの程度有効であるか検討が必要である．また，実測データにはノイズが含まれるため，その影響を調べることは有用であると考えられる．そこで，超音波計測装置で取得した波形を用いて複数周波数の MUSIC 法によるイメージング性能の検討を行う．

本研究では基礎的検討として音響波動問題を想定し，流体中の金属棒による散乱波形を用いる．また，リニアアレイ探触子を用いて 2 次元的な散乱源の配置で計測実験を行うため，2 次元問題に対する MUSIC 法を用いる．

2. 散乱源のイメージング手法

Fig.1 に示すように，L 個のアレイ素子 $\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2, ..., \boldsymbol{x}_L$ からそれぞれ円筒波を入射し，点散乱源から発生した散乱波をアレイ素子位置で観測するものとする．その後，取得した散乱波から，点散乱源位置 $\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2, ..., \boldsymbol{z}_N$ を推定することを考える．素子 $\boldsymbol{x}_j$ から入射波を送信したときに素子 $\boldsymbol{x}_i$ で受信される散乱波 u_{ij}^{sc} は Born 近似を仮定すると次のように表される．

$$u_{ij}^{\mathrm{sc}} = \sum_{n=1}^{N} q_n U(\boldsymbol{x}_i, \boldsymbol{z}_n) A U(\boldsymbol{z}_n, \boldsymbol{x}_j) \tag{1}$$

ここで，q_n は $\boldsymbol{z}_n$ の点散乱源の散乱強さ，A は入射波の振幅，U は

$$U(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = \frac{\mathrm{i}}{4} H_0^{(1)}(k|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y}|)$$

であり，$H_0^{(1)}$ はゼロ次の第一種ハンケル関数である．また，i は虚数単位，k は波数である．

送受信点が散乱源から十分遠方であると仮定すると，式 (1) は次のように遠方近似できる．

$$u_{ij}^{\mathrm{sc}} \approx \frac{A}{8\pi k} \frac{\mathrm{i} e^{\mathrm{i}k(|\boldsymbol{x}_j| + |\boldsymbol{x}_i|)}}{\sqrt{|\boldsymbol{x}_j||\boldsymbol{x}_i|}} u^{\mathrm{far}}(\hat{\boldsymbol{x}}_i, \hat{\boldsymbol{x}}_j, k)$$

$$u^{\mathrm{far}}(\hat{\boldsymbol{x}}_i, \hat{\boldsymbol{x}}_j, k) = \sum_{n=1}^{N} q_n e^{-\mathrm{i}k\hat{\boldsymbol{x}}_i \cdot \boldsymbol{z}_n} e^{-\mathrm{i}k\hat{\boldsymbol{x}}_j \cdot \boldsymbol{z}_n} \tag{2}$$

ここで，$\hat{\boldsymbol{x}}_i = \boldsymbol{x}_i/|\boldsymbol{x}_i|$ である．u^{far} は原点，散乱源位置，及び送受信方向から成る遠方場パターンであり，散乱源の位置推定に用いる．

Griesmaier と Schmiedecke[2] は，ある 1 つの方向から入射波を送信し，1 つの方向で受信した場合の波形データを用いて，複数周波数による相関行列を作成している．送信点方向 $\hat{\boldsymbol{x}}_j$，受信点方向 $\hat{\boldsymbol{x}}_i$ に対する相関行列 $\boldsymbol{F}^{(ij)}$ は

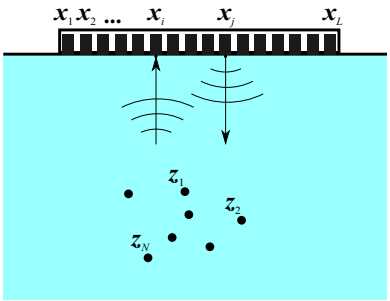


Fig. 1 Ultrasonic testing using linear array transducer.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

次のように定義する．

$$\boldsymbol{F}^{(ij)} = \begin{bmatrix} F^{(ij)}_{1,1} & \cdots & F^{(ij)}_{1,p+1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ F^{(ij)}_{2q-p,1} & \cdots & F^{(ij)}_{2q-p,p+1} \end{bmatrix} \tag{3}$$

$$F^{(ij)}_{n,m} = \frac{1}{k_{n+m-1}} u^{\mathrm{far}}(\hat{\boldsymbol{x}}_i, \hat{\boldsymbol{x}}_j, k_{n+m-1}) \tag{4}$$

ここで，$k_n = n\Delta k$ であり，Δk は用いる波数の刻み幅である．また，$p, 2q$ はそれぞれ想定される最大の散乱源数，使用する周波数の数であり，$p < q$ で与える．

イメージング領域中の検査点 $\boldsymbol{z}$ で散乱波が発生した場合に各受信点で観測される位相をまとめた位相情報ベクトルを次のように定義する．

$$\boldsymbol{\phi}^{(ij)}(\boldsymbol{z}) = \left[\xi^0, \xi^1, \xi^2, \cdots, \xi^{2q-p-1}\right]^{\mathrm{T}} \tag{5}$$

ここで，上付き T は転置を表しており，$\xi = e^{\mathrm{i}\Delta k(-\hat{\boldsymbol{x}}_j - \hat{\boldsymbol{x}}_i)\cdot\boldsymbol{z}}$ である．式 (5) の $\boldsymbol{\phi}^{(ij)}(\boldsymbol{z})$ と式 (3) の $\boldsymbol{F}^{(ij)}$ を用い，次の関係 [2] から散乱源を推定する．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{z} \in \{\boldsymbol{z}_1, \boldsymbol{z}_2, \cdots, \boldsymbol{z}_N\} &\Leftrightarrow \boldsymbol{\phi}^{(ij)}(\boldsymbol{z}) \in \mathrm{ran}(\boldsymbol{F}^{(ij)}) \\ &\Leftrightarrow \boldsymbol{\phi}^{(ij)}(\boldsymbol{z}) \perp \ker(\boldsymbol{F}^{(ij)\mathrm{H}}) \end{aligned} \tag{6}$$

ここで，上付き H は共役転置を表している．相関行列 $\boldsymbol{F}^{(ij)}$ を次のように特異値分解する．

$$\boldsymbol{F}^{(ij)} = \sum_{l=1}^{M} \sigma_l \boldsymbol{u}_l \boldsymbol{v}_l^{\mathrm{H}} \tag{7}$$

ここで，$M = \mathrm{rank}(\boldsymbol{F}^{(ij)})$ であり，σ_l，$\boldsymbol{u}_l$，$\boldsymbol{v}_l^{\mathrm{H}}$ は，それぞれ特異値，左特異ベクトル，右特異ベクトルである．左特異ベクトル $\boldsymbol{u}_l$ を用いて次の $\boldsymbol{P}^{(ij)}$ を定義する．

$$\boldsymbol{P}^{(ij)} = \sum_{l=1}^{M} \boldsymbol{u}_l \boldsymbol{u}_l^{\mathrm{H}} \tag{8}$$

さらに指示関数 W を次式で定義する．

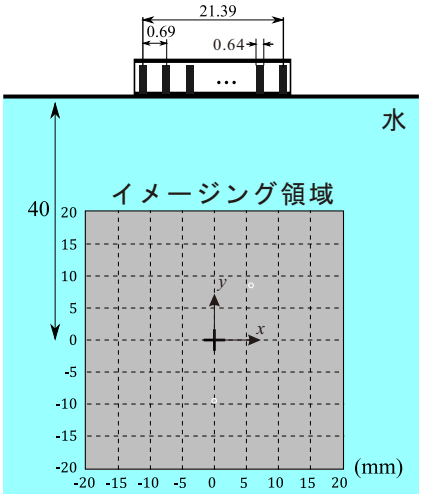
$$W(\boldsymbol{z}) = \frac{1}{\sum_{i=1}^{L}\sum_{j=1}^{L} |(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{P}^{(ij)})\boldsymbol{\phi}^{(ij)}(\boldsymbol{z})|} \tag{9}$$

ここで，$\boldsymbol{I}$ は単位行列である．式 (6)-(9) より，検査点と散乱原位置が一致するとき W は発散するため，実測データを用いた解析においても大きな値を取ることが期待できる．そこで，イメージング領域全体に渡って W をプロットすることで散乱源の位置推定を行う．

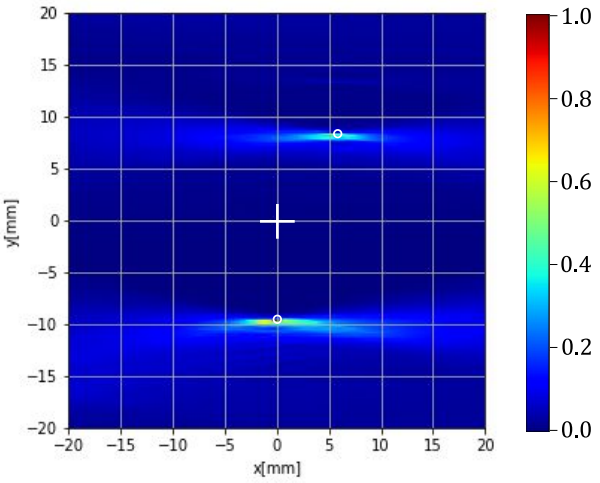
3. 計測実験と欠陥像のイメージング結果

超音波計測には，パルサレシーバ（Japan Probe 製 JAS21），リニアアレイ探触子（振動素子 32 個，公称中心周波数 5.0MHz）を用いた．Fig. 2(a) に示すように，リニアアレイ探触子素子中心間距離（エレメントピッチ）は 0.69mm，1 素子の幅は 0.64mm であり，奥行きは 22.5mm である．超音波の計測時間は 102μs と設定し，探触子の不感帯，及び水槽底面の影響を除去した波形をイメージングに用いた．計測実験は，水中に散乱源として直径 0.87mm のアルミニウム製針金を Fig. 2(a) 中の白丸の位置に 2 本設置して実施した．MUSIC 法の計算は，水の縦波音速 $c = 1.48$km/s，密度 $\rho = 0.998$g/cm^3 とし，Fig. 2(a) に示すイメージング領域に対して行った．また，式 (3)，(4) 中のパラメータは $p = 100$，$q = 128$ とし，周波数の刻み幅は $\Delta f = c\Delta k/(2\pi) = 0.02$MHz とした．

Fig. 2(b) にイメージング結果を示す．図中の白丸は設置した針金の位置を示している．ここでは，式 (9) で表



(a)



(b)

Fig. 2 (a) Ultrasonic measurement setup and (b) imaging result by multifrequency MUSIC method.

される W をイメージング領域の最大値で正規化した値をプロットしている．Fig. 2(b) より，両方の針金位置が概ね正しくイメージングされていることがわかる．しかしながら，y 方向に対する解像度は比較的良いものの，x 方向の解像度は低く，再構成像が横に伸びていることがわかる．

4. まとめ

本研究では非破壊検査を見据え，複数周波数の MUSIC 法をリニアアレイ探触子を用いた超音波イメージングに適用し，その性能を検討した．今後，単一周波数の MUSIC 法 [1] との結果の比較を行う予定である．

参考文献

1) A. Kirsch: The MUSIC-algorithm and the factorization method in inverse scattering theory for inhomogeneous media, Inverse Problems, 18, pp.1025-1040, 2002.
2) R. Griesmaier and C. Schmiedecke: A multifrequency MUSIC algorithm for locating small inhomogeneities in inverse scattering, Inverse Problems, 33, 035015, 2017.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

一般セッション | 一般セッション（第二部門：計算力学）

第２部門④

座長:車谷 麻緒(茨城大学)

2022年5月28日(土) 17:10 ～ 18:40 B会場 (オンライン)

[2B25-30-01] レールに関する複数の材料物性値・形状特性値の空間的ばらつきが車両・軌道連成振動応答に及ぼす影響

*紅露 一寛[1]、阿部 和久[1]（1. 新潟大学）

17:10 ～ 17:25

[2B25-30-02] 密度流の数値解析における圧力計算の前処理法

*本西 亮太[1]、鳥生 大祐[1]、牛島 省[1]（1. 京都大学）

17:25 ～ 17:40

[2B25-30-03] 座屈荷重向上を目的とした剛性制約付きトポロジー最適化

水鳥 智幸[1]、*干場 大也[1]、魚住 久雄[2]、加藤 準治[1]（1. 名古屋大学、2. 本田技術研究所）

17:40 ～ 17:55

[2B25-30-04] 密度法による非定常熱・流体問題のトポロジー最適化

*高荒 圭佑[1]、干場 大也[1]、高瀬 慎介[2]、西口 浩司[1]、加藤 準治[1]（1. 名古屋大学、2. 八戸工業大学）

17:55 ～ 18:10

[2B25-30-05] 非圧縮弾性体の動的問題に対する圧力安定化有限要素法

*山田 貴博[1]（1. 横浜国立大学）

18:10 ～ 18:25

[2B25-30-06] 津波避難シミュレーションシステムと地理・津波情報の設定に関する検討

*藤山 麗[1]、中村 麻菜美[1]、王 博[1]、樫山 和男[2]（1. 中央大学大学院、2. 中央大学）

18:25 ～ 18:40

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

レールに関する複数の材料物性値・形状特性値の空間的ばらつきが車両・軌道連成振動応答に及ぼす影響

Influence of spatial variations of several parameters of rail on simulated wheel-track dynamic response

紅露一寛（新潟大・工），阿部和久（新潟大・工）

Kazuhiro KORO, Niigata University
Kazuhisa ABE, Niigata University
E-mail: kouro@eng.niigata-u.ac.jp

The variation of sleeper reaction force and wheel-rail contact force induced by the spatial variation of geometric dimensions and material parameters of rails are simulated with the stochastic FEM (SFEM) and the stochastic collocation method. The spatial varitation of the dimensions or parameters is prescribed with Karhunen-Loeve expansion. The influence of the spatial variation of moment of inertia, area, Young's modulus, density and surface pofile on the simulated force is investigated through numerical tests with a certain setting of wheel running speed.

1. はじめに

軌道はレール，まくらぎ，軌道パッド，防振パッド，道床，路盤，路床から構成されるが，この軌道各部の構成要素にはその形状特性値や材料物性値に様々なばらつきが内在している．軌道における種々のばらつきが存在することで，軌道の振動応答の増幅や共振点での応答の減衰などとして発現することが予想されるものの，これまでの軌道振動解析の大半は決定論的解析であり，構成部材の形状特性値や物性値のばらつきの影響を考慮した数値シミュレーションは少数に限られる [1),2),3),4)]．これまで，文献 [3)] ではレール物性値の計上特性の空間的ばらつきが軌道振動解析結果に及ぼす影響については検討されているが，レールに関する複数の材料物性値・形状特性値の空間的ばらつきを同時に考慮した場合における軌道振動解析結果への影響については未検討である．そこで本研究では，レールの物性値・材料特性値として，Young 率，質量密度，断面積，断面二次モーメント，およびレール凹凸の空間的ばらつきの影響について検討する．

2. 振動解析モデルの構成

車輪・軌道系の連成振動解析モデルは図 1 のように設定する．レールを Euler ばり，車輪及びまくらぎを質点，車輪・レール間の接触力をばね，レール・まくらぎ間作用力及びまくらぎ・道床間作用力を Voigt ユニットで表現する．車両はばね下質量と上載荷重で表現する．

3. 形状特性値・材料物性値のばらつき

本研究では，レールの Young 率 E，質量密度 ρ，断面積 A，断面 2 次モーメント I およびレール凹凸 X の空間的ばらつきを考える．これらは Karhunen-Loeve(KL) 展開を用いて次式で与える．

$$E(x) = \bar{E}(x) + \sum_{m=1}^{N_{KL}} \xi_{E,m} \sqrt{\lambda_{E,m}} f_{E,m}(x) \tag{1}$$

$$\rho(x) = \bar{\rho}(x) + \sum_{m=1}^{N_{KL}} \xi_{\rho,m} \sqrt{\lambda_{\rho,m}} f_{\rho,m}(x) \tag{2}$$

$$A(x) = \bar{A}(x) + \sum_{m=1}^{N_{KL}} \xi_{A,m} \sqrt{\lambda_{A,m}} f_{A,m}(x) \tag{3}$$

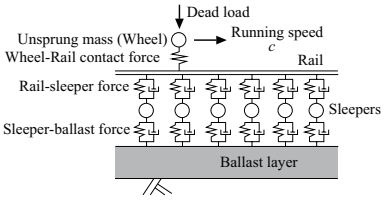


Fig. 1 振動解析モデル

$$I(x) = \bar{I}(x) + \sum_{m=1}^{N_{KL}} \xi_{I,m} \sqrt{\lambda_{I,m}} f_{I,m}(x) \tag{4}$$

$$X(x) = \bar{X}(x) + \sum_{m=1}^{N_{KL}} \xi_{X,m} \sqrt{\lambda_{X,m}} f_{X,m}(x) \tag{5}$$

ここで，$\xi_{E,m}, \xi_{\rho,m}$，$\xi_{A,m}$，$\xi_{I,m}$，$\xi_{X,m}$ はいずれも標準正規分布に従う確率変数であり，$\lambda_{*,m}, f_{*,m}$ は各物性値の空間的ばらつきの共分散関数の固有値と固有関数である．$\bar{}$ は期待値を表している．N_{KL} は KL 展開項数である．

式 (1)–式 (4) をレールの運動方程式に，式 (5) を車輪・レール接触力の定義式にそれぞれ適用した上で，レールたわみや作用力等の確率空間での応答 $Q(\boldsymbol{\xi})$ に対し次式の polynomial chaos(PC) 展開を導入し，有限要素近似とあわせて適用する．

$$Q(x,t,\boldsymbol{\xi}) = \sum_{j=1}^{N_{PC}} Q_j(x,t)\Phi_j(\boldsymbol{\xi}) \tag{6}$$

なお，N_{PC} は PC 展開項数，Q_j は展開係数，Φ_j は polynomial chaos，$\boldsymbol{\xi}$ は上述の確率変数 $\xi_{E,m}, \xi_{\rho,m}$，$\xi_{A,m}$，$\xi_{I,m}$，$\xi_{X,m} (m = 1, 2, \ldots, N_{KL})$ をまとめたベクトルである．軌道各部の応答 Q の PC 展開係数 $Q_j(x,t)$ は，N_{mcs} 通りの確率変数 $\boldsymbol{\xi}$ の下で行った決定論的解析結果を用いて，stochastic collocation method により最小二乗近似により $\alpha = 1, 2, \ldots, N_{PC}$ として次式で評価する．

$$\sum_{\beta=1}^{N_{PC}} \sum_{m=1}^{N_{mcs}} \Phi_\alpha(\boldsymbol{\xi}_m)\Phi_\beta(\boldsymbol{\xi}_m)Q_\beta = \sum_{m=1}^{N_{mcs}} Q(\boldsymbol{\xi}_m)\Phi_\alpha(\boldsymbol{\xi}_m) \tag{7}$$

動的応答 Q の期待値 $\bar{Q}$ と標準偏差 σ_Q は，次式で評価で

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

Table 1　レールの材料物性値・形状特性値

E	210	(GPa)
$\bar{I}$	1960×10^{-8}	(m^{-4})
ρ	7850	(kg/m^3)
A	64.29×10^{-4}	(m^2)

きる．

$$\bar{Q}(x,t) = Q_1(x,t), \qquad \sigma_Q^2 = \sum_{m=2}^{N_{PC}} Q_m^2 \tag{8}$$

4. 解析条件

本研究では，レールの材料物性値・形状特性値の空間的ばらつきがレール・車輪作用力に及ぼす影響について検討する．解析では，まくらぎ 11 本を 0.6m 間隔で配置された軌道を考える．レールの材料物性値・形状特性値の期待値および標準偏差は表 1 に示すとおりである．なお，E, ρ, A, I のばらつきの変動係数，相関長はいずれも 10%，0.15(m) とした．レール凹凸は期待値 0mm, 標準偏差 0.1mm とした．空間的ばらつきを考慮する場合の共分散関数は，σ を標準偏差，b を相関長として次式で与えた．

$$C(x;y) = \sigma^2 \exp\left[-\frac{|y-x|}{b}\right] \tag{9}$$

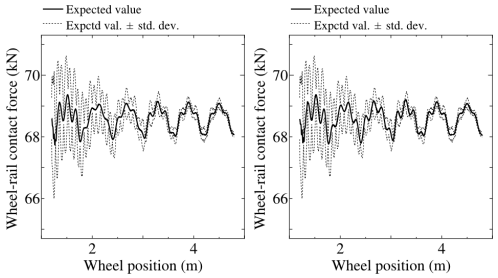
なお，複数の物性値・形状特性値のばらつきを考慮するにあたっては，互いに独立であることを仮定する場合，および完全相関を仮定する場合の２通りについて検討を行った．今回の解析における KL 展開項数は１つの物性値・形状特性値について $N_{KL} = 5$ とし，PC 展開の多項式次数を 1 次としたため，PC 展開項数 N_{PC} は，互いに独立な場合では $N_{PC} = 1 + 5 \times$ (ばらつきを考慮する物性値の総数)，完全相関の場合は $N_{PC} = 6$ となる．

車輪は質量 350kg, 上載荷重 65.17kN とし，10m/s で定速走行する場合を考えた．また，軌道パッドはばね定数 110MN/m, 減衰係数 98kN sec/m，まくらぎは質量 80kg, まくらぎ支持ばね係数は 60MN/m，減衰係数は 98kN sec/m とした．

5. 解析結果

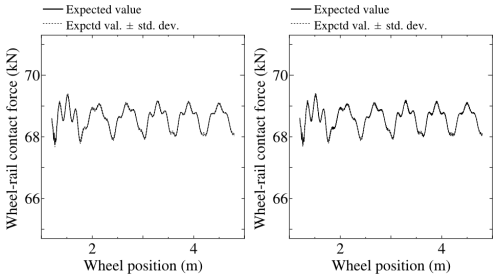
まず，４種類の物性値 E, ρ, A, I およびレール凹凸 X の空間的ばらつきを考慮した場合における，レール・車輪接触力の期待値及び標準偏差の時刻歴を図 2 に示す．車輪の動き出し直後では，過渡応答の影響で期待値変動が認められ，接触力に伝播してきたばらつきである標準偏差も増幅しているものの，過渡応答の収束とともに標準偏差も小さくなり，接触力に対して大きくても 1%程度となった．

次に，レールの材料物性値と形状特性値のいずれの影響の大小を検討するために，E, ρ の空間的ばらつきを考慮した場合の解析結果を図 3 に示す．形状特性値・レール凹凸のばらつきと，材料物性値のばらつきの影響を比較すると，材料物性値の空間的ばらつきのみを考慮した図 3 での標準偏差は，図 2 の標準偏差と比べて明らかに小さくなっており，レール・車輪接触力のばらつきへの影響は，材料物性値よりも形状特性値・レール凹凸の方が相対的に大きい．なお，今回の検討ではレール凹凸のみ，A, I のみ空間的ばらつきを考慮した振動解析を行っていないので，レールの形状特性値とレール凹凸のどちらの影響が大きいのか未検討であるが，レール・車輪接触力に直接影響するレール凹凸の影響が最も顕著であり，レールたわみへの影響としてばらつきが伝播するレール物性値・形状特性値のばらつきの影響は相対的に小



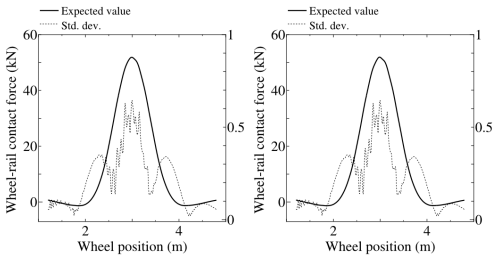
(a) 互いに独立　(b) 完全相関

Fig. 2 レール・車輪接触力の期待値と標準偏差（E, ρ, A, I, X のばらつきを考慮）



(a) 互いに独立　(b) 完全相関

Fig. 3 レール・車輪接触力の期待値と標準偏差（E, ρ のばらつきを考慮）



(a) 互いに独立　(b) 完全相関

Fig. 4 まくらぎ反力の期待値と標準偏差（E, A, I, X のばらつきを考慮）

さい結論に帰すると考えられる．最後に，まくらぎ反力の期待値と標準偏差と車輪位置の関係を図 4 に示す．レール・車輪接触力同様，空間的ばらつきの影響は，変動係数 1%相当となっている．

参考文献

1) Batjargal Sodbilig，阿部和久，紅露一寛: まくらぎ配置がレールの振動・騒音特性に及ぼす影響，土木学会鉄道工学シンポジウム論文集，Vol.18，pp.23-30，2014.

2) Andersen, L. & Nielsen, S.R.K.: Vibration of a track caused by variation of the foundation stiffness. *Prob. Engrg. Mech.*, Vol.18, pp.171-184, 2003.

3) 紅露一寛，渡邉あゆみ, 阿部和久：軌道の構成部材の形状特性値および物性値の空間的ばらつきに起因する軌道振動応答の変動量の評価，計算数理工学論文集，Vol.17, pp.37-42, 2017.

4) 紅露一寛, 阿部和久： バラスト道床における複数の材料物性値の空間的ばらつきを同時に考慮した軌道振動解析， 土木学会鉄道工学シンポジウム論文集，Vol.25, pp.225-232, 2021.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

密度流の数値解析における圧力計算の前処理法

Preconditioning for pressure computations
in numerical predictions of density currents

本西　亮太（京大院・工）　鳥生　大祐（京大・ACCMS）　牛島　省（京大・ACCMS）
Ryota MOTONISHI, Graduate School of Engineering, Kyoto University
Daisuke TORIU, ACCMS, Kyoto University
Satoru USHIJIMA, ACCMS, Kyoto University
E-mail: motonishi.ryota.65z@st.kyoto-u.ac.jp

It is important to employ the efficient preconditioning for the linear equations derived from the pressure Poisson equation included in the numerical procedures to solve the incompressible density currents. The characteristics of the coefficient matrix depend on whether the Boussinesq approximation is used or not, which is closely related to the density variation in time and space. In this paper, three preconditioning methods for the Bi-CGSTAB method, ILU, SOR and Multigrid methods, were compared in the computations of the lock-exchange problems with and without the Boussinesq approximation. As a result, it was shown that the elapsed time of computations can be shorten by using the Multigrid method as a preconditioner in the thread-parallel computations.

1. はじめに

非圧縮性が仮定できる密度流の数値解析では，密度の時間的・空間的な変化量が小さい場合には，ブシネスク近似が有効であり，計算が効率化され，妥当な結果が得られることが知られている．一方，密度の変化量が大きい場合には，ブシネスク近似を用いると妥当な計算結果が得られないことが多くの研究で示されている[1)]．密度流の代表的な例である lock-exchange 問題では，2 流体 A と B の密度を ρ_A および ρ_B ($\rho_A > \rho_B$) として，密度比 $r = \rho_A/\rho_B$ を用いると，$r \gtrsim 2$ となる条件では，ブシネスク近似を使う計算結果と実験結果との相違が生ずるとされている[1)]．

一方，密度流の数値計算に MAC 系解法[2)] を用いる場合，離散化された圧力ポアソン方程式，すなわち連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ の求解が必要となる．密度流の非定常計算を行う場合には，ブシネスク近似を用いると，初期に設定した係数行列 A を変更せずに使用できる．一方，ブシネスク近似を使わない場合は，A の要素は，各時間ステップごとに変化する．このような係数行列の性質は，圧力計算の演算負荷に影響すると考えられる．

以上の背景を踏まえて，本研究では，密度流の計算を行う際に，ブシネスク近似の有無による計算結果と計算効率を確認することと，圧力計算に使用するクリロフ部分空間法の前処理法の有効性を比較することを目的とする検討を行う．本研究では，この検討の最初のステップとして，Bi-CGSTAB 法に，右前処理として，逐次的な不完全 LU 分解（ILU），並列化された SOR 法および Multigrid 法を用いて，スレッド並列計算における有効性を比較検討する．

2. 数値解析手法

本研究では以下の基礎方程式を利用する．

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \tag{1}$$

$$\rho_0 \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} = \rho f_{vi} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial (\mu e_{ij})}{\partial x_j} \tag{2}$$

$$\frac{\partial (\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = \rho f_{vi} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial (\mu e_{ij})}{\partial x_j} \tag{3}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial (C u_j)}{\partial x_j} = \alpha_C \frac{\partial^2 C}{\partial {x_j}^2} \tag{4}$$

ここで，x_i は直交座標系の座標成分，t は時間，u_i は流速の x_i 方向成分，f_{vi} は外力の x_i 方向成分，ρ は密度，ρ_0 は基準密度（定数），μ は粘性係数（C の関数），p は圧力，C は流体 A の濃度，α_C は 2 流体 A と B の間の拡散係数であり，$e_{ij} = \partial u_i/\partial x_j + \partial u_j/\partial x_i$ である．式 (2)，式 (3) はそれぞれブシネスク近似を用いるモデル（model-B）と用いないモデル（model-NB）の運動方程式である．

model-B では定数である基準密度 ρ_0 が用いられているが，model-NB では密度 ρ が空間的に一様でないため，圧力ポアソン方程式は，それぞれ以下のようになる．

$$\textbf{[model-B]} \qquad \frac{\partial^2 \phi}{\partial {x_i}^2} = \frac{\rho_0}{\Delta t} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \tag{5}$$

$$\textbf{[model-NB]} \qquad \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial \phi}{\partial x_i}\right) = \frac{1}{\Delta t}\frac{\partial u_i}{\partial x_i} \tag{6}$$

式 (5)，式 (6) を離散化すると，連立 1 次方程式 $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ となる．model-B ではその係数行列 A の要素の値は時間的に変化せず，初期値のままである．一方，model-NB では ρ が関係するため，A の要素の値は時間的・空間的に変化する．本研究では，$A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ の数値解法として，右前処理を含む Bi-CGSTAB 法を用いる．model-B と model-NB の係数行列の相違の影響を確認するため，同じ条件で複数の前処理を利用し，lock-exchange 問題の計算時間を比較する．

右前処理行列 M^{-1} を用いると，方程式は，$(AM^{-1})(M\boldsymbol{x}) = \tilde{A}\tilde{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{b}$ と表され，$\tilde{A}\tilde{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{b}$ に Bi-CGSTAB 法を用いる反復演算アルゴリズムが提案されている[3)]．この反復演算の各ステップには，M^{-1} とベクトル $\boldsymbol{v}$ との積 $\boldsymbol{z}$ を求める演算が 2 回含まれている．本研究では，ILU, SOR 法および Multigrid 法を前処理として利用する．各前処理法では，$M^{-1}\boldsymbol{v}$ の計算は，以下のようにして行った．まず，ILU では，フィルインが生じないように，M を下三角行列 L と上三角行列 U の行列積 LU で近似する．実際の計算では，M^{-1} を近似する $(LU)^{-1}$ のうち，演算に関係する要素のみを求めて，ベクトル $\boldsymbol{v}$ との積を求めることとしたが，並列化にはさらなる工夫が必要であるため，本研究では ILU の演算は逐次処理とした．一方，SOR 法および Multigrid 法を用いる前処理では，$\boldsymbol{z}$ に関する連立一次方程式 $M\boldsymbol{z} = \boldsymbol{v}$ の近似解を求めることで，$\boldsymbol{z}$ を近似するベクトル $\tilde{\boldsymbol{z}}$ を求め，$\tilde{\boldsymbol{z}}$ を反復演算で利用する．SOR 法および Multigrid 法による前処理では，スレッド並列処理を利用している．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

3. ラプラス方程式に対する前処理法の比較

$0 \le x_1, x_2 \le 1$ の領域で，次の 2 次元ラプラス方程式を 5 点差分式で離散化し，その数値解を各解法により求める．

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_2^2} = 0 \tag{7}$$

境界条件は，$x_2 = 0$ で $\phi = \sin(\pi x_1)\cosh(\pi)$，また $x_2 = 1$ で $\partial\phi/\partial x_2 = 0$ とし，他の境界では $\phi = 0$ とした．スレッド数を 1 とした計算で得られた，残差ベクトルの内積 R と経過時間の関係を Fig. 1 に示す．格子点数は 1025×1025 とし，しきい値（Fig. 1 中の黒線）は，1.0×10^{-10} とした．前処理なしの Bi-CGSTAB 法と比較すると，前処理法を ILU，SOR 法, Multigrid 法とした順で，収束解が得られるまでの経過時間が短くなる傾向が確認できた．

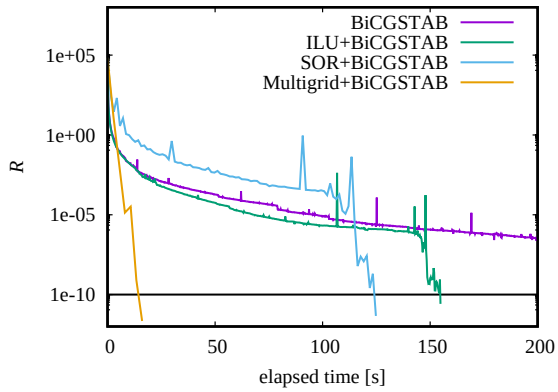


Fig. 1: Relationship between residual R and elapsed time

4. lock-exchange 問題に対する前処理法の比較

Fig. 2 に示す，いわゆる lock-exchange 問題の圧力計算に各前処理法を適用し，計算時間を比較する．初期状態では密度が異なる 2 流体が仕切り板の左右に満たされており，$t = 0$ で仕切り板を取り除いた後の密度流の計算を行う．

計算条件は既報[1] と同様とした．密度比 $r = \rho_A/\rho_B = 1.11$ および 21.6 の 2 ケースの計算を行った．非定常計算の時間増分は，それぞれのケースで $\Delta t = 1.0 \times 10^{-2}$ [s] および 1.0×10^{-3} [s] とした．また，計算セル数は $x_1 \times x_2 = 657 \times 33$ とし，スレッド並列数は 18 とした．

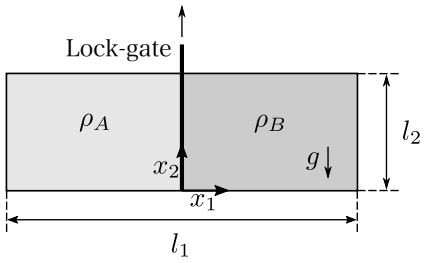
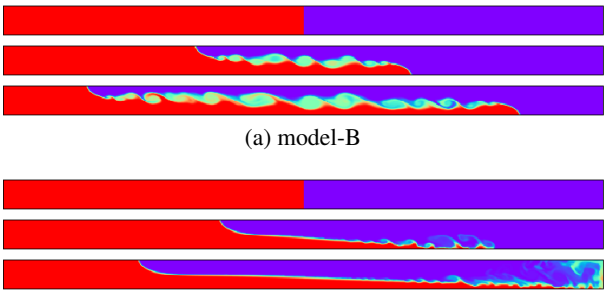


Fig. 2: Initial condition of lock-exchange problem

$r = 1.11$ の条件では，model-B および model-NB ともに，既報[1] と同様に，実験結果とほぼ一致する計算結果が得られることを確認した．一方，$r = 21.6$ の条件において，model-B と model-NB により計算された流況を Fig. 3 に示す．Fig. 3 に示された model-B と model-NB の結果を比較すると，初期状態で左側にあった高密度の流体 A が底面に沿って x_1 方向に進行し，低密度の流体 B が上面に沿って逆の $-x_1$ 方向に流れる．流体 A と B のフロント位置に着目すると，Fig. 3 (a) の model-B ではほぼ左右対称であるのに対して，Fig. 3 (b) の model-NB では流体 A のフロントの進行が高速で，流体 A と B のフロント位置が非対称となる．このような密度比 r が大きい場合の model-B と model-NB の計算結果の傾向[1] が本研究の計算でも再現されることが確認できた．



(a) model-B

(b) model-NB

Fig. 3: Calculated results of lock-exchange problem
($r = 21.6$, $t = 0, 1, 2$ [s] from top to bottom)

計算開始から 1,000 時間ステップまでの圧力ポアソン方程式の計算に要した時間 T_p を Tab. 1 に示す．

Table 1: Comparison of T_p

r	1.11		21.6	
model	B	NB	B	NB
precond.	T_p [s]			
non-precond.	891.71	1415.55	857.47	1697.43
ILU	2389.82	4068.27	2301.01	4942.37
SOR	319.84	750.52	309.60	807.43
Multigrid	262.18	519.17	228.07	556.17

Tab. 1 の結果から，以下の傾向が得られた．1) いずれの条件でも，前処理なしの計算と比較して，前処理法を SOR 法, Multigrid 法とした順で計算が高速になる．2) ILU による前処理は並列化されていないため，前処理をしない場合と比べて計算が遅い．3) $r = 1.11$ の条件では，model-B および model-NB のいずれでも良好な計算結果が得られることを考慮すると，ブシネスク近似を使うことにより，適切な結果を効率よく計算することが可能である．両モデルの計算時間の相違は，係数行列の性質に原因があると考えられる．4) $r = 21.6$ の条件では，model-NB を使わないと適切な計算結果は得られない．この場合は，SOR 法, Multigrid 法の順で計算が高速になる．

3 次元プロセス並列に基づく大規模演算における有効性を確認することが今後の課題である．

参考文献

1) 池田俊一, 牛島省, 鳥生大祐, 青木一真. 密度流の数値計算におけるブシネスク近似の考察. 日本流体学会誌「ながれ」, Vol. 38, pp. 87–90, 2015.
2) 牛島省, 禰津家久. 移動一般座標系を用いたコロケート格子による自由水面流れの数値解析手法. 土木学会論文集, No. 698, pp. 11–19, 2002.
3) Henk A. Van der Vorst. Bi-CGSTAB: A fast and smoothly converging variant of Bi-CG for the solution of nonsymmetric linear systems. *SIAM Journal on scientific and Statistical Computing*, Vol. 13, No. 2, pp. 631–644, 1992.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

座屈荷重向上を目的とした剛性制約付きトポロジー最適化

Topology Optimization to Maximize Buckling Load Factor with Stiffness Constraint

水鳥　智幸（名古屋大・工学）　干場　大也（名古屋大・工学）
魚住　久雄（本田技術研究所）　加藤　準治（名古屋大・工学）
Tomoyuki MIZUTORI, Nagoya University
Hiroya HOSHIBA, Nagoya University
Hisao UOZUMI, Honda R&D Co., Ltd.
Junji KATO, Nagoya University
E-mail: hiroyahoshiba@nagoya-u.jp

The result of stiffness maximization tends to be a slender structure, showing low buckling strength and fragile fracture behavior. In actual design, the focus is often on ensuring maximum load and redundancy of the structure rather than on stiffness. In this study, the optimization problem is set to maximize the buckling load coefficient under the constraint that the stiffness of the entire structure (mean compliance) is guaranteed above a certain level. The optimization results of considering linear buckling and non-linear buckling are compared.

1. はじめに

剛性最大化を目的としたトポロジー最適化は軽量化を図りつつ，構造の剛性を向上させることが可能である．しかし，得られる最適化結果はスレンダー構造となり，部材毎の細長比が大きくなる傾向にあるため，低い座屈強度および脆弱な破壊挙動を示すことがある．加えて，実設計では構造の剛性よりもむしろ最大荷重や冗長性を確保することに主眼を置かれることが多い．そこで本研究では，構造全体の剛性を一定以上に保つ制約のもとで座屈荷重係数を最大化するトポロジー最適化手法を提案する．この枠組みをもって，比較的容易に座屈荷重を計算できる線形座屈解析と，より実現象に即した座屈荷重を得られる非線形座屈解析の 2 つに基づいて最適化問題をそれぞれ定式化し，両者によって得られる最適構造およびそのパフォーマンスについて比較した．

2. 座屈解析における固有値問題

非線形有限要素解析における接線剛性行列 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{T}}$ は，線形剛性行列 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{L}}$，変位剛性 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{D}}$，幾何剛性 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{G}}$ の 3 つに分解することができる．これらの剛性を用いて，線形座屈解析および非線形座屈解析における固有値問題はそれぞれ次式で表される．

$$\left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{L}} + \lambda_j \boldsymbol{K}_{\mathrm{G}}\right)\boldsymbol{\phi}_j = 0 \tag{1}$$

$$\left(\boldsymbol{K}_{\mathrm{L}} + \boldsymbol{K}_{\mathrm{D}}^{n} + \lambda_j^{n} \boldsymbol{K}_{\mathrm{G}}^{n}\right)\boldsymbol{\phi}_j^{n} = 0 \tag{2}$$

ここで，λ_j および $\boldsymbol{\phi}_j$ はそれぞれ j 次の座屈荷重係数と座屈モードであり，$(\bullet)^n$ は n 増分ステップ時の諸量を表す．式 (1) においては線形の荷重-変位関係を仮定しているが，式 (2) では Fig. 1 のように有限変形および材料非線形性による非線形な変形パスを呈するため，変形の大きさに依存してそれぞれ異なる座屈係数および座屈モードが求められる．なお，使用材料モデルは線形座屈解析では線形弾性体，非線形座屈解析では St.Venant 超弾性体であり，固有値計算にはサブスペース法を用いた．

3. 設計変数と最適化問題の定義

本研究では，N 個の有限要素メッシュの e 番目の要素について設計変数 s_e $(e = 1, 2, \cdots, N)$ を $0 \le s_e \le 1$ の範囲で定義する．また，SIMP 法 (Solid Isotoropic Microstructure with Penalization of intermediate densities) に基づき，各々の要素における有効ヤング係数 E_{eff} を次式で定義する．

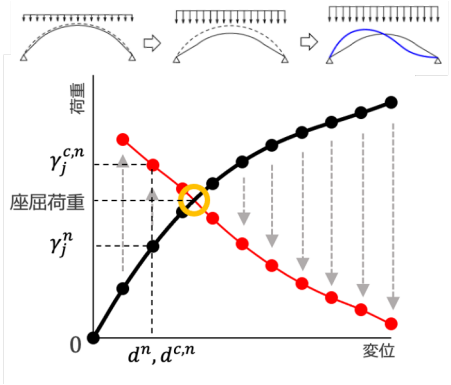


Fig. 1　非線形座屈解析における変形経路に対応する座屈荷重

$$E_{\mathrm{eff},e} = \rho_e(\boldsymbol{s})^{\eta} E_0, \qquad 0 \le \rho_e \le 1 \tag{3}$$

ここで，$\rho_e(\boldsymbol{s})$ は密度フィルタによって設計変数ベクトル $\boldsymbol{s}$ から求められた要素密度である．また，E_0 は固体材料のヤング率，η はペナルティパラメータであり，本研究では一様に $\eta = 3$ と設定した．

また，最適化問題をそれぞれ以下のように設定した．

- 剛性制約付き線形座屈荷重最大化問題

$$\text{minimize：}\quad f = -\min|\lambda_j| \quad (j = 1, 2, \cdots, m) \tag{4}$$

$$\text{subject to：}\quad g_1 = V - V_0 \le 0 \tag{5}$$

$$g_2 = \boldsymbol{f}_{\mathrm{ext}}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u} - \underline{c} \le 0 \tag{6}$$

$$\boldsymbol{h} = \boldsymbol{f}_{\mathrm{ext}} - \boldsymbol{f}_{\mathrm{int}} = \boldsymbol{0} \tag{7}$$

- 剛性制約付き非線形座屈経路最大化問題

$$\text{minimize：}\quad f = -\min|\lambda_j^{\mathrm{end}}| \quad (j = 1, 2, \cdots, m) \tag{8}$$

$$\text{subject to：}\quad g_1 = V - V_0 \le 0 \tag{9}$$

$$g_2 = -(\boldsymbol{f}_{\mathrm{ext}}^{\mathrm{end}})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}^{\mathrm{end}} + \underline{c} \le 0 \tag{10}$$

$$\boldsymbol{h} = \boldsymbol{f}_{\mathrm{ext}}^{\mathrm{end}} - \boldsymbol{f}_{\mathrm{int}}^{\mathrm{end}} = \boldsymbol{0} \tag{11}$$

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

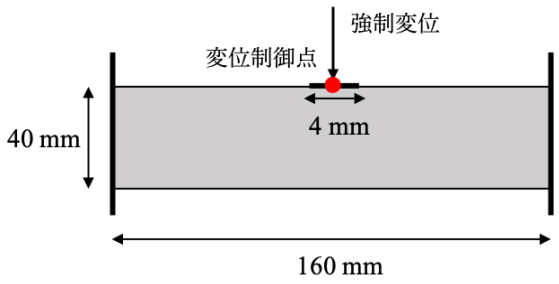
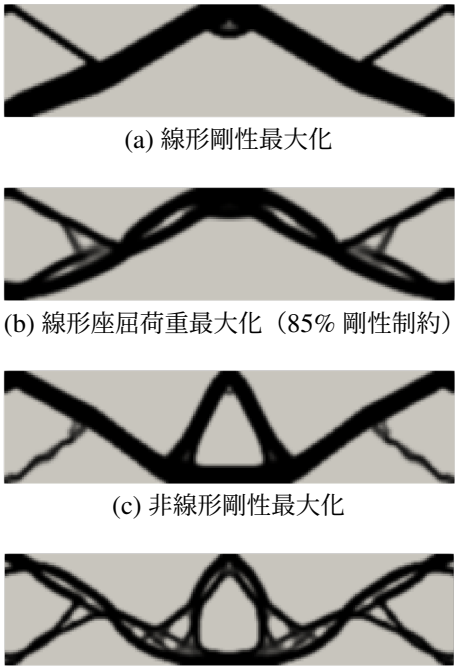


Fig. 2　解析条件



(a) 線形剛性最大化

(b) 線形座屈荷重最大化（85% 剛性制約）

(c) 非線形剛性最大化

(d) 非線形座屈荷重最大化（85% 剛性制約）

Fig. 3　最適化結果

それぞれの最適化問題について，目的関数 f は座屈荷重係数の最小の値にマイナスを乗じたものであり，すなわち座屈荷重最大化を意図している．ここで，計算には p-norm 関数で近似した最小値を用いている．g_1 は使用材料の上限 V_0 を与える制約，g_2 は平均コンプライアンスの上限 $\underline{c}$ を与える制約である．$\underline{c}$ は基本の剛性最大化問題の最適解の平均コンプライアンス値を基準として設定する．$\boldsymbol{h}$ は有限要素解析において解かれる残差式である．$(\bullet)^{\mathrm{end}}$ は最終ステップの諸量を表し，非線形座屈経路最大化の場合，加重条件として与えた最大変形に対応する非線形座屈荷重を最大化する問題となる．

感度解析について，上記の目的関数および制約関数の定義より，随伴変数法に従ってそれぞれの感度を導出した．詳細は紙面の都合上割愛する．

4.　最適化計算例

解析条件を Fig. 2，最適化結果を Fig. 3 に示す．Fig. 3 (a) (b) はそれぞれ線形問題（微小変形を仮定）の最適化結果であり，剛性制約のもとで座屈荷重を最大化することで，座屈に強い枝分かれ構造が得られている．Fig. 3 (c) (d) はそれぞれ比較的大きな強制変位 5mm を与えた時，すなわち幾何学的非線形性を考慮した最適化結果である．有限変形の影響によって線形問題と異なる最適形状となり，それをベースに座屈に強い構造へ変化している．

これらの最適化結果に対し有限変形解析を行い，得られた荷重-変位関係および非線形座屈荷重の経路を Fig. 4，Fig. 5 に示す．Fig. 4 より，線形問題において，与えた剛性制約の上限を下げるほど線形座屈荷重が向上していることがわかる．しかし，実際の変形経路および非線形座屈荷重の値（実戦と点線の交点）は向上しておらず，目的通りの結果が得られていない．一方，非線形座屈解析に基づいた最適化結果では，Fig. 5 より，目的通りに最大荷重および座屈荷重が向上していることがわかる．以上より，変形の大きな問題および幾何学的非線形性の強い問題設定においては，非線形座屈解析に基づいて座屈荷重を最大化する必要があることが確かめられた．

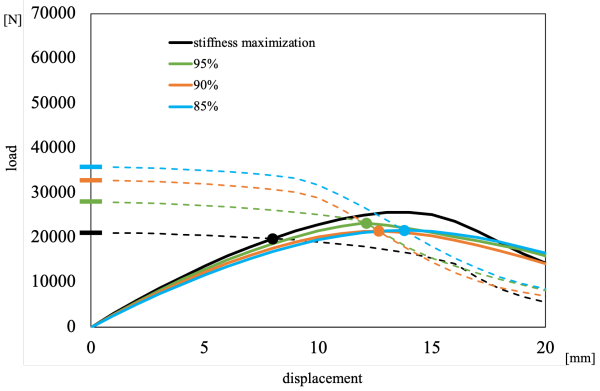


Fig. 4　荷重変位曲線（線形座屈荷重最大化）

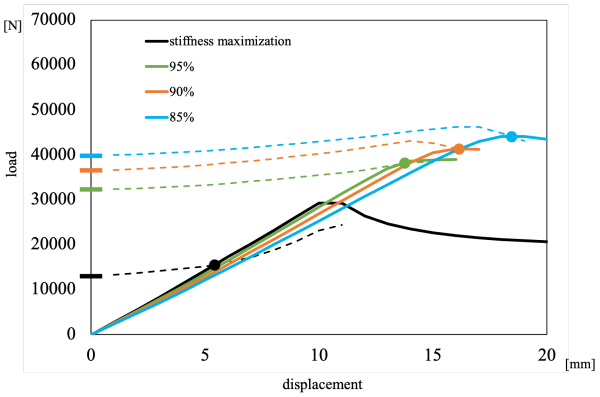


Fig. 5　荷重変位曲線（非線形座屈経路最適化）

5.　結言

本研究では，線形座屈解析および非線形座屈解析に基づいて剛性制約付き座屈荷重最大化問題を設定し，座屈現象を考慮して構造強度を向上させるためのトポロジー最適化手法を提案した．また，最適化結果に対する検証により，非線形座屈を考慮して最適化を行うことの有用性が確かめられた．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

密度法による非定常熱・流体問題のトポロジー最適化

Density-based topology optimization for unsteady thermal-fluid problems

高荒　圭佑（名古屋大・工学）　干場　大也（名古屋大・工）　高瀬　慎介（八戸工業大・工）
西口　浩司（名古屋大・工）　加藤　準治（名古屋大・工）
Keisuke TAKAARA, Nagoya University
Hiroya HOSHIBA, Nagoya University
Shinsuke Takase, Hachinohe Institute of Technology
Koji Nishiguchi, Nagoya University
Junji Kato, Naogya University
E-mail: takaara.keisuke@f.mbox.nagoya-u.ac.jp

As regards thermal-fluid topology optimization problems, many beneficial results have been reported. However, only a few studies have considered the unsteady state thermal-fluid problem. In actual design problems, there are lots of cases in which temporal changes in temperature distribution are important rather than steady-state. In this study, the framework of a density-based topology optimization method for the unsteady thermal-fluid problem is proposed. The governing equations are unsteady-state incompressible Naiver-Stokes equation and thermal convection-diffusion equation, discretized with stabilized finite element method. The design sensitivity is computed accurately based on the adjoint variable method. The numerical analysis shows that the proposed framework captures the transient effect correctly and the results of optimization are physically reliable.

1. はじめに

近年の電子機器の小型化および高性能化に伴う発熱密度の増大により，熱設計の重要性が増している．熱設計とは，熱シミュレーション等により機器の温度分布を確認し，設計の段階で必要となる熱対策を盛り込むことを指す．熱対策を実施しなければ，熱応力・熱疲労による部品の故障，電子部品の電気的特性の変化や単寿命化，さらに低温やけどなど対人的な影響が生じる恐れがある．ゆえに，適切な熱設計によって，発熱部品からの熱を機器内部にとどめることなく大気中へ効率よく放散させ，部品の周囲温度や部品自体の温度を抑制することが求められている．

Poisson 方程式で記述される熱伝導問題のトポロジー最適化は，これまでに多くの研究がなされている [1)2)]．中でも，Borvall & Petersson による流体中の固体形状のトポロジー最適化手法 [3)] は，対流熱伝達を考慮した熱・流体連成問題にも拡張されている [4)5)]．しかし，これら先行研究の多くは，定常流れを対象としている．実際の工学設計では，非定常的な流れ場や温度分布の時間推移を考慮すべき場合がほとんどである．

そこで本研究では，非定常の熱・流体トポロジー最適設計法を開発することを目的とする．手法としては，密度法による材料表現を基本として，有限要素法における非定常熱・流体問題の支配方程式を用いて既存手法を拡張する．また，増分解析をもって解かれる時間依存の感度解析の精度，および最適化計算のパフォーマンスについて数値的に検証する．

2. 非定常熱・流体問題の有限要素解析

本研究で扱う熱・流体問題の支配方程式として，非圧縮性 Navier-Stokes 方程式およびエネルギー方程式を用いる．簡単のため，エネルギー方程式において粘性散逸項は考慮しない．解析領域を Ω とすると，位置 $\boldsymbol{x} \in \Omega$，時刻 $t \in [0, t_{\text{final}}]$ における支配方程式は式 (1), (2), (3) のように記述される．式中の u_i, p, T はそれぞれ速度，圧力，温度であり，ρ, μ, k, c はそれぞれ密度，粘性係数，熱伝導率，比熱である．さらに，s_i は物体力，Q は熱の発生項である．

$$\rho\frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \mu\frac{\partial}{\partial x_j}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) = s_i \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

$$\rho c\frac{\partial T}{\partial t} + \rho c u_j\frac{\partial T}{\partial x_j} - k\frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} = Q \quad (3)$$

流体問題のトポロジー最適化問題の構築するため，式 (4) で示される Brinkman friction 項を導入する [4)]．Brinkman friction 項は，多孔質体中を流れる流体に加わる摩擦力を表しており，α は多孔質体の不透過性の程度を意味するパラメータである [6)]．

$$s_i = -\alpha u_i \quad (4)$$

以上の支配方程式は，安定化有限要素法 [7)] によって以下のように離散化される．

$$(\boldsymbol{M} + \boldsymbol{M}_S)\dot{\boldsymbol{u}}_i + (\boldsymbol{A} + \boldsymbol{A}_S + \boldsymbol{B} + \boldsymbol{B}_S)\boldsymbol{u}_i - (\boldsymbol{G}_i - \boldsymbol{G}_{Si})\boldsymbol{p} + \boldsymbol{D}_{ij}\boldsymbol{u}_j = \boldsymbol{f}_i \quad (5)$$

$$\boldsymbol{C}_j\boldsymbol{u}_j + \boldsymbol{M}_{Pj}\dot{\boldsymbol{u}}_j + \left(\boldsymbol{A}_{Pj} + \boldsymbol{B}_{Pj}\right)\boldsymbol{u}_j + \boldsymbol{G}_P\boldsymbol{p} = \boldsymbol{0} \quad (6)$$

$$(\boldsymbol{H} + \boldsymbol{H}_S)\dot{\boldsymbol{T}} + (\boldsymbol{E} + \boldsymbol{K} + \boldsymbol{E}_S)\boldsymbol{T} = \boldsymbol{l} + \boldsymbol{h} + \boldsymbol{h}_S \quad (7)$$

3. 密度法による 2 層材料の表現

設計変数 s_m ($m \in \{1, 2, \ldots, N\}$) を用いて，第 m 要素の材料特性を次のように内挿補間する．

$$\sigma_m = \sigma_{\text{fluid}} + (\sigma_{\text{solid}} - \sigma_{\text{fluid}})\frac{q(1-\phi_m)}{q+\phi_m} \quad (8)$$

ここで，σ_m は $\alpha_m, k_m, \rho_m, c_m$ を表すスカラー値である．q は式 (8) の凸性を調節するパラメータである．

4. 最適化問題の設定

本研究で設定する最適化問題を以下に示す．目的関数として，熱源周りの温度の抑制を狙い最終時刻での熱コ

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

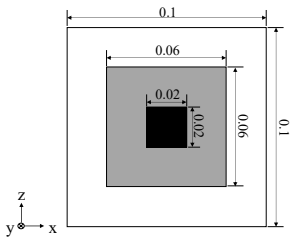


Fig. 1　Dimensions (m)

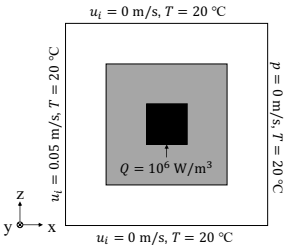


Fig. 2　Boundary Condition

ンプライアンスを設定する．

$$\text{minimize} \quad f_0 = \int_\Omega QT \mathrm{d}\Omega \quad \text{at} \quad t = t_{\text{final}} \tag{9}$$

$$\text{subject to} \quad f_1 = \sum_{m=1}^{N} \phi_m V_m \leq V_{\max} \tag{10}$$

$$0 \leq \phi_m \leq 1 \quad (m = 1, 2, \ldots, N) \tag{11}$$

$$\boldsymbol{R} = \boldsymbol{0} \tag{12}$$

ここで，$\boldsymbol{R}$ は，支配方程式の離散化式 (5), (6), (7) からなる残差式を表す．最適化問題を解くアルゴリズムとして，逐次凸関数近似法（sequential convex programming）の一種である MMA（method of moving asymptotes）[8] を用いる．

5.　感度解析

トポロジー最適化問題の解法に，勾配情報に基づいた最適化アルゴリズムを適用するためには，目的関数および制約関数の設計変数による微分，いわゆる感度を求める必要がある．離散随伴変数法 [9] を用いると，感度式は以下のように導出される．紙面の都合上，詳細な導出過程については省略する．

$$\frac{\partial \tilde{f}}{\partial \phi_m} = -\sum_{n=1}^{M} \boldsymbol{\lambda}^{(n)} \cdot \frac{\partial \boldsymbol{R}^{(n)}}{\partial \phi_m} \tag{13}$$

ここで，M は総時間ステップ数，$\boldsymbol{\lambda}^{(n)}$ は，n ステップの随伴問題の解である．続いて，定式化した目的関数の感度の精度について，有限差分法 (finite difference method; FDM) によって求められる感度との比較検証を行う．精度検証に用いる解析モデルおよび境界条件をそれぞれ Fig. 1, Fig. 2 に示す．解析領域中に，グレーで示す設計領域，黒で示す固体領域，その他に流体領域を設定する．材料定数については Table1 に示す値を用いる．また，解析時間は 1 s，設計変数の初期値は 0.5 とする．

Table 1　Material properties

	ρ (kg/m^3)	μ (Pa·s)	k (W/mK)	c (J/kgK)
Fluid	1.205	1.822×10^{-5}	0.0257	100
Solid	8960	—	372	419

以上の条件下において，有限差分法と解析的手法による感度の数値計算結果を Fig. 3 に示す．この図より，有限差分法および解析的手法による感度が示す 2 本の曲線がおおよそ一致していることを確認した．

その他，設計変数の初期値や解析時間などのパラメータを変化させた場合の検証結果や，最適化計算例については誌面の都合上割愛する．

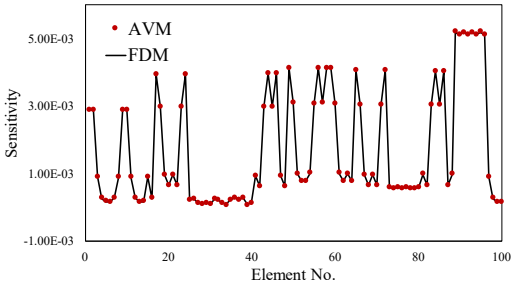


Fig. 3　Accuracy of sensitivity

6.　結言

本研究において，非定常の熱・流体問題のトポロジー最適化手法を構築し，その数値的検証を行った．感度解析アルゴリズムの導出過程と検証結果の詳細，および最適化計算例については，講演会当日に示す．

参考文献

1) M. P. Bendsøe and O. Sigmund: Topology optimization—theory, methods, and applications. Springer, New York, 2003.
2) A. Gersborg-Hansen, M. P. Bends ø e and O. Sigmund: Topology optimization of heat conduction problem using the finite volume method, Struct. Multidiscipl. Optim., 31(4), pp.251 – 259, 2006.
3) G. H. Yoon: Topological design of heat dissipating structure with forced convective heat transfer, J. Mech. Sci. Technol., 24(6), pp.1225 – 1233, 2010.
4) T. Borrvall and J. Petersson: Topology Optimization of Fluid in Stokes Flow, Int. J. Numer. Meth. Fluids., 41(1), pp.77-107, 2003
5) J. Alexandersen, O. Sigmund and N. Aage: Large scale three-dimensional topology optimisation of heat sinks cooled by natural convection, Int. J. Numer. Meth. Fluids., 100, pp. 876 – 891, 2016.
6) J. Alexandersen, N. Aage C. Schousboe and O. Sigmund : Topology optimization for natural convection problems, Int. J. Numer. Meth. Fluids., 76(10), pp. 699 – 721, 2014.
7) 日本計算工学会: 続・有限要素法による流れのシミュレーション, 丸善, 2012.
8) K. Svanberg: The method of moving asymptotes - a new method for structural optimization, Int. J. Numer. Meth. Eng, 24, pp359-373, 1987.
9) P. Michaleris, DA. Tortorelli and CA. Vidal: Tangent operators and design sensitivity formulations for transient non-linear coupled problems with applications to elastoplasticity. Int. J. Numer. Meth. Eng., 37(14), pp.2471-2499

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

非圧縮弾性体の動的問題に対する圧力安定化有限要素法
Pressure Stabilized Finite Element Scheme for Dynamic Problems of Incompressible Elasticity

Takahiro YAMADA, Yokohama National University
E-mail: tyamada@ynu.ac.jp

In this paper, a novel finite element scheme for dynamic problems of incompressible elasticity. For the temporal discretization, an extension of the Rattle algorithm proposed by the author for nearly incompressible problems is adopted. Displacement and pressure fields are approximated by piecewise linear and constant functions respectively and the stabilization term for pressure is introduced. Further the choice of the stabilization parameter in dynamic problems is also discussed.

１．はじめに

ゴム等の高分子材料や生体軟組織では，体積剛性がせん断剛性に比べて極めて大きい微圧縮性あるいは体積変形はほぼ無視できる非圧縮性が観察される．非圧縮性は，微圧縮性において体積弾性係数を無限大とした極限と考えられることから，微圧縮材料の挙動は非圧縮性材料で近似することが可能である．そこで，本研究では，非圧縮性材料の動的問題に対する有限要素解析手法を考える．

非圧縮性は材料特性における拘束条件であり，動的問題においては拘束条件を考慮した時間積分法の適用が考えられる．筆者は拘束条件付きハミルトン力学系に提案された Rattle 法[1]を拡張し，微圧縮弾性体において S 波に対しては陽解法である中心差分法，P 波に対して無条件安定な陰解法となる分離型時間積分法を提案し，混合型有限要素法に適用した[2]．また，筆者はロバストな微圧縮超弾性の準静的大変形問題に対するスキームとして，変位を四面体１次要素，圧力を要素内定数とする圧力安定化有限要素法[3]を提案しているが，動的問題において安定化項は微圧縮性における P 波の伝播特性に悪影響を及ぼす．そこで本研究では，非圧縮超弾性体の３次元動的大変形問題を念頭に，２次元非圧縮弾性体に対して分離型時間積分法と圧力安定化１次要素を組み合わせた手法を提案する．

２．摂動支配方程式と時間積分

本研究では，非圧縮均質等方弾性体の動的問題を考える．いま，領域 Ω で定義された時刻 t に依存する変位 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x},t)$ を未知数とし，次の運動方程式と非圧縮条件から出発する．

$$\rho\frac{\partial^2\boldsymbol{u}}{\partial t^2}=\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}'(\boldsymbol{u})-\nabla p+\boldsymbol{f},\ \nabla\cdot\boldsymbol{u}=0 \tag{1}$$

ここで，ρ は密度，p は非圧縮に対する Lagrange 未定乗数である圧力，$\boldsymbol{f}$ は体積力である．また，$\boldsymbol{\sigma}'(\boldsymbol{u})$ は変位 $\boldsymbol{u}$ から計算される偏差応力であり，本研究では弾性体を考えることから，せん断弾性係数 μ を用いて以下のように表される．

$$\boldsymbol{\sigma}'(\boldsymbol{u})=\mu\left(\nabla\boldsymbol{u}+\nabla\boldsymbol{u}^t-\frac{2}{3}\mathbf{I}\nabla\cdot\boldsymbol{u}\right) \tag{2}$$

いま，式(1)は拘束条件付きのハミルトン力学系と考えることができることから，拘束条件付き問題に対する時間積分法である Rattle 法[1]を適用する．Rattle 法は，変位に対する拘束条件と速度に関する拘束条件を考慮するため，２段階型のアルゴリズムとして定式化される．非圧縮弾性体の問題に Rattle 法を適用すると，次の半離散化方程式が得られる．

[Stage 1]

$$\begin{gathered}\frac{1}{\Delta t}\left(\boldsymbol{u}^{n+1}-\boldsymbol{u}^n\right)=\boldsymbol{v}^{n+\frac{1}{2}}\\ \frac{2\rho}{\Delta t}\left(\boldsymbol{v}^{n+\frac{1}{2}}-\boldsymbol{v}^n\right)=\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}'(\boldsymbol{u}^n)-\nabla\overline{p}^n+\boldsymbol{f}^n\\ \nabla\cdot\boldsymbol{u}^{n+1}=0\end{gathered} \tag{3}$$

[Stage 2]

$$\begin{gathered}\frac{2\rho}{\Delta t}\left(\boldsymbol{v}^{n+1}-\boldsymbol{v}^{n+\frac{1}{2}}\right)=\nabla\cdot\boldsymbol{\sigma}'(\boldsymbol{u}^{n+1})-\nabla p^{n+1}+\boldsymbol{f}^{n+1}\\ \nabla\cdot\boldsymbol{v}^{n+1}=0\end{gathered} \tag{4}$$

ここで，$\boldsymbol{u}^n$, $\boldsymbol{v}^n$, p^n はそれぞれ時刻 t_n に対応する n ステップの変位，速度，圧力であり，$\Delta t=t_{n+1}-t_n$ は時間刻みである．$\boldsymbol{v}^{n+\frac{1}{2}}$ は n ステップと n+1 ステップの中間点における速度である．

一方，圧力安定化有限要素スキームにおいては，LBBK 条件を満足しない変位と圧力の近似を用いるために，圧力に対するラプラス作用素として表された摂動項を非圧縮条件式に次式のように付与する[4]．

$$\nabla\cdot\boldsymbol{u}=\tau\Delta p \tag{5}$$

ここで τ は安定化パラメータであり，詳細は後述する．このとき，Rattle 法から得られた前述の時間積分における非圧縮条件にも摂動を加えることが必要となる．しかしながら，Rattle 法では，変位と速度は非圧縮条件を満足するものとして定式化されており，式(5)の形への修正は適切でないと考える．そこで本研究では，筆者が提案した微圧縮弾性体に対する分離型時間積分[2]にしたがい，式(3)における非圧縮条件式を，摂動項を含むものとして以下で置き換える．

$$\nabla\cdot\left\{\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{u}^n+\boldsymbol{u}^{n+1}\right)-\frac{\Delta t}{2}\boldsymbol{v}^n\right\}=\tau\Delta\overline{p}^n \tag{6}$$

同様に，式(4)における非圧縮条件式は以下のように表す．

$$\nabla\cdot\left\{\frac{1}{2}\left(\boldsymbol{u}^n+\boldsymbol{u}^{n+1}\right)+\frac{\Delta t}{2}\boldsymbol{v}^{n+1}\right\}=\tau\Delta p^{n+1} \tag{7}$$

３．有限要素近似

空間離散化に対しては，Fig. 1 のように変位については三角形１次要素を適用し，圧力は要素毎に定数とする P_1/P_0 要素を用いる．この空間離散化は LBBK 条件を満足しないことから，前述の圧力安定化が必要となる．

この有限要素近似を上述の半離散化方程式に適用すると，微圧縮弾性体に対して筆者が提案した手法[2]と基本的に同

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

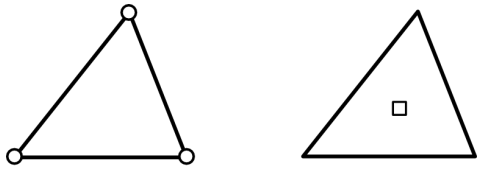


Fig. 1 P_1/P_0 element.

じ代数方程式が得られる．異なる点は，体積変形と圧力の関係式が圧力安定化項による摂動を含む非圧縮条件式(6)(7)に対応したものに置き換わることである．このとき，式(6)に対する代数方程式は以下のように表される．

$$\mathbf{K}_{\mathrm{S}}\bar{\mathbf{P}}^{n}=-\frac{1}{2}\mathbf{C}\left(\mathbf{U}^{n}+\mathbf{U}^{n+1}-\Delta t\mathbf{V}^{n}\right) \tag{8}$$

ここで，$\mathbf{U}^n$, $\mathbf{V}^n$ は n ステップの変位と速度に対する節点ベクトルであり，$\bar{\mathbf{P}}^n$ は圧力自由度のベクトルである．行列 $\mathbf{C}$ は，離散化された変位 $\boldsymbol{u}_h$ と離散化された圧力 p_h とその許容変数 q_h を用いて，弱定式化から以下で表される．

$$\int_{\Omega} q_h \nabla\cdot\boldsymbol{u}_h dx=\mathbf{Q}^{t}\mathbf{C}\mathbf{U} \tag{9}$$

また，$\mathbf{K}_{\mathrm{S}}$ は安定化項であり，次式に対応する．

$$\int_{\Omega}\tau\nabla p_h\cdot\nabla q_h dx=\mathbf{Q}^{t}\mathbf{K}_{\mathrm{S}}\mathbf{P} \tag{10}$$

いま，圧力は要素内定数の不連続関数として近似していることから，上式の圧力場の勾配を直接求めることはできない．この項の取り扱いについては，次節で述べる．

変位についての質量行列を集中化することで，離散化方程式は圧力のみの方程式に帰着される．本研究で提案する手法では，圧力自由度に対する連立１次方程式の求解により非圧縮拘束条件を課すものとなっている．

４．圧力安定化項の近似

従来の手法[3)4)]では，圧力安定化項は，要素辺上の圧力の差の要素境界積分として，圧力場の空間微分によらず出されてきた．本研究では，圧力場の空間微分の離散表現を定義することで，式(10)に対応した安定化項を従来の手法と類似な表現として導出する．

いま，圧力が要素の重心位置に定義されたものとし，Fig.2 のように重心と頂点を結ぶことで構成される３つの小領域に要素を分割する．また，注目する要素と辺を共有する要素を *I,J,K* とし，それぞれの圧力を p_I, p_J, p_K，共有する辺を含む小領域を $\omega_I, \omega_J, \omega_K$，共有する辺の長さを h_I, h_J, h_K と表す．さらに，小領域 ω_I の面積を A_I とする．

各要素辺上の圧力は，辺を共有する要素における値の平均値となるものと近似する．小領域 ω_I において，要素境界の辺の外向き単位法線ベクトルを $\mathbf{n}_I$，要素境界の辺を底辺としたときの要素の高さを d_I とおくと，小領域 ω_I における圧力の勾配は以下のように表すことができる．

$$\nabla p\big|_{\omega_I}=\frac{\frac{1}{2}\left(p_I+p_0\right)-p_0}{d_I}\mathbf{n}_I=\frac{p_I-p_0}{2d_I}\mathbf{n}_I \tag{11}$$

また，$A_I=d_I h_I/2, 1/d_I=h_I/(2A_I)$ が成立することを考慮すると，小領域 ω_I における安定化項は以下のように表される．

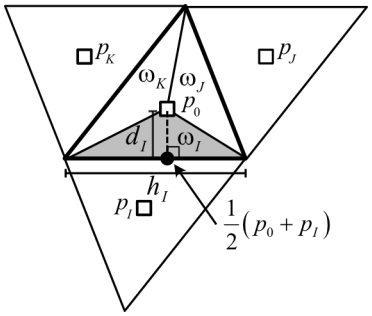


Fig. 2 Subdomain and length parameters for pressure

$$\begin{aligned}\int_{\omega_I}\tau\nabla p\cdot\nabla q dx&=\tau\left(\frac{p_I-p_0}{2d_I}\mathbf{n}_I\right)\cdot\left(\frac{q_I-q_0}{2d_I}\mathbf{n}_I\right)A_I\\&=\frac{\tau A_I}{4}\left(\frac{h_I}{2A_I}\right)^2\left(p_I-p_0\right)\left(q_I-q_0\right)\end{aligned} \tag{12}$$

さらに，$A_I=A/3$ を考慮すると，注目する要素についての圧力安定化項として，次式の従来の手法と類似な離散表現を得る．

$$\int_{\omega}\tau\nabla p\cdot\nabla q dx=\frac{3\tau}{16A}\sum\nolimits_{a\in\{I,J,K\}}h_I^2\left(p_0-p_a\right)\left(q_0-q_a\right) \tag{13}$$

一方，安定化パラメータ τ については，本質的に空間離散化から決定されることから，準静的問題と同様に代表要素長さ h と無次元定数 α により，以下として与える．

$$\tau=\alpha\frac{h^2}{\mu} \tag{14}$$

数値計算において，このパラメータによる圧力安定化項は，他の項に比べて大きな値を持つことが観察されている．この結果，分離型時間積分法において体積弾性係数を考慮することで本手法を微圧縮性の問題に適用した場合には，P 波速度を適切に評価できない．したがって，本研究で提案する手法は非圧縮性の問題に限定される．

５．まとめ

本研究では，非圧縮弾性体の動的問題に対する圧力安定化有限要素スキームを提案した．今後，本手法の数値特性の評価を実施する予定である．

参考文献

1) H.C. Andersen: Rattle: A “velocity” version of the shake algorithm for molecular dynamics calculations, J. Comput. Phys., 52, pp.24-34, 1983.
2) 山田貴博: 微圧縮弾性体の動的問題に対する分離型時間積分，土木学会論文集 A2, 77, pp. I_217-I_225, 2021.
3) 山田貴博: 超弾性体の大変形問題に対する圧力安定化四面体 1 次要素，土木学会論文集 A2, 73, pp.I_405-I_415, 2017.
4) E. Burman and P. Hansbo: A unified stabilized method for Stokes’ and Darcy’s equations, J. Comp. App. Math., 198, pp.35–51, 2007.
5) S. K. Lahiri, J. Bonet, J. Peraire and L. Casals: A variationally consistent fractional time-step integration method for incompressible and nearly incompressible Lagrangian dynamics, Int. J. Num. Methods Engng, 63, pp. 1371-1395, 2005.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

津波避難シミュレーションシステムと地理・津波情報の設定に関する検討

Geographic Information Settings in a Tsunami Evacuation Simulation

藤山　麗（中央大院・理工）　　中村　麻菜美（中央大院・理工）　　王　博（中央大院・理工）
樫山　和男（中央大・理工）
Ururaka Toyama，Chuo University
Manami Nakamura，Chuo Univaersity
Bo WANG，Chuo University
Kazuo Kashiyama，Chuo University
E-mail: a17.y5tk@g.chuo-u.ac.jp

This paper presents a disaster evacuation system for Tsunami based on the multi agent model. This system consists of three parts, the modeling for the land and building information using GIS data, the analysis of disaster evacuation using multi agent model, and the visualization for the numerical results using the virtual reality technique. The effect of setting of input data, such as the distance of between nodes and the tsunami information. The present system is applied to the area where the Nankai Trough earthquake and is shown to be a useful tool for disaster mitigation measures and education.

１．はじめに

日本は地震発生頻度が非常に高く，主な二次災害として津波被害が挙げられる．津波による甚大な被害をもたらした 2011 年東日本大震災を契機とし，防波堤の建設等ハード対策には限界があるという認識が高まり，内閣府が定めるレベル 2 の巨大災害時にはハード面とソフト面の柔軟な対応が求められている．ソフト対策の一つとして，各自治体はハザードマップの作成を行ってきた．しかし，いつどのように避難するべきか等の理解が容易でないという問題が指摘されてきた．そこで，近年避難の理解が容易となる避難シミュレーション [1),2)] および VR 技術を用いた可視化 [3)] の研究が広く行われている．

本研究は，既往研究 [1),2)] により構築された津波避難シミュレーション手法の精度と実用性の向上を目的とし，プリプロセスとして地形・建物情報の作成手法およびポストプロセスとして VR 技術を用いた可視化手法の構築を行った．また，避難路上に配置するノード間隔および津波の影響範囲等の設定がシミュレーション結果に与える影響について検討を行った．また，VR 技術を用いて対象地域の定点および避難者視点からのアニメーション作成を行った．

２．避難シミュレーション

本研究では，マルチエージェントシステムに基づく避難シミュレーション手法の構築を行う．地理情報の取得，避難路の作成等，入力データの作成・読み込みには GIS ソフトである ArcGIS を，避難シミュレーションシステムの構築には NetLogo を用いる．また，可視化には Unity を用いる．

(1)　地形・建物データの作成

国土地理院が提供しているデータを基に GIS を用いて，避難者初期位置，避難所，避難路を作成する．歩行避難者は建物内から避難すると仮定し，初期位置を建築物の重心とする．また，道路中心線の情報を基に作成した避難路上にノードを配置する（**Fig.1** 参照）．

津波および避難シミュレーション結果の可視化を対象地域の定点および避難者視点で行うために，GIS，ドローン，CAD のデータを用いて都市・地域モデルを高精度に作成する手法の構築を行った．

(2)　津波シミュレーション

作成された地形データを基に，浅水長波方程式を用いた安定化有限要素法による津波シミュレーション [4)] を行った．

津波の初期条件としては，当該地域の津波被害が最大となる条件である，中央防災会議が提供している断層モデル 4 から算出された水位変動量を用いた．

(3)　避難シミュレーション

避難者は初期位置である建物内から避難すると仮定し，避難開始直後は最短距離のノードを選択する．ノードに到着した時点で，隣接しているノードに対して(1)式で表される重力モデル式を用い，避難経路の選択を行う．

$$S = \frac{a}{s^{\alpha}} - \frac{b}{z^{\beta}} - \frac{c}{w^{\gamma}} \tag{1}$$

ここで，Sは効用とし，sは避難所までの距離，zは標高，wは水際線からの距離である．a, b, cは変数に対する重みであり，値が大きいほど効用に占める割合が大きくなる．また，α, β, γ は変数に対する空間距離の影響度であり，値が小さくなるほど遠くまで影響を及ぼす．

避難者は効用Sが最大となる隣接ノードへ移動し，避難経路の選択・移動を繰り返す．避難者が避難所に到着した時点で避難行動を終了する．

Fig.1は対象地域の一部を表示したものである．図中，黄色の線は避難路，避難路上の○印がノードであり，避難シミュレーション結果の精度に関係する．また，津波シミュレーションは三角形の非構造格子を用いて行っているが，避難シミュレーションへの津波情報の結果の考慮は等間隔の格子点（津波ノード）に写像して用いている．図中の円の原点は，津波ノードであり，津波の流速や浸水深の情報を持つ．津波ノードを中心に半径D[m]の領域内にあるノードにいる避難者は津波による直接的な影響を受ける，また，避難者は避難方向に津波を認知した場合（半径R[m]の津波影響範囲のノードにいる避難者），引き返す等の回避行動を行うものとしている．

(4)　可視化手法

可視化には，津波モデルおよび都市・地域モデルを用いて，津波および避難シミュレーション結果の可視化を行う可視化システムの構築を行った． 構築にはUnityを用い，津波の高品質化についての検討を行った．

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会

３．適用例

ノード間距離および津波影響半径を変化させ，津波避難シミュレーションを実施し，津波による犠牲者数の変化について検討を行った．

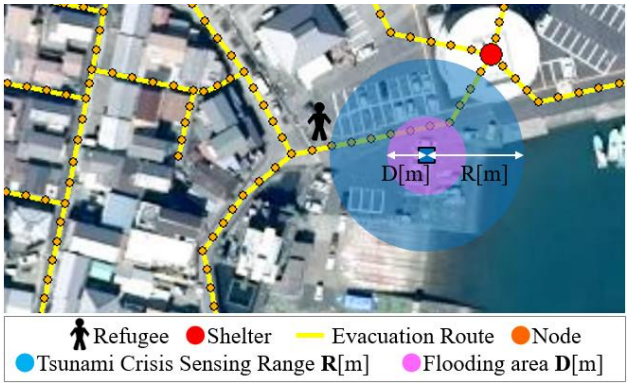


Fig.1 Data of Tsunami Evacuation Simulation.

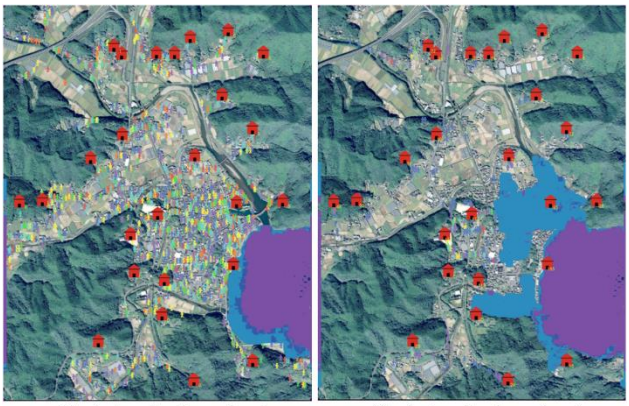


Fig.2 Tsunami Evacuation Simulation.

(1)　シミュレーション条件

本研究では高知県中土佐町久礼地区を対象とし，シミュレーション範囲を南北 2653m×東西 2077m，避難所を 25 か所と設定する．歩行避難者 2650 人に対し，年齢性別別歩行速度，群集速度，勾配速度，年齢性別別体重，歩行疲労割引率，地区ごとの避難所区分け，浸水済み避難経路の回避システムの七要素を考慮した．比較するノード間距離には 5m，10m，15m を用いた．

(2)　シミュレーション結果

シミュレーション開始時刻を地震発生時刻とし，避難者は避難開始時刻に一斉に避難を開始するものとする．地震発生から 29 分後に第一波が，42 分後に第二波が到達するが，その時刻における避難の様子を **Fig.2** に示す．地震発生直後から 60 分後まで，避難開始時刻を変化させ，ノード間距離を 5m，10m，15m と設定したシミュレーションを実行した．避難開始時刻を 1 分毎に変化させた時の累積犠牲者数の推移を **Fig.3** に示す．図より，避難開始が遅くなるにつれて犠牲者数が多くなること、ノード間距離が大きいほど犠牲者数が多くなることが確認できる．避難者はノードを基準に経路選択を行うため，ノード間距離が小さいほど，微地形の情報を考慮できる．また，ノード上の避難者は最寄りの津波ノードの情報を参照するため，ノード間距離は小さい方が望ましいと言える．その他，シミュレーション結果は津波ノードの影響範囲などの影響を受ける．結果の詳細と考察については講演時に述べる．

Fig.4 に可視化結果の一例として，避難者視点の動画を作成して表示した図を示す．本可視化システムにより，避難者の挙動の正確な把握および津波被害の疑似体験が可能となる．

４．おわりに

本研究では，津波避難シミュレーション手法の精度と実用性の向上を目的とし，プリプロセスとして地形・建物情報の作成手法およびポストプロセスとして VR 技術を用いた可視化手法の構築を行った．また，避難路上に配置するノード間隔および津波の影響範囲等がシミュレーション結果に与える影響について検討を行った．

今後の課題として，避難者の視野の正確な考慮等が挙げられる．

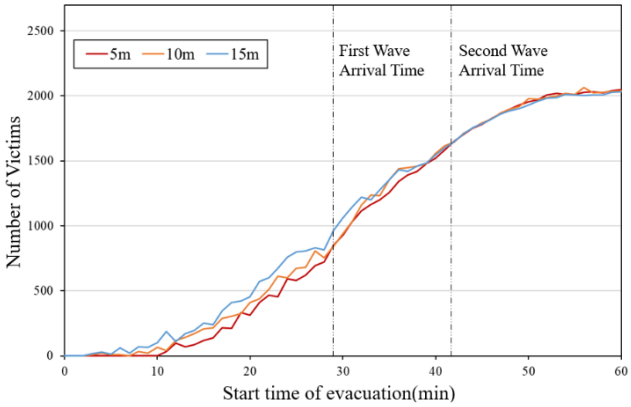


Fig.3 Number of victims.

Fig.4 Visualization for the numerical results.

参考文献

1) K. Uno and K. Kashiyama, Development of simulation system for the disaster evacuation based on multi-agent model using GIS, Tsinghua Science and Technology, Vol.13, No.S1, pp.348-353, 2008.
2) 近真弥，金澤功樹，大川博史，樫山和男:マルチエージェントモデルを用いた津波避難シミュレーションの適応性向上に関する研究，第 46 回土木学会関東支部技術研究発表会講演概要集 I-75, 2p. , 2019.
3) 樫山和男，スマートデバイスを用いた津波体験システムの構築，JACIC 情報，Vo.33, No.1, pp.44-47, 2018.
4) 利根川大介，樫山和男:安定化有限要素法による津波遡上及び流体力の解析手法の構築，応用力学論文集（土木学会）, Vol. 12, pp. 127-134, 2009.

©公益社団法人土木学会 応用力学委員会