

Sat. May 28, 2022

Meeting room A

Common session | Organized Session (リスクと不確実性の定量化)

企画セッション: リスクと不確実性の定量化

座長: 本田 利器(東京大学)

1:00 PM - 3:15 PM Meeting room A (Online)

- [2A13-21-01] Hierarchical Bayesian Inference for Parameter Uncertainty Quantification
Masaru Kitahara², *Takeshi Kitahara¹, Michael Beer² (1. Kanto Gakuin University, 2. Leibniz University Hannover)
1:00 PM - 1:15 PM
- [2A13-21-02] Real-Time Reconstruction Simulation Based on Autonomous Basis Function Selection
*Yu Otake^{1,2}, taiga Shoji², Yosuke Higo³, Ikumasa Yoshida⁴ (1. Tohoku University, 2. Tohoku University, 3. Kyoto University, 4. Tokyo City University)
1:15 PM - 1:30 PM
- [2A13-21-03] 3D spatial distribution estimation considering nonstationary in the depth direction and improvement of calculation efficiency by Kronecker product
*Yukihisa Tomizawa¹, Ikumasa Yoshida¹, Yu Otake² (1. Tokyo City University, 2. Tohoku University)
1:30 PM - 1:45 PM
- [2A13-21-04] Efficient Estimation of Limit State Probability by Adaptive Surrogate Model using Gaussian Process Regression
*Tomoka NAKAMURA¹, Ikumasa YOSHIDA¹, Yu OTAKE² (1. Tokyo City University, 2. Tohoku University)
1:45 PM - 2:00 PM
- [2A13-21-05] A Study on Exploratory Setting Method of Input Ground Motions Considering Site-Specific Response Characteristics of Geotechnical Structures
*Daiki Hayashi¹, Yu Otake¹, Yosuke Higo², Ikumasa Yoshida³, Tatsuya Itoi⁴ (1. Tohoku University, 2. Kyoto University, 3. Tokyo City University, 4. Tokyo University)
2:00 PM - 2:15 PM
- [2A13-21-06] Reliability Assessment for Bearing Capacity of Shallow Foundation after Scouring under

Live Load by Bayesian Inference

*Yuna Sasaki¹, Hidetoshi Nishioka¹, Kohei Kasahara², Yu Otake³ (1. Chuo University, 2. Railway Technical Research Institute, 3. Tohoku University)
2:15 PM - 2:30 PM

- [2A13-21-07] Spatial Fluctuation Modeling of Piping Resistance in River Levee
*Masataka Metoki¹, Yu Otake², Yosuke Higo³, Ikumasa Yoshida⁴ (1. Tohoku University, 2. Tohoku University, 3. Kyoto University, 4. Tokyo City University)
2:30 PM - 2:45 PM
- [2A13-21-08] Risk evaluation for earth-fill dams due to heavy rains by response surface method
*ZHENG ShiYing¹, NISHIMURA Shinichi¹, SHIBATA Toshifumi¹ (1. Okayama University)
2:45 PM - 3:00 PM
- [2A13-21-09] A Linear System-Surrogate Model for the Development of Autonomous Data Oriented Construction Support System for Large-Scale Earth Retaining
*Shinnosuke Kodama¹, Taiga Saito², Yu Otake² (1. NIKKEN SEKKEI CIVIL ENGINEERING LTD, 2. Tohoku University)
3:00 PM - 3:15 PM

Meeting room C

Common session | Organized Session(数値解析の検証と妥当性確認 (V&V)、不確かさ評価)

数値解析の検証と妥当性確認 (V&V)、不確かさ評価
座長: 中井 健太郎(名古屋大学)

1:00 PM - 3:15 PM Meeting room C (Online)

- [2C12-20-01] Coupled DEM-LBM Simulation of Underwater Drop of Various Shaped Objects
*Yutaka Fukumoto¹, Takatoshi Kiriya² (1. Nagaoka University of Technology, 2. Institute of Technology, Shimizu Corporation)
1:00 PM - 1:15 PM
- [2C12-20-02] Monte Carlo Simulation with A Surrogate Model for Non-Linear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beam
*Junki Hanyu¹, Takumi Ashida¹, Mao Kurumatani¹ (1. Ibaraki University)
1:15 PM - 1:30 PM

- [2C12-20-03] Code Verification and Calculation
Verification for Non-linear Finite Element
Analysis of Reinforced Concrete Beam
*Eigo Watanabe¹, Mao Kurumatani¹ (1. Ibaraki
Univaersity)
1:30 PM - 1:45 PM
- [2C12-20-04] Analysis of Factors in Shear Fracture
Behavior of Reinforced Concrete Beam
*Yohta Kawachi¹, Mao Kurumatani¹ (1. Ibaraki
University)
1:45 PM - 2:00 PM
- [2C12-20-05] Gauge Configuration Optimization for Early
Detection of Tsunami Scenario
*Saneiki Fujita¹, Reika Nomura², Yu Otake¹,
Shunichi Koshimura², Shuji Moriguchi², Kenjiro
Terada² (1. School of Engineering, Tohoku
University, 2. International Research Institute of
Disaster Science, Tohoku University)
2:00 PM - 2:15 PM
- [2C12-20-06] Real time tsunami risk evaluation of the
Cascadian Subduction Zone using POD and
Bayesian update
*Louise Ayako Hirao Vermare¹, Saneiki Fujita¹,
Reika Nomura¹, Yu Otake¹, Shyuji Moriguchi¹,
Kenjiro Terada¹, Randall LeVeque² (1. Tohoku
University, 2. University of Washington)
2:15 PM - 2:30 PM
- [2C12-20-07] Calculation Verification of Computational
Model for Simulation of Tunnel Excavation
in Heterogeneous Ground
*Hiroki Kamada¹, Yasuhisa Aono¹, Hideyuki
Sakurai¹ (1. SHIMIZU CORPORATION Institute
of Technology)
2:30 PM - 2:45 PM
- [2C12-20-08] Computational Efficiency of Stochastic
Collocation Method by Assessment of
Dispersion of Brittle Crack Propagation
*Tatsuhiko Inaoka¹, Yuichi Shintaku¹, Kenjiro
Terada² (1. University of Tsukuba, 2. Tohoku
University)
2:45 PM - 3:00 PM
- [2C12-20-09] Modeling of Photoacoustic Wave
Generation and Propagation Using Finite
Integration Technique and Its Experimental
Validation
Akihiro Miki¹, Taizo Marurama¹, *Kazuyuki

Nakahata¹ (1. Ehime University)

3:00 PM - 3:15 PM

Meeting room B

Common session | Organized Session(計算力学×データサイエンス)

企画セッション: 計算力学×データサイエンス

座長:藤田 航平(東京大学)

1:00 PM - 2:30 PM Meeting room B (Online)

- [2B13-18-01] Construction of surrogate model for rapid
prediction of rainfall-induced landslide in
wide area
*Kenta Tozato¹, Shuji Moriguchi¹, Kenjiro Terada¹
(1. Tohoku University)
1:00 PM - 1:15 PM
- [2B13-18-02] Efficiency improvement of PINNs inverse
analysis by extracting spatial features of
data
*Shota Deguchi¹, Yosuke Shibata¹, Mitsuteru
Asai¹ (1. Kyushu University)
1:15 PM - 1:30 PM
- [2B13-18-03] Improving sequential Bayesian update for
tsunami scenario detection by using
geodetic data learning
*Reika Nomura¹, Yu Otake¹, Shuji Moriguchi¹,
Diego Melgar², Randall LeVeque^{3,1}, Kenjiro
Terada¹ (1. Tohoku University, 2. University of
Oregon, 3. University of Washington)
1:30 PM - 1:45 PM
- [2B13-18-04] 2-D Elastodynamic Inverse Scattering
Analysis Using Deep Learning for Multipoint
Measurement Data
Takahiro SAITOH¹, *Shinji SASAOKA¹, Kazushi
KIMOTO², Sohichi HIROSE³ (1. Gunma
University, 2. Okayama University, 3. Tokyo
Institute of Technology)
1:45 PM - 2:00 PM
- [2B13-18-05] Estimation of cross-sectional characteristics
by machine learning for evaluation of
additional stress due to shear lag
*Hiroki Aoki¹, Isao Saiki¹, Yu Otake¹, Ryohei
Mitsui¹ (1. Tohoku University)
2:00 PM - 2:15 PM
- [2B13-18-06] A surrogate model of homogenized
elastoplastic constitutive model using RBF
interpolation

*Yosuke Yamanaka¹, Seishiro Matsubara², Shuji
Moriguchi¹, Kenjiro Terada¹ (1. Tohoku
University, 2. Nagoya University)
2:15 PM - 2:30 PM

Common session | Organized Session (リスクと不確実性の定量化)

企画セッション: リスクと不確実性の定量化

座長: 本田 利器(東京大学)

Sat. May 28, 2022 1:00 PM - 3:15 PM Meeting room A (Online)

- [2A13-21-01] Hierarchical Bayesian Inference for Parameter Uncertainty Quantification
Masaru Kitahara², *Takeshi Kitahara¹, Michael Beer² (1. Kanto Gakuin University, 2. Leibniz University Hannover)
1:00 PM - 1:15 PM
- [2A13-21-02] Real-Time Reconstruction Simulation Based on Autonomous Basis Function Selection
*Yu Otake^{1,2}, taiga Shoji², Yosuke Higo³, Ikumasa Yoshida⁴ (1. Tohoku University, 2. Tohoku University, 3. Kyoto University, 4. Tokyo City University)
1:15 PM - 1:30 PM
- [2A13-21-03] 3D spatial distribution estimation considering nonstationary in the depth direction and improvement of calculation efficiency by Kronecker product
*Yukihisa Tomizawa¹, Ikumasa Yoshida¹, Yu Otake² (1. Tokyo Citi University, 2. Tohoku University)
1:30 PM - 1:45 PM
- [2A13-21-04] Efficient Estimation of Limit State Probability by Adaptive Surrogate Model using Gaussian Process Regression
*Tomoka NAKAMURA¹, Ikumasa YOSHIDA¹, Yu OTAKE² (1. Tokyo City University, 2. Tohoku University)
1:45 PM - 2:00 PM
- [2A13-21-05] A Study on Exploratory Setting Method of Input Ground Motions Considering Site-Specific Response Characteristics of Geotechnical Structures
*Daiki Hayashi¹, Yu Otake¹, Yosuke Higo², Ikumasa Yoshida³, Tatsuya Itoi⁴ (1. Tohoku University, 2. Kyoto University, 3. Tokyo City University, 4. Tokyo University)
2:00 PM - 2:15 PM
- [2A13-21-06] Reliability Assessment for Bearing Capacity of Shallow Foundation after Scouring under Live Load by Bayesian Inference
*Yuna Sasaki¹, Hidetoshi Nishioka¹, Kohei Kasahara², Yu Otake³ (1. Chuo University, 2. Railway Technical Research Institute, 3. Tohoku University)
2:15 PM - 2:30 PM
- [2A13-21-07] Spatial Fluctuation Modeling of Piping Resistance in River Levee
*Masataka Metoki¹, Yu Otake², Yosuke Higo³, Ikumasa Yoshida⁴ (1. Tohoku University, 2. Tohoku University, 3. Kyoto University, 4. Tokyo City University)
2:30 PM - 2:45 PM
- [2A13-21-08] Risk evaluation for earth-fill dams due to heavy rains by response surface method
*ZHENG ShiYing¹, NISHIMURA Shinichi¹, SHIBATA Toshifumi¹ (1. Okayama University)
2:45 PM - 3:00 PM

[2A13-21-09] A Linear System-Surrogate Model for the Development of
Autonomous Data Oriented Construction Support System for Large-
Scale Earth Retaining

*Shinnosuke Kodama¹, Taiga Saito², Yu Otake² (1. NIKKEN SEKKEI CIVIL ENGINEERING
LTD, 2. Tohoku University)

3:00 PM - 3:15 PM

階層ベイズ推定によるパラメータ不確定性定量化の有用性 Hierarchical Bayesian Inference for Parameter Uncertainty Quantification

北原 優 (ライプニッツ大ハノーファー) 北原 武嗣 (関東学院大・理工) Michael Beer (Leibniz Univ. Hannover)
Masaru KITAHARA, Leibniz University Hannover
Takeshi KITAHARA, Kanto Gakuin University
Michael BEER, Leibniz University Hannover
E-Mail: kitahara@kanto-gakuin.ac.jp

The class of Bayesian methods is widely recognized as a favorable approach for uncertainty quantification (UQ), which can combine the prior knowledge on the system of interest with the measurements on it in a probabilistic framework. In the Bayesian approach, model parameters are inferred as a posterior distribution, where uncertainties due to measurement errors or/and modelling errors are probabilistically quantified. However, the classical Bayesian approach assumes that the underlying model class is deterministic; thus, parameter uncertainty cannot be considered. To fill this gap, the hierarchical Bayesian approach has gained attention, where a specific distribution, which represents parameter uncertainty is assigned to the model parameters and its hyper-parameters are updated. While the main issue of this approach is the choice of the distribution, we propose to employ the staircase density functions to flexibly approximate a wide range of distributions to obtain an approximation of the target distribution that results in the model predictions identical to the measurements. The proposed approach is demonstrated and compared with the classical Bayesian approach on numerical examples with three cases, i.e., linear, weak nonlinear, and strong nonlinear cases.

1. はじめに

既存構造物の補修補強の実施判断や優先順位の決定のために、数値モデルに基づく性能評価の重要性が認識されている。このとき、妥当な数値モデルを構築するためには、モデル応答が実構造の挙動と可能な限り一致するように、観測データに基づきモデルパラメータを校正するモデル更新が有効である。

モデル更新では、数値モデルと観測データに内在する不確定性を定量的に評価することが重要である。近年広く検討されているベイズ推定では、モデル化誤差や観測誤差によるモデル応答と観測データの不一致を尤度関数でモデル化し、パラメータの事後推定を得る。ベイズ推定は通常サンプリング手法に基づき実装され、非線形・非ガウスの問題にも適用可能であることが知られている。

一方、材料定数や境界条件が空間的・時間的に変動する場合など、パラメータ自体にも不確定性が内在する場合、通常のベイズ推定の定式化は適用範囲外となる。これに対して、パラメータにある確率分布（正規分布など）を仮定し、その分布係数（平均、分散など）を更新する階層ベイズ推定が近年提案されている。本手法では、分布係数の事後推定に基づきパラメータの不確定性を観測から定量化することが可能となる。通常、適切な分布を事前を選択することは困難であるが、本研究では、任意の分布を離散的に近似する SDF (staircase density function) を用いることで、分布形状を限定しない階層ベイズ推定法を提案する。

正規分布に従うモデルパラメータを仮定し、パラメータとモデル出力の間に線形性、弱非線形性、強非線形関係がある数値例題を通して、通常のベイズ推定と比較して提案手法の有用性を検討した。

2. 階層ベイズ推定手法の概要

ベイズ推定は通常、式(1)に示すベイズの定理を用いることで観測データ \mathbf{Y}_{obs} に基づき、パラメータ \mathbf{x} の事前分布 $P(\mathbf{x})$ を事後分布 $P(\mathbf{x}|\mathbf{Y}_{\text{obs}})$ に更新する。

$$P(\mathbf{x}|\mathbf{Y}_{\text{obs}}) \propto P_L(\mathbf{Y}_{\text{obs}}|\mathbf{x})P(\mathbf{x}) \quad (1)$$

ここに、尤度関数 $P_L(\mathbf{Y}_{\text{obs}}|\mathbf{x})$ は観測データ \mathbf{Y}_{obs} とモデル応答 $M(\mathbf{x})$ の一致度を定量化する指標であり、通常、両者の差を正規分布でモデル化することで式(2)のように与えられる。

$$P_L(\mathbf{Y}_{\text{obs}}|\mathbf{x}) = \prod_{k=1}^{N_{\text{obs}}} N(\mathbf{y}_{\text{obs}}^{(k)} - M(\mathbf{x}), \sigma^2) \quad (2)$$

式(2)において、 $N(\text{Exp}, \text{Var})$ は期待値 Exp 、分散 Var の正規分布を表し、 σ^2 は観測データ \mathbf{Y}_{obs} の分散である。上記の定式化では、 \mathbf{x} に対するモデル応答 $M(\mathbf{x})$ は確定値であり、パラメータ不確定性は考慮されない。

一方、本研究で検討する階層ベイズ推定では、パラメータ \mathbf{x} の不確定性を記述する確率分布 $f_X(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$ を仮定し、 \mathbf{x} 自体ではなくその分布係数 $\boldsymbol{\theta}$ を更新対象とすることで、式(1)を次式のように置き換える。

$$P(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{Y}_{\text{obs}}) \propto P_L(\mathbf{Y}_{\text{obs}}|\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})f_X(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})P(\boldsymbol{\theta}) \quad (3)$$

このとき、モデル応答 $M(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$ は $\boldsymbol{\theta}$ によって一意に決まる \mathbf{x} の確率分布から求まるため、 $M(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$ 自体も確率分布となる。したがって、尤度関数 $P_L(\mathbf{Y}_{\text{obs}}|\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$ は次式で与えられる。

$$P_L(\mathbf{Y}_{\text{obs}}|\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) = \prod_{k=1}^{N_{\text{obs}}} P(\mathbf{y}_{\text{obs}}^{(k)}|\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) \quad (4)$$

ここで、 \mathbf{x} の分布形状を事前に決定することは通常困難であるため、本研究では、分布の支持領域と 4 次モーメントまでの 4 つの分布係数を決定することで任意の分布を近似することが可能な SDF を適用する。

以上より、提案手法ではパラメータ \mathbf{x} に特定の確率分布を仮定することなく、階層ベイズ的に SDF の 4 つの分布係数の事後推定を得ることで、観測データと最も一致するモデル応答を与える \mathbf{x} の確率分布を推定することが可能となる。

3. 検討例とその考察

検討例題として 1 パラメータの数値モデルを想定し、そのモデル応答とパラメータとの間に、Table 1 に示すような線形関係、弱非線形関係、および強非線形関係を有する 3 ケースを対象とする。

本例題では、簡便のためパラメータは平均 5.0、標準偏差 0.5 の正規分布に従うものとした。この分布に従うパラメータを 1000 サンプル発生させ、Table 1 の関係を有するモデル応答のサンプルを計算した。求めたモデル応答 1000 サンプルを観測データとして、ベイズ推定に広く用いられているサンプリング手法である TCMCMC²⁾により階層ベイズ更

新を実施して上述の確率分布の推定を試みた。また比較のため、同一の観測データを用いた通常のベイズ推定も実施した。このとき、観測データは $M(x = 5.0)$ を真値とし与の分散をもつ観測誤差が付加されたものと解釈される。

Table 1 Relationship between model parameter and output.

Linear model	$M = 2.5x$
Weak nonlinear model	$M = \exp(x/2.5)$
Strong nonlinear model	$M = 0.5(x - 3.2)^2$

Fig.1 に観測データのヒストグラムとその平均・分散から求めた正規分布を示す。また、Fig.2は通常のベイズ推定による事後分布と目標値の比較、Fig.3は階層ベイズ推定で求めた SDF と目標分布の比較をそれぞれ示している。Fig.1 から Fig.3 において、左から順に線形、弱非線形、強非線形関係のケースを示す。

Fig.1 より、パラメータとモデル出力の間に線形関係がある場合はモデル出力も正規分布を示しているが、非線形性が強くなるに従い正規分布からの乖離が大きくなる。

Fig.2 および Fig.3 より、いずれのケースも通常のベイズ推定ではパラメータの事後推定は目標値と良く一致しており、階層ベイズ推定では分布係数の事後推定に対応する SDF は目標分布とよく一致していることがわかる。このよ

うに、同一の観測データを用いた場合でも、定式化の違いにより推定結果は大きく異なる。したがって、観測データへのパラメータ不確定性の寄与が大きいと考えられる場合や、パラメータの確率分布を推定したい場合には、提案する階層ベイズに基づく手法でのモデル更新が有効であると考えられる。

4. 結論

数値例題の検討を通して、通常のベイズ推定と階層ベイズ推定の違いを示し、提案する SDF に基づく階層ベイズ手法によるパラメータ不確定性定量化の有用性を示した。本稿では、正規分布の1ケースのみの検討に留めたが、他の様々な分布形状に対しても今後検討を実施する予定である。

参考文献

- 1) M. Kitahara and S. Bi and M. Broggi and M. Beer: Nonparametric Bayesian stochastic model updating with hybrid uncertainties, Mechanical System and Signal Processing, 163, 108195, 2022.
- 2) J. Ching and Y. Cheng: Transitional Markov chain Monte Carlo method for Bayesian model updating, model class selection, and model averaging, Journal of Engineering Mechanics, 133, pp.816-832, 2007.

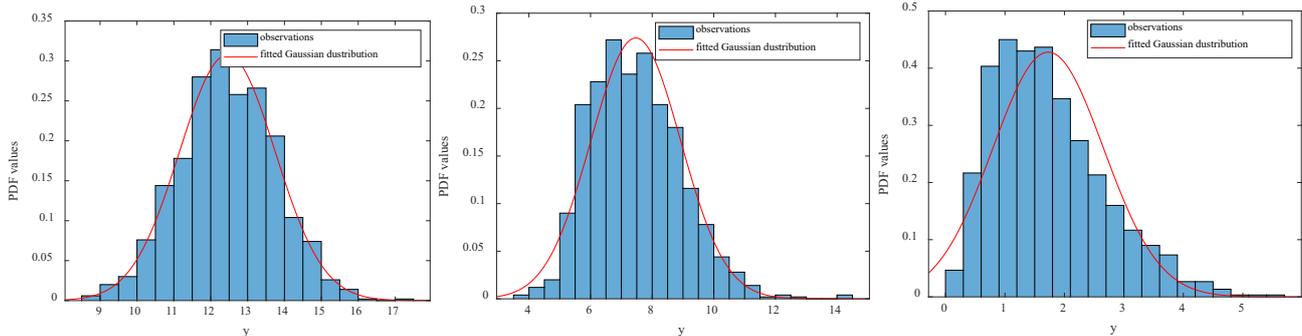


Fig. 1 Histograms of the observed data (left: linear, center: weak nonlinear, right: strong nonlinear).

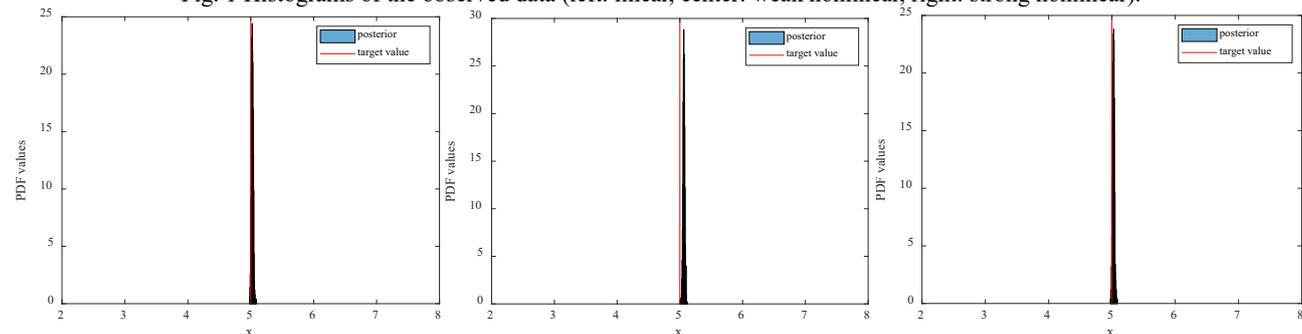


Fig. 2 Results of the classical Bayesian approach (left: linear, center: weak nonlinear, right: strong nonlinear).

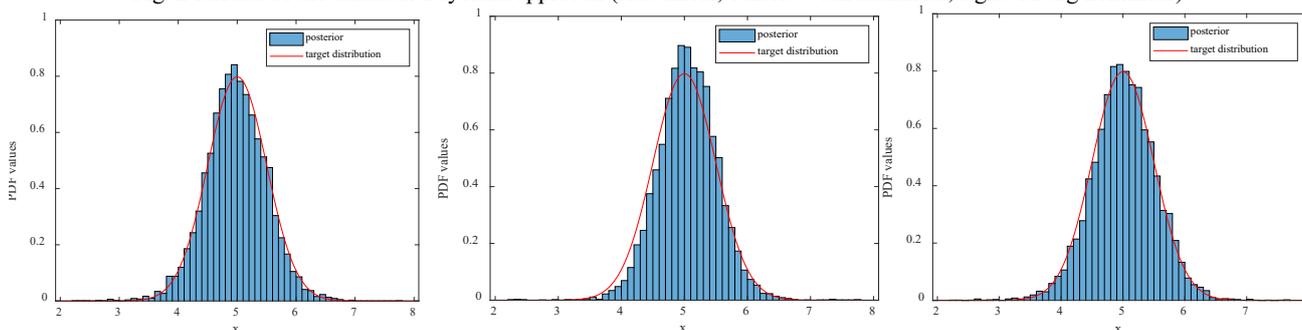


Fig. 3 Results of the hierarchical Bayesian approach (left: linear, center: weak nonlinear, right: strong nonlinear).

自律的な基底選択に基づく即時再構成シミュレーション Real-Time Reconstruction Simulation Based on Autonomous Basis Function Selection

大竹 雄 (東北大・工) 庄司大河 (東北大・工) 肥後陽介 (京大・工) 吉田郁政 (東京都市大・工)
Yu OTAKE, Tohoku University
E-mail: yu.otake.b6@tohoku.ac.jp

Providing infrastructure facilities with resilient performance against accidental loads, such as natural disasters, is increasingly recognized. The authors are developing a monitoring design method to improve the resilience performance of infrastructure facilities and a way to predict the overall facility situation from monitoring records immediately. Specifically, we propose a method for immediately predicting (reconstructing) the dynamic behavior of an entire facility using the spatial mode functions (basis functions) of the facility of interest obtained from numerical analysis results. The proposed method is characterized by introducing an adaptive model that immediately determines the number of basis functions to be used for reconstruction. The effectiveness of the proposed method was verified by evaluating the seismic behavior of an embankment on a liquefiable sand layer.

1. はじめに

インフラ施設的设计において、大規模災害などの偶発性荷重に対するレジリエンス性能を付与することの重要性が認識されつつある(例えば、ISO2394¹⁾)。著者らは、インフラ施設のレジリエンス性能向上に貢献するためのモニタリング設計法を開発することを目的として研究を進めている。具体的には、施設システムに用いられる数値解析結果から得られる時空間情報を活用して、対象システム内のある部分に配置されたモニタリングセンサーから全体の挙動を即時かつ高精度に予測するための簡易手法を開発することを考えている。

庄司ら²⁾では、液状化地盤上の盛土を対象としたモニタリング観測点簡易な最適化法について研究した。画像復元技術である超解像の定式化を援用し、数値解析結果の特異値分解から得られる空間モード関数(以降、基底関数と呼称)を介して、モニタリングセンサーの観測情報からの内挿補間により、対象システム全体の挙動を予測(再構成)する方法を提案している。加えて、対象施設の内挿補間の推定誤差を最小にする最適配置問題を貪欲法により解く方法の有効性を示した。

本研究では、庄司ら²⁾の手法の即時内挿補間法(再構成法)の改良を行うことを目的とする。例えば、地震時の液状化に伴う施設挙動は時々刻々変化し、その挙動を支配するメカニズムも同様に変化すると考えられる。庄司ら²⁾では、内挿補間に用いる基底関数は時間に依存しないことを仮定しており、支配メカニズムの変化に追従できていないことが懸念される。本研究では、観測情報の特徴に応じて自律的かつ即時に再構成に用いる基底関数を選択する適応型の予測モデルを提案し、その有効性を検証する。

2. 研究方法

2.1 検証用の入力地震動合成法

Rezaeian and Kiureghian (2008)⁴⁾の統計的波形合成を日本の地震動波形の特徴にあわせて改良した糸井ら³⁾の統計的波形合成法を用いる。この入力地震動波形群は、日本全国における地殻内地震動記録(2827波)に基づいて生成したものである。本研究では、入力地震動を50波形(学習用入力地震動 $n_f=30$ 波、検証用入力地震動 $n_v=20$ 波)をランダムに生成した。結果として、最大加速度 $120\text{cm/s}^2 \sim 320\text{cm/s}^2$ 、継続時間 $15\text{s} \sim 40\text{s}$ の多様な地震動波形が得られている。

2.2 基底関数の即時選択法

数値解析により得られた物理指標の時空間情報をデータマトリックス $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ として格納し、特異値分解を用いた

次元縮約により主要な空間モード関数群(直交基底関数群)を抽出する。なお、 n は物理指標を評価する領域の次元(空間次元)、 m は数値解析の時間ステップ総数(時間次元)を意味する。

$$\mathbf{X} = \Phi \Sigma \mathbf{V}^T \approx \Phi_r \Sigma_r \mathbf{V}_r^T = \Phi_r \mathbf{A}_r$$

ここで、 Φ は左特異ベクトルを列方向に並べた行列(基底関数行列)、 Σ は特異値を対角成分に持つ対角行列、 \mathbf{V} は右特異ベクトルを並べた行列である。特異値が大きい順に並べて、ある一定の次数 r までの情報のみを予測に用いる。各記号の下付き r は、 r 次元までの情報圧縮を意味する。なお、 Σ_r, \mathbf{V}_r を構成係数と呼称し、 $\mathbf{A}_r = \{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_m\} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ と記述する。

以上の準備に基づいて、下式より、ある時刻 i における p 個のセンサーからの観測 $\mathbf{z}_i^{obs} \in \mathbb{R}^p$ から対象領域全体の状態 $\mathbf{z}_i \in \mathbb{R}^n$ を内挿する。

$$\mathbf{z}_i^{obs} = \mathbf{C} \mathbf{z}_i = \mathbf{C} \Phi_r \mathbf{a}_i = \Phi_r^p \mathbf{a}_i$$

ここで、 $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{p \times n}$ はダウンサンプリング行列である。 Φ_r^p は既知行列であると仮定すると、時刻 i における対象領域全体の状態 $\hat{\mathbf{z}}_i$ は下式で記述できる。

$$\hat{\mathbf{z}}_i = \Phi_r^p \hat{\mathbf{a}}_i$$

ここで、 $\hat{\mathbf{a}}_i$ の期待値と分散はカルマンフィルタにより下式で計算する。

$$E[\mathbf{a}_i] = \hat{\mathbf{a}}_i = \bar{\mathbf{a}} + \mathbf{P}_r \Phi_r^{pT} (\mathbf{V}_v^p)^{-1} (\mathbf{z}_i^{obs} - \Phi_r^p \bar{\mathbf{a}})$$

$$\mathbf{V}[\mathbf{a}_i] = \mathbf{P}_r = \left(\Phi_r^{pT} \mathbf{P}_r^{-1} \Phi_r^p + \Phi_r^{pT} (\mathbf{V}_v^p)^{-1} \Phi_r^p \right)^{-1}$$

ここで、 \mathbf{V}_v^p は観測誤差の共分散行列、 $\bar{\mathbf{a}}$ は構成係数の平均値ベクトル、 \mathbf{P}_r は構成係数の事前共分散行列である。

本研究では、上記の考え方に基づいて、再構成に用いる基底関数の数 r を固定する場合(手法1)と逐次的に変更する場合(手法2)の2つの方法により内挿推定を行い、結果を比較する。なお、手法2では、時間ステップ毎に周辺尤度が最大となる基底関数の数 r を定めることで逐次的にモデル選択を行う。先に示したカルマンフィルタによる構成係数の推定問題は、下式に示すように、基底関数の数 r を条件とした場合の構成係数のベイズ推定問題と解釈⁵⁾することができる。

$$P(\mathbf{a} | \mathbf{z}^{obs}, r) = \frac{P(\mathbf{z}^{obs} | \mathbf{a}, r) \cdot P(\mathbf{a} | r)}{P(\mathbf{z}^{obs} | r)}$$

周辺尤度(右辺の分母) $P(\mathbf{z}^{obs} | r)$ は、パラメータを事前分布からランダムにサンプリングされた場合、観測データ \mathbf{z}^{obs} が生成される確率とも解釈できる。そして、ベイズの定理により下式のように展開することができる。

$$P(r|\mathbf{z}^{obs}) = \frac{P(\mathbf{z}^{obs}|r) \cdot P(r)}{\sum_{r=1}^n P(r) P(\mathbf{z}^{obs}|r)} = kP(\mathbf{z}^{obs}|r) \cdot P(r)$$

ここで、 k は比例定数である。これより、周辺尤度 $P(\mathbf{z}^{obs}|r)$ を最大化することは、観測データが与えられた時の基底関数の数 r すなわちモデルの事後分布 $P(r|\mathbf{z}^{obs})$ を最大化することと等価である。なお、未知量 \mathbf{a}_r が正規分布を仮定できる場合、周辺尤度は下式に示す簡単な行列演算で計算することができるため、時間ステップ毎に最適な r を得ることができる。

$$P(\mathbf{z}^{obs}|r) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} \left| \Phi_r^p P - \Phi_r^p P^T + R \right|^{1/2}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{z}^{obs} - \Phi_r^p \bar{\mathbf{a}}_r)^T (\Phi_r^p M P - T + R)^{-1} (\mathbf{z}^{obs} - \Phi_r^p \bar{\mathbf{a}}_r) \right\}$$

3. 研究結果

Fig.1 は、検証用入力地震動 20 波に対する再構成結果と FEM 解析 (真値) の残差誤差 (領域全体を対象とした平均絶対誤差) を棒グラフで示した図である。青色は手法 1 であり $r=2$ で固定している。オレンジ色は手法 2 の結果を示している。手法 2 が全てのケースで手法 1 に比べて推定精度が高いことが分かる。特に、手法 1 で大きな誤差が生じているケースで改善が顕著であることが分かる。

Fig.2 は、ある 1 波形に着目した再構成結果を示している。ある位置に着目した水平変位及び過剰間隙水圧の時系列を示している。上図は r と平均絶対誤差の経時変化を示し、下図は再構成結果 (手法 1 ($r=2$), 手法 2 (adaptive)) と FEM 結果 (真値) を重ねて示している。水平変位では、主要動が終了し、非排水挙動から過剰間隙水圧の逸散過程に移行する際に r が急激に変化している。変形が局所化する過程でより多くの基底関数が必要になることを自律的に判断していると解釈される。一方、過剰間隙水圧比は、主要動時に短周期に変動し、1.0 に飽和する過程で多くの基底関数を活用して予測精度を向上させていることが分かる。

4. 結論と今後の展望

本研究では、施設のレジリエンス性を高めるための即時予測 (再構成) 法を提案し、その有効性を示した。周辺尤度を用いたモデル選択を逐次的に行うことで、再構成精度を高めることができることを示した。また、この適応型モデル選択の特徴は、対象施設の挙動を支配するメカニズムと関連していることを確認した。今後はより大規模な施設への事例研究を通して実用化研究を実施する予定である。

参考文献

- 1) ISO2394. General principles on reliability for structures. 2015.
- 2) 庄司 大河, 大竹 雄, 茂野 恭平, 肥後 陽介, 村松 正吾, 効率的な即時挙動把握に向けた最適観測点配置に関する基礎研究: 土木学会論文集 A2 (応用力学), 76 巻, 2 号, p. I_25-I_33, 2020
- 3) 糸井達哉, S. Peter, 金子雅彦, 佐藤一郎. 地殻内地震の地震動時刻歴波形の統計的予測法. 第 14 回日本地震工学シンポジウム論文集, p GO16-FRI-8-11, 2014
- 4) S. Rezaeian and A. D. Kiureghian. A stochastic ground motion model with separable temporal and spectral nonstationarities. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 37(13):1565-1584, 2008.

- 5) I. Yoshida, Y. Tomizawa, and Y. Otake. Estimation of trend and random components of conditional random field using gaussian process regression. Computers and Geotechnics, 136:104179, 2021.
- 6) C. M. Bishop. 2006. Pattern Recognition and Machine Learning (Information Science and Statistics). Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.

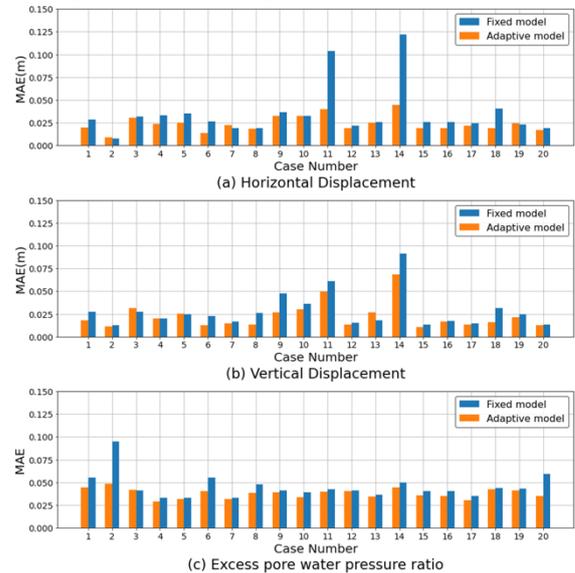


Fig. 1 予測 (再構成) 誤差 (横軸は入力地震動の No を表し、縦軸は解析対象領域全体の平均絶対誤差を表す)

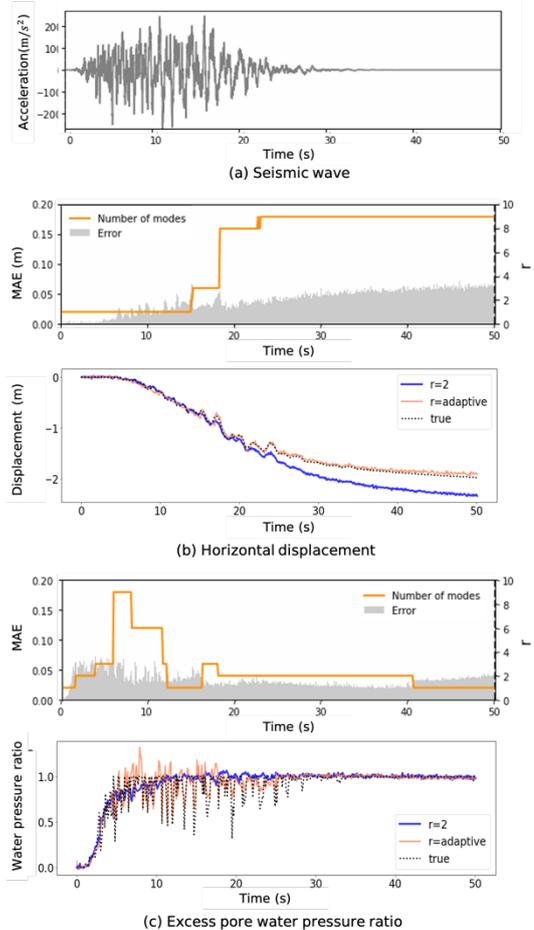


Fig.2 手法 2 における基底関数の数の変化と推定結果

深さ方向の非定常性を考慮した3次元空間分布推定と Kronecker積を用いた計算効率の向上

3D spatial distribution estimation considering nonstationary in the depth direction and improvement of calculation efficiency by Kronecker product

富澤 幸久 (東京都市大・総合理工) 吉田 郁政 (東京都市大・都市工学科) 大竹 雄 (東北大・工)
Yukihisa TOMIZAWA, Tokyo City University
Ikumasa YOSHIDA, Tokyo City University
Yu OTAKE, Tohoku University
E-mail: ktskmmn@gmail.com

Three-dimensional spatial distribution estimation of the geotechnical property is performed on the measured data using Gaussian process regression, and a blind test is performed to examine the accuracy. When the non-stationarity of the standard deviation of the random field is considered in the depth direction, the improvement of estimation accuracy is confirmed than the stationary case. It is also shown that the calculation cost is greatly reduced by using Kronecker product when estimating the parameters of the random field by the maximum likelihood method.

1. はじめに

構造物の杭や基礎の設計, 堤防や斜面などの地盤構造物の安全管理を行う上で地盤物性値の3次元空間分布を正確に把握することは非常に重要である。空間分布推定手法として, 地盤工学の分野では地球統計学の中心的な手法であるクリギングが数多く用いられている。一般的な回帰理論で近年注目されているガウス過程回帰 (Gaussian process regression, GPR) はクリギングを数学的に包括した手法である。これらは確率論に基づく手法であり, 推定値の不確定性を評価できる。Yoshida et al.¹⁾ は確率場を重ね合わせたGPRによる地盤物性値の3次元空間分布推定手法を提案している。本手法では確率場の標準偏差などのパラメータを定常としているが, それらは深さや地点ごとに異なることが考えられる。そのため, 非定常性を考慮することでより正確な推定が期待できる。こうした空間分布推定問題において, 観測点が膨大なデータで検討を行う際, 計算コストが障害となるが, ラティス状のデータに対しては水平方向と鉛直方向に分離して Kronecker 積を用いて計算することで計算効率の向上が期待できる²⁾。

本研究では, 実測データを用いた GPR による3次元空間分布推定手法について, 1) 深さ方向の非定常性の考慮, 2) Kronecker 積の導入, による改良を行った。数地点でのブラインドテストによる推定値の精度評価を通して, 1) 標準偏差について深さ方向の非定常性を考慮した場合と定常の場合, 2) 最尤法で確率場のパラメータを推定する際に Kronecker 積を使用する場合としない場合での計算時間, の比較を行う。

2. GPR を用いた推定の定式化

GPR を用いた推定値ベクトル $\hat{\mathbf{x}}_2$ の推定式を式(1)に示す。

$$\hat{\mathbf{x}}_2 = \bar{\mathbf{x}}_2 + \mathbf{M}_{12}^T \mathbf{M}_{11}^{-1} \{\mathbf{z} - \bar{\mathbf{x}}_1\} \quad (1)$$

ここで, 添え字 i, j は 1 を観測地点, 2 を推定地点とし, $\bar{\mathbf{x}}_i$ は平均ベクトル, \mathbf{M}_{ij} は共分散行列, \mathbf{z} は観測量ベクトルである。本研究では, $\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{x}}_2$ は観測量ベクトルの平均値と仮定する。ここで, 各ボーリングにおいて深さ方向に同一の座標でデータが得られている, すなわちラティス状に配置されていると仮定する²⁾。全データの観測地点数 n は水平方向地点数 n_h と鉛直方向地点数 n_v の積で表せる。ある 2

点の座標値 \mathbf{s} と \mathbf{s}' の 2 点間の水平方向距離 d_h , 鉛直方向距離 d_v はそれぞれ以下の式より求める。

$$d_h = \sqrt{(s_1 - s_1')^2 + (s_2 - s_2')^2}, \quad d_v = |s_3 - s_3'| \quad (2)$$

ここで, 座標値 s_j と s_j' の添え字 j は, 1, 2 を水平方向, 3 を鉛直方向とする。各ボーリングで同じ深さ $s_{3,i}, i=1, n_v$ とし, 各深さの標準偏差 σ_{i_v} は式(3)より算出する。

$$\sigma_{i_v} = \sqrt{\frac{1}{n_h - 1} \sum_{i_h=1}^{n_h} (z_{i_h, i_v} - \bar{x}_1)^2} \quad (3)$$

これらを用いて, 共分散値は式(4)より求める。

$$\text{cov}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') = \sigma_{i_v} \sigma_{i'_v} \rho(d_h | \delta_h) \rho(d_v | \delta_v) \quad (4)$$

ここで, 添え字 h, v はそれぞれ水平方向と鉛直方向を表し, $\rho(d|\delta)$ は自己相関関数, δ は scale of fluctuation (SOF) である。自己相関関数は水平方向と鉛直方向の積と仮定する。自己相関関数のモデルは式(5)の Whittle-Matérn³⁾ を用いる。

$$\rho(d|\delta) = \frac{2}{\Gamma(v)} \left(\frac{\sqrt{\pi} \Gamma(v+0.5) d}{\Gamma(v) \delta} \right)^v K_v \left(\frac{2\sqrt{\pi} \Gamma(v+0.5) d}{\Gamma(v) \delta} \right) \quad (5)$$

ここで, Γ はガンマ関数, v は smoothness parameter (SP), K_v は次数 v の第 2 種ベッセル関数である。推定値の共分散行列 \mathbf{P}_{22} を以下の式(6)より求め, 推定値の分散は \mathbf{P}_{22} の対角成分から算出する。

$$\mathbf{P}_{22} = \mathbf{M}_{22} - \mathbf{M}_{21} \mathbf{M}_{11}^{-1} \mathbf{M}_{12} \quad (6)$$

推定に使用する確率場のパラメータは最尤法を用いて算出する。式(7)に示す負の対数尤度を最小化するように BFGS 法で最適化を行い, パラメータを算出する。

$$-\ln L = \frac{1}{2} \mathbf{z}^T (\mathbf{M}_{11})^{-1} \mathbf{z} + \frac{1}{2} \ln |\mathbf{M}_{11}| + \frac{n}{2} \ln(2\pi) \quad (7)$$

観測地点がラティス状に配置されている場合, 観測地点同士の共分散行列の逆行列 \mathbf{M}_{11}^{-1} は式(8)に示す Kronecker 積を用いて計算できる²⁾。

$$\mathbf{M}_{11}^{-1} = (\mathbf{M}_{h,11})^{-1} \otimes (\mathbf{M}_{v,11})^{-1} \quad (8)$$

ここで, $\mathbf{M}_{h,11}$ は地点数 n_h の水平方向の共分散行列, $\mathbf{M}_{v,11}$ は地点数 n_v の鉛直方向の共分散行列である。

3. 実測データに対する GPR を用いた推定の一例

検討に使用する実測データは, International Society of Soil Mechanics and Geotechnical Engineering の TC304 データベース⁴⁾ から入手した。データは 40 地点のコーン貫入試験で

得られた先端抵抗値(q_t)である. Fig. 1 にデータの観測地点, ブラインドテスト地点, 推定断面の平面図を示す. ラティス状のデータとするため, 40 地点全てで深さ 0.2 から 4.5m まで 0.05m 間隔³⁾, 87 点の観測点を使用する. Fig. 1 の 5 番の列では水平方向 1m 間隔でデータが得られており本研究では D51-D54 でブラインドテストを行う. 推定断面は a-a' の深さ 0.2 から 4.5m の断面である. Fig. 2 に, 全観測データから算出した各深さの標準偏差と, 例として B5-E5 の 4 地点の観測データを示す. 標準偏差は深度 1m で大きくなり, 深くなるにつれて小さくなっている.

Table 1 に非定常性を考慮した場合と定常の場合の最尤推定値と計算時間を示す. 計算時間は Kronecker 積を使用した場合としない場合 (conventional) を示しているが, これらの最尤推定値は一致することを確認している. 非定常では定常より最適化対象のパラメータ数が 1 個少ないため, 計算時間が短い. 最適化手法を用いる場合の計算時間は初期値に大きく依存するためこれらの決め方も重要である. Kronecker 積を使用した場合, 計算時間が約 1/300 となっており, 計算効率が非常に向上した. Fig. 3 に 4 地点で行ったブラインドテストの内, D51, D52 地点の結果を示す. 図中には真値, 非定常と定常の場合の推定値, 推定の不確定性を表す 95%信頼区間を示している. 非定常の場合, 変動が大きい箇所では信頼区間の幅が広く, 小さい箇所では信頼区間幅が狭まっており, 真値の分布概ね包括している. Fig. 4 に非定常の場合の推定断面の推定を示す.

4. おわりに

本研究では, 実測の地盤データに対して GPR で 3 次元空間分布推定を行い, ブラインドテストで真値と比較した. 推定の際, 標準偏差について深さ方向の非定常を考慮することで定常の場合と比較して良好な推定となった. 最尤法で確率場のパラメータを推定する際, Kronecker 積を使用することで計算効率が大幅に向上した. 今後, 他のパラメータや水平方向に非定常性を考慮した検討, 欠損など非ラティス状のデータで Kronecker 積を使用するための検討を行う.

参考文献

- 1) Yoshida et al.: Estimation of trend and random components of conditional random field using Gaussian process regression, *Computers and Geotechnics*, Vol.136, 2021.
- 2) Xiao et al.: CPT-based probabilistic characterization of three-dimensional spatial variability using MLE, *J. Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 144(5), 2018.
- 3) Ching et al.: Identification of sample path smoothness in soil spatial variability, *Structural Safety*, Vol.81, 2019.
- 4) International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering : TC304 databases, 2022. 2.6. 閲覧, <http://140.112.12.21/issmge/tc304.htm>.

Table 1 MLE and calculation time.

	SD	SOF		SP	ML calculation time[sec]	
		horizontal	vertical		conventional	Kronecker Product
		non-stationarity	-		3.93	0.99
Stationarity	1.38	3.75	0.69	0.91	67248	229

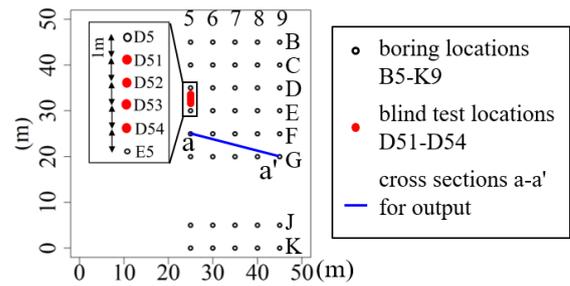


Fig. 1 Plan view of observation data and estimated position.

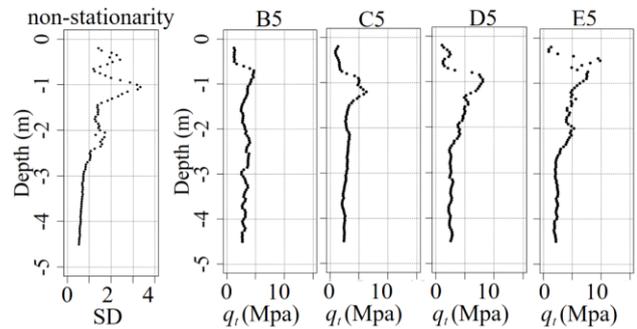


Fig. 2 SD of each depth and observation data at several points.

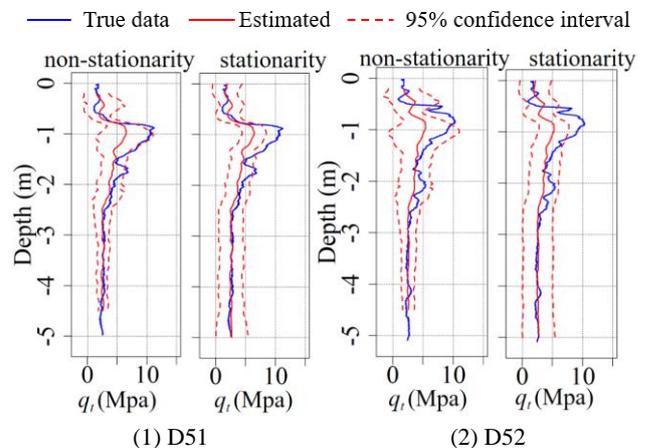


Fig. 3 Comparison of estimates and true values for cases non-stationarity and stationarity.

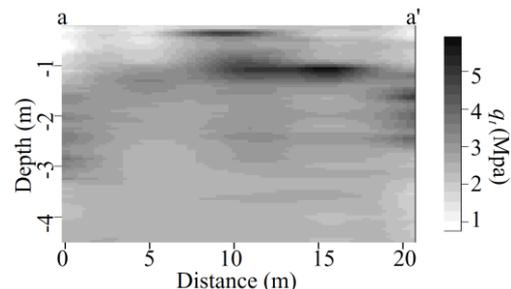


Fig. 4 Spatial distribution estimation of cross-sections a-a'.

ガウス過程回帰を用いた適応型代理モデルによる効率的な限界状態確率の推定 Efficient Estimation of Limit State Probability by Adaptive Surrogate Model using Gaussian Process Regression

中村 朋佳 (東京都市大・総合理工) 吉田 郁政 (東京都市大・都市工学科) 大竹 雄 (東北大・工)
Tomoka NAKAMURA, Tokyo city University
Ikumasa YOSHIDA, Tokyo City University
Yu OTAKE, Tohoku University
E-mail: thomoka1226@gmail.com

This study discusses the points for improving the AK-MCS proposed by Echard et al. (2011) which is an efficient method with active surrogate model of limit state function for calculating limit state probabilities. The proposed method introduces Importance Sampling without using design points, and is applied to an 8-dimensional consolidation settlement problem to calculate the limit state probability. It is confirmed that the probability is calculated with small number of function call.

1. はじめに

信頼性評価手法, すなわち限界状態超過確率 (以下, 限界状態確率) の効率的計算法については長い歴史があり, 様々な方法が提案されてきた. 近年, 計算機能力の向上に伴い Monte Carlo Simulation (MCS) を用いた方法が注目され, なかでも Echard et al.によって提案された適応型代理モデルと MCS を組み合わせた AK-MCS¹⁾(Active learning reliability method combining Kriging and MCS)が注目されている. この10年で AK-MCS の手法の改良に関する非常に多くの論文が発表され, それらの SOA レポートも複数報告されている^{2),3)}. 改良のひとつとして通常の MCS ではなく設計点 (破壊点) まわりの Importance Sampling (IS) を使う考え方があがるが, 設計点を探索する旧来型の信頼性評価手法が必要になること, 多数設計点がある場合に手順が煩雑になる, 微分不可能な問題には適用できないなどの課題がある.

本研究では Echard et al.による例題の再現を行い, その改良に向けての問題点を指摘するとともに, 設計点を使わない IS の導入, 及びその場合の課題とその改良について報告する. さらに, 改良した方法を用いて8次元圧密沈下問題に適用して限界状態確率を算定した例を報告する.

2. AK-MCS 及び学習関数 LF の概要

実問題を扱う場合, 限界状態の評価は有限要素法など計算時間を要する場合が多く, この限界状態評価(function call, FC)の回数を減らすことが計算効率の向上に重要である. AK-MCS は Kriging を用いて限界状態関数の代理モデルを構築して確率計算を行う方法である. 以降, MCS による確率計算に使用する点を”粒子”, 代理モデル構築のための FC 点を”サンプル”とする. AK-MCS において大変重要な役割を担っているのが学習関数 $U(\mathbf{x})$ (Learning function, 以下 LF) である. LF は Kriging で推定された限界状態関数値の平均 $\mu_g(\mathbf{x})$ とその標準偏差 $\sigma_g(\mathbf{x})$ の比で表される.

$$U(\mathbf{x}) = \frac{\mu_g(\mathbf{x})}{\sigma_g(\mathbf{x})} \quad (1)$$

適応型学習では効率的に追加点の探索を行うために, LF の値が最も小さい粒子, すなわち限界状態に近く不確実性が大きい点を次のサンプル, つまり FC の点とする. 追加されたサンプル, その限界状態関数値を基に Kriging による代理モデルを更新する. この手順を繰り返すことで代理モデルを高精度化する. 代理モデルによる計算は大変軽い

ので100万など多くの粒子を用いて限界状態確率を算定することができる.

3. 変数2個の例題を対象とした限界状態確率の推定

Echard et al.による変数2個の例題¹⁾について示す. 限界状態関数を式(2)に示す.

$$g(x_1, x_2) = \min \left\{ \begin{array}{l} 3 + 0.1(x_1 - x_2)^2 - \frac{(x_1 + x_2)}{\sqrt{2}}; \\ 3 + 0.1(x_1 - x_2)^2 + \frac{(x_1 + x_2)}{\sqrt{2}}; \\ (x_1 - x_2) + \frac{7}{\sqrt{2}}; (x_2 - x_1) + \frac{7}{\sqrt{2}} \end{array} \right\} \quad (2)$$

変数 x_1, x_2 は標準正規分布に従う確率変数である. この例題は破壊領域が4箇所存在する問題であり, 多くの論文でベンチマーク的に使用されている. Fig. 1 に100万の粒子数で計算した例を示す. まず, 最初に MCS のための100万の粒子を発生させる. 別途, 代理モデル計算のための初期サンプル12個を発生させて初期の代理モデルを作成する. 代理モデルを用いて100万点の LF を評価して最も小さな数値となった点を次のサンプルとして限界状態関数値を算定し, 代理モデルを更新する. この手順を繰り返すことで, 徐々に限界状態関数の代理モデルを更新, 限界状態確率の高精度化を行う. Fig. 1 は FC が101回の時の代理モデルと真の限界状態超過の境界を表している. 粒子が発生されている付近の境界はほぼ正確に求められている. 100万の粒子数で計算した場合, 2200個程度が限界状態超過領域 ($P_f=0.00223$) に存在している. より小さな限界状態確率を算定するにはより多くの粒子が必要となり, その計算時間も障害となる. そのため設計点の付近で粒子を発生させ

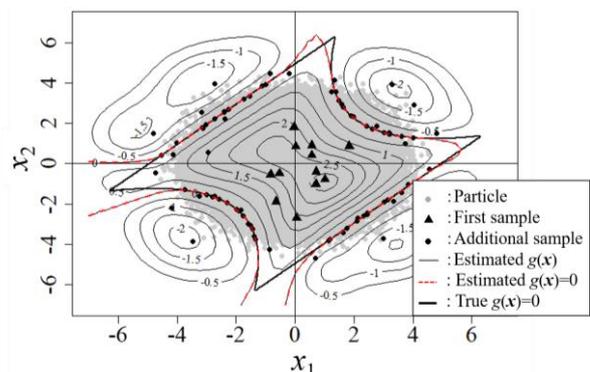


Fig. 1 AK-MCS using 1,000,000 particles.

る AK-IS⁴⁾ が提案されている。しかし、前述のようにアルゴリズムが複雑、適用に制限があるなどの問題がある。

4. 提案手法の概要

提案手法として事前情報に基づいて粒子を発生させるのではなく、一様分布に従い粒子を発生させて事前情報に基づき重みを与える重要度サンプリングを導入する。一様分布の範囲は事前情報から判断して、例えば標準偏差の5倍を含む範囲などを設定する。Fig. 2 に1万の粒子を用いた例を示す。学習過程の最初のうちは順調に境界付近にサンプルが選ばれるが、徐々に真の限界状態境界の内側あるいは外側に小さな島状の境界が現れて、真の境界と離れた点を LF が選ぶようになる。これは限界状態関数の代理モデルが振動するような分布となり、局所的に境界が現れるためである。この問題を回避するためには代理モデルに適切なトレンドモデルを導入すればよい。そこで、Yoshida et al.⁵⁾ による複数の確率場の重ねあわせを用いた GPR を代理モデルとして採用する。2つの確率場でモデル化して代理モデルを作成したところ、Fig. 3 に示すように良好な結果が得られた。Fig. 4 に学習過程における限界状態確率の推移を示す。80-100 回程度のサンプル数 (FC の回数) で収束しており、1万の粒子数でも安定して限界状態確率を算定することができる。

5. 圧密沈下問題を対象とした限界状態確率の推定

Fig. 5 に対象とした盛土基礎地盤を簡略化した断面図を示す。盛土中心直下の地表から+0.8m 地点を S1 とする。数値解析モデルとして土/水連成有限要素法(以下 FEM)を使用した。計算条件等の詳細は本編で示すとしてここでは紙面の都合上省く。8つのパラメータについて所定の範囲でそれぞれ一様分布を仮定し、2万粒子の MCS を実施した。

S1 地点の沈下量が 1.52m を超過する確率は 0.02 であった。これを提案手法で限界状態確率を計算した結果を Fig. 6 に示す。MCS による確率 $Pf=0.02$ で基準化した量を縦軸の Normalized Pf として示した。およそ 70 回程度の計算で 95% 信頼幅に落ち着いている。

6. まとめ

確率計算のための粒子を事前情報から発生させるのではなく一様分布に従うサンプリング分布で発生させることで限界状態確率算定の計算効率の向上を試みたところ、一定の効果を確認することができた。本編では他の分布の有効性やさらに停止則についても検討結果を報告する。

参考文献

- 1) Echard et al.: AK-MCS: An active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo Simulation, *Structural Safety*, Vol.33, No.2, pp.145-154, 2011.
- 2) Teixeira et al.: Adaptive approaches in metamodel-based reliability analysis: A review, *Structural Safety* 89, 102019, 2021.
- 3) Moustaphaet et al.: Active learning for structural reliability: Survey, general framework and benchmark, *Structural Safety*, 102174, 2022.
- 4) Echard et al.: A combined importance sampling and kriging reliability method for small failure probabilities with time-demanding numerical models, *Reliability Engineering & System Safety* 111, pp.232-240, 2013.
- 5) Yoshida et al.: Estimation of trend and random components of conditional random field using Gaussian process regression, *Computers and Geotechnics*, Vol.136, 2021.

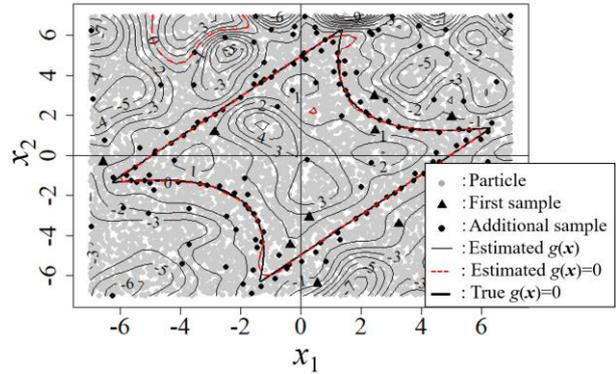


Fig. 2 The proposed method using GPR with single random field.

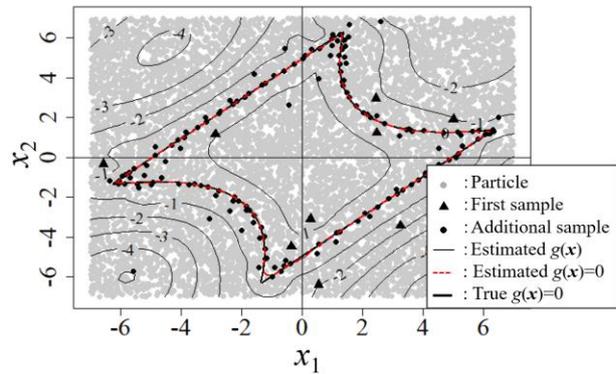


Fig. 3 The proposed method using GPR with two random fields.

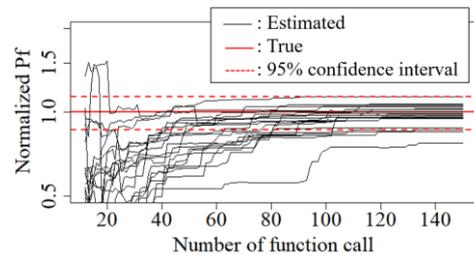


Fig. 4 Limit state probability in the learning process (20 runs).

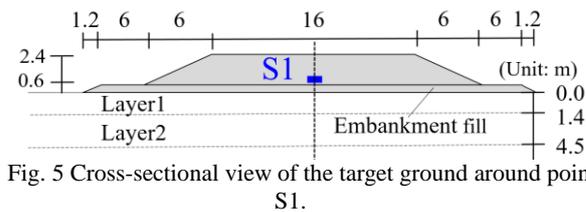


Fig. 5 Cross-sectional view of the target ground around point S1.

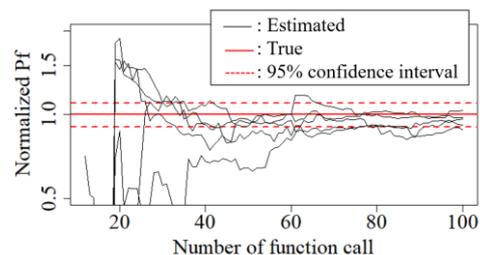


Fig. 6 Limit state probability of settlement by the proposed method (5 runs).

地盤構造物の応答特性を考慮した探索型の設計地震動設定へ向けた基礎研究 A Study on Exploratory Setting Method of Input Ground Motions Considering Site-Specific Response Characteristics of Geotechnical Structures

林 大暉 (東北大・工) 大竹 雄 (東北大・工) 肥後 陽介 (京大・工)
吉田 郁政 (東京都市大・工) 糸井 達哉 (東京大・工)
Daiki HAYASHI, Tohoku University Yu OTAKE, Tohoku University
Yosuke HIGO, Kyoto University Ikumasa YASHIDA, Tokyo City University
Tatsuya ITOI, Tokyo University
E-mail: daiki.hayashi.t5@dc.tohoku.ac.jp

In this study aims to develop a design method for geotechnical structures under accidental loads. We propose a framework for seismic input waves' setting method that considers the site-specific response characteristics under study. The proposed framework consists of the following three functions 1) engineering feature management of earthquake ground motions, 2) search for fatal failure zones based on adaptive experimental design, and 3) synthesis of earthquake input waves for "the stress test." To validate this framework, we conducted numerical analysis on all observed seismic records (2827 waves). And we targeted the behavior of a simple embankment on a liquefiable sand layer. The maximum settlement of the embankment was then set as a performance index for simplicity in this paper. The maximum settlements obtained from the liquefaction analysis results were appropriately clustered in the feature space of the seismic waveform (principal component space). It is confirmed that the input seismic wave features that produce fatal failure can be extracted. Finally, based on the concept of "design point" and "sensitivity coefficients" in reliability analysis theory, we generated a sample of synthesized seismic input waves and discussed their characteristics.

1. はじめに

信頼性設計法は構造物設計の主流となり定着してきている (ISO2394:2015, 道路橋示方書:2017 等)。ただし、既存の信頼性設計法の適用範囲は、主に変動荷重時 (e.g., L1 地震時) に限定される。モデル化が困難な確率分布の裾野の議論になる偶発荷重時 (e.g., L2 地震時) を対象とした設計法は確立されていないのが現状である。

著者らは、偶発荷重時の合理的な設計法構築のため、精緻な数値解析に基づいた次元削減代替モデル (以降、ROM 解析) により、強非線形領域における地盤挙動の確率評価を実現した¹⁾。ただし、この研究では、設計地震動を固定した定式化になっており、地震動外力の不確実性の影響は考慮されていない。本研究では、この点を改善することを目的としている。一方で、設計地震動の候補は、無数にあるため、直接的に信頼性設計に考慮することは現実的ではない。宮本と本田^{2),3)}の取り組みに見られるように、対象構造物の非線形応答特性を考慮して、致命的な崩壊シナリオを引き起こす地震動特性を探索した上で、設計計算に組み込むことが現実的である。本研究では、探索型の設計地震動の設定方法を提案し、その有効性について考察する。

2. 提案フレームワーク

提案フレームワークは、主に下記3つの機能で構成する。

- 1.) 地震動の工学的特徴量管理: Rezaeian and Kiureghian⁴⁾ や糸井ら⁵⁾が提案する統計的波形合成法のパラメータにより地震動波形をモデル化する。地震動観測記録の大規模データベースより、事前に準備したパラメータ群の共分散行列の情報縮約により、地震動特性を縮約管理する。ここで、パラメータの縮約空間を合成変数空間と呼称する。
- 2.) 適応型実験計画に基づく致命的な破壊領域の探索: 合成変数空間で実験計画を行い、複数の地震動シナリオに対して数値解析を行い対象構造物の応答を標本抽出する。その上で、混合共分散を用いた Gaussian Process Regression (GPR)⁶⁾により、合成変数空間全体

の応答を補間推定し、致命的な破壊形態を生じさせる地震動波形群を抽出する。このプロセスでは適応型サンプリング⁷⁾を適用し、できるだけ少ない数の数値解析で目的を達成する。

- 3.) 設計地震動波形の生成: 信頼性設計法における設計点⁸⁾と感度係数⁹⁾の考え方に基づいて、合成変数空間において効率的に設計地震動を探索する。ここで、設計点は、目標性能に対する波形を選定したことと等価になり、感度係数は合成変数空間の方向余弦を意味することから、この方向に沿って波形を生成することでストレステストに用いる。

3. 研究の方法

本研究では、Otake et al.¹⁾で対象とした液状化地盤上の単純な盛土構造物を対象に検証を行う。糸井ら⁵⁾が収集した地殻内地震の観測波形 (2827 波) 全てで液状化地盤上の単純な盛土の数値解析 (LIQCA) を実施する。この解析結果を正解データとして、「1.)地震動の工学的特徴量管理」の有効性と「2.)適応型実験計画に基づく致命的な破壊の探索」の可能性を検討する。

なお、本研究では、簡便に盛土天端の最大沈下量を性能指標とする。合成変数空間において最大沈下量を指標とした GPR を実施することで、最大沈下量が大きくなる地震動波形の特性を探索する。その上で、合成変数空間における設計点と感度係数を算定し、ストレステスト用の模擬地震動波形を生成し、探索された地震動波形の特徴と対象構造物の関係について考察する。

4. 結果と考察

Fig. 1 は、全波形で実施した数値解析の結果 (最大沈下量) を合成変数空間で示している。ポイントの着色は、盛土天端の最大沈下量を表している。大局的には、合成変数空間で最大沈下量がなめらかに分布し、合成変数が対象構造物の性能を説明していることが分かる。ただしなめらかに分布しているのは沈下量が 0m~3m 程度の範囲であり、

3 m～最大沈下量の最大ケース 6m の変化は急激であることが分かる。探索的に設計地震動を設定することの重要性が伺える。

Fig.2 は、最大沈下量を指標として、合成変数空間でGPRを実施し、制限値を沈下量 1m および 2m とした場合の破壊領域を特定した結果を示している。図中の赤プロットは制限値を超過したケースを意味しており、判別誤差はあるものの、合成変数空間で破壊領域を概ね特定できることを確認した。

また、破壊領域における確率密度最大点（中心からの最短距離の点）を設計点と定め、その方向余弦（感度係数）に着目した。Fig.3 は、この方向余弦に従って、波形を合成した結果である。Fig.4 から、周期約 2s 付近に強いエネルギーを有する波形が同定されていることが分かる。対象盛土の液化化時の固有周期が波形探索により同定されたと解釈した。

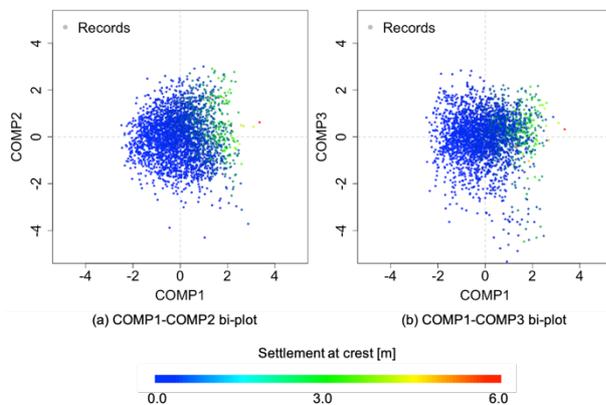


Fig. 1 Scatter plot of numerical analysis results with PCA

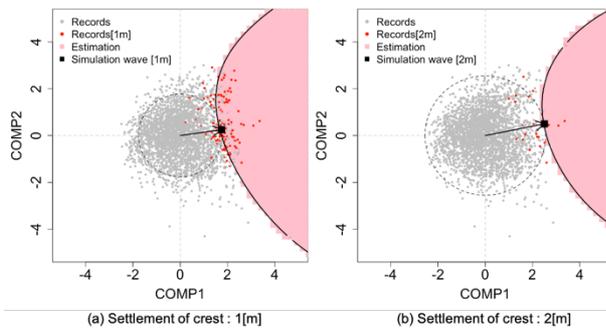


Fig. 2 Extraction of the fatal failure zone by GPR

5. 今後の展望

今後の展望として、信頼性解析の効率化のための適応型の実験計画⁷⁾を応用し、破壊領域の効率的な探索手法を構築することで実用化を目指す予定である。加えて、地盤の不均質性の影響を考慮することを考えている。地盤の不均質性も地震動特性と同様に事前のモデル化が困難な不確実性である。しかし、目標性能（制限値）が決定されれば、シナリオを絞り込むことができる可能性があると考えている。一般化した偶発荷重時設計用のシナリオ絞り込み法として拡張する予定である。

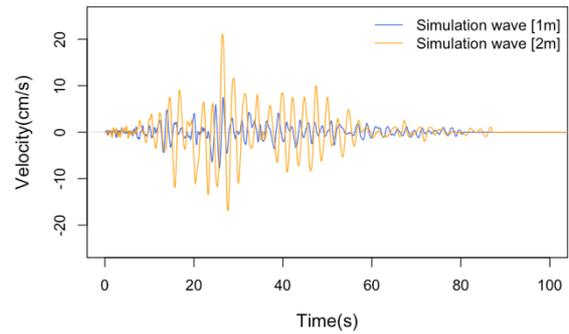


Fig.3 Simulated ground motions.

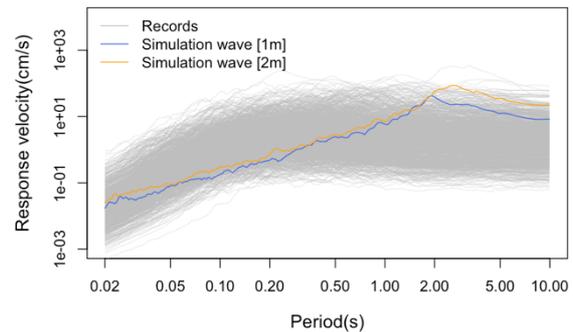


Fig.4 Response velocity spectrum

参考文献

- 1) Otake, Y., Shigeno, K., Higo, Y., Muramatsu, S.: Practical dynamic reliability analysis with spatiotemporal features in geotechnical engineering, *Georisk: Assessment and Management of Risk for Engineered Systems and Geohazards*, 1–16, 2021.
- 2) 宮本崇, 本田利器: 非線形応答値を特徴指標とした探索的な設計地震動の合成手法の鉄筋コンクリート橋脚モデルに対する適用性の考察, *土木学会論文集 A2 (応用力学)*, 67 巻, 2 号, p. I439-I449, 2011.
- 3) 宮本崇, 本田利器: JSdivergence に基づく地震動波形のクラスタリング手法による観測地震動記録群の分類, *土木学会論文集 A1 (構造・地震工学)*, 72 巻, 4 号, p. I810-I820, 2016.
- 4) Rezaeian and Der Kiureghian: Simulation of synthetic ground motions for specified earthquake and site characteristics, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 39(10), pp.1155-1180, 2010.
- 5) 糸井達哉, STAFFORD Peter J, 金子雅彦, 佐藤一郎: 地殻内地震の地震動時刻歴波形の統計的予測法, *日本地震工学シンポジウム論文集 (CD-ROM)*, 14th, ROMBUMNO.GO16-FRI-8, 2014.
- 6) Ikumasa Yoshida, Yukihiisa Tomizawa, Yu Otake: Estimation of trend and random components of conditional random field using Gaussian process regression, *Computers and Geotechnics*, Volume 136, 2021.
- 7) Echard B, Gayton N, Lemaire M: AK-MCS: an active learning reliability method combining kriging and Monte Carlo simulation, *Structural Safety*, 33:145 – 54, 2011.
- 8) Der Kiureghian, A: First- and Second-order Reliability Methods. Chapter 14 in *Engineering Design Reliability Handbook*, Eds. E. Nikolaidis, DM Ghiocel and S. Singhal, CRC Press, Boca Raton, FL, 2005.

洗掘被害を受けた直接基礎の活荷重作用時支持力破壊確率のベイズ推定 Reliability Assessment for Bearing Capacity of Shallow Foundation after Scouring under Live Load by Bayesian Inference

佐々木 優奈 (中央大・理工) 西岡 英俊 (中央大・理工)

笠原 康平 (鉄道総合技術研究所) 大竹 雄 (東北大・工)

Yuna SASAKI, Chuo University

Hidetoshi NISHIOKA, Chuo University

Kohei KASAHARA, Railway Technical Research Institute

Yu OTAKE, Tohoku University

E-mail: a17.g7kf@g.chuo-u.ac.jp

In recent years, along with heavy rainfall, damage to bridge foundations caused by scouring has increased. Even if residual displacement happens in the foundation, early emergency restoration is possible if residual bearing capacity can be secured. A previous study has proposed a Bayesian estimation method for the residual bearing capacity of spread foundations after scouring. This method enables us to predict load-settlement curves with small load levels. In this paper, we used the method to estimate the probability of failure during applied live load and investigate the difference in the probability of failure due to the size of the observation error.

1. はじめに

近年の豪雨災害の増加に伴い、特に戦前に建設された旧式河川橋脚の直接基礎の洗掘被害が増加している。洗掘被害が生じた場合には、一般には架替え等で復旧までに数ヵ月から年単位の長期間を要することが多いが、被災基礎を再供用することで最小限の補修により早期に応急復旧（運転開始）した事例（例えば、平成24年九州北部豪雨における久大本線隅上川橋梁¹⁾）もある。レジリエンス向上の観点からは、このような早期応急復旧技術の一般化は重要な取り組みであり、特にソフト的な観点では、被災後に残存支持力の大きさを迅速かつ必要十分な信頼性で評価して再供用の可否を判断する技術が必要とされる。

残存支持力の評価の基本的な考え方は、再供用時の活荷重相当の荷重を実際に載荷して不具合が無いことを確認するという考え方であり、上述の隅上川橋梁の事例でも載荷試験が実施された。また、西岡・大竹²⁾は、隅上川橋梁の事例を対象に、実際に経験した荷重までは確実に抵抗力を有するという情報をベイズ更新によって信頼性評価に反映するSurvival Analysisという手法により被災後の残存支持力の信頼性を定量的に評価した。ただし、これらの方法では載荷した荷重レベルを大きく上回る範囲まで精度よく外挿することは困難であり、早期復旧の観点からはより小規模な載荷試験によって活荷重作用時（あるいはそれ以上の荷重レベル）での信頼性を外挿して評価する技術が求められる。

このような背景から、西岡ら³⁾は被災後の直接基礎の残存支持力を評価するため、徐々に非線形化する滑らかな荷重変位関係をワイブル曲線によりモデル化した上で、単なる荷重ではなく荷重変位関係そのものをベイズ推定する手法を提案している。この手法は、荷重レベルが小さい範囲での荷重変位関係の観測情報から、未経験の荷重レベルまでの挙動を予測するとともに、その予測精度を確率分布として定量的に示す方法を提案するものである。本研究では、この手法のモデル化の精度向上を図ると共に、より具体的に活荷重未満の観測情報から活荷重作用時の支持力の破壊確率を算出した。また、観測誤差の違いが破壊確率の算出結果に及ぼす影響について検討した。

2. 荷重—変位曲線のモデル化とベイズ推定の考え方

被災した直接基礎の荷重 P （死荷重 D で正規化）と変位 S （基礎幅 B で正規化）の関係は、通常のワイブル曲線の原点をシフトした式(1)でモデル化する。

$$\frac{P}{D} = \frac{P_u}{D} \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{S/B - S_0/B}{S_u/B} \right)^m \right] \right\} \quad (1)$$

ここで、 P_u ：最大荷重、 S_u ：基準変位（降伏荷重 $P_y=0.63P_u$ での変位）、 m ：変位指数、 S_0 ：洗掘によって生じる初期変位である。

荷重変位関係自体の不確実性は、ワイブル曲線の各パラメータ (P_u , S_u , m , S_0) にそれぞれ事前確率分布を与えることで表現する。なお、各パラメータのうち変位指数 m は荷重変位関係の形状を決定するパラメータであり、本研究では実際の直接基礎橋脚の沈下計測事例や平板載荷試験結果に対するフィッティング結果から直接基礎らしい荷重変位関係がモデル化できる範囲として平均0.8、変動係数50%の対数正規分布とした。また、基準変位 S_u は、実際の直接基礎橋脚の沈下計測事例に対して変位指数を固定してフィッティングした結果から、 $S_u = a \times m^4 \times B$ の関係式で変位指数 m との相関を考慮するものとし、この係数 a に平均0.01、変動係数100%の対数正規分布の確率分布を与えることとした。初期変位は0から被災直後の観測変位（観測誤差含む）までの一様分布とし、正規化最大荷重 P_u/D は被災によって支持力が大幅に低下した可能性も考慮するため、平均1.5（概ね死荷重 D だけで降伏荷重 P_y に達する状態に相当）、変動係数100%の対数正規分布とした。

このように設定した事前確率分布に対して、被災直後の死荷重作用時 ($P/D=1.0$) および載荷試験時の変位の観測情報（観測値および観測誤差）を考慮した尤度関数を設定し、各パラメータおよびそれから求まる荷重変位関係の事後確率分布を粒子フィルタによるベイズ更新により段階的に推定する。なお、既報³⁾では、観測値・観測誤差をそれぞれ絶対変位として与えていたが、本研究では各測定段階（ステップ）での変位増分として個別に与えるように改良した。

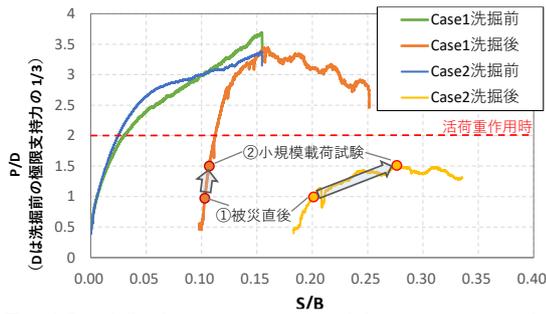


Fig. 1 Load-Settlement curves (model experiment results)

Table 1 Observed displacement in tests

	測定段階(ステップ)	載荷荷重	観測変位
Case1	ステップ①:被災直後	1.0D	0.103B
	ステップ②:小規模載荷試験	1.0D+0.5L=1.5D	0.107B
Case2	ステップ①:被災直後	1.0D	0.202B
	ステップ②:小規模載荷試験	1.0D+0.5L=1.5D	0.275B

D: 死荷重, L: 活荷重 (本研究では $L=D$ とする), B: 基礎幅

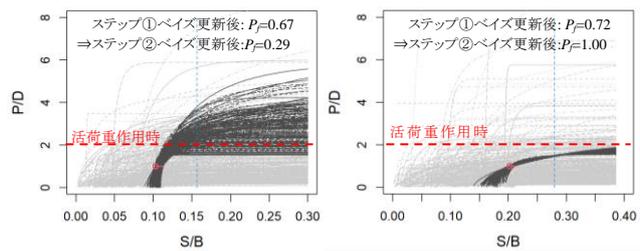
3. 模型実験結果への提案手法の適用

ここでは直接基礎模型を対象に洗堀被害の有無による荷重変位関係の違いを地盤条件が異なる2ケースで検討した模型載荷実験結果⁴⁾に対して提案手法を適用する。模型実験結果のうち、正規化した荷重変位関係を Fig. 1 に示す。ここで正規化荷重 P/D の算出に用いる死荷重 D は各地盤条件の洗掘前の極限支持力の $1/3$ とした (すなわち常時で支持力安全率 3.0 を確保している状態を模擬した)。実験結果は、Case1 は洗掘後も高い残存支持力を発揮しているが、Case2 では洗掘後の残存支持力が小さくなっている。

本研究では、これら2ケースの洗掘後の荷重変位関係に対して、ステップ①「被災直後の死荷重作用時」からステップ②「活荷重の $1/2$ までの小規模な載荷試験時」へと段階的に変位 (沈下量) の観測結果が得られたと想定して仮想的にベイズ推定を行った。そして得られた荷重変位関係から極限支持力を推定し、それが活荷重を下回る破壊確率 P_f を求めた。なお、隅上川橋梁では活荷重と死荷重は同程度であったことから、本研究では活荷重の大きさを死荷重と同一とした。また、極限支持力の推定値は、最大荷重 P_u ではなく、実験での被災後の荷重変位関係が最大値を示す変位 (Case1 : $0.157B$, Case2 : $0.279B$) での荷重とした。

各ステップの変位の具体的な観測値 (すなわち実験値) を絶対変位表示で Table 1 に示す。また、各ステップでの観測誤差は 0 からある上限値までの一様分布とし、これを観測値の相対変位に加算することで不確実性を考慮した。

各ケースの2ステップ分の観測情報 (観測誤差の分布上限はいずれも $0.01B$) を用いたベイズ推定で得られた荷重変位関係群を Fig. 2 に示す。Fig. 2 中の灰色は事前分布であり、多様な荷重変位関係の候補の中から、観測情報を満足する荷重変位関係に絞り込まれていることがわかる。また、Fig. 2 には活荷重作用時 ($P/D=2.0$) の破壊確率 P_f の推移も示しているが、ステップ①の被災直後 ($P/D=1.0$) の観測情報のみでは両ケースとも破壊確率は 0.5 を上回るものの 1.0 には達しておらず、この段階では再供用の可否は判断しきれない。ここからステップ② ($P/D=1.5$ の小規模載荷試験) の観測情報でベイズ更新を行うと、残存支持力が大きい Case1 では破壊確率 P_f が小さくなっており、再供用できる可能性が高まっていることが評価できていることがわかる。一方、残存支持力が小さい Case2 では破壊確率 P_f が 1.0 となっており、確実に再供用が不可能であることが判定できている。



(a)Case1(残存支持力・大)

(b)Case2(残存支持力・小)

Fig. 2 Load-Settlement curves (Bayesian updating results)

(灰色: 事前分布, 黒: ステップ②ベイズ更新後)

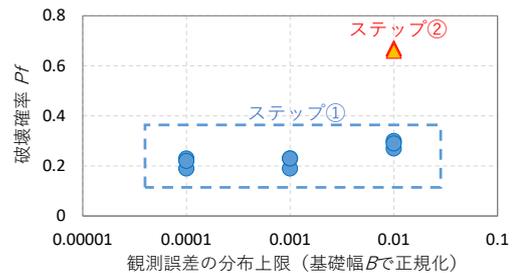


Fig. 3 Relationship between magnitude of observation error and failure probability

4. 観測誤差の大きさによる破壊確率 P_f の違い

実際の応急復旧の際には、被災直後の残留変位の計測は水準測量等を用いるのが一般的であり、数 mm オーダーから沈下量自体が大きい場合には数 cm オーダーの観測誤差が生じる。一方、載荷試験での変位増分の計測は、高精度な計測機器を用いれば計測誤差を 0.1mm オーダーまで減らすことも可能である。そこで、ここでは Case1 を対象に載荷試験時の計測精度を高めることによる破壊確率 P_f の違いについて検討した。具体的には、ステップ① (被災直後) の観測誤差の分布上限は $0.01B$ に固定し、ステップ② (小規模載荷試験時) の観測誤差の分布上限を、 $0.01B$, $0.001B$ と $0.0001B$ と変化させた。また、粒子フィルタの結果のばらつきの影響を確認するため、各ケースで3回ずつ実施した。

得られた観測誤差と破壊確率 P_f の関係を Fig. 3 に示す。ステップ②の観測誤差の分布上限を $0.01B$ から $0.001B$ に小さくすると P_f が約 7% 下がり、評価の信頼性が高まるが、もう1オーダー小さくする効果は小さいことがわかる。

5. おわりに

本研究では、直接基礎の洗掘後の残存支持力をベイズ推定する手法により、活荷重未達の観測情報を用いてベイズ更新を行うことで、荷重変位関係が絞り込まれることを確認した。また、観測誤差の大小による活荷重作用時の破壊確率の違いを検証し、活荷重作用後の変位増分の観測誤差を小さくすることで推定される破壊確率が低下することを確認した。

参考文献

- 西岡英俊, 篠田昌弘, 角雄一郎, 山手宏幸: 洗堀により沈下した直接基礎橋脚に対する鉛直載荷試験および列車走行試験, 第48回地盤工学研究発表会, pp.203-204, 2013.
- 西岡英俊, 大竹雄: 洗堀被害を受けた直接基礎橋脚の Survival Analysis による信頼性評価, 地盤工学会誌, Vol.69, No.7, pp.35-39, 2021.
- 西岡英俊, 佐名川太亮, 黒木悠輔, 大竹雄: 洗堀被害を受けた直接基礎の残存支持力のベイズ推定法の提案, 土木学会第73回年次学術講演会, pp.887-888, 2018.
- 黒木悠輔, 佐藤武斗, 西岡英俊, 佐名川太亮: 洗堀を模擬した直接基礎橋脚模型の載荷試験, 土木学会第73回年次学術講演会, pp.885-886, 2018.

河川堤防におけるパイピング耐性の空間変動モデリングと設計断面最適化 Spatial Fluctuation Modeling of Piping Resistance in River Levee

目時 雅隆 (東北大・工) 大竹 雄 (東北大・工) 肥後 陽介 (京都大・工) 吉田 郁政 (東京都市大・工)

Masataka METOKI, Tohoku University
Yu OTAKE, Tohoku University
Yosuke HIGO, Kyoto University
Ikumasa YOSHIDA, Tokyo City University
E-mail: masataka.metoki.r6@dc.tohoku.ac.jp

The river levee is a long and large structure that spreads linearly, and its performance as levee system is lost even when a local failure such as piping failure occurs. However, with the current design method, performance verification is only carried out on one cross section in a series of sections defined by several km sections, and the viewpoint of performance verification as a levee system is insufficient. As seen in the 2012 Yabe River breach, there is concern that piping danger points may be overlooked, so setting priority for countermeasures is important. In this study, we consider spatial interposition based on the actual data of the 34km-benchmark river levee, where the ground survey is carried out at high density, considering the autocorrelation of piping resistance and the inter-index correlation with the index observable from the levee surface. After that, we discuss the possibility of setting the optimum design cross section by introducing the concept of Bayesian optimization.

1. はじめに

平成24年の矢部川堤防の決壊は、「越水なき破堤」と呼ばれ、パイピング破壊に起因することが報告されている。線状に広がる河川堤防は、パイピング破壊のような局所的な破壊が生じた場合においても、河川堤防全体(システム)としての性能を消失する。一方、現行設計法¹⁾では、河川堤防を1km程度の区間に分割し、その区間内のある代表横断面でのみ照査する。そのため、パイピング破壊のような局所破壊を捉えるには不適切であり、パイピング破壊危険度の河川堤防に沿った縦断方向の変動特性を把握し、効果的な空間内挿法を確立することが重要と考えられる。

著者らは、情報が豊富に整理されているある1級河川の堤防34kmを対象に、パイピング破壊を対象とした信頼性解析を連続的に実施してきた。本研究では、パイピング危険度の空間変動特性を明らかにし、効果的な空間内挿法を提案する。具体的には、Yoshida et al.²⁾と富澤他³⁾の手法に基づき、パイピング破壊危険度の自己相関と、堤防表面から観測可能な指標との指標間相関を考慮した空間内挿の有効性を検証する。その上で、適応型実験計画(Echard et al.⁴⁾)の概念を導入し、最適設計断面設定の可能性を検討する。

2. 研究方法

ある一級河川堤防34kmを対象に、河口から中流域にかけて50m間隔(総計算断面数 $n=665$)で信頼性解析を実施する。信頼性で考慮する不確かさの中で、パイピング破壊に至る水位(限界水位)の分布を得た。ここではまず、限界水位の中央値に着目した空間内挿を議論する。対象堤防に沿った限界水位ベクトル \mathbf{h}_{cr} を下のように記述する。

$$\mathbf{h}_{cr} = [h_{cr}^{(1)}, h_{cr}^{(2)}, \dots, h_{cr}^{(n)}]^T$$

このベクトルの一部を観測し、その他を推定する問題を考える。ただし、 \mathbf{h}_{cr} の自己相関構造は複雑な構造を有しており、また設計断面(調査断面)は1km程度離れているため、限界水位の自己相関構造のみで内挿することは困難である。

ここでは、 \mathbf{h}_{cr} の自己相関構造と、河川堤防の形状や表層地盤の層厚等、堤防表面で観測可能な指標との指標間相関構造を同時に考慮したガウス過程回帰モデルを適用し、

\mathbf{h}_{cr} の空間内挿を行うこととした。河川堤防の総幅ベクトルを $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^n$ 、計画高水位による平均動水勾配ベクトルを $\alpha \in \mathbb{R}^n$ 、被覆土層(粘性土)の厚さベクトルを $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n$ として、これらの指標と \mathbf{h}_{cr} を束ねた状態量ベクトル $\mathbf{x} = [\ln(\Delta h_{cr})^* \ln(\mathbf{B})^* \alpha^* \mathbf{d}^*]^T$ を定義する。ここで Δh_{cr} は、 \mathbf{h}_{cr} から標高を差し引いた相対限界水位ベクトルである。 Δh_{cr} と \mathbf{B} は、正規分布に近づけるように対数変換している。また、各ベクトルで単位が異なるため、標準化(*は標準化を意味する)を行っている。

Fig.1は、状態量ベクトル \mathbf{x} の対散佈図を示している。

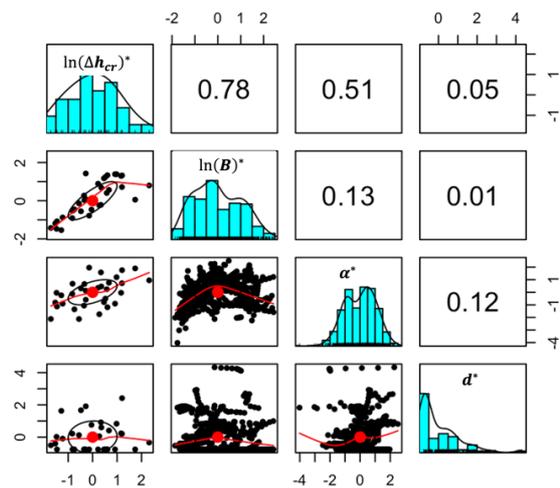


Fig. 1 Scatter plot of state quantity \mathbf{x} .

ここで \mathbf{x} を、平均値ベクトル $\bar{\mathbf{x}}$ 、事前情報の不確定性を表す確率変数ベクトル ω を用いて、次式で表現する。

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \omega \quad (1)$$

また、 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ をそれぞれ観測点と推定点における \mathbf{x} の部分ベクトルとすると、観測方程式を次式で表現できる¹⁾。

$$\mathbf{z} = [\mathbf{I} \quad \mathbf{0}] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{v} \quad (2)$$

ここで、 \mathbf{v} は観測量誤差である。いま、 ω と \mathbf{v} は平均0の正規分布に従い、共分散行列がそれぞれ \mathbf{M} と \mathbf{R} で与えられ、

互いに独立と仮定する。Rはハイパーパラメータとして扱うこととして、次に、Mのモデル化について解説する。まず、xに格納したある1つの指標*i*の共分散行列をMⁱとし、その要素を、自己相関を考慮して次のガウスカーネル関数で与える。

$$\mathbf{M}^i(s, s') = \sigma^2 \exp\left(-\left(\frac{s-s'}{\theta}\right)^2\right) \quad (3)$$

ここで、*s, s'*は位置座標である。また、 σ^2 は状態量分散で事前に標準化を行うため1.0とする。θは自己相関距離で、ハイパーパラメータとする。

さらに、指標*i, j*間の相関係数をρ_{*i, j*}、指標*i, j*間の共分散行列をM^{*i, j*}とし、その要素を、自己相関と指標間相関を考慮して次式で表現する。なおρ_{*i, j*}には、Fig.1の標本相関係数を与える。

$$\mathbf{M}^{i,j}(s, s') = \rho_{i,j} \cdot \sqrt{\mathbf{M}^i(s, s') \cdot \mathbf{M}^j(s, s')} \quad (4)$$

以上をもとに、状態量ベクトルx = [x₁, x₂]^Tの事後平均ベクトルx̂ = [x̂₁, x̂₂]^Tと事後共分散Pを次式で定める。

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} \\ \mathbf{M}_{12}^T \end{bmatrix} (\mathbf{M}_{11} + \mathbf{R})^{-1} (\mathbf{z} - \bar{\mathbf{x}}_1) \quad (5)$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} - \mathbf{M}_{11}(\mathbf{M}_{11} + \mathbf{R})^{-1}\mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} - \mathbf{M}_{11}(\mathbf{M}_{11} + \mathbf{R})^{-1}\mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{12}^T - \mathbf{M}_{12}^T(\mathbf{M}_{11} + \mathbf{R})^{-1}\mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{22} - \mathbf{M}_{12}^T(\mathbf{M}_{11} + \mathbf{R})^{-1}\mathbf{M}_{12} \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで、M₁₁, M₂₂, M₁₂はそれぞれ観測点のみ、推定点のみ、観測点及び推定点に関係する、Mの部分行列である。

次に、適応型実験計画の概念を導入した最適設計断面の選定方法を記述する。MCSの効率的サンプリング法²⁾を参考に、学習関数βが最小の地点を追加調査(設計)断面として選定する。地点*i*の学習関数β⁽ⁱ⁾を次式で定義する。

$$\beta^{(i)} = \frac{\mu_G^{(i)}}{\sigma_G^{(i)}} \quad (7)$$

ここで、μ_G⁽ⁱ⁾, σ_G⁽ⁱ⁾はそれぞれ地点*i*における性能関数G⁽ⁱ⁾の期待値と標準偏差である。G⁽ⁱ⁾は、越流破壊よりもパイピング破壊を先行させないという設計意図のもと定義する。

$$G^{(i)} = h_{cr}^{(i)} - h_0^{(i)} \quad (8)$$

ここで、h_{cr}⁽ⁱ⁾, h₀⁽ⁱ⁾はそれぞれ、地点*i*における限界水位の事後平均と堤防高さである。なお、h_{cr}⁽ⁱ⁾は式(5)で得られる。

3. 研究結果

交差検証法により、提案手法の有効性を検証するために、間引きデータを作成した。一般的な河川堤防の管理実態を想定し、大凡 1km 間隔で信頼性解析が実施されたと仮定して一部のデータを間引いた。そして、間引いていないデータを正解データと見立て、間引きデータを空間内挿したもの(予測値)と比較した。はじめに、Case1: 自己相関のみを考慮した場合、Case2: 自己相関及び指標間相関を考慮した場合の空間内挿比較結果を Fig.2 に示す。

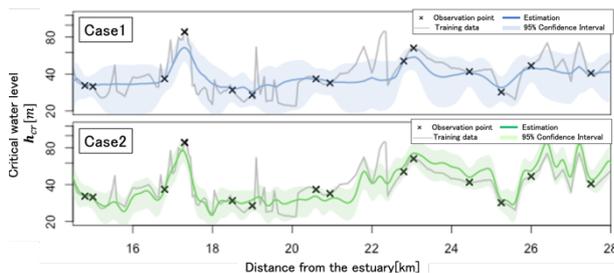


Fig. 2 Spatial interpolation results

なお両者の違いを強調するため、中流域の 15-28km 区間のみを示す。上段は Case1, 下段は Case2 の結果である。自己相関と指標間相関を考慮することで空間内挿の精度が向上していることが確認できる。

次に、Case2 のモデルに対して最適設計断面選定に関する試算を行った。ここでは、全地点のβ=2以上となるまで断面選定を繰り返した。なお、28km より上流は堤防の特性が変化するため、選定対象外としている。Fig.3 は、最適設計断面選定後の空間内挿結果(上図)と学習関数β(下段)を示している。図中の縦赤点線は、新たに選定された地点を表しており、その間隔から、15-25km 区間で集中的に選定されたことが分かる。なおこの区間は、旧河道や自然堤防が混在し、経験的に河川管理上の課題とされてきた治水地形区間である。

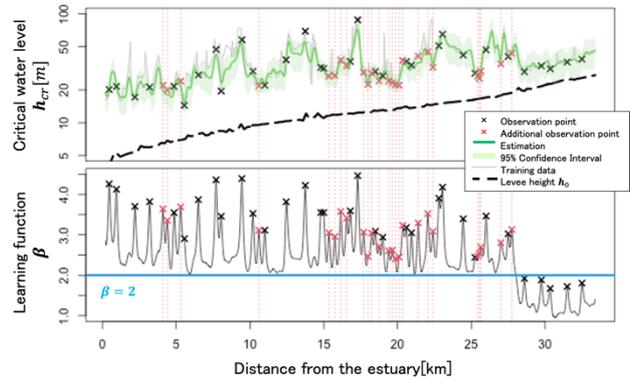


Fig. 3 Extraction of the design cross section.

4. 結論と今後の展望

本研究では、実データに基づき、河川堤防のパイピング破壊危険度の自己相関構造と、堤防表面から観測可能な指標との指標間相関構造を考慮したガウス過程回帰モデルを適用することにより、効果的な空間内挿を実現することができた。さらに、ベイズ最適化に基づいて、追加設計断面設定に関する簡便な試算を行い、パイピング危険箇所の絞り込み法として有効に機能する可能性を示した。

今後は、空間的な非定常性を考慮しうるモデルへの拡張とともに、階層ベイズ法の導入により統計的推定誤差を考慮したモデルへ拡張する予定である。

参考文献

- 1) 国土交通省河川局治水課. 河川堤防設計指針. 2007
- 2) Ikumasa Yoshida, Yukihisa Tomizawa, and Yu Otake. Estimation of trend and random components of conditional random field using gaussian process regression. Computers and Geotechnics, 136:104179, 2021.
- 3) 富澤幸久, 吉田郁政, 大竹雄. ガウス過程回帰を用いた複数の地盤物性値間の相関を考慮した空間分布推定 AI・データサイエンス論文集 2 (J2), 2021, 617-625
- 4) B. Echard, N. Gayton, and M. Lemaire. Ak-mcs: An active learning reliability method combining kriging and monte carlo simulation. Structural Safety, 33(2):145-154, 2011.

Risk evaluation for earth-fill dams due to heavy rains by response surface method

Shiying ZHENG, Okayama University

Shinichi NISHIMURA, Okayama University

Toshifumi SHIBATA, Okayama University

Email: shiying98122@yahoo.co.jp

1. Introduction

The breaching of the earth-fill dams due to natural disasters are frequently reported in recent years. After the disaster in July 2018, the Act on the Management and Conservation of Earth-fill dams was enacted in July 2019 by the Ministry of Agriculture, Forestry and Fisheries. It is necessary to select the earth-fill dams for disaster prevention and evaluate their failure risk. In this research, the probability of the levee breach is calculated using detailed analysis and response surface method for the selected 29 sites (Table.1), and finally evaluated the risk of the overflow failure.

2. Detail method to evaluate consequence

In order to calculate the risk of the earth-fill dam, the damage cost should be calculated using the detailed method. Using the flood analysis to show the flooded area about the earth-fill dam and its downstream area at first, collect the land use data and asset data in the same basin. Finally, calculating the estimated damage cost by superimposing the result of flood analysis and land use. Fig.1 shows the maximum inundation depth obtained from the flood simulation at a representative site.

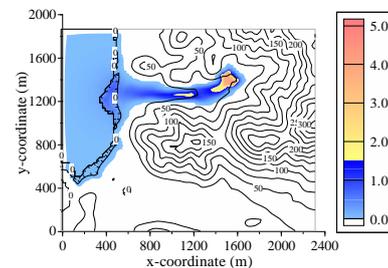
3. Response surface method to evaluate consequence

Since detailed analysis requires a lot of labor, this research propose a simple method to calculate the damage cost of the earth-fill dams. By determining the relationship between the response and 4 factors a, c, e, f, using cross validation to select the most appropriate one from all RS (shown as Table.2), and the one with the minimum error is shown as the Equation (1) from the variables requested by the regression methods of 29 ponds.

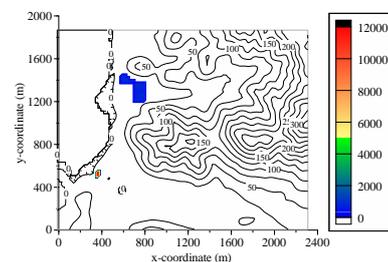
Table.1 10 examples of 29 sites

Pond	Flooding ability (m^3/s)	Basin area A (km^2)	Water storage (km^3)
O-A	2.121	0.634	39,000
O-B	0.735	0.268	11,000
O-C	1.724	0.192	57,000
O-D	2.298	0.534	29,400
O-E	2.025	0.321	17,000
H-A	2.62	0.24	10,300
H-B	0.35	0.11	12,000
H-C	0.23	0.709	13,700
H-D	3.04	0.193	49,600
H-E	1.96	0.32	66,210

O-: Okayama, H-: Hiroshima



(a) Submergence depth (m)



(b) Damage cost (1,000JPY)

Fig.1 Result of Flood simulation.

The cost of damage=

$$\begin{aligned} & -1.04 \times 10^6 \ln a - 5.02 \times 10^7 \ln c + 5.64 \times \\ & 10^6 \ln a \cdot \ln c + 1.67 \times 10^3 e + 1.07 \times \\ & 10^4 f \quad (a < 11000) \quad (1) \\ & -7.30 \times 10^4 \ln a - 2.33 \times 10^7 \ln c + 2.01 \times \\ & 10^6 \ln a \cdot \ln c - 6.29 \times 10^2 e + 4.29 \times \\ & 10^3 f \quad (a > 11000) \end{aligned}$$

a : effective water storage (km³)

c : median gradient of the main inundation channel (%)

e : average density of the number of households in the inundation area (households /km²)

f : average density of employees in the flooded area (person/km²)

The comparison of damage cost by two methods is shown as Fig.2.

4. Probability of failure and risk assessment

As for the probability of breach breakage, the breach is assumed to be an overflow. The probability of levee breakage is generally expressed as the probability of overflow occurring multiplied by the cost of damage. In order to make the calculate of levee probability a high accuracy, the levee breakage probability is corrected by considering the storage function method and storage effect.

The following formula is used to calculate the peak flood discharge

$$Q_p = \frac{Q_L \cdot A}{3.6} \quad (2)$$

Q_p : peak flood flow (m³ / s), A : catchment area (km²),

Q_L : outflow of earth-fill dams (m³ / s),

The conditions of the limit that the reservoir overflows are as follows. Q_d means design flood flow

$$P_f = \text{Prob}[Q_d < Q_p] \quad (3)$$

The calculated levee risk and ranking of 29 earth-fill dams in detailed approach and the response surface methods are shown in the Fig.3. According to the Figure, the risk of Okayama seems to be lower, but the risk ranking is scattered over a wide range.

5. Conclusions

In this research, the damage cost of 29 ponds is estimated using detailed analysis and response surface method. According to the risk evaluation,

Table.2 Error of damage cost

Response surface	Function type of response surface	Error of damage cost (1,000 JPY)
1	$x_a a + x_c c + x_e e + x_f f$	41,620,605
2	$x_a \ln a + x_c \ln c + x_{ac} \ln a \cdot \ln c + x_e e + x_f f$	40,805,706
3-a7000	$x_a a + x_c c + x_e e + x_f f$	46,797,710
3-a11000	$x_a a + x_c c + x_e e + x_f f$	40,700,785
4-a7000	$x_a \ln a + x_c \ln c + x_{ac} \ln a \cdot \ln c + x_e e + x_f f$	42,687,394
4-a11000	$x_a \ln a + x_c \ln c + x_{ac} \ln a \cdot \ln c + x_e e + x_f f$	33,549,979
5-1	$x_a a + x_c c + x_{ac} a \cdot c + x_e e + x_f f$	43,308,141
5-3-a-7000	$x_a a + x_c c + x_{ac} a \cdot c + x_e e + x_f f$	45,458,434
5-3-a11000	$x_a a + x_c c + x_{ac} a \cdot c + x_e e + x_f f$	37,686,107

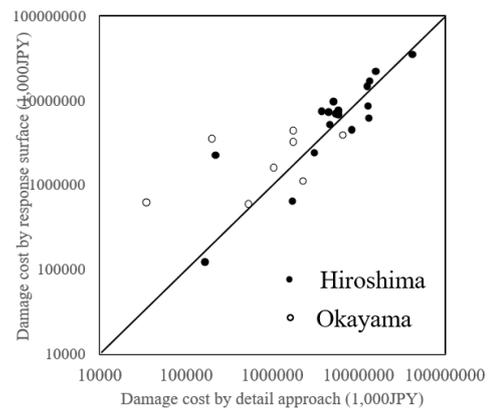


Fig.2 Comparison of damage cost by two methods

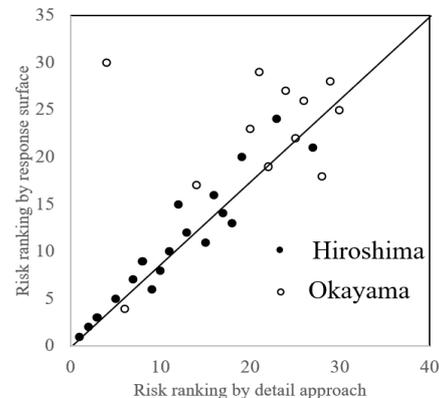


Fig.3 Risk ranking by two methods

two methods could present similar order of the risk, and the response surface method is clarified to be possibly applied to determine the priority of the renovation works of the earth-fill dams.

REFERENCES

Mizuma, K., *et al.*. Simplified method for estimating risks due to earth-dam breaches using response surface method IRRIGATION, DRAINAGE AND RURAL ENGINEERING JOURNAL Volume.84 No.1 p. I_47-I_55, 2016

大規模土留めにおける情報化施工支援システム開発のための 線形システム型代理モデルの構築

A Linear System-Surrogate Model for the Development of Autonomous Data Oriented Construction Support System for Large-Scale Earth Retaining

児玉 真乃介 (株式会社日建設計シビル) 齊藤 大雅 (東北大・工) 大竹 雄 (東北大・工)
Shinnosuke KODAMA, Design Dept., Engineering Div, NIKKEN SEKKEI CIVIL ENGINEERING LTD
Taiga SAITO, Tohoku University
Yu OTAKE, Tohoku University
E-mail: kodama.shinnosuke@nikken.jp

In order to develop a robust design method and a real-time control system for large-scale earth retaining structures, a hybrid surrogate calculation model that combines the DMD algorithm and the theory of beams on elastic floors is developed. Four simple ground heterogeneity scenarios were prepared and the effectiveness of the proxy calculation model was verified numerically.

1. はじめに

大規模な土留め工の施工時には、掘削作業を行うため長時間広大な空間を確保すること(使用性)とともに、土留め工の崩壊を防ぐこと(安全性)の両面の性能が求められる。土留め工周辺における地盤の不確実性が、土留め工の性能に影響を与える要因の一つである。設計段階では地盤の分布を全て把握することが困難であるため、地盤由来の不確実性に対してロバスト性(鈍感さ)を有した構造設計が求められる¹⁾⁻³⁾。この問題に対して、設計段階で決める構造条件だけでなく、施工時の観測結果を通して現場固有の環境条件を逐次把握するとともに、将来の予測結果に適した制御を実施することが望ましい。

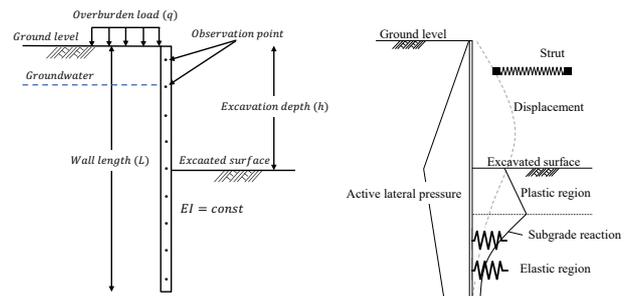
近年では、データ駆動科学が急速に発展し、膨大な時間空間情報から有意な原理を解明することにより、複雑な物理現象を短時間で代理計算することが可能となっている。データ駆動科学手法の一つである動的モード分解(DMD; Dynamic Mode Decomposition)^{4),5)}は、動的かつ複雑な非線形物理を時間および空間に変数分離し、固有値に支配されるモードの重ね合わせで表現する次元縮約モデルである。時間発展が指数関数により近似されるため、対象システムの将来挙動が単純化されており、対象物理の将来発展を考慮した最適制御を効率的に実施できる可能性がある。

本研究では、数値計算結果から得られる土留め壁の変位挙動を学習データとして、DMD アルゴリズムと弾性床上の梁理論を融合したハイブリッド型の代理計算モデルを構築する。代理モデルは、線形の微分方程式(線形システムと呼称する)の形に落とし込む点に特徴がある。この特徴により、最適化理論へ連結することが容易にできるため、将来的にロバスト設計法やリアルタイム制御モデルの構築を視野に入れている。

2. 数値計算の問題設定

Fig1(a)は、本研究で対象とする土留め壁を模擬した図である。壁長さ $L=20\text{m}$ 、掘削深さ $h=10\text{m}$ 、水位 $GL-1\text{m}$ 、壁のヤング率 $E=2.0 \times 10^8\text{kN/m}^2$ 、壁の断面2次モーメント $I=6.9 \times 10^{-4}\text{m}^4$ を想定した仮想の土留め工である。土留め壁の変位計算法は、Fig1(b)に示す弾塑性法を用いる³⁾。土留め壁は、梁モデルで、地盤はバネでモデル化される。背面地盤には、主働土圧から静止土圧を差し引いた有効側圧を作用させ、掘削側(抵抗側)の地盤反力は、せん断強度を上限値とした完全弾塑性バネのモデルが採用される。

変形係数に空間的バラツキを与え、確率過程により生成した4ケースの地盤シナリオに対して、DMDによる土留め工の数値モデルに基づいた線形システム代理モデルを構築する。この時、空間的バラツキが線形システム代理モデルに与える影響について考察する。また、上載荷重を $0\text{kN/m}^2 \sim 30\text{kN/m}^2$ の範囲で、 $\Delta q=1\text{kN/m}^2$ 毎に増加させたときの変位挙動を評価する。



(a) Earth retaining works (b) The elasto-plastic method
Fig. 1 Conceptual diagram.

3. 代理計算モデルの定式化

ある地盤シナリオ i について、下式の線形システムで壁変位分布 \mathbf{u}_i の時間発展を近似する。なお、 \mathbf{u}_i は、各節点のねじりと回転角を格納するため $2n$ 次元ベクトルと定義する。

$$\frac{d}{dt}\mathbf{u}_i = \mathbf{A}_i^* \mathbf{u}_i + \mathbf{B}\mathbf{f} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{A}_i^* \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ は、壁の変位ベクトル $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^{2n}$ の時間発展行列、 $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^{2n}$ は壁の変形を抑制するための強制荷重ベクトル、 $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ は任意地点からの単位強制荷重に対する土留め壁変形ベクトルを列方向に並べた行列で、強制荷重用素と呼称する。ここで強制荷重用素は、壁の諸元のみから決定されると仮定する。

$$\mathbf{B} = \mathbf{K}_w(E_w, I_w, L_w)^{-1} \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{K}_w(E_w, I_w, L_w)$ は、壁を弾性床上の梁でモデル化する場合の剛性マトリクスで、壁の剛性(E_w, I_w)と壁の長さ(L_w)から計算することができる。

$\mathbf{B}\mathbf{f}$ は与条件として与えるため、線形システム代理モデルの構築は、時間発展行列 \mathbf{A}_i^* を定める問題に帰着する。本研究では、 \mathbf{A}_i^* を以下の過程により求めることを提案している。

(1) 自立状態の壁の変形時間発展のモデル化

自立状態(ストラットが配置されていない状態)の壁の変位ベクトル $\mathbf{u}_{0,i}$ の時間発展行列 $\mathbf{A}_i \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ に着目する。 \mathbf{A}_i は弾塑

性法の解析結果として得られる壁の変位分布の時間的な変化から、動的モード分解 (DMD) により導出する。なお、DMD アルゴリズムの詳細は文献 4), 5)を参照されたい。

$$\frac{d}{dt}\mathbf{u}_{0,i} \approx \mathbf{A}_i\mathbf{u}_{0,i} = \Phi_{r,i}\Lambda_{r,i}\Phi_{r,i}^\dagger\mathbf{u}_{0,i} \quad (3)$$

ここで、 $\Phi_{r,i} \in \mathbb{C}^{2n \times r}$ は時間に依存しない DMD 空間モード関数、 $\Lambda_{r,i} \in \mathbb{C}^{r \times r}$ は対角項に固有値を並べた行列、 $\Phi_{r,i}^\dagger$ は $\Phi_{r,i}$ の擬似逆行列である。DMD 空間モード関数は、固有値が大きいものを r 個取り出すことで、次元圧縮近似する。

以上より、ある時間 k の壁変位ベクトル $\mathbf{u}_{0,i}(t_k)$ は、初期の壁変位ベクトル $\mathbf{u}_{0,i}(t_0)$ を用いて下式で計算することができる。

$$\mathbf{u}_{0,i}(t_k) = \Phi_{r,i}\Lambda_{r,i}^k\Phi_{r,i}^\dagger\mathbf{u}_{0,i}(t_0) \quad (4)$$

(2) 切梁配置時における壁の変形時間発展のモデル化

弾塑性法では、壁は梁モデル、地盤はバネでモデル化され、掘削側(抵抗側)の地盤反力は、せん断強度を上限値とした完全弾塑性モデルが採用される。基本的にこのモデルを踏襲するが、地盤の非線形性については、下式のように等価線形モデルで近似する。

$$\mathbf{P}_{sa} = \mathbf{K}_{0,i}\mathbf{u}_{0,i} = \mathbf{K}_i\mathbf{u}_i \quad (5)$$

$$\mathbf{K}_{0,i} = \mathbf{K}_w + \mathbf{K}_{c,i}^{EL} \quad (6)$$

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{K}_w + \mathbf{K}_{c,i}^{EL} + \mathbf{K}_{st} \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{P}_{sa} \in \mathbb{R}^{2n}$ は外力ベクトル(有効主働側圧ベクトル)、 $\mathbf{K}_{0,i} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ は自立状態の剛性マトリクス、 $\mathbf{K}_i \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ はストラットを配置した剛性マトリクスである。それぞれ壁の剛性マトリクス $\mathbf{K}_w \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ 、地盤の分布バネマトリクス $\mathbf{K}_{c,i}^{EL} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ 、切梁の剛性マトリクス $\mathbf{K}_{st} \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$ の線形和で表現する。なお、上付きの"EL"は等価線形を意味し、 $\mathbf{K}_{c,i}^{EL}$ は地盤が線形かつ空間変動がない場合を想定した等価線形化地盤の分布バネマトリクスである。

\mathbf{P}_{sa} は、切梁の配置の有無に依存しないので、切梁配置時の変位ベクトル \mathbf{u}_i は、 $\mathbf{u}_{0,i}$ を用いて下式より得ることができる。

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{K}_i^{-1}\mathbf{K}_{0,i}\mathbf{u}_{0,i} = \mathbf{T}_{k,i}\mathbf{u}_{0,i} \quad (8)$$

以上より、線形システム代理モデルは、下式で記述し直すことができる。

$$\frac{d}{dt}\mathbf{u}_i = \mathbf{A}_i^*\mathbf{u}_i + \mathbf{B}\mathbf{f} = \mathbf{T}_{k,i}\mathbf{A}_i\mathbf{u}_{0,i} + \mathbf{B}\mathbf{f} \quad (9)$$

提案モデルは、自立状態を対象とした DMD 学習に基づいているため、次元圧縮が大きく期待される。

なお、不均質地盤シナリオを入力値とした数値解析に基づき $\Lambda_{r,i}$ の期待値と分散が得られると仮定すると、 $\mathbf{A}_{r,i}$ の期待値と分散は解析的に計算することができる。

4. 数値計算の結果

Fig2 は、4 ケースの地盤シナリオに対して自立状態を仮定した弾塑性解析から DMD 空間モード関数と時間発展(固有値)を計算した結果を示している。空間モード関数に大きな違いがないことから、地盤の不均質性の影響が空間モード関数に対して鈍感であることが分かる。Fig3 は、弾塑性法値と2つの主要モードのみを用いた代理計算値を重ねて示した図である。ほぼ完全に弾塑性法値を再現していることから、提案手法の有効性が確認できる。Fig4 は、4 ケースの地盤シナリオと同じ条件下における予測の期待値と1標準偏差の範囲を示した図である。1標準偏差の範囲に4ケースの地盤シナリオの応答が含まれていることから提案手法の妥当性が伺える。

5. まとめ

本研究では、掘削完了後に上載荷重が増加するプロセス(時間発展)における土留め壁の変位挙動を効率的に予測

する代理計算モデルを開発した。代理計算モデルは線形システムであるため、ロバスト設計法やリアルタイム制御モデルに対して有効な方法であると考えられる。今後は、掘削過程も対象とした代理モデルへ拡張を目指す。

参考文献

- 1) Shih-Hsuan Wu, Chang-Yu Ou, Jianye Ching, and C. Hsein Juang. Reliability-based design for basal heave stability of deep excavations in spatially varying soils. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 138(5):594–603, 2012.
- 2) Jianye Ching, Kok-Kwang Phoon, and Shung-Ping Sung. Worst case scale of fluctuation in basal heave analysis involving spatially variable clays. *Structural Safety*, 68:28–42, 2017.
- 3) Otake, Y., Kodama, S. and Watanabe, S. (2019): Improvement in the information-oriented construction of temporary soil-retaining walls using sparse modeling, *Underground Space*, 4, 3, 210-224
- 4) J. Nathan Kutz, Steven L. Brunton, Bingni W. Brunton, and Joshua L. Proctor. *Dynamic Mode Decomposition: Data-Driven Modeling of Complex Systems*. SIAM-Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 2016.
- 5) Arai, Y., Muramatsu, S., Yasuda, H., Hayasaka, K. and Otake, Y. (2021): Sparse-Coded Dynamic Mode Decomposition on Graph for Prediction of River Water Level Distribution, *ICASSP, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing Proceeding*, 3225-3229.

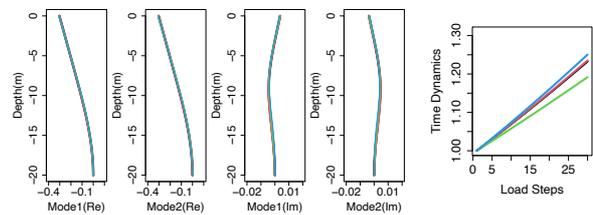


Fig. 2 DMD spatial mode and time evolution (eigenvalues).

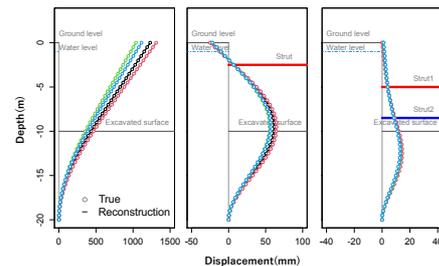


Fig. 3 Reconstruction results.

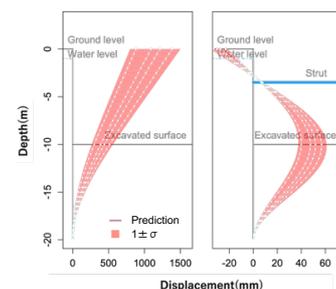


Fig. 4 Prediction results.

Common session | Organized Session(数値解析の検証と妥当性確認 (V&V)、不確かさ評価)

数値解析の検証と妥当性確認 (V&V)、不確かさ評価

座長:中井 健太郎(名古屋大学)

Sat. May 28, 2022 1:00 PM - 3:15 PM Meeting room C (Online)

[2C12-20-01] Coupled DEM-LBM Simulation of Underwater Drop of Various Shaped Objects

*Yutaka Fukumoto¹, Takatoshi Kiriya² (1. Nagaoka University of Technology, 2. Institute of Technology, Shimizu Corporation)

1:00 PM - 1:15 PM

[2C12-20-02] Monte Carlo Simulation with A Surrogate Model for Non-Linear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beam

*Junki Hanyu¹, Takumi Ashida¹, Mao Kurumatani¹ (1. Ibaraki University)

1:15 PM - 1:30 PM

[2C12-20-03] Code Verification and Calculation Verification for Non-linear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beam

*Eigo Watanabe¹, Mao Kurumatani¹ (1. Ibaraki University)

1:30 PM - 1:45 PM

[2C12-20-04] Analysis of Factors in Shear Fracture Behavior of Reinforced Concrete Beam

*Yohta Kawachi¹, Mao Kurumatani¹ (1. Ibaraki University)

1:45 PM - 2:00 PM

[2C12-20-05] Gauge Configuration Optimization for Early Detection of Tsunami Scenario

*Saneiki Fujita¹, Reika Nomura², Yu Otake¹, Shunichi Koshimura², Shuji Moriguchi², Kenjiro Terada² (1. School of Engineering, Tohoku University, 2. International Research Institute of Disaster Science, Tohoku University)

2:00 PM - 2:15 PM

[2C12-20-06] Real time tsunami risk evaluation of the Cascadian Subduction Zone using POD and Bayesian update

*Louise Ayako Hirao Vermare¹, Saneiki Fujita¹, Reika Nomura¹, Yu Otake¹, Shuji Moriguchi¹, Kenjiro Terada¹, Randall LeVeque² (1. Tohoku University, 2. University of Washington)

2:15 PM - 2:30 PM

[2C12-20-07] Calculation Verification of Computational Model for Simulation of Tunnel Excavation in Heterogeneous Ground

*Hiroki Kamada¹, Yasuhisa Aono¹, Hideyuki Sakurai¹ (1. SHIMIZU CORPORATION Institute of Technology)

2:30 PM - 2:45 PM

[2C12-20-08] Computational Efficiency of Stochastic Collocation Method by Assessment of Dispersion of Brittle Crack Propagation

*Tatsuhiko Inaoka¹, Yuichi Shintaku¹, Kenjiro Terada² (1. University of Tsukuba, 2. Tohoku University)

2:45 PM - 3:00 PM

[2C12-20-09] Modeling of Photoacoustic Wave Generation and Propagation Using Finite Integration Technique and Its Experimental Validation

Akihiro Miki¹, Taizo Marurama¹, *Kazuyuki Nakahata¹ (1. Ehime University)

3:00 PM - 3:15 PM

物体形状に着目した水中落下実験の DEM-LBM 連成モデルによる再現解析 Coupled DEM-LBM Simulation of Underwater Drop of Variously Shaped Objects

福元 豊 (長岡技術科学大) 桐山 貴俊 (清水建設(株) 技術研究所)

Yutaka FUKUMOTO, Nagaoka University of Technology
Takatoshi KIRIYAMA, Institute of Technology, Shimizu Corporation
E-mail: yfukumoto@vos.nagaokaut.ac.jp

This paper presents the simulation of an underwater drop experiment using a coupled DEM-LBM model in two-dimensional conditions, focusing on object shapes. The shapes of the objects are circular, rectangular, and L-shaped, and the dropping behavior of these objects is measured by image analysis in the model experiment. By comparing the results, the validity of the coupled solid-fluid model based on the DEM-LBM is investigated. The characteristics of the underwater drop experiment as a method of validation are also discussed.

1. はじめに

土木工学分野において固体-流体連成の数値解析モデルが適用される問題には、豪雨時の流木と河川の流れや地震時の漂流物と津波など、固体の物体形状を考慮すべき場面が多い。また、土粒子と間隙水の微視的な相互作用から浸透破壊や液状化現象を考える場合にも、固体である土粒子の持つ複雑な形状を流体中で考慮することが重要となる。しかし、高度な連成手法が数多く提案される一方で、物体形状を考慮した固体-流体連成の数値解析モデルの妥当性を確認する方法は十分に整理されていない。

このような背景のもと、本報では、物体形状に着目した水中落下実験の再現解析を DEM-LBM (個別要素法-格子ボルツマン法) 連成モデルを用いて 2次元条件で実施した。参照した水中落下実験¹⁾では、円筒、角柱、L字型の3種類の形状が取り扱われており、これらの物体の落下挙動を画像解析により計測している。結果を比較することで、DEM-LBM による固体-流体連成モデルの妥当性を確認するとともに、今回の水中落下実験の特徴を考察した。

2. 水中落下実験

提案する固液連成計算法の妥当性を確認する目的で、水中を落下する固体の観察実験の結果¹⁾を利用した。Fig. 1に示すアクリル箱は内寸で、高さ 350mm、幅 250mm、奥行き 100mm である。落下体は、円筒、角柱、L字型の3種が用意され、外形寸法が 50mm に統一されている。落下体の奥行きはアクリル箱の内寸 100mm に対して、98mm であり、壁面摩擦が生じない形状である。実験手順としては、アクリル箱に液体として水道水を高さ 340mm まで満たし、底面から 250mm の位置で固定した落下体を自由落下させる。実験開始と共に落下体を落下させ、その過程を正面から高速度カメラで撮影する。落下体に設置した標点を撮影した高フレーム画像に対し、パターンマッチングによる画像解析を施すことで、標点座標値の時刻歴を取得する。計測回数は、各形状ごとに 10 回ずつである。

3. DEM-LBM 連成モデルによる再現解析

水中落下実験の再現解析には、DEM と LBM を連成した 2次元モデルを用いた²⁾。本検討における LBM による流体計算の解像度は、Fig. 2 のように物体を構成する固体の円形粒子の大きさ以下となり、格子幅 h (m) は固体粒子直径 D (m) よりも小さい値を設定する。固体と液体の移動境界面の取り扱いと、固体に作用する流体力の算出には、Partially saturated-cells model を採用した²⁾。また、LBM の

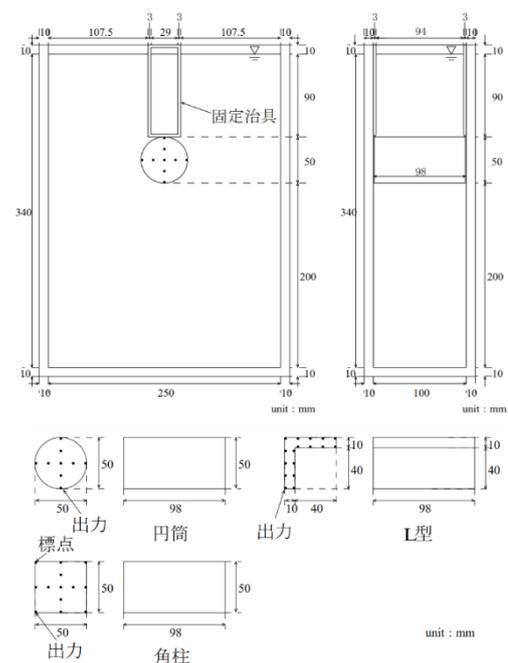


Fig. 1 Initial setup of model experiment of underwater drop.¹⁾

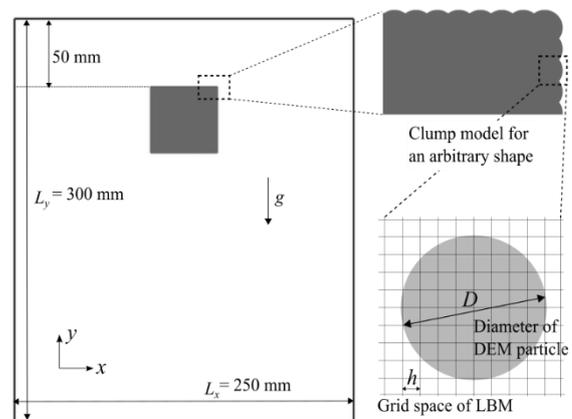


Fig. 2 Initial setup of numerical simulation in 2-D condition.

衝突項の計算には、Regularized model を導入した³⁾。解析領域を模型実験のアクリル箱の寸法に一致させた条件で、円筒、角柱、L字型の3種類の形状に対する解析を実施した。今回は、 $h = 1.0 \times 10^{-4}$ (m) の条件での結果を示す。

4. 結果の比較

本報では、紙面の都合上、物体形状が角柱の場合とL字型の場合の結果の一部を示す。Fig. 3は、図中の参照点のy座標の時系列変化を示したグラフである。灰色のプロットは計10回の実験結果を示し、青色のプロットは数値解析結果を示している。Fig. 4は、x-y平面における参照点の落下の軌跡を描いたもので、落下途中の流速分布もあわせて示した。Fig. 3と同じく、灰色のプロットは実験結果、青色のプロットは数値解析結果を示している。

まずは、角柱の実験結果に着目する。角柱は初期位置での姿勢を変えずにアクリル箱の底面に着地し、着地後は底面と接触したまま水平方向に移動する様子が見られた。Fig. 3(a)の実験結果では、y座標の時系列変化が10回の試行でほぼ一致し、再現性の高い結果を示した。一方、Fig. 4(a)のx座標の変化を含めた落下の軌跡では、アクリル箱の底面に近づくにつれて結果のばらつきが大きくなる様子が見られた。これは、水平方向の初期位置の僅かな違いが原因となり、その違いが落下が進むにつれて拡大したことが理由であると考えられる。

角柱と同じ傾向は、Fig. 3(b)とFig. 4(b)に示すL字型の実験結果でも確認された。ただし、L字型の場合は、初期位置での姿勢から反時計回りに半回転して、アクリル箱の底面に着地した。Fig. 4(b)からは、10回の試行全てにおいて、 $y = 150\text{mm}$ 付近の高さで回転が生じたことがわかる。

これらの実験結果に対する数値解析の結果は、Fig. 3(a)、(b)より、角柱の場合は実験との良い一致が見られたが、L字型の場合は0.6~1.2秒付近で実験結果とのずれが見られた。これは、Fig. 4(b)より、数値解析では $y = 150\text{mm}$ 付近よりも低い位置で落下体の回転が生じたことが原因である。L字型のように落下中に回転が生じる場合には、2次元の数値解析では考慮できない落下体の奥行方向の面と流体との相互作用の影響が大きくなる可能性がある。

5. おわりに

今後は、流体計算の解像度 ($L_x/h, L_y/h$ の値)、固体に対する流体計算の解像度 (D/h の値)、LBMの衝突項に適用するモデルの組み合わせ、などを変えた検討を実施する予定である。また、2次元DEM-LBMとは異なる方法で今回と同じ問題を解くことができれば、連成手法ごとの特徴を考察できると考えられる。

参考文献

- 1) 桐山貴俊, 福澤大輔: LBM-MPMを用いた固液連成解析法の定式化および妥当性確認, 計算工学講演会論文集, 23, pp.1134-1139, 2018.
- 2) Y. Fukumoto, H. Yang, T. Hosoyamada and S. Ohtsuka: 2-D coupled fluid-particle numerical analysis of seepage failure of saturated granular soils around an embedded sheet pile with no macroscopic assumptions, Computers and Geotechnics, 136, 104234, 2021.
- 3) T. Kitao, Y. Fukumoto, K. Fujisawa, A. Jewel and A. Murakami: Validation of LBM simulation of saturated seepage flow through 3D-printed homogeneous porous medium for fluid-particle coupled analysis, Acta Geotechnica, 16, pp.2643-2656, 2021.

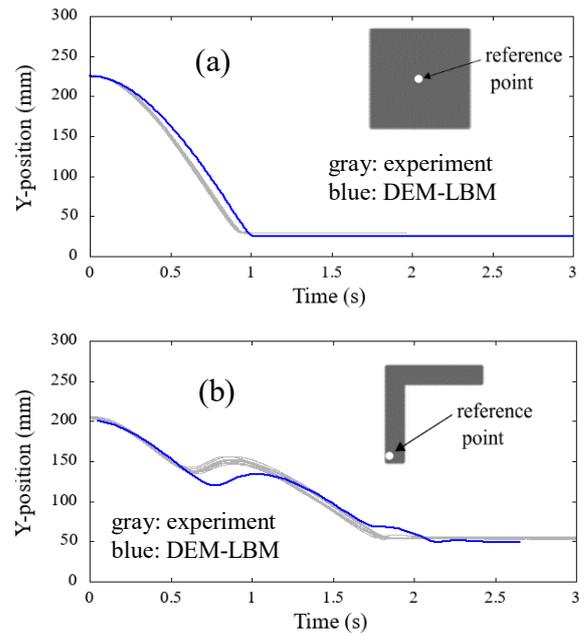


Fig. 3 Evolution of y-position of reference point with time. (a) Square object. (b) L-shaped object.

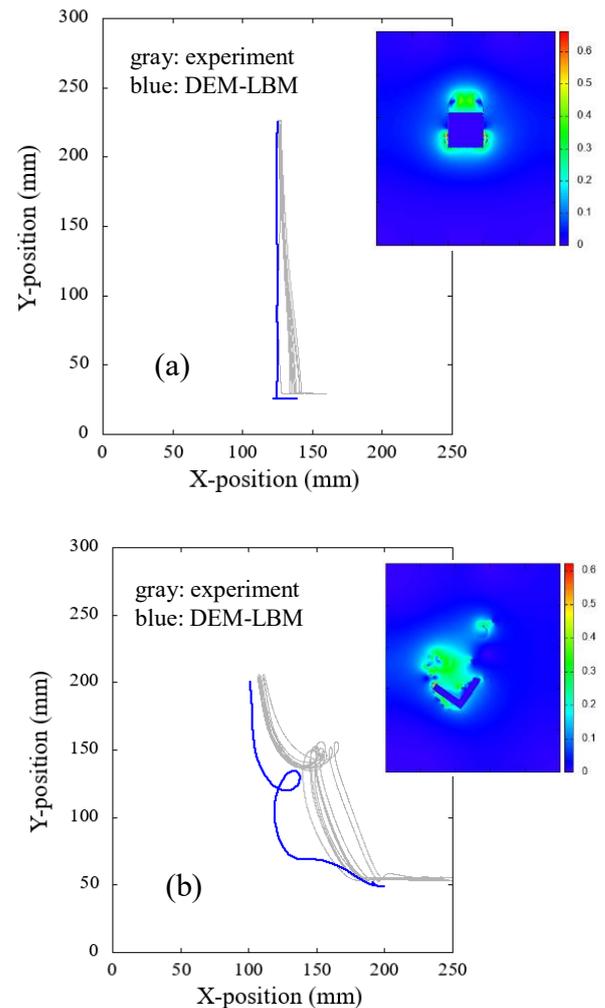


Fig. 4 Falling trajectory in x-y coordinate and distribution of flow velocity. (a) Square object. (b) L-shaped object.

鉄筋コンクリートはりの非線形有限要素解析に対する代替モンテカルロ法 Monte Carlo Simulation with A Surrogate Model for Non-Linear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beam

羽生 隼輝 (茨城大・工) 芦田 拓海 (茨城大・工) 車谷 麻緒 (茨城大・工)

Junki HANYU, Ibaraki University
Takumi ASHIDA, Ibaraki University
Mao KURUMATANI, Ibaraki University
E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp

A surrogate model for non-linear finite element analysis of reinforced concrete beam is proposed. The model is formulated based on the response surface methodology and can approximate the results of non-linear finite element analysis with a second-order accuracy. Monte Carlo simulation can be performed with a low computational cost by using the surrogate model instead of the non-linear finite element analysis. The proposed approach is also useful for the uncertainty quantification in the verification and validation.

1. はじめに

米国機械学会 (ASME) では V&V (Verification & Validation) とよばれる数値解析の信頼性を保証するための方法がガイドライン ASME V&V 10 (以下, VV-10) に示されている. とくに Validation では実験と数値解析で生じる不確かさを定量化し, 妥当性を確認する方法が示されている. 具体的には, 実験の場合では, 複数回実施した実験結果は, 同じ結果にはならず, ばらつきのある結果となる. 実験結果がばらつく要因としては, 実験者の熟練度や試験体の形状における誤差などがあるが, 主要な要因として材料の不確かさが考えられる. 一方, 数値解析の場合では, 材料試験結果から決定する材料パラメータの取り得る値の範囲内で, 数値解析を複数回実施することで, 材料パラメータの不確かさを含めた解析結果が得られる. すなわち, 実験と数値解析の双方において, 不確かさの一つである材料のばらつきに着目して, 実験と数値解析の双方で複数回実施することで, 不確かさを含めた実験結果と解析結果の比較ができる. VV-10 では, 材料の不確かさを含めたモンテカルロシミュレーションと複数回の実験により, それぞれの不確かさを定量化を行った実例が紹介されている¹⁾. しかし, 非線形有限要素解析は, 一般的に計算コストが高いことからモンテカルロシミュレーションを実施することは現実的ではないという課題がある.

そこで, 本論文では, 低い計算コストでモンテカルロシミュレーションを代替する方法を提案する. 具体的には, 曲げ破壊型鉄筋コンクリート (RC) はりを対象に, 解析結果を短時間で精度よく出力可能な代替モデルを作成する. 応答曲面法を用いた代替モデルを使用することで, 低コストでモンテカルロシミュレーションを実施できることを示す.

2. 計算モデル

本研究では, 損傷モデルによる非線形有限要素解析²⁾を計算モデルに用いる.

コンクリートの構成モデルには損傷モデルを適用する. 等価ひずみ ϵ_e は次式で表される.

$$\epsilon_e = \frac{k-1}{2k(1-2\nu)} I_1' + \frac{1}{2k} \sqrt{\left(\frac{k-1}{1-2\nu} I_1'\right)^2 + \frac{12k}{(1+\nu)^2} J_2'} \quad (1)$$

ここで, ν はポアソン比, k は圧縮引張強度比, I_1' は微小ひずみテンソルの第1不変量, J_2' は偏差ひずみテンソル第2不変量である. 応力とひずみの関係は, 次のように表される.

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D(\epsilon_e)) \mathbf{c} : \boldsymbol{\epsilon} \quad (2)$$

$$D(\epsilon_e) = 1 - \frac{\epsilon_0}{\epsilon_e} \exp\left\{-\frac{E\epsilon_0 h_e}{G_f} (\epsilon_e - \epsilon_0)\right\} \quad (3)$$

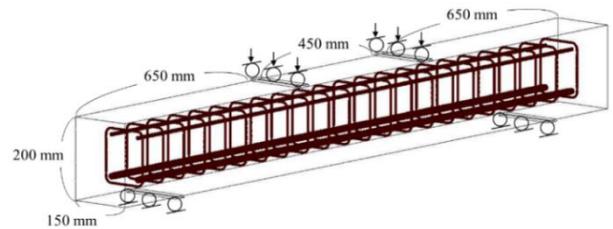


Fig-1 曲げ破壊型 RC はりの形状, 荷重・境界条件

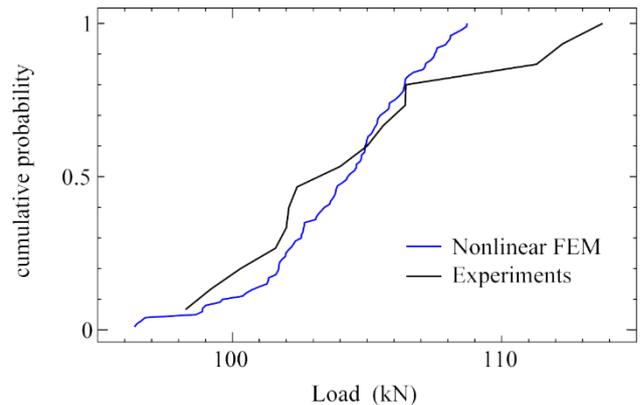


Fig-2 非線形 FEM と実験値における累積分布の比較図

ここで, \mathbf{c} は弾性係数テンソル, $\boldsymbol{\epsilon}$ はひずみテンソル, E はヤング率, ϵ_0 は破壊発生ひずみ, G_f は破壊エネルギー, h_e は損傷を評価する領域長さである. 鉄筋の構成モデルには von-Mises 塑性モデルを適用する.

3. モンテカルロ法による妥当性確認

VV-10 では, 数値解析の妥当性確認として, 材料の不確かさを含めたモンテカルロシミュレーションと複数回の実験から, それぞれの不確かさを定量化する方法が紹介されている. 本研究では文献³⁾の曲げ破壊型 RC はりに関する実験結果を用いる. 本研究で, 対象とする曲げ破壊型 RC はりの形状, 荷重・境界条件を Fig-1 に示す. モンテカルロシミュレーションの試行回数を 100 回として, 平均値から $\pm 18\%$ の範囲で材料パラメータに一様乱数を与えた. $\pm 18\%$

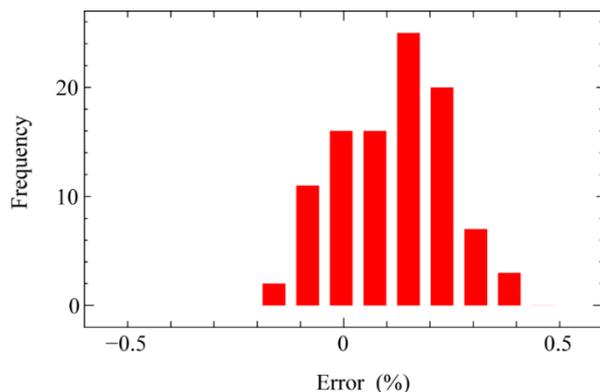


Fig-3 100 ケースにおける誤差のヒストグラム

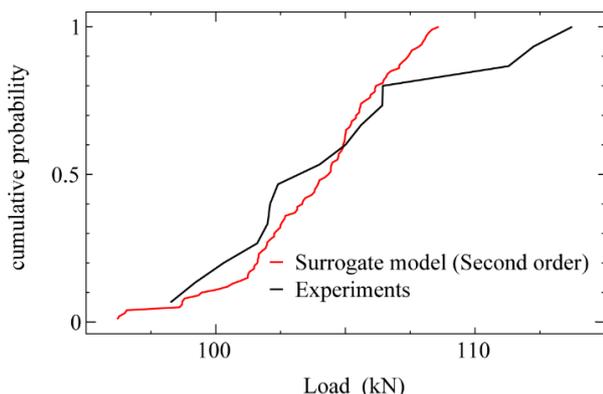


Fig-4 代替モデルと実験値における累積分布の比較図

は材料試験結果³⁾をもとにして結果を網羅するように設定した。一様乱数を用いた 100 ケースのパラメータセットで、非線形有限要素解析を実施する。本研究で用いる材料パラメータはヤング率、破壊発生ひずみ、圧縮引張強度比とし、着目する応答量を変位 10 mm のときの荷重値とする。VV-10 の実例²⁾では、妥当性確認の手法として、評価指標 M^{SRQ} が用いられている。評価指標 M^{SRQ} は、次式で表される。

$$M^{SRQ} = \frac{1}{|SRQ^{exp}|} \int_{-\infty}^{\infty} |F_{SRQ^{mod}}(y) - F_{SRQ^{exp}}(y)| dy \quad (4)$$

ここで、 $F_{SRQ^{mod}}(y)$ は応答量 SRQ に関する解析結果の累積分布関数、 $F_{SRQ^{exp}}(y)$ は応答量 SRQ に関する実験結果の累積分布関数、 SRQ^{exp} は実験で得られた応答量 SRQ の平均値を表す。評価指標 M^{SRQ} を用いて、非線形有限要素解析の妥当性を確認する。解析結果および実験結果により得られた累積分布を Fig-2 に示す。 M^{SRQ} は 1.367%であり、極めて低い値であることから非線形有限要素解析の妥当性は確認できた。しかし、この妥当性確認の方法では 1 回の非線形有限要素解析の計算時間が 12 時間程度であるため、モンテカルロシミュレーションは現実的ではない。

4. 代替モンテカルロ法による妥当性確認

本研究では、材料パラメータにおける不確かさを考慮する解析結果を短時間で精度よく出力できる代替モデルを作成する。代替モデルでモンテカルロシミュレーションを実施し、低コストで実施できることを示す。

(1) 代替モデルの作成

応答曲面法を用いた重回帰式を導出することで、解析結果が短時間で出力可能な代替モデルを作成する。応答曲面

法は、実験計画にしたがってデータを収集し、多項式曲面（重回帰式）を推定する方法である。

本研究では、ヤング率、破壊発生ひずみ、圧縮引張強度比を説明変数とし、変位 10 mm のときの荷重値を目的変数とする重回帰式を作成する。次のような重回帰式を導出し、代替モデルとする。

$$y = \beta_0 + \beta_1 E + \beta_2 \varepsilon + \beta_3 k + \beta_{12} E\varepsilon + \beta_{13} Ek + \beta_{23} \varepsilon k + \beta_{11} E^2 + \beta_{22} \varepsilon^2 + \beta_{33} k^2 \quad (5)$$

ここで、 y は変位 10 mm のときの荷重値、 $\beta_0 \sim \beta_{33}$ は回帰係数である。回帰係数算出用の 13 ケースから回帰係数を求めることで重回帰式を作成する。1 回の非線形有限要素解析は、計算時間が 12 時間程度であるのに対して、代替モデルの計算時間は 1 秒未満である。

(2) 代替モデルの精度

代替モデルの精度を示すために、非線形有限要素解析で実施した 100 ケースのパラメータセットに対し、代替モデルで同様のパラメータセットを実施する。100 ケースの非線形有限要素解析の結果と、代替モデルから得られる結果の誤差を Fig-3 に示す。これを見ると、誤差は、すべて 0.5% 以内であることから、代替モデルの結果は、非線形有限要素解析の結果を精度良く再現できていることがわかった。

(3) 代替モンテカルロ法の適用性

評価指標 M^{SRQ} を用いて、代替モデルのモンテカルロシミュレーションに対する適用性を確認する。文献²⁾の実験結果と、代替モデルの結果から M^{SRQ} を求める。実験結果および代替モデルの結果により得られた累積分布を Fig-4 に示す。 M^{SRQ} は 1.369%であり、非線形有限要素解析の妥当性確認の結果とほぼ一致する。代替モデルは、モンテカルロシミュレーションを短時間で実施できることが確認できた。

5. 結論

非線形有限要素解析では、不確かさを定量化するためのモンテカルロシミュレーションは現実的ではない。そのため、本研究では応答曲面法を用いることで、モンテカルロシミュレーションを代替する方法を提案した。

4 章から、代替モデルは非線形有限要素解析を再現可能であることが確認できた。また代替モデルは、不確かさを定量化するためのモンテカルロシミュレーションに有効であることを示した。これらから、本研究で提案する代替モデルは、短時間でモンテカルロシミュレーションを実施できることがわかった。

本研究での代替モデルは、曲げ破壊型 RC はりを対象としたため、異なる解析対象についての検討が今後の課題である。

参考文献

- 1) An Illustration of the Concepts of Verification and Validation in Computational Solid Mechanics: ASME V&V 10.1-2012, The American Society for Mechanical Engineers, 2012.
- 2) 相馬悠人, 車谷麻緒: 破壊力学に基づく損傷モデルによる RC 部材の大規模破壊シミュレーションに関する基礎的検討, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.73, pp.1 263-1 271, 2018.
- 3) 車谷麻緒, 岡崎慎一郎, 山本佳士, 上田尚史, 小倉大季: 不確かさの定量化に向けた RC はりの一斉載荷実験, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol. 75, No. 2 (応用力学論文集 Vol. 22), 1_411-1_420, 2019.

鉄筋コンクリートはりの非線形有限要素解析に対するコード検証および解検証 Code Verification and Calculation Verification for Non-linear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beam

渡邊 英吾 (茨城大・工) 車谷 麻緒 (茨城大・工)
Eigo WATANABE, Ibaraki University
Mao KURUMATANI, Ibaraki University
E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp

This study shows the code verification and calculation verification for non-linear finite element analysis of reinforced concrete beam. A reference solution obtained from the beam theory with material nonlinearity is used for the code verification. The mesh sensitivity is evaluated in the calculation verification instead of estimating the mesh convergence rate. The numerical results provide the possibility of the verification for non-linear finite element analysis.

1. はじめに

シミュレーションの品質を保証する方法として、V&V (Verification & Validation) がある。Verificationとは、正確に解析が行われているかを検証するプロセスであり、コード検証と解検証で構成される。コード検証とは、解析結果と理論解を比較し、プログラムエラーがないことを確認するプロセスである。解検証は、数値誤差を定量化するプロセスである。

コンクリート工学分野における Verification の研究には、線形問題において行われた研究がある²⁾。しかし、コンクリートと鉄筋の複合構造である鉄筋コンクリート (RC) のような非線形問題では、理論解が得られない。そのため、理論解と比較して行うコード検証を実施することができない。そこで、車谷らは曲げ破壊型鉄筋コンクリートはりの理論解に近い結果が得られる非線形計算手法を提案した³⁾。土木分野や原子力分野を含む他分野の Verification の研究では、解検証において格子収束指数 (Grid Convergence Index, 以下 GCI) を用いた研究が多くみられる。GCIが適用できるのは、線形問題でメッシュサイズの細分化に伴って解析結果が収束する問題に限られる。しかし、非線形問題では解析結果が収束するとは限らないため、異なる手法を用いる必要がある。

本研究の目的は、損傷モデルを用いた非線形有限要素解析のコード検証および解検証を実施することである。本研究では、文献³⁾の曲げ破壊型 RC はりの非線形計算手法を参照解とし、損傷モデルを用いた非線形有限要素解析のコード検証を実施する。また、解検証では分散分析を採用し、メッシュサイズの影響度を分析することで離散化誤差の定量化を行う。

2. 鉄筋とコンクリートの材料モデリング

コンクリートのモデル化には損傷モデルを用いる。損傷モデルの構成則は、フックの法則にスカラー変数 D を用いた式 (1) である⁴⁾。

$$\sigma = (1 - D)c : \varepsilon \quad (0 \leq D \leq 1) \quad (1)$$

ここで、 σ はコーシーの応力テンソル、 c は弾性係数テンソル、 ε はひずみテンソル、 D は損傷変数である。

車谷らは、損傷モデルで多次元のひずみテンソルおよび応力テンソルを1次元に相当する等価ひずみと等価応力に置き換え、両者の関係から損傷変数を求めている⁴⁾。式 (2) の修正 von-Mises モデルによる等価ひずみ ε_c により、ひずみテンソルをスカラー値に転換する。

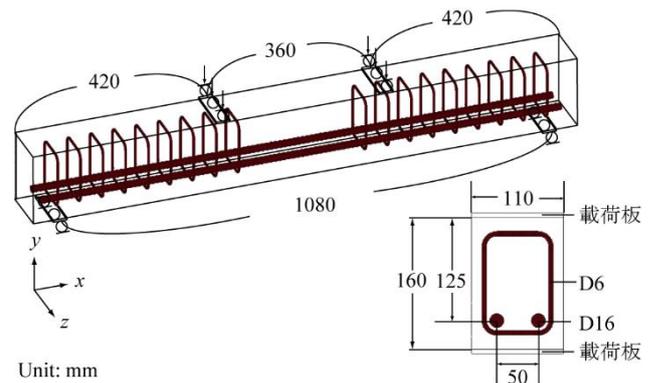


図-1 解析対象とする RC はりの形状

$$\varepsilon_c = \frac{k-1}{2k(1-2\nu)} I_1 + \frac{1}{2k} \sqrt{\left(\frac{k-1}{1-2\nu} I_1\right)^2 + \frac{12k}{(1+\nu)^2} J_2} \quad (2)$$

ここで、 ν はポアソン比、 k は圧縮引張強度比、 I_1 はひずみテンソルの第1不変量、 J_2 は偏差ひずみテンソルの第2不変量である。ここで、等価ひずみ ε_c に圧縮強度比 k を用いることで、コンクリートの圧縮に強く引張に弱い力学特性の表現が可能になる⁴⁾。

変形履歴の等価ひずみ ε_c を用いた損傷変数 $D(\varepsilon_c)$ は、式 (3) で表される⁴⁾。

$$D(\varepsilon_c) = 1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_c} \exp\left(-\frac{E\varepsilon_0 h_c}{G_f} (\varepsilon_c - \varepsilon_0)\right) \quad (3)$$

ここで、 E はヤング率、 ε_0 は破壊発生ひずみ、 G_f は破壊エネルギー、 h_c は要素の長さである。また、鉄筋には線形弾化則に基づく von-Mises 塑性モデルを適用する。

3. 曲げ破壊型 RC はりの Verification

解析対象は、図-1 のようなスターラップを十分に配筋した3等分点載荷の RC はりである。

コンクリートのパラメータは、ヤング率を 40 GPa、ポアソン比を 0.2、圧縮引張強度比を 12、破壊発生ひずみを 0.0001、破壊エネルギーを 0.1 N/mm とする。RC はりの x 方向と z 方向の対称性を考慮し、図-3 に示すように解析領域を 1/4 とした有限要素モデルを解析に用いる。また、解析に用いる要素は四面体 1 次要素である。解析に用いるメッシュサイズは 4 mm、6 mm、8 mm、10 mm である。各メッシュサイズにおける有限要素モデルの節点数および要素数を表-1 に示す。

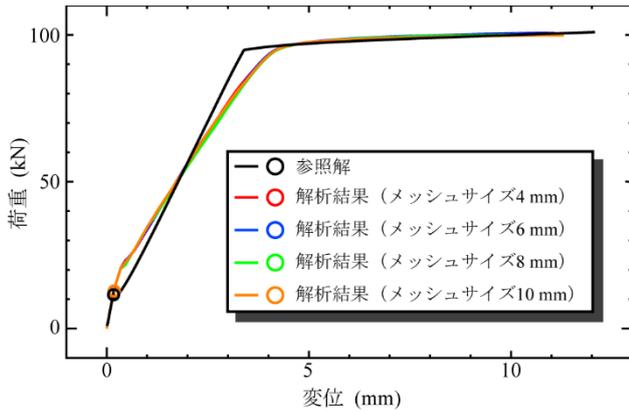


図-2 参照解と解析結果の荷重-変位曲線

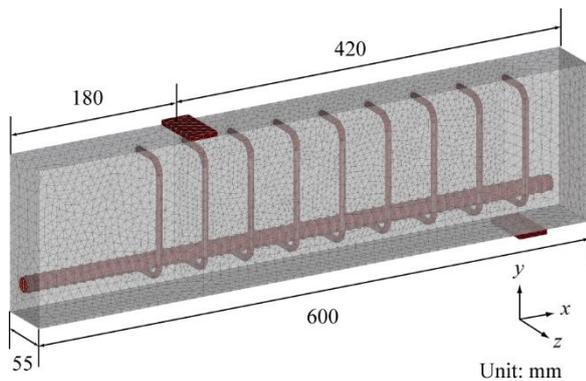


図-3 対称性を考慮した RC はりの有限要素モデル

表-1 RC はり有限要素モデルの節点数と要素数

	メッシュサイズ	節点数	要素数
RC はり	4 mm	110568	607917
	6 mm	71927	402928
	8 mm	54037	305612
	10 mm	46623	265436

3.1 コード検証

コード検証では、文献³⁾の4点曲げ問題における曲げ破壊型 RC はりの非線形計算手法を参照解とする。判定基準は、参照解と解析結果の荷重-変位曲線における全体的な挙動、初期ひび割れ発生の時点、変位 10 mm での荷重の3点において、参照解との差異が小さいことである。

参照解と解析結果の荷重-変位曲線を図-2に示す。参照解は1次元の解法であり、3次元非線形有限要素解析とは異なる次元の解法であるため、ひび割れの進展に違いが生じる。その違いにより、二次剛性において参照解との差が生じたと考えられる。荷重-変位曲線における二次剛性を除いた挙動では、参照解と解析結果に大きな差異はみられない。ひび割れ発生の時点における参照解と解析結果の差異は限りなく小さい。各変位 10 mm での荷重値における参照解との差異は最大でも 0.509% であり、差異は小さいことが分かる。3つの評価基準において、参照解との差異が小さいため、プログラムにエラーがないと判断できる。

3.2 解検証

非線形問題の解検証では、離散化誤差を定量化する手法

表-2 曲線下の面積における変動および影響度

パラメータ	影響度 ($\times 10^9$)	正規化した影響度 (%)
ヤング率	5.16	100
破壊発生ひずみ	2.28	44.18
強度比	1.67	32.39
メッシュサイズ	0.002	0.046

が確立されていない。そこで、本研究では分散分析による離散化誤差の定量化を行う。分散分析とは、解析結果に影響を及ぼす因子を選択し、複数回解析を実施することで、各因子の影響度を分散成分として求められる分析方法である。採用した因子は、ヤング率、圧縮引張強度比、破壊発生ひずみ、メッシュサイズとする。材料パラメータの水準は、 $\pm 10\%$ 増減させたものとする。メッシュサイズは高水準を 8 mm、低水準を 4 mm とする。変位 10 mm までの荷重-変位曲線下の面積を解析結果として分散分析を行い、メッシュサイズの影響度を定量化する。荷重-変位曲線の全体的な形状に対するメッシュサイズの影響度を定量化するために、荷重-変位曲線下の面積を解析結果とする。

各因子の影響度を表-2に示す。本研究では、各因子の影響度を最大値で除して正規化する。影響度を正規化した結果、メッシュサイズの影響度は、最も影響度の大きいヤング率の 0.046% である。したがって、パラメータが変化することによる影響度に対して、メッシュサイズの影響度が十分に小さいことが分かる。

4. おわりに

文献³⁾の非線形計算手法を参照解とすることで、非線形問題の曲げ破壊型 RC はりを対象とする3次元非線形有限要素解析のコード検証が行えることを示した。解検証に分散分析を採用することで、物理的な影響度に対するメッシュサイズの影響度を定量化することが可能であり、非線形問題における離散化誤差の定量化に分散分析が有効であることを示した。

コード検証では、他のコードと比較することで行う code to code 照査を実施することでプログラマーがなく、計算モデルが正しく実装されているかを検証することが課題として挙げられる。

参考文献

- 1) 上田 尚史, 岡崎 慎一郎, 車谷 麻緒: シミュレーションの検証と妥当性確認 (V&V) に関する研究事例, Vol. 58, No. 11, 2020
- 2) 和田 健介, 櫻井 英行, 滝本 和志, 山本 真哉: 構造革新に向けた V&V とトポロジー最適化の試行, Vol. 56, No. 9, 2018
- 3) 車谷 麻緒, 坂 敏秀, 山本 佳士, 上田 尚史, 岡崎 慎一郎, 小倉 大季: 理論式に基づく鉄筋コンクリートはりの非線形計算モデルの開発とその検証および妥当性確認, Transactions of JSCES, Paper No.20210020
- 4) 車谷 麻緒, 根本 優輝, 相馬 悠人, 寺田 賢二郎: コンクリートの破壊挙動を考慮した鉄筋コンクリートの3次元破壊シミュレーションとその性能評価, Transactions of JSCES, Paper No.201600040

鉄筋コンクリートはりのせん断破壊における挙動のばらつき要因の分析

Analysis of factors in shear fracture behavior of reinforced concrete beam

河地 陽太 (茨城大・工) 車谷 麻緒 (茨城大・工)

Yohta KAWACHI, Ibaraki University
Mao KURUMATANI, Ibaraki University
E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp

Influential factors in shear fracture behavior of reinforced concrete beam are statistically analyzed using numerical simulation. The non-linear finite element analysis with a damage model is applied to the fracture simulation of reinforced concrete beam. The four-way analysis of variance is used in order to specify major factors affecting the variation of shear fracture behavior. The results reveal that the material strength of concrete has strong influences on shear fracture behavior of reinforced concrete beam.

1. はじめに

鉄筋コンクリート (RC) 部材の破壊形態には曲げ破壊とせん断破壊がある。車谷ら¹⁾は、せん断破壊を対象に同条件で作製した 15 体の RC 試験体の実験を一斉に実施した。結果として、せん断破壊型 RC はりは破壊までの挙動が安定せず、ばらつきが大きいことを示した。しかし、文献¹⁾では、せん断挙動におけるばらつきの十分な検討は行われていない。実験では、試験体の材料特性を正確に把握することができないため、ばらつきの要因を検討することは困難である。

一方、近年では数値解析を用いて RC はりの破壊力学挙動を再現することが盛んに行われている^{2)~4)}。数値解析を用いることで、実験では困難であったばらつきの要因を検討することが可能であると考えられる。

以上の背景から本研究では、せん断破壊型 RC はりを対象に非線形有限要素解析を行い、分散分析を実施することで、ばらつきの要因を定量的に分析することを目的とする。

2. コンクリートと鉄筋の材料モデル

鉄筋コンクリートの破壊力学挙動を 3 次元で詳細に再現するには、コンクリートと鉄筋それぞれに合った材料モデルを与える必要がある。

コンクリートの材料モデルの構成則はフックの法則にスカラー変数 D を用いた次式で表される。

$$\boldsymbol{\sigma} = (1 - D) \mathbf{c} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (1)$$

ここで、 $\boldsymbol{\sigma}$ はコーシーの応力テンソル、 \mathbf{c} は弾性係数テンソル、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ はひずみテンソル、 D は損傷変数である。

損傷モデルでは、ひずみテンソルをスカラー値に変換した等価ひずみを用いる。本研究では、修正 von-Mises モデルによる等価ひずみ ε_e を用いる。

$$\varepsilon_e = \frac{k-1}{2k(1-\nu)} I_1 + \frac{1}{2k} \sqrt{\left(\frac{k-1}{1-2k} I_1\right)^2 + \frac{12k}{(1+\nu)^2} J_2} \quad (2)$$

ここで、 ν はポアソン比、 k は圧縮引張強度比、 I_1 はひずみテンソルの第 1 不変量、 J_2 は偏差ひずみテンソルの第 2 不変量である。等価ひずみ ε_e が破壊発生ひずみ ε_0 以上のとき、損傷変数 D は次式で表される。

$$D = 1 - \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_0} \exp\left\{-\frac{E\varepsilon_0}{G_f}(\varepsilon_e - \varepsilon_0)h_c\right\} \quad (3)$$

ここで、 h_c は要素長さ、 E はヤング率、 G_f は破壊エネルギーである。

鉄筋の構成モデルには、非線形等方硬化則に基づく von-Mises 塑性モデルを適用する。

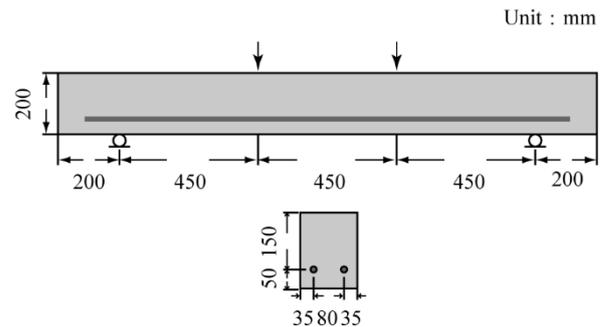
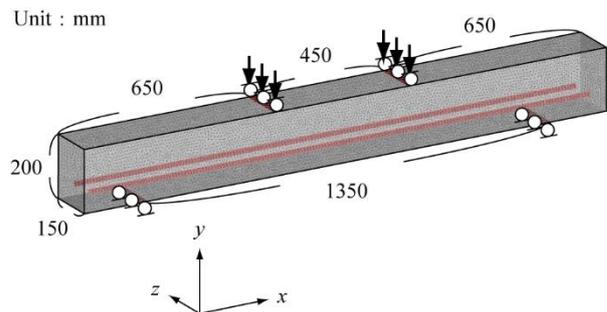


図-1 供試体の寸法



E	ν	k	ε	G_f
34 GPa	0.2	13	0.0001	0.1 N/mm

図-2 有限要素モデルと荷重・境界条件

3. ばらつきの要因分析

本研究では、分散分析を用いてせん断破壊におけるばらつきの要因を検討する。分散分析は、選出したパラメータ (因子) を変動させた複数回の解析 (実験) を行うことで、各因子の影響を把握する手法である。文献¹⁾の実験結果から、せん断破壊型 RC はりには、最大荷重のばらつきに加えて、脆性的な破壊と延性的な破壊という破壊挙動のばらつきの 2 つが確認できる。本研究では、これら 2 つのばらつきに対し、分散分析を用いることで各因子の影響度を確認する。実験結果における最大荷重のばらつきに対しては解析結果の最大荷重を、挙動のばらつきに対しては解析で得られる荷重-変位曲線下の面積を用いて分析する。

要因計画にしたがった 16 ケースの解析を行うことで、分散分析に用いるデータを収集する。解析対象とする供試体の寸法を図-1 に示す。図-1 を参考に作成した有限要素モデルを図-2 に示す。ここでは、ヤング率、圧縮引張強度比、

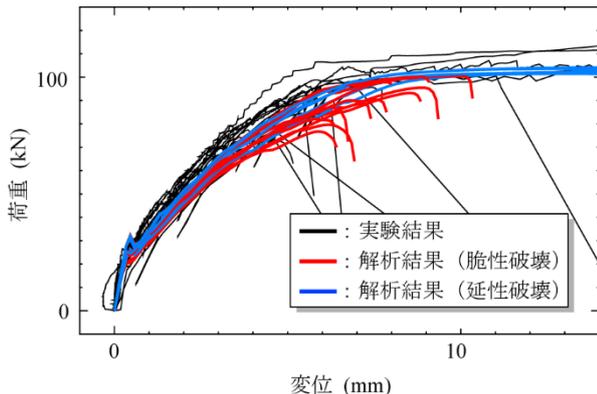
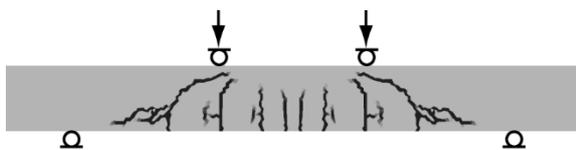
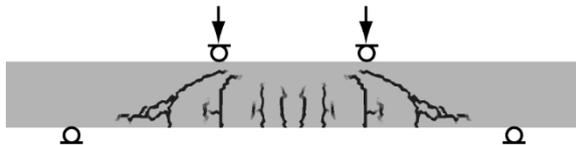


図-3 荷重-変位関係



(a) 脆性破壊したケース

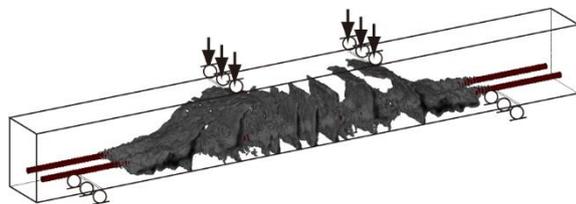


(b) 延性破壊したケース

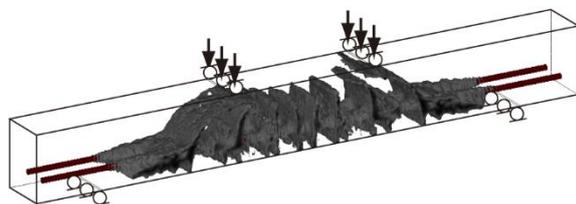
0.01 -0.01

最大主ひずみ

図-4 RC 表面のひび割れ



(a) 脆性破壊したケース



(b) 延性破壊したケース

図-5 RC 内部のひび割れ

破壊発生ひずみ、破壊エネルギーの4つを因子とした。これら4つの因子にはそれぞれ特性があり、ヤング率は材料の剛性、圧縮引張強度比と破壊発生ひずみは材料の強度、破壊エネルギーは材料の靱性に関する因子である。因子の変動幅は文献りの材料試験結果を参考に図-2に示した各因子の平均値から±12%とした。

解析結果として荷重-変位関係を図-3に示す。図-3より、実験と同様の最大荷重のばらつきおよび、脆性的な破壊、

表-1 分散分析による各因子の影響度

因子	最大荷重	曲線下の面積
E	0.248	0.074
k	1.000	1.000
ϵ	0.509	0.423
Gr	0.028	0.064

延性的な破壊といった破壊挙動のばらつきが再現できていることが確認できる。RC はりの表面のひび割れ分布図を図-4に、RC はり内部のひび割れを図-5に示す。図-4を見ると、延性破壊を示したケースと、脆性破壊を示したケースでひび割れ分布に差がないことが確認できる。また、図-5を見ても同様に、破壊挙動の違いによってひび割れに差が生じていないことが確認できる。このことから、ばらつきの要因はひび割れ分布ではなく、変動させた4つの因子に関係していると考えられる。

そこで、分散分析を用いて各因子の影響度を定量化する。最大荷重および荷重-変位曲線下の面積に対する各因子の影響度を表-1に示す。影響度は最大値で除して正規化している。これを見ると、最大荷重に対して影響度が高い因子は、圧縮引張強度比と破壊発生ひずみであることがわかる。荷重-変位曲線下の面積に対しても最大荷重のときと同様に、圧縮引張強度比と破壊発生ひずみの影響度が高いことがわかる。

以上より、材料の強度がせん断挙動のばらつきに対して大きな影響を与えられられる。また、実験において高い最大荷重を示したケースと延性破壊を示したケースは、材料の強度が相対的に高いケースであると考えられる。

4. おわりに

本研究では、せん断破壊挙動におけるばらつきの要因を検討した。せん断破壊型RC はりを対象に複数回の解析を行った結果から、実験結果と同じようなせん断挙動のばらつきを再現することができたことがわかる。また、分散分析の結果から、せん断挙動におけるばらつきの要因はひび割れ形状ではなく、材料強度の差である可能性を示した。

今回は、コンクリートを均一な材料として解析を行ったが、実際のコンクリートは供試体の内部で材料特性の分布が異なる。供試体内部の材料特性の不均一さを考慮したうえで、せん断破壊挙動のばらつきを検討することが今後の課題である。

参考文献

- 1) 車谷麻緒, 岡崎慎一郎, 山本佳士, 上田尚史, 小倉大季: 不確かさの定量化に向けたRC はりの一斉載荷実験, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.75, No.2 (応用力学論文集 Vol.22), I_411-I_420, 2019.
- 2) 山谷敦, 中村光, 檜貝勇: 回転ひび割れモデルによるRC 梁のせん断挙動解析, 土木学会論文集, No.620, V-43, 187-199, 1999.
- 3) 車谷麻緒, 阿部俊逸, 相馬悠人, 寺田賢二郎: コンクリートの破壊力学と修正 von-Mises 基準に基づく等方性の有限ひずみ損傷モデル, 土木学会論文集 A2, Vol.73, No.1, 11-21, 2017.
- 4) 車谷麻緒, 阿部俊逸, 相馬悠人, 寺田賢二郎: コンクリートの破壊力学と修正 von-Mises 基準に基づく等方性の有限ひずみ損傷モデル, 土木学会論文集 A2, Vol.73, No.1, 11-21, 2017.

津波シナリオの即時同定を目的とした観測点位置最適化 Gauge Configuration Optimization for Early Detection of Tsunami Scenario

藤田 真粹 (東北大・工) 野村 怜佳 (東北大・災害研) 大竹 雄 (東北大・工)
越村 俊一 (東北大・災害研) 森口 周二 (東北大・災害研) 寺田 賢二郎 (東北大・災害研)
Saneiki FUJITA, Tohoku University
Reika NOMURA, Tohoku University
Yu OTAKE, Tohoku University
Shunichi KOSHIMURA, Tohoku University
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: saneiki.fujita.s8@dc.tohoku.ac.jp

We incorporate an optimization framework in consideration of the characteristics of wave spatial distribution into the recently developed real-time tsunami scenario detection scheme to identify effective configuration of gauges. The detection system combines numerical simulation and ocean wave information and can update the accuracy of scenario detection based on Bayesian theory. As a validation, we compare the results of scenario detection using optimal and non-optimal configurations to show the performance of optimization framework.

1. はじめに

津波災害は沿岸地域に大きな被害を及ぼし、特に沿岸部で発生する津波は即座に到達することから、津波予測システムには即時性と信頼性の両立が求められている。従来の津波予測手法の多くは、観測地震波の高速解析により震源推定を行い、推定した震源断層情報から津波予測を実施する。しかしながら、これらの手法では震源推定における不確実性に対処する必要があるため、観測津波データを用いた予測手法が注目されており、データ同化技術や機械学習理論に基づく予測手法が報告されている¹⁾²⁾。これに関して、近年洋上観測網の整備が進められており、リアルタイム観測データとして、全国港湾海洋波浪情報網 (NOWPHAS) やケーブル式海底圧力計 (DONET, S-net) が我が国沖合に整備されている。しかしながら、観測網の設置・運用コストを考慮した場合、より効率的に情報の供給を可能とする観測点配置は重要な課題である。

本研究では、数値シミュレーションと海洋波浪情報を組み合わせ、ベイズ推定理論により逐次的に予測を更新する既存の津波シナリオ即時同定手法³⁾に、観測波高データの空間分布特徴を用いた観測点位置の最適化を組み込むことで、予測手法の実用性の向上を行う。

2. 手法

2.1. 津波シナリオ同定

シナリオ同定に使用するデータベースは事前津波数値シミュレーションにより得られる波高の時刻歴データから、学習データ行列 $X \in \mathbb{R}^{l \times m \cdot n}$ として作成する。ここで、 l は数値解析において波高を蓄積する仮想観測点の数、 m は観測時間数、 n はシナリオの数である。このデータ行列に特異値分解を適用し、次式を得る。

$$X = \Phi \Sigma V^T \approx \Phi_r \Sigma_r V_r^T \quad (1)$$

ここで、 $\Phi \in \mathbb{R}^{l \times l}$ と $V^T \in \mathbb{R}^{l \times m \cdot n}$ は行列 X のそれぞれ左特異行列と右特異行列であり、 $\Sigma \in \mathbb{R}^{l \times l}$ は行列 X の特異値を対角成分に大きいものから並べた行列である。また、 $\Phi_r \in \mathbb{R}^{l \times r}$ 、 $\Sigma_r \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 、 $V_r^T \in \mathbb{R}^{r \times m \cdot n}$ はそれぞれ Φ 、 Σ 、 V^T を特異値の大きさ順に r 個だけ選び縮約した行列である。行列 Φ_r が行列 X の空間的な分布特徴を表す空間モードを集約した行列であるのに対して、 $\Sigma_r V_r^T$ はその大きさを表す時系列係数

であり、各シナリオを決定づける構成成分とみなすことができる。そこで、後述する手法によって係数行列の類似性を比較・更新することによってシナリオ同定を行う。なお、係数行列 $\Sigma_r V_r^T$ のうちシナリオ j に関する時刻 t の係数を $\alpha_j^{(t)}$ と記述する。

時刻 t における実津波の波高 $\mathbf{x}^{\text{obs}} \in \mathbb{R}^l$ から、実津波の係数 $\alpha_\chi^{(t)} \in \mathbb{R}^r$ を次式により算出する。

$$\alpha_\chi^{(t)} = \Phi_r^\dagger \mathbf{x}^{\text{obs}} \quad (2)$$

このとき、その実津波が学習シナリオ j である確率はベイズの定理より次式で表される。

$$P(E_j | \alpha_\chi^{(t)}) \propto \mathcal{L}(E_j) P(E_j | \alpha_\chi^{(t-1)}) \quad (3)$$

$$\mathcal{L}(E_j) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^2 |\mathbf{Q}|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\alpha_\chi^{(t)} - \alpha_j^{(t)})^T \mathbf{Q}^{-1} (\alpha_\chi^{(t)} - \alpha_j^{(t)}) \right\} \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{r \times r} = 0.01 \Sigma$ とする。

本研究では、上式により得られる、各時刻の学習シナリオの離散的な確率分布から、次式のように学習シナリオにおいて既知の情報 \mathbf{Z} の期待値として予測情報を構築する。なお、情報 \mathbf{Z} は全仮想観測点での波高履歴や震源断層パラメータなど、学習シナリオにおいて既知の情報全てに対して適用できる。

$$E[\mathbf{Z}] = \sum_{j=1}^n P(E_j | \alpha_\chi^{(t)}) \mathbf{Z}_j \quad (5)$$

2.2. 観測点位置最適化

式 (1) において、時刻 i での関係式は以下で表される。

$$\mathbf{x}_i \approx \Phi_r \Sigma_r \mathbf{v}_i^T = \Phi_r \alpha_i \quad (6)$$

最適配置を検討する p ($< l$) 個の観測点をダウンサンプリング行列 $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{p \times l}$ により抽出し、以下の関係を得る。

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{C} \mathbf{x}_i \approx \mathbf{C} \Phi_r \alpha_i \quad (7)$$

$p=r$ のとき、観測データ y_i から係数を以下のように推定できる。

$$\hat{\alpha}_i = (\mathbf{C}\Phi_r)^{-1} y_i \quad (8)$$

ガウス分布 $\mathcal{N}(0, \sigma^2 \mathbf{I})$ に従う観測ノイズを仮定すると、係数 α_i とその推定値 $\hat{\alpha}_i$ に関する誤差共分散行列は次式で表される。

$$\mathbb{E}[(\alpha - \hat{\alpha})(\alpha - \hat{\alpha})^T] = \sigma^2 (\mathbf{C}\Phi_r(\mathbf{C}\Phi_r)^T)^{-1} \quad (9)$$

本研究ではこの誤差共分散行列の行列式を最小化することを最適化の目的とする。すなわち、次式により観測点の最適配置を決定する。

$$\mathbf{C} = \arg \max_{\mathbf{C}} f_D, \quad f_D = \det(\mathbf{C}\Phi_r(\mathbf{C}\Phi_r)^T) \quad (10)$$

3. 検証例題

本研究では、南海トラフ沖で発生するプレート境界型地震を対象として合計 1564 の地震シナリオを作成し、TUNAMI-N2⁴⁾ により津波伝播計算を行い、131 個の仮想観測点位置での波高履歴からデータベースを構築する。また、1564 件のうち 1414 件を学習シナリオ、その他の 150 件を検証用のテストシナリオとする。最適配置を検討する観測点数は、現在四国沖周辺に設置されているリアルタイム波高観測点と同数の 10 個とする。式 (10) に基づき、遺伝的アルゴリズムにより特定した最適配置 (Fig.1(a) 参照) と、非最適配置 (Fig.1(b) 参照) のそれぞれを用いてシナリオ同定を行い、予測結果の比較を行う。

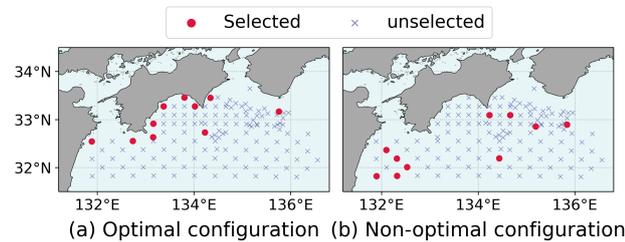


Fig. 1 Optimal and non-optimal gauge configuration

150 件から 1 件のテストシナリオを取り出し、シナリオ同定による予測例を示す。Fig.2 に、高知市沿岸部 (133.58°E, 33.49°N) での津波波高と、それぞれの配置を用いた予測波高を示す。また、Fig.3 に震源断層の予測結果を示す。これらの図から最適配置を用いることでより高精度な予測を構築することが可能であり、観測波高情報から津波波源である震源断層の予測が可能であることが示唆された。150 件全体に対する予測精度の検証として、Fig.4 に全テストシナリオの最大波高の観測値を横軸に、予測値を縦軸にプロットして示す。非最適配置と比較して最適配置による予測結果は、図中黒線周辺に分布する点が増加し、正の相関傾向が表れていることから、テストシナリオ全体に対する予測について、最適配置された観測点の使用が有用であるといえる。

4. 結論

本研究では、津波の観測波高データと各シナリオの構成成分となる係数行列を用い、バイズ更新により実津波シナリオを同定する枠組みに、波高分布の特徴量に応じた観測

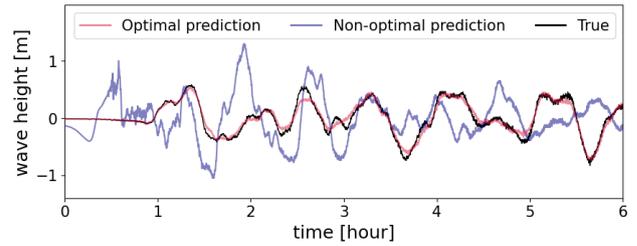


Fig. 2 Predicted waveforms with optimal and non-optimal configuration

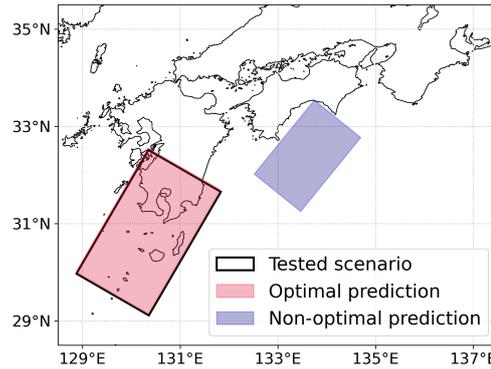


Fig. 3 Prediction of surface ruptures

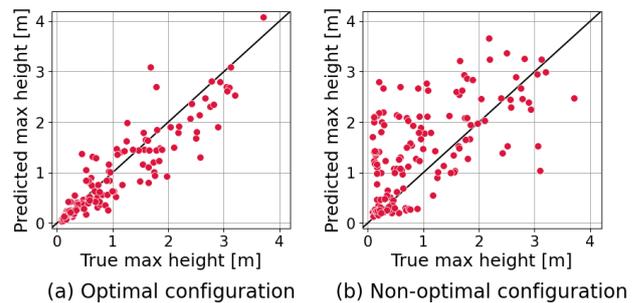


Fig. 4 Prediction of maximum wave heights for 150 test scenarios

点位置最適化を組み込むことで津波シナリオ同定手法の高度化を図った。南海トラフを対象とした観測点位置の最適化と、選定された少数の観測点情報を用いた予測結果により、観測点位置最適化の有用性を確認した。

参考文献

- 1) Maeda, T. et al.: Successive estimation of a tsunami wavefield without earthquake source data: A data assimilation approach toward real-time tsunami forecasting, *Geophysical research Letters*, 42, 19, 7923–7932, 2015.
- 2) Fauzi, A. and Mizutani, N.: Machine learning algorithms for real-time tsunami inundation forecasting: a case study in nankai region, *Pure and Applied Geophysics*, 1–14, 2019.
- 3) Nomura, R. et al.: Sequentia bayesian update to detect the most probable tsunami scenario using observational wave sequence, (Under review).
- 4) Imamura, F.: Review of tsunami simulation with a finite difference method, *Long-wave runup models*, pp.25–42, 1996.

Real time tsunami risk evaluation of the Cascadian Subduction Zone using POD and Bayesian update

Louise A. HIRAO VERMARE, Tohoku University
 Saneiki FUJITA, Tohoku University
 Reika NOMURA, Tohoku University
 Yu OTAKE, Tohoku University
 Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
 Kenjiro TERADA, Tohoku University
 Randall J. LEVEQUE, University of Washington
 E-mail: hirao.vermare.louise.ayako.q8@dc.tohoku.ac.jp

In this study, we present a tsunami prediction method using Proper Orthogonal Decomposition (POD) and Bayesian update. The study takes place in Westport. Based on fake earthquake scenarios, 1771 tsunami simulations are obtained, and corresponding wave histories are collected at 76 fictive gauges. The main characteristics of each wave history are extracted prior to the forecast process and stored in a database. When a tsunami occurs, wave heights are measured in real-time and their characteristics are compared with those of the database. The closest scenario from the database to the occurring event is chosen as the forecast by application of Bayesian update.

1. Introduction

Tsunami prevention is crucial to limit the extent of the damages. Prevention can broadly be divided into three complementary aspects: the awareness of the population, urban planning, and the real-time warning. Tsunami forecasting belongs to the latter aspect and is important for the evacuation process. The fastest and the more accurate the forecast is, the more efficient the evacuation process should be.

In this study, we evaluate the risk of tsunami triggered by earthquakes in the city of Westport by applying the method proposed in the previous study¹⁾ which combines Bayesian update and Proper Orthogonal Decomposition (POD). There are two objectives: obtaining the forecasts in the shortest time possible, and obtaining accurate results. The site chosen for the application is the city of Westport (USA, Washington), located near the Cascadia Subduction Zone. It is known from literature²⁾ that the subduction zone is capable of generating major earthquakes. Thus, earthquakes and tsunami mitigation along the North-West coast of America seems imperative in the recent century.

2. Tsunami scenarios: database

As it is explained in the following section (3. Methodology), the whole process of creation of the model is decomposed into two steps: the pre-process which consists in the creation of the model using a specific quantity of the data in the database, and the verification of the model which consists in verifying the quality of the model by applying the method on the rest of the data. It is thus necessary to have an important quantity of data to be capable of creating an accurate model. Here, we call “learned data” the data used in the pre-process, and “tested data” the data used for verification.

In our study case, as the last big event occurred more than 300 years ago, there is a lack of seismic data. Moreover, there is a lack of offshore gauges (here, instruments to measure wave heights) along the American Northern Coast. For these reasons, in this study, the database consists of 4-hour-long synthetic tsunami scenarios generated from fake earthquake scenarios (Figure 1), which are gathered at synthetic gauges.

The plausible earthquakes at the targeting sites were generated

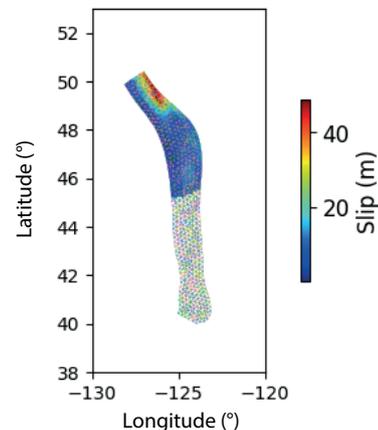


Fig. 1 Example of fault rupture

by a fakequakes software³⁾, and the tsunami database has been created with GeoClaw⁴⁾ considering 4 magnitude classes: M7.5, M8.0, M8.5 and M9.0. In total, 1771 earthquake/tsunami scenarios have been created and wave history data at 76 gauge-stations were stored for the forecast process. A wave-history datum is equivalent to the variation of the wave heights at a given gauge, for a given scenario, for a duration of 4 hours.

3. Scenario detection: methodology

The principle is that when a tsunami occurs in real-time, the closest scenario to the occurring tsunami is chosen from the database. The selected scenario is taken as the forecast.

To do so, the process is divided into two steps: a first phase called pre-process during which we extract the most important information of the data, and the real-time process in which the closest scenario is selected by comparing the data of the tsunami occurring in real-time with those of the database. The comparison is done only by using the principal information of the data.

Two mathematical tools are employed here: Proper Orthogonal Decomposition (POD), and Bayesian Update. POD is an unsupervised learning method, which allows extracting the main information of the data both during the pre- and real-time processes. Bayesian update is employed to compare and compute

the similarity of the occurring event with the scenarios from the database in real-time.

3.1. POD

As explained in the previous section, POD is an unsupervised learning method. The principle is that considering a water elevation η_j^t of a given scenario j and a given time t , we express it as the truncated summation of spatial characteristics Φ , weighted by a coefficient α , as in the equation below:

$$\eta_j^t \approx \sum_{k=1}^r \Phi_k \alpha_{k,j}^t = \tilde{\Phi} \alpha_j^t \quad (1)$$

Where α_j^t is the vector containing all the coefficients α for a given scenario j at a given time t . The water elevation is expressed as a truncated sum because only the r most significant terms are kept. The matrix of spatial characteristics Φ is common to all scenarios and is determined during the pre-process. Thus, when a tsunami occurs, by measuring its wave heights η_χ , we compute the coefficients $\bar{\alpha}_\chi$ as expressed below:

$$\bar{\alpha}_\chi^t = \bar{\Phi}^\dagger \eta_\chi^t \quad (2)$$

where $\bar{\Phi}$ is the pseudo inverse of Φ .

The $\bar{\alpha}_\chi^t$ that were obtained are compared with the α_j^t of each scenario at each time step by using a sequential Bayesian update.

3.2. Bayesian update

Bayesian update is a mathematical tool to evaluate the degree of similarity between two data, using probabilities. In this case, it is employed to compare the characteristics of the occurring event, noted ε^t , with the characteristics of each scenario of the database, noted E_j , at each time step. The process depends on past time steps. The conditional probability of a specific scenario E_j is expressed as below:

$$P(E_j | \varepsilon^t) = \frac{P(\varepsilon^t | E_j)}{\sum_{i=1}^{N_s} P(\varepsilon^t | E_i) P(E_i)} P(E_j | \varepsilon^{t-1}) \quad (3)$$

This probability is directly proportional to the likelihood of a given scenario, which is expressed as follows:

$$\mathcal{L}(E_j) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^r | P^t |}} \exp\left(-\frac{1}{2} \Delta_j^t\right) \quad (4)$$

Where Δ_j^t is the Mahalanobis distance, so to say the error between $\bar{\alpha}_\chi^t$ of the measured event and α_j^t of the database, and P^t is the posterior covariance. Here, P^t is independent of time.

The likelihood quantifies the similarity of the event E_j to the occurring event at each time step. We call the normalised likelihood the weight. At a time t , the scenario with the highest weight is the scenario which has been having the most similar behaviour to the occurring event.

4. Application

4.1. Conditions

We call "observation period" the time period during which we measure the variations of the wave heights of the real-time tsunami. The forecast is done using the information gathered over this period only.

An ideal observation would be below 10 min. Thus, in this study, we mainly focus on the results within the first 15 minutes.

The verification process is applied using 80% of the data for learning, 20% for testing, so to say 1417 learnt scenarios for 354 tested scenarios.

4.2. Results

To analyse the impact of the observation period on the accuracy of the forecasts, we compare the maximum wave heights obtained with the tested scenario and its corresponding selected scenario. The maximum wave heights are detected along the whole time history. The result for observation periods of 1min and 12min are plot Figure 2 below. A "tested-selected" couple is represented by a green dot.

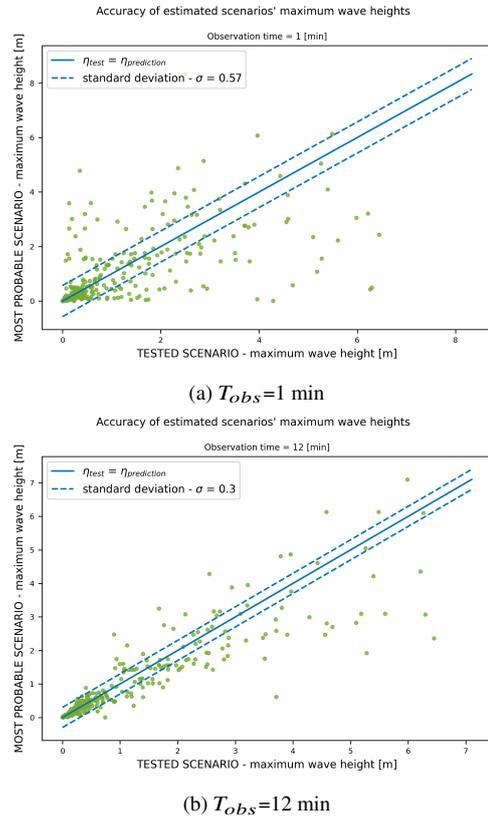


Fig. 2 Comparison of the maximum waves obtained according to the observation period

5. Conclusion

We observe that when the observation period grows, the most probable scenario varies. A general tendency is that the longer this period is, the more accurate the data get, as we notice Figure 2 above. A deeper analysis will be led during presentation.

References

- 1) Nomura, R., et al. Sequential Bayesian update to detect the most probable tsunami scenario using observational wave sequence. (Preprint)
- 2) Goldfinger, C., et al. Holocene Earthquake Records from the Cascadia Subduction Zone and Northern San Andreas Fault Based on Precise Dating of Offshore Turbidites. Annual Review of Earth and Planetary Sciences. (2003) 31:1, 555-577
- 3) Melgar, D., et al. Kinematic rupture scenarios and synthetic displacement data: An example application to the Cascadia subduction zone. (2016). J. Geophys. Res. Solid Earth. 121, 6658 – 6674, doi:10.1002/2016JB013314.
- 4) Clawpack Development Team (2020), Clawpack Version 5.7.1, <http://www.clawpack.org>, doi: 10.5281/zenodo.4025432

不均質地山の掘削解析における数値モデルの解析検証 Calculation Verification of Computational Model for Simulation of Tunnel Excavation in Heterogeneous Ground

鎌田 浩基 (清水建設) 青野 泰久 (清水建設) 櫻井 英行 (清水建設)

Hiroki KAMADA, Shimizu Corporation

Yasuhisa AONO, Shimizu Corporation

Hideyuki SAKURAI, Shimizu Corporation

E-mail: hiroki.kamada@shimz.co.jp

For excavation analysis of mountain tunnels, quantitative studies of numerical errors that are positioned as calculation verifications in V&V (verification and validation) are presented. Conservative or average settings are generally made in numerical model for the purpose of cross-section design of tunnels. On the other hand, it is important to estimate the numerical error included in the model in advance for numerical models used in data assimilation and digital twins utilizing measurement data, which are actively researched and developed for practical use in the civil engineering field. In this study, focusing on the spatial inhomogeneity of the material properties of the ground, the numerical errors were estimated caused by positioning of the boundary of the analysis area, the size of the mesh and homogenizing the ground. These results confirm the importance of calculation verification in V&V.

1. はじめに

V&V における数値モデルの誤差の推定を目的とした解析検証は、コード検証が十分になされた商用コードを用いる解析においても非常に重要なプロセスである。数学モデルが対象とする実現象を十分に表現しうるとの判断の基に採用されているとすれば、最終的な妥当性確認においては、離散化誤差や収束誤差などの数値誤差は十分小さいことが確認されているか、定量的に推定されていなければならないからである。

近年、計測・観測データを活用したデータ同化やデジタルツインといったデータ駆動型解析は、土木分野においても研究開発が盛んである。山岳トンネルなどの地下施設の掘削解析においても安全性向上や施工の合理化を目的とした報告がある¹⁾。一般的なトンネルの断面設計のための数値モデルには保守的あるいは平均的な設定が行われるのに対し、データ駆動型解析では、データとの比較・整合を行うため地山の不均質性、初期・境界条件などの多くの不確実性を扱わなければならない。したがって、上述の解析検証に対応する検討によって、数値モデルにおける数値誤差については、最小化、定量化しておくことが非常に重要になる。

本稿では、このような数値モデルを用いたデータ駆動解析における数値誤差の評価を行った結果を報告する。物性の空間的な不均質性が顕著な地山を対象とし、解析領域境界の位置、メッシュの大きさ、地山を均質として仮定することに起因する数値誤差の推定結果を示し、解析検証の重要性を述べる。

2. 問題の設定

空間的な不均質性が顕著な地山として、Fig.1に示す物性分布を想定した。ここでは、Mohr-Coulombの弾塑性モデルの導入が適切であると仮定する。文献²⁾を参考に一軸圧縮強度 q_u に関しては、最頻値10 MPa、最大値20 MPa、最小値5 MPaのFig.1(a)に示す分布を仮定した。ヤング係数 E 、ポアソン比 ν 、内部摩擦角 ϕ 、粘着力 c については、 q_u との経験式³⁾とモールの応力円より次のように設定した。

$$E = 80q_u^{1.4} \quad (1)$$

$$\nu = 0.25(1 + e^{-0.2q_u}) \quad (2)$$

$$\phi = 20q_u^{0.25} \quad (3)$$

$$c = q_u(1 - \sin \phi) / (2 \cos \phi) \quad (4)$$

具体的な各物性の値はTable 1に示すとおりである。

Fig.1(b)は、トンネル断面形状と仮定した物性の分布である。均質寸法(不均質地山中において同質とみなせる体積群の大きさ)³⁾は、トンネル幅(D)15mに対し、5m(0.33 D)とした。初期応力は解析領域全域で $p_0=20\text{MPa}$ とした。

以降の解析検証は、この問題を正解とした場合の誤差推定を行った結果である。正解に対応する参照解として、十分広い解析領域を十分細かいメッシュ分割で解析した結果を用いた。具体的には、領域境界位置はトンネル中心から6 D (90m)、要素長は0.022 D (0.33m)である。境界条件は領域境界において法線方向変位を拘束し、三次元要素を用いるため奥行方向の変位を拘束して平面ひずみ状態とした。

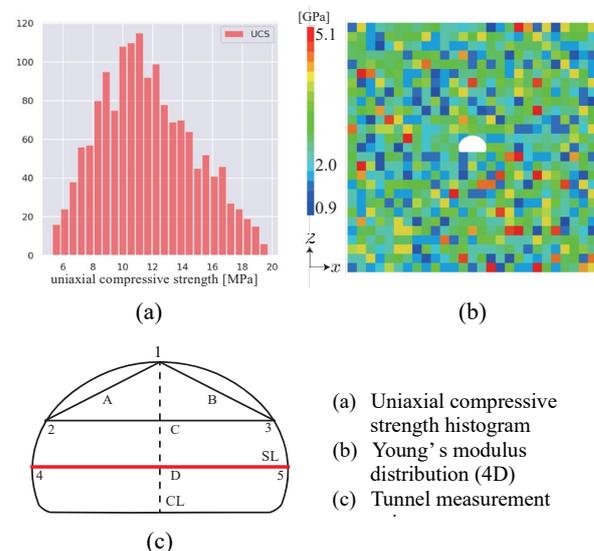


Fig.1 Reality of Interest

着目量は、Fig.1(c)に示す測線 D の内空変位である。

3. メッシュ収束性と解析境界位置に関する検証

Table 2 に示した5種類の要素長と4種類の領域設定の合計 20 ケースの解析を行った。Fig.2(b)の4色の実線がその結果であり、実線の色分けは、領域境界位置の違いに対応する。横軸は要素長、縦軸は変位の参照解に対する数値解の比（誤差）である。解析領域境界位置の設定に依らず、メッシュを細かくすることによる正解への収束性は、どのケースも同様の傾向を示している。ただし、要素分割と塑性領域との関係により、右肩上がり傾向が滑らかにはなっていない。メッシュ収束性の確認は解析検証におけるもっとも基本的な検討であり、トンネルの掘削解析においても、事前に塑性領域の発生状況とメッシュ分割の関係、メッシュの細分化による収束性を確認することは重要であることを再確認した。また、この問題では解析領域を小さくとると広くとった場合に比べて最大で 4%程度の差異が認められた。トンネル掘削のデータ駆動型解析の計画において、解析時間や計算機資源に応じたメッシュサイズと解析領域の設定を行う際には、このような解析検証を通じて、許容すべき誤差を把握しておくことが重要であると考えられる。

4. 不均質地山の均質化に関する検証

Fig.2(b) に、均質化の仮定に起因する誤差検証の結果を示す。要素長 0.33m と領域設定 90m(6D) を用い、物性は Table 2 の最頻値と逆解析より求めた値 ($q_u = 11\text{MPa}$) の2種類とした。図中●の不均質地山に対し、その物性を最頻値にて均質と仮定した場合は、誤差が 37%、▲の逆解析物性を用いて均質と仮定した場合には、8% 生じる結果となった。3 節の結果と比較してみると、不均質地山の物性を最頻値にて均質と仮定した場合には、要素長や領域設定により生じる誤差よりも大きな誤差が生じ、逆解析による物性を用いた場合にはメッシュ寸法や領域設定誤差と同程度から半分程度の誤差となった。

これらの結果より、データ同化においては、不均質性の均質化による誤差に対して埋もれないオーダーで、要素長や領域設定による誤差が生じる可能性があるため、いずれの誤差も無視することができず、それらを定量化したうえで、小さくしておくことが重要だと考えられる。

5. おわりに

不均質地山に建設する地下構造物を対象とした数値解析において、要素長、領域設定、地山物性の均質なモデル化に着目した検討を実施した。本研究で得られた知見を以下にまとめる。

- トンネル掘削解析において慣例的に用いられている「トンネル縁から 3D ~ 5D」という領域設定を行った場合、今回の条件では測線 D の内空変位において、概ね要素長を小さくすると誤差が小さくなる傾向が得られた。特に、要素長 2.5m (0.17D) を用いた場合に、誤差は最大で 19% と無視できない値となった。また、要素長を固定し、領域設定を 3D ~ 6D と変化させた場合には、最大で 4% の誤差の差異が認められた。データ同化やデジタルツインなど、計測データを活用しながら予測を行うデータ駆動型解析においては、このような慣例的な設定値を安易に用いるのではなく、モデルの要求性能に応じ、事前の誤差評価により設定する必要がある。
- 要素長の設定は、通常的设计では経験的に決められることが多い。しかし、不均質モデルの場合においても、要

素長が解の精度と正確度に大きな影響を与えることを再確認できた。この影響は領域設定によらず発生し、掘削部分付近では少なくとも 0.11D 以下の設定とし、メッシュ収束性を検証することにより決定する必要があると考えられる。

- 不均質な地山に対して、通常の解析では地層ごとに均質なモデル化を行うことがほとんどである。今回、地山の不均質地山における物性の最頻値により均質なモデル化を行った場合、37% の大きな誤差が生じ、逆解析による物性を用いた際には 8% となった。この誤差は無視できない値であり、均質な物性の設定方法によって変動することがわかった。これらの誤差は要素長の設定や領域設定による誤差を極端に超える値ではないため、データ同化においてはいずれの誤差も無視できず、事前に把握しておくことが重要だと考えられる。

参考文献

- 1) 青野泰久, 櫻井英行, 山本真哉: データ同化による施工中の地下構造物の挙動の予測手法, 計算工学講演会論文集 Vol.26, 2021.
- 2) 日本鉄道建設公団: NATM 設計施工指針, 307-327, 1996.
- 3) 岡崎泰幸, 熊坂博夫, 進士正人: トンネル掘削解析において地山の不均質性を考慮すべき条件, 土木学会論文集 F1(トンネル工学), Vol.71, No.2, 66-77, 2015.
- 4) アイダノオメール, 赤木和之, 伊藤孝, 川本眺万: スクィージング地山におけるトンネルの変形挙動とその予測方法について, 土木学会論文集, No.448/III-19, 73-82, 1992.

Table 1 Material properties

	最頻値	最大値	最小値
ヤング係数[GPa]	2.0	5.1	0.9
ポアソン比	0.28	0.26	0.33
内部摩擦角[deg]	35.6	42.0	30.7
粘着力 [MPa]	6.4	10.7	3.9

Table 2 Parameters of verification analysis

	ケーススタディの設定値
要素長	2.5m, 1.6m, 1.0m, 0.5m, 0.33m
領域境界	45m (3D), 60m (4D), 75m (5D), 90m (6D)

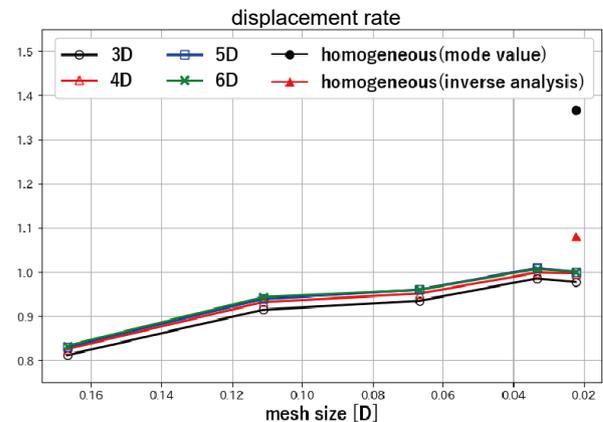


Fig.2 Verification result

脆性亀裂進展のばらつき評価に対する確率論的選点法の有効性の検討

Computational Efficiency of Stochastic Collocation Method by Assessment of Dispersion of Brittle Crack Propagation

稲岡 龍彦 (筑波大) 新宅 勇一 (筑波大) 寺田 賢二郎 (東北大)
Tatsuhiko INAOKA, University of Tsukuba
Yuichi SHINTAKU, University of Tsukuba
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: s2120832@s.tsukuba.ac.jp

The contribution of this study is to validate computational efficiency of Stochastic Collocation method (SC method) by assessment of dispersion of brittle crack propagation. The SC method, which is one of Uncertainty Quantification (UQ), is known to have a merit of non-intrusive nature similar to the Monte Carlo method (MC method) that allows us to independently conduct stochastic and mechanical calculations. In addition, the SC method provides us to evaluate the dispersion of a response affected by the uncertainties with a few samples because of the orthogonality of the Lagrange polynomial and the Gauss quadrature rule. To represent brittle fracture, a cohesive traction force embedded damage-like constitutive law, which enables us to incorporate a cohesive zone model in the material constitutive law, is employed with Finite Element Analysis (FEA). The cohesive zone model is able to realize the stress release process associated with brittle crack propagation after the maximum principal stress reaches local tensile strength. Thus, the combination between the FEA and the SC method provides us to predict the variation in brittle crack propagation due to the uncertainty in the local tensile strength. By comparing with the result of MC method, the capability of the SC method is demonstrated throughout assessment of brittle crack propagation.

1. 緒言

鋼構造物に対する安全性評価のためには、リバティール船の事故に代表されるような重大なインシデントの要因となる脆性破壊の予測が重要である。脆性破壊は金属材料内部の微視欠陥に過大な応力集中が発生することで急激に進行する。そのため、金属材料がもつ複雑な微視構造に起因する局所的な材料強度の不確実性によって、鋼構造物における脆性亀裂の進展挙動にばらつきが生じる。すなわち、脆性破壊に対する安全性の確保には、局所的な材料強度の不確実性を考慮した脆性亀裂進展のばらつき評価を行う必要がある。

不確実性が及ぼす影響を統計的に予測するために UQ (Uncertainty Quantification) が用いられる。例えば、乱数を用いた数値実験によって統計量を評価するモンテカルロ法(Monte Carlo method: MC method) が、UQとして一般的に適用されている。モンテカルロ法は高い汎用性を有するが、統計量計算に対する収束性の悪さが欠点として挙げられる。一方、モンテカルロ法と比較して、高い汎用性および計算効率を両立する UQとして確率論的選点法(Stochastic Collocation method: SC method)[1] が提案されている。確率論的選点法は Lagrange 多項式で近似された確率応答曲面に対して、Gauss 求積を用いることで統計量を評価する。

そこで本研究では、脆性亀裂進展のばらつき評価に対する確率論的選点法の有効性を検討する。具体的には、脆性亀裂による材料内部の応力解放過程を表現した結合力埋込型弾性損傷構成則[2]を採用する。また、モンテカルロ法および確率論的選点法を用いて、引張強さおよび軟化挙動に対する局所的な材料強度の不確実性の影響を統計評価する。さらに、モンテカルロ法による結果との比較を通して、確率論的選点法を用いた統計量計算の収束性および精度を評価する。

2. 確率論的選点法の概要[1]

確率応答曲面 $g(\cdot)$ によって、出力値 $z(\in \mathbb{R})$ が、

$$z = g(\mathbf{x}) \quad (1)$$

と表されると仮定する。ここで、 $\mathbf{x}(\in \mathbb{R}^M)$ は任意の分布をもつランダム入力パラメータである。Lagrange 多項式 $L_k(k = 1, \dots, M)$ を用いると、確率応答曲面 $g(\mathbf{x})$ は、

$$g(\mathbf{x}) \approx \sum_{i_1=1}^q \dots \sum_{i_M=1}^q g(x_1^{i_1}, \dots, x_M^{i_M}) \prod_{k=1}^M L_k(x_k^{i_k}) \quad (2)$$

と近似できる。ただし、 $\{x_k^{i_k}\}_{i_k=1}^q$ は $x_k(k = 1, \dots, M, x_k \in \mathbb{R})$ に関する選点、および q は選点の数である。特に、 x_k が正規分布に基づく場合、選点は Gauss-Hermite 求積の積分点と同じになる。

確率論的選点法においては、Lagrange 多項式によって表される確率応答曲面 $g(\mathbf{x})$ に対して Gauss 求積を適応することで出力の統計量を効率的に評価する。したがって、平均値 μ および分散 σ は、

$$\mu \approx \sum_{i_1=1}^q \dots \sum_{i_M=1}^q \omega_1^{i_1} \dots \omega_M^{i_M} g(x_1^{i_1}, \dots, x_M^{i_M}) \quad (3)$$

$$\sigma^2 \approx \sum_{i_1=1}^q \dots \sum_{i_M=1}^q \omega_1^{i_1} \dots \omega_M^{i_M} \{g(x_1^{i_1}, \dots, x_M^{i_M})\}^2 - \mu^2 \quad (4)$$

と表される。ここで、 $\{\omega_k^{i_k}\}_{i_k=1}^q$ は選点 $\{x_k^{i_k}\}_{i_k=1}^q$ に対応する Gauss 求積での重みである。

3. 数値解析例

本数値解析例題では、結合力埋込型弾性損傷構成則[2]を採用し、3点曲げ試験片を仮定した脆性亀裂進展解析を実施する。また、モンテカルロ法および確率論的選点法を用いて、材料の引張強さに関する統計量計算の収束性および荷重変位曲線のばらつきを比較する。ただし、本数値解析で用いる有限要素モデルおよび境界条件を図 1、材料パラメータのばらつきを考慮する要素領域であるアクティブゾーンを図 2、および材料の局所的な引張強さの統計量を表 1 に示す。

モンテカルロ法による引張強さの平均値および標準偏差に関する統計量計算の収束性を図 3、および確率論的選点法による統計量計算に関する収束性を図 4 に示す。図 3 よ

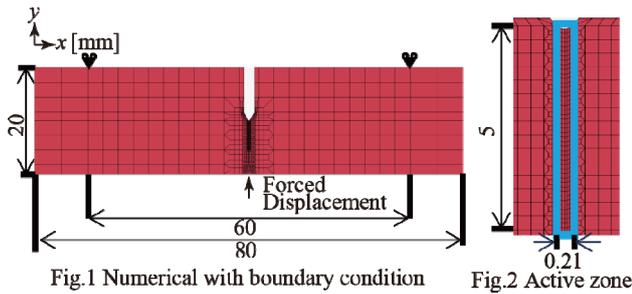


Table 1 Statistic value of material parameter

	Statistical distribution	Mean μ	Standard covariance σ
Local tensile strength	Normal	600[MPa]	100[MPa]

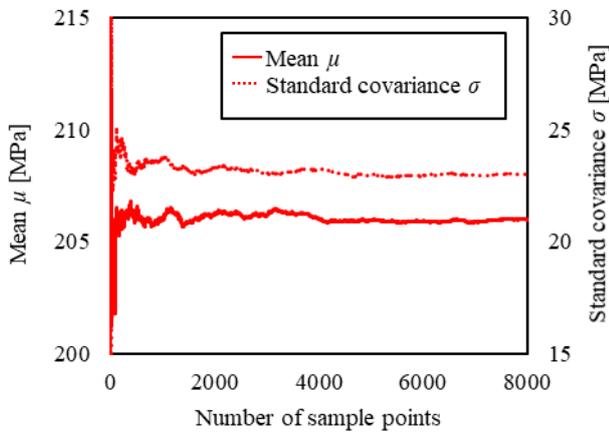


Fig.3 Convergence of statistic calculation using MC method

り、モンテカルロ法においては平均値に関する統計量計算の収束に必要なサンプル数は 2000 および標準偏差に関する統計量計算の収束に必要なサンプル数は 4000 である。一方、図 4 より、確率論的選点法の統計量計算においては平均値に関する統計量計算の収束に必要なサンプル数は 3 および標準偏差に関する統計量計算の収束に必要なサンプル数は 5 である。すなわち、モンテカルロ法と比較して、確率論的選点法を用いた統計量計算は約 700 倍の計算効率をもつことが確かめられた。

また、モンテカルロ法および確率論的選点法によって評価した荷重の平均値、およびその値から標準偏差を加減した荷重変位曲線を図 5 に示す。ただし、荷重変位曲線の統計量計算に用いたモンテカルロ法のサンプル数は 8000 および確率論的選点法のサンプル数は 7 である。図 5 の荷重変位曲線の比較から、確率論的選点法によって評価した軟化時点の荷重変位曲線にがたつきが生じているのに対して、モンテカルロ法ではなめらかである。ここで、脆性破壊の亀裂進展開始後の荷重の低下は局所的な材料強度に依存するため、両者の差異はサンプル点の数によるものであると考えられる。すなわち、確率論的選点法はサンプル数が少ないため軟化時点の荷重変位曲線にがたつきが生じ、モンテカルロ法はサンプル数が多いため荷重変位曲線がなめらかであると考えられる。しかし、両者の荷重変位曲線の平均および標準偏差はともに最大 3% の誤差で一致しているため、確率論的選点法によって十分な精度で効率的に脆性亀裂進展のばらつきが評価可能であることが示された。

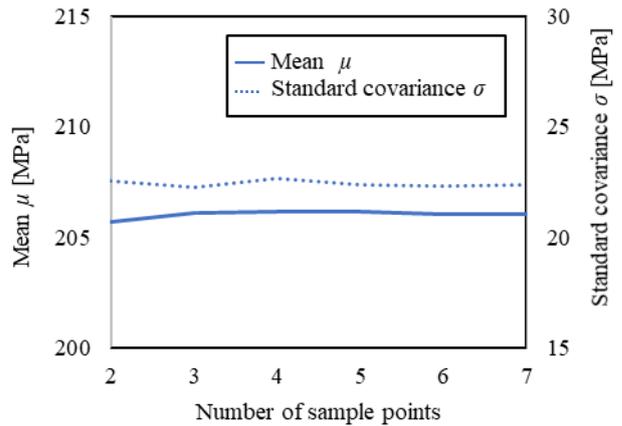


Fig.4 Convergence of statistic calculation using SC method

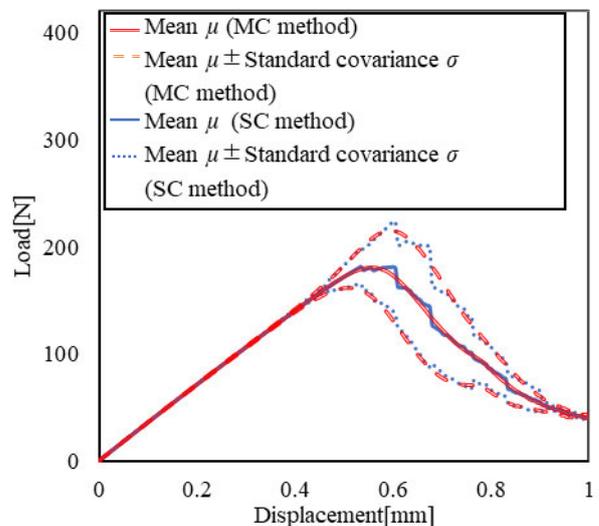


Fig.5 Dispersion of load-displacement curve obtained from MC method and SC method

4. 結言

本研究では、脆性亀裂進展のばらつき評価に対する確率論的選点法の有効性を検討した。具体的には、モンテカルロ法および確率論的選点法を用いて、材料の引張強さおよび軟化挙動に対する局所的な材料強度の不確実性の影響を統計評価した。さらに、モンテカルロ法による結果との比較を通して、確率論的選点法を用いた統計量計算の収束性および精度を確認した。

5. 謝辞

この成果は、国立研究開発法人新エネルギー・産業技術総合開発機構(NEDO)の委託業務 (JPNP14004) の結果得られたものです。

参考文献

- 1) I. Babuska, R. Tempone, and G. E. Zourais: A stochastic collocation method for elliptic partial differential equations with random input Data, SIAM J. Math. Anal., 45, pp.1005-1034, 2007.
- 2) Y. Shintaku, and K. Terada. Cohesive-force embedded damage model and its application to crack propagation analysis (in Japanese), Trans. JSCES.,2016, 20160011,2016.

有限積分法による光音響波の発生と伝搬のモデル化とその実験的検証

Modeling of Photoacoustic Wave Generation and Propagation Using Finite Integration Technique and Its Experimental Validation

三木陽大 (愛媛大・理工) 丸山泰蔵 (愛媛大・理工) 中畑和之 (愛媛大・理工)

Akihiro MIKI, Ehime University
Taizo MARUYAMA, Ehime University
Kazuyuki NAKAHATA, Ehime University
E-mail: nakahata@cee.ehime-u.ac.jp

When a short pulse laser irradiates on the surface of solid, ultrasonic wave generates by the photoacoustic effect. In this study, the phenomena are numerically modeled using a discretization scheme of the finite integration technique. The heat transmission is calculated by solving the heat conduction equation, then the effect is incorporated into the Duhamel-Neumann's relation. The numerical result of ultrasonic wave propagation is validated with experimental measurement.

1. はじめに

材料表面にレーザーを照射することで、非接触で超音波を発生させて構造部材の内部を検査する手法が注目されている。パルスレーザーを材料表面に照射したとき、レーザー強度が小さい場合には、材料表面において光吸収による熱膨張が生じ、超音波が発生する。これは光音響効果と呼ばれている。また、強度が大きい場合は、固体表面が急激に溶融・蒸発し、その衝撃で超音波が発生する。これはアブレーションと呼ばれている。非破壊検査では、両者はレーザー超音波法として導入されつつある。光音響波の伝搬はレーザーパルス幅、レーザー照射面の大きさ(スポット径)等によって変化する¹⁾。そのため、光音響波によるレーザー超音波法を利用する前に、光音響波の発生と伝搬の特性を把握しておくことが望ましい。そこで、本研究では、光音響波の発生と伝搬をモデル化し、これを検証することを目的とする。

本研究では、空気中から固体にレーザーを照射する場合と、液体中から固体にレーザーを照射する場合を考える。ここでは、レーザー照射によるナノ秒オーダーの急激な温度変化をモデル化するために熱伝導方程式を解き、それによる温度の変化はデュアメル・ノイマンの関係式から応力に変換される。この応力の変化が波動伝搬となる。以上は、有限積分法(Finite Integration Technique: FIT)のスキームで計算される。これまで、弾性波に対するFIT(Elastodynamic FIT: EFIT)や、音響波に対するFIT(Acoustic FIT: AFIT)が提案されており、EFITとAFITを結合して解くことで、固体と流体がカップリングした波動場の解析も実施することができる²⁾。ここでは光音響波の発生から伝搬までをナノ秒の時間分解能でシミュレーションを行う。また、光音響波の計測実験を行い、シミュレーション結果と比較することでモデル化の妥当性を検証する。

2. 有限積分法

固体は線形等方弾性体とし、2次元面内弾性波動場を考える。固体中の位置 (x_1, x_2) と時刻 t において、粒子速度 v_i 、応力 σ_{ij} は、次の運動方程式とデュアメル・ノイマンの関係³⁾を満足する。

$$\rho(\mathbf{x})\dot{v}_i(\mathbf{x}, t) = \frac{\partial \sigma_{ij}(\mathbf{x}, t)}{\partial x_j} \quad (1)$$

$$\dot{\sigma}_{ij} = \lambda \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) - \alpha (3\lambda + 2\mu) \dot{T} \delta_{ij} \quad (2)$$

ここで、 ρ は密度、 λ と μ はラメ定数、 α は線膨張係数、 T は温度、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。また、

$\dot{T} = \frac{\partial T}{\partial t}$ として時間微分を表す。 λ と μ を用いると、縦波音速は $c_L = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ 、横波音速は $c_T = \sqrt{\mu/\rho}$ と表される。なお、式(1)と(2)で $\sigma_{ij} = 0$ ($i \neq j$)、 $\mu = 0$ とおけば、流体中の支配方程式となる。また、温度 T と熱流束 q_i は次の熱伝導方程式とフーリエの法則を満足する。

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (3)$$

$$q_i = -k \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (4)$$

ここで、 c は比熱、 k は熱伝導率である。FITでは、支配方程式を微小な正方領域(積分セル)で体積積分し、ガウスの発散定理を用いて面積分に変換した後に離散化する。離散化の詳細²⁾は割愛するが、セルサイズ($\Delta x \times \Delta x$)で体積積分を実行するとき、セル内では物理量が一定、面積分において面上(Δx)で物理量が一定であると仮定すると、Fig.1に示すような粒子速度、応力、温度、熱流束のノードが配置される。ここでは、垂直応力と温度のノードを同じ位置に配置している。

時間方向の離散化において、粒子速度と応力の時間微分には、次のような中心差分近似を適用する。

$$\{v_i\}^z = \{v_i\}^{z-1} + \Delta t \{ \dot{v}_i \}^{\frac{z-1}{2}} \quad (5)$$

$$\{\sigma_{ij}\}^{\frac{z+1}{2}} = \{\sigma_{ij}\}^{\frac{z-1}{2}} + \Delta t \{ \dot{\sigma}_{ij} \}^z \quad (6)$$

ここで、 Δt は時間ステップ幅であり、上付き文字 z は整数次の時間ステップを表している。また、温度の時間微分には、次のような前進差分近似を適用する。

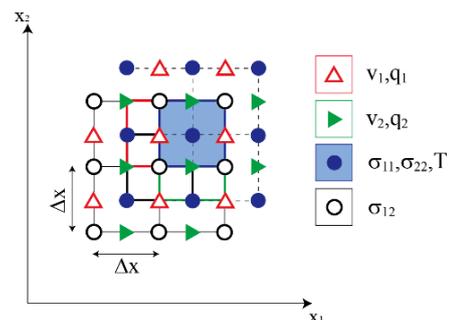


Fig. 1 Allocation of physical nodes in the FIT for coupled analysis of wave propagation and heat transmission.

$$\{T\}^z = \{T\}^{z-1} + \Delta t \{\dot{T}\}^{z-1} \quad (7)$$

ここでの解の更新は、式(3)と(4)で更新した温度が式(2)に影響する片方向連成の形をとっている。

3. 解の精度検証

本研究では、ガウシアン型のレーザープロファイルを用いることを想定し、レーザー照射面の q_i ノードに、次式を与えることでレーザー照射を表現した。

$$q_i = I_0 \exp\left\{-\frac{2(x_2 - x_c)^2}{r_0^2}\right\} \exp\left\{-\frac{2(t - t_c)^2}{(t_0 / \sqrt{\log 4})^2}\right\} \quad (8)$$

ここで、 I_0 は最大レーザーパワー密度⁴⁾、 x_c はレーザー照射領域中心の x_1 座標、 r_0 はスポット半径、 t_c は時間域において振幅が最大値をとる時刻、 t_0 はレーザーパルス幅である。FITの波動問題における精度は検証済みであるので、ここでは、熱伝導方程式について Green 関数法による解析解と比較する。レーザーパワー密度は $I_0 = 2 \times 10^{10} \text{W/m}^2$ 、スポット半径は $r_0 = 0.1 \text{mm}$ 、レーザーパルス幅は $t_0 = 20 \text{ns}$ とした。固体はアルミニウムとし、材料定数は Table 1 に示す値を用いた。Green 関数法と FIT による解を、照射面の下の $0.5 \mu\text{m}$ の位置で比較したグラフを Fig.2 に示す。グラフから、FIT による解と Green 関数法による解は良好に一致していることが分かる。

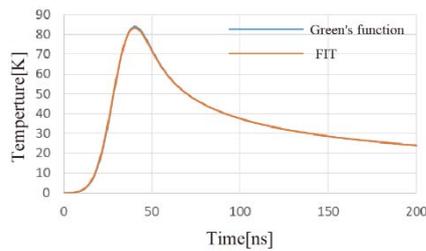


Fig.2 Comparison of numerical result of the heat transmission with analytical result obtained by Green's function.

4. 光音響波の伝搬シミュレーション

Fig.3に示すように2種類のレーザー照射を考える。一つは、空気中から固体表面にレーザーを照射する場合(モデル A)、もう一つは液体中から固体表面にレーザーを照射する場合(モデル B)であり、それぞれ Fig.3(a)と(b)に示す。固体はアルミニウム、液体は水とし、材料定数は Table 1 に示す値を用いた。計算領域は、モデル A は $5 \text{mm} \times 4 \text{mm}$ とし、モデル B では固体を $5 \text{mm} \times 4 \text{mm}$ とし、その上面に $5 \text{mm} \times 1 \text{mm}$ の液体領域を設定した。液体-固体の界面条件は、垂直応力および法線方向の粒子速度が等しいとして計算している。FITのセルサイズは $\Delta x = 0.5 \mu\text{m}$ とし、時間ステップは Courant 条件を満足するように $\Delta t = 0.05 \text{ns}$ とした。モデルの周辺に厚さ 0.1mm の人工吸収境界(PML)を設けた。ここでは、照射面において q_2 を与えることでレーザー照射を模擬した。照射時のパルス条件は $t_c = 10.05 \text{ns}$,

Table 1 Material properties of aluminum and water.

Material	Aluminium	Water
Density ρ (kg m^{-3})	2688	996.6
Longitudinal wave velocity c_L (m s^{-1})	6400	1470
Transverse wave velocity c_T (m s^{-1})	3150	-
Linear expansion coefficient α (K^{-1})	2.31×10^{-5}	1.00×10^{-4}
Specific heat c ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	905	4179
Thermal conductivity k ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)	237	0.6104

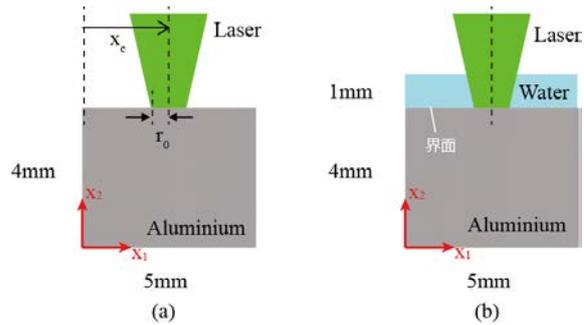


Fig.3 (a) Numerical model A (laser irradiation in air), (b) numerical model B (laser irradiation through water)

$t_0 = 7 \text{ns}$ であり、レーザー照射領域は、 $r_0 = 0.428 \text{mm}$ 、 $x_1 = x_c = 2.5 \text{mm}$ 、 $x_2 = 4.0 \text{mm}$ とした。

モデル A と B の解析結果を Fig. 4(a)と(b)にそれぞれ示す。解析結果は、 $t = 480 \text{ns}$ におけるミーゼス応力をプロットした。水中からレーザーを照射した場合、空気中からレーザーを照射した場合に比べて、 x_2 方向に伝搬する縦波の振幅が大きい。これは、水が上部に存在することで、熱膨張によって発生した応力に対して反力が発生するため、深さ方向の垂直応力が大きくなるためであると考えられる。

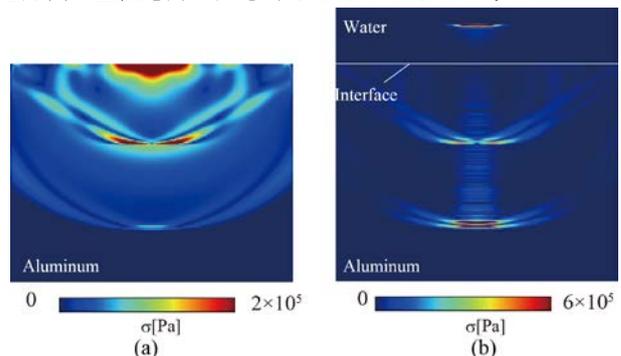


Fig.4 (a) Snapshots of wave propagation in models A and (b) model B (plot of Mises stress at 480 ns after laser irradiation).

5. おわりに

レーザー照射時の光音響効果をモデル化し、光音響波の発生と伝搬のシミュレーション方法を開発した。水中からアルミニウムにレーザーを照射した場合には、空気中からレーザーを照射した場合に比べて、深さ方向に伝搬する縦波の振幅が大きいことがわかった。

なお、実験と解析の比較結果については、発表会当日に示す。

参考文献

- 1) V. V. Krylov: Directivity patterns of laser-generated sound in solids: Effects of optical and thermal parameters, *Ultrasonics*, Vol.69, pp.279-284, 2016.
- 2) K. Nakahata, J. Chang, M. Takahashi, K. Ohira and Y. Ogura: Finite integration technique for coupled acoustic and elastic wave simulation and its application to noncontact ultrasonic testing, *Acoustical Science and Technology*, Vol.35, No.5, pp.260-268, 2014.
- 3) I. Arias I. and J. D. Achenbach: Thermoelastic generation of ultrasound by line-focused laser irradiation, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.40, No.25, pp.6917-6935, 2003.
- 4) C. B. Scruby and L. E. Drain: *Laser Ultrasonics, Techniques and Applications*, Adam Hilger, 1990.

Common session | Organized Session(計算力学×データサイエンス)

企画セッション: 計算力学×データサイエンス

座長:藤田 航平(東京大学)

Sat. May 28, 2022 1:00 PM - 2:30 PM Meeting room B (Online)

- [2B13-18-01] Construction of surrogate model for rapid prediction of rainfall-induced landslide in wide area
*Kenta Tozato¹, Shuji Moriguchi¹, Kenjiro Terada¹ (1. Tohoku University)
1:00 PM - 1:15 PM
- [2B13-18-02] Efficiency improvement of PINNs inverse analysis by extracting spatial features of data
*Shota Deguchi¹, Yosuke Shibata¹, Mitsuteru Asai¹ (1. Kyushu University)
1:15 PM - 1:30 PM
- [2B13-18-03] Improving sequential Bayesian update for tsunami scenario detection by using geodetic data learning
*Reika Nomura¹, Yu Otake¹, Shuji Moriguchi¹, Diego Melgar², Randall LeVeque^{3,1}, Kenjiro Terada¹ (1. Tohoku University, 2. University of Oregon, 3. University of Washington)
1:30 PM - 1:45 PM
- [2B13-18-04] 2-D Elastodynamic Inverse Scattering Analysis Using Deep Learning for Multipoint Measurement Data
Takahiro SAITOH¹, *Shinji SASAOKA¹, Kazushi KIMOTO², Sohichi HIROSE³ (1. Gunma University, 2. Okayama University, 3. Tokyo Institute of Technology)
1:45 PM - 2:00 PM
- [2B13-18-05] Estimation of cross-sectional characteristics by machine learning for evaluation of additional stress due to shear lag
*Hiroki Aoki¹, Isao Saiki¹, Yu Otake¹, Ryohei Mitsui¹ (1. Tohoku University)
2:00 PM - 2:15 PM
- [2B13-18-06] A surrogate model of homogenized elastoplastic constitutive model using RBF interpolation
*Yosuke Yamanaka¹, Seishiro Matsubara², Shuji Moriguchi¹, Kenjiro Terada¹ (1. Tohoku University, 2. Nagoya University)
2:15 PM - 2:30 PM

豪雨による広域土砂災害即時予測のための代理モデルの構築

Construction of surrogate model for rapid prediction of rainfall-induced landslide in wide area

外里 健太 (東北大) 森口 周二 (東北大) 寺田 賢二郎 (東北大)
 Kenta TOZATO, Tohoku University
 Shuji Moriguchi, Tohoku University
 Kenjiro Terada, Tohoku University
 E-mail: kenta.tozato.t2@dc.tohoku.ac.jp

This study presents a framework for rapid landslide prediction over a wide area using pre-computed results of infiltration analysis, surface flow analysis, and three-dimensional limit equilibrium-based slope stability analysis. Several simulation cases are performed under the different rainfall scenarios, and a surrogate model is constructed with the help of the Kriging method. The proposed framework was applied to a landslide risk analysis in consideration of an actual terrain data. Obtained results indicates that the proposed framework has high potential for rapid landslide risk analysis over a wide area.

1. 緒言

我が国では、豪雨に伴う土砂災害が例年各地で発生しており、多くの人的、経済的被害が発生している。近年の例では、2018年の西日本豪雨で2081件、2019年東日本台風で952件の土砂災害が観測されており、このような土砂災害による被害を最小化するためには、土砂災害が発生を即時的かつ詳細に予測可能な技術が必要である。我が国における土砂災害の実用的なリアルタイム被害予測としては、気象庁の土砂災害警戒判定メッシュ情報(キキクルの一部)が挙げられるが、現行の手法では、個別の斜面単位での土砂災害危険度評価までの分解能は有しておらず、また地形・地質や斜面安定性の力学的な性質も十分に考慮されていない。地形条件や力学特性を考慮したリアルタイム予測の試み^{1),2)}も報告されているものの、斜面角度のみで地形特性を表現する無限長斜面安定解析が採用されるなど、高度な数値シミュレーションから得られる情報が十分に広域土砂災害即時予測に活用されていないという現状がある。そのため本研究では、豪雨による広域の斜面リスク評価に関して、地形・地質条件を考慮した水文学的・力学的評価を即時的に可能とする枠組みを構築し、高度な数値シミュレーションから得られる情報を効果的に活用可能な手法を提案するとともに、実地形を対象とした検証を通じて、その有用性を確認する。

2. 数値解析手法

本研究では、浸透解析、地表流解析、斜面安定解析を行うことで、豪雨による広域の土砂災害危険度を評価する。

まず、浸透解析については、Green Amptモデル³⁾を用いて解析を実施する。地中の水分量を飽和含水率と初期含水率の2つで近似的に表現する1次元解析モデルであり、地表面からの浸潤面の深さとして浸透の様子を表現する。地表流解析については、Diffusion Waveモデルを用いた解析を実施する。

斜面安定解析については、3次元極限平衡法の1つであるHovland法⁴⁾を用いた斜面安定解析を実施した。安全率 F は滑動力と抵抗力の比として、以下のように表される。

$$F = \frac{\sum_i \sum_j \{cA + (N_{ij} - u_{ij}A) \tan \phi\}}{\sum_i \sum_j T_{ij}} \quad (1)$$

ここで、 i, j が土柱の位置の番号、 T_{ij} がせん断力の大きさ、 N_{ij} が垂直力の大きさ、 W_{ij} が土柱重量、 c が粘着力、 A が

土柱のすべり面の面積、 u_{ij} が間隙水圧、 ϕ が内部摩擦角を示している。本研究では、すべり面を楕円体とし、すべり面の形状をいくつか変化させることで安全率の評価を行う。また、間隙水圧については、先述の浸潤面の深さの値を用い、すべり面の深さが浸潤面深さに比べて小さい場合にすべり面深さ分の間隙水圧を与えることとした。

3. 代理モデルの構築

本研究では、事前に降雨シナリオを複数設定して一連の解析を実施し、浸潤面位置の空間分布 g_i と安全率の空間分布 f_i の入出力関係をデータベースとする。入力である浸潤面位置分布については、次元縮約のため、固有直行分解を適用し、特徴量の大きさ α_i (以降POD係数と呼ぶ)の形で表現する。この $(\alpha_i, f_i)(i = 1, \dots, N)$ (N :解析結果数)の入出力データより、任意の降雨シナリオでの安全率の空間分布の代理モデルを、重み付き平均の形で以下のように表現する。

$$\hat{f}(\alpha) = \sum_{i=1}^N w_i(\alpha) f_i \quad (2)$$

ここで、 w_i が重みであり、 $\hat{f}(\alpha)$ が任意の降雨シナリオでの安全率の空間分布である。本研究ではKriging⁵⁾を用いてその重みを決定する。Krigingは、距離の近い観測点のデータが大きな類似性を持つという空間相関構造を利用して空間内挿を行う手法であり、ばらつきと合わせて補間を行うことができるという特徴がある。

本研究では、POD係数空間において平均安全率を出力値として補間を実施し、その重みを式(2)で用いることで安全率分布を算出する。任意の降雨でのデータに対しては、まずリアルタイム計算で浸潤面深さの空間分布を算出し、事前計算の固有直交分解で得られた空間モードからPOD係数を逆解析的に算出した後、式(2)に代入することで即時的に安全率の空間分布を求める。

4. 対象領域

本研究では、2019年の東日本台風で斜面崩壊が確認された岩手県釜石市の一部の領域を対象領域として選定し、一連の解析を行う。領域のサイズは1km×1kmであり、地形データの空間解像度は5mとして設定した。

また、降雨条件については、Fig.1のように、一定の傾きで増加するような8つの時間変化考慮して解析を行い、これらの結果を事前計算のデータベースとして設定した。ま

た、空間分布については一様とした。また、検証用データには、2019年の東日本台風時のアメダス観測データを用い、その解析結果と代理モデルの結果を比較することで妥当性の検証を行う。

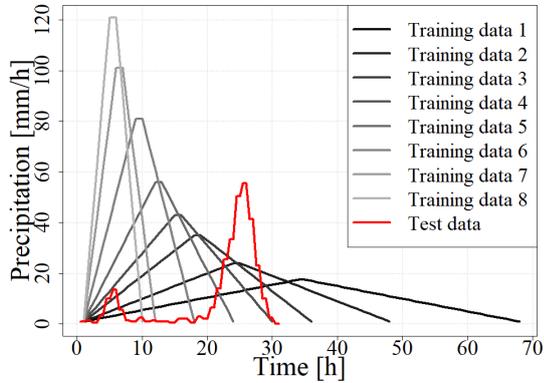


Fig. 1 Time-series rainfall data for training and testing.

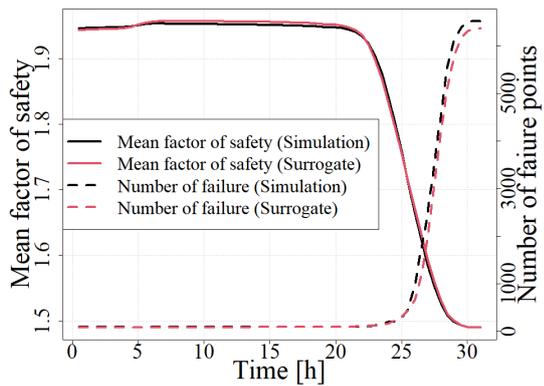


Fig. 2 Comparison of simulation and surrogate model. (Mean factor of safety and number of failure points)

5. 結果

検証用の降雨イベントに対して、構築した代理モデルによる結果と数値シミュレーションによって得られる結果について比較を行う。まず、領域全体の安全率の平均値と安全率1を下回る地点数の時間変化について図-2に示す。また、検証用降雨イベント終了時点での、安全率の空間分布を図-3に示す。これらの結果からわかるように、代理モデルによって数値シミュレーション結果をおおむね表現できていることが確認できる。図-2の安全率1を下回る地点数を見ても、ほとんど一致していることから、時間的な斜面崩壊危険度の変化についても代理モデルによって表現できていることが確認できる。

誤差の時系列的な変化についても、各時間ステップにおいて5%程度となることから、概ね代理モデルによって表現できていることが確認できる。浸潤面位置の空間分布の算出やPOD係数の算出、重みの計算にはほとんど計算コストがかからないことから、代理モデルを用いることでより詳細な斜面安定評価の結果を即時的に算出することが可能である。

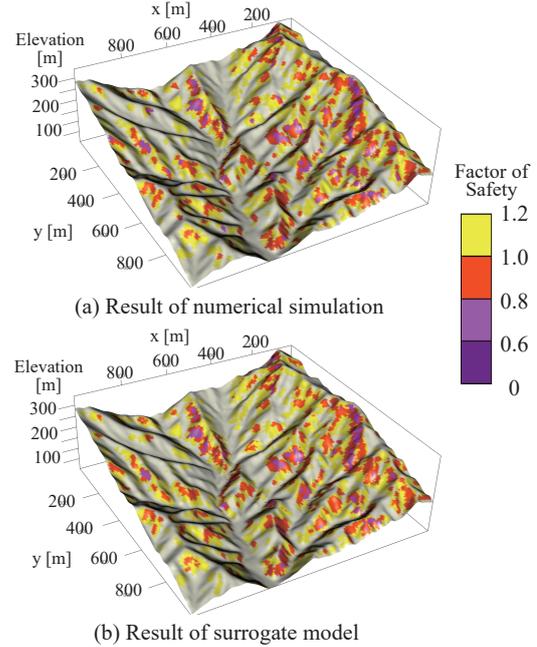


Fig. 3 Comparison of simulation and surrogate model. (factor of safety distribution: Time :31 h)

6. 結言

豪雨による広域の斜面崩壊危険度を即時的に評価する枠組みについて説明した。事前に降雨シナリオを複数仮定して浸透、地表流、3次元斜面安定解析を実施し、その結果を用いて固有直交分解やKrigingを用いて代理モデルを構築することで、計算コストの高い数値シミュレーションの結果を、代理モデルによって低い計算コストで再現することができた。

本研究では、簡単な例として、比較的狭い領域での解析を実施したが、今後は市町村レベルでの広域に応用し、その有用性について確認していく。さらに広域の適用する場合には、降雨の空間分布を考慮して事前計算のための降雨シナリオを作成することが必要があるため、その部分についての検討が必要である。また、降雨シナリオの効率的な設定方法や、効率的にデータベースのデータを増やす手法についても今後検討していく予定である。

参考文献

- 1) 木下篤彦, 神野忠広, 岡本敦, 一言正之, 小野寺勝, 桜庭雅明, 杉山実: 六甲山系におけるリアルタイムハザードマップシステムの構築, 砂防学会誌, 66, pp. 15-22, 2013.
- 2) J. Y. Park, S. R. Lee, D. H. Lee, Y.T. Kim, J. S. Lee: A regional-scale landslide early warning methodology applying statistical and physically based approaches in sequence, Engineering Geology, 260, pp. 105193, 2019.
- 3) L. Chen, M. H. Young: Green-Ampt infiltration model for sloping surfaces, Water Resources Research, 42, 2006.
- 4) H. J. Hovland: Three-dimensional slope stability analysis method, Journal of the Geotechnical Engineering Division, 103, pp. 971-986, 1977.
- 5) J. P. C. Kleijnen: Kriging metamodeling in simulation: A review, European Journal of Operational Research, 192, 707-716, 2009.

空間特徴量抽出を援用した PINNs によるパラメータ逆解析の効率化

Efficiency improvement of PINNs inverse analysis by extracting spatial features of data

出口 翔大 (九州大・工) 柴田 洋佑 (九州大・工) 浅井 光輝 (九州大・工)

Shota DEGUCHI, Kyushu University
Yosuke SHIBATA, Kyushu University
Mitsuteru ASAI, Kyushu University
E-mail: deguchi@doc.kyushu-u.ac.jp

Increasing frequency of heavy rainfalls have been drawing attention to expected flood and sediment disasters, which are often modeled as single-phase flow for simplicity; however, it is challenging to estimate the equivalent material parameters as empirical laws and man-powered iterations are introduced. In this context, we focus on PINNs (Physics-Informed Neural Networks) applicability to inverse problems and investigate the improvement by data sampling measures. We present its accuracy is improved with the use of POD (Proper Orthogonal Decomposition) to extract spatial features, instead of the conventional random sampling.

1. 緒言

過去 50 年間で、「猛烈な雨」とされる 1 時間降水量 80mm 以上の年間発生回数は急増しており、同傾向は今後も継続すると予想される。近年では、豪雨災害に誘発される土砂災害の頻発化により、数値解析による災害の再現・予測が要求されている。土砂災害は一般に水と土砂が混ざり合う混相流問題であるが、計算資源の低減・広域解析の実現のため巨視的に等価な単相流へ置き換えられることが多い。こうした等価物性値の同定には、人的反復や経験則が導入されることが多く、未だ議論の余地が残されている。

本研究では上記を、観測値から物理パラメータを推定する逆問題と読み替え、対象となる物理現象の支配方程式を損失関数に組み込んだ PINNs (Physics-Informed Neural Networks) を用いて当該流体の密度と動粘性係数を推定する。従来の PINNs 逆解析では、観測量を時空間的にランダムサンプリングすることが主流であったが、本研究では固有直交分解 (POD: Proper Orthogonal Decomposition) による特徴抽出を行い、逆解析の効率化・高精度化を検討した。

2. 問題設定

先行研究^{1),2)}に倣い、障害物背面で発生するカルマン渦の流れ場から流体の密度と動粘性係数を推定する問題を取り上げ、OpenFOAM を用いて教師データを作成した。Fig. 1 に示す 16(m) × 40(m) の矩形領域 (Fig. 1 内 Computational Region) 内に 1(m) × 1(m) の不透水性四角柱を設置し、左端境界に一樣流速 1(m/s)、右端境界には圧力 0(Pa)、上下境界にはすべり条件を与えた。時間増分は 0.1(s) とし、実時間 20(s) の解析を実施した。また、密度と動粘性係数は $\rho = 1.0(\text{kg}/\text{m}^3)$ 、 $\nu = 0.01(\text{m}^2/\text{s})$ とし、教師データは四角柱背面の小領域 (Fig. 1 内 Learning Region) から取得した^{1),2)}。

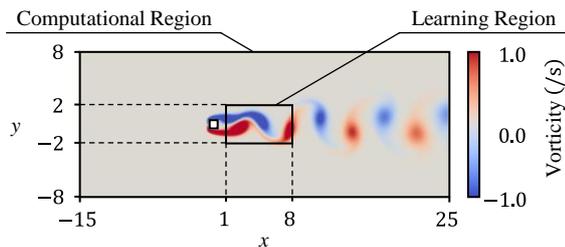


Fig. 1 Problem setup

3. POD によるモード分解

従来、PINNs による逆解析ではランダムなデータサンプリングが行われてきたが、時空間的に分布するデータには時間的・空間的特徴が存在し、これらは POD により切り分けることができる^{3),4)}。時空間分布するデータ行列を \mathbf{D} とすると、POD により以下のように分解することができる。

$$\mathbf{D} = \mathbf{A}\mathbf{\Gamma}\mathbf{B}^T = \sum_m^M \gamma_m \boldsymbol{\alpha}_m \boldsymbol{\beta}_m^T \quad (1)$$

ここで、 \mathbf{D} は列方向にデータの空間分布を、行方向に時間分布を保持するものとする。また、 \mathbf{A} は \mathbf{D} の空間モードを、 \mathbf{B}^T は時間モードを表し、 $\mathbf{\Gamma}$ は特異値を要素とする対角行列である ($\gamma_{m+1} \geq \gamma_m$)。なお、 $\boldsymbol{\alpha}_m$ 、 $\boldsymbol{\beta}_m^T$ は第 m 次空間・時間モード成分を、上付き文字 $(\cdot)^T$ はベクトル・行列の転置を示す。Fig. 2 には、Learning Region 内の水平速度分布とその主要な空間モードを示す。

4. Physics-Informed Neural Networks による逆解析

PINNs は、二乗誤差に加え自動微分⁵⁾により算出される支配方程式との整合性を考慮した学習を行う。非圧縮性流れを対象とする本研究では、その損失関数 \mathcal{L} を以下のように定義した。

$$\mathcal{L} = w_{\text{Data}} \mathcal{L}_{\text{Data}} + w_{\text{PDE}} \mathcal{L}_{\text{PDE}} \quad (2)$$

$$\mathcal{L}_{\text{Data}} = \frac{1}{N_{\text{Data}}} \sum_i^{N_{\text{Data}}} (\mathbf{u}_i - \hat{\mathbf{u}}_i)^2 + (p_i - \hat{p}_i)^2 \quad (3)$$

$$\mathcal{L}_{\text{PDE}} = \frac{1}{N_{\text{PDE}}} \sum_j^{N_{\text{PDE}}} (\nabla \cdot \hat{\mathbf{u}}_j)^2 + \left(\frac{D\hat{u}_j}{Dt} + \frac{1}{\rho} \nabla \hat{p}_j - \nu \nabla^2 \hat{\mathbf{u}}_j \right)^2 \quad (4)$$

ここで、 $\mathcal{L}_{\text{Data}}$ は教師データとの二乗誤差、 \mathcal{L}_{PDE} は支配方程式との整合度を評価する損失項であり、本研究ではそれぞれ「データ損失」、「物理損失」と呼ぶこととする。 w_{Data} 、

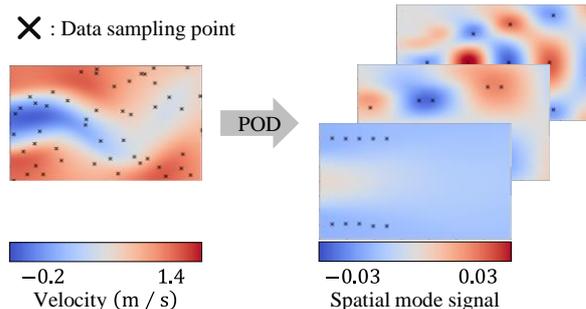


Fig. 2 Schematic of proper orthogonal decomposition

w_{PDE} は各損失項に与える重みである²⁾(本研究では $w_{\text{Data}} = w_{\text{PDE}} = 1.0$)。 \mathbf{u}_k, p_k は速度, 圧力に関する教師データであり, $\hat{\mathbf{u}}_k = \hat{\mathbf{u}}(\mathbf{x}_k, t_k), \hat{p}_k = \hat{p}(\mathbf{x}_k, t_k)$ は対応する PINNs 予測値, $\hat{\rho}, \hat{\nu}$ は各パラメータの推定値を示す。また, N_{Data} はデータ損失評価点数(教師データ数), N_{PDE} は物理損失評価点数であり, 本研究では 10 タイムステップ毎に $N_{\text{Data}} = 50, N_{\text{PDE}} = 250$ だけ取得した。なお, $\hat{\mathbf{u}}, \hat{p}$ は入力値 $\mathbf{x} := (\mathbf{x}, t)$ に対するネットワーク出力値 $\hat{\mathbf{y}} := (\hat{\mathbf{u}}, \hat{p})$ として得られる。層数 L のネットワークにおける第 $l (= 1, 2, \dots, L)$ 層の出力値は, 以下により与えられる。

$$\mathbf{z}^l = \sigma^l(\mathbf{W}^l \cdot \mathbf{z}^{l-1} + \mathbf{b}^l) \quad (5)$$

ここで, $\mathbf{z}^0 = \mathbf{x}, \mathbf{z}^L = \hat{\mathbf{y}}$ であり, $\mathbf{W}^l, \mathbf{b}^l, \sigma^l(\cdot)$ は第 l 層における重み, バイアス, 活性化関数である。本研究では, ネットワーク構造は中間層を 9 層, 1 層当たりのニューロン数を 64 として活性化関数には $\tanh(\cdot)$ を採用し^{1), 2)}, L-LAAF⁶⁾を加えた Adam⁷⁾による 100,000 エポックのフルバッチ学習を行った。

4. 1. ランダムサンプリング

式(3)に示す通り, PINNs による逆解析では教師データのサンプリングが必要となる。従来の PINNs 逆解析に用いられてきたランダムサンプリング^{1), 2)}では, Learning Region 内から一様抽出を行う (Fig. 2 左側参照)。Fig. 2 内では, データのサンプリング点を \times 印で示している。しかしながら, 同手法は時空間上に存在するデータの特徴を反映したものではなく, 非効率なデータサンプリングである。

4. 2. POD サンプリング

本研究では POD サンプリングを提案する。POD サンプリングでは, 式(1)に示すように時空間分布するデータを POD 解析し, 特に空間特徴が強く発現する領域から重点的にサンプリングを行うことで空間特徴量を考慮したデータの抽出が可能である (Fig. 2 右側参照)。本研究では水平速度を POD 解析し, 第 1~5 次モードで空間特徴が極大化する領域から 10 点ずつサンプリングすることで, 10 ステップ当たり $N_{\text{Data}} = 50$ が満足されるよう調整した。

5. 解析結果

ランダムサンプリングと POD サンプリングによる逆解析結果として, 学習終了直前の 1,000 エポック間における $\hat{\rho}, \hat{\nu}$ の平均値と標準誤差を Table 1, および Table 2 に示す。Table 1, Table 2 より, ランダムサンプリングと POD サンプリングの両方で $\hat{\rho}, \hat{\nu}$ が真値 ($\rho = 1.0(\text{kg/m}^3), \nu = 0.01(\text{m}^2/\text{s})$) を推定できているが, それぞれを比較すれば, 後者によるパラメータ推定値が前者より高精度であることが確認できる。両方で同一のネットワーク構造, 学習アルゴリズムを用いたことから, 以上の逆解析の高精度化は POD サンプリングによる空間特徴を抽出した学習によるものと結論付けることができ, 提案法である POD サンプリングの優位性が確認できる。

Table 1 Summary of density ($\hat{\rho}$) estimate
(Mean \pm standard error $\times 10^{-6}$)

$\hat{\rho}$	Random	POD (Ours)
Estimate (kg/m^3)	1.0128 \pm 1.37	1.0117 \pm 1.14
Error (%)	1.28	1.17

Table 2 Summary of kinematic viscosity ($\hat{\nu}$) estimate
(Mean \pm standard error $\times 10^{-8}$)

$\hat{\nu}$	Random	POD (Ours)
Estimate (m^2/s)	0.01128 \pm 7.62	0.01106 \pm 8.58
Error (%)	12.79	10.62

6. 結言

本研究では PINNs の逆解析への適用性に着目し, 時空間に分布するデータを POD により時間・空間依存性を分離して, 空間特徴が集中する領域からサンプリングすることで逆解析精度が向上することを確認した。本研究では特に水平速度を POD 解析し, その上位 5 つの空間モードに基づいたサンプリングを行ったが, 鉛直速度・圧力を POD 解析することも可能である。今後は POD 解析する物理量による解析精度の変動を検討する計画である。また, 各モードには特異値 γ_k が存在し, これは全モード中における第 k 次モードの重要度と見ることができる。本研究では各モードから 10 点ずつのデータ抽出としたが, モード毎にサンプリング点数を変化させるべきかについても検討する。

参考文献

- 1) Raissi, M., Perdikaris, P., Karniadakis, G.E.: Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations, *Journal of Computational Physics*, Vol. 378, pp. 686-707, 2019.
- 2) 出口翔大, 柴田洋佑, 浅井光輝: 予測に物理的意味を付与した機械学習 PINNs による誤差を含む教師データからのパラメータ推定, *土木学会論文集 A2 (応用力学)*, Vol. 77, No. 2, pp. I_35-I_45, 2021.
- 3) My Ha, D., Pavel, T., Eng Soon C.: Tsunami forecasting using proper orthogonal decomposition method, *Journal of Geophysical Research: Oceans*, Vol. 113, No. C6, 2008.
- 4) 出口翔大, 浅井光輝, 植木裕人, 竹内友紀, 川崎浩司: 数値解析のサロゲートモデリングによる確率的災害リスク評価手法の開発, *土木学会論文集 A2 (応用力学)*, Vol. 76, No. 2, 2020.
- 5) Baydin, A.G., Pearlmutter, B.A., Radul, A.A., Siskind, J.M.: Automatic differentiation in machine learning: A survey, *Journal of Machine Learning Research*, Vol. 18, pp. 1-43, 2018.
- 6) Jagtap A.D., Kawaguchi K., Karniadakis G.E.: Locally adaptive activation functions with slope recovery for deep and physics-informed neural networks, *Proceedings of Royal Society A*, pp. 4762020033420200334, 2020.
- 7) Kingma, D., Ba, J.: Adam: A Method for Stochastic Optimization, *International Conference on Learning Representations*, 2014.

Improving sequential Bayesian update for tsunami scenario detection by using geodetic data learning

Reika Nomura, Tohoku University
 Yu Otake, Tohoku University
 Shuji Moriguchi, Tohoku University
 Diego Melgar, University of Oregon
 Randall J. LeVeque, University of Washington
 Kenjiro Terada, Tohoku University
 E-mail: nomura@irides.tohoku.ac.jp

In this study, we investigate the effectiveness of geodetic data monitored by GNSS (Global Navigation Satellite System) as the prior learning to observational ocean data for the improved tsunami scenario detection. For the case study targeting Nankai-trough, 600 earthquake/tsunami scenarios are generated by GeoClaw and fakequake software. With the synthetically generated geodetic displacements by fakequake software, we examine the reasonable initial probability setting which is prior to the learning on the ocean wave data.

1. Introduction

Tsunamis are one of the most significant coastal risks in the international community. Especially in Japan, which is frequently threatened by earthquakes and its subsequent tsunami inundation, considerable attention has been paid to the expected Nankai-Trough earthquake and tsunami in the next few decades, which will be an event with extremely short evacuation time (<30 mins) for the residents. Although there have been many tsunami forecast systems proposed, there is still room to improve minimizing the uncertainties relevant to the deterministic numerical simulations or erroneous/noisy data acquired in real-time.

This study examines the utilization of geodetic data, which can be obtained immediately after the fault rupture by GNSS (Global Navigation Satellite System), as the prior learning to in-situ ocean data along the lines of the previously developed tsunami scenario detection method¹⁾. For that purpose, we set up 600 scenarios of fault ruptures and subsequent tsunamis, targeting the Nankai trough. In addition to the tsunami wave history data sampled in some synthetic ocean gauges, geodetic displacements supposed to be monitored at 18 GNSS stations are synthetically generated by the fakequake software^{4),5)}. With the database, we examine the reasonable initial probability setting for the sequential tsunami scenario detection methods.

2. Earthquake and tsunami scenario generations

The fakequakes software^{2),3),4)} is used to generate 600 synthetic kinematic slip distributions for Nankai-trough-going ruptures along with the corresponding seafloor deformations. Fig. 1(a) shows one of the slip distribution generated under Mw 8.3 situations. Fig. 1(b) and (c) shows the snapshot of the fault rupture, which are calculated

from Okada model⁵⁾. We choose 18 locations that are identical to that of GEONET⁶⁾, as shown in Fig. 2(a). The nearest stations to KOCHI city, where are threatened by the huge tsunami risk triggered by Nankai mega-thrust, are also provided in Fig. 2(b). In those points, geodetic motions in every 3 directions, North-South, East-West, and vertical are synthetically generated at 1.0 Hz with 1024 seconds data duration based on Green functional methods.

The subsequent tsunami propagation and inundation are realized by GeoClaw⁷⁾, as shown in Fig. 2(c) and (d). The 4 hours wave history data are sampled at 5 seconds for POD and Bayesian update scheme. Fig. 2(d) shows the wavefoam data calculated at the black dots described in Fig. 2(c). We can understand that the first waves do not reach those offshore gauge locations when the GNSS sampling durations are indicated by the blue region in graphs at Fig. 2(d). From that, we can expect that GNSS data can provide rich information for scenario detection before the offshore wave observations.

3. Geodetic data as the prior information for offshore observations

According to the previous method¹⁾, we detect the most probable tsunami scenario from N_s pre-computed tsunami scenarios based on the following Bayesian theorem:

$$P(E_j | \varepsilon^{(t)}) = \frac{P(\varepsilon^{(t)} | E_j)}{\sum_{i=1}^{N_s} P(\varepsilon^{(t)} | E_i)P(E_i)} P(E_j | \varepsilon^{(t-1)}) \quad (1)$$

Here, E_j represents the event that the tsunami equivalent to the j -th scenario occurs. Also, $\varepsilon^{(t)}$ means the events that we ob-

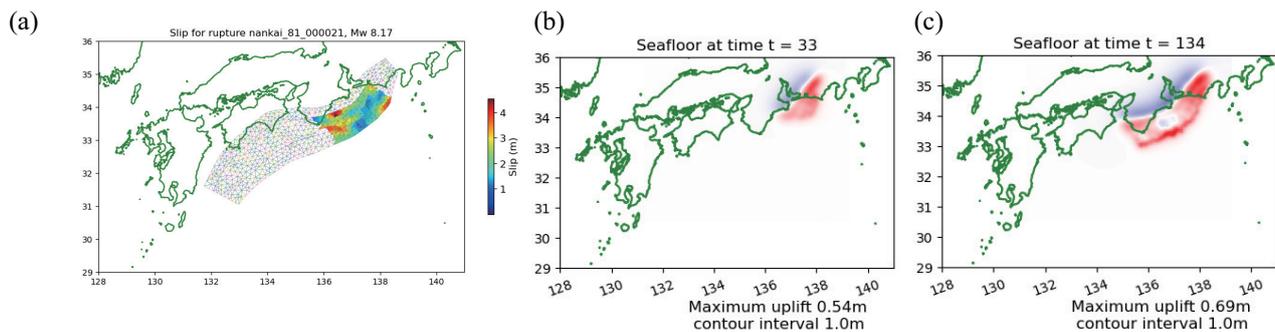


Fig. 1 Example of the synthetic fault rupture generated by fakequake and Okada model

tain some kinds of information related to the occurring tsunami. Since $P(A | B)$ means the conditional probability of A given B , $P(E_j | \varepsilon^{(t)})$ means the probability of j -th pre-computed tsunami scenario would be the occurring events. Here, the recent ocean observational network, such as DONET, would realize $\varepsilon^{(t)}$ to be the sequentially updated information per dozens of seconds. The conditional probability $P(E_j | \varepsilon^{(t)})$ can be updated by the following formulation:

At the first step of the Bayesian update, we can impose the uniform probability $1/N_s$ on each tsunami scenario according to the principle of insufficient reason. However, this prior probability can be determined more reasonably if we can rely on geodetic information measured immediately after the fault ruptures. In fact, the geodetic data reduce the high sensitivity of the offshore gauges located along the main tsunami propagating path in the process of machine learning done by Makinoshima et al.⁸⁾.

For that purpose, we attempt to improve our previous tsunami scenario detection method by setting the prior probability at the first step of (1), $P(E_j | \varepsilon^{(0)})$, as some function of the geodetic data. Our POD type learning method is also applicable to the full-time series of geodesic motion. But also the representative information extracted by those histories, such as the maximum displacement or the total displacement at the final step, will be sufficient for the learning.

4. Conclusion

In this study, we attempt to set the prior probability at the initial step of Bayesian update as some function related to the synthetic geodetic data generated by fakequake (MudPy) software. The prediction accuracies will be discussed with the quantitative indeces such like the maximum wave heights in the presentations.

References

- 1) (Under review, Submitted in Dec. 2021) Nomura et al., Sequential Bayesian update to detect the most probable tsunami scenario using observational wave sequence.
- 2) Melgar, D., MudPy software, <https://github.com/dmelgarm/MudPy> (accessed 2021).
- 3) LeVeque et al., Generating random earthquake events for probabilistic tsunami hazard assessment. In *Global Tsunami Science: Past and Future, Volume I*, pp. 3671-3692, Birkhäuser, Cham, 2016.
- 4) Melgar et al., Kinematic rupture scenarios and synthetic displacement data: An example application to the Cascadia subduction zone. *J. Geophys. Res.: Solid Earth*, 121(9), 6658–6674, 2016.
- 5) Okada, Y., Surface deformation due to shear and tensile faults in a half-space. *Bulletin of the seismological society of America*, 75.4 1135-1154, 1985.
- 6) Sagiya, A decade of GEONET: 1994–2003 —The continuous GPS observation in Japan and its impact on earthquake studies—, *Earth Planet*, Sp 56, xxix–xli, 2004.
- 7) Mandli et al., Clawpack: building an open source ecosystem for solving hyperbolic PDEs, *PeerJ Comput. Sci.*, doi:10.7717/peerj-cs.68, 2016.
- 8) Makinoshima et al., Early forecasting of tsunami inundation from tsunami and geodetic observation data with convolutional neural networks, *Nat. Commun.*, 12 (1), pp. 1-10, 2021.

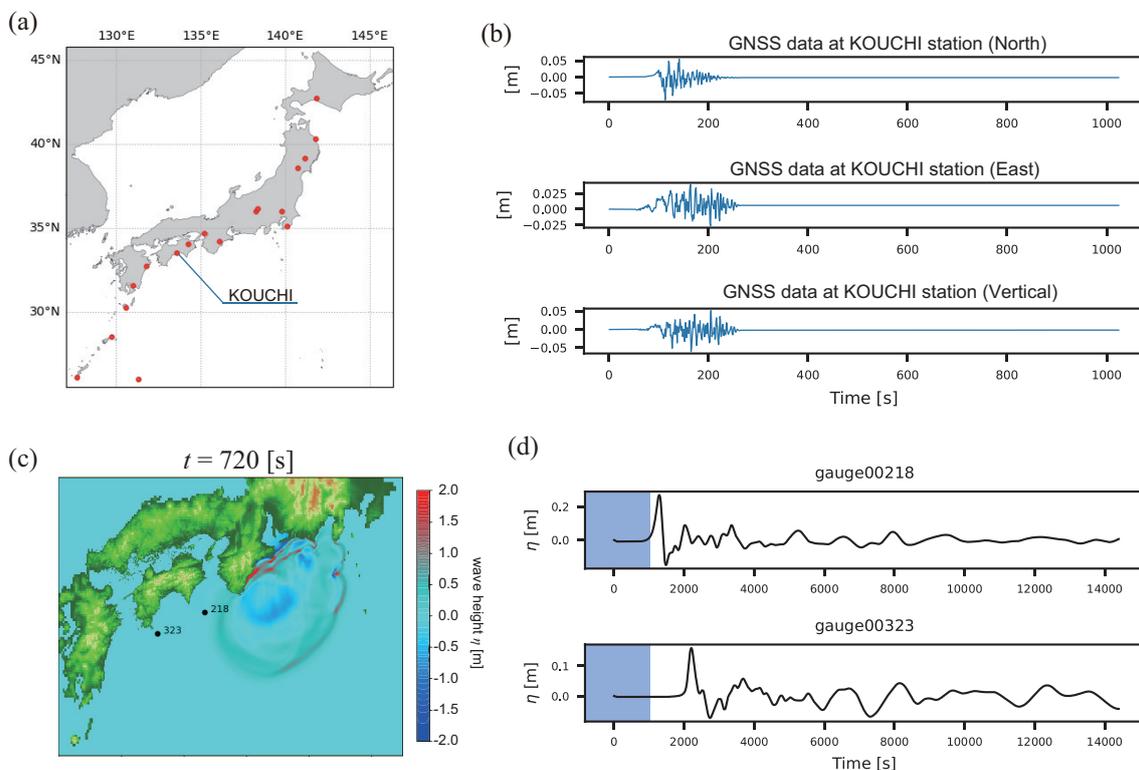


Fig. 2 Synthetic GNSS data : (a) Locations of geodetic motion monitorings, (b)(c)(d) Synthetic geodetic motion data generated by fakequake(MudPy) software

多点計測データに対する深層学習を用いた2次元動弾性逆散乱解析 2-D Elastodynamic Inverse Scattering Analysis Using Deep Learning for Multipoint Measurement Data

斎藤 隆泰 (群馬大・理工) 笹岡 真次 (群馬大・理工)
木本 和志 (岡山大・環境生命科学領域) 廣瀬 壮一 (東工大・環境・社会理工学院)
Takahiro SAITOH, Gunma University
Shinji SASAOKA, Gunma University
Kazushi KIMOTO, Okayama University
Sohichi HIROSE, Tokyo Institute of Technology
FAX: 0277-30-1610, E-mail: t-saitoh@gunma-u.ac.jp

This paper presents a 2-D elastodynamic inverse scattering analysis using deep learning for multipoint measurement data. The convolution quadrature time-domain boundary element method (CQBEM) is utilized to obtain scattered waves at multi-receiver points. A supervised learning is implemented to estimate the position and size of a cavity. Numerical results show that our proposed method can estimate the position and size of a cavity in a 2-D elastic solid.

1. はじめに

複数の受信点で得られた欠陥からの散乱波形を用いて欠陥の形状を再構成する逆散乱解析は、以前から行われてきた。それら逆散乱解析に関する研究の代表例として、ボルン近似やキルヒホフ近似を用いた線形化逆散乱解析¹⁾、得られた散乱波形を時間反転させることによって欠陥を検出する時間反転法等が挙げられる。しかしこれらの方法は、比較的計算時間がかかることで知られている。一方、近年、機械学習が注目を集めている。特にニューラルネットワーク(NN)を拡張した深層学習(CNN)²⁾は、AI作成のための基礎技術として工学の様々な分野で広く利用されている。そこで、本研究ではこのCNNを用いた新しい欠陥検出手法を提案する。ただし、本研究で用いる多点計測して得られる散乱波は、著者らが開発を続けてきた演算子積分時間領域境界要素法(CQBEM)³⁾を用いて再現し、それら擬似散乱波形データをCNNの学習データに用いることとする。以下では、解くべき問題や、本研究で用いるCNNについて説明した後、数値解析例を示すことで、本手法の有効性について検討を行う。

2. 解くべき問題

ここでは超音波探傷法(UT)を想定し、Fig.1のようなリニアアレイ探触子で同時刻に超音波を励起したことで生じる、擬似的な入射平面波の欠陥による散乱問題を考える。入射平面波は、半径 r で中心座標 (x_{1c}, x_{2c}) に配置された空洞により散乱される。このとき、空洞による散乱波は、リニアアレイ探触子上の各素子で受信される。解くべき問題は、これら受信波形から、空洞の中心座標 (x_{1c}, x_{2c}) および空洞の半径 r を予測する逆問題である。ただし、超音波の伝搬領域は無窮領域であると仮定し、空洞は唯一つ存在すると仮定する。UTにおける基礎理論の分野では、この空洞を推定する方法として、冒頭で述べたように、逆散乱解析法等、様々な方法が知られているが、本研究ではCNNを用いて空洞の位置や大きさ等を推定する方法を検討する。CNNを用いる場合、欠陥である空洞を推定するために、CNNに与える学習データを多数用意しておく必要がある。そのような十分なデータを揃えることができれば、欠陥を検出するための有用な手法を構築できる可能性がある。そこで、以下では次節で述べるリニアアレイ探触子の各素子で取得した散乱波形データ群を用いて、空洞の位置を推定する。ただし、

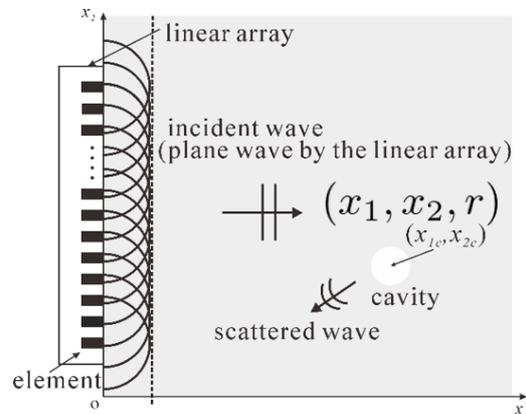


Fig. 1 Analysis model for CQBEM and inverse scattering technique using deep learning.

解析の対象は2次元動弾性波動場とする。そのため、固体中には縦波(P-波)と横波(S-波)の両者が現れることに注意されたい。

3. 2次元動弾性演算子積分時間領域境界要素法(CQBEM)

本研究では、CQBEMを用いて欠陥からの散乱波形を求める。一般的に、従来の時間領域境界要素法は、時間増分が小さい場合に数値解が不安定になることが知られている。そこで、本研究では、そのような数値安定性の問題を改善した新しい時間領域境界要素法であるCQBEMを用いた。なお、CQBEMの詳細については、紙面の都合上、割愛する。詳細は文献等³⁾を参照されたい。

4. 散乱波形データの深層学習

さて、CQBEMで集めた散乱波形データに対してCNNを実装する。ここで、CQBEMで得られたリニアアレイ探触子の各素子での受信波形の一例をFig.2に示す。ただし、Fig.2の横軸は時間、縦軸は素子の中心座標の鉛直成分 x_{2c} を示している。ただし、欠陥の半径 r は $r = 1.5a$ 、空洞の位置は $(x_{1c}, x_{2c}) = (4.5a, -5a)$ としている。Fig.2より $20.0 \leq c_L t/a \leq 30.0$ 付近で、欠陥からの散乱P波を観測していることがわかる。一方、 $35.0 \leq c_L t/a \leq 45.0$ 付近で、散乱S波を確認できる。欠陥近くの素子である程、散乱波を早期に受信するため、Fig.2のような波形データを得ることができる。今、Fig.2のような波形データをAI作成のための学習

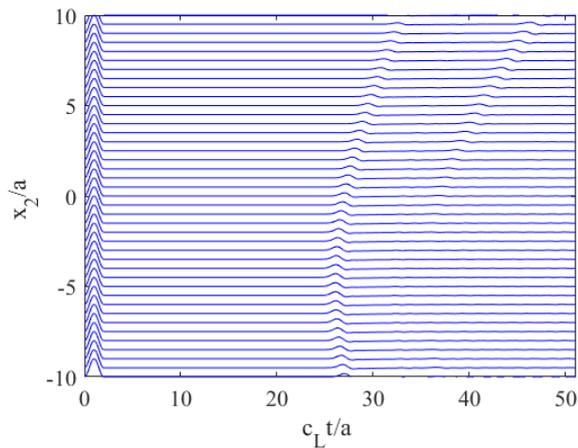


Fig. 2 Time variations of the received waves at multipoint ($r = 1.5a, x_{1c} = 4.5a, x_{2c} = -5a$).

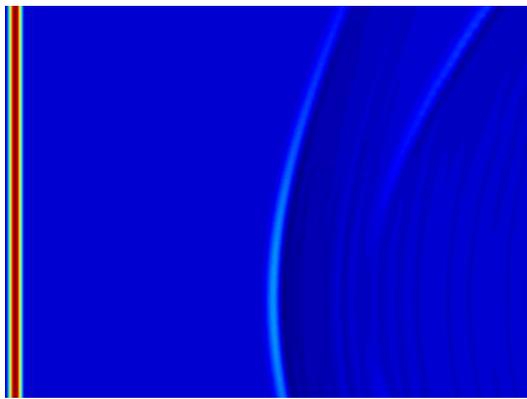


Fig. 3 Color map of Fig. 2 ($r = 1.5a, x_{1c} = 4.5a, x_{2c} = -5a$).

に使っても構わないが、Fig.2のままでは縦軸や横軸のキャプション等も含まれており余分な情報を学習してしまう。また、波形以外の白塗りの箇所も学習に不要な情報である。そこで、本研究では、Fig.2のような散乱波形データをFig.3のようなカラーマップへ変換し、CNNの学習に用いることとする。ただし、ここでの学習は、教師あり学習とし、Fig.3のような学習画像と共に、空洞の中心位置(x_{1c}, x_{2c})と半径 r も学習させることとする。その後、このように用意した学習画像群に対して、CNNを用いて適切に深層学習を実施し、CNNモデルを作成する。最終的に、作成したCNNモデルにFig.3のような未学習の散乱波形データを与えることにより、与えた散乱波形データを作り出す元となる空洞の中心位置(x_{1c}, x_{2c})と半径 r を推定することを試みる。

5. 深層学習による欠陥位置推定結果

以下、数値解析例を示す。CNNにおける学習データとしてFig.3のようなカラーマップ画像を4624枚用意した。CNNの学習には、欠陥の中心位置(x_{1c}, x_{2c})を $-8.0a \leq x_{1c}, x_{2c} \leq 8.0a$ の範囲に、欠陥の大きさは $0.5a \leq r \leq 2.0a$ の範囲に設定した。入力画像は224ピクセル×224ピクセルの画像、正規化のための係数である荷重減衰 ω_d は $\omega_d = 1.0 \times 10^{-4}$ 、学習率 ω_l は $\omega_l = 1.0 \times 10^{-4}$ とし、学習にはAdamを使用し、総エポック数128のミニバッチ学習を行

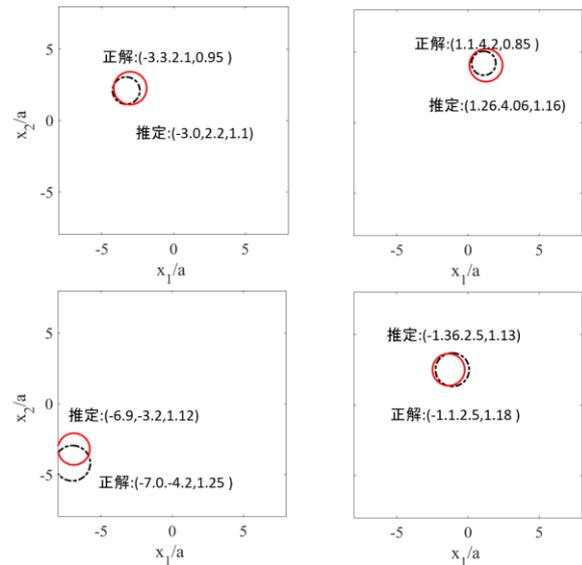


Fig. 4 Estimation of unknown cavity position and scale using CNN based inverse scattering technique.

った。ただしミニバッチサイズは16としている。また、CNNの学習にはホールドアウト法を用い、全学習データをランダムに分割し、訓練データと検証データの比を8:2になるよう学習した。また、出力層には線形関数を用い、空洞の位置(x_{1c}, x_{2c})と半径 r の推定値を出力させる。

Fig.4に本手法を用いて算出された未知の空洞の推定結果の一例を示す。なお、各図中の黒点線は実際の空洞(正解)を、赤線はCNNベースの逆散乱解析で推定した空洞(推定)を示している。Fig.4より4つの未学習の散乱波形に対する空洞の位置や大きさは、概ね正しく推定できていることがわかる。本問題の場合、入射平面波は、空洞の左側に直接当たる。そのため、空洞の水平位置 x_{1c} は比較的正解に近い。一方、空洞の鉛直位置 x_{2c} や、空洞の半径 r は、やや正解と異なる値を示していることがわかる。これについては今後、さらなる検討が必要である。しかしながら、深層学習を用いて、空洞のおよその位置や大きさを精度良く推定できる可能性があることを示すことができたと考えられる。

7. まとめと今後の課題

本研究では、2次元動弾性問題を対象とし、CNNベースの逆散乱解析手法を開発した。空洞の位置や大きさを様々なに変化させた場合の多点計測による散乱波形データを大量に学習し、CNNモデルを作成した。作成したCNNモデルを用いて未学習の散乱波形データから、欠陥の位置や大きさをある程度推定することができた。今後は3次元問題へと拡張する予定である。

参考文献

- 1) 竹田晴彦, 斎藤隆泰, 廣瀬壮一: 粘弾性体中の領域型および境界型欠陥に対する2次元線形化逆散乱解析, 土木学会論文集 A2(応用力学), 77(2), pp. I_47-I_57, 2021.
- 2) 岡谷貴之: 深層学習 (機械学習プロフェッショナルシリーズ), 講談社サイエンティフィク, 2015.
- 3) 斎藤隆泰, 石田貴之, 福井卓雄, 廣瀬壮一: 演算子積分法および高速多重極法を用いた新しい二次元時間領域動弾性境界要素法について, 応用力学論文集, 11, pp.193-200, 2008.

せん断遅れによる付加的な応力評価のための 機械学習による断面特性推定

Estimation of cross-sectional characteristics by machine learning for evaluation of additional stress due to shear lag

青木 洋樹 (東北大学) 齊木 功 (東北大学) 大竹 雄 (東北大学) 三井 涼平 (東北大学)

Hiroki AOKI, Tohoku University

Isao SAIKI, Tohoku University

Yu OTAKE, Tohoku University

Ryohei MITSUI, Tohoku University

FAX: 022-795-7441 E-mail: hiroki.aoki.s8@dc.tohoku.ac.jp

The distribution of bending stress along the direction perpendicular to the bridge axis on the flange of beams with a wide flange is not uniform due to shear lag. In the design of beams, the additional stress due to the shear lag is considered by reducing the bending rigidity by the effective width. However, it has been known that the shear lag is not caused by bending but by cross-sectional deformation associated with shear deformation. In this context, a beam theory with a degree of freedom of cross-sectional deformation due to shear is proposed to evaluate shear lag effect. While the beam theory considering cross-sectional deformation has been known to estimate shear lag effect accurately, a finite element analysis of representative volume of cross-section is required to obtain a couple of additional cross-sectional parameters. In this study, we propose a method to estimate the additional parameters using multiple regression analysis and Gaussian process regression. The accuracy of the proposed method is confirmed by a set of test data.

1. はじめに

幅広フランジを持つ梁のフランジにおける曲げ応力の橋軸直角方向分布は、せん断遅れのために一様ではなく、ウェブ上の曲げ応力は初等梁理論よりも大きくなる。道路橋示方書ではせん断遅れによる付加的な応力を、有効幅を用いて見かけ上の曲げ剛性を小さくすることで考慮している¹⁾。しかし、せん断遅れは曲げではなく、せん断変形に起因する断面変形によって生じる。

齊木・鄭²⁾は、せん断遅れと横せん断による断面変形を統一的に考慮できる梁理論を提案している。以後これを断面変形梁理論と呼ぶ。この方法では、代表体積要素に一様せん断変形を与えたときの軸方向変位をそのまま断面変形モード f として、 f から決定される断面パラメータを用いることで、せん断遅れによる付加的な応力を正確に求められる。しかし断面パラメータを求めるには断面の有限要素解析が必要である。そこで三井・齊木³⁾は、断面形状を変化させてパラメトリックスタディを実施し、有限要素解析を行わずに付加的な応力評価をするための、線形回帰による断面パラメータ推定式を提案した。

しかし断面パラメータと断面形状の関係は複雑であり、線形回帰による推定式の精度には限界がある。そこで本研究では、非線形な関係にも対応可能な機械学習を用いた、付加的な応力の評価をするための断面パラメータ推定法を提案する。

2. 断面変形を考慮した梁の軸ひずみ

断面変形梁理論²⁾によれば Fig. 1 のように単純支持されて等分布荷重 q を受けるときの軸ひずみの解析解は、

$$\epsilon_{11} = \frac{qz}{K_b} \left(\frac{1}{2}\ell x - \frac{1}{2}x^2 \right) + q \frac{f}{K_{\text{seq}}} \frac{e^{-\frac{k}{2}x} e^{kx} + e^{\frac{k}{2}x} e^{-kx}}{e^{\frac{k}{2}x} + e^{-\frac{k}{2}x}} - q \frac{f}{K_{\text{seq}}} \quad (1)$$

と表される。ここに、 e は Napier 数、 K_b は曲げ剛性、 k 、 K_{seq} は断面変形に関するパラメータ R_2 、 R_3 から得られる

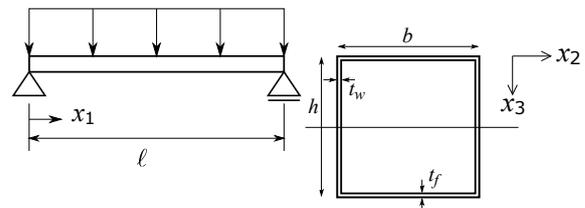


Fig. 1 等分布荷重を受ける単純梁

Fig. 2 箱断面

パラメータであり、 K_s をせん断剛性 GA として

$$k^2 = \frac{R_3 K_{\text{seq}}}{K_s R_2}, \quad K_{\text{seq}} = K_s - R_3 \quad (2)$$

という関係がある²⁾。ここに R_2 、 R_3 は

$$R_2 := \int_A E f^2 dA, \quad R_3 := \int_A G \{ (f_{,2})^2 + (f_{,3})^2 \} dA \quad (3)$$

と定義されており、支配方程式導出の過程で断面変形モード f から得られる²⁾。 E はヤング率、 G はせん断弾性係数、 A は断面である。 $(\cdot)_{,i}$ は梁軸方向を x_1 、梁軸直角水平方向を x_2 、鉛直方向を x_3 とした時の x_i に関する偏導関数を表す。右辺の第 1 項は Euler-Bernoulli 梁の曲げによるひずみ、第 2 項以降が断面変形に起因する付加的なひずみである。式 (1) に示すように、付加的な軸ひずみは f/K_{seq} と k によって決まる。なお、支持条件や荷重条件を変えても、上記の 2 つの変数によって断面変形に起因する付加的なひずみが決定されることは確認できている。

3. Gauss 過程による断面パラメータ推定

せん断遅れと横せん断による断面変形が曲げに対して無視できない影響をおよぼす典型的な部材として、Fig. 2 に示す単一材料の箱断面を選択する。 b は断面の幅、 h は断面の高さ、 t_f はフランジ厚、 t_w はウェブ厚を表す。この箱断面に対して、断面変形梁理論で採用する変位場に

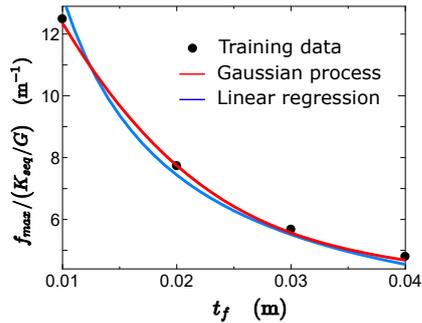


Fig. 3 断面パラメータ推定の一例

必要な断面変形モード f を求めるために、代表体積要素に単位の横せん断変形を与えた⁴⁾。代表体積要素は1次6面体アイソパラメトリック要素を用いて離散化した。

本研究では断面形状を入力値、それらに対する断面パラメータを出力値として学習に使用する、教師あり学習の回帰モデルを構築した。まず、 D 個の入力値からなる一般的な線形モデルは

$$\mathbf{y}(\mathbf{x}) = \mathbf{w}^T \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}) \quad (4)$$

と表される。 \mathbf{x} は入力ベクトル、 \mathbf{w} は D 次元の重みベクトル、 $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})$ は基底関数である。 $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})$ をあらかじめ設定し、 \mathbf{x} と \mathbf{y} の学習データより \mathbf{w} を推定するパラメトリックアプローチに対し、カーネル関数 k を導入することで \mathbf{w} を求めず学習データに対する $\mathbf{y}(\mathbf{x})$ を求めるノンパラメトリックアプローチをカーネル法と称する。本研究ではカーネル法の一方法である Gauss 過程回帰をモデルに用いた⁵⁾。Gauss 過程回帰はベイズ推定を用いる手法であり、出力が確率的に得られるモデルである。カーネル関数 k には Gauss(RBF) カーネル

$$k(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \theta_1 \exp\left(-\frac{(\mathbf{x} - \mathbf{x}')^2}{\theta_2}\right) + \theta_3 \delta(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \quad (5)$$

を用いた。 θ_i はハイパーパラメータであり、最尤推定を行うことで決定した。学習データが N 個あり、予測したいデータが M 個ある場合を考える。学習データの入力を $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N)$ 、新しく予測するデータの入力を $\mathbf{X}^* = (\mathbf{x}_1^*, \dots, \mathbf{x}_M^*)$ 、学習データの出力を $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_N)$ 、新しく予測するデータの出力を $\mathbf{y}^* = (y_1^*, \dots, y_M^*)$ とする。学習データ同士の類似度を表す行列を \mathbf{K} 、推定したい入力と学習データの類似度を表す行列を \mathbf{k}_* とした時、 \mathbf{K} 、 \mathbf{k}_* はカーネル関数から

$$\mathbf{K}(n, n') = k(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{n'}) \quad (n = 1, \dots, N, \quad n' = 1, \dots, N) \quad (6)$$

$$\mathbf{k}_*(n, m) = k(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_m^*) \quad (n = 1, \dots, N, \quad m = 1, \dots, M) \quad (7)$$

と決定される。この時新しく予測する出力の期待値は

$$E[\mathbf{y}^*] = \mathbf{k}_*^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{y} \quad (8)$$

と表される。

本研究では Gauss 過程を用いて、 f_{\max}/K_{seq} 、 R_2 、 R_3 を出力 \mathbf{y} として推定した。 f_{\max} はフランジ上面の断面変形モード f の最大値であり、その位置で付加的なひずみが最大となる。これらの3つのパラメータが推定できれば、断面変形を考慮したたわみや軸ひずみの評価ができる。 f_{\max}/K_{seq} の推定では b/h 、 t_f 、 t_w を入力 \mathbf{x} とし、 R_2 、 R_3 の推定では、 b 、 h 、 t_f 、 t_w を入力 \mathbf{x} とした。 f_{\max}/K_{seq} の推定における入力値は、三井・斉木³⁾によるパラメトリックスタディを参照して決定した。

ここに、断面パラメータ推定の一例を Fig. 3 示す。 $b =$

Table 1 ウェブ上軸ひずみの相対差の絶対値平均 (支間中央)

本提案	線形回帰	示方書
5.2×10^{-4}	9.7×10^{-4}	3.8×10^{-2}

2 m, $h = 1$ m, $t_w = 0.01$ m とし、 $0.01 \text{ m} \leq t_f \leq 0.04 \text{ m}$ の範囲で t_f を変化させて f_{\max}/K_{seq} を推定したものである。なお、パラメータはせん断弾性係数 G で正規化した。Fig. 3 から、Gauss 過程の方が学習データに対する当てはまりが良いことがわかる。

4. 付加的なひずみの評価

Gauss 過程の回帰モデルの推定能力を検証するために、学習データとは別にテストデータを20種類用意した。テストデータはランダムに生成した断面形状と、それに対するパラメータである。精度の検証として Fig. 1 に示す単純支持梁の境界値問題を考え、 $l = 20$ m として、推定したパラメータから求めた軸ひずみを、断面変形梁理論²⁾によるものと比較する。なお、比較対象とした断面変形梁理論²⁾による軸ひずみが、通常の連続体ソリッド要素による数値解析結果を高い精度で再現できることはわかっている^{2,3)}。推定精度は、三井・斉木³⁾により提案された線形回帰による方法と、道路橋示方書¹⁾と比較した。なお、道路橋示方書によるひずみは有効幅を用いて断面形状を定義し、Euler 梁により求めた。断面変形梁理論²⁾を基準とした20種類のテストデータの支間中央における軸ひずみの相対差の絶対値平均を Table 1 に示す。Gauss 過程による推定を用いることで、示方書や線形回帰による方法よりもよい精度で断面変形梁理論²⁾による軸ひずみを再現できた。

5. 結論

箱断面を対象に、断面変形梁理論²⁾で用いる断面パラメータを、有限要素解析の代わりに機械学習により推定し、せん断遅れによる付加的なひずみを、これまでに提案された線形回帰による方法³⁾より高精度に評価できた。

参考文献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説、II 鋼橋・鋼部材編、2017。
- 2) 斉木功、鄭勲：せん断遅れと横せん断による断面変形を統一的に考慮した梁理論、土木学会論文集 A2, Vol.77, No.1, pp.1-11, 2021。
- 3) 三井涼平、斉木功：断面変形梁理論に基づくせん断遅れによる付加的な応力の評価、令和2年度東北支部技術研究発表会、I-30。
- 4) 斉木功、藤本竜太、山本剛大：非均質断面梁のせん断剛性評価に用いる断面の回転に関する一考察、土木学会論文集 A2, Vol.74, pp.I.3-I.11, 2018。
- 5) 持橋大地、大羽成征：ガウス過程と機械学習、講談社、2019。

RBF 補間による均質化弾塑性構成則の代理モデル A surrogate model of homogenized elastoplastic constitutive model using RBF interpolation

山中 耀介 (東北大・工) 松原 成志朗 (名古屋大・工)
森口 周二 (東北大・工) 寺田 賢二郎 (東北大・工)

Yosuke YAMANAKA, Tohoku University
Seishiro MATSUBARA, Nagoya University
Shuji MORIGUCHI, Tohoku University
Kenjiro TERADA, Tohoku University
E-mail: yosuke.yamanaka.s7@dc.tohoku.ac.jp

We propose a new surrogate modeling for homogenized elastoplastic material behavior. At first, to obtain the macroscopic stress-strain relationships, we conduct numerical material tests on a representative volume element (RVE) by giving the various patterns of macroscopic strain. Arranging these macroscopic material responses and performing some algebraic operations, we obtain a data set that represents the macroscopic constitutive relationship of the RVE. Using this data set, we construct a surrogate model by means of radial basis function interpolation with taking the step of the optimization of hyperparameters. In the presentation, surrogate computations of the load / unload problem of an elastoplastic material are carried out to verify the applicability of the proposed method.

1. はじめに

分離型マルチスケール解析手法は微視的 (ミクロ) 構造に非均質性を有する材料の巨視的 (マクロ) な力学挙動を予測可能とする手法であり, 計算コストの面で優れることで知られている。しかし, この手法は材料の均質化された力学挙動を表現可能なマクロ構成則を必要とし, その定式化が困難となる場合がある。このような問題は, Helmholtz エネルギーに加えてマクロ降伏関数やマクロ塑性ポテンシャルの定式化が必要となる弾塑性材料において顕著である。そこで本研究では, 分離型マルチスケールにおけるマクロ弾塑性構成則の代理モデルを開発する。

2. 代理モデルの定式化

2.1. RBF 補間

一般のマクロ弾塑性構成則では, 時刻 $t = t_{n+1}$ におけるマクロ応力 $\bar{\sigma}_{n+1}$ はマクロ内部エネルギー \bar{U} とマクロひずみ $\bar{\epsilon}_{n+1}$ を用いて次式から得ることができる。

$$\bar{\sigma}_{n+1} = \hat{\sigma}_{\bar{\epsilon}} \bar{U}_{n+1} \quad (1)$$

本研究では, 構成式 (1) を代理する関数 φ を放射基底関数 ψ による RBF 補間¹⁾ を用いて以下のように定義する。

$$\bar{\sigma}_{n+1} = \varphi(\mathbf{e}) \equiv \sum_i^{n_d} \omega_i \psi(r(\mathbf{e}, \bar{\mathbf{e}}_i)), \quad (2)$$

$$\psi(r(\mathbf{e}, \bar{\mathbf{e}}_i)) = \exp\left\{-\left(\beta r(\mathbf{e}, \bar{\mathbf{e}}_i)\right)^2\right\}, \quad (3)$$

$$r(\mathbf{e}, \bar{\mathbf{e}}_i) = \|\mathbf{e} - \bar{\mathbf{e}}_i\| \quad (4)$$

$$\mathbf{e} = \{\bar{\epsilon}_{n+1}, \bar{\epsilon}_n, \bar{\epsilon}_{n+1}^{\text{acc}}\}^T \quad (5)$$

ここに $\bar{\epsilon}_n^{\text{acc}}$ はマクロ累積ひずみ²⁾ であり, その第 k 成分 $\bar{\epsilon}_{k,n}^{\text{acc}}$ は次式で表される。

$$\bar{\epsilon}_{k,n}^{\text{acc}} = \bar{\epsilon}_{k,n-1}^{\text{acc}} + |\bar{\epsilon}_{k,n} - \bar{\epsilon}_{k,n-1}|, \quad k = 1, \dots, 6 \quad (6)$$

また, 式 (5) の \mathbf{e} は説明変数ベクトルであり, $\bar{\mathbf{e}}$ は RBF 補間に使用する n_d 個の既知のデータ点における \mathbf{e} の値である。さらに, $\omega_i \in \mathbb{R}^6$ ($i = 1, \dots, n_d$) は重み係数ベクトルであり, 学習データを用いて決定される。

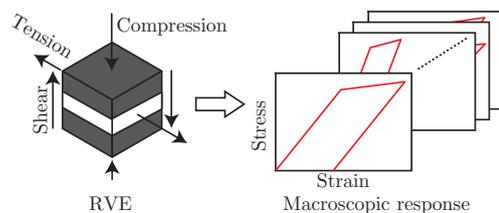


Fig. 1 数値材料試験による学習データ作成

2.2. 学習データ作成とパラメータ最適化

式 (2) における重み係数 ω_i を決定するために, 図-1 に示すように, 材料のミクロ構造を表す代表体積要素 (RVE) に対して数値材料試験を実施することで, 次式のマクロ応力-ひずみ応答履歴データ \mathbf{X} を得る。

$$\mathbf{X} = \begin{Bmatrix} \cdots & \bar{\epsilon}_{n-1} & \bar{\epsilon}_n & \bar{\epsilon}_{n+1} & \cdots \\ \cdots & \bar{\sigma}_{n-1} & \bar{\sigma}_n & \bar{\sigma}_{n+1} & \cdots \end{Bmatrix} \in \mathbb{R}^{12 \times (n_{\text{data}})} \quad (7)$$

このデータ行列 \mathbf{X} より, 学習データとなる説明変数行列 \mathbf{E} と目的変数行列 Φ を以下のように作成する。

$$\mathbf{E} = \{\cdots, \bar{\epsilon}_{n-1}, \bar{\epsilon}_n, \bar{\epsilon}_{n+1}, \cdots\}^T \in \mathbb{R}^{n_{\text{data}} \times 18}, \quad (8)$$

$$\Phi = \{\cdots, \bar{\varphi}_{n-1}, \bar{\varphi}_n, \bar{\varphi}_{n+1}, \cdots\}^T \in \mathbb{R}^{n_{\text{data}} \times 6}, \quad (9)$$

$$\bar{\varphi}_n = \bar{\sigma}_n \in \mathbb{R}^6. \quad (10)$$

これらの学習データ \mathbf{E}, Φ を用いることで, 重み係数ベクトル ω_i ($i = 1, \dots, n_d$) を以下のように求めることができる。

$$\{\omega_1, \dots, \omega_i, \dots, \omega_{n_d}\}^T = (\Psi + \eta \mathbf{I})^{-1} \Phi, \quad (11)$$

$$\Psi_{ij} = \psi(r(\bar{\mathbf{e}}_j, \bar{\mathbf{e}}_i)), \quad \text{where } i, j = 1, \dots, n_d \quad (12)$$

ここで, 式 (3), (11) における β, η はハイパーパラメータであり, 本研究ではこれらを Differential Evolution (DE)³⁾ を用いて最適化する。このとき, 効率化のために β, η を以下のように分解し, パラメータ $\alpha_\beta, \alpha_\eta, n_\beta, n_\eta$ を DE による最適化の対象とする。

$$\beta = \alpha_\beta \times 10^{n_\beta}, \quad \eta = \alpha_\eta \times 10^{n_\eta} \quad (13)$$

最後に, DE における評価関数 ϵ は次式で表され, ϵ を最小化するパラメータを用いて代理モデルを作成する。

$$\epsilon = \sqrt{\frac{1}{n_d} \sum_{i=1}^{n_d} \|\varphi(\bar{\mathbf{e}}_i) - \bar{\varphi}_i\|} \quad (14)$$

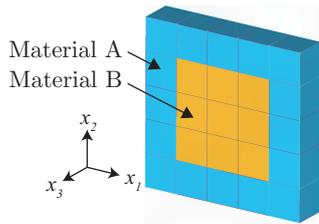


Fig. 2 ユニットセル

Table 1 材料パラメータ

	Material A	Material B
Young's modulus [MPa]	800	1200
Poisson's ratio [-]	0.2	0.2
Yield stress [MPa]	4	-
Linear hardening coefficient [MPa]	30	-

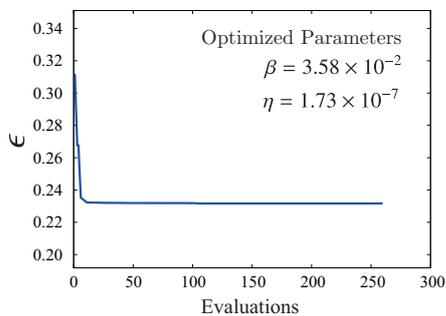


Fig. 3 DEにおける評価関数の値の変化

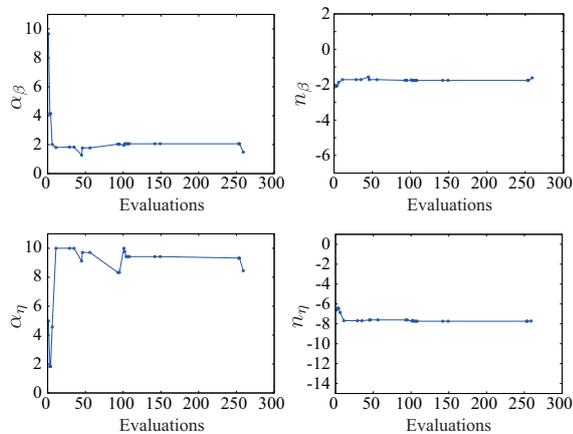


Fig. 4 DEにおける評価関数の値の変化

3. 数値計算例

実際に数値材料試験結果から代理モデルを作成し、代理モデルを用いて算出されたマクロ応力-ひずみ関係について議論することで代理モデルの性能について議論する。

3.1. パラメータ最適化による代理モデル作成

図-2のユニットセルに対して数値材料試験を実施することで学習データを作成した。ここで、材料A, Bはそれぞれ等方硬化 von Mises モデルの弾塑性体と線形弾性体であり、それぞれのパラメータを表-1に示す。図-3のグラフは数値材料試験の結果を用いてDEを行なった際の評価関数の値の変化を示しており、一方、図-3のグラフはDE

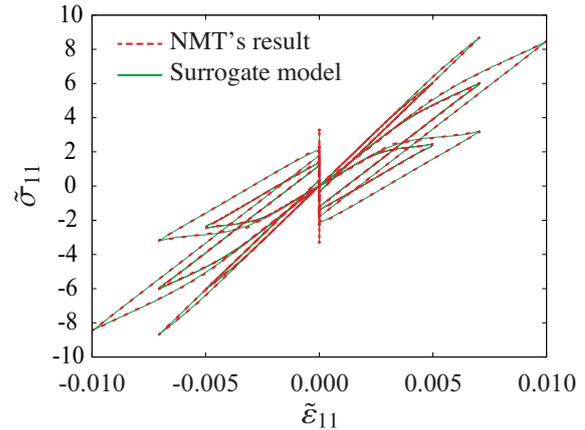


Fig. 5 代理モデルと数値材料試験結果の比較

におけるパラメータ $\alpha_\beta, \alpha_\eta, n_\beta, n_\eta$ の最適解の変化を表している。これらのグラフから、評価回数が増えるにつれて最適パラメータが変化し、評価関数の値が最小値へ収束する様子を確認できる。また、DEにより決定したハイパーパラメータ β, η の値は図-3に示す通りである。

3.2. 代理モデルの精度検証

図-5のグラフは、数値材料試験の結果と、それに対応する入力値を用いて代理モデルで算出したマクロ応力-ひずみ曲線との比較を示している。グラフより、代理モデルによって算出される応力-ひずみ関係が概ね一致していることが示されている。また、代理モデルによって算出されたマクロ応力と数値材料試験結果との平均誤差率 (MRE) は、次のように求めることができる。

$$MRE = \sqrt{\sum_{k=1}^6 \left(\frac{1}{n_d} \sum_{i=1}^{n_d} \frac{|\bar{\sigma}_{k,i}^s - \bar{\sigma}_{k,i}^t|}{\mu(\bar{\sigma}_{k,i}^t)} \right)^2} \approx 0.53 [\%] \quad (15)$$

ここで、 $\bar{\sigma}^s, \bar{\sigma}^t$ はそれぞれ代理モデルによって算出されたマクロ応力と数値材料試験によって得られたマクロ応力であり、 $\mu(\bar{\sigma}_{k,i}^t)$ は数値材料試験によって得られたマクロ応力の絶対値の平均値である。以上の結果から、提案する代理モデルが非均質体のマクロ応力-ひずみ関係を精度良く算出可能であることが示されている。

4. 結論

数値材料試験データとRBFを用いたマクロ弾塑性構成則の代理モデルを提案した。数値計算例より、提案する代理モデルがミクロな非均質性を有する弾塑性材料のマクロな応力-ひずみ応答関係を算出可能であることが示された。今後の課題として、作成した代理モデルを有限要素法に適用可能な手法へと拡張することで、構造物のマルチスケールシミュレーションの実現を目指す。

参考文献

- 1) M. D. Buhmann: Multivariate cardinal interpolation with radial-basis functions, *Constr. Approx.*, 6 (3), pp. 225-255, 1990.
- 2) D. Huang, J. N. Fuhg, C. Weißenfels, P. Wriggers, A machine learning based plasticity model using proper orthogonal decomposition, *Comput. Methods. Appl. Mech. Eng.*, 365, 113008, 2020.
- 3) R. Storn, K. Price: Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces, *J. Glob. Optim.*, 11 (4), pp. 341-359, 1997.