

Fri. Jun 2, 2023

Room D

OS02 工学シミュレーションと環境デザイン（竹内則雄教授70歳記念セッション）

[D-10] OS02 工学シミュレーションと環境デザイン
（竹内則雄教授70歳記念セッション）（1）

座長:車谷 麻緒(茨城大学)

9:00 AM - 10:15 AM Room D (2F Conference Room 201B)

[D-10-01] 粒子・“メッシュ法”による固体の数値解法

*今村 純也¹（1. imi計算工学研究室）

9:00 AM - 9:15 AM

[D-10-02] 台地における道路冠水の再現シミュレーション

*石井 建樹¹、松田 恵臣¹、蛇川 和紀¹、佐久間 東陽¹

（1. 木更津工業高等専門学校）

9:15 AM - 9:30 AM

[D-10-03] 幾何学的非線形性を考慮した RBSMによる動的応答シミュレーション

*菊池 綾嶺¹、山本 佳士¹（1. 法政大学）

9:30 AM - 9:45 AM

[D-10-04] ハイブリッド型ペナルティ法による三次元簡易斜面安定解析

*山口 清道¹、竹内 則雄²、濱崎 英作³（1. JIPテクノサイエンス株式会社、2. 法政大学、3. 株式会社アドバンテクノロジー）

9:45 AM - 10:00 AM

[D-10-05] 動的陽解法によるハイブリッド型ペナルティ法

*八木 唯夫¹、竹内 則雄²（1. 石本建築事務所、2. 法政大学）

10:00 AM - 10:15 AM

OS02 工学シミュレーションと環境デザイン（竹内則雄教授70歳記念セッション）

[D-11] OS02 工学シミュレーションと環境デザイン
（竹内則雄教授70歳記念セッション）（2）

座長:山本 佳士(法政大学)

10:30 AM - 11:45 AM Room D (2F Conference Room 201B)

[D-11-01] 粗骨材の生成手法の違いによるメゾスケールモデルの再現精度の定量的評価

*中嶋 貴将¹、升井 尋斗¹、車谷 麻緒¹（1. 茨城大学）

10:30 AM - 10:45 AM

[D-11-02] 粗骨材の粒度分布を反映した鉄筋コンクリートはりの3次元メゾスケール数値実験

*那須川 佳祐¹、升井 尋斗¹、車谷 麻緒¹（1. 茨城大学）

10:45 AM - 11:00 AM

[D-11-03] ひび割れの再接触を考慮した損傷モデルによる鉄筋コンクリートはりのポストピーク挙動の再現

*河地 陽太¹、車谷 麻緒¹（1. 茨城大学）

11:00 AM - 11:15 AM

[D-11-04] 損傷モデルによる鉄筋とコンクリート間の付着挙動のシミュレーション

*相馬 悠人¹、車谷 麻緒²（1. 福島工業高等専門学校、2. 茨城大学）

11:15 AM - 11:30 AM

[D-11-05] Extended B-spline基底関数を用いた陰的

MPMによる拡散亀裂から離散亀裂への遷移表現手法の開発

菅井 理一¹、*韓 霽珂¹、森口 周二¹、寺田 賢二郎¹（1. 東北大学）

11:30 AM - 11:45 AM

OS02 工学シミュレーションと環境デザイン（竹内則雄教授70歳記念セッション）

[D-12] OS02 工学シミュレーションと環境デザイン
（竹内則雄教授70歳記念セッション）（3）

座長:寺田 賢二郎(東北大学)

1:30 PM - 2:45 PM Room D (2F Conference Room 201B)

[D-12-01] (キーノート講演)VR技術を用いた道路・鉄道・航空機騒音シミュレーション

*樫山 和男¹（1. 中央大学）

1:30 PM - 2:00 PM

[D-12-02] 理論式に基づく曲げ破壊型鉄筋コンクリートはりの非線形計算モデル

*車谷 麻緒¹（1. 茨城大学）

2:00 PM - 2:15 PM

[D-12-03] 簡易3次元RBSMを用いた地すべり移動特性解析

*濱崎 英作¹、竹内 則雄²（1. 株式会社アドバンテクノロジー、2. 法政大学）

2:15 PM - 2:30 PM

[D-12-04] 鋼矢板岸壁の地震時挙動に関する模型振動実験と有効応力解析

*三藤 正明¹、吉田 誠²、清宮 理³（1. 株式会社五省コンサルティング、2. 五洋建設株式会社、3. 早稲田大学名誉教授）

2:30 PM - 2:45 PM

OS02 工学シミュレーションと環境デザイン（竹内則雄教授70歳記念セッション）

[D-13] OS02 工学シミュレーションと環境デザイン
（竹内則雄教授70歳記念セッション）（4）

座長:樫山 和男(中央大学)

3:00 PM - 4:15 PM Room D (2F Conference Room 201B)

[D-13-01] 割れ目の水圧を考慮したDDAによる不連続性岩

盤の解析

*三木 茂¹、大西 有三²、佐々木 猛³ (1. 基礎地盤コンサルタンツ株式会社、2. 京都大学名誉教授、3. サンコーコンサルタント株式会社)

3:00 PM - 3:15 PM

[D-13-02] 三次元 HPM四面体要素の導入とコンクリートのひび割れ解析への適用性検討

*上林 厚志¹、藤原 良博²、塩見 忠彦²、竹内 則雄³ (1. 株式会社竹中工務店、2. 株式会社マインド、3. 法政大学)

3:15 PM - 3:30 PM

[D-13-03] マニホールド法による二酸化炭素貯留サイトの流体-変形連成弾塑性地震応答解析

*佐々木 猛¹、堀川 滋雄¹、楠瀬 勤一郎²、橋本 涼太³
(1. サンコーコンサルタント株式会社、2. 産業技術総合研究所、3. 京都大学)

3:30 PM - 3:45 PM

[D-13-04] (キーノート講演)災害シミュレーションと計算工学 ―固体・流体・避難シミュレーションの方法―

*竹内 則雄¹ (1. 法政大学)

3:45 PM - 4:15 PM

OS02 工学シミュレーションと環境デザイン（竹内則雄教授70歳記念セッション）

[D-10] OS02 工学シミュレーションと環境デザイン（竹内則雄教授70歳記念セッション）（1）

座長:車谷 麻緒(茨城大学)

Fri. Jun 2, 2023 9:00 AM - 10:15 AM Room D (2F Conference Room 201B)

[D-10-01] 粒子・“メッシュ法”による固体の数値解法

*今村 純也¹（1. imi計算工学研究室）

9:00 AM - 9:15 AM

[D-10-02] 台地における道路冠水の再現シミュレーション

*石井 建樹¹、松田 恵臣¹、虻川 和紀¹、佐久間 東陽¹（1. 木更津工業高等専門学校）

9:15 AM - 9:30 AM

[D-10-03] 幾何学的非線形性を考慮した RBSMによる動的応答シミュレーション

*菊池 綾嶺¹、山本 佳士¹（1. 法政大学）

9:30 AM - 9:45 AM

[D-10-04] ハイブリッド型ペナルティ法による三次元簡易斜面安定解析

*山口 清道¹、竹内 則雄²、濱崎 英作³（1. JIPテクノサイエンス株式会社、2. 法政大学、3. 株式会社アドバンテクノロジー）

9:45 AM - 10:00 AM

[D-10-05] 動的陽解法によるハイブリッド型ペナルティ法

*八木 唯夫¹、竹内 則雄²（1. 石本建築事務所、2. 法政大学）

10:00 AM - 10:15 AM

粒子・“メッシュ法”による固体の数値解法

Numerical scheme for solid using particle - “mesh method”

今村純也¹⁾

Junya Imamura

1) 博(工) imi計算工学研究室 (〒351-0114 埼玉県和光市本町31-9-803, E-mail: jimamura@ra2.so-net.ne.jp)

In a previous paper, I have proposed a generalized force method (GFM), in which the simultaneous equation is constructed novel reduction method for the treatment of the continua. This report is part of research regarding Helmholtz theorem, to apply the Helmholtz decomposition ($H-d$) to the finite element method. $H-d$ is, however, in a certain coordinate expression. I proposed an improved $H-d$ expression called dHd . The dHd includes $H-d$ and other coordinate expressions. That is a multidirectional FEM concept. The objective of this report is; 1) firstly to transfer the particle-mesh model which is developed for flow field into solid analysis, 2) to represent the equation for solid in the transfer matrix which can very easily represent the rigid body rotations, 3) furthermore, rigid body rotation is represented in above dHd to express by vorticity, 4) propose quasi- C^1 -continuity element to represent the potentials in dHd , 5) finally to propose novel locking-free finite element method to avoid so called hour glass mode caused by use of incomplete n -the order element such as bi-linear element.

Key Words: Particle method, Particle-mesh method, PFEM, Solid analysis, Unit cell method (UCM), Locking-free finite element method, quasi- C^1 -continuity element method, Coulomb gauge.

1. 背景と概要

(1) 目的と背景

本稿では、粒子・“メッシュ法”の固体への適用法を提示する。PFEM (Particle Finite Element Method) の六面体要素版でもある。

固体は一般に自由界面問題である。混相流解法として開発した <粒子-直交格子法> スキームを移転して、固体スキームを提示するものである。[1]

固体の特殊な条件として <異種材料の混在, ポアソン比 $\nu \leq 0.5$ の材料, 剛体回転, 破壊進展, 接触> などがあり, それらを計算可能とするスキームである。

本稿は“Helmholtzの定理に基づく連続体理論の, 有限要素法への適用に関する研究”の一環でもあり, Helmholtz分解 ($H-d$) の視点からの, 幾つかの新しい知見を, 固体計算へ反映させる。[2]

知見の, 先ずひとつは, $H-d$ 式は変位ベクトル場も, ひずみベクトル場も, 更にはポテンシャルベクトル場も分解表示可能, とする点である。

変位ベクトル場 $\mathbf{u}$ をスカラーポテンシャル φ と, ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{\psi}$ で, Lateral(縦)成分とTransverse(横)成分に分解表示する式は, Coulombゲージ ($\text{div}\boldsymbol{\psi} = 0$) を付帯する。

ひずみベクトル場 $\mathbf{V}$ の分解式は同様に, Coulombゲージ ($\text{div}\mathbf{u} = 0$) を付帯する。(連続の式である。)

MAC (Marker And Cell) 法は, 圧力ポテンシャルを介してCoulombゲージ ($\text{div}\boldsymbol{\psi} = 0$) を満たす。

対してSMAC (Simplified MAC) 法はひずみベクトル場

のCoulombゲージ ($\text{div}\mathbf{u} = 0$) を満たす, などが, $H-d$ の視点からの, 新しい解釈のひとつである。

またCoulombゲージは, 体積式や体積ひずみ式に関する一般解 ($=0$ の式の解) であり, 圧縮性・非圧縮性に拘らず解いて, 特解 ($\neq 0$ の式の解) に加える必要がある。(微分方程式表示の固体解法全体が, その例外ではない。)

剛体回転(渦度 ω) はせん断ひずみ γ と対を成し, 本稿では, 互いに共役変数と呼ぶ。

Cauchy-Riemannの関係式は横成分に関して, ($\gamma = 0$) を要求する。縦成分に関しても, いま一つの関係式(法線ひずみの差の式)を満たすよう要求する。

共役変数の概念を導入して, Cauchy-Riemannの関係式をいずれも数値的に満たし, 数値Lockingの原因のひとつを排除して行く。

(2) 離散Helmholtz分解 (dHd)

$H-d$ の表示式は, 渦度ベクトル場は演算子で表せるが, せん断ベクトル場はCoulombゲージを介して表す他ない, など, 共役変数を表すには不便な場面・場合が多い。

そこで $H-d$ 式を修正し, 離散Helmholtz分解 (dHd) 式を定義している。([付録1]参照。)

本稿モデルは, dHd 法に基づいて構築して行くものである。

dHd 表示することで解った新たな知見がある。

流れ関数 ψ は, 2Dの変位・速度ベクトルの成分を $\text{curl}\boldsymbol{\psi}$ で表す。その回転は $\text{curl}\boldsymbol{\Psi}$ で表すことになる。

ところで, 2Dの回転は通常 $\text{curl}\mathbf{u}$ で表すが, それをスカラーの Ψ で表すのは, z 方向には剛体変位 $\mathbf{w}^\#$ で表して,

$\text{curl}\Psi = \text{curl}w^\# (\partial w^\#/\partial z = 0)$ とし, $\text{curl}w^\# = \text{curl}u$ である, ことが解り, それが本スキームでは重要な働きを成す. [3]

したがって $\text{curl}\psi = \text{curl}\psi_3 (\partial\psi_3/\partial z = 0)$ であり, 流れ関数のこれまでの知見は, 3Dへ一般化して適用し得る.

Locking-free有限要素法を提唱している. 完全 n 次式で表すことで, 数値 Locking のいま一つの原因である, 座標回転による Locking を回避すべし, とするものである.

双1次要素や, 3重1次要素を45° 回転して, 菱形形状になっても計算継続できるよう, 完全 n 次式を組み込むものである. (いわゆるアワーグラスモードの排除.)

1×1×1 の単位セル(UC)を用いる単位セル法 (UCM) による写像計算, が本稿モデルの特徴であり, スキームの骨格を成す.

要するに, ∇u は9の自由度数を有し, Locking-freeで, 安定計算できるためには, 9以上の条件式を必要とする.

9以上の条件式を導出するのが離散 Helmholtz 分解法であり, 共役(共転)変数の概念が基礎となる.

数値 Locking のいま一つの原因は, 双1次要素が典型例で, 不完全 n 次関数を適用することに在る.

本稿で, それらを網羅しての説明はできないので, 別報 [3]~[5]を解説する形で示す.

2. 離散 Helmholtz 分解, 遷移行列法の必要性

(1) 離散 Helmholtz 分解法の概念

本稿では粒子座標や, 要素頂点ノードの座標などをポテンシャル ($\Phi + \Psi$) の流通座標(current coordinates)で表して行く. そこで, 共通認識のため Φ の用法を, はじめに説明して置く.

$H-d$ は, ひずみベクトル場 $\mathbf{V}$ を, Coulombゲージを制約条件として, 式(1)で分解表示する.

$$\mathbf{V} = \nabla\Phi + \text{curl}\Psi \quad (\text{div}\Psi = 0) \quad (1)$$

式(1)を, $\mathbf{V} = \text{grad}\Phi + \text{curl}\Psi$ や, $\mathbf{V} = \nabla\Phi + \nabla \times \Psi$ で表示しなかったのは“意図がある”からである.

すなわち, $H-d$ を修正して発展表示するためである. その発展形が dHd である.

dHd は, 式(1)のひずみベクトル場 $\mathbf{V}$ の分解を, 式(2)で表示する.

$$\mathbf{V} = \nabla\Phi^c + \nabla^1\Psi \quad (\text{div}\Psi = 0, \nabla_{diag}\Psi = \nabla\Phi) \quad (2)$$

$\nabla\Phi$ は縦成分の内の, 非圧縮成分であり, $\nabla\Phi^c$ は圧縮・膨張成分である. ([付録2] 参照のこと.)

新しい演算子を式(3)のように定義し, 縦成分は新しいベクトル記号で, 横成分は演算子で表している. (前者も演算子と呼ぶ.)

$\nabla^1\Psi$ は, 総和規約に従う表示 $\partial\Psi_i/\partial x_j$ を表す.

$$\left. \begin{aligned} \nabla\Psi &= [\nabla_{diag}\Psi, \nabla_{offd}\Psi] \\ \nabla^1\Psi &= \nabla_{diag}\Psi + \text{offd}\Psi \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\text{where } \nabla^1\Psi \equiv \nabla\Psi \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}, \text{offd}\Psi \equiv \nabla_{offd}\Psi \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

したがって非圧縮は, 式(4)で表される. (前述のように, 圧縮・非圧縮に拘わらず解かなければならない式.)

$$\mathbf{V} = \nabla\Phi + \text{offd}\Psi \quad (\text{div}\Psi = 0, \nabla_{diag}\Psi = \nabla\Phi) \quad (4)$$

(2) 有限変形式

式(2), 式(4)は微小変形理論(infinitesimal strain theory)に適用する分解式である.

本稿では“粒子-メッシュ”法へ適用するため, 有限変形理論(finite strain theory)に従う分解式を, 式(2), 式(4)に基づいて導き, 適用して行くものである.

有限変形の術語はいろいろな解釈があるが, 微小変形式が無限変形にも適用できるのに対し, 有限変形理論の変形式は物質微分で表すので, 数値計算では有限な領域: $\Delta\mathbf{x} = \Delta t\mathbf{U}$ に適用する, と解釈する.

(3) 共役変数の概念

dHd では, $\nabla^1\Psi$ の横成分(非対角成分)を $\text{offd}\Psi$ で表す他, $\text{curl}\Psi$ でも表し, せん断形を $\text{shr}\Psi$ で表すなど, (A+B) と (A-B) を共役変数と呼んで, $\nabla\Psi$ の2成分のほぼすべての組み合わせを, 新しい演算子を定義して表し, 計算して行く.

基本的に, $\nabla\Psi$ の9自由度数(成分数)の組み合わせを, 力学的に意味付けて, 演算子で表示するものである.

詳細はもう少し後述するが, Cauchy-Riemannの関係式を数値的に満たすなど, 桁落ち排除が目的である.

なお, Coulombゲージが代数的に(強解として)満たされれば, dHd は $H-d$ に等しい.

(4) 流線座標や粒子の回転などの考察による変位

Φ は流通座標で表し, 粒子の Φ は流線上に在る. シミュレーション開始(静止)時の, 当該粒子のデカルト座標 $\mathbf{X}_p$ を記憶して置き, 変位 $\mathbf{u}_p$ で更新して行く.

流線の接線方向, および主法線・陪法線方向を軸として表した座標を, 流線座標(Lagrange座標)と呼べば, 縦成分は接線方向の, 横成分は主法線・陪法線方向のひずみ・応力を, それぞれ表して行く.

変位は接線(縦)方向の Φ のみである. (Φ は流線の長さ.)

ただ, 粒子の自転は接線軸周りのみではなく, 他の軸周りもある. そこで $\text{curl}\Psi$ も流通座標で表す.

$\nabla\Phi$ も流線座標で表した勾配である。つまりは方向余弦である。したがってデカルト座標の変位： $\mathbf{u}_p = \Delta\Phi\nabla\Phi$ であり、 $\nabla^1\Phi = 0$ である。

同じく、 $\Delta\Phi\nabla^1\psi_i$ は接線・主法線・陪法線方向を含めた、非圧縮の変位 $\mathbf{u}_i$ を表す。

つまり、 $\mathbf{u} = \nabla^1\psi$ である。(ベクトル場のポテンシャル表示形, in case ($\text{div}\psi = 0$)).)

よって $(\Delta\psi \cdot \nabla)\psi$ で、デカルト座標上の変位 $\mathbf{u}$ を得る。

つまり、非圧縮 $\mathbf{u}$ は、 $u_i = u_j \nabla u_i$ ($\text{div}\mathbf{u} = 0$) である。

結局、方向余弦の和は $\nabla^1 u_i = 1$ であり、縦成分は $= u_i \nabla u_i$ であり、残りは横成分である。(新しい知見。)

粒子自身は $\text{curl}\psi$ 分自転する。正確には $\text{shr}\psi$ 分小さく公転しながら自転する。

(5) 変位ベクトル場の dHd 表示

念の為、変位ベクトル場 $\mathbf{u}$ の dHd 表示式を式(5)に示して置く。

$$\mathbf{u} = \nabla\varphi^c + \nabla^1\psi \quad (\text{div}\psi = 0, \nabla_{\text{diag}}\psi = \nabla\varphi) \quad (5)$$

式(5)は要素形状を表すためには必要であるが、本稿では (Φ^c, Φ, ψ_i) で粒子の軌跡を表し、ノードの軌跡も同様に示すので、式(5)の表示を使うことはない。

(6) 粒子-メッシュ法

本稿モデルは、粒子・“メッシュ法”であり、従来型の粒子法が得意とするメッシュフリー法ではない。[†]

六面体要素頂点ノード k の座標値 $\{x_i\}_k$ をそれぞれ、単位セルの頂点ノード値とし、3重1次要素で六面体形状を表す。

UCMで、六面体要素の独立変数 x_i を計算して行く。

四面体要素のPFEMに比べ、UCMによる六面体要素法が優る第一の点は、自動化し易いことに在る。

(7) 隣接要素

有限要素法は、隣接要素とノード(パラメータ)を共有することで適合させる。

セル頂点ノードを繋ぐ“メッシュ”の他、セル重心の粒子間を繋ぐ“双対メッシュ”を考える。

シミュレーション初期・静止状態の粒子・メッシュの座標を本籍(permanent address)と呼び、相互関係を本籍簿に記録し、移動中を現住所(current address)と呼ぶ。

移動中は直近の初期格子セルの重心を現住所とし、双対メッシュを組む。

双対メッシュの六面体セル重心を繋いで、初期直交メ

ッシュに対応する六面体メッシュを組む。

よって本籍簿を辿れば、隣接六面体要素が分る。

その六面体要素体積は初期の単位セル体積と数値計算上、差が出て来るので、Coulombゲージを満たすよう修正して行く。

粒子の移動点は、反復計算ステップ m ($m=0,1,2, \dots$) で、仮想仕事式を解いて予測子を求め、次いでCoulombゲージを満たすよう予測子を修正する。その重心点位置で表す。

反復計算は収束するまで行い、収束すれば有限変形理論に対応する状態量を得る。

(8) 自転・公転

粒子運動では自転と公転が混在する。

フィギュアスケートの動きを観察すれば、3回転などは公転無しのキックだけではできず、公転を自転に変える運動が主体と言えよう。

終盤のスピン演技も、掌に注目すれば、公転を自転に変える動きを活用する、と言えよう。

月の地球周りの1回の公転には、1回の自転を伴う。したがって月の裏側は地球からは見えない。

それが回転 $\text{curl}\mathbf{u}$ とせん断ひずみ shru の関係である。

非圧縮が $\nabla\varphi^c$ が入ればその軌道から逸脱して行く。

(9) 遷移行列法

遷移行列法[6][7] は還元法[8] と呼ばれ、伝達マトリックス法[9] と邦訳されている。

通常、有限Taylor 級数で変位の要素関数を表すのに対し、遷移行列有限要素法では、勾配 ∇u_i 以上の係数項には剛性 G を乗じて $\{\nabla F_i\}_0 \equiv G\{\nabla u_i\}_0$ で表す。

したがって、元の変位のTaylor 級数の勾配項の、係数は $\{\nabla F_i\}_0/G$ で表す。

混合変分法は、変位・ひずみの有限要素と遷移行列有限要素の2つを使って計算して行くものである。

隣接要素との連続性は、法線方向には応力が連続し、状態量ベクトルの計算(遷移行列法)が必要であり、界面並行方向は変位・ひずみを連続させるべきなので、変位法要素が必要である。

応力パラメータの変分行は仮想仕事変分式ではなく、応力の最小2乗変分式で組み込むこととなる。[13]

(10) Cauchy-Riemannの関係式(共役変数法)

数値Lockingの原因は2つある。

1つは、正方要素を45° 傾けた菱形になると、不完全 n 次要素では計算できない、のが典型的なLockingである。

菱形に近い歪菱形でも顕れてくるので、粒子と共に要素も自転する本モデルでは避け難い。

いま1つはCauchy-Riemann(C.-R.)の関係式を放置することである。

後者は(A+B)と(A-B)を共役(軛)変数と呼び、両方の方

[†] メッシュフリー法でも、当該粒子は $\{\varphi\}_{\text{particle}} = 0$ とし、勾配パラメータ $\{\nabla\varphi\}_{\text{particle}}$ を、周囲の粒子との間で回帰計算して行く、ことで適用できる。

程式を満たすことを要求している、と解釈できる。

つまりC.-R.の横成分式は、(A+B)形の Cauchyの応力式で表す方程式と、(A-B)形の 渦度で表す方程式を、同時に解くことを要求している。

C.-R.の縦成分式 (A-B)=0 は、変形すれば45° 座標回転系のせん断ひずみ式であり、(A+B)=0 の連続式と共に満たすことを要求する。

2つの式を同時に満たす $\mathbf{u}$ を計算するため、それぞれ変数 Φ と Ψ で表して解いて行くのが dHd 法である。

3. 数値計算スキーム

(1) 基本的考え方

準静的載荷問題とし、加速度項は無しとし、圧縮性でも計算は必須とした非圧縮計算法を示す。

最も一般的、かつ低次の3重1次 Φ 要素で、Locking-free スキームを、先ず示す。

(2) Locking-free 有限要素法

3重1次六面体 Φ 要素に、次の係数ベクトルの項：

$$\{\Phi^{(200)}, \Phi^{(020)}, \Phi^{(002)}, \Phi^{(110)}, \Phi^{(011)}, \Phi^{(101)}\}_0$$

を加えて、(略)完全2次関数とする。

対応する新しいパラメータとして、局所原点(重心)に、

$$\{\Phi^{(100)}, \Phi^{(010)}, \Phi^{(001)}, \Phi^{(110)}, \Phi^{(011)}, \Phi^{(101)}\}_0$$

を設定する。

先ず、パラメータ： $\{\Phi^{(110)}, \Phi^{(011)}, \Phi^{(101)}\}_0$ の自由度で、要素内せん断ひずみ $(\Phi^{(110)}, \Phi^{(011)}, \Phi^{(101)})$ の分布を、それぞれ最小化(最小2乗)する。

同様にして、C.-R.の縦成分式(45° 回転座標系のせん断ひずみ式)を、残りのパラメータ自由度で、

$$(\Phi^{(100)} - \Phi^{(010)}) \Rightarrow 0,$$

$$(\Phi^{(010)} - \Phi^{(001)}) \Rightarrow 0,$$

$$(\Phi^{(001)} - \Phi^{(100)}) \Rightarrow 0$$

の最小2乗式で、数値的に満たして行く。

(3) 仮想仕事式解法

3重1次要素による仮想仕事式解法は広く知られているので、ここには不完全2次(セレンディピティ)要素の適用法を示す。かつ、連立方程式解法をSOR法で考える。

辺(稜)平行方向を s とし、稜線上の座標を $\{s, n, \zeta\}$ で表す。中間ノードパラメータは s 方向2階導関数で表す。

中間ノードの変位が知りたいければ、 s 方向差分で2階導関数を表し、それによって換算する。

先ず非圧縮の式(6)を解くスキームを示す。 ($\mathbf{u} = \Psi$)

$$G\nabla^2 \mathbf{u} = 0 \quad (6)$$

せん断ひずみは Φ 要素で、剛体回転は Ψ 要素で表し、

式(7)で分解表示する。

$$2\mathbf{u} = \nabla\Phi + (\text{shr}\Phi - \text{curl}\Psi), \quad (7)$$

$$\text{where } \nabla^1\Phi = 0, \nabla_{\text{diag}}\Psi = \nabla\Phi$$

(2) 非圧縮応力項の数値計算

ひずみ要素 ($\nabla\Phi, \nabla\Psi_i$) を Ψ_i の例で示す。

有限Taylor級数 $\Psi_i(\mathbf{x}) = \{\mathbf{C}\}_0 \cdot \{1, x, y, z, x^2/2, \dots\}^T$ で表し、20成分の係数ベクトル $\{\mathbf{C}\}_0$ を式(8)に示し、ノードパラメータベクトルを図-1に示す。(Φ 要素も同様。)

$$\begin{aligned} \{\mathbf{C}\}_0 = & \{\Psi_i^{(000)}\Psi_i^{(100)}\Psi_i^{(200)} \\ & \Psi_i^{(010)}\Psi_i^{(110)}\Psi_i^{(210)} \\ & \Psi_i^{(020)}\Psi_i^{(120)} \\ & \Psi_i^{(001)}\Psi_i^{(101)}\Psi_i^{(201)} \\ & \Psi_i^{(011)}\Psi_i^{(111)}\Psi_i^{(211)} \\ & \Psi_i^{(021)}\Psi_i^{(121)} \\ & \Psi_i^{(002)}\Psi_i^{(102)} \\ & \Psi_i^{(012)}\Psi_i^{(112)}\}_0 \end{aligned} \quad (8)$$

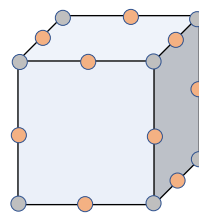


図-1 $\nabla\Psi_i$ 勾配要素

反復回数を m ($m = 0, 1, 2, \dots$) とし、式(9)を段階的に、SOR法で解いて行く。(勿論、同時計算でもよい。)

$$\left. \begin{aligned} \int_{\Omega} [\delta\nabla\mathbf{U} \cdot G\nabla\mathbf{U}] d\Omega &= 0 \\ G \int_{\Omega} [\delta\nabla\Phi \cdot (\nabla\Phi - \nabla_{\text{diag}}\Psi) + \delta\nabla^1\Phi \cdot \nabla^1\Phi] d\Omega &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

かつ、頂点ノードと中間ノードは交互に緩和して行く。そのため中間ノードパラメータを2階導関数とした。

Φ 要素のLocking-free計算のためには、(略)完全3次関数とする。すなわち、次の係数ベクトルの項を加える。

$$\{\Phi^{(300)}, \Phi^{(030)}, \Phi^{(003)}, \Phi^{(110)}, \Phi^{(011)}, \Phi^{(101)}\}_0$$

対応するノードパラメータは3重1次要素の場合と同じ、

$$\{\Phi^{(100)}, \Phi^{(010)}, \Phi^{(001)}, \Phi^{(110)}, \Phi^{(011)}, \Phi^{(101)}\}_0$$

とし、C.-R.の関係式を同様に満たして行く。

(3) 応力項圧縮成分の数値計算

圧縮成分 $\nabla\Phi^C$ は式(10)で計算する。

$$\int_{\Omega} [\delta \nabla \Phi \cdot \frac{1}{1-2\nu} \nabla^1(\Phi^C + \Phi)] d\Omega = 0 \quad (10)$$

変位要素 Φ^C は Φ 要素と、同じ要素形状が望ましい。

4. 数値計算例

(1) 片持ちばり

最も簡単な1Dの片持ちばりの計算法で、勾配要素の適用法を示す。はりの勾配要素は傾角 θ である。

せん断たわみをTimoshenkoはり理論で組み込む。[10]

そのモデルは、従来法では、数値Lockingが表れる典型問題として知られる。

曲げ剛性を D_b 、せん断剛性を D_s とし、曲げたわみを w 、せん断たわみを w_s 、分布荷重を q として、はりの方程式は式(15)である。

$$D_b \frac{d^4 w}{dx^4} + D_s \frac{d^2(w_s + w)}{dx^2} = q \quad (15)$$

仕事量の平衡は両辺に $(w + w_s)$ を乗じて表される。

まず、 $D_s = 0$ として w 要素を計算する。 w 要素は2次関数で、中点ノードは2階導関数とする。

まず中点たわみ w_0 を設定し、 θ 要素値はgivenとする。

差分式で2階導関数を表して、 θ 要素の中点勾配値に等しいとし、 w_0 を消去する。

両端ノードのパラメータ $\{w\}_k$ で表した2次関数で、式(15)の曲げたわみを解く。

ただし、 $\langle d(dw/dx - \theta)/dx \Rightarrow 0 \rangle$ を制約(最小2乗)式として、数値的に満たして行く。(傾角の適合条件を採用するため。)

すなわち、式(16)を解く。

$$\int_{\Omega} [\delta \frac{d^2 w}{dx^2} \cdot D_b (2 \frac{d^2 w}{dx^2} - \frac{d\theta}{dx}) - \delta w \cdot q] d\Omega = 0 \quad (16)$$

次いで D_s を考慮し、せん断たわみ w_s 要素を計算する。

現実には3Dなので、たわみを z 方向とすれば、 x - y は2Dモデル化して表す。

はりモデルは、更に1Dモデル化している。すなわち、 y 方向には変形無しの剛体として、3D変位の1Dモデル化を $\{u, v^{\#}, w + w_s\} (\partial v^{\#}/\partial y = 0)$ で表す。($u = z\theta$)

ただ、 $\langle \partial v^{\#}/\partial x \neq 0, \partial v^{\#}/\partial z \neq 0 \rangle$ であり、それぞれ z - x 面内の変形 $\langle \partial w/\partial x, \partial u/\partial z (= \theta) \rangle$ に対応している。

そこで、せん断ひずみは $\langle \partial w/\partial x + \theta \rangle$ で表し、回転は $\langle \partial v^{\#}/\partial x - \partial v^{\#}/\partial z \rangle$ で表して、2自由度には、あくまでも(共役変数の)2変数で対応して行く。

$\langle \partial v^{\#}/\partial x - \partial w/\partial x \Rightarrow 0, \partial v^{\#}/\partial z - \theta \Rightarrow 0 \rangle$ と回転

ゼロ $\langle \partial v^{\#}/\partial x - \partial v^{\#}/\partial z \Rightarrow 0 \rangle$ を同時に、或いは2ステップで計算して行く、ものである。

(2) 平面版

1Dと2D・3Dの違いは、後者ではCoulombゲージが制約条件となり、非圧縮では面積・体積を保存して行かなくてはならない点である。

密度×Coulombゲージは質量保存式であり、数値計算スキームでは、他の2保存則より優先して満たして行かなくてはならない。

その技法は、既報[1]や別報[3]～[5]を参照されたい。

5. まとめと今後の課題

固体は一般に自由界面問題である。そこで流れ場で開発した“粒子-メッシュ”モデルの、固体への移転を提案した。

固体では従来、変形を伴わない、として剛体回転は無視して来た。ただ、大変形を記述する有限変形理論では無視できず、破壊・接触などの計算では、むしろ重要な成分となる。

3重1次要素、2Dでは双1次要素が、 45° 回転すれば x^2 項、 y^2 項が顕れて来る。

それを代表例として、Locking-free 有限要素法のいろいろな技法を提示した。

今後の課題は数値的検証にあるが、本モデルが広く認知されて、多くの人で検証され、更に発展されることが最大の課題と期待である。

[付録1] 離散Helmholtz分解(dHd)表示法

任意のベクトル場 $\mathbf{V}$ を、次式で分解表示する。

$$\mathbf{V} = \nabla \Phi^C + \nabla^1 \Psi \quad (\text{div} \Psi = 0, \nabla_{diag} \Psi = \nabla \Phi) \quad (a)$$

$\nabla \Phi$ は縦成分の内の、非圧縮成分であり、 $\nabla \Phi^C$ は圧縮・膨張成分である。($\nabla^1 \Phi = 0, \nabla^1 \Phi^C \neq 0$)

$\nabla_{diag} \Psi$ は、 $\nabla \Psi$ の対角成分を表すとする。Coulombゲージにより自明であるが、念のため ($\nabla_{diag} \Psi = \nabla \Phi$) とした。

$\nabla^1 \Psi$ は、総和規約に従う表示 $\partial \Psi_i / \partial x_j$ を表す、とする。すなわち $\nabla \Psi$ の行和で表すベクトルである。

$\mathbf{V}$ はひずみベクトル場を表すとして、変位ベクトル場 $\mathbf{u}$ は次式で表す。

$$\mathbf{u} = \nabla \varphi^C + \nabla^1 \psi \quad (\text{div} \psi = 0, \nabla_{diag} \psi = \nabla \varphi) \quad (b)$$

更に、ポテンシャルベクトル場 ψ は次式で表すとする。

$$\psi = \nabla v^C + \nabla^1 \lambda \quad (\text{div} \lambda = 0, \nabla_{diag} \lambda = \nabla v) \quad (c)$$

$\Phi^C = \nabla^2 v^C, \Phi = \nabla^2 v$ などの関係が在る。

他のベクトル場も、同様に表示して行く。

[付録 2] 流線上移動粒子の流通座標表示と回転

Φ は流通座標で表し、モデル粒子の Φ は、流れ場では流線上に在る。(定義では、質量粒子の軌跡が流線.)

Φ は流線の長さであり、流通座標値の変化は $\Delta \mathbf{X} = \mathbf{u}$ である。

ここでは固体のベクトル場も表す意味を込め、かつ離散表示する意味も込めて、流線を“粒線”とも呼ぶ、とする。

つまり、1 粒子の Φ の Lagrange 座標を流通座標で表す。或いは 1 粒線を流通座標で表す。

粒子-メッシュ法では、粒線群を流通座標表示し、粒線群を、有限要素関数で補間して連続表示する。

粒線の接線方向、および主法線・陪法線方向を軸として表した座標を、粒線座標 (Lagrange 座標) とすれば、横成分は主法線・陪法線方向のひずみ・応力としても表れる。

ただ、粒子の自転は接線軸周りのみではなく、他の軸周りもある。そこで $\text{curl} \Psi$ も流通座標で表す。

1 粒子の流通座標を $\mathbf{X}_p$ で表し、初期(静止時)座標を $\mathbf{X}_0$ で表すとする。

$\nabla \Phi$ も流線座標で表した勾配となる。

dHd では $\nabla \Phi = \nabla_{diag} \Psi$ で表すとした。 Φ のデカルト座標上の増分である。つまりは方向余弦であり、 Φ は非圧縮を表すとしているので、 $\nabla^1 \Phi = 0$ である。

$\nabla \Phi$ は法線ひずみ(のデカルト座標表示)であり、相対量である。

静止時からの Φ の、方向別増分は $\Phi \nabla \Phi$ である。

時間ピッチ Δt 間の増分を $\Delta \Phi$ とすれば、 Δt 間の流通座標の増分: $= \mathbf{u}$ (非圧縮変位) であり、 $\mathbf{u} = \Delta \Phi \nabla \Phi$ である。

体積変化の増分は $\Delta \Phi^c \nabla^1 (\Phi + \Delta \Phi^c)$ とし、一般解 $\nabla^1 \Phi = 0$ を加えて表す。

$\Delta \Phi \nabla \Phi$ は座標回転して $= \mathbf{u}(s, n, \zeta)$ (:非圧縮, Lagrange 座標. s が接線方向.) でも表す。

dHd では $\nabla_{diag} \Psi = \nabla \Phi$ と定義したので $\Delta \Phi \nabla_{diag} \Psi = \mathbf{u}$ であり、 Ψ の Taylor 展開 1 次の項 $\langle \Delta \mathbf{X}_p \cdot \nabla \Psi \rangle$ を速度表示 $\langle = \Delta t \Psi \cdot \nabla \Psi \rangle$ して、縦成分 $\langle = \Delta t \Psi_i \nabla_{diag} \Psi \rangle$ に着目すれば、 $\langle \Delta t^2 \Phi^2 = \Delta t^2 (\Psi_1^2 + \Psi_2^2 + \Psi_3^2) \rangle$ であり、 Φ は接線方向速度である。

(速度 Φ の) $\Delta t \Phi \nabla \Phi$ が $\Delta \mathbf{X}_p / \Delta t = \mathbf{u}_p / \Delta t$ である。

デカルト (Eulerian) 座標型では $\langle \mathbf{U}_i = \Psi_j \nabla \Psi_i \rangle$ であり、非定常では加速度項を加えて物質微分表示する。

流線 (Lagrangian) 座標型でも、流通座標表示では、同様である。

粒子自身は $\text{curl} \Psi$ 分自転する。正確には $\text{shr} \Psi$ 分小さく公転しながら自転する。

$\Delta \Phi \nabla \Phi = \mathbf{u}$ は流通座標で表示するとしたが、変位に追従して表す座標 (粒線座標) であり、固体では有限変形理論の変位に追従して表す“有限変位座標”とも呼べよう。

有限変位座標表示の有限変位ベクトル $\Delta \Phi \nabla \Phi$ は、非線形であることに留意する。

準静的载荷の仮想時間 Δt 後には、時間ステップを $n = 0, 1, 2, \dots$ として、 $\mathbf{u}^{n+1} = (1 + \Delta t)(\Delta \Phi \nabla \Phi)^n = (\Delta \Phi \nabla \Phi)^{n+1}$ であり、離散計算では仮想時間 Δt は小さいほど、当然乍ら、粒線を精度高く表せる。

任意のベクトル場を表すとする dHd では、 $\mathbf{u} = \nabla^1 \psi$ である。(ただし, in case ($\text{div} \psi = 0$).)

渦度の表示に関しては次の通りである。

上述で、回転 $\text{curl} \Psi$ もデカルト座標で表すとした。

$\text{curl} \Psi_3$ が x - y 鏡面上の、流れ関数表示の渦度である。

ただし、 Ψ_3 は本来 3D 表示であり、2D では z 軸方向は剛体 ($\partial \Psi_3 / \partial z = \partial w^{\#} / \partial z = 0$) であるが、スライスした x - y 鏡面上の像は z 軸方向に、パラパラ漫画の如く変動する。それを、小さく公転しながら自転する、と表現した。

3D の $\partial \Psi_3 / \partial z \neq 0$ 分が公転で、 $\langle \partial \Psi_3 / \partial y - \partial \Psi_3 / \partial x \rangle$ 分が自転(渦度・剛体回転)である。

地球の公転が粒線とすれば、月は地球の周りを小さく公転しながら、自転する、と考える。

小さな公転を $\text{shr} \Psi$ で表し、自転を $\text{curl} \Psi$ で表示するものである。(月の裏側は、地球からは見えない。)

かつ、 Ψ_3 の z 軸周り x - y 鏡面像のみではなく、 Ψ_1, Ψ_2 の小さな公転・自転も在り、複雑に回転する。

参考文献

- [1] Imamura, J. A one-by-one corresponding Particle / Cartesian cell (P/CC) model to apply to multiphase flow problems triggered by surface tension such as large, scaled water disaster, COMPSAFE2020, Kobe/Japan, (2020)
- [2] 今村: 離散 Helmholtz 分解要素法, 並びに数値計算モデル, 計算工学講演会, OS17, 2021.
- [3] 今村: 有限要素応力法: 適合条件式解法, 並びに変位法への統合, 計算工学講演会論文集, Vol.27, 2023.
- [4] 今村: 有限要素混合変分法: 准 C^1 連続な有限要素法, 計算工学講演会論文集, Vol.27, 2023.
- [5] 今村: 離散 Helmholtz 分解に基づく Locking-free 有限要素法, 計算工学講演会論文集, Vol.27, 2023.
- [6] Falk, S.: Die Berechnung offener Rahmentragwerken nach dem Reduktionsverfahren, Ingenieur-Archiv 26 (1958), S.61-80.
- [7] Falk, S.: Die Berechnung geschlossener Rahmen-tragwerken nach dem Reduktionsverfahren, Ingenieur-Archiv 26 (1958), S.96-109.
- [8] R. Kersten 著, 伊藤学訳: 構造力学における還元法, 技法堂, (1968).
- [9] 成岡, 遠田: 伝達マトリックス法, コンピュータによる構造工学講座 I -2-B, 培風館, (1970).
- [10] 今村: 離散 Helmholtz 分解 (dHd) 表示に基づく Mindlin 板理論・ティモシェンコはり理論の考察と精解モデルの提案, 理論応用力学論文集, 2022.

台地における道路冠水の再現シミュレーション

Simulation of Road Flooding in a Plateau

石井建樹¹⁾, 松田恵臣²⁾, 虻川和紀³⁾, 佐久間東陽⁴⁾

Tateki Ishii, Keita Matsuda, Kazuki Abukawa and Asahi Sakuma

1) 博(工) 木更津工業高等専門学校 教授 (〒292-0041 千葉県木更津市清見台東2-11-1, E-mail: cishii@kisarazu.ac.jp)

2) 木更津工業高等専門学校 環境都市工学科 (同上)

3) 博(環境) 木更津工業高等専門学校 准教授 (同上, E-mail: abukawa@c.kisarazu.ac.jp)

4) 博(社会工学) 木更津工業高等専門学校 助教 (同上, E-mail: sakuma@c.kisarazu.ac.jp)

Inundation by heavy rain has been occurring every year in recent years. Hazard maps indicate that inundation occurs on lowlands. However, in the torrential rain that hit the Kisarazu area of Chiba Prefecture on July 15, 2022, roads in the middle of a plateau at a relatively high elevation were temporarily flooded. The muddy water that covered the roads blocked the way, highlighting the vulnerability of road traffic to heavy rainfall. In this study, we simulated the flooding of a road on a plateau.

Key Words : Road flooding, Plateau, Unconscious Bias

1. はじめに

昨今豪雨による浸水被害は毎年のように発生している。ハザードマップでは、道路冠水などの浸水被害は低地に発生するとされ、報道等で取り上げられる浸水被害情報の多くも低地での被害である。しかし、2022年7月15日に千葉県木更津地方に発生した豪雨では、比較的標高の高い台地の中腹にある道路においても、一時的に道路が冠水状態となった。当該の道路は、京葉工業地帯を結ぶ幹線道路と居住地区を結ぶ主要道路であり、帰宅時間と重なって発生したことから広範囲におよぶ渋滞を引き起こした。ハザードマップの情報から標高の高い土地では浸水被害は生じないという無意識の偏った思い込みと、昨今の猛烈な豪雨に対する地方都市の道路交通の脆弱性が浮き彫りになった。

そこで本研究では、水工学にかかる数値計算プラットフォームであるiRIC Software ver.3のNays2Dflood ver.5 [1]を用いて降雨時の氾濫解析を行い、水の逃げ道が存在する台地での道路冠水の再現を試みた。

2. 降雨時の道路冠水シミュレーションの概要

iRIC SoftwareのNays2Dfloodは平面二次元流計算を氾濫流解析に適用した計算ソルバーで、中小河川流域における氾濫流解析等に適用されている。本研究では、河川のない地域を対象として、水の入流は降雨のみとするシミュレーションを実施した。

対象地域は、Fig.1に示す木更津市清見台地区の一部とした。図中のコンターはDEM5より取得した標高を表しており、対象地域の殆どが15mを超える標高を有している。Fig.2に示すようにDEM5より得た標高では、道路が周囲と比べて低くなっている事がわかる。

Fig.3は、2022年7月15日13時から21時までの降水量であ

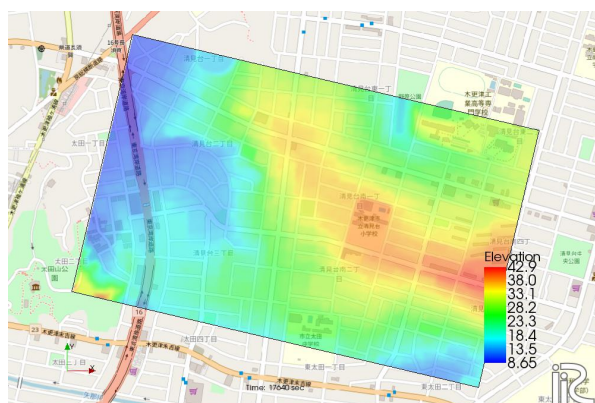


図-1 解析対象地域(背景はOpenStreetMap)

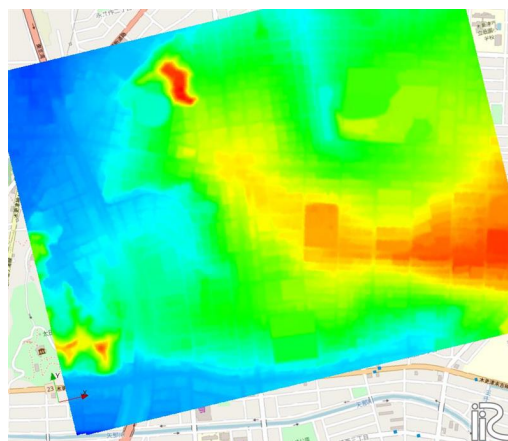


図-2 DEM5より取得した標高

る。17時に時間降水量42.5mmの猛烈な降雨を観測した。解析開始時間は13時とした。

なおNays2Dflood ver.5では、建物阻害率や障害物セルも考慮可能であるが、本研究では一切考慮しておらず、土地利用に基づく粗度係数もデフォルト値の0.03とした。

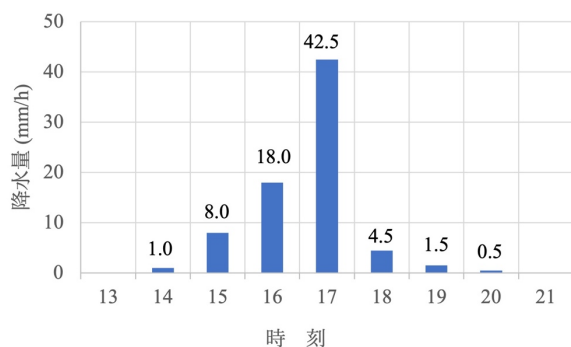


図-3 降水量 (2022年7月15日 木更津)

3. 道路冠水状況の再現シミュレーション結果

Fig.4に解析開始より14040秒=3.9時間後、およそ17時の対象地域の浸水状況を示す。図では3cm未満の水深は無視して表示し、標高を表す等高線も表示している。図では、当然ながら雨水は低い土地へ溜まっているが、一方で、図中赤丸付近では道路に沿った浸水が見て取れる。赤丸の中心にある交差点は、著者らが道路冠水を確認した交差点と一致している。

Fig.5は赤丸中心付近の交差点での水深履歴である。該当する時刻を赤線で示す。同時刻ではおよそ15cm程度の浸水があり、道路冠水が発生する可能性が確認された。

Fig.6は、Fig.4の結果を、標高を反映させた鳥瞰図として再表示した図である。赤丸の交差点を台地の中腹に位置し、図の奥方向に向かって下っている。Fig.7は交差点

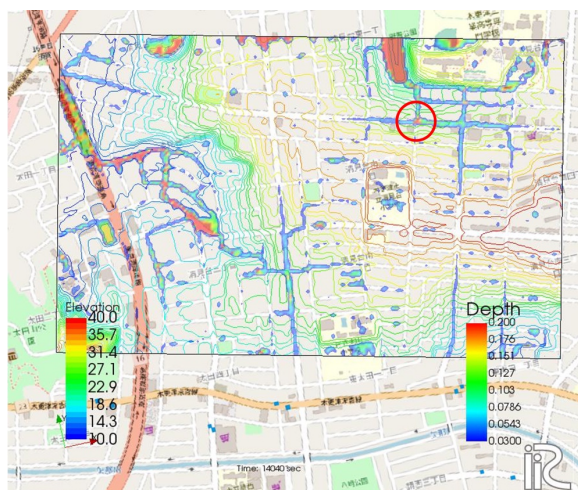


図-4 17時頃の浸水状況

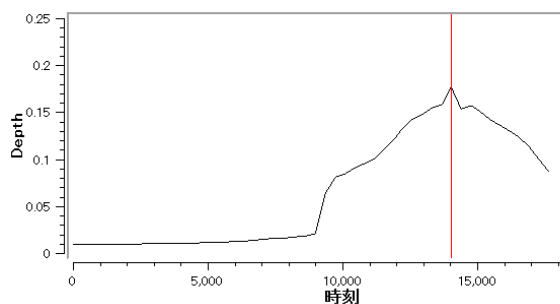


図-5 水深履歴 (Fig. 4に示す赤丸の交差点)

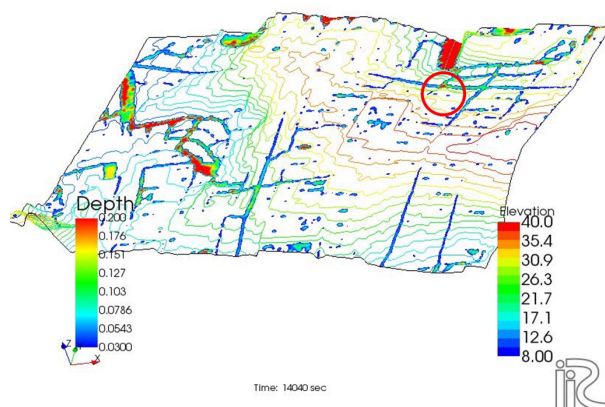
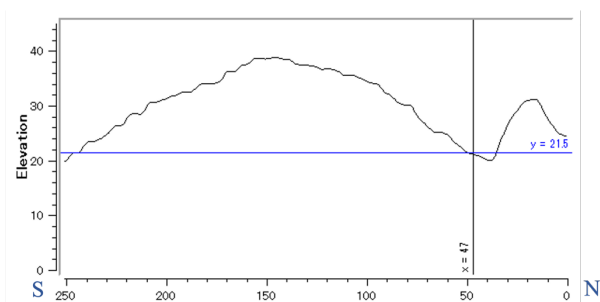
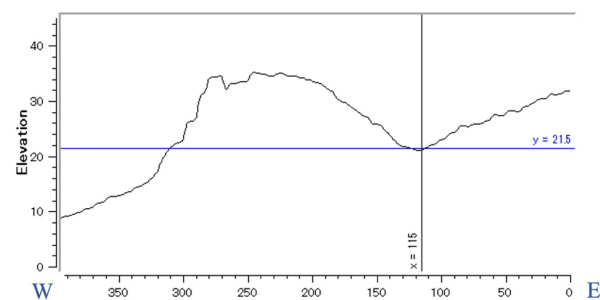


図-6 浸水状況を示した鳥瞰図



(a) 南北方向



(b) 東西方向

図-7 交差点を通る地形断面図

を通る南北方向および東西方向の断面図である。横軸はセル番号であり、図中の補助線が対象の交差点である。この交差点は3方向の標高が高く、1方向のみ標高が低い地形であることがわかった。観測点とGISを用いた既往研究でこうした地形は豪雨災害を受けやすいとされている[2]。

以上より、水が逃げることができるような標高の高い土地であっても道路冠水が発生する可能性を確認した。今後は、数値シミュレーションを通じて、「標高の高い土地では浸水被害は生じない」というような無意識の思い込みを正しく修正していく必要があると考えられる。

参考文献

- [1] 木村一郎:iRICによる河川シミュレーション, 森北出版, 2021.
- [2] 坂本淳ら: 集中豪雨下の道路冠水状態と交通動画シミュレーションの開発, GIS-理論と応用, Vol.14, No.1, pp.9-19, 2006

幾何学的非線形性を考慮したRBSMによる 動的応答シミュレーション

Dynamic Response Simulation by RBSM Considering Geometric Nonlinearity

菊池綾嶺¹⁾, 山本佳士²⁾

Ayane Kikuchi and Yoshihito Yamamoto

1) 法政大学 デザイン工学部 (〒162-0843 東京都新宿区市谷田町2-33, E-mail: ayane.kikuchi.7x@stu.hosei.ac.jp)

2) 博(工) 法政大学 デザイン工学部 教授 (〒162-0843 東京都新宿区市谷田町2-33, E-mail: y.yamamoto@hosei.ac.jp)

In order to simulate the fracture behavior of concrete structures under the action of a maximum earthquake, and the behavior of the fractured pieces coming into contact with each other, RBSM considering geometric nonlinearity was extended to a dynamic method in the following way. That is, it was the same as before in the spatial direction, and discretized in the time direction by the implicit method using Newmark's β method. As a result, it was found that the proposed method can reproduce the large displacement behavior of a simple elastic analysis model under dynamic loading.

Key Words : RBSM, Collapse simulation, Geometric nonlinearity, Dynamic

1. はじめに

近年、原子力発電施設等の特に重要な土木・建築構造物の設計においては、設計作用を超えるようなケースに対しても安全性の検討を行うことが求められている。ひび割れ進展挙動、圧縮破壊の局所化挙動、鉄筋の付着すべり、座屈挙動等の鉄筋コンクリート構造部材の破壊挙動から構造システム全体の倒壊挙動までを精度良く再現可能な数値解析技術の確立は、上記のような安全性の検討のための有用なツールになるものと考えられる。

コンクリート構造物を対象とした数値解析手法は、非線形有限要素法を中心に多くの研究が行われてきており、地震作用下等における複雑な非線形応答を再現できるようになってきている。しかしながら破壊、倒壊挙動の再現となると未だいくつかの課題が残されており、その中でも、コンクリートの圧縮軟化・局所化挙動、およびその拘束圧依存性挙動の再現は現状においても難しい課題として残されている[1]。コンクリート材料は引張に弱く、圧縮に強い材料であるため、構造物中で引張を受ける領域には十分な鉄筋が配置される。このため、部材として抵抗機構を喪失する領域では、補強鉄筋による拘束効果を含むコンクリートの圧縮破壊挙動が支配的となるケースが多い。したがって、破壊、倒壊挙動を再現するためには、まず上記の課題の克服が特に重要な課題となる。

著者らは、各種応力下におけるコンクリート材料の軟化・局所化挙動および部材レベルの破壊挙動、特に現状のコンクリートの数値解析技術では再現が困難な圧縮軟化・局所化挙動、拘束圧依存性挙動までを再現可能な、剛体パネモデル(RBSM)を開発している[2,3]。一方で、一般的にRBSMは、微小回転の仮定に基づいているため、材料レベルで破壊が局所化した後、大変位・大回転を伴って部

材あるいは構造システム全体で倒壊していく挙動までは再現が困難であった。そこで著者らは、RBSMを大変位・大回転挙動を伴う倒壊問題へ適用するために、幾何学的非線形性を考慮可能な3次元RBSMの開発を行っている[4,5]。しかしながら、幾何学的非線形性を考慮したRBSMでも、基本的に初期の要素ネットワークを参照し続けるため、例えば、要素界面で大きなせん断すべりが生じる、あるいは図-1のように倒壊過程で破片同士が新たに接触するなど、初期のネットワークを超えて要素同士が新たに接触した際には、その要素間で力をやり取りすることができず、不合理な応答が生じることが考えられる。すなわち、破壊から倒壊過程においてコンクリート構造物が、ひび割れ、ひび割れ面のすべり、圧壊を経て大変形する挙動を適切に再現することはできない。

そこで著者らは、剛体要素(多面体要素)に接触判定用の球を配置し、接触が判定された際に要素ネットワークを更新することで、大変位・大回転が生じた後の接触、衝突現象を再現する手法を提案した[6]。同手法は、定性的には倒壊部材片の接触挙動を再現できるものの、接触判定球を一つの多面体要素に対して、一つのみ配置してい

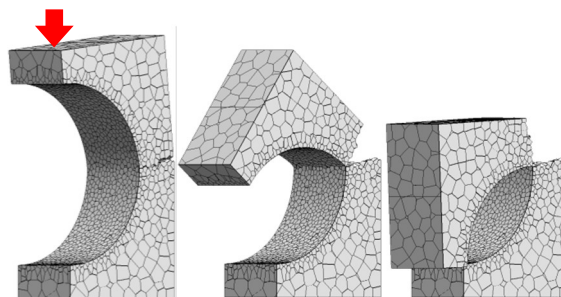


図-1 幾何学的非線形性を考慮した RBSM による
倒壊シミュレーション結果の例

たため接触挙動の精度が十分ではなかった．そこで著者らは，Matsushimaらが提案している動的最適化法[7]を用いて，多面体要素の表面形状を複数の接触判定球で近似することで接触挙動の再現精度が向上している．

以上のように，既往の研究では，破壊，大回転，接触挙動を再現できる手法を開発しているが，静的な問題に限られている．そこで本研究では，耐震性を直接評価できるように同手法を動的問題へと拡張することを試みる．

2. 解析手法の概要

本研究では，Voronoi分割によるランダム多面体要素を用い，さらに大変位・大回転挙動を再現できるよう拡張した3次元剛体バネモデル(RBSM)によりコンクリートをモデル化した．RBSMはKawai[8]により提案された離散体解析手法の一つであり，対象を剛体要素とバネの集合体としてモデル化し，要素間に分布するバネのエネルギーを評価することにより，対象の力学的挙動を追求する手法である．バネに非線形構成モデルを導入することで，ひび割れ，すべり等の不連続挙動を簡便に表現することができる．図-2に示すように，3次元RBSMでは，剛体要素内の代表点に並進3，回転3の計6自由度を設定し，要素内に剛体変位関数を仮定する．一般的なRBSMでは，要素の剛体変位関数に，微小回転の仮定に基づく回転マトリクスを用いているが，本研究では，RBSMと低減積分ティモシェンコはり要素の等価性に着目して新たに開発した，幾何学的非線形性を考慮した手法を用いた[4,5]．

図-3に提案手法の概要を示す．提案手法では，2つの剛体要素間の力学モデルとして，図中の青線で示すように，Voronoi面を断面に持つ，幾何学的非線形性および有限回転を考慮した低減積分ティモシェンコはり要素を仮定する．ここで，Voronoi分割の性質上，Voronoi面は2つの母点を結ぶ線分の垂直二等分面になる．Toi[9]は，RBSMの積分点位置が2つの剛体要素の自由度設定点のちょうど中間の断面に位置している場合，その要素剛性マトリクスは，同様にはり軸方向中央断面に1点の積分点を持つ低減積分ティモシェンコはり要素の要素剛性マトリクスと，完全に一致することを明らかにしている．すなわち，断面をVoronoi面とし，Voronoi母点を節点とする，低減積分ティモシェンコはり要素のネットワークからなる構造は，要素配列にVoronoi分割を適用し，Voronoi母点を自由度設定点としたRBSMと，微小変形の仮定のもとでは完全に一致する．紙面の都合上，結果は省略するが，検証解析によりこれらは実際に一致することを確認している．すなわち，2つの剛体要素間の力学モデルとして低減積分ティモシェンコはり要素を仮定すれば，微小変形領域においては，従来の微小回転の仮定に基づくRBSMと等価になり，さらに，幾何学的非線形性を考慮することで，大変位挙動の再現が可能になる．

なお，本研究では，以降に示すように，既存の低減積分ティモシェンコはり要素解析コードとの比較によりコー

ド検証を行うが，既存の解析コードでは，断面2次モーメント等の要素断面情報をあらかじめ計算した上で入力して数値計算を行っている．一方，著者らの従来の手法では，

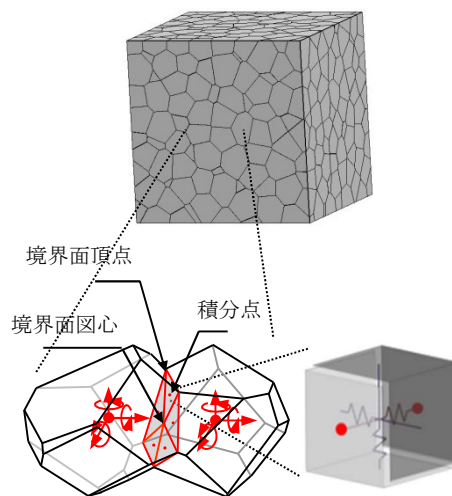


図-2 RBSM の概要

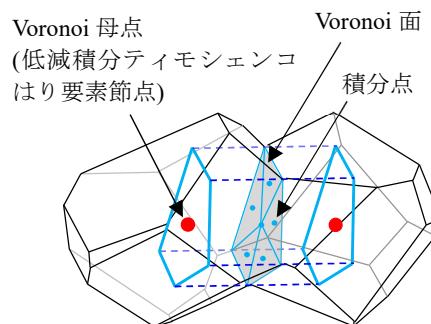
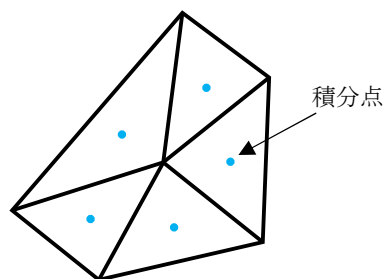
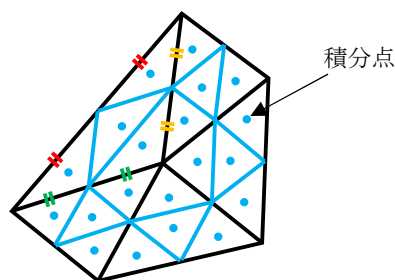


図-3 提案手法の概念図



(a) 従来手法における断面分割図



(b) 本研究で用いた断面分割図

図-4 断面分割図

Voronoi分割を用いたランダム多面体を用いている都合上、断面情報をあらかじめ計算して入力することはしていない。断面を、重心と頂点からなる三角形に分割して、その重心に積分点を配置し（図-2）、断面分割法を用いたはり要素と同様な方法で、断面情報の計算を行っていた。本研究では、さらに、図-4(b)に示すように、従来どおり分割した三角形を、さらにその辺の中点同士を結んで分割することで断面分割数を増やし、断面分割法による断面情報の計算精度を上げることを試みた。

提案手法では、積分点で得られるGreen-Lagrangeひずみの、はり軸方向の垂直ひずみ成分および軸方向を含むせん断ひずみ成分（2成分）を、従来のRBSMにおける垂直バネおよびせん断バネのひずみと仮定し、著者らが提案している従来の構成モデルを適用して応力を算定し、これを第2 Piola - Kirchhoff応力として評価して内力計算を行った。また、コンクリートを表現する各バネの構成モデルは、微小変形を仮定したRBSMで妥当性、有用性を確認しているモデルと同一のものを使用した。同一のものを使用しても、前述したコンクリートの各種応力下の軟化・局所化挙動、拘束圧依存性挙動は定量的にも妥当な精度で再現できることを確認している。

RBSMと等価な低減積分ティモシェンコはりによって離散化した運動方程式の時間積分法については、ニューマーク β 法を用いた。[10,11]

3. コード検証例

提案手法の検証を行うために既存の低減積分ティモシェンコはり要素を用いた動的解析コード[10]との比較を行った。ここでは、簡単に3要素で行ったコード検証例について示す。

解析モデルを図-5に示す。1要素100mmの立方体であるキューブ型の3要素を対象とし、要素間バネを線形弾性体として考える簡単な弾性解析を行った。なお、1番要素は全自由度固定とし、3番要素に図-6に示す荷重—時間関係でZ軸周りのモーメント荷重を与える。

図-7に、提案手法による解析と、低減積分ティモシェンコはり要素を用いた解析で得られたそれぞれの変位—時間関係を示す。グラフから、既存のコードと本研究で同じ結果が得られることが分かった。

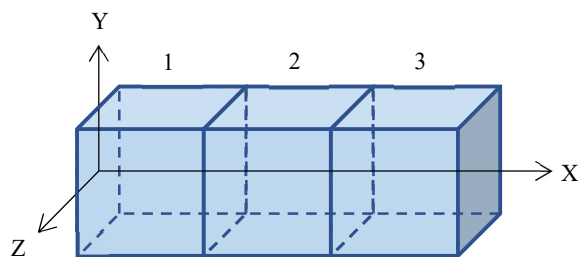


図-5 解析モデル

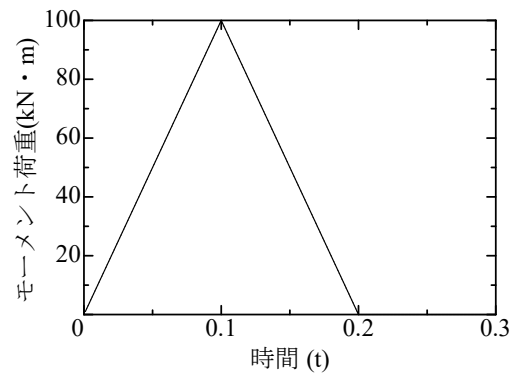


図-6 荷重—時間関係

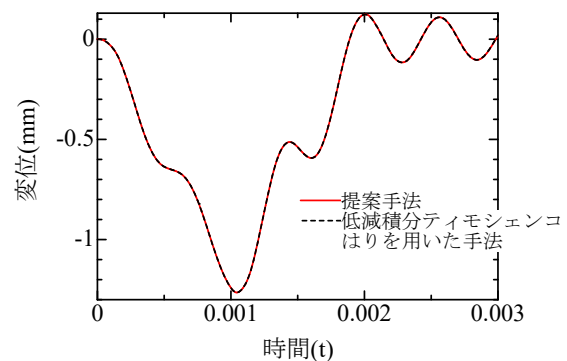


図-7 変位—時間関係

4. まとめ

本研究は、幾何学的非線形性を考慮したRBSMによる動的応答シミュレーション手法の開発を試みたものであり、提案手法を用いて簡単な検証例を示した。今後は破壊や接触といった複雑な問題に対して検証を進める予定である。

参考文献

- [1] 日本コンクリート工学協会，コンクリート構造物のポストピーク挙動解析研究委員会：コンクリート構造物のポストピーク挙動評価と設計への応用，日本コンクリート工学協会，2003.
- [2] 山本佳士，中村光，黒田一郎，古屋信明：3次元剛体バネモデルによるコンクリート供試体の圧縮破壊解析，土木学会論文集E，Vol.64，No.4，pp.612-630，2008.
- [3] Yamamoto, Y. Nakamura, H., Kuroda, I. and Furuya, N. : Crack propagation analysis of reinforced concrete wall under cyclic loading using RBSM, European Journal of Environmental and Civil Engineering, Vol.8, Issue7, pp.780-792, 2014.
- [4] 伊佐治優，山本佳士，中村光，三浦泰人：破壊の局所化および大回転変位を伴うRC構造物の倒壊シミュレーションのための新しい離散体解析手法の開発，計算工学講演会論文集 Vol.22，2017.
- [5] Yamamoto, Y., Isaji, Y., Nakamura, H. and Miura, T. :

Collapse Simulation of Reinforced Concrete Including Localized Failure and Large Rotation Using Extended RBSM, Proceedings of 10th International Conference on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures (FraMCoS-10), 2019.

- [6] 山本佳士, 中島達也 : 要素ネットワークの更新を考慮したRBSMによるコンクリート部材の倒壊シミュレーション, 計算工学講演会論文集 Vol.26, 2021.
- [7] Matsushima, T. and Saomoto, H. : Discrete element modeling for irregularly-shaped sand grains. Proc. Numerical Methods in Geotechnical Engineering, pp. 239-

246, 2002.

- [8] Kawai, T. : New discrete models and their application to seismic response analysis of structures. Nuclear Engineering and Design, 48, pp.207-229, 1978.
- [9] Toi, Y. : Shifted Integration Technique in One-Dimensional Plastic Collapse Analysis Using Linear and Cubic Finite Elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol.31, pp.1537-1552, 1991.
- [10] 磯部大吾郎 : はり要素で解く構造動力学, 丸善出版, 2020.
- [11] 久田俊明, 野口裕久 : 復刊 非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善出版, 2020.

ハイブリッド型ペナルティ法による三次元簡易斜面安定解析

Simplified Three-Dimensional Slope Stability Analysis by using Hybrid-type Penalty Method

山口清道¹⁾, 竹内則雄²⁾, 濱崎英作³⁾

Kiyomichi Yamaguchi, Norio Takeuchi and Eisaku Hamasaki

1) 博(工) JIPテクノサイエンス(株) (〒102-0074 東京都千代田区九段南1-3-1, kiyomichi_yamaguchi@cm.jip-ts.co.jp)

2) 工博 法政大学 教授 (〒162-0843 東京都新宿区市谷田町2-33, takeuchi@hosei.ac.jp)

3) 博(工) (株) アドバンテクノロジー (〒980-0013 仙台市青葉区花京院1-4-8, hamasaki@advanttechnology.co.jp)

The author proposed a numerical method for the three-dimensional slope stability analysis by using RBSM with the same input data as the simplified method. However, the ground deformation obtained by this numerical method was qualitative. On the other hand, to the evaluation of the stability of slopes, a method for using deformation of slope is discussed in recent years. Then, a simplified numerical method for the slope stability analysis in consideration of the deformation of slope is developed using HPM which can analyze stability equivalent to RBSM and can compute displacement and strain. In this paper, we discuss the outline of the proposed method, and the feature of the obtained solution.

Key Words : HPM, Slope Stability, Three-Dimension, Strain, Ground Deformation

1. はじめに

著者らは、Hovland法[1]やJanbu法などの簡便法[2]と同等の入力データを用いた剛体ばねモデル(RBSM)[3]による三次元簡易斜面安定解析法を提案した[4]。これは、従来の簡便法では主に斜面の安全率を求めており、斜面の変状に関する情報は得られないため、定性的ではあるが斜面の動きを把握することが目的であった。

近年、斜面の安定性を評価するために斜面の変形やひずみ状態などの変状を使用する方法が議論されている[5]。このためには、定量的な変状の把握が必要である。

一方、著者らは、ハイブリッド型仮想仕事の原理[6]に基づく離散化手法としてハイブリッド型ペナルティ法(HPM)を開発した[7][8]。この方法は、RBSMと同様に、要素境界面上の表面力を取り扱うため、RBSMと同等の離散化極限解析を行うことができる。また、要素内ひずみをパラメータとしているため、FEMと同等の変位解の精度を有する。

そこで、本論文では、RBSMを用いて開発した三次元簡易斜面安定解析法にHPMを適用し、簡便的に斜面の安定性を評価する手法を提案する。最後に、簡単な数値計算例を用いて、得られる解の特徴について述べる。

2. HPMの概要

HPMではハイブリッド型仮想仕事式[6]を用いて離散化する。これを示すと以下のとおりである。

$$\sum_{e=1}^M \left(\int_{\Omega^{(e)}} \sigma : \text{grad} \delta \mathbf{u} \, dV - \int_{\Omega^{(e)}} \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{u} \, dV - \int_{\Gamma^{(e)}} \mathbf{t} \cdot \delta \mathbf{u} \, dS \right) - \sum_{s=1}^N \left(\delta \int_{\Gamma_{<s>}} \lambda \cdot (\mathbf{u}_{<ab>}^{(a)} - \mathbf{u}_{<ab>}^{(b)}) \, dS \right) = 0 \quad (1)$$

$$\forall \delta \mathbf{u} \in V, \quad V \stackrel{\text{def.}}{=} \{ \delta \mathbf{u} : \Omega \rightarrow R^3 \mid \delta \mathbf{u}|_{\Gamma_u} = \mathbf{0} \}$$

ここで、 $\mathbf{u}, \sigma, \epsilon, \mathbf{f}, \mathbf{t}$ は、それぞれ、変位、応力、ひずみ、物体力、要素境界面上の表面力を表している。また、 M は部分領域(要素)数、 N は隣接する部分領域境界面の数である。 $\mathbf{u}_{<ab>}^{(a)}, \mathbf{u}_{<ab>}^{(b)}$ は、図-1に示すように、隣接する領域境界面上の変位を表しており、この連続性を付帯条件として仮想仕事式に導入した式が、式(1)のハイブリッド型仮想仕事式である。

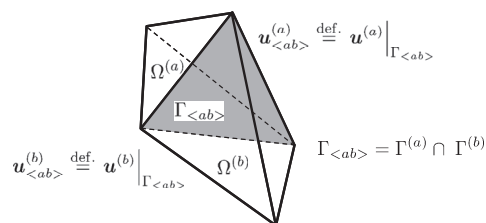


図-1 部分領域 $\Omega^{(a)}, \Omega^{(b)}$ と領域境界面 $\Gamma_{<ab>}$

HPMでは、領域毎に独立な変位場を仮定する。いま、1次の変位場を仮定し、以下のように表す[8]。

$$\mathbf{u}^{(e)} = \mathbf{N}_d^{(e)} \mathbf{d}^{(e)} + \mathbf{N}_\epsilon^{(e)} \epsilon^{(e)} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{d}^{(e)}, \epsilon^{(e)}$ は領域内の任意点における剛体変位と、ひずみである。また、 $\mathbf{N}_d^{(e)}, \mathbf{N}_\epsilon^{(e)}$ は座標に関する係数行列である。

一方、Lagrangeの未定乗数は、物理的には表面力を意味することから、隣接要素間の相対変位 $\delta_{<ab>}$ とペナルティ行列 $\mathbf{k}$ を用いて次のように仮定する。

$$\lambda_{<ab>} = \mathbf{k} \cdot \delta_{<ab>} \quad (3)$$

式(2)と(3)の関係を式(1)に導入すれば、HPMの離散化方程式が以下のように求まる。

$$\left(\sum_{e=1}^M \mathbf{K}^{(e)} + \sum_{s=1}^N \mathbf{K}_{<s>} \right) \mathbf{U} = \left(\sum_{e=1}^M \mathbf{W}_f^{(e)} + \sum_{e=1}^M \mathbf{P}^{(e)} \right) \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{K}^{(e)}$ は要素(e)に関する剛性行列、 $\mathbf{K}_{<s>}$ は隣接境界<s>における付帯条件の項である。

3. 格子を用いたモデル化

斜面の安定性の正確な評価には、三次元斜面の正確なモデル化と解析が必要であろう。しかし、全ての斜面に対して精密な解析をおこなうには時間とコストがかかりすぎるため、本論文では、事前解析として、分割法[1][2]と同等のデータにより2章で述べたHPMによる安定解析を行う方法を提案する。図-2は斜面（左側）を格子に分割したモデル（中央）に対し、さらにカラム柱を分割しHPMの要素（右側）として利用した図を示している。

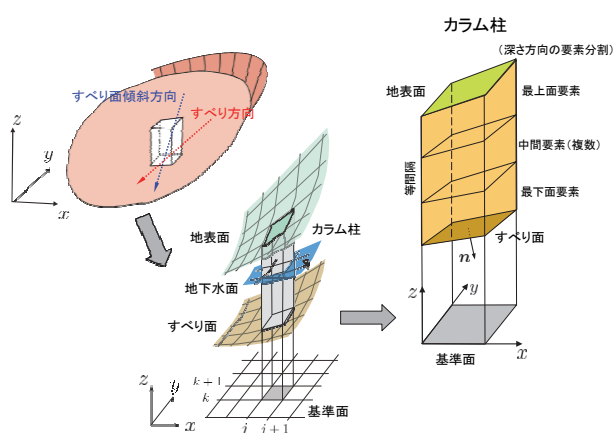


図-2 格子を用いたHPMのためのモデル化

RBSMを用いた同様の手法では、カラム柱を1要素でモデル化していた[4]。このため、変状を評価することが難しかった。一方、HPMは弾性変形を考慮することが可能である。そこで、図のようにカラム柱を最下層と最上層、その間の中間層に分け、精度に応じて中間層をさらに分割する方法を提案する。ただし、要素毎に材料を指定すると、結局、通常の三次元解析と同等な情報が必要となるため、平均的な値を用いてカラム柱で同一の剛性を用いる。

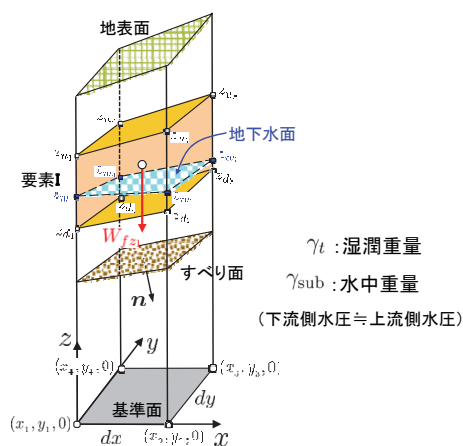


図-3 カラム重量

斜面安定解析において、自重は重要な破壊要因である。本論文では、剛性の場合と同じ理由から、平均的な単体積重量を用いてカラムの重量を計算し、安定解析の荷重として使用する。ただし、図-3に示すように、地下水面がある場合は、その影響を考慮して水中重量を用いる。

いま、図のようにあるカラム柱内の要素 I において、平均高さは

$$(\text{上面}) H_u = \frac{z_{u1} + z_{u2} + z_{u3} + z_{u4}}{4} \quad (5)$$

$$(\text{下面}) H_d = \frac{z_{d1} + z_{d2} + z_{d3} + z_{d4}}{4} \quad (6)$$

$$(\text{水面}) H_w = \frac{z_{w1} + z_{w2} + z_{w3} + z_{w4}}{4} \quad (7)$$

である。これを用いて、要素の重量を以下のように計算する。

$$H_w \leq H_d \quad W_{fz1} = \gamma_t \cdot (H_u - H_d) \cdot dx dy \quad (8)$$

$$H_w \geq H_u \quad W_{fz1} = \gamma_{\text{sub}} \cdot (H_u - H_d) \cdot dx dy \quad (9)$$

$$H_d < H_w < H_u \quad W_{fz1} = \gamma_{\text{sub}} \cdot (H_w - H_d) \cdot dx dy + \gamma_t \cdot (H_u - H_w) \cdot dx dy \quad (10)$$

さて、安定問題におけるもう一つの重要な要因として地震力をあげることができる。本論文では、動的問題としての取り扱いはずに、設計水平震度を用いて、静的問題として取り扱う。図-4は地震力が作用したカラム柱の状態を示した図である。

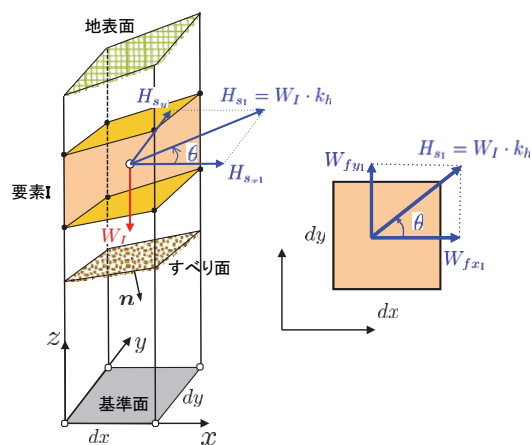


図-4 地震力

本論文では、要素 I の自重による重量を W_I とし、設計水平震度を k_h として以下のように求める。

$$H_{s1} = W_I \cdot k_h \quad (11)$$

荷重としては、以下のようにx方向成分とy方向成分に分解させて作用させる。

$$W_{fx1} = H_{s1} \cdot \cos \theta \quad (12)$$

$$W_{fy1} = H_{s1} \cdot \sin \theta \quad (13)$$

4. 付帯条件の処理と離散化方程式の誘導

本論文では、格子状に分割した特徴を利用し、以下に示すような接触面とコラム柱の剛性に対する取り扱いをおこなう。

(1) コラム柱側面（x方向）の付帯条件

図-5はコラム柱のx方向に対する接触状況を示した図である。図のように、それぞれの層毎に接続されているものとし、I 要素と II 要素の相対変位を

$$\delta_{\langle I-II \rangle} = B_{\langle I-II \rangle} U_{\langle I-II \rangle} \quad (14)$$

のように求める。ここで $\delta_{\langle I-II \rangle}$ は、相対変位 $U_{\langle I-II \rangle}$ はI 要素と II 要素の自由度、 $B_{\langle I-II \rangle}$ は、式(2)の係数が含まれる行列である。

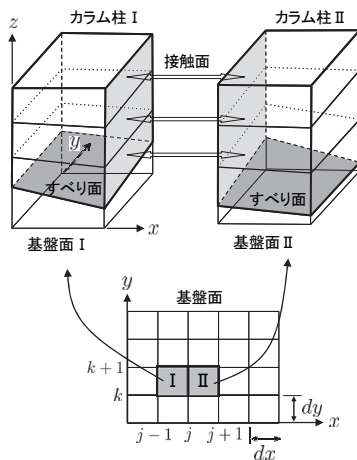


図-5 コラム柱側面（x方向）の付帯条件

一方，Lagrangeの未定乗数は，

$$\lambda_{\langle I-II \rangle} = k_{\text{side}} \cdot \delta_{\langle I-II \rangle} \quad (15)$$

と表す。このとき、 k_{side} はペナルティ行列で、

$$k_{\text{side}} = \begin{bmatrix} k_s & 0 & 0 \\ 0 & k_t & 0 \\ 0 & 0 & k_n \end{bmatrix} \quad (16)$$

とする。ここで、それぞれの係数は

$$k_n = \frac{(1+\nu)E'}{(1-2\nu)(1+\nu)dx}, \quad k_s = k_t = \frac{E'}{(1+\nu)dx}$$

であり、 p をペナルティ関数として、 E' を以下のように仮定する。

$$E' = E \times p \quad (17)$$

以上より、x方向の側面の付帯条件は以下のように離散化される。

$$H_{x\text{-side}} = - \int_{\Gamma_{\langle ab \rangle}} B_{\langle I-II \rangle}^t k_{\text{side}} B_{\langle I-II \rangle} d\Gamma U_{\langle I-II \rangle} \quad (18)$$

(2) コラム柱側面（y方向）の付帯条件

y方向のコラム柱側面についてもx方向と同様、図-6に示すように、それぞれの層毎に接続されているものとして、付帯条件を処理する。

式(14)～(17)と同じ関係を用いると、最終的にy方向のコラム柱側面の付帯条件に関する離散化された関係が以下のように求まる。

$$H_{y\text{-side}} = - \int_{\Gamma_{\langle ab \rangle}} B_{\langle I-II \rangle}^t k_{\text{side}} B_{\langle I-II \rangle} d\Gamma U_{\langle I-II \rangle} \quad (19)$$

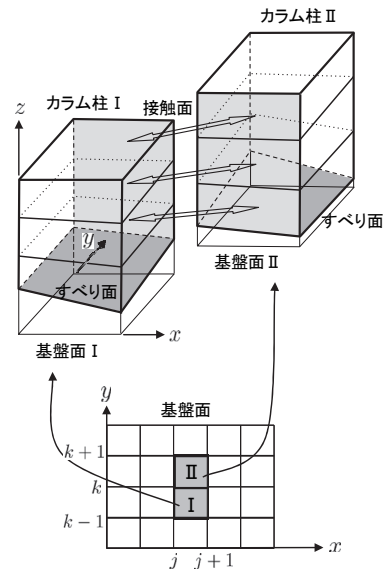


図-6 コラム柱側面（y方向）の付帯条件

(3) コラム柱上下面の付帯条件

コラム柱は、図-7に示すように、最低でも最下層、中間層、最上層の3つに分割する。分割は、地層や地下水面を無視し、等間隔に行う。したがって、必ず上下方向に接触面が構成される。

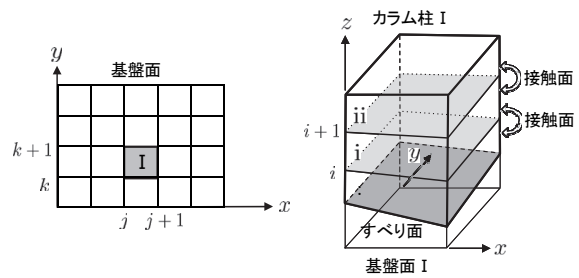


図-7 コラム柱上下面の付帯条件

側面における接触面はy-z平面、もしくはx-z平面と平行であるため、相対変位を求める際に座標変換は必要ないが、上下面に関しては、x-y平面を平行にならないため、一般的なHPMにおける相対変位の計算と同様に接触面の法線方向に関する座標変換を行う。このとき、相対変位は、座標変換行列を $R_{\langle i-ii \rangle}$ として、以下のように求まる。

$$\delta_{\langle i-ii \rangle} = R_{\langle i-ii \rangle} B_{\langle i-ii \rangle} U_{\langle i-ii \rangle} \quad (20)$$

一方, Lagrangeの未定乗数は

$$\lambda_{<i-ii>} = \mathbf{k}_{\text{vertical}} \cdot \boldsymbol{\delta}_{<i-ii>} \quad (21)$$

とする. ただし, ペナルティ行列 $\mathbf{k}_{\text{vertical}}$ は式(16)と同じであるが, 成分については以下のように仮定する.

$$k_n = \frac{(1+\nu)E'}{(1-2\nu)(1+\nu)h}, \quad k_s = k_t = \frac{E'}{(1+\nu)h}$$

ここで, $h = h_i + h_{ii}$ は, 上限面の平均高さであり, E' は式(17)の関係を用いる. この結果, 上下面の付帯条件に対する離散化された関係が以下のように求まる.

$$H_{\text{vertical}} = - \int_{\Gamma_{<ab>}} \mathbf{B}_{<i-ii>}^t \mathbf{k}_{\text{side}} \mathbf{B}_{<i-ii>} d\Gamma \mathbf{U}_{<i-ii>} \quad (22)$$

(4) カラム柱すべり面の付帯条件

すべり面における物性はRBSMと同じ取り扱いとし, 後述の方法ではね定数と材料強度を指定する.

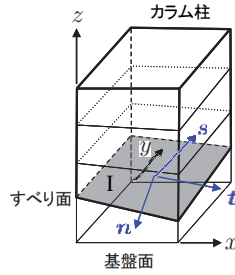


図-8 カラム柱すべり面の付帯条件

一方, 図-8に示す, すべり面の形状はアイソパラメトリック要素の考え方をを用いて以下のように求める.

$$z(x, y) = \sum_{\alpha=1}^4 N_{\alpha}(\xi, \eta) z_{\alpha} \quad (23)$$

このとき, 図-8に示すすべり面における法線ベクトルおよび接線ベクトルは以下のように求められる.

$$\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}} \left(\frac{\partial z}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial z}{\partial y} \mathbf{j} - \mathbf{k} \right) = n_x \mathbf{i} + n_y \mathbf{j} + n_z \mathbf{k} \quad (24)$$

$$\mathbf{s} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}} \left(\mathbf{j} + \frac{\partial z}{\partial y} \mathbf{k} \right) = s_y \mathbf{j} + s_z \mathbf{k} \quad (25)$$

$$\mathbf{t} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2}} \left(\mathbf{i} + \frac{\partial z}{\partial x} \mathbf{k} \right) = t_x \mathbf{i} + t_z \mathbf{k} \quad (26)$$

すべり面における相対変位は, 基板側の地盤を拘束して, すべり土塊側の変位 $\mathbf{U}^{(I)}$ によって以下のように求める.

$$\boldsymbol{\delta}_{\text{slip}} = \mathbf{R}_{\text{slip}} \mathbf{B}_{\text{slip}} \mathbf{U}^{(I)} \quad (27)$$

ただし, 座標変換行列 $\mathbf{R}_{<i-ii>}$ の成分は, 面の関係式(24)~(26)を用いて以下のように表される.

$$\mathbf{R}_{<i-ii>} = \begin{bmatrix} 0 & s_y & s_z \\ t_x & 0 & t_z \\ n_x & n_y & n_z \end{bmatrix} \quad (28)$$

また, すべり面上のLagrangeの未定乗数については,

$$\lambda_{\text{slip}} = \mathbf{k}_{\text{slip}} \cdot \boldsymbol{\delta}_{\text{slip}} \quad (29)$$

とし, ペナルティ行列 $\mathbf{k}_{\text{slip}}$ を式(16)と同様な形式に仮定する. このとき, 成分は

$$k_n = \frac{(1+\nu)E'}{(1-2\nu)(1+\nu)h_I}, \quad k_s = k_t = \frac{E'}{(1+\nu)h_I}$$

とする. ただし, E' については

$$E' = E_{\text{slip}} \quad (30)$$

とし, すべり面の係数を用いる. このとき, すべり面の付帯条件に対する離散化された関係が以下のように求まる.

$$H_{\text{slip}} = - {}^t\delta \mathbf{U}^{(I)} \int_{\Gamma_{<ab>}} \mathbf{B}_{\text{slip}}^t \mathbf{k}_{\text{slip}} \mathbf{B}_{\text{slip}} d\Gamma \mathbf{U}^{(I)} \quad (22)$$

(5) カラム柱の剛性

HPMでは, 要素内剛性も評価する. 始めに述べたように, 本論文では, 平均的な剛性を利用してこの影響と導入する.

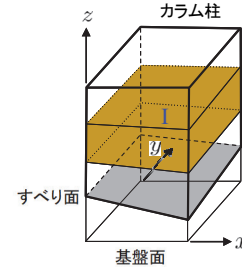


図-9 カラム柱の要素剛性

いま, 図-9に示すある要素 I に着目すると, ひずみ $\boldsymbol{\varepsilon}^{(I)}$ と応力 $\boldsymbol{\sigma}^{(I)}$ は以下ようになる.

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{(I)} = \mathbf{B}^{(I)} \mathbf{U}^{(I)} \quad (23)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{(I)} = \mathbf{D}^{(I)} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}^{(I)} \quad (24)$$

ここで, $\mathbf{B}^{(I)}$ は, ひずみと変位を関係づける行列, $\mathbf{D}^{(I)}$ は, 一般的な三次元弾性体の構成行列である.

このとき, 要素内剛性は以下のように表される.

$$W_{\text{column}} = {}^t\delta \mathbf{U}^{(I)} \int_{\Omega^{(I)}} {}^t\mathbf{B}^{(I)} \mathbf{D}^{(I)} \mathbf{B}^{(I)} d\Omega \mathbf{U}^{(I)} \quad (25)$$

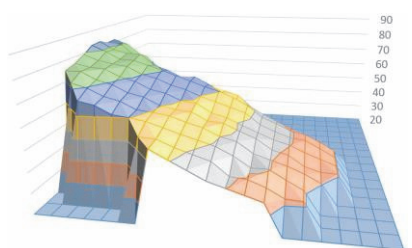
以上の結果をまとめると, 全エネルギーが以下のように求まる.

$$V = W_{\text{column}} + H_{\text{x-side}} + H_{\text{y-side}} + H_{\text{vertical}} + H_{\text{slip}} \quad (26)$$

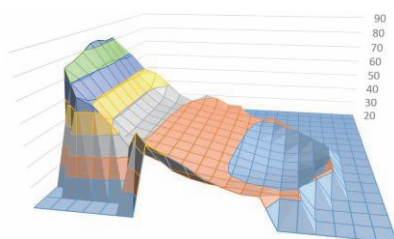
5. 数値解析例

(1) 常時安定解析

図-10は解析に用いたモデル斜面を表している。(a)が地表面の形状で、(b)が仮定したすべり面の形状である。



(a) 地表面



(b) すべり面

図-10 解析モデル

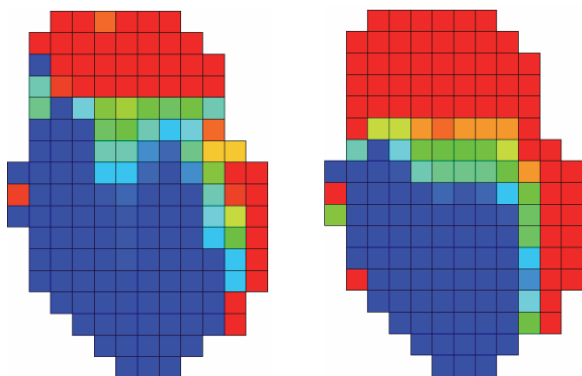
解析に当たり、斜面を10m格子で分割し、すべり面が地表面より下側に位置する格子を有効として解析した。解析に用いた材料定数は以下の通りである。

弾性係数	$E = 1 \text{ GPa}$	ポアソン比	$\nu = 0.2$
せん断強度	$C = 4.22 \text{ kN/m}^2$	内部摩擦角	22°
単位体積重量	$\gamma_t = 18 \text{ kN/m}^3$		

また、すべり面上のばね定数は以下のように仮定した。

$$k_n = \frac{(1+\nu)E}{(1-2\nu)(1+\nu)h_l}, \quad k_s = 100 \text{ MPa/m}$$

図-11はすべり面の安全率を示した図である。赤色の格子が安全率1以下の箇所、青色の格子が安全率2以上の箇所を表している。



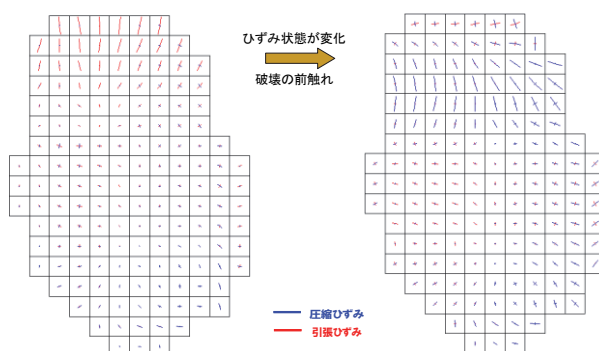
(a) 弾性解析($F_s=1.764$)

(b) 非線形解析($F_s=1.747$)

図-11 すべり面上の局所安全率分布

図(a)が弾性解析、(b)が非線形解析の結果で、斜面全体の安全率は前者が $F_s=1.764$ 、後者が $F_s=1.747$ で大きな差はない。これは、斜面が完全に崩壊していないためと考えられる。ただし、非線形解析の結果の方が、安全率が1、もしくはそれ以下の箇所が広く、破壊の進行にしたがって安全率低下領域が広がっている様子が現れている。

図-12は、地表面のひずみ分布（主ひずみ）を示した図である。赤が引張、青が圧縮ひずみである。弾性解析では、法先で圧縮ひずみが現れているが、法肩部分に大きな引張状態が生じており、すべりが止められている。非線形解析結果では、この部分にすべりが発生するため、ひずみが小さくなり、解放された土塊による圧縮領域が法先側に移動している。このことから、ひずみ状態の変化が破壊の全長を予測できる可能性を示しているものと思われる。

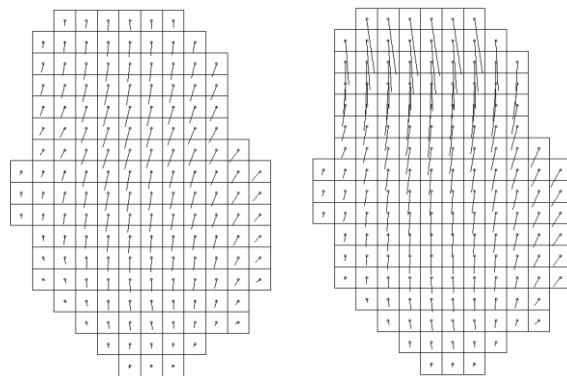


(a) 弾性解析($F_s=1.764$)

(b) 非線形解析($F_s=1.747$)

図-12 地表面のひずみ（主ひずみ）分布

図-13は、地表面の変位ベクトル図を示している。すべりの発生に伴い、法肩部分が最も変位が大きくなるはずが、弾性解析では、中央部より小さな変位になっている。これは、すべりを発生させていないことによる不自然な拘束によるためである。一方、非線形解析では、すべりが発生している箇所の変位ベクトルが最も大きく、法先部分のすべりが発生していない箇所による拘束状況がよく現れている。



(a) 弾性解析($F_s=1.764$)

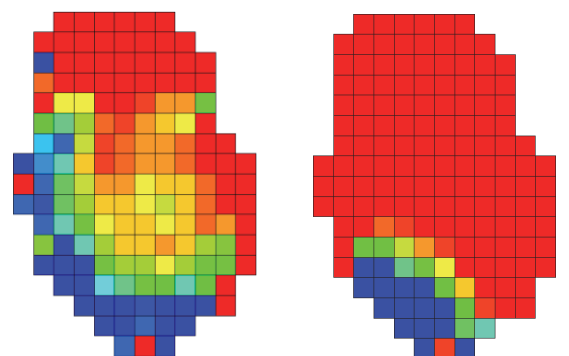
(b) 非線形解析($F_s=1.747$)

図-13 地表面の変位ベクトル

(2) 地震時安定解析

図-10に示したモデルと同じ斜面を用いて地震時の安定解析をおこなう。外力として、y軸方向法先に向かって設計水平震度を $k_h = 1.5$ とし、3節で示した方法により地震力を考慮し、安定解析を行う。

図-14は地震力を考慮した場合の安全率と局所安全率の分布状況を示した図である。

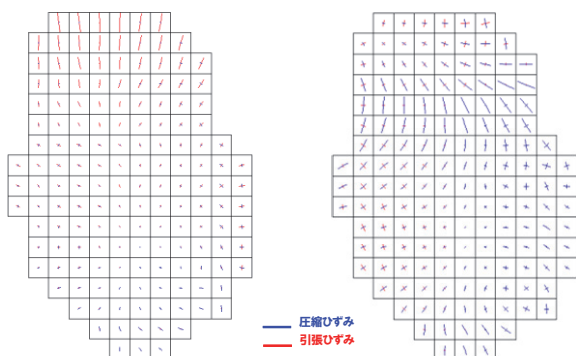


(a) 弾性解析($F_s=1.104$) (b) 非線形解析($F_s=1.155$)

図-14 すべり面上の局所安全率分布 (地震時)

斜面全体の安全率は、常時と異なり、弾性解析が非線形解析より小さな値となっている。一方、局所安全率の分布は、非線形解析の方が広い範囲で安全率が1、すなわち、すべりが発生している箇所が現れている。弾性解析の場合、安全率が1より小さくなるが、部分的に安全率が極端に低い箇所があると、全体の安全率が低下する傾向にある。本解析結果はその傾向が現れたものと思われる。

図-15は、地表面のひずみ分布を示した図である。弾性解析、非線形解析とも図-11で示した常時の解析結果と同じ傾向を示している。これは、地震力をy軸方向法先に向かって作用させたため、すべりの方向や傾向自体はあまり変化がなかったためであると思われる。

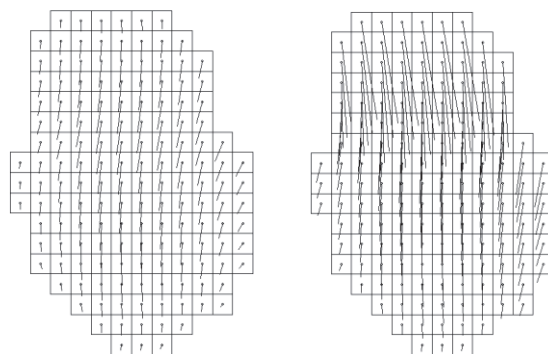


(a) 弾性解析($F_s=1.104$) (b) 非線形解析($F_s=1.155$)

図-15 地表面のひずみ (主ひずみ) 分布 (地震時)

一方、図-16は、変位ベクトル図である。ひずみの場合と同様、地震力をy軸方向法先に向かって作用させているため、常時と傾向は同じである。しかし、変位のスケールは図-13で示した常時の場合と同じであるので、地震時の方が、弾性解析、非線形解析とも、より変形量が大き

くなっていることが分かる。



(a) 弾性解析($F_s=1.104$) (b) 非線形解析($F_s=1.155$)

図-16 地表面の変位ベクトル (地震時)

6. まとめ

本論文では、斜面の変位やひずみなどの変状を求めることができる、HPMによる三次元簡易斜面安定解析法を提案した。この方法によれば、すべり前後におけるひずみの変化や変位ベクトルの変化などを表現することが可能であった。現実の斜面の変状と一致させるためには、まだ、多くのデータの積み重ねが必要はあるが、従来の斜面全体の安全率では違いが見られないような斜面においても、変状による評価を加えることでより多角的な安定性の評価につながるものと考えられる。

参考文献

- [1] Hovland, H.J. and Asce, M. : Three-Dimensional Slope Stability Analysis Method, *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, pp.971-986, 1977.
- [2] 鶴飼恵三, 細堀建司: 簡易Bishop法, 簡易Janbu法およびSpencer法の三次元への拡張, 土木学会論文集, 第394号/III-9, pp.21-26, 1988.
- [3] Kawai, T. : New element models in discrete structural analysis, *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, No.141, pp.187-193, 1977.
- [4] 濱崎英作, 竹内則雄, 大西雄三: 三次元斜面安定問題に対する簡易離散化極限解析法の開発, 日本地すべり学会誌, Vol.42, No.5, pp.389-397, 2006.
- [5] 基礎地盤及び斜面の安定性に係る設計・リスク評価手引き, 原子力安全基盤機構, 2014.
- [6] Washizu, K.: Variational Methods in Elasticity and Plasticity, *Pergamon Press, New York*, 1968.
- [7] Takeuchi, N., Tajiri, Y. and Hamasaki, E. : Development of modified RBSPM for rock mechanics using principle of hybrid-type virtual work, *Analysis of Discontinuous Deformation : New Developments and Applications*, Research Publishing Service, pp.395-403, 2009.
- [8] 竹内則雄, 大木裕久, 上林厚志, 草深守人: ハイブリッド型変位モデルによる材料非線形解析, 日本計算工学会論文集, No. 20010002, pp.53-62, 2001.

10:00 AM - 10:15 AM (Fri. Jun 2, 2023 9:00 AM - 10:15 AM Room D)

[D-10-05] 動的陽解法によるハイブリッド型ペナルティ法

*八木 唯夫¹、竹内 則雄² (1. 石本建築事務所、2. 法政大学)

OS02 工学シミュレーションと環境デザイン（竹内則雄教授70歳記念セッション）

[D-11] OS02 工学シミュレーションと環境デザイン（竹内則雄教授70歳記念セッション）（2）

座長:山本 佳士(法政大学)

Fri. Jun 2, 2023 10:30 AM - 11:45 AM Room D (2F Conference Room 201B)

[D-11-01] 粗骨材の生成手法の違いによるメゾスケールモデルの再現精度の定量的評価

*中嶋 貴将¹、升井 尋斗¹、車谷 麻緒¹（1. 茨城大学）

10:30 AM - 10:45 AM

[D-11-02] 粗骨材の粒度分布を反映した鉄筋コンクリートはりの3次元メゾスケール数値実験

*那須川 佳祐¹、升井 尋斗¹、車谷 麻緒¹（1. 茨城大学）

10:45 AM - 11:00 AM

[D-11-03] ひび割れの再接触を考慮した損傷モデルによる鉄筋コンクリートはりのポストピーク挙動の再現

*河地 陽太¹、車谷 麻緒¹（1. 茨城大学）

11:00 AM - 11:15 AM

[D-11-04] 損傷モデルによる鉄筋とコンクリート間の付着挙動のシミュレーション

*相馬 悠人¹、車谷 麻緒²（1. 福島工業高等専門学校、2. 茨城大学）

11:15 AM - 11:30 AM

[D-11-05] Extended B-spline基底関数を用いた陰的 MPMによる拡散亀裂から離散亀裂への遷移表現手法の開発

菅井 理一¹、*韓 霽珂¹、森口 周二¹、寺田 賢二郎¹（1. 東北大学）

11:30 AM - 11:45 AM

10:30 AM - 10:45 AM (Fri. Jun 2, 2023 10:30 AM - 11:45 AM Room D)

[D-11-01] 粗骨材の生成手法の違いによるメゾスケールモデルの再現精度の
定量的評価

*中嶋 貴将¹、升井 尋斗¹、車谷 麻緒¹ (1. 茨城大学)

10:45 AM - 11:00 AM (Fri. Jun 2, 2023 10:30 AM - 11:45 AM Room D)

[D-11-02] 粗骨材の粒度分布を反映した鉄筋コンクリートはりの3次元メゾ
スケール数値実験

*那須川 佳祐¹、升井 尋斗¹、車谷 麻緒¹ (1. 茨城大学)

11:00 AM - 11:15 AM (Fri. Jun 2, 2023 10:30 AM - 11:45 AM Room D)

[D-11-03] ひび割れの再接触を考慮した損傷モデルによる鉄筋コンクリート
はりのポストピーク挙動の再現

*河地 陽太¹、車谷 麻緒¹ (1. 茨城大学)

損傷モデルによる鉄筋とコンクリート間の 付着挙動のシミュレーション

Simulation of Bond Behavior Between Steel Bars and Concrete Using a Damage Model

相馬悠人¹⁾ 車谷麻緒²⁾
Yuto Soma and Mao Kurumatani

¹⁾工博 福島工業高等専門学校 都市システム工学科 助教

(〒 970-8034 福島県いわき市平上荒川字長尾 30, E-mail: soma@fukushima-nct.ac.jp)

²⁾工博 茨城大学大学院 理工学研究科 都市システム工学領域 准教授

(〒 316-8511 茨城県日立市中成沢町 4-12-1, E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp)

This paper verifies the validity of the method for simulating the fracture behavior of reinforced concrete involving the bond behavior of steel bars. To reproduce the different bond behavior, we first conduct pull-out tests of round bar and deformed bar and compare the numerical and experimental results. Then, we conduct four-point bending tests of RC beams with different failure modes and compare the numerical and experimental results. The comparison reveals that the different failure modes of RC beams can appropriately be reproduced by changing the geometry of the steel bars without changing the material parameters.

Key Words : Reinforced Concrete, Bond Behavior, Damage Model, Interface

1. はじめに

多くの社会基盤構造物は、鉄筋コンクリート（以下、RC）により構成されている。RC 構造物は、経済性や耐久性などに優れているが、条件によっては急激に耐力が低下するなど、多様な破壊モードを示すため、その破壊挙動を予測することは容易ではない。

数値シミュレーションにより、RC 部材の破壊挙動を予測するためには、鉄筋とコンクリートの力学挙動のモデル化、そして、それら材料間の付着挙動のモデル化が重要な課題となる。数値シミュレーションにおいて、鉄筋をモデル化する方法としては、簡易的にはり要素やトラス要素などの構造要素を用いるものと、ソリッド要素で鉄筋の幾何形状までを再現するものに大別される。鉄筋を構造要素でモデル化する場合、鉄筋とコンクリート間の付着挙動を再現するために、材料間にバネで構成されるボンドリンク要素を挿入し、付着構成則を適用することで、容易に付着挙動を再現することができる。しかしながら、付着構成則は、定式化のための実験条件に式が依存するものがほとんどであり、適用範囲が限られている問題がある。

対して、鉄筋の幾何形状までをソリッド要素でモデル化する場合、鉄筋周りに生じる破壊などの微視的な挙動から、鉄筋とコンクリート間の付着挙動を再現することができる。詳細な破壊挙動を再現できることに加えて、適用範囲に捉われず、様々な条件下に適用できる方法である。しかしながら、鉄筋とコンクリート間の界面の力学挙動を明瞭に解析に反映させ、様々な条件下における鉄筋とコンクリート間の付着挙動を再現した例はほとんどない。

著者らは、これまでに界面における摩擦接触を考慮した損傷モデル [1,2] を提案し、鉄筋とコンクリート間

の付着挙動を精度よく再現できる手法 [3] を構築した。本研究では、付着性能の異なる丸鋼と異形鉄筋の引抜き試験を実施し、実験結果と解析結果を比較することで、鉄筋とコンクリート間の付着挙動の再現性を検証する。さらに、破壊モードの異なる RC はりの 4 点曲げ試験を実施し、実験結果と解析結果を比較することで、RC はりの破壊モードの再現性や、実験条件が異なる引抜き試験と曲げ試験での鉄筋とコンクリート間の付着挙動の再現性を検証する。

2. 数値シミュレーション手法

鉄筋とコンクリート間の付着挙動を精度よく再現するため、鉄筋とコンクリート、およびそれら材料間の界面における力学挙動を別々にモデル化する。鉄筋には von-Mises 塑性モデル、コンクリートおよび界面には、破壊面の摩擦接触を考慮した損傷モデル [1,2] を適用する。

(1) von-Mises 塑性モデル

古典塑性論における全ひずみおよび応力は次式で表される。

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{C} : \boldsymbol{\varepsilon}^e = \boldsymbol{C} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p) \quad (2)$$

ここで、 $\boldsymbol{\varepsilon}$ は全ひずみテンソル、 $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ は弾性ひずみテンソル、 $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ は塑性ひずみテンソル、 $\boldsymbol{\sigma}$ はコーシー応力テンソル、 $\boldsymbol{C}$ は弾性係数テンソルである。

降伏関数 f には、次式で表される非線形等方硬化則に基づく式を適用する。

$$f = \sigma_v - \sigma_{y0} - Q(1 - e^{-bp}) \quad (3)$$

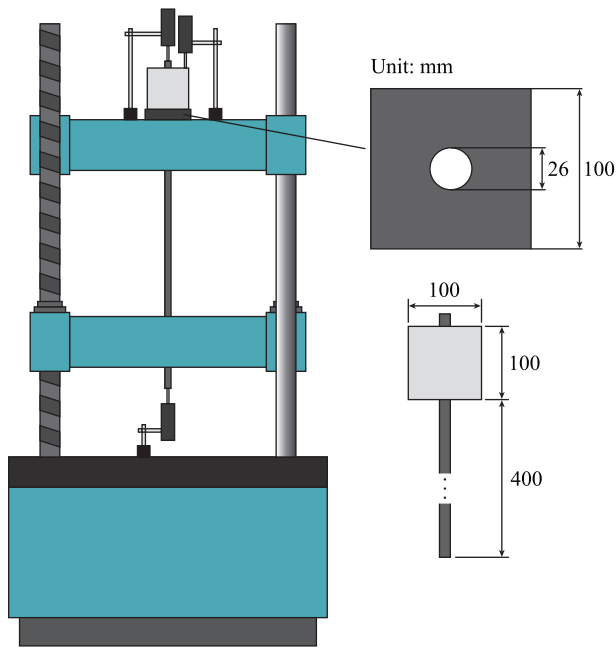


図-1 引抜き試験の概要

ここで、 σ_v は von-Mises の相当応力、 σ_{y0} は初期降伏応力、 p は相当塑性ひずみ、 Q と b は非線形硬化を表すためのパラメータである。塑性流動則は関連流れ則に従うものとする。

(2) 破壊面の摩擦接触を考慮した損傷モデル

a) 破壊面の開口挙動

微細なひび割れから巨視的な破壊に至るまでの過程を 0~1 の値を取る損傷変数 D により表現する。破壊面の開口挙動時における構成則は次式で表される。

$$\sigma = (1 - D)C : \varepsilon \quad (4)$$

損傷変数 D には、次式で表される車谷らが提案した発展則 [4] を使用する。

$$D(\varepsilon_{eq}) = 1 - \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{eq}} \exp\left(-\frac{E\varepsilon_0 h_e}{G_f}(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_0)\right) \quad (5)$$

ここで、 ε_0 は損傷発生ひずみ、 ε_{eq} は等価ひずみ、 E はヤング率、 G_f は破壊エネルギー、 h_e は要素長さである。損傷は回復しないため、損傷変数を算出する際の等価ひずみ ε_{eq} は、変形履歴における最大値を使用する。

等価ひずみ ε_{eq} には、次式で表される de Vree *et al.* が提案した式 [5] を適用する。

$$\varepsilon_{eq} = \frac{k-1}{2k(1-2\nu)} I'_1 + \frac{1}{2k} \sqrt{\left(\frac{k-1}{1-2\nu} I'_1\right)^2 + \frac{12k}{(1+\nu)^2} J'_2} \quad (6)$$

ここで、 ν はポアソン比、 k は圧縮引張強度比、 I'_1 はひずみテンソルの第 1 不変量、 J'_2 は偏差ひずみテンソルの第 2 不変量である。圧縮引張強度比 k により、コンクリートのような圧縮に強く引張に弱い材料特性を評価できる式である。

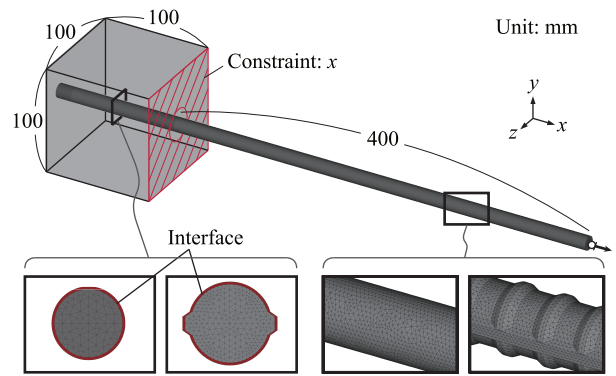


図-2 引抜き試験供試体を模擬した有限要素モデル

表-1 引抜き試験の解析で使用了材料パラメータ

	E	ν	σ_{y0}	Q	b	
Steel	200 GPa	0.3	—	—	—	
	E	ν	k	G_f	ε_0	μ
Concrete	30 GPa	0.2	20	0.1 N/mm	0.0001	—
Interface	200 MPa	0.2	20	0.4 N/mm	0.004	0.2

b) 破壊面の摩擦接触を伴う破壊挙動

破壊面における摩擦接触を伴う破壊挙動を定式化するため、破壊面に直交する局所座標系を考える。本手法では、局所座標系の基底ベクトル $\mathbf{e}'_i$ を破壊面の法線方向に設定する。以下では便宜上、フォークト表記による定式化を示す。

$$\underline{\sigma} = \{\sigma_{11} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{33} \quad \tau_{12} \quad \tau_{23} \quad \tau_{31}\}^T \quad (7)$$

$$\underline{\sigma}' = \{\sigma'_{11} \quad \sigma'_{22} \quad \sigma'_{33} \quad \tau'_{12} \quad \tau'_{23} \quad \tau'_{31}\}^T \quad (8)$$

$$\underline{\varepsilon} = \{\varepsilon_{11} \quad \varepsilon_{22} \quad \varepsilon_{33} \quad \gamma_{12} \quad \gamma_{23} \quad \gamma_{31}\}^T \quad (9)$$

$$\underline{\varepsilon}' = \{\varepsilon'_{11} \quad \varepsilon'_{22} \quad \varepsilon'_{33} \quad \gamma'_{12} \quad \gamma'_{23} \quad \gamma'_{31}\}^T \quad (10)$$

ここで、 $\underline{\sigma}$ と $\underline{\varepsilon}$ は全体座標系における応力ベクトルとひずみベクトル、 $\underline{\sigma}'$ と $\underline{\varepsilon}'$ は局所座標系における応力ベクトルとひずみベクトルである。

破壊面の法線方向のひずみが $\varepsilon'_{11} \leq 0$ のときに接触と判定し、破壊面の法線方向の初期剛性を保持させることで接触挙動を表現する。接触時の破壊面の法線方向の応力 σ'_{11} は次式で表される。

$$\sigma'_{11} = C_{11}\varepsilon'_{11} + (1-D)C_{12}\varepsilon'_{22} + (1-D)C_{13}\varepsilon'_{33} \quad \text{when } \varepsilon'_{11} \leq 0 \quad (\text{in contact}) \quad (11)$$

クーロンの摩擦則を導入し、接触状態における摩擦応力を表現する。摩擦応力 τ_f は次式で表される。

$$\tau_f = \mu\sigma_n = \mu|\sigma'_{11}| \quad (12)$$

ここで、 μ は静止摩擦係数、 σ_n は破壊面に対する垂直応力である。

破壊面の滑りを判定するために、破壊面に作用するせん断応力を考える。破壊面に対して平行に作用する

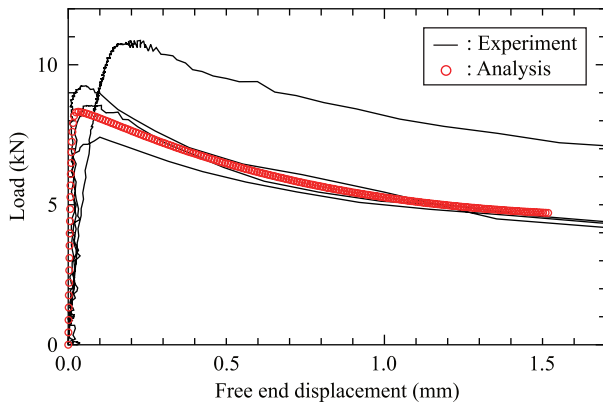


図-3 丸鋼の引抜き試験における荷重 - すべり関係

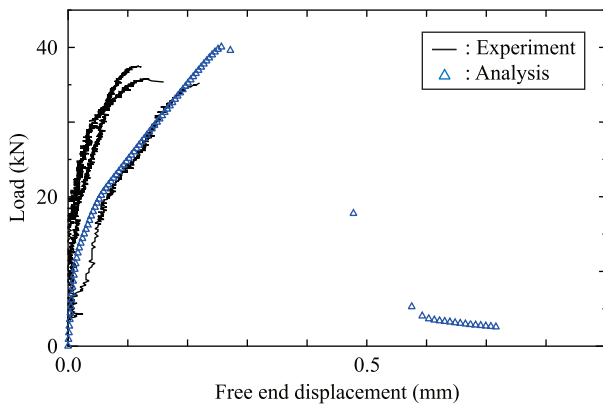


図-4 異形鉄筋の引抜き試験における荷重 - すべり関係

せん断応力は、 τ'_{12} と τ'_{31} であり、それらの合力 τ'_s は次式で表すことができる。

$$\tau'_s = \sqrt{\tau'^2_{12} + \tau'^2_{31}} \quad (13)$$

破壊面に作用するせん断応力の合力 τ'_s と摩擦応力 τ_f を比較することにより、破壊面の滑りを判定する。破壊面において滑りがない、つまり破壊面が固着した状態では、せん断剛性は初期剛性に等しくなると仮定する。固着状態での局所座標系のせん断応力 τ'_{12} と τ'_{31} は次式で表される。

$$\begin{aligned} \tau'_{12} &= (1 - D)G\gamma'_{12} + DG\gamma'_{12} = G\gamma'_{12} \\ \tau'_{31} &= (1 - D)G\gamma'_{31} + DG\gamma'_{31} = G\gamma'_{31} \\ \text{when } \tau'_s &\leq \tau_f \quad (\text{not sliding}) \end{aligned} \quad (14)$$

対して、滑っている状態では、摩擦接触を伴いながら破壊が進行する。0~1 の値を取る損傷変数 D は、破壊面が累積した破壊領域の割合として考えられる。摩擦応力は破壊領域に作用することから、損傷の進展に伴うせん断応力の減少と摩擦応力の増加を組み合わせることにより、摩擦接触を伴う破壊挙動を表現する。滑っている状態での局所座標系のせん断応力 τ'_{12} と τ'_{31} は次

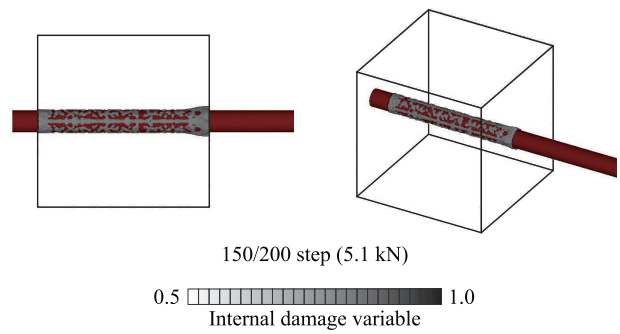


図-5 丸鋼を用いた引抜き試験供試体内部の損傷分布

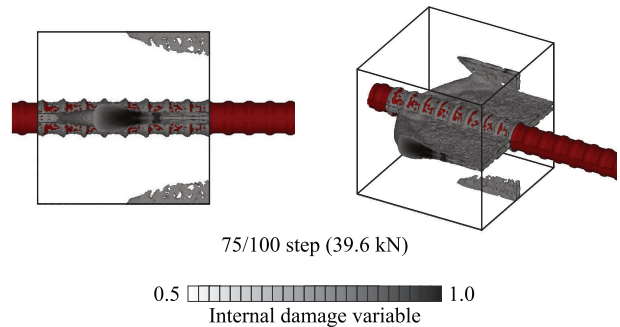


図-6 異形鉄筋を用いた引抜き試験供試体内部の損傷分布

式で表される。

$$\begin{aligned} \tau'_{12} &= (1 - D)G\gamma'_{12} + D\tau_f \frac{\gamma'_{12}}{\sqrt{\gamma'^2_{12} + \gamma'^2_{31}}} \\ \tau'_{31} &= (1 - D)G\gamma'_{31} + D\tau_f \frac{\gamma'_{31}}{\sqrt{\gamma'^2_{12} + \gamma'^2_{31}}} \\ \text{when } \tau'_s &> \tau_f \quad (\text{sliding}) \end{aligned} \quad (15)$$

3. 鉄筋とコンクリート間の付着挙動の再現性

本章では、付着性能の異なる丸鋼と異形鉄筋の引抜き試験の実験結果と解析結果を比較することで、鉄筋とコンクリート間の付着挙動の再現性を示す。また、本章の検討から、鉄筋とコンクリート間の付着挙動を精度よく再現できる界面の材料パラメータを間接的に取得することを試み、得られた値を示す。

(1) 丸鋼と異形鉄筋の引抜き試験の概要

図-1 に引抜き試験の概要を示す。一辺 100 mm のコンクリート立方体の中央に鉄筋が配置されるように供試体を作製し、丸鋼 $\phi 13$ を用いた供試体を計 4 体、異形鉄筋 D19 を用いた供試体を計 3 体用意した。コンクリートには、普通コンクリートを使用した。試験では、同図に示すような円孔を有する支持板を使用し、支持板の上面に供試体を設置した。万能試験機を使用し、荷重制御により試験を行い、載荷荷重および、載荷端側の鉄筋表面と、自由端側の鉄筋表面、コンクリート表面の変位を測定した。試験時のコンクリートの圧縮強度の平均値は約 35 MPa である。

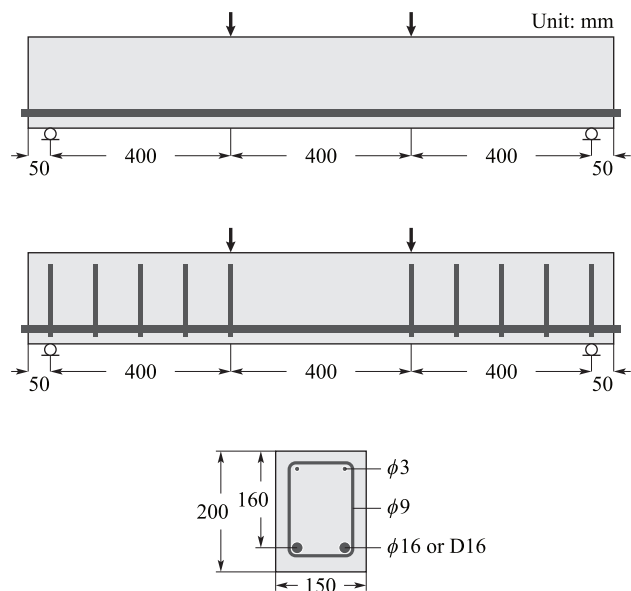


図-7 RC はりの 4 点曲げ試験の概要

表-2 RC はりの 4 点曲げ試験の解析で使った材料パラメータ

	E	ν	σ_{y0}	Q	b	
Steel	200 GPa	0.3	380 MPa	200 MPa	40	
	E	ν	k	G_f	ε_0	μ
Concrete	30 GPa	0.2	20	0.1 N/mm	0.0001	—
Interface	200 MPa	0.2	20	0.4 N/mm	0.004	0.2

(2) 丸鋼と異形鉄筋の引抜き試験の解析条件

図-2 に引抜き試験の供試体を模擬した有限要素モデルを示す。有限要素には 4 節点四面体要素を使用し、鉄筋の幾何形状を詳細に反映させた。鉄筋とコンクリート間の境界には、厚さ 0.5 mm の薄い界面相をソリッド要素により設けた。界面に形成される遷移帯は、 μm の厚さで形成される [5] ことから、本手法では、遷移帯を直接モデル化することは難しいため、遷移帯を含むコンクリート要素として界面をモデル化した。試験の対称性を考慮し、解析範囲を 1/4 とした。丸鋼モデルと異形鉄筋モデルの節点数は約 6 万、要素数は約 30 万である。支持板とコンクリートが接する面を x 方向固定とし、丸鋼モデルでは、強制変位 1.6 mm を 200 step、異形鉄筋モデルでは、強制変位 0.8 mm を 100 step で与えた。表-2 に材料パラメータを示す。鉄筋が塑性変形するほどの荷重は載荷しないため、鉄筋は弾性体とした。コンクリートには、普通コンクリートが取り得る平均的な値を設定した。界面の材料パラメータは、丸鋼と異形鉄筋の引抜き試験の実験結果と解析結果が一致するように値を設定した。

(3) 実験結果と解析結果の比較および考察

図-3 と図-4 に実験と解析における荷重－すべり関係を示す。丸鋼は異形鉄筋とは違い節による支圧抵抗がないため、異形鉄筋に比べて付着力が弱いことがわかる。また、丸鋼は材料界面の付着が消失した後、摩擦

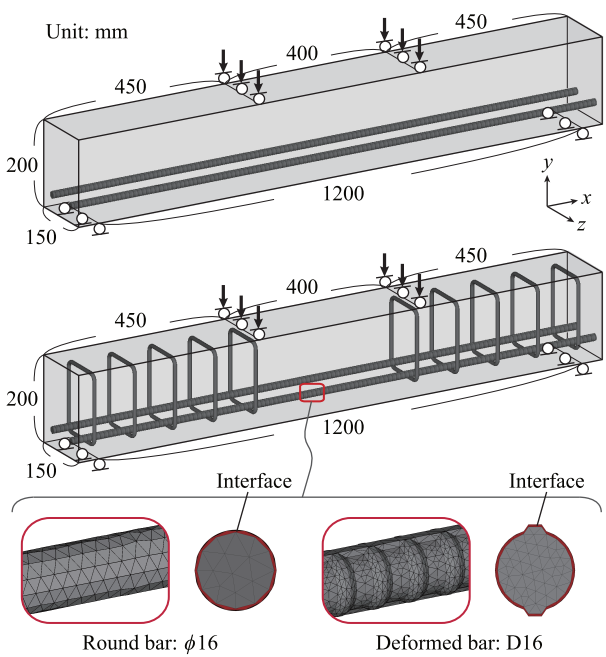


図-8 RC はりの有限要素モデル

抵抗により徐々に引き抜けるのに対し、異形鉄筋は最大荷重に到達後、割裂ひび割れが発生し、急激に荷重が低下する違いがみられた。解析では、それらの実験結果の傾向を捉えられていることがわかる。

図-5 と図-6 に丸鋼と異形鉄筋を用いた引抜き試験における内部の損傷分布を示す。丸鋼モデルでは、鉄筋とコンクリート間の界面にのみ損傷が生じていることがわかる。対して、異形鉄筋モデルでは、節による支圧抵抗により、節近傍で損傷が生じていることや、鉄筋軸に平行に生じる割裂ひび割れが発生していることがわかる。

4. 破壊モードの異なる RC はりの破壊挙動の再現性

破壊モードの異なる RC はりの 4 点曲げ試験の解析に本手法を適用し、RC はりの破壊挙動の再現性を確認する。さらに、軸方向鉄筋に丸鋼および異形鉄筋を用いた RC はりも対象とし、引抜き試験と試験条件の異なる曲げ試験においても、鉄筋とコンクリート間の付着挙動を再現できることを確認する。

(1) RC はりの 4 点曲げ試験の概要

図-7 に RC はりの 4 点曲げ試験の概要を示す。せん断破壊先行型のせん断補強筋のない RC はりと、曲げ破壊先行型のせん断補強筋のある RC はりを用意した。さらに、軸方向鉄筋に丸鋼と異形鉄筋に用いた RC はりを用意した。したがって、せん断補強筋と軸方向鉄筋が異なる 4 ケースの RC はりの実験を行った。軸方向鉄筋には、 $\phi 16$ の丸鋼と D19 の異形鉄筋を使用した。鉄筋の幾何形状のみが試験条件として異なるようにするため、異形鉄筋の表面を切削し、直径約 16 mm の丸鋼を製作した。コンクリートには、普通コンクリートを使用した。試験時のコンクリートの圧縮強度は約 34 MPa であり、前章で使ったコンクリートとほぼ同様

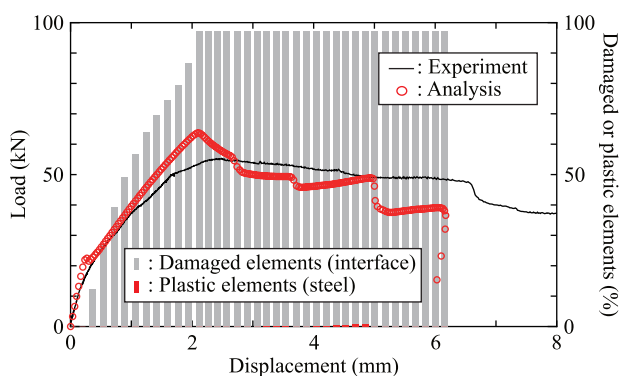


図-9 実験と解析における荷重－変位関係および損傷と塑性化した要素の割合 (S0-R)

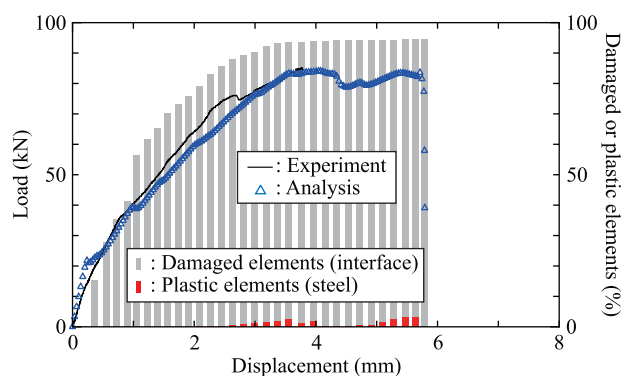


図-11 実験と解析における荷重－変位関係および損傷と塑性化した要素の割合 (S0-D)

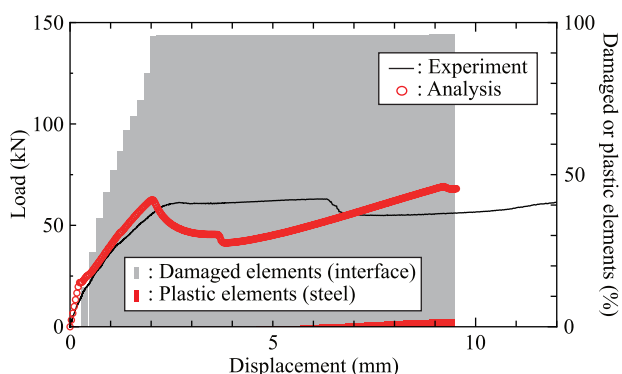


図-10 実験と解析における荷重－変位関係および損傷と塑性化した要素の割合 (S10-R)

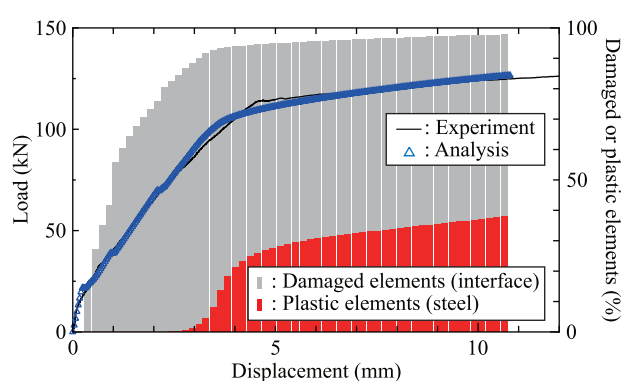


図-12 実験と解析における荷重－変位関係および損傷と塑性化した要素の割合 (S10-D)

の圧縮強度を有する状態で試験を実施した。

(2) RC はりの 4 点曲げ試験の解析条件

図-7 に RC はりの有限要素モデルを示す。有限要素には、4 節点四面体要素を用いた。せん断補強筋のない RC はりにおいて、丸鋼を用いた RC はりを「S0-R」、異形鉄筋を用いた RC はりを「S0-D」、せん断補強筋のある RC はりにおいて、丸鋼を用いた RC はりを「S10-R」、異形鉄筋を用いた RC はりを「S10-D」と呼ぶこととする。滑りの影響が大きい軸方向鉄筋には、前章と同じようにソリッド要素により界面を設けた。試験の対称性を考慮し、解析範囲を 1/4 とした。各有限要素モデルの節点数は約 14 万、要素数は約 80 万ほどである。表-2 に材料パラメータを示す。コンクリートと界面の材料パラメータは、前章の検証によって求めた値である。鉄筋の材料パラメータは、鉄筋の引張試験の実験結果と von-Mises 塑性モデルの応力－ひずみ関係が一致するように値を設定した。せん断補強筋のない RC はり S0-R, S0-D では、強制変位 6 mm を 200 step、せん断補強筋のある RC はり S10-R, S10-D では、強制変位 9 mm を 300 step で与えた。

(3) 実験結果と解析結果の比較および考察

図-9～図-12 に実験と解析における荷重－変位関係および界面における損傷した要素の割合と鉄筋における塑性化した要素の割合を示す。せん断補強筋の有無

にかかわらず、軸方向鉄筋に丸鋼を用いた RC はりでは、異形鉄筋を用いた RC はりに比べて、最大荷重が低くなり、最大荷重到達後は延性的な挙動を示していることがわかる。対して、軸方向鉄筋に異形鉄筋を用いた RC はりでは、脆性的な力学挙動を示すせん断破壊と、延性的な力学挙動を示す曲げ破壊を示す結果が得られた。解析結果は、実験結果の傾向を概ね再現できており、鉄筋の幾何形状のモデル化を変えるだけで、異なる破壊挙動を再現できる方法であることが確認できた。

図-13～図-16 に RC はり表面のひび割れ分布を示す。軸方向鉄筋に丸鋼を用いた RC はりでは、せん断補強筋の影響がほとんどなく、どちらも曲げひび割れが卓越する結果となった。対して、軸方向鉄筋に異形鉄筋を用いた RC はりでは、局所的な斜めひび割れが卓越するせん断破壊と、曲げひび割れが分散する曲げ破壊の特徴的なひび割れ分布を示した結果となった。解析結果は、それらのひび割れ分布の傾向を再現できていることがわかる。

5. おわりに

本研究では、既往の研究において構築した破壊面の摩擦接触を考慮した損傷モデルによる鉄筋コンクリートの破壊シミュレーション手法の妥当性および適用性を検証するため、付着性能の異なる丸鋼と異形鉄筋を用いた引抜き試験および RC はりの 4 点曲げ試験を実

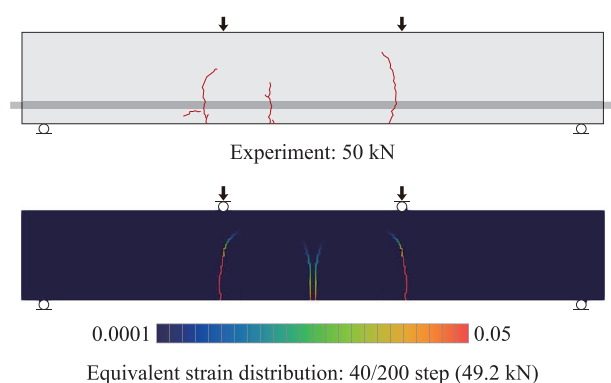


図-13 RC はり表面のひび割れ分布 (S0-R)

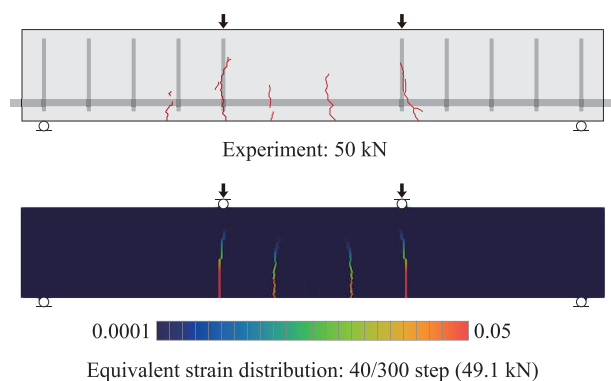


図-14 RC はり表面のひび割れ分布 (S10-R)

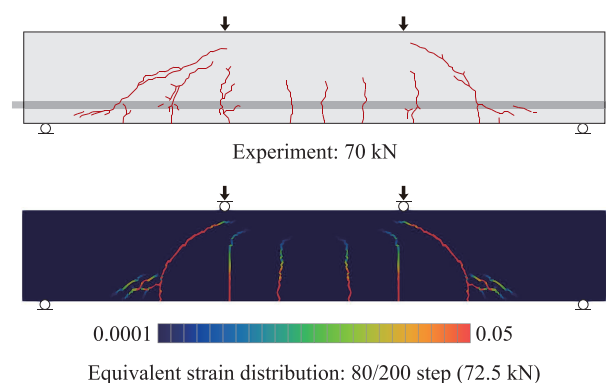


図-15 RC はり表面のひび割れ分布 (S0-D)

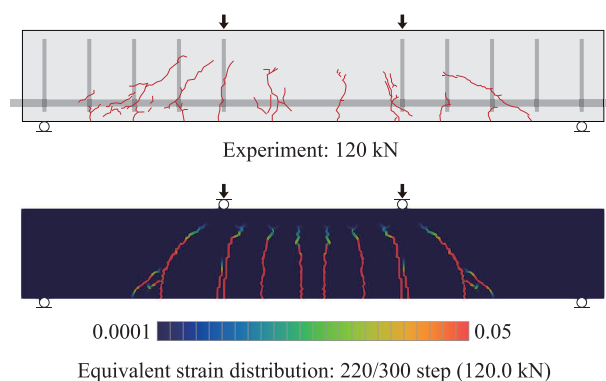


図-16 RC はり表面のひび割れ分布 (S10-D)

施し，実験結果と解析結果を比較した。

丸鋼と異形鉄筋の引抜き試験の実験結果と解析結果を比較した結果，構成モデルや材料パラメータを変えることなく，鉄筋の幾何形状のモデル化の違いのみで，鉄筋とコンクリート間の付着挙動を再現できることを示した。また，実験で得られた荷重－すべり関係に一致するように，界面の材料パラメータを検討することで，鉄筋とコンクリート間の付着挙動を精度よく再現できる材料パラメータを取得できた。

破壊モードの異なる RC はりの 4 点曲げ試験の実験結果と解析結果を比較した結果，実験の力学挙動やひび割れ分布を概ね再現することができ，引抜き試験と実験条件が異なる曲げ試験においても，有効に適用可能な手法であることが確認できた。

参考文献

- [1] 相馬悠人，車谷麻緒：摩擦接触を考慮した損傷モデルによる準脆性材料の破壊シミュレーション，土木学会論文集 A2(応用力学)，Vol.74, No.2, pp.I.233-I.241, 2018.
- [2] 車谷麻緒，相馬悠人：破壊面での摩擦接触を考慮した損傷モデルの定式化とその性能検証，日本計算工学会論文集，Vol.2020, p.20200002, 2020.
- [3] 相馬悠人，車谷麻緒：界面の摩擦接触を考慮した損傷モデルによる鉄筋コンクリートの破壊シミュレーション，土木学会論文集 A2(応用力学)，Vol.75, No.2, pp.I.165-I.173, 2019.
- [4] 車谷麻緒，寺田賢二郎，加藤準治，京谷孝史，檜山和男：コンクリートの破壊力学に基づく等方性損傷モデルの定式化とその性能評価，日本計算工学会論文集，Vol.2013, p.20130015, 2013.
- [5] de Vree, J.H.P., Brekelmans, W.A.M. and van Gils, M.A.J.: Comparison of nonlocal approaches in continuum damage mechanics, *Comput. Struct.*, Vol.55, pp.581-588, 1995.
- [6] Otsuki, N., Hisada, M., Diola, N.B. and Uddin, M.T.: Experimental study on interfacial transition zones in reinforced concrete, *J. Materials, Conc. Struct., Pavements, JSCE*, No.529/V-39, pp.155-167, 1998.

Extended B-spline 基底関数を用いた陰的 MPM による 拡散亀裂から離散亀裂への遷移表現手法の開発

A Transition Scheme from Diffusive to Discrete Crack by means of the Extended B-spline Basis Functions in the Implicit Material Point Method

菅井理一¹⁾ 韓霽珂²⁾ 森口周二³⁾ 寺田賢二郎³⁾
Riichi Sugai, Jike Han, Shuji Moriguchi and Kenjiro Terada

¹⁾東北大学大学院工学研究科 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, E-mail: riichi.sugai.r8@alumni.tohoku.ac.jp)

²⁾東北大学大学院工学研究科 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1)

³⁾東北大学災害科学国際研究所 (〒 980-8572 仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1)

We propose a novel transition scheme from diffusive to discrete crack in the extended B-spline-based implicit material point method (EBS-MPM). The crack phase-field model is incorporated with the Nitsche's method, which plays a vital role to impose an arbitrary Dirichlet boundary condition in the EBS-MPM. Also, to stably calculate crack propagation in the region subjected to extremely large deformation, we originally develop a domain separation scheme by means of the extended B-spline (EBS) basis functions. A diffusive crack surface is detected based on the damage gradient, and the transition to discrete crack is achieved by using the EBS basis functions. Thanks to the EBS basis functions, we can track the motions of separated bodies without additional displacement fields. Two numerical examples are presented to demonstrate the performance of the proposed method.

Key Words : Crack phase-field, Transition to discrete crack, Extended B-spline, Implicit material point method

1. 研究背景

Griffith 破壊に端を発し、破壊現象に対して数多くの実験や数値モデルの提案が実施されてきた。また、破壊挙動の予測や現象理解のために数値解析手法に関する研究も数多く行われてきたが、離散亀裂を直接的に近似する手法と、連続体損傷モデルを適用した手法に大別される。本研究では、連続体損傷モデルの一種である phase-field (PF) 亀裂モデル [1] に注目する。PF 亀裂モデルは Griffith 理論に基づいて脆性的な材料の亀裂進展をポテンシャルエネルギーの最小化問題の解として導いたものであり、離散亀裂を PF 近似して空間的に連続分布する拡散亀裂として表現する。これにより破壊力学理論の枠組みで、離散亀裂モデルでは困難であった任意位置での亀裂発生や任意方向への亀裂進展が追跡可能となった。その後、Miehe ら [2] は連続体力学の枠組みで熱力学的に整合する PF 亀裂モデルを定式化し、安定した亀裂進展解析を実現するための手法を提案した。PF 亀裂モデルはそれ以降、動的解析や延性破壊モデルへと拡張されている。また PF 亀裂モデルは、大変形解析への多くの適用実績がある material point method (MPM) の枠組みにも導入されており、準静的・動的な脆性破壊・延性破壊への適用が報告されている。

MPM の利点として、亀裂進展により損傷領域が局所的に大きく変形する場合においても計算格子の破綻が問題にならないことが挙げられる。また、MPM では物理領域のすべての物理量を粒子が保持し、背面格子は物体の変形計算にのみ使用されて物体の運動を追従することがないため、粒子が含まれない背面格子が複数

連続するような領域において自然と不連続な領域への遷移が表現される。その一方で、粒子は積分点に相当するため、粒子の空間分布が疎になる損傷領域における積分精度が著しく低下することや、全体剛性行列の悪条件化が懸念される。関連して連続体損傷モデルにより表現された亀裂面を不連続面として評価する手法として、Homel and Herbold [3] は損傷勾配を利用した物体分割手法を提案した。この手法では、亀裂面に対して直交する損傷勾配を用いて亀裂面の中央を特定して物体を分割し、それぞれの領域に対して新たな変位場を定義することで亀裂面における物体の不連続な変形を表現した。しかしながら、損傷勾配を利用した分割手法は曲線状の亀裂や 3 次元的な複雑な形状の亀裂に対しても適用できる一方で、分割した物理領域に対して追加で変位場を定義する必要があるため、全体剛性行列を解く陰的 MPM への直接的な適用は困難である。

そこで本研究では、extended B-spline (EBS) 基底関数を導入することで新たな変位場の定義が不要な物体分割手法を適用した陰的 MPM を提案する。EBS 基底関数は MPM において陰的時間積分を安定して適用するために Yamaguchi ら [4] により導入されたものであり、物理境界付近において基底関数のサポート領域内に含まれる物理領域が少なくなることで引き起こされる全体剛性行列の悪条件化を回避することが可能となる。本研究では、亀裂面を離散的な不連続面として表現する際にこれを適用する。具体的には、PF 亀裂モデルを用いて得られる損傷場の空間勾配を利用して亀裂中央を特定し、損傷勾配の向きが一致する粒子と制御点同士

でマッピングするように EBS 基底関数を構築することで物体を分割する。EBS 基底関数を用いることで一つの制御点には分割された物理領域の一方のみから物理量がマッピングされるため、一つの制御点に複数の変位場を定義する必要がなく、解析を通して同一の自由度数での求解が可能となる。また、分割された物理領域が十分に離れた場合には、自然と不連続な物理領域への遷移が表現されることになる。提案手法の表現性を検証するために、簡単なベンチマーク問題と大変化下での亀裂発生・進展解析を実施する。

2. Phase-field 亀裂モデル

(1) 亀裂の phase-field 近似

PF 亀裂モデルでは、離散亀裂を phase-field (PF) 変数 $d \in (0, 1]$ を用いて拡散亀裂として近似する。 $d \rightarrow 0$ で損傷を受けていない状態を、 $d = 1$ は完全に損傷している状態を表す。PF 変数は亀裂中心を $\mathbf{x} = \mathbf{a}$ として、指数関数により $d = \exp(-\|\mathbf{x} - \mathbf{a}\|/l_f)$ と表現される。ここで l_f は長さパラメータであり、拡散亀裂の幅を制御する。拡散亀裂は指数関数形で表されるため、以下に示す亀裂密度関数が導かれる。

$$\gamma_f = \frac{d^2 + l_f^2 \|\nabla_X d\|^2}{2l_f} \quad (1)$$

ここで、 ∇_X は基準配置における空間勾配演算子である。この亀裂密度関数を用いると拡散亀裂面 Γ_{lf} は離散亀裂面 Γ_f に収束する。

(2) 全ポテンシャルエネルギー

準静的問題に対する全ポテンシャルエネルギー $\mathcal{W}$ を次式で定義する。

$$\begin{aligned} \mathcal{W} &= \mathcal{W}_{\text{int}} + \mathcal{W}_{\text{pen}} + \mathcal{W}_{\text{Nit}} + \mathcal{W}_f \\ &= \int_{\mathcal{B}_0} \Psi^e dV + \int_{\Gamma_0^u} \frac{\beta}{2} \|\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}\|^2 dA \\ &\quad - \int_{\Gamma_0^u} (\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}) \cdot \mathbf{P} \mathbf{N} dA + \int_{\mathcal{B}_0} G_c \gamma_f dV \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $\mathcal{W}_{\text{int}}$ 、 $\mathcal{W}_{\text{pen}}$ 、 $\mathcal{W}_{\text{Nit}}$ 、 $\mathcal{W}_f$ はそれぞれ弾性ひずみエネルギー、強制変位を与えるためのペナルティ項と Nitsche 項、拡散亀裂を生成するのに要する仕事である。また、 $\mathcal{B}_0$ 、 Γ_0^u 、 Ψ^e 、 β 、 $\mathbf{u}$ 、 $\bar{\mathbf{u}}$ 、 $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{N}$ 、 G_c はそれぞれ現在配置における物理領域、現在配置における基本境界、損傷による弾性剛性の低減を考慮した弾性ひずみエネルギー関数、ペナルティ係数、変位、強制変位、第一 Piola-Kirchhoff 応力、基準配置における外向き単位法線ベクトル、単位面積当たりの破壊エネルギーである。 Ψ^e は損傷を受けていない材料の弾性ひずみエネルギー関数 Ψ_0^e を用いて次式で定義される。

$$\Psi^e = \begin{cases} g(d) \left(\underbrace{\Psi_{0,\text{dev}}^e + \Psi_{0,\text{vol}}^e}_{\Psi_0^{e+}} \right) + \underbrace{0}_{\Psi_0^{e-}} & \text{for } \mathcal{J} \geq 1 \\ g(d) \left(\underbrace{\Psi_{0,\text{dev}}^e}_{\Psi_0^{e+}} \right) + \underbrace{\Psi_{0,\text{vol}}^e}_{\Psi_0^{e-}} & \text{for } \mathcal{J} < 1 \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 $\Psi_{0,\text{vol}}^e$ と $\Psi_{0,\text{dev}}^e$ はそれぞれ弾性ひずみエネルギーの体積変形成分とせん断変形成分であり、 Ψ_0^{e+} と Ψ_0^{e-} は損傷に寄与する成分と寄与しない成分である。また、 $g(d)$ は材料の弾性剛性を低減するための単調減少関数であり、本研究では $g(d) = \min\{(1-d)^2, k\}$ とし、 $k = 1.0 \times 10^{-4}$ と設定する。 $\mathcal{J}$ は体積ヤコビアンであり、基準配置の位置ベクトル $\mathbf{X}$ と現在配置の位置ベクトル $\mathbf{x}$ により $\mathbf{F} = \partial \mathbf{x} / \partial \mathbf{X}$ と定義される変形勾配ベクトルを用いて $\mathcal{J} \equiv \det \mathbf{F}$ で表される。弾性ひずみエネルギー関数 Ψ^e を用いて、第一 Piola-Kirchhoff 応力 $\mathbf{P}$ は次式で与えられる。

$$\mathbf{P} = \frac{\partial \Psi^e}{\partial \mathbf{F}} = g(d) \frac{\partial \Psi^{e+}}{\partial \mathbf{F}} + \frac{\partial \Psi^{e-}}{\partial \mathbf{F}} =: g(d) \mathbf{P}^+ + \mathbf{P}^- \quad (4)$$

損傷を受けていない材料の弾性ひずみエネルギー関数 Ψ_0^e は以下で定義する。

$$\begin{aligned} \Psi_0^e &= \Psi_{0,\text{vol}}^e + \Psi_{0,\text{dev}}^e \\ &= \frac{1}{2} K \left[\frac{1}{2} (\mathcal{J}^2 - 1) - \ln \mathcal{J} \right] + \frac{1}{2} G (\text{tr } \bar{\mathbf{b}} - 3) \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $\bar{\mathbf{b}} = \mathcal{J}^{-2/3} \mathbf{b}$ は左 Cauchy-Green テンソル $\mathbf{b} = \mathbf{F} \mathbf{F}^T$ の等容変形成分であり、 K と G はそれぞれ体積弾性係数とせん断剛性係数である。

(3) 弱形式

変位場と PF の弱形式はそれぞれ式 (2) の全ポテンシャルエネルギーの仮想変位 $\delta \mathbf{u}$ と仮想 PF 変数 δd に関する最小化問題を解くことで導出される。現在配置における変位場の弱形式は次式により与えられる。

$$\begin{aligned} \delta_u \mathcal{W} &= \delta_u \mathcal{W}_{\text{int}} + \delta_u \mathcal{W}_{\text{pen}} + \delta_u \mathcal{W}_{\text{Nit}} \\ &= \int_{\mathcal{B}_t} \boldsymbol{\sigma} : \frac{\partial \delta \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} dV + \int_{\Gamma_t^u} \beta (\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}) \cdot \delta \mathbf{u} \frac{\sqrt{\mathbf{n} \cdot \mathbf{F} \mathbf{F}^T \mathbf{n}}}{\mathcal{J}} dA \\ &\quad - \int_{\Gamma_t^u} \left(\delta \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\sigma} \mathbf{n} + (\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}) \cdot \left(\mathbf{a} : \frac{\partial \delta \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \right) \mathbf{n} \right) dA = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 $\delta_u \mathcal{W}$ は全ポテンシャルエネルギーの $\delta \mathbf{u}$ 方向の変分であり、 $\mathcal{B}_t$ 、 Γ_t^u はそれぞれ現在配置における物理領域と基本境界、 $\boldsymbol{\sigma}$ 、 $\mathbf{n}$ は Cauchy 応力テンソルと現在配置における外向き単位法線ベクトルである。また、 $\mathbf{a}$ は現在配置を参照する第一種弾性テンソルである。

一方、現在配置における PF の弱形式は次式により与えられる。

$$\begin{aligned} \delta_d \mathcal{W} &= \delta_d \mathcal{W}_{\text{int}} + \delta_d \mathcal{W}_{\text{Nit}} + \delta_d \mathcal{W}_f \\ &= \int_{\mathcal{B}_t} \frac{\partial g}{\partial d} \delta d \mathcal{H} \mathcal{J}^{-1} dV - \int_{\Gamma_t^u} \frac{\partial g}{\partial d} \delta d ((\mathbf{u} - \bar{\mathbf{u}}) \cdot \boldsymbol{\sigma}^+ \mathbf{n}) dA \\ &\quad + \int_{\mathcal{B}_t} G_c \left(\frac{d}{l_f} \delta d + l_f \left(\frac{\partial \delta d}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{F} \right) \cdot \left(\frac{\partial d}{\partial \mathbf{x}} \cdot \mathbf{F} \right) \right) \mathcal{J}^{-1} dV = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、 $\delta_d \mathcal{W}$ は全ポテンシャルエネルギーの δd 方向の変分であり、 $\boldsymbol{\sigma}^+ = \mathcal{J}^{-1} \mathbf{P}^+ \mathbf{F}^T$ は Cauchy 応力テンソルの損傷に寄与する成分である。また、 $\mathcal{H}$ は損傷発展の不可逆性を担保するために導入した履歴変数であり、時刻 t において位置 $\mathbf{x}$ での値を以下のように定義する。

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}, t) \equiv \max_{s \in [0, t]} \Psi_0^{e+}(\mathbf{x}, s) \quad (8)$$

本研究では式 (6) と (7) を Newton-Raphson (NR) 法による増分法を適用して各独立変数 $\{\mathbf{u}, d\}$ に関して陰的に解くが、安定した損傷計算を行うために staggered algorithm [5] を採用する。このため、変位場に対しては変位増分 $\Delta \mathbf{u}$ に関する次の線形化方程式が必要になる。

$$\delta_u \mathcal{W}(\mathbf{u}, d; \delta \mathbf{u}, \delta d) + D \delta_u \mathcal{W}(\mathbf{u}, d; \delta \mathbf{u}, \delta d) [\Delta \mathbf{u}] = 0 \quad (9)$$

また、PF の弱形式を増分法を用いて解くために PF 変数増分 Δd に関する次の線形化方程式が必要になる。

$$\delta_d \mathcal{W}(\mathbf{u}, d; \delta \mathbf{u}, \delta d) + D \delta_d \mathcal{W}(\mathbf{u}, d; \delta \mathbf{u}, \delta d) [\Delta d] = 0 \quad (10)$$

3. EBS 基底関数に基づく MPM

(1) MPM による離散化

MPM では物理領域を一定体積を持つ質量要素に分割し、体積 v_p を割り当てる粒子を配置する。また、物理境界も同様に要素分割した上で表面積 a_p を割り当てた粒子を配置する。物理領域における被積分関数の体積分および面積積分は、領域内の粒子位置で粒子に割り当てられた体積及び表面積との線形和で近似される。

(2) B-spline 基底関数

1 次元の B-spline 基底関数は、パラメータ空間の座標 ξ と次数 μ を用いて次の漸化式で定義される。

$$N_I^\mu(\xi) \equiv \frac{\xi - \xi_I}{\xi_{I+\mu} - \xi_I} N_I^{\mu-1}(\xi) + \frac{\xi_{I+\mu+1} - \xi}{\xi_{I+\mu+1} - \xi_{I+1}} N_{I+1}^{\mu-1}(\xi) \quad (11)$$

ここで、 ξ_I はノット値で添字 I はノット指標と呼ばれ、 n 個の基底関数の定義域はノット値を並べたノットベクトル $\Xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+\mu+1}\}$ により規定され、0 次 B-spline は対応するノット区間で 1、それ以外で 0 をとる。

また、 n_{dim} 次元問題における B-spline 基底関数は、上記の 1 次元問題における基底関数のテンソル積を用いて

$$B_I^\mu(\xi) = \prod_{\alpha=1}^{n_{\text{dim}}} N_{I^\alpha}^\mu(\xi^\alpha) \quad (12)$$

のように表される。ここで、 ξ^α は α 方向のパラメータ座標である。また、 I^α は α 方向のノット指標であり、 α 方向の B-spline 基底関数の制御点番号を表し、添字 I は制御点 $(I^1, \dots, I^{n_{\text{dim}}})$ を表す。

基底関数 B_I^μ を用いて粒子位置における変位 $\mathbf{u}(\mathbf{x}_p)$ と PF 変数 $d(\mathbf{x}_p)$ を次式により近似する。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}_p) \approx \mathbf{u}^h(\mathbf{x}_p) = \sum_I \mathbf{u}^I B_I^\mu(\mathbf{x}_p) \quad (13)$$

$$d(\mathbf{x}_p) \approx d^h(\mathbf{x}_p) = \sum_I d^I B_I^\mu(\mathbf{x}_p) \quad (14)$$

ここで、 $\mathbf{u}^I$ と d^I は制御点 I における変位と PF 変数の値である。

(3) Extended B-spline 基底関数

補間近似に用いる基底関数のうちサポート領域を占める物体領域が少ない基底関数がある場合には、それに関する制御点を補間近似から除外するとともに、隣

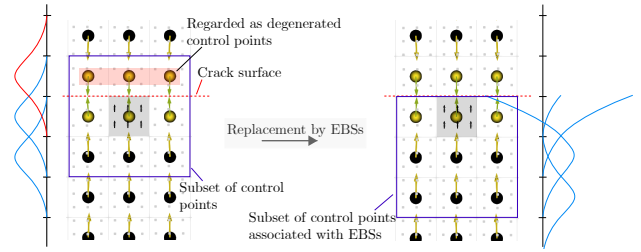


図-1: EBS 基底関数を利用した物体分割手法の概念図

接する制御点によりその制御点位置における値を外挿し、関連するすべての基底関数を修正（拡張）する。これにより、近似精度を大きく低下させることなく剛性行列の悪条件化を回避できる。

B-spline 基底関数のサポート領域を占める物理領域の体積分率とその体積分率に閾値 ϕ_{cr} を設けて、その大小関係に応じて B-spline 基底関数を i) 標準基底関数 ($\phi_I > \phi_{\text{cr}}$)、ii) 欠陥基底関数 ($0 < \phi_I \leq \phi_{\text{cr}}$)、iii) 外部基底関数 ($\phi_I = 0$) の 3 種類に分類する。いま、i) と ii) の制御点の集合をそれぞれ $\mathbb{S}$ 、 $\mathbb{D}$ と表すと、変位場の補間近似式 (13) は次式のように改められる。

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \sum_{I \in \mathbb{S}} B_I^\mu(\mathbf{x}) \mathbf{u}^I + \sum_{J \in \mathbb{D}} B_J^\mu(\mathbf{x}) \mathbf{u}^J \quad (15)$$

そして、欠陥基底関数に関する制御点の値 $\mathbf{u}^J$ を標準基底関数に関する制御点の値 $\mathbf{u}^I$ を用いて次の線形結合により外挿する。

$$\mathbf{u}^J \equiv \sum_{I \in \mathbb{S}_J} E_{IJ} \mathbf{u}^I \quad (16)$$

ここで、係数 E_{IJ} は制御点 I における μ 次の Lagrange 補間多項式の制御点 J での値である。また集合 $\mathbb{S}_J$ は $\mathbb{S}_J = \{(K^1, \dots, K^{n_{\text{dim}}})\} + [0, \dots, \mu]^{n_{\text{dim}}} \in \mathbb{S}$ であり、制御点 K を始点として制御点 J に隣接する標準基底関数の制御点の集合である。制御点 I での値 $\mathbf{u}^I$ による $\mathbf{u}^J$ の外挿式 (16) を用いて式 (15) を書き改めると次式のようになる。

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \sum_{I \in \mathbb{S}} \left(B_I^\mu(\mathbf{x}) + \underbrace{\sum_{J \in \mathbb{D}_I} B_J^\mu(\mathbf{x}) E_{IJ}}_{B_I^{\mu,e}(\mathbf{x})} \right) \mathbf{u}^I \quad (17)$$

ここで、 $\mathbb{D}_I = \{J \in \mathbb{D} : I \in \mathbb{S}_J\}$ は標準基底関数の制御点 I に関連する欠陥基底関数の制御点 J の集合である。また、式 (17) の下付き括弧の項を $B_I^{\mu,e}(\mathbf{x})$ と表記し、extended B-spline（以下、EBS）と称する。変位の近似式と同様に、PF 変数の近似式 (14) も EBS 基底関数を用いて次式により近似される。

$$d^h(\mathbf{x}) = \sum_{I \in \mathbb{S}} B_I^{\mu,e}(\mathbf{x}) d^I \quad (18)$$

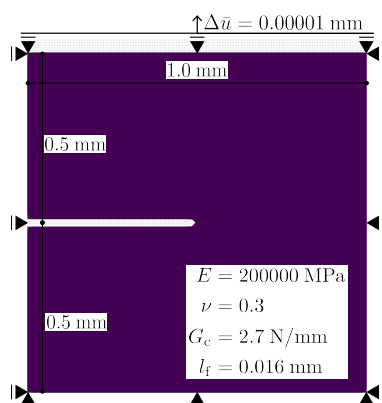


図-2: 単一切欠き付試験片のモデル形状および解析条件

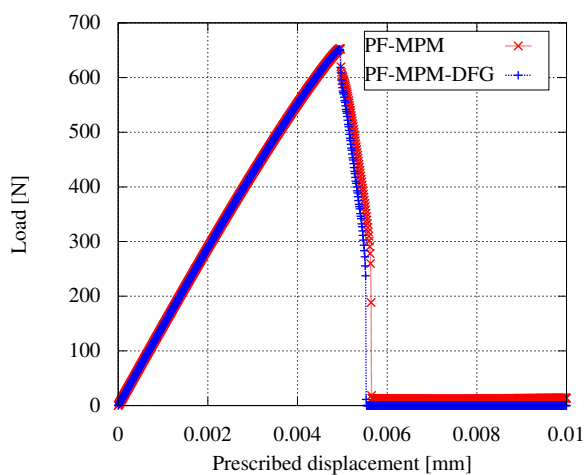


図-3: 単一切欠き付試験片の引張試験での荷重変位関係

(4) EBS 基底関数による離散亀裂表現手法

損傷勾配は亀裂面に直交するように分布すると考えられるため、図-1 に示すように隣接する2つの制御点で得られる損傷勾配のなす角が鈍角になる場合に、それらの制御点の間に亀裂面が存在すると考えられる。図-1 左図の灰色で示す要素は亀裂の下側にあり、この要素内の粒子は上向きの損傷勾配 ∇d_p を持つ。この灰色の要素の物理量の補間近似には紫色で囲った範囲の9つの制御点を使用されるが、このうち上3つの制御点をもつ損傷勾配 ∇d^j は粒子が持つ損傷勾配との間に $\nabla d^j \cdot \nabla d_p < 0$ の関係が成り立つため、この制御点は亀裂面に対して灰色の要素と逆側の物理領域をサポートする基底関数に関するものとして判定する。そして、亀裂面に対して灰色要素と逆側の制御点の値を、同じ側にある制御点を用いて外挿するように構築されたEBS基底関数と、図-1 右図の紫色で囲った範囲にある制御点を用いて灰色要素の補間近似を行う。なお、物体を分割するか否かの判定は制御点におけるPF変数が閾値 d_{cr} を上回ったときに行うこととなる。

4. 数値解析例

本章ではPF亀裂モデルを導入したEBS基底関数に基づく陰的MPMの亀裂進展解析への適用性および離散亀裂への遷移手法の表現性能を検証する。これ以降、

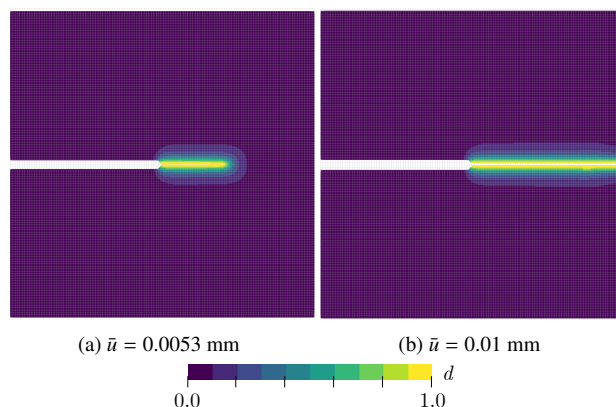


図-4: 損傷発展と変形図

物体分割手法を適用しない結果を“PF-MPM”と、分割手法を適用した結果を“PF-MPM-DFG”と称する。すべての解析で奥行方向を一格子とし、奥行方向の変位を拘束した準3次元解析を実施する。また、2次のEBS基底関数を採用する。

(1) 単一切欠き付試験片の引張問題

提案手法の亀裂進展解析への適用性と離散亀裂への遷移表現性を検証するため、単一切欠き付試験片の引張問題を実施する。モデル形状と境界条件、強制変位増分、材料定数は図-2に示す。背面格子の一边の長さを0.008 mmとし、初期配置において一格子内の粒子数は9個とする。 d_{cr} と ϕ_{cr} 、 β はそれぞれ0.9と0.1、 2.0×10^8 とする。

図-3に荷重変位曲線を示す。“PF-MPM”と“PF-MPM-DFG”の双方で、変位が $\bar{u} = 0.00494$ mmで荷重のピークを迎え、これ以降顕著な剛性低下がみられ、既往研究[6]と類似した曲線を得たことが確認できる。“PF-MPM-DFG”では変位が $\bar{u} = 0.00553$ mmのときに荷重が0となるが、これは“PF-MPM-DFG”ではEBS基底関数により離散亀裂が適切に表現されて物体が切り離されたためである。一方で、“PF-MPM”では0ではないごく小さい荷重値を取ることが分かるが、これは拡散亀裂として近似した領域において変位場が連続であることと剛性低減関数 $g(d)$ の下限値を $k = 1.0 \times 10^{-4}$ としたこと起因する。

図-4に“PF-MPM-DFG”の損傷発展の様子と変形図を示す。図-4(b)では分割された物体が鉛直上向きに並進運動をして、離散亀裂の領域の幅が拡張している様子が確認できる。以上よりPF亀裂モデルを導入したEBS基底関数に基づく陰的MPMにより典型的な引張破壊を再現できることを確認した。また、EBS基底関数を用いた物体分割手法を適用する事により、単純な破壊モードで適切に物体の分割が表現できることを例示した。

(2) L型構造物の曲げ破壊問題

大変形下における物体分割手法の適用性を検証するために、L型構造物の曲げ破壊問題を扱う。図-5にモデル形状と境界条件、材料定数を示す。構造物の右上部

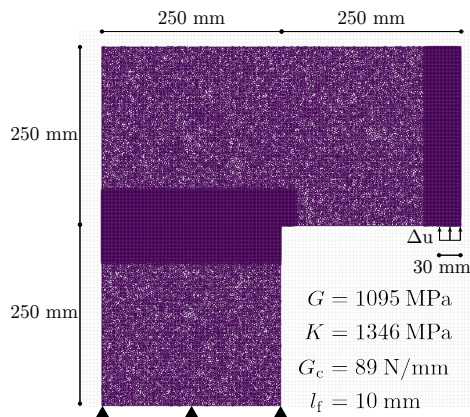


図-5: L型構造物のモデル形状および解析条件

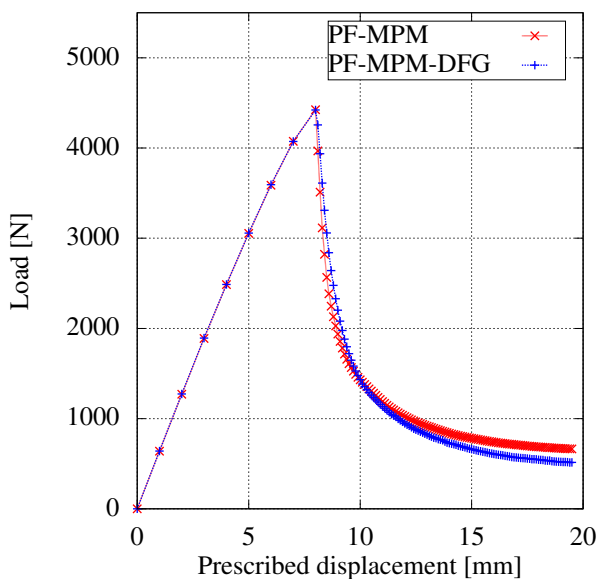


図-6: L型構造物の曲げ破壊問題での荷重変位関係

30 mm にわたって水平方向に拘束しながら、鉛直方向に強制変位増分 $\Delta \bar{u} = 1$ mm で強制変位量が $\bar{u} = 8$ mm となるまで与え、その後は $\Delta \bar{u} = 0.1$ mm で与える。背面格子の一边の長さを 5 mm とする。初期配置において、粒子の数密度が密な領域には一格子あたり約 170 粒子を、疎な領域には一格子あたり約 36 粒子配置する。 ϕ_{cr} と d_{cr} 、ペナルティ係数はそれぞれ 0.001 と 0.85, 2.0×10^7 とする。

図-6 に荷重変位曲線を示す。強制変位 $\bar{u} = 8.0$ mm で荷重のピークを迎えた後、それ以降で剛性低下がみられる。強制変位 $\bar{u} = 10.0$ mm までは物体分割手法を適用しない“PF-MPM”の方が物体分割手法を適用した“PF-MPM-DFG”に比べて同強制変位量に対する荷重値がやや小さいが、 $\bar{u} = 10.0$ mm 以降は“PF-MPM-DFG”の方が荷重値が小さくなる。図-7 には“PF-MPM”と“PF-MPM-DFG”の損傷発展と変形図を示す。図中 (a) と (b) からは、物体分割手法を適用した結果の方がより亀裂が進展していることが確認できるが、(c) と (d) からは双方の亀裂進展が同程度であることがわかる。また、(e) と (f) を比較すると物体分割手法を適用した結果

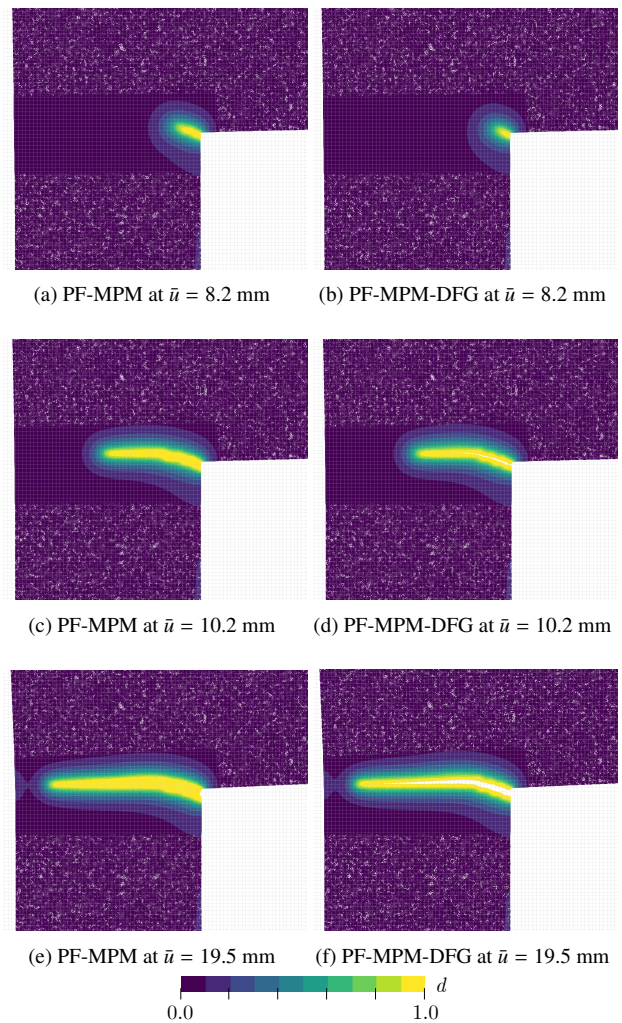


図-7: L型構造物の隅角部における損傷発展と変形図

の方が亀裂がより進展していることが確認できる。加えて (e) と (f) から、“PF-MPM”では亀裂の領域に粒子が分布しているのに対して、“PF-MPM-DFG”では隅角部の亀裂開口部から進展する離散的な亀裂形状を表現できていることが確認できる。以上より、提案手法が大変形下での破壊解析において離散的な亀裂面を表現可能であることを確認した。

5. 結論

本研究では、extended B-spline (EBS) 基底関数を用いた陰的 MPM による拡散亀裂から離散亀裂への遷移を表現する手法を提案した。EBS 基底関数により安定した陰解法を実現した MPM に phase-field 亀裂モデルを導入し、大変形下における亀裂進展解析を実施した。さらに PF 亀裂モデルにより得られた空間に連続分布した損傷場の空間勾配から拡散亀裂の中央を特定し、EBS 基底関数により拡散亀裂から離散亀裂への遷移を表現する手法を開発した。数値解析例を通して提案手法により典型的な引張破壊を再現できること、および大変形下において亀裂進展解析および物体分割手法による離散亀裂への遷移を適切に表現できることを確認した。

今後は既往研究の結果との定量的な比較を行い，提案手法による3次元亀裂進展解析を実施する．

参考文献

- [1] G.A. Francfort and J.-J. Marigo. Revisiting brittle fracture as an energy minimization problem. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 46, No. 8, pp. 1319–1342, 1998.
- [2] C Miehe, F Welschinger, and M Hofacker. Thermodynamically consistent phase-field models of fracture: Variational principles and multi-field FE implementations. *Int. J. Numer. Meth. Engng*, Vol. 83, pp. 1273–1311, 2010.
- [3] Michael A. Homel and Eric B. Herbold. Field-gradient partitioning for fracture and frictional contact in the material point method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 109, pp. 1013–1044, 2 2017.
- [4] Yuya Yamaguchi, Shuji Moriguchi, and Kenjiro Terada. Extended B-spline-based implicit material point method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 122, No. 7, pp. 1746–1769, 2021.
- [5] C. Miehe, M. Hofacker, and F. Welschinger. A phase field model for rate-independent crack propagation: Robust algorithmic implementation based on operator splits. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 199, pp. 2766–2778, 9 2010.
- [6] Jike Han, Yuichi Shintaku, Shuji Moriguchi, and Kenjiro Terada. A transition scheme from diffusive to discrete crack topologies at finite strain during the course of a staggered iterative procedure. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 11 2022.

OS02 工学シミュレーションと環境デザイン（竹内則雄教授70歳記念セッション）

[D-12] OS02 工学シミュレーションと環境デザイン（竹内則雄教授70歳記念セッション）（3）

座長:寺田 賢二郎(東北大学)

Fri. Jun 2, 2023 1:30 PM - 2:45 PM Room D (2F Conference Room 201B)

[D-12-01] (キーノート講演)VR技術を用いた道路・鉄道・航空機騒音シミュレーション

*樫山 和男¹（1. 中央大学）

1:30 PM - 2:00 PM

[D-12-02] 理論式に基づく曲げ破壊型鉄筋コンクリートはりの非線形計算モデル

*車谷 麻緒¹（1. 茨城大学）

2:00 PM - 2:15 PM

[D-12-03] 簡易3次元RBSMを用いた地すべり移動特性解析

*濱崎 英作¹、竹内 則雄²（1. 株式会社アドバンテクノロジー、2. 法政大学）

2:15 PM - 2:30 PM

[D-12-04] 鋼矢板岸壁の地震時挙動に関する模型振動実験と有効応力解析

*三藤 正明¹、吉田 誠²、清宮 理³（1. 株式会社五省コンサルタント、2. 五洋建設株式会社、3. 早稲田大学名誉教授）

2:30 PM - 2:45 PM

VR技術を用いた道路・鉄道・航空機 騒音シミュレーション

Traffic Noise Simulation for Roads, Railways and Aircraft using VR technology

檜山和男¹⁾

Kazuo Kashiya

1) 工博 中央大学 理工学部 教授 (〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27, E-mail: kaz@civil.chuo-u.ac.jp)

This paper presents a noise evaluation system based on VR technology. The geometrical acoustic theory is applied to the traffic noise simulations such as road, railway and aircraft. The system exposes to the users the computed noise level with both the auditory information using so road, railway and aircraft. und source signal and the visual information using CG image. The computed results are compared with the measurement results in VR space. The present system is useful for planning and designing tool for various soundproofing works, and also for consensus building for designers and the local residents.

Key Words : Traffic noise, VR,, Geometrical acoustic theory

1. はじめに

交通騒音は、心理的不快感や睡眠障害などの影響を人体に及ぼす可能性があるため、防音対策等の計画・設計を行う際には、その大きさを定量的に評価する必要がある。

著者らは騒音をより直感的に理解・把握することを目的として、バーチャルリアリティ（以下VR）技術を用いた騒音評価システムの構築を行ってきた[1]-[5]。このシステムは、騒音レベルを幾何音響理論に基づくモデルにより計算し、その結果をCGによる立体映像による可視化と立体音響による可聴化の両方を用いてVR空間内の利用者に映像と音を同時にかつリアルタイムに提示するものである。VR技術の適用は、これまで専門家以外は困難であった音圧レベルの差異を理解することが容易になるとともに、実際の音場をVR空間上で疑似的に体験することを可能とする。本システムは、交通施設の計画や設計、防音対策などの音環境の改善、設計者間や住民との合意形成を講じる上で有用なツールとなることが期待される。

本稿では、VR技術を用いた交通騒音評価システムの概要について述べるとともに、実際の道路・鉄道・航空機の騒音問題への適用を通じて、本システムの妥当性と有効性の検証を行った事例を紹介する。

2. 交通騒音評価システム

(1) VR環境

本研究で用いた没入型VR装置HoloStageを図-1に示す。この装置は、前面と側面及び底面の3面の大型スクリーン（前面と側面は透過型スクリーン、床面は反射型スクリーン）とそれぞれに対応した高性能プロジェクター、またVR空間内の装置の利用者の動きを捉えるためのワイヤレストラッキング装置及びそれらを制御する並列計算機から構成されている。また、天井には7.1チャンネルの音



図-1 没入型VR装置

響機器を備えており、立体音響場を構築することが可能である。

(2) システム概要

本システムのフローチャートを図-2に示す。入力データとしては、自動車、鉄道車両、航空機などの走行条件、音源の音響パワーレベル、構造物や防音壁などの幾何形状を設定する。また、各時間ループ内において、音源位置、VR空間内の利用者（受音点）の位置情報をトラッキング装置より取得する。そして、これらの情報を用いて幾何音響理論に基づくモデル（ASJ RTN-Model 2013:以下ASJモデル）[6]により、VR空間内の利用者位置における騒音レベルを計算する。

可視化部では、3D化した自動車、鉄道車両、航空機および対象地域を各スクリーンに描画する。一方、可聴化部では、音響プログラミングソフトMAXを用いて音響計算と立体音響信号を提示する。なお、可視化と可聴化の情報の共有は、UDP/IP通信により行う。

(3) 騒音の発生源

本システムでは、騒音レベルの時間的変化を算定する

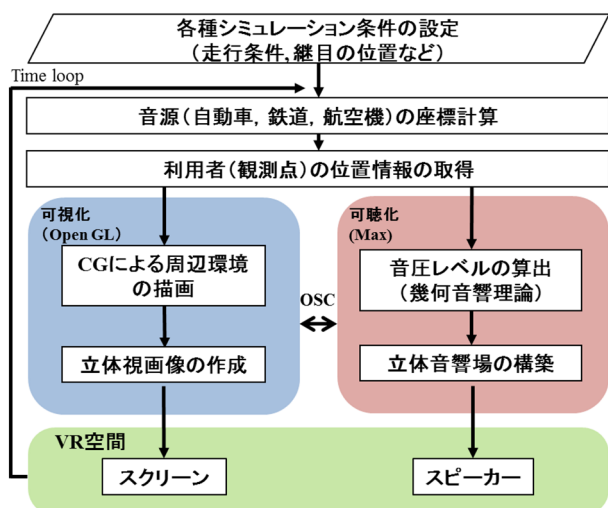


図-2 本システムのフローチャート

ために、幾何音響理論に基づくASJモデルにより、点音源の計算式を使用する。自動車および航空機の音源はエンジン位置に、鉄道車両の音源は台車上に設定した。また、打撃音は線路の継ぎ目に配置し、車軸が通過した瞬間に発生する点音源として扱った[5]。

(4) 音源データの採取と定常音化

VRシステムに可聴化用の音源データを実装するため、実際に走行・飛行している音源データの採取を行った。

定常音化には、設置した騒音計の前面を通過する微小な時間区間のデータを抽出してそれをつなぎ合わせることで作成した。その際、つなぎ目での音の不連続性を取り除くため、位相をずらして合成化するとともに、音源データは距離減衰を含むため、これを取り除く処理を行い音源の定常音の作成を行った[2], [5]。

(5) 幾何音響理論による音響計算

本システムでは、音源を半自由空間における点音源として扱うASJモデル[6]を用いた。

利用者位置の観測点におけるA特性音圧レベルは次式で与えられる。

$$L_A = L_{WA} - 8 - 20 \log_{10} r + \Delta L_{dir} + \Delta L_{cor} \quad (1)$$

ここで、 L_A は観測点での音圧レベル[dB]、 ΔL_{WA} は音源の音響パワーレベル[dB]、 r は音源から受音点までの距離、 ΔL_{cor} は音源の指向性に関する補正項、 ΔL_{dir} は音源から観測点に至る音の伝播に影響を与える各種の減衰要素に関する補正項である。なお、音響パワーレベルは、実測結果から距離減衰分を加えることで算出して用いた。

また、図-3のように音源が複数存在する場合には、観測点における各音源からの伝搬音の音圧レベルの合成値は次式で表わされる。

$$L_A = 10 \log_{10} \sum (10^{L_{Ai}/10}) \quad (2)$$

ここに、 i は合成する音源の数(音線の数)である。

図-4は鉄道の場合の指向性を示したものであるが、次式を用いている。

$$\Delta L_{dir} = 10 \log_{10} (\cos^n \theta \cdot (0.1 + 0.9 \phi)) \quad (3)$$

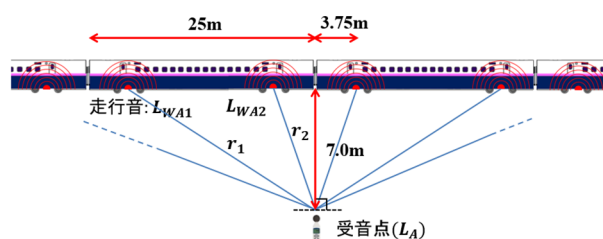


図-3 音源と受音点の位置関係と音の合成

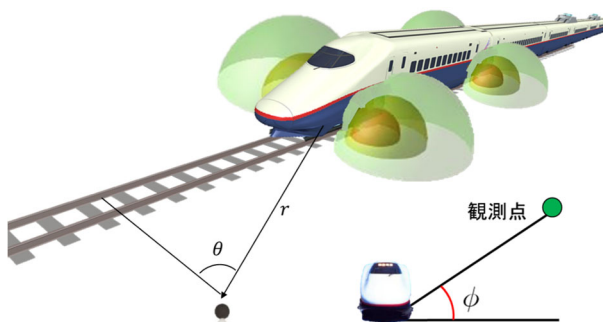


図-4 音源の指向性

ここに、 n は指向性に関するパラメータ、 θ は観測点から見た走行ラインへの最短地点を起点とした水平角である。

(6) MAXを用いたVR装置の音響制御

本システムでは、Maxを用いて立体音響場の構築を行っている。交通騒音の可聴化は、音圧レベルの計算結果を用いてMaxによるスピーカ制御により行われる。再生する音量は計算された観測点での音圧レベルをOSC (Open Sound Control) を用いてMaxに送信し、その値に基づいてスピーカの音量及び立体音響を制御している。なお、立体音響場の構築には球面調和関数展開法に基づくAmbisonics手法[7]を用いている。

3. 適用例

(1) 道路交通騒音への適用

道路交通騒音システムの妥当性を検証するため、図-5に示す様々な車種が走行する道路交通シミュレーションに適用した[3]。走行条件として、車両間隔は図に示す通りであり、走行速度：100km/h、路面：排水性舗装、舗装経過年数：0年とした。なお、可聴化に際しては、システム利用者の位置(図中の丸印：高さ1.5m)において計算結果とVR空間内で再生される騒音の音圧レベルが一致する必要がある。そのため、事前に試験データを用いてVR空間内での観測位置で騒音を測定してキャリブレーションを行った上で実施した。図-6に高さ3mの遮音壁がある場合とない場合の観測位置での計算結果とVR空間内での計測結果の比較を示す。図より、遮音壁の効果によりピーク値で20dB程度騒音が低減されていることが分かる。また、VR空間内での計測結果は計算結果と良い一致を示しており、VR空間内でほぼ計算結果通りの音場が再現されていることが分かる。

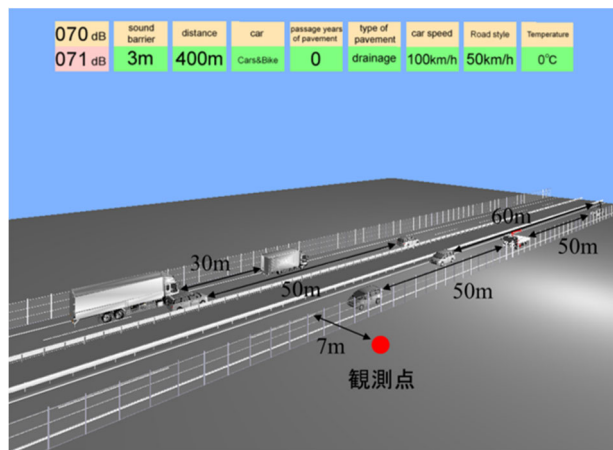


図-5 道路騒音の適用例

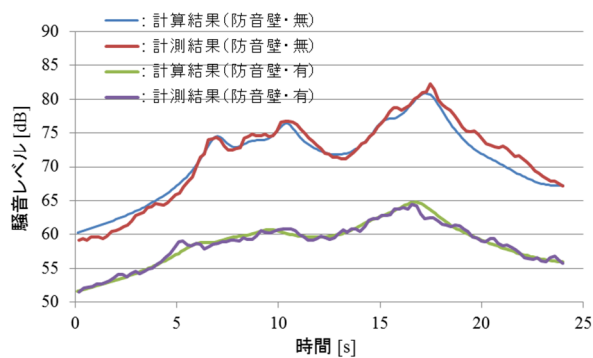


図-6 計算結果とVR空間内での測定結果の比較

(2) 航空機騒音への適用

航空機騒音システムの妥当性の検証を行うため、東京国際空港（羽田空港）を適用対象とした。

適用例として、羽田空港のC 滑走路から離陸する航空機（Boeing737-8）を対象として、離陸方向の対岸にある城南島海浜公園での実測結果と計算結果との比較を行った。図-7にVR空間内で騒音を体験している様子を示す。飛行経路については28機分の飛行経路の平均をとったものを用い、指向性モデルには90度ダイポールモデルを使用した[4]。図-8に、実測結果と計算結果の音圧レベルの比較を示す。図中のスラントディスタンスは航空機から観測点までの距離である。図より、指向性を考慮することにより騒音のピークの発生時刻が実測結果と良い一致を示していることが分かる。ただし、ピーク後の音圧レベルについては大きな差異があり、より適切な指向性のモデルの導入の検討が必要といえる。

次に、防音対策の評価を行うために観測者が屋内にいる場合を想定してシミュレーションを行った。なお、屋内シミュレーションに使用した建物モデルは、奥行3.6m、横3.6m、高さ3mの直方体とし、壁面の材質はコンクリートと仮定し、窓は一重窓と二重窓について検討した。図-9に、システム利用者がVR空間内で騒音を体験している様子を示す。また、図-10にVR空間内での測定結果との比較を示す。図より、暗騒音（約48dB）以上では計算結果どおりの音場がVR空間内でほぼ再現できていることがわかる。



図-7 航空機騒音を体験している様子

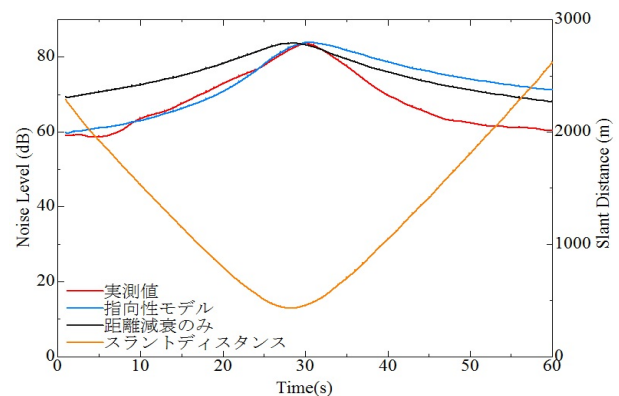


図-8 計算結果と実測結果との比較

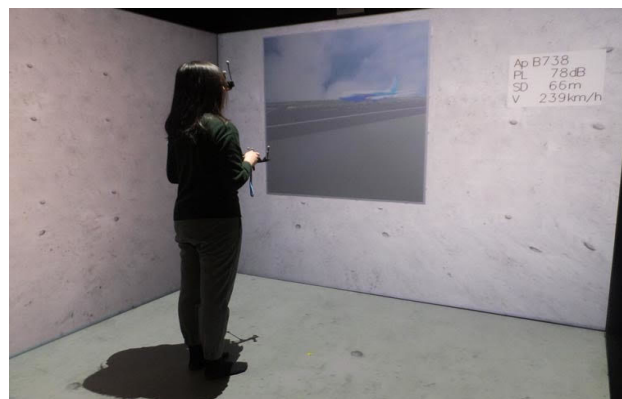


図-9 室内にて航空機騒音を体験している様子

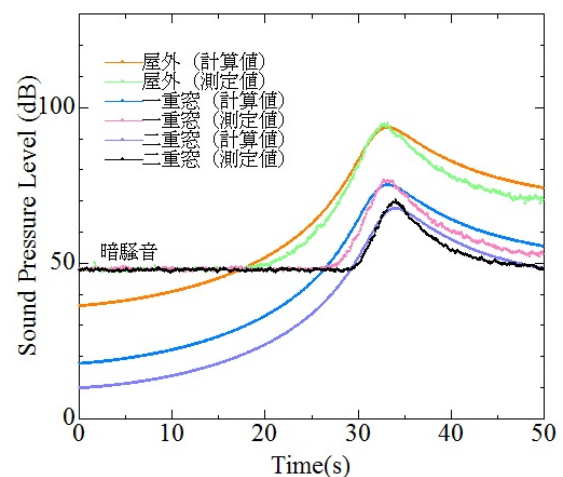


図-10 計算結果とVR空間内での測定結果の比較

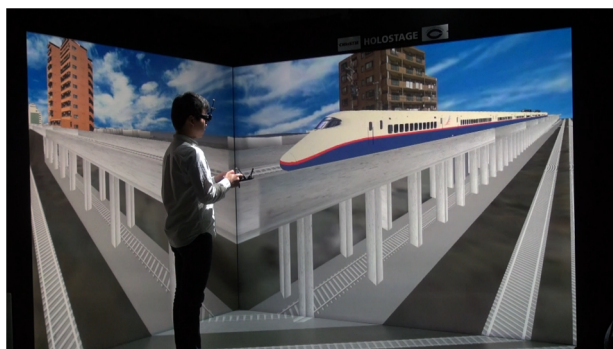


図-11 鉄道騒音を体験している様子

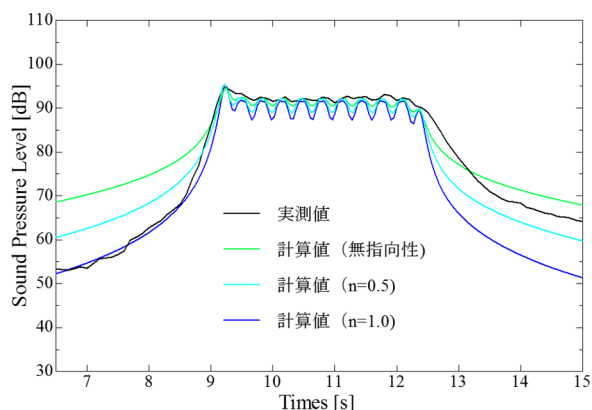


図-12 計算結果と実測結果との比較

(3) 鉄道騒音への適用

本鉄道騒音システムの適用事例として、栃木県小山駅周辺の東北新幹線の騒音を対象にした。図-11にシステムを体験している様子を示す。CADモデルの作成は、国土地理院発行の地形データ及び建物データ、線路の軌道データ等を用いて行った。また、使用した指向性モデル及び計算条件等は文献[5]に詳しい。

図-12にE2系の走行音の実測値と本手法の計算結果の比較を示す。この時の列車の走行速度は274km/h、観測点は軌道中心から7mの地点で実施した(図-3参照)。図中、 n は指向性に関する係数であり、図より、列車接近時には指向性係数 $n=1.0$ の場合の計算結果と実測値が良い一致を示していることがわかる。しかし、新幹線通過後の実測値の音圧レベルは接近時よりも大きくなっており、指向性が異なることがわかる。この点については、今後の課題としたい。

なお、現在、図-13に示すように、本システムを磁気浮上式の高速鉄道に適用する検討を行っている。結果については、講演時に示す。

4. おわりに

本論文では、VR技術を用いた可視化・可聴化に基づく交通騒音評価システムの概要について述べるとともに、道路、鉄道及び航空機騒音への適用性の検証を行った事例を紹介した。

本システムは、幾何音響理論に基づいて各種交通騒音

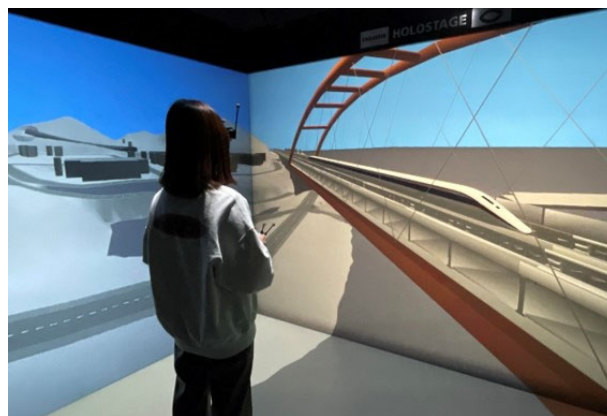


図-13 磁気浮上式高速鉄道の騒音を体験している様子

をリアルタイムに計算及び可聴化してVR空間に提示することが可能であり、本システムにより、音源データの異なる様々な交通騒音に適用可能なため、新規の交通施設や防音対策工の計画・設計段階において有効に用いることが可能である。また、周辺住民との合意形成を得る上でも有効な手段となることが期待できる。

今後は、システムの高精度化に向けて、音源の指向性や各種補正項等について検討する予定である。

謝辞：本システムの構築において建設環境研究所の志村正幸氏および清水建設の谷川将規氏より多大なるご支援とご協力を得た。ここに、記して感謝いたします。

参考文献

- [1] 田近伸二, 樫山和男, 志村正幸: VR 技術を用いた対話型道路交通騒音評価システムの構築, 応用力学論文集, 土木学会, Vol.13, pp.231-240, 2010.
- [2] 江嶋孝, 樫山和男, 守屋陽平, 志村正孝, 谷川将規: 実車走行音を用いた道路交通騒音評価システムの構築, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.69, No.2, pp.155-162, 2013.
- [3] 谷川将規, 江嶋孝, 樫山和男, 志村正幸: 混合交通を考慮した VR 技術に基づく道路交通騒音評価システムの構築, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.70, No.2, pp.I_195-I_202, 2015.
- [4] 石田安理, 山本恭平, 吉町徹, 樫山和男, 志村正幸: VR 技術を用いた体験型航空機騒音評価システムの構築, 土木学会論文集 F3 (土木情報学), Vol.72, No.2, pp.I_145-I_147, 2016.
- [5] 木下公二, 吉町徹, 樫山和男, 志村正孝: VR技術を用いた鉄道騒音評価システムに関する研究, 土木学会論文集F3 (土木情報学), vol.73, no.2, pp.I_372-I_379 2017.
- [6] 日本音響学会道路交通騒音調査研究委員会: 道路交通騒音の予測モデル“ASJ RTN-Model 2013”, 日本音響学会誌, Vol.70, pp.172-230, 2014..
- [7] Ward, D.B. and Abhayapala, T.D., Reproduction of a plane wave sound field using an array of loudspeakers, IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, Vol.9, pp.697-707, 2001.

理論式に基づく曲げ破壊型鉄筋コンクリートはりの非線形計算モデル

Nonlinear Computational Model for Predicting Flexural Fracture Behavior of Reinforced Concrete Beam Based on Beam Theory

車谷 麻緒¹⁾
Mao Kurumatani

¹⁾ 博 (工) 茨城大学大学院 理工学研究科 都市システム工学専攻
(〒 316-8511 茨城県日立市中成沢町 4-12-1, E-mail: mao.kurumatani.jp@vc.ibaraki.ac.jp)

A nonlinear computational model for predicting flexural fracture behavior of reinforced concrete beam based on Euler-Bernoulli beam theory. The bisection algorithm and Newton method are applied to solve the respective nonlinear problem for the neutral axis and equilibrium due to the material nonlinearity of concrete and steel. After formulating the four-point bend problem of reinforced concrete beams based on the Euler-Bernoulli beam theory, several numerical examples are presented to verify and validate the proposed nonlinear computational model.

Key Words : Beam theory, Reinforced concrete beam, Nonlinear problem, Verification and Validation

1. はじめに

近年, 計算固体力学分野において, 数値シミュレーションの品質と信頼性を保証するための取り組みが重要視されている. 米国機械学会 (ASME) では, V&V (Verification & Validation: 検証と妥当性確認) とよばれる数値シミュレーションの品質と信頼性を保証するための概念や方法が ASME V&V 10 としてまとめられている [1].

コンクリート構造物の V&V におけるボトルネックは, 非線形性の強いコンクリートの力学特性にある. 数値解析によりコンクリートの力学挙動を再現するのは簡単ではなく, また実験結果のばらつきも大きいので, コンクリート構造物の V&V に関する既往の研究としては「妥当性確認」に焦点を当てた事例が多い [2].

一方, 妥当性確認の前に実施されなければいけない「検証」については, 具体的な手順や方法が存在しないか, または確立されていないため, これまでにコンクリートを対象とした目立った研究は行われていない. その主な原因は, 非線形性の強いコンクリート構造物において, 数値誤差のない理論解や解析解のような参照解が存在しないことにある.

そこで本研究では, 曲げ破壊型の RC はりを対象に, オイラー・ベルヌーイのはり理論に基づく非線形計算モデルを提案する. 提案モデルの特徴は, 有限要素法などの離散化解析を用いずに, はり理論から導出される支配方程式を解析的に解くことで, 理論解 (解析解) に限りなく近い RC はりの非線形力学挙動を再現できることである. 提案モデルの定式化を示したのち, 既存の実験結果と比較することにより, 提案モデルの妥当性を示す.

2. 提案モデル

オイラー・ベルヌーイのはり理論に基づく定式化を行うため, スターラップ (せん断補強筋) が十分に配筋された曲げ破壊型の RC はりを対象とする. 具体的には, 図-1 に示すように, RC はりの 4 点曲げ問題を対象とする. 提案モデルの定式化の詳細は, 文献 [3] に示されているため, 以下では概要のみを示すこととする.

支点 A から部材軸方向に x 離れた位置での断面に生じる曲げモーメントを $M(x)$, 分布荷重を p とすると, はりの平衡方程式 (強形式) は次式で表される.

$$\frac{d^2 M(x)}{dx^2} + p = 0 \quad (1)$$

断面の中立軸からの距離を y , 断面積を A とすると, 位置 (x, y) における部材軸方向の応力 $\sigma(x, y)$ と中立軸からの距離 y を用いて, 曲げモーメント $M(x)$ は次式で表される.

$$M(x) = \int_A \sigma(x, y) y \, dA \quad (2)$$

位置 (x, y) でのひずみを $\varepsilon(x, y)$, 各材料の構成則関数を $\hat{\sigma}(\varepsilon)$ とすると, 応力-ひずみ関係式は次のように表される.

$$\sigma(x, y) = \hat{\sigma}(\varepsilon) \quad (3)$$

平面保持の仮定 (オイラー・ベルヌーイの仮定) を適用すると, 応力とひずみは部材軸方向の成分のみ値を持ち, その他の成分はゼロとなる. 位置 x における曲率 $\phi(x)$ を用いて, 部材軸方向のひずみ $\varepsilon(x, y)$ は次式で表される.

$$\varepsilon(x, y) = \phi(x) y \quad (4)$$

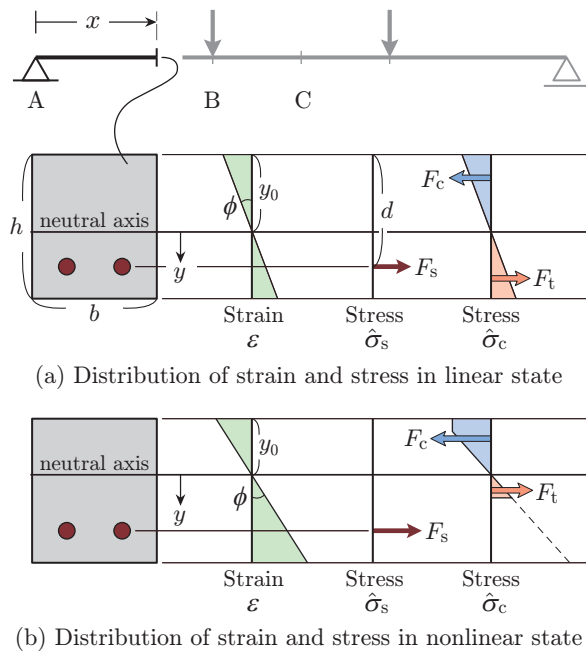


図-1 鉄筋コンクリートはりの4点曲げ問題

本研究では、図-2に示すように、鉄筋の構成モデルには2直線モデル、コンクリートには圧縮側を2直線モデル、引張側を脆性破壊モデルとする構成モデルをそれぞれ適用する。

式(1)はRCはりの位置 x に関する平衡方程式、式(2)~(4)は位置 x におけるRCはりの断面（以下、RC断面）内で成り立つ関係式である。荷重・支持条件のもと、これらの4式を連立させて解けば、RCはりの支配方程式を満足する曲げモーメント・曲率・応力・ひずみを求めることができる。

鉄筋とコンクリートの応力-ひずみ関係が非線形である場合、RC断面における中立軸の位置は曲率に依存して変化するため、曲率が $\phi(x)$ であるときの中立軸位置を求める非線形問題を解く必要がある。中立軸は断面内において必ず1つ存在するため、本研究では中立軸位置を求める非線形問題に対する解法として、二分法を用いることとする。

一方、RC断面の応力分布を積分して求められる曲げモーメントは、はりの平衡方程式(1)を満足するとは限らないため、単純はりの非線形問題を同時に解く必要がある。本研究では、曲げモーメントが一定とならないAB区間を n 分割し、割線剛性を用いる修正ニュートン法を適用することにより、式(1)を満足する曲率分布を求めることとする。また、たわみの理論解を再現できる方法として、仮想仕事の原理に基づく単位荷重法を適用し、RCはりのたわみを求めることとする。

3. 提案モデルの妥当性確認

著者らが既往の研究において実施したRCはりの4点曲げ実験[4]を対象とする。RCはりの寸法と境界条件を図-3に示す。

実験概要が記載された文献[4]において、鉄筋の応力-ひずみ曲線のばらつきはほとんど見られない。鉄

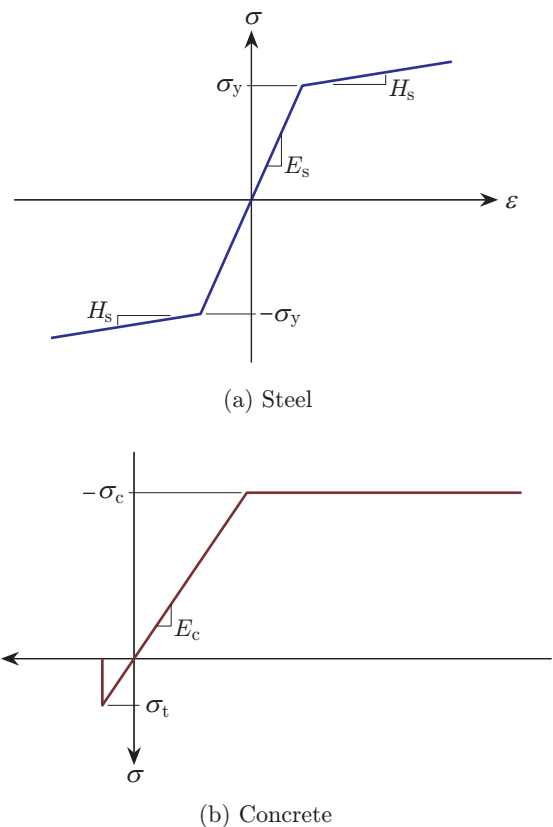


図-2 材料モデル

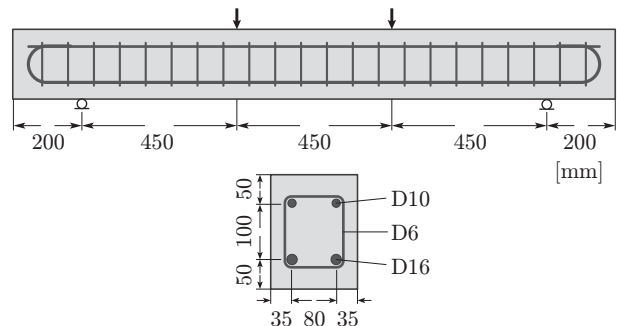


図-3 鉄筋コンクリートはりの4点曲げ実験

筋の材料挙動のばらつきは小さいと判断されるため、鉄筋の材料パラメータを次に示す固定値とする。

$$E_s = 200 \text{ GPa} ; \quad H_s = 2 \text{ GPa} ; \quad \sigma_s = 400 \text{ MPa}$$

一方、コンクリートの圧縮試験において、弾性係数は30~40 GPa、圧縮強度は40~50 MPaのばらつきが見られる。本研究では、これらのばらつきを考慮し、コンクリートの材料特性として、表-1に示す5ケースを設定することとする。ここで、Case 1~4は弾性係数と圧縮強度のそれぞれの最小値と最大値を割り振ったケース、Case 0は弾性係数と圧縮強度をそれぞれ平均値としたケースである。各ケースにおいて、コンクリート

表-1 コンクリートの材料パラメータ

	E_c (GPa)	σ_c (MPa)
Case 0	35	45
Case 1	30	40
Case 2	30	50
Case 3	40	40
Case 4	40	50

の引張強度は圧縮強度の 1/10 とする。

実験と提案モデルの荷重－変位関係を比較したグラフを図-4に示す。提案モデルでは、コンクリートの引張挙動を脆性破壊としてモデル化しているため、コンクリートのひび割れ発生時に、実験よりも過度な荷重低下が再現されているが、それ以外の応答は実験とよく一致している。

提案モデルによる非線形解析に必要な入力値は、RC はりの寸法、および鉄筋とコンクリートのそれぞれ3つの材料パラメータである。鉄筋の弾性係数は 200 GPa 程度で規格化されており、硬化係数はその 1/100 程度として、またコンクリートの引張強度を圧縮強度の 1/10 程度とすれば、実質的に必要となるパラメータは、鉄筋の降伏応力、コンクリートの弾性係数と圧縮強度の3つとなる。たった3つの材料パラメータを決めるだけで、RC はりの実験結果を高い正確度で、かつ簡単に再現することができる。

4. おわりに

本研究では、コンクリート構造物の数値解析に対する V&V に向けて、曲げ破壊型の RC はりを対象に、オイラー・ベルヌーイのはり理論に基づく非線形計算モデルを提案した。提案モデルでは、RC はりの材料非線形問題において、有限要素法などの離散化解析を用いずに、微分方程式や理論式を満足する解を陰的に求め

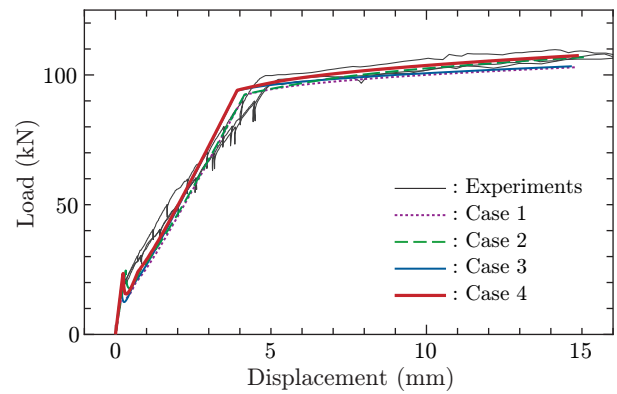


図-4 実験と提案モデルにおける荷重－変位関係の比較

る方法となっている。数値誤差をほぼゼロとみなせることから、提案モデルは理論解に限りなく近い RC はりの非線形力学挙動を、計算時間 1 秒程度で簡単に得ることのできる方法である。

参考文献

- [1] Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics: ASME V&V 10-2006, *The American Society for Mechanical Engineers*, 2006.
- [2] 上田尚史, 岡崎慎一郎, 車谷麻緒: シミュレーションの検証と妥当性確認 (V&V) に関する研究事例, コンクリート工学, Vol.58, No.11, 2020.
- [3] 車谷麻緒, 坂敏秀, 山本佳士, 上田尚史, 岡崎慎一郎, 小倉大季: 理論式に基づく鉄筋コンクリートはりの非線形計算モデルの開発とその検証および妥当性確認, 日本計算工学会論文集, No. 20210020, 2021.
- [4] 車谷麻緒, 岡崎慎一郎, 山本佳士, 上田尚史, 小倉大季: 不確かさの定量化に向けた RC はりの一斉載荷実験, 土木学会論文集 A2 (応用力学), Vol.75, No.2, pp.I.411–I.420, 2019.

簡易 3 次元 R B S M を用いた地すべり移動特性解析

Landslide movement characteristic analysis using simplified RBSM3D

濱崎英作¹⁾, 竹内則雄²⁾

Eisaku Hamasaki and Norio Takeuchi

1) 博(工) (株) アドバンテクノロジー (〒980-0013 仙台市青葉区花京院1-4-8, E-mail: hamasaki@advanttechnology.co.jp)

2) 工博 法政大学 工学部 教授 (〒102-8160 東京都千代田区富士見2-17-1, E-mail: takeuchi@k.hosei.ac.jp)

SlopeRBSM3D was developed as an easy-to-use three-dimensional stability analysis for landslides by applying RBSM. We used SlopeRBSM3D to analyze the large-scale the W-landslide occurred in 2017 in Ooita Prefecture. In this landslide, we improved SlopeRBSM3D so that the value of the slip surface spring can be changed for each column, and tried to analyze the slip displacement direction. As a result, the actual displacement direction could be reproduced by changing the spring ratio in two major areas.

Key Words : SlopeRBSM3D, Three-dimensional slope stability analysis, Landslide

1. はじめに

RBSM (剛体パネモデル) は、要素表面にパネを設けて極限離散化して解く数値解析法の一つである[1]。これを応用し簡便に使えるものとして斜面の3次元安定解析用としてSlopeRBSM3Dが開発された[2]。筆者らは2017年に大規模に変動した大分県のW地すべりをSlopeRBSM3Dを使って解析した。この地すべりの移動方向は明瞭であるが、従来のSlopeRBSM, Janb3D, Hovland法を用いて移動方向を解析した結果、全て約18度ほど実移動方向と異なった。そこでSlopeRBSM3Dのすべり面パネの値をコラム毎に変えることができるように改良し、すべり変位方向の再現解析を試みた。その結果、大きく二つの領域でパネ比を変えることで実際の変位方向を再現できた。ここでは、その結果について報告するものである。

2. モデルの概要

本モデルは、グリッド分割したコラム柱間の接触面面積、コラム底面(すべり面)面積を計算し、それぞれに鉛直方向、せん断方向のペナルティパネ(λ)でつないでモデル化したものである(図-1,2)。

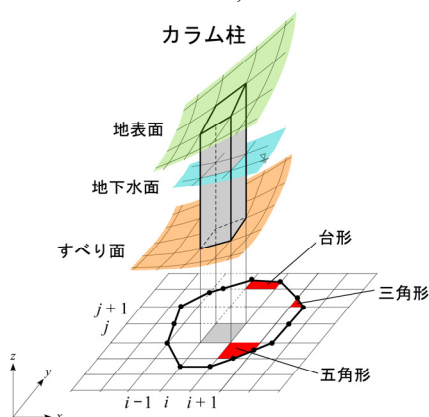


図-1 コラム形状の概念図[3]

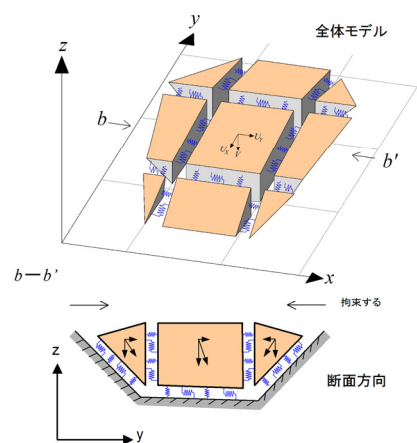


図-2 RBSM3D模式概念図

本モデルはコラムの回転を考慮せず並進性のみを扱うもので、x, y, z方向の変位を未知数として剛体パネモデルの離散化手法をもとに解くものである。結果として、コラム変位とすべり面のせん断力、垂直力が得られる他、せん断強度を与えることで従来手法と同じような斜面のすべり安全率(Fs値)が得られ、HovlandやJanbu3Dと同様、簡便な条件で解析可能となる。なお、初期モデルでのペナルティパネ λ ではあくまで力の伝達が主たる役割であり、 λ をコラム壁面、すべり面全般にわたって同じく一定に配置(垂直方向 $\lambda_n=1.0$, せん断方向, $\lambda_{sx}, \lambda_{sy}=0.5$)し弾性解として解いたものである。今回、弾性解として解くことには変わらないものの、領域毎のすべり面パネ比(Es-ratio)を変えることが出来るように工夫した。すべり方向 α は、(1)式のように領域のx方向、y方向せん断力ベクトルを集計した Dx, Dy の合力方向とした。

$$D = \sqrt{Dx^2 + Dy^2}$$

$$Dx = \int \tau_{sx} \cdot dA \quad \alpha = \tan^{-1} \left(\frac{Dy}{Dx} \right) \quad \text{----- (1)}$$

$$Dy = \int \tau_{sy} \cdot dA$$

3. 検討地すべりの概要

W地区地すべりは長軸方向約450m, 短軸方向約200mの大規模なものであり, 最初2017年5月に地すべり頭部の亀裂が発見された. 移動方向はGNSSで明確に判明しており, S17° W方向で, 最終的にトータルの移動距離は5m以上に達した (図-3). また日最大の移動速度は34cmに達した. ボーリング調査孔は18孔で, 地すべりのすべり面深度は歪計変動が明確なため, これを用いてすべり面コンターを作成し解析した. 解析には各種の三次元安定解析を用いた.

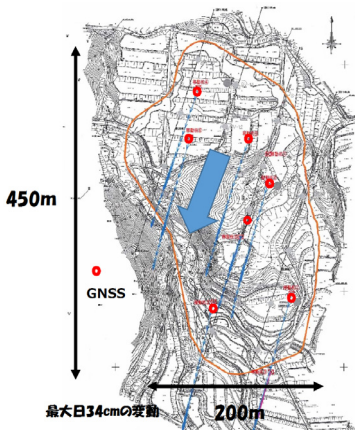


図-3 検討地概要平面図

4. 解析結果

図-4に地すべり計算領域と計算結果を示す. 1メッシュは, $dx=10m$, $dy=10m$ である. メッシュ区分は末端の領域①とそれ以外の領域②の大きく二つの領域に分けられる. このメッシュ領域①は現場では圧縮現象が著しいところで, それ以外の領域②は中立もしくは引っ張り領域である.

解析の手始めとして, まず従来のSlopeRBSM3D, Janbu3D, Hovlandの三通りについて計算した. 従来のSlopeRBSM3Dとは領域①②に等しくすべり面バネを垂直 $\lambda_n=1.0$, せん断方向 $\lambda_{sx}, \lambda_{sy}=0.5$ を与えたこととなる.

SlopeRBSM3Dの計算移動方向 α は数学座標 (X軸から反時計回り=E方向から反時計回り) で見て $\alpha=235.2^\circ$ となる. $\alpha_2=270-\alpha$ とすれば方位S(α_2)Wとなり $\alpha_2=34.8^\circ$ が得られる. 他方Janbu3D, Hovlandでは最小安全率を示す方向を計算移動方向として計算した結果, それぞれ $\alpha_2=34.8^\circ$, 35.6° となる. すなわち, いずれもほぼ 35° 前後である. これは実際の移動方向約 $\alpha_2=17^\circ$ と約 18° 乖離する.

次に, モデル概要で述べたようにバネ比を表-1のように変えて検討した. バネ比は圧縮領域①を基準として, ここをすべり面バネを垂直 $\lambda_n=1.0$, せん断方向 $\lambda_{sx}, \lambda_{sy}=0.5$ とし, 他方, 領域②についてはバネ比 (Es-ratio) を20%, 13%に低減させるケースとした. ここでEs-ratioを20%にすると, 領域②の垂直バネを $\lambda_n=0.2$, せん断バネを $\lambda_{sx}, \lambda_{sy}=0.1$ にすることである. なお, 計算された安全率Fsはすべての領域のすべり面に $c=0kN/m^2$, $\phi=10.487^\circ$ として算出されたものである. その結果, Es-ratioが20%のとき $\alpha_2=24.1^\circ$, Es-ratioが13%のとき $\alpha_2=17.2^\circ$ となった. すなわち引っ張り領域～中立領域のバネ比を末端圧縮領域に比べ相対的に低減させることで移動方向に近い結果が得られた.

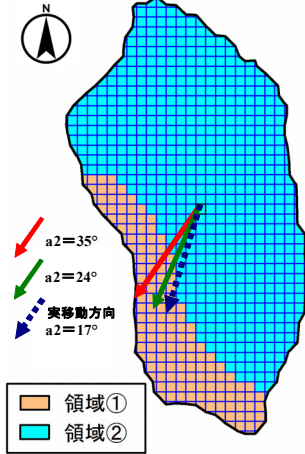


図-4 形状効果判定用モデル図

表-1 三次元安定解析の各書く諸元

method	Es-ratio	$\alpha (^\circ)$	$\alpha_2 (^\circ)$	Fs
SlopeRBSM3D	100%	235.2	34.8	1.031
	20%	245.9	24.1	1.289
	13%	252.8	17.2	1.445
Janbu3D	-	235.3	34.8	1.017
Hovland	-	234.4	35.6	0.940

($c = 0 \text{ kN} / \text{m}^2$ $\Phi = 10.487^\circ$)

5. 考察

すべり面構造が明白で移動方向も明瞭であるW地区地すべりにおいて, 従来手法の計算ではすべり移動方向を再現し得ないことがわかった. 他方, SlopeRBSM3Dを用いて圧縮領域のすべり面バネ比を増加させる (相対的な話としては, 引張～中立領域を低下させると同義) とすべり方向の再現が可能となった. 実は, 更に複雑な形状を持つある地すべり現場の解析においても同じような検証結果を得ている. 基本的に地すべりはすべり面形状に支配されて運動方向が規制されるものの, このように抵抗領域の物性もしくは破壊過程がすべり面バネを増加させている可能性も指摘される. 今後の研究課題である.

なお, 竹内則雄先生 (共著) にはこれまで多くのご教示をいただきました. ありがとうございます. またこのたび法政大学をご退官されますが, 永きにわたる学会へのご貢献や後輩・学生達へのご指導に対し敬意と感謝を申し上げます. まだまだ先生を必要とされる研究課題が沢山あると思われます. 今後とも末永くよろしくご指導ください. 先生のご健康を祈念しつつ・・・

参考文献

[1] 川井忠彦 (1991) : 離散化極限解析法概論, 培風館, 164p
[2] 濱崎英作, 竹内則雄, 大西有三 (2006) : 三次元斜面安定問題に対する簡易離散化極限解析法の開発, 地すべり, Vol.42, No.5pp.9-17
[3] 濱崎英作, 竹内則雄, 大西有三 (2012) : RBSMを用いた簡易 3 次元斜面安定解析手法の開発, 計算工学講演会論文集 Vol.17

鋼矢板岸壁の地震時挙動に関する 模型振動実験と有効応力解析

Shaking table test and effective stress analysis on dynamic behavior of sheet pile quay walls

三藤正明¹⁾, 吉田誠²⁾, 清宮理³⁾

Masaaki Mitou, Makoto Yoshida and Osamu Kiyomiya

1) 工博 株式会社五省コンサルタント 東京支店 統括技術顧問

(〒210-0015 神奈川県川崎市川崎区南町16-1 朝日生命川崎ビル, E-mail: mitou@c-gosei.com)

2) 博(工) 五洋建設株式会社 土木部門洋上風力事業本部技術部 担当部長

(〒112-8576 東京都文京区後楽2-2-8, E-mail: makoto.yoshida@mail.penta-ocean.co.jp)

3) 工博 早稲田大学 理工学術院創造理工学部社会環境工学科 名誉教授

(〒169-8555 東京都新宿区大久保3-4-1, E-mail: k9036@waseda.jp)

In order to clarify the dynamic behavior of steel sheet pile quay walls with ground anchors for seismic reinforcement, shaking table tests were conducted using an underwater shaking table. Effective stress analyses for the shaking table tests were also conducted to confirm the reproducibility of the seismic behavior. Furthermore, effective stress analyses were conducted by changing the installation position and angle of the ground anchors, and the effects on the displacement and bending moment of the steel sheet pile quay walls were examined.

Key Words : sheet pile quay wall, seismic reinforcement, shaking table test, effective stress analysis

1. はじめに

港湾分野では、大規模地震発生時における緊急物資輸送経路の確保や物流施設の事業継続の観点から、既存岸壁の耐震補強が重要課題である。グラウンドアンカー（以下、アンカーと称す）工法は耐震補強工法の一つであり、その特徴は、既施設への影響を最小限に抑えられ、経済性に優れており、防食法の開発などにより腐食環境の厳しい港湾においても適用例が増加していることである。

矢板式岸壁の耐震性に関する研究として、塩崎ら[1]は被災事例を対象に遠心模型振動実験を実施し、矢板背後地盤の液状化が大きな被災要因であることなどを明らかにし、有効応力解析による実験の再現に成功している。矢板式岸壁の有効応力解析は、その精度向上に関する研究[例えば2]が多数行われ実務で一般的に使用されている。

アンカーで補強された構造物の地震時挙動に関する研究として、山本ら[3]はアンカーを設置した斜面の振動台実験とそのFEM解析を実施し、大規模地震時にアンカー張力が過大になることなどを明らかにし、解析による実験結果の再現に成功している。

本研究では、アンカーで耐震補強効果した鋼矢板式岸壁の動的挙動を明らかにすることを目的として、大型水中振動台による模型振動実験を実施した。また、模型振動実験に関する有効応力解析を行い、実現象に対する再現性を確認した。さらに、アンカーの設置位置や設置角度を変化させた有効応力解析を実施し、鋼矢板の変位や曲げモーメントに及ぼす影響について検討を行った。

2. 検討内容

(1) 模型振動実験内容

実験対象モデルは、図-1に示すように設計震度0.2で試設計された鋼矢板式岸壁である。計画水深は-6mであり、標高-21m以深を工学的基盤と仮定し、前面鋼矢板と控え鋼矢板をタイワイヤにて結束する構造を想定した。

実験断面を図-2に、実験全景を写真-1示す。模型の縮尺は1/17とし、井合により提案されている1G場の相似則[4]を適用した。実験ケースは、表-1に示すように、耐震補強なしのCASE-1と、アンカーによる耐震補強を行うCASE-2の2ケースとした。

本実験では、砂質土および埋土に相馬硅砂5号を用い、前者は相対密度約80%の密詰め地盤、後者は相対密度約60%の液状化地盤を想定し、水中落下法にて作製した。

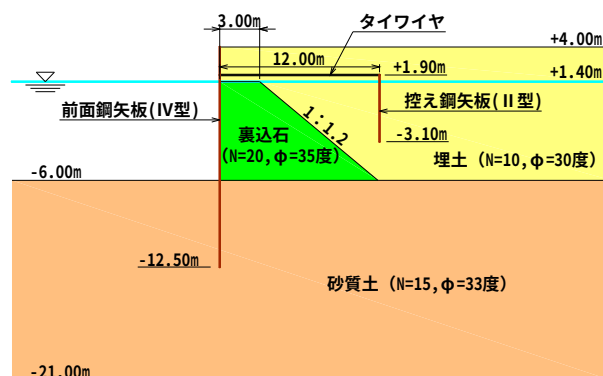


図-1 実験対象モデル

裏込石には、実際の石と概ね相似粒径となるように単粒度碎石6号を使用した。前面鋼矢板および控え鋼矢板はそれぞれ厚さ6mm、3mmの鋼板とし、図-2の紙面奥行き方向に3枚ずつ配置した。アンカーおよびタイワイヤには直径6mmの鋼棒を使用し、前面矢板1枚(幅400mm)あたり2本ずつ配置した。アンカーは、設置角度を45度とし、上端は前面鋼矢板のタイワイヤと同じ高さの位置に固定し、下端は土槽底面に固定した。なお、アンカーの配置による岸壁への影響は、有効応力解析で検討することとした。

加振装置には大型水中振動台を使用した。これは、15m×15mの大型水槽の底面の一部に直径5.5mの振動台テーブルを設置したものであり、水中に構築される構造物の模型振動実験が可能である。3次元6自由度の加振性能を有し、最大積載重量は60t、最大加速度は±2G、最大変位は±200mmである。実験土槽は、長さ2.5m、高さ1.5m、奥行き1.3mの箱型の鋼製枠を使用した。

加振波は、図-3に示すように、1995年兵庫県南部地震ポートアイランド地下-83mで観測された兵庫県南部地震波(最大加速度679Gal)とし、相似則に従い時間軸を1/8.37に圧縮したものを使用した。

図-2に示す計測器により、鋼矢板の変位(5ch)、加速度(1ch)、ひずみ(20ch)、アンカーおよびタイワイヤの張力(各2ch)、および地盤の変位(3ch)、加速度(21ch)、過剰間隙水圧(15ch)の時系列データを計測した。地表面の残留変形形状は、実験前後におけるターゲットの変位量から求めた。

(2) 有効応力解析内容

有効応力解析には解析コードFLIP[5]を用いた。FLIPは、1998年に運輸省港湾技術研究所において開発された有効応力法に基づく二次元有効応力解析プログラムである。特に液状化現象による地盤破壊現象を予測できるプログラムとして、港湾施設の解析を中心に多くの解析事例が論文等で発表されており、被災事例などの再現性が確認されている。

本解析における有限要素分割図およびアンカー配置を図-4に示す。要素の大きさは、解析で対象とする波長の1/5以下とするため、埋土および砂質土の要素高さの上限をそれぞれ0.13mおよび0.23mとした。

解析に使用したパラメータを表-2～表-5に示す。前面鋼矢板および控え鋼矢板は線形ばね要素でモデル化した。矢板と地盤との間には剥離や滑りを表現するためにジョイント要素を設定した。タイワイヤおよびアンカーは非線形ばね要素でモデル化し、圧縮力を伝達させないように圧縮側の剛性をゼロとし、引張側は線形ばねとした。地盤は多重せん断バネモデルを実装したマルチスプリング要素でモデル化した。埋土および砂質土のパラメータは、1次元土槽を用いた予備実験のシミュレーションに基づき設定した。裏込石のパラメータはせん断波速度 $V_s=300\text{m/s}$ ($\sigma'_m=98\text{kPa}$)と仮定して求めた。その他の地盤パラメータはFLIPにおける標準的な方法に基づき設定した[6]。境界条件は、実験土槽が剛土槽であることを考

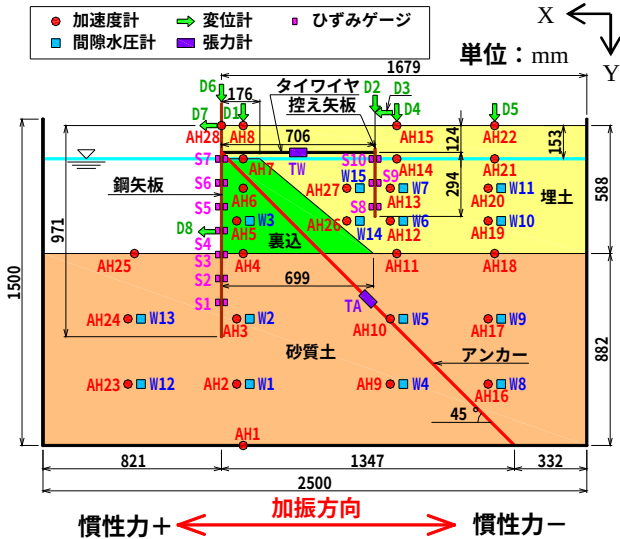


図-2 実験断面

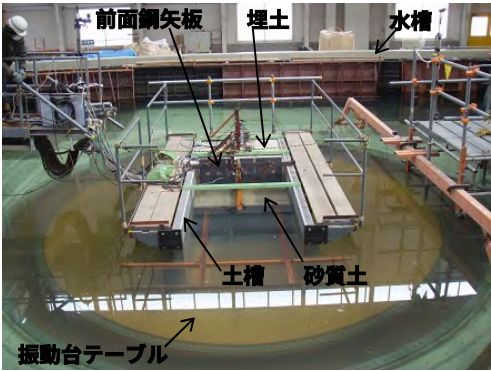


写真-1 実験全景

表-1 実験ケース

ケース	アンカー	埋土地盤	加振波
CASE-1	なし	液状化	不規則波
CASE-2	あり	(相対密度 60%)	

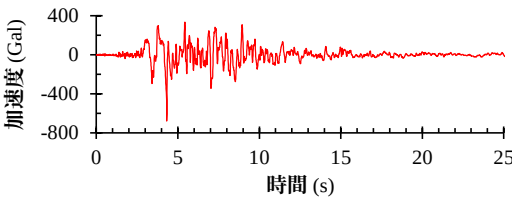


図-3 加振波 (実物スケール)

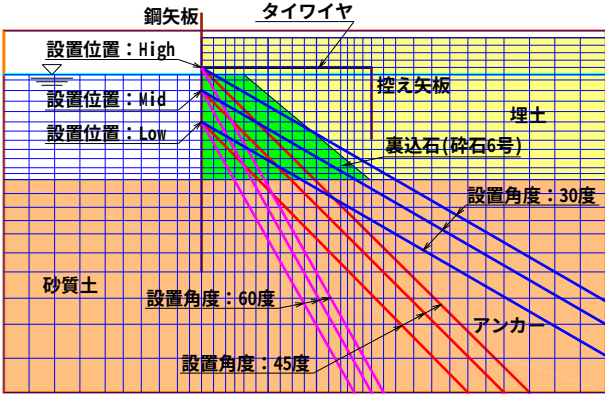


図-4 有限要素分割図およびアンカーの配置

表-2 地盤パラメータ

土層区分	動的変形特性パラメータ											液状化特性パラメータ					
	密度 ρ (t/m^3)	基準 拘束圧 σ_{ma} (kN/m^2)	せん断 弾性係数 G_{ma} (kN/m^2)	体積 弾性係数 K_{ma} (kN/m^2)	m_G	m_K	ポアソン 比 ν	間隙率 n	粘着力 c (kN/m^2)	内部 摩擦角 ϕ_i ($^\circ$)	最大 減衰定数 h_{max}	変相角 ϕ_p ($^\circ$)	S1	W1	P1	P2	C1
埋土(気中)	1.87	—	10,068	2,656	0.0	0.0	0.33	0.45	0	40.0	0.24	—	—	—	—	—	—
埋土(水中)	1.87	3.0	5,568	14,520	0.5	0.5	0.33	0.45	0	40.0	0.24	28	0.005	1.23	0.5	1	1.8
砂質土	1.91	5.2	9,805	25,569	0.5	0.5	0.33	0.45	0	40.0	0.24	28	0.005	3.64	0.5	1	1.8
裏込石	2.00	98.0	180,000	469,400	0.5	0.5	0.33	0.45	0	40.0	0.24	—	—	—	—	—	—

慮し、側面は鉛直ローラ、底面は固定境界とした。

解析方法は、初期応力状態を正確に再現するため、4段階法(初期自重解析3段階＋動的解析)を適用した[2]。アンカーは、実験条件と整合させるため動的解析時のみモデル化した。入力地震動には、模型振動実験の土槽底板(AH1)で計測された加速度時刻歴を使用した。

模型振動実験の再現解析は、アンカーなしのCASE-1とアンカーによる耐震補強を行ったCASE-2の2ケースとした。さらに、アンカーの配置が矢板の変位や曲げモーメントに及ぼす影響について検討するため、CASE-2を対象に、アンカー上端の設置位置、アンカーの設置角度を変えて解析を実施した。アンカー上端の設置位置は、図-4に示すように、最も高い「High」、最も低い「Low」、HighとLowの中間の高さの「Mid」の3箇所とした。「High」は、タイワイヤと同じ設置高さであり、模型振動実験と同じ条件である。「Low」は、砂質土地表面とHighの中間の高さである。アンカーの設置角度は、30度、45度および60度の3ケースとし、合計9ケースの解析を行った。

3. 模型振動実験の再現解析結果

(1) 時刻歴

図-5に、CASE-1(アンカーなし)とCASE-2(アンカーあり)の解析による加速度、変位、タイワイヤ・アンカー張力の時刻歴波形を実験結果と併せて示す。加速度時刻歴波形は、低周波成分について解析と実験は調和的であるが、0～1秒において高周波成分を過小評価する傾向を示している。一方、過剰間隙水圧比(W11)は、解析、実験ともに最大値が概ね1に達しており埋土の液状化を再現できているが、0～1秒において解析では過剰間隙水圧の発生が実験より早くなっている。しかし、0～1秒において矢板水平変位(D7)が解析、実験ともに発生していないことから、同時時間帯における加速度および過剰間隙水圧比の解析と実験の相違については、その影響は小さいと判断される。

前面矢板上部の水平変位(D7)によると、変位の増加傾向や、アンカーによる耐震補強を行った場合に変位が低減される様子について、解析と実験は整合する結果を示している。しかし、CASE-1での残留変位の解析値は28mmであり実験値の19mmを約5割過大評価している。また、CASE-2では解析による残留変位は4mmであり実験値の15mmを約7割過小評価している。

CASE-1では、控え矢板前面地盤の過剰間隙水圧比

表-3 鋼矢板パラメータ

構造部材	ヤング率 E (kN/m^2)	せん断剛性 G (kN/m^2)	ポアソン比 ν	断面積 A (m^2/m)	断面二次モーメント I (m^4/m)	有効せん断面積率 e_f
前面鋼矢板	2.06×10^8	7.92×10^7	0.3	0.006	1.80×10^{-8}	0.833
控え鋼矢板	2.06×10^8	7.92×10^7	0.3	0.003	2.25×10^{-9}	0.833

表-4 タイワイヤ・アンカーパラメータ

構造部材	長さ L (m)	ヤング率 E (kN/m^2)	ポアソン比 ν	断面積 A (m^2/m)	軸剛性 EA (kN/m)	軸方向バネ定数 K (kN/m/m)
タイワイヤ	0.7060	2.06×10^8	0.3	1.414×10^{-4}	2.911×10^4	4.123×10^4
アンカー	1.9049	2.06×10^8	0.3	1.414×10^{-4}	2.911×10^4	1.528×10^4

表-5 ジョイント要素パラメータ

垂直剛性 K_n (kPa)	せん断剛性 K_s (kPa)	粘着力 c_j (kPa)	内部摩擦角 ϕ_j ($^\circ$)
10^6	10^4	0	15

(W15)の解析値が実験値より大きくなる傾向を示していることから、解析では控え矢板前面地盤の液状化による顕著な剛性低下が生じて控え矢板の変位が大きくなり、その結果、前面矢板の水平変位を過小評価したと推察される。解析精度を向上させるためには、解析条件などについて今後詳細な検討が必要である。

一方、CASE-2の実験結果について、図-6の岸壁残留変位を見ると、前面矢板が沈下したことがわかる。このことから、実験では矢板の沈下に伴うアンカーの回転でアンカーが緩んだことが矢板の水平変位増加の一因になったと推測される。解析では前面矢板の沈下が考慮されていないため、矢板の水平変位を過小評価したと推察される。本解析では微小変形理論を適用しているが、今後有限変形理論を導入することにより、解析精度が向上する可能性がある。

CASE-2のタイワイヤ張力(TW)およびアンカー張力(TA)によると、タイワイヤ張力が減少するかわりにアンカー張力が増加する現象や、アンカー張力の全体的な増加傾向について解析と実験は整合する結果を示している。

しかし、解析によるアンカー張力の最大値は5.1kN/mであり、実験の4.0kN/mを2～3割過大評価している。これは、解析では前面矢板の沈下にもなうアンカーの緩みを考慮できていないことに起因すると推測される。

一方、CASE-1およびCASE-2の解析によるタイワイヤ張力は、実験結果と異なり、加振途中に大きく低下してほ

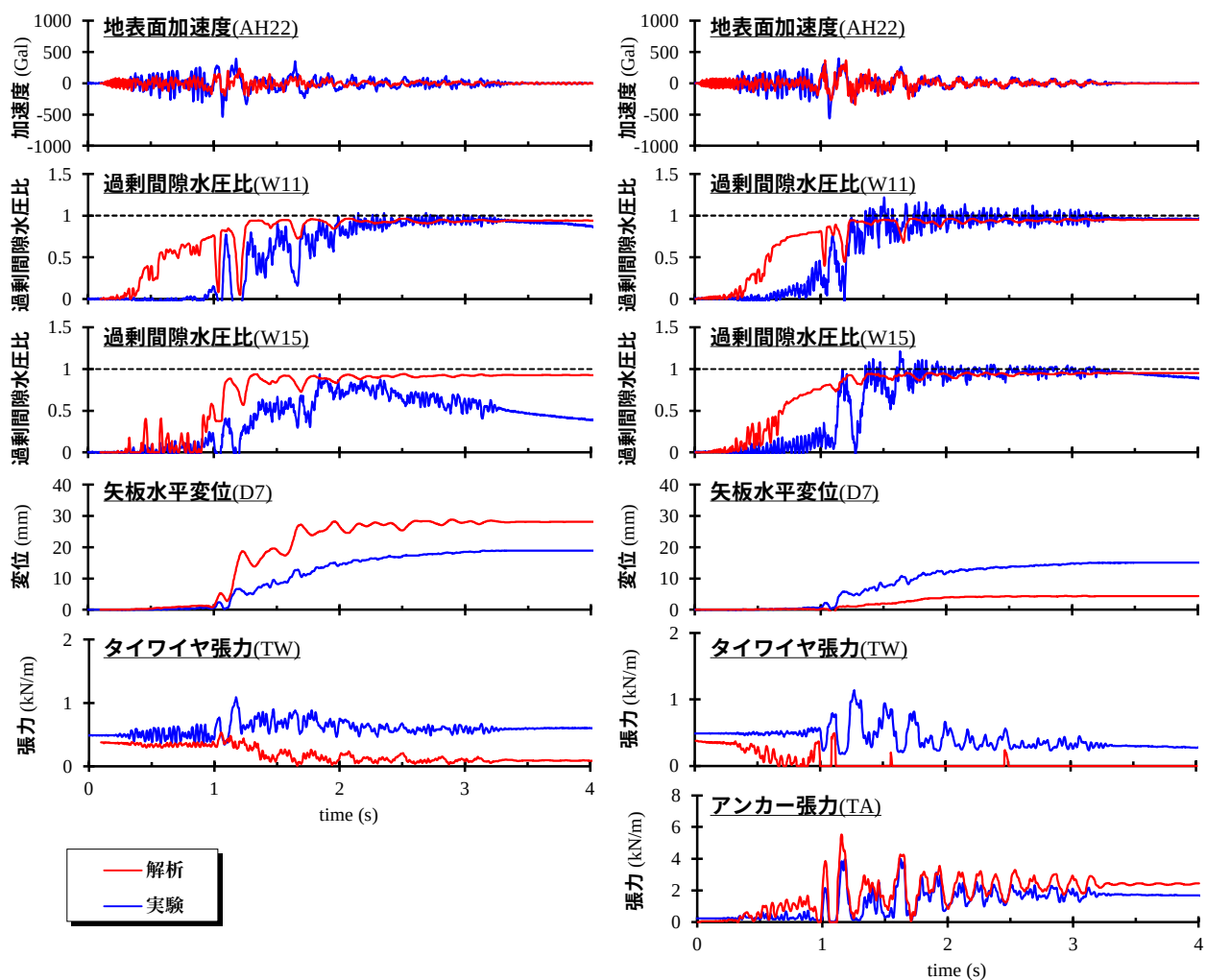


図-5 解析と実験の時刻歴波形の比較

ばゼロになっている。これは、前述のとおり解析では控え矢板前面地盤の剛性低下を大きく評価したことによると考えられる。なお、CASE-2では、前面矢板の水平変位に抵抗する力としてアンカー張力が支配的であり、タイヤ張力の解析と実験の違いが矢板変位に及ぼす影響はCASE-1と比べて小さいと推測される。

(2) 岸壁の残留変形形状および最大せん断ひずみ・過剰間隙水圧比分布

CASE-1(アンカーなし)とCASE-2(アンカーあり)の岸壁の残留変形形状および最大せん断ひずみ・過剰間隙水圧比分布の解析結果を図-7に示す。CASE-1の解析結果によると、前面矢板全体が前面側に倒れる変形が卓越しており、図-6の実験結果と異なる変形モードを示している。これは、解析ではタイヤ張力を過小評価したため、前面矢板の変位を拘束する力が低下したことが原因であると推察される。CASE-2では前面矢板が中央付近ではらむように変形しており実験結果と整合している。

過剰間隙水圧比分布によると、埋土は全域で液化化しており、控え矢板周辺地盤のせん断剛性・強度が著しく低下したことが伺える。このため、CASE-1では控え矢板が岸壁前面側に大きく変位しており、周辺地盤に10%程度のひずみが発生している。CASE-2では前面矢板の根入れ

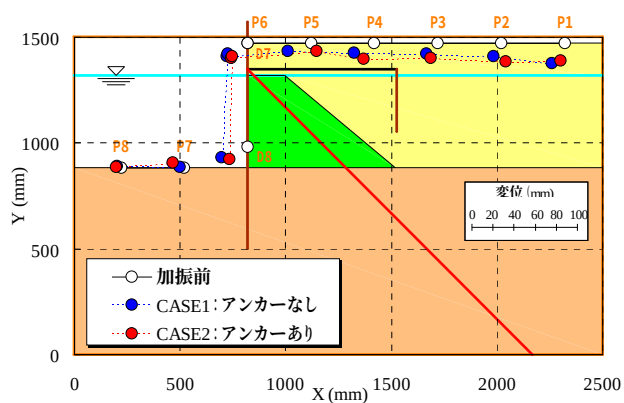
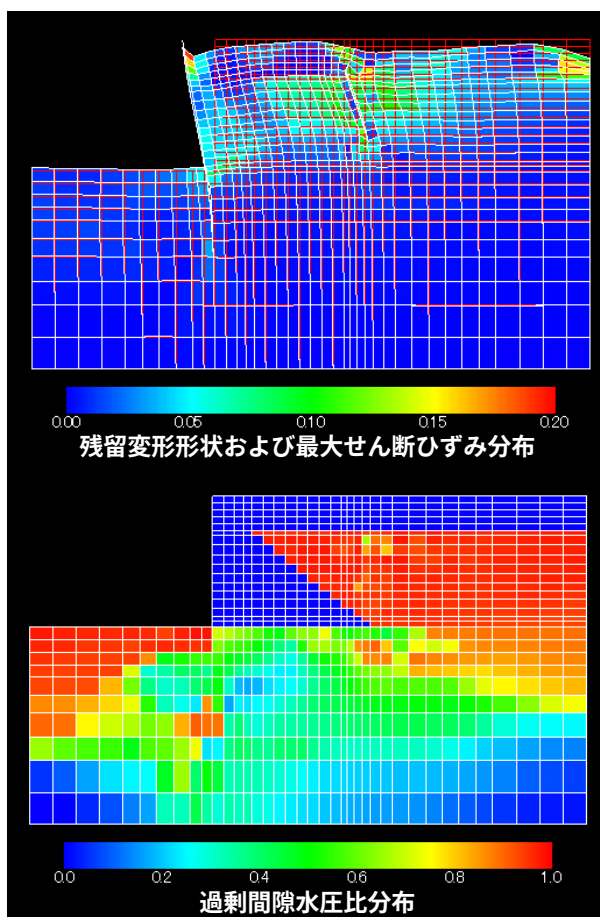


図-6 実験による岸壁の残留変形形状

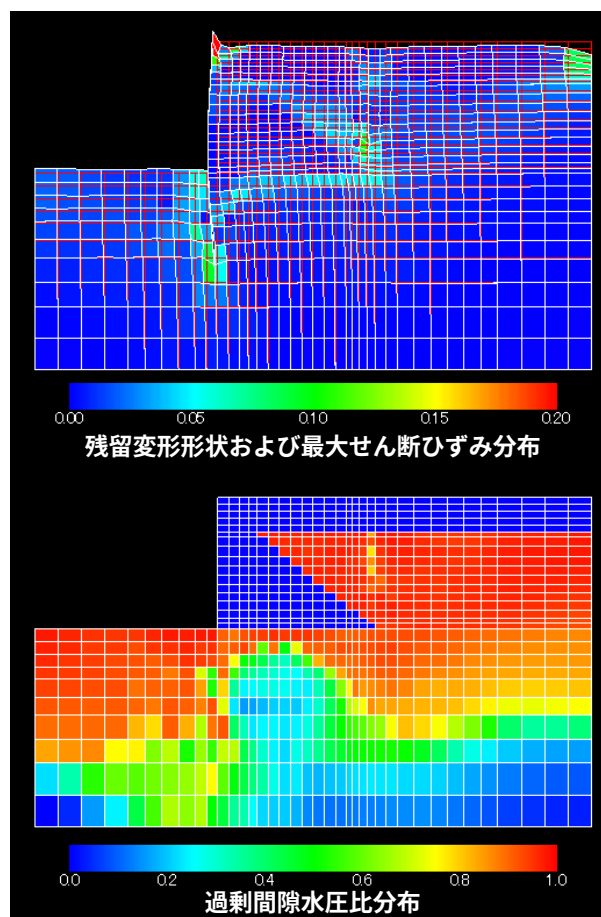
部分で砂質土の過剰間隙水圧比が1に近い値を示しており、砂質土が著しく軟化している。このため、前面矢板中央付近が前面側へ変位し、周辺地盤に10%～15%のひずみが生じている。

(3) 前面矢板の曲げモーメント分布

図-7に、CASE-1(アンカーなし)とCASE-2(アンカーあり)の解析による前面矢板の曲げモーメント分布を実験結果と併せて示す。アンカーで耐震補強したCASE-2の曲げ



(a) アンカーなし



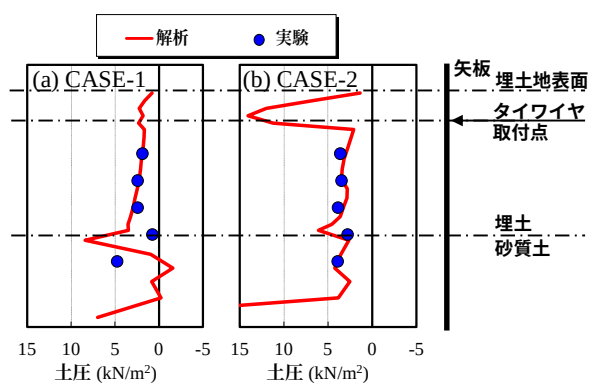
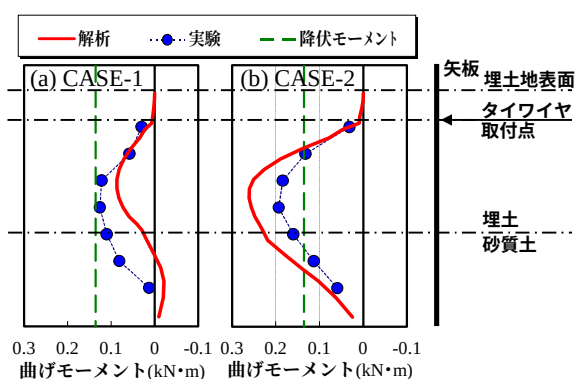
(b) アンカーあり

図-6 岸壁の残留変形形状（変位倍率 5 倍），最大せん断ひずみ分布および過剰間隙水圧比分布の解析結果

モーメントがCASE-1と比較して大きくなり降伏モーメントを上回っている様子について，解析と実験は整合する結果を示している。しかし，CASE-1での曲げモーメント最大値は，解析では $0.09 \text{ kN}\cdot\text{m}$ であり，実験の $0.13 \text{ kN}\cdot\text{m}$ を約3割過小評価している。また，CASE-2では解析による曲げモーメント最大値は $0.26 \text{ kN}\cdot\text{m}$ であり，実験の $0.19 \text{ kN}\cdot\text{m}$ を約4割過大評価している。これは，CASE-1の解析ではタイワイヤ張力による矢板の変位拘束力が小さかったこと，CASE-2ではアンカー張力による拘束力が大きかったことに起因すると推測される。

(4) 前面矢板に作用する土圧増分分布

図-7に，前面矢板に作用する土圧の最大値分布の解析と実験の比較を示す。なお，実験での土圧分布は，前面矢板のひずみゲージから求めた各曲げモーメントをそれぞれ線形近似し，その傾きからせん断力分布を求め，さらに各せん断力をそれぞれ線形近似し，その傾きから算出した。解析による前面矢板根入れ部分の土圧は，前面側と背面側の土圧の差分とした。同図によると，タイワイヤ取付点から砂質土までの土圧は一樣あるいは三角形に近い分布を示しており，土圧の分布形状および値は解析と実験で整合する結果を示している。解析結果によると，CASE-2のタイワイヤ取付点において，アンカー張力の反力として大きな土圧が生じていることがわかる。



4. アンカーの配置に関する解析結果

アンカーの配置に関する解析結果として、図-9、10に前面矢板の残留水平変位分布および曲げモーメント最大値分布を、図-11にアンカーの配置とアンカー張力の関係を示す。アンカー上端の設置位置が高いほど矢板は中央付近ではらむ変形モードを示す。設置位置が低くなるとはらみ出しが抑えられて前面側に倒れながら反るモードに移行するとともに曲げモーメントが小さくなる。設置位置による最大変位の違いはわずかである。一方、アンカーの設置角度が小さいほど前面矢板の水平変位は小さくなるが、曲げモーメントは増加することがわかる。

図-11によると、アンカー設置位置や設置角度がアンカー張力に及ぼす影響は小さく、両者の相関性は低いと判断される。

アンカーの設置位置を低くすると設置作業が水中になり、設置角度を小さくするとアンカー長が長くなるため、構造的な安全性だけでなく施工性および経済性も考慮してアンカーの最適配置を決定する必要がある。

5. まとめ

グラウンドアンカーで耐震補強した鋼矢板式岸壁の動的挙動を明らかにすることを目的として、大型水中振動台による模型振動実験を実施した。また、模型振動実験に関する有効応力解析を行い、実現象に対する再現性を確認した。さらに、アンカーの設置位置や設置角度を変えて有効応力解析を行い、アンカーの設置位置や設置角度を変化させた有効応力解析を実施し、鋼矢板の変位や曲げモーメントに及ぼす影響について検討を行った。

模型振動実験の再現解析を実施した結果、控え矢板前面地盤の過剰間隙水圧やタイワイヤ張力などについて実験結果と異なる点はあるものの、岸壁の動的挙動や背後地盤の液状化、アンカーによる補強効果について、解析と実験は整合する結果を示しており、本解析手法によりアンカーで耐震補強した鋼矢板式岸壁の動的挙動を概ね評価することができた。

アンカーの配置に関する解析を実施した結果、アンカー上端の設置位置によって矢板の変形モードが異なり、設置位置が低いほど曲げモーメントが小さくなることが示された。一方、設置角度が小さいほど水平変位は小さくなるが、逆に曲げモーメントは増加する傾向を示した。アンカーの最適配置は、構造的な安全性だけでなく施工性および経済性も考慮して決定する必要がある。

謝辞：本研究は早稲田大学、五洋建設(株)、東亜建設工業(株)、東洋建設(株)の4機関による産学共同研究の一部として実施したものです。ここに記して御礼申し上げます。

参考文献

- [1] 塩崎楨郎，菅野高弘，小濱英司：矢板式係船岸の耐震性に関する実験および解析，海洋開発論文集，第20巻，pp.131-136，2004。

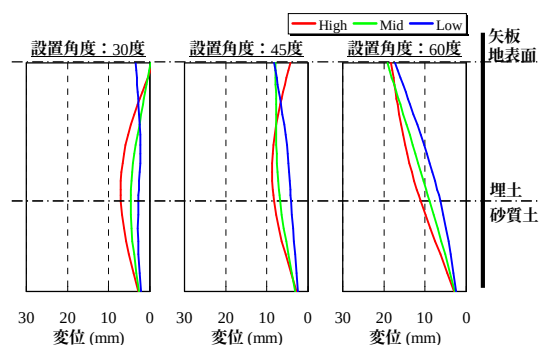


図-9 前面矢板の残留水平変位分布

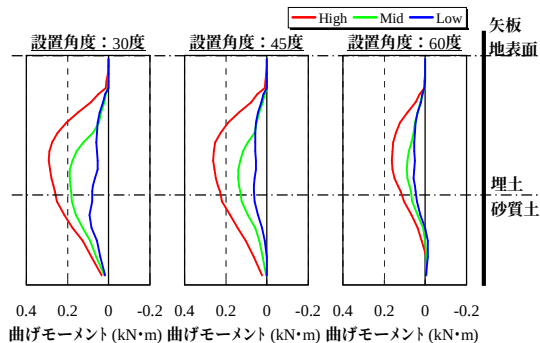


図-10 前面矢板の曲げモーメント最大値分布

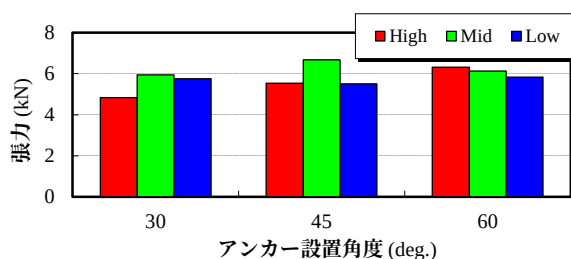


図-11 アンカーの配置とアンカー張力の関係

- [2] 井合進，三輪滋，小堤治，溜幸生，山本裕司，森浩章：地盤の初期応力条件が矢板式岸壁の地震時挙動に与える影響の解析的検討，第26回地震工学研究発表会講演論文集，pp.809-812，2001。
- [3] 山本彰，鳥井原誠：グラウンドアンカーの耐震対策に関する研究：土木学会論文集，No.736／III-63，pp.153-166，1993。
- [4] Susumu IAI：Similitude for Shaking Table Tests on Soil-Structure-Fluid Model in 1g Gravitational Field, Report of the Port and Harbour Research Institute, Vol.27, No.3, 1988。
- [5] Susumu IAI, Yasuo Matsunaga, and Tomohiro Kameoka：ANALYSIS OF UNDRAINED CYCLIC BEHAVIOR OF SAND UNDER ANISOTROPIC CONSOLIDATION, SOILS AND FOUNDATIONS, Vol.32, No.2, pp.16-20, 1992。
- [6] 森田年一，井合進，Hanlong Liu，一井康二，佐藤幸博：液状化による構造物被害予測プログラムFLIPにおいて必要な各種パラメタの簡易設定法，港湾技研資料，No.869，1997。

OS02 工学シミュレーションと環境デザイン（竹内則雄教授70歳記念セッション）

[D-13] OS02 工学シミュレーションと環境デザイン（竹内則雄教授70歳記念セッション）（4）

座長: 檜山 和男(中央大学)

Fri. Jun 2, 2023 3:00 PM - 4:15 PM Room D (2F Conference Room 201B)

[D-13-01] 割れ目の水圧を考慮した DDAによる不連続性岩盤の解析

*三木 茂¹、大西 有三²、佐々木 猛³（1. 基礎地盤コンサルタンツ株式会社、2. 京都大学名誉教授、3. サンコーコンサルタント株式会社）

3:00 PM - 3:15 PM

[D-13-02] 三次元 HPM四面体要素の導入とコンクリートのひび割れ解析への適用性検討

*上林 厚志¹、藤原 良博²、塩見 忠彦²、竹内 則雄³（1. 株式会社竹中工務店、2. 株式会社マインド、3. 法政大学）

3:15 PM - 3:30 PM

[D-13-03] マニホールド法による二酸化炭素貯留サイトの流体-変形連成弾塑性地震応答解析

*佐々木 猛¹、堀川 滋雄¹、楠瀬 勤一郎²、橋本 涼太³（1. サンコーコンサルタント株式会社、2. 産業技術総合研究所、3. 京都大学）

3:30 PM - 3:45 PM

[D-13-04] (キーノート講演)災害シミュレーションと計算工学 ー固体・流体・避難シミュレーションの方法ー

*竹内 則雄¹（1. 法政大学）

3:45 PM - 4:15 PM

割れ目の水圧を考慮した DDAによる不連続性岩盤の解析

Analyses of Discontinuous Rock Mass by DDA
Implemented Water Pressure along Joints

三木茂¹⁾, 大西有三²⁾, 佐々木猛³⁾

Shigeru Miki, Yuzo Ohnishi and Takeshi Sasaki

- 1) 博(工) 基礎地盤コンサルタンツ(株) (〒136-8577 東京都江東区亀戸1-5-7, E-mail: miki.shigeru@kiso.co.jp)
2) Ph.D. 工博 京都大学名誉教授 (〒662-0099 西宮市剣谷町12-15, E-mail: o-yuzo@gaia.eonet.ne.jp)
3) 工博 サンコーコンサルタンツ(株) (〒136-8522 東京都江東区亀戸1-8-9, E-mail: sasakit@suncoh.co.jp)

The interaction between a rock joint and water strongly influences on the stability of rock structures. For example, Malpasset dam in France collapsed in 1959 because the foundation rocks were washed away due to high water pressure in the joints. This study proposes a coupled Discontinuous Deformation Analysis (DDA) and Moving Particle Semi-implicit (MPS) method to solve complex solid and fluid interaction problems. The interaction of two methods is achieved exchanging the configuration of solids and the water pressure in the process of alternate calculation. The developed code was applied to the analysis of dam foundation and rock slope, and the results show its potential abilities for the application to rock engineering problems.

Key Words : *Discontinuous Deformation Analysis, Moving Particle Semi-implicit, Water pressure*

1. はじめに

岩盤および岩盤上の構造物の安定性は、割れ目中の地下水の流れや水圧に大きく影響される。また、解析的なアプローチも行われている。例えば、極限平衡解析において、すべり面の摩擦角と粘着力から斜面の安全率を評価する場合、すべり面に作用する水圧分布を仮定して安全率が評価される。しかし、極限平衡法では水圧の時間変化や岩塊のすべりに伴う水圧変化を考慮した解析は困難である。一方、岩塊の動的な運動を扱うことができる個別要素法 (DEM) [1]や不連続変形法 (DDA) [2]についても、いくつかの試みがなされてきたが、地下水の流れと水圧の変化を直接的に組み入れた解析は少ない。著者らは、岩盤の固体部の挙動をDDAで解き、DDAブロック間の水の流れを粒子法のMPS[3]で解き、両者を結合する解析を試み、土石流の解析に適用した[4]。ここでは、この解析方法をダム基礎岩盤と岩盤すべりの問題に適用した。割れ目の水圧がダム基礎岩盤や岩盤すべりの安定性に大きく影響する結果となり、定性的であるが実現象と整合する結果が得られた。

2. 解析方法

(1) 不連続変形法 (DDA)

本報告では、岩盤の固体部の解析にDDAを用いている。DDAは、Shi[2]により考案された解析方法であり、多角形ブロックの接触、分離を扱うことができる。DDAでは、式(1)に示す運動方程式からエネルギー最小化原理により釣り合い方程式を組み立て、変位をもとめる。

$$M\ddot{D} + C\dot{D} + KD = F \quad (1)$$

ここで、 M : 質量マトリックス、 C : 減衰マトリックス、 K : 剛性マトリックス、 F : 外力ベクトルである。また、 D : ブロック重心における変位、 $\dot{D}$: D の1階の時間微分、 $\ddot{D}$: D の2階の時間微分である。ブロック重心における変位は、

$$D = (u_0 \quad v_0 \quad r_0 \quad \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \gamma_{xy})^T \quad (2)$$

の成分を持ち、 (u_0, v_0) は剛体変位、 r_0 は剛体回転、 ε_x および ε_y は x 方向および y 方向の鉛直ひずみ、 γ_{xy} はせん断ひずみである。解析対象全体のエネルギー Π_{sys} は、

$$\Pi_{sys} = \sum_i \Pi_i^B + \sum_i \sum_j \Pi_{ij}^{Pl} \quad (3)$$

となり、右辺の第1項は各ブロックに対するポテンシャルエネルギーであり、第2項はブロック i と j の接触に関するポテンシャルエネルギーである。ブロックの変位は、このポテンシャルエネルギーを最小化して剛性マトリックスを導き、連立方程式を解くことにより求める。

(2) 粒子法 (MPS)

岩盤中の割れ目に作用する水圧を求めるため、本報告では、粒子法の一つであるMPSを用いた。MPSでは、支配

方程式であるNavier-Stokes方程式を陽的および陰的に解く．Navier-Stokes方程式は、

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \frac{1}{\rho} \nabla P + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F} \quad (4)$$

で示され、 $\mathbf{u}$ ：は流速ベクトル、 ρ ：密度、 P ：圧力、 μ ：粘性係数、および $\mathbf{F}$ ：は外力である．また、 D/Dt はLagrange微分を表す．式(4)において、右辺の第1項は圧力勾配項であり、右辺の第2項は粘性項である．MPSでは、粘性項と外力項を陽的に解き、圧力勾配項を陰的に解く半陰解法である．なお、解析プログラム作成に際して、越塚ら[5]により公開されたMPS解析プログラムを利用した．

(3) DDAブロックのモデル化

岩盤固体部の透水性は低いことから、DDAブロック内部にはMPS水粒子は侵入しない条件で解析モデルの作成を行う．この条件は、DDAブロック内に粒子法における壁粒子を配置することで簡単に実現できる．ただし、DDAブロック内の壁粒子は、DDAブロックの移動とともに移動する．一方、接触しているブロック間を水粒子が通過することができず、割れ目を流れる水や水圧を表現することができない課題がある．そこで、図-1に示すようにDDAブロック内に配置する壁粒子を、ブロック外周より内部に配置することにより、水粒子が通過できる人為的な間隙を設け、割れ目内の水の影響を考慮することができるようにしている．

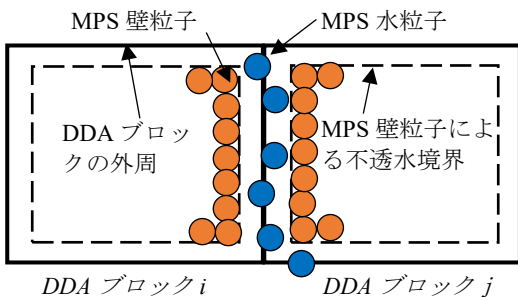


図-1 DDAブロックのモデル化

(4) DDAブロックへの水圧

DDAブロック周囲を流れる水粒子からDDAブロックへの作用は水圧で考慮し、ブロック表面に対して垂直方向に作用する線分布荷重として扱う（図-2）．ここでは、ブロック内部の壁粒子表面の計算ポイントにおいて、影響圏内に位置する水粒子の水圧を補間し、計算ポイントに作用するものとする．

(5) 連成解析の方法

連成解析は、MPSとDDAについて、交互に解析を行うことで実施する（図-3）．MPSで求めた水圧を前述のようにDDAブロックに作用させる．その結果、DDAブロックの運動に変化が生じ、水粒子の流路に変化が生じるこ

となる．これにより水圧や流速に変化が生じることになる．この操作を繰り返す行することで連成解析を進めている．その際、MPS水粒子とDDAブロック内に配置した壁粒子との過剰な重なりををさけるため、時間ステップ間隔は、十分小さくしておく必要がある．

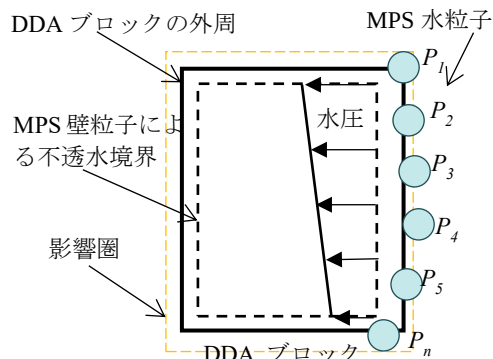


図-2 MPS水粒子からDDAブロックへの作用

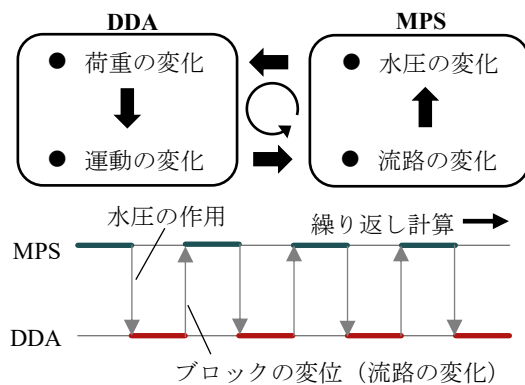


図-3 連成解析の方法

なお、連成解析を行う場合、DDAにおいてはブロック間の接触力を作用させておく必要がある．また、MPSにおいては、流速あるいは水圧を設定しておく必要がある．そこで、初期状態を求める解析としてそれぞれ単独で粒子法解析および不連続変形法解析を実施し、解析後、重ね合わせ、その後、連成解析を実行する方法を用いている．重ね合わせる際、DDAブロックと重なる水粒子は削除し、DDAブロック内に壁粒子を設定する．また、設定した壁粒子は、DDAブロックの速度と同じ速度を持つようにした．これにより、ブロック間の接触力、ブロック周囲の流速および水圧の設定を行う．

3. 解析例

ダム湛水時、水圧により不安定化する岩盤すべりとダム基礎岩盤についてモデル解析を行った．

(1) 岩盤すべり

MPSで求めた水圧が、DDAブロック間の割れ目に作用した場合の効果を確認するため、岩盤すべりに関するモデル解析を行った．図-4に解析モデルを示す．モデルは湛水池に対して流れ盤となる構造であり、すべり面の傾

斜角は3～50°である．また，斜面の高さは湛水池底面から90mである．DDAブロックの総数は66である．

解析は，設定湛水高さ0～50mに変化させた場合と，ブロック間のすべり摩擦角22～43°に変化させた場合について行った．解析に用いたDDAブロックの物性値とパラメータを表-1に，MPS流体部の物性値とパラメータを表-2に示す．DDAブロック間の人為的な間隙の幅は，概ね水粒子径(1m)の2倍とした．

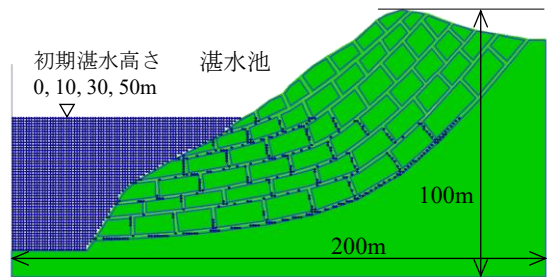


図-4 解析モデル

表-1 DDAブロックの物性値と解析パラメータ

物性値とパラメータ		値
変形係数 (N/m ²)		1.0×10 ⁹
ポアソン比		0.3
個体部の密度 (kg/m ³)		2500
不連続面の摩擦角 (度)		43-22
不連続面の粘着力 (N/m ²)		0.0
ペナルティバネ係数 (N/m)	鉛直方向	1.0×10 ⁹
	せん断方向	1.0×10 ⁸
最大時間ステップ間隔 (s)		0.001, 0.005
繰り返し計算回数(回)	初期状態	1000
	連成時	4000-10000

表-2 MPS流体部の物性値と解析パラメータ

物性値とパラメータ		値
初期粒子間距離 (m)		1.0
水の密度 (kg/m ³)		1000
水の動粘性係数 (m ² /s)		1.0×10 ⁻⁶
水の圧縮率 (1/Pa)		0.45×10 ⁻⁷
重力加速度 (m/s ²)		-9.8
最大時間ステップ間隔(s)		0.001, 0.005
繰り返し計算回数(回)	初期状態	0
	連成時	4000-10000

解析に際しては，まず，DDAブロック間の接触力を初期設定するための解析（繰り返し計算回数1000回）を行い，解析終了後，湛水池とブロック間の割れ目に水粒子を配置した．このとき，水粒子の初期速度は0m/s，初期水圧は0.0Paとした．その後，DDAとMPSの連成解析を行った．繰り返し計算回数は5000～10000回とした．厳密ではないが，解析の進行に伴いDDAブロックに徐々に水圧が作用する解析となっている．

図-5は，ブロック間のすべり摩擦角を43°の場合について，連成時繰り返し計算回数4000回目のブロックの変位を示したものである．すべり摩擦角が43°の場合，ブロックが崩落するには至っていないが，湛水高さが増すにつれて，ブロックの変位は増加する結果となっている．

図-6は，設定湛水高さが50m場合について，すべり摩擦角を変化させたときのブロックの変位を示したものである．すべり摩擦角が30°以上の場合，湛水も有無にかかわらずブロックは変位するが斜面が崩壊することはなかった．すべり摩擦角が25°の場合，図には示していないが，湛水がない場合，斜面が崩壊することはなかったが，湛水がある場合，ブロックは大きく変位し斜面は崩壊した．また，すべり摩擦角が22°の場合，湛水の有無にかかわらず，斜面は崩壊する結果となった．

図-5および図-6に示した結果は，解析過程においてDDAブロック間の割れ目に適切に水圧が作用していることを示している．また，一般的な水位と斜面の安定性の関係に整合する結果であるといえる．

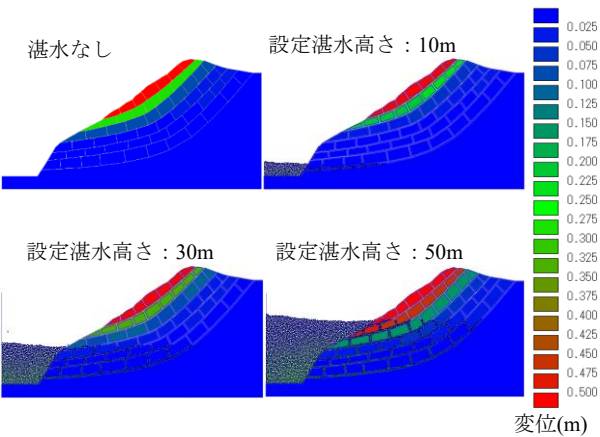


図-5 解析結果（摩擦角 43°，4000 回後）

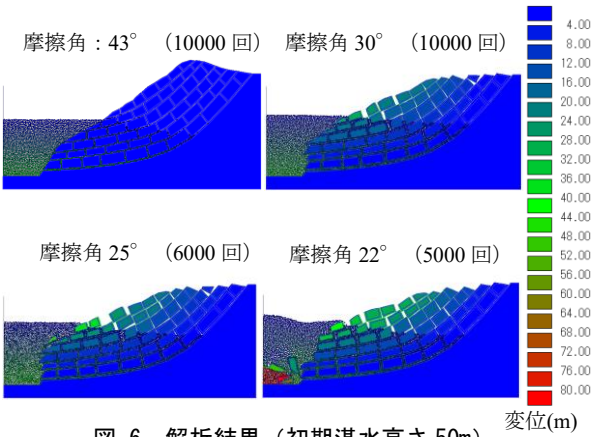


図-6 解析結果（初期湛水高さ 50m）

(2) ダム基礎岩盤

ダム基礎岩盤に対する解析例は，マルパッセダムの崩壊を再現するものとした[6]．フランスのマルパッセダムは，1959年に崩壊し，多数の犠牲者を出した[7]．崩壊のメカニズムは，ダム下流側岩盤において，ダムの湛水に伴

い下流側に傾斜した片理に沿った応力が集中し、その部分の透水係数が低下、そこに作用する水圧（揚圧力）によりダム下流側の断層に沿ったクサビ状の岩盤が崩壊するに至ったとされている[8, 9].

解析モデルは、文献[8, 9]を参考にして作成した．図-7に解析モデルを示す．図において、右側に傾斜したジョイントが片理に相当し、片理と直交方向に割れ目を設定した．また、図中の赤線は断層である．ダム堤体は単一のブロックでモデル化した．実際のマルパッセダムはアーチ式ダムであり、堤体幅はモデルより薄い．DDAブロックの総数は66である．

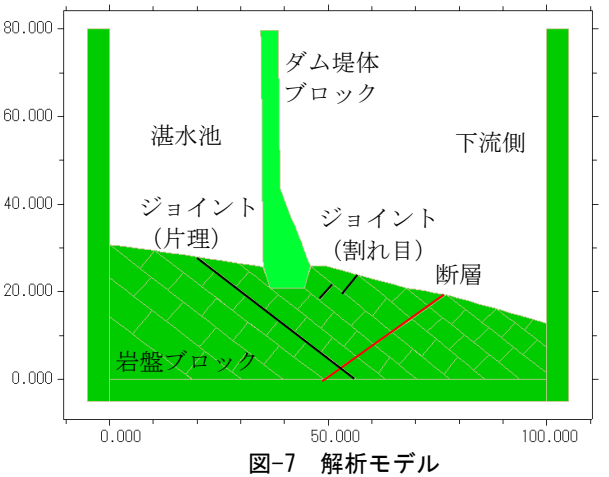


図-7 解析モデル

ここで用いた解析方法では、応力の変化による透水係数の変化を適切に表現できないので、3ケースに分けて解析を行った．表-3に解析ケースの概要を、図-8に初期状態における粒子法水粒子の配置状況を示す．

ケース1は、湛水池につながった片理に沿って、水粒子の流動が可能であり、初期状態では断層および片理に直交する割れ目に沿った水粒子の流動ができないケースである．これは、片理に沿った水圧の発生を考慮したものである．また、ケース1については、設定湛水高さを変化させた解析を行った．

表-3 解析ケース

解析ケース	解析条件
ケース 1	片理に沿って水粒子の流動は可能．水圧は片理の鉛直方向に作用．断層および割れ目には、初期状態で水粒子が流動できる間隙をブロック間に設定せず
ケース 2	断層の左側では、片理、割れ目および断層に沿って水粒子の流動が可能．ただし、ダム下流側の地表面にはつながっていない．水粒子は断層をまたいだ流動はできない
ケース 3	ケース 2に近い条件であるが、ダム下流側で断層および割れ目に沿って水が漏れる条件

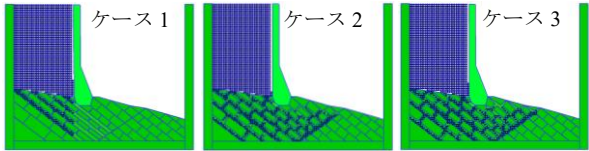


図-8 解析ケース

ケース2は、片理および片理に直交する割れ目、断層に沿って水粒子は流動できるが、ダム下流側地表面付近で水粒子の流動が止められているケースである．ケース3は、ケース2において、ダム下流側地表面付近で水粒子が地表面に漏れ出すことが可能としたケースである．

表-3に岩盤およびダム躯体の物性値と解析パラメータを示す．また、表-4には流体部の物性値と解析パラメータを示す．DDAブロック間の人為的な間隙の幅は、概ね水粒子径(1m)の2～3倍とした．

表-3 DDAブロックの物性値と解析パラメータ

物性値とパラメータ		値
変形係数(N/m ²)	岩盤	0.7×10 ⁹
	ダム	30.0×10 ⁹
ポアソン比	岩盤	0.3
	ダム	0.2
密度(kg/m ³)	岩盤	2800
	ダム	2340
不連続面の摩擦角(度)	断層	10
	ジョイント	20
不連続面の粘着力(N/m ²)	断層	0.0
	ジョイント	0.0
ペナルティバネ係数(N/m)	鉛直方向	1.0×10 ⁸
	せん断方向	1.0×10 ⁷
最大時間ステップ間隔(s)		0.005
繰り返し計算回数	初期状態	1000
	連成時	10000-20000

表-4 MPS流体部の物性値と解析パラメータ

物性値とパラメータ		値
初期粒子間距離(m)		1.0
水の密度(kg/m ³)		1000
水の動粘性係数(m ² /s)		1.0×10 ⁻⁶
水の圧縮率(1/Pa)		0.45×10 ⁻⁷
重力加速度(m/s ²)		-9.8
最大時間ステップ間隔(s)		0.005
繰り返し計算回数	初期状態	0
	連成時	10000-20000

解析に際しては、岩盤すべりの解析例と同様、まず、DDAブロック間の接触力を初期設定するための解析（繰り返し計算回数1000回）を行い、解析終了後、湛水池とプ

ロック間の割れ目に水粒子を配置した。このとき、水粒子の初期速度は0m/s、初期水圧は0.0Paとした。その後、DDAとMPSの連成解析を行った。繰り返し計算回数は10000～20000回とした。繰り返しの進行に伴いDDAブロックに徐々に水圧が作用する解析であり、厳密ではないが、徐々に湛水池の水位が上昇することを模した解析とした。

設定湛水高さ50mの場合について、湛水後（連成解析3000回後、崩壊前）の応力分布を図-9に示す。ケース1では、ダム基礎部から下流側（右側）にかけて、片理に沿った方向に応力が集中する傾向が見られる。ケース2、ケース3においてもケース1と同様であるが、片理方向の応力集中が緩和される傾向が見られ、ケース3では湛水前の応力分布に近づいている。湛水後の応力分布は、解析ケースで変化しており、ダム湛水部からダム下流側の地表面に漏水しやすい条件になるほど、湛水前の応力状態に近づく傾向があるといえる。

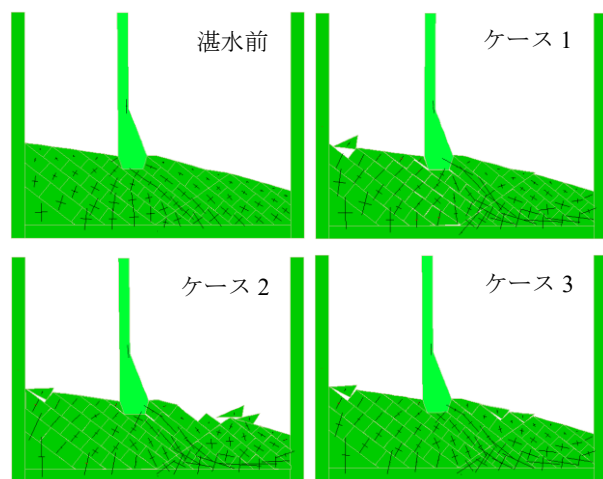


図-9 湛水後の応力分布

図-10に、設定湛水高さ50mの場合について、ブロックの変位を示す。ケース1では、ダム前面の岩盤が押し上げられ、繰り返し計算10000回では、ダム基礎からダム前面のブロックが下流側に押し出され、ダムは崩壊する結果となった。ダム躯体ブロックの変位は、繰り返し計算4000回ぐらいまでは下流側に変位しているが、ダム前面のブロックの変位がおおきくなると、上流側に倒れる変位に変化している。片理沿いに作用した揚水圧によりダム基礎部からダム前面のクサビ状の岩盤が押し出された形態でダムが崩壊することを示している。

ケース2では、繰り返し計算1500回以降、断層より上流側地表面の2個のブロックが押し出されるように変位して、水粒子が流出している。しかし、ダムの崩壊には至っていない。ケース3では、繰り返し計算2000回には水粒子は地表面に流出しているが、断層より上流側地表面の2個のブロックは押し出されていない。また、ダムの崩壊は見られない。なお、ケース2と3は、水粒子の下流側への流出

に伴い、湛水池の水位は低下している。水粒子が流出したため片理に沿った水圧が低下したことにより、ダムは崩壊しなかったと推定される。

図-11に、ケース1について、設定湛水高さを40～50mに変化させた解析結果を示す。設定湛水高さ45mの解析では、ダムは崩壊する結果となっており、崩壊形態は設定湛水高さ50mの解析結果と同じである。一方、設定湛水高さ40mの場合、ダム下流側の岩盤が若干隆起するが、ダムが崩壊するには至っていない。

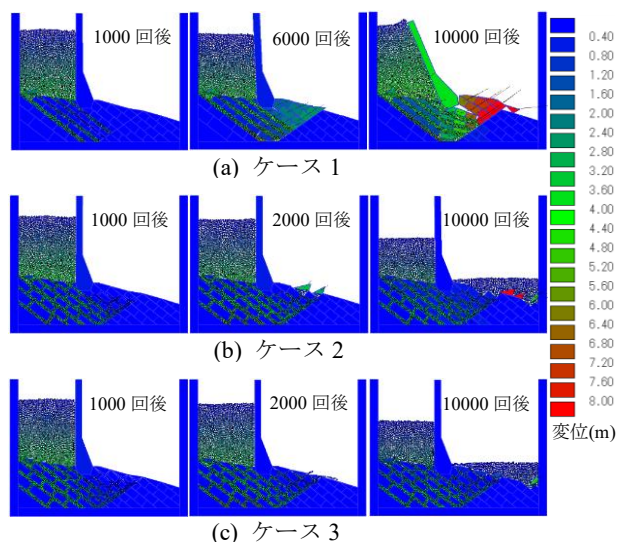


図-10 ブロックの変位（設定湛水高さ 50m）

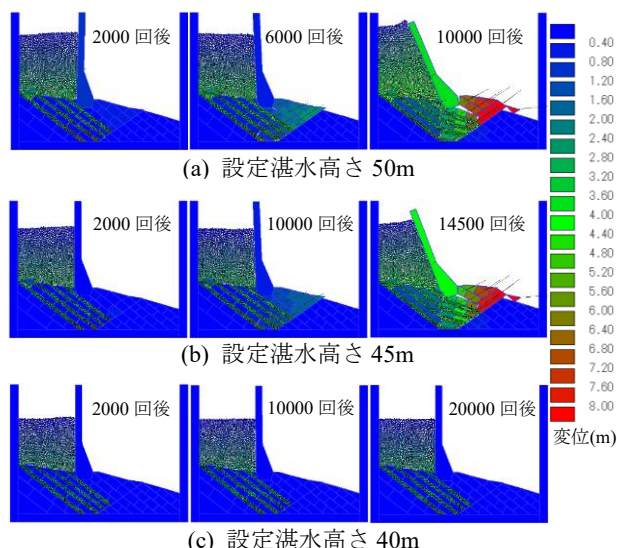


図-11 ブロックの変位（ケース 1）

マルパッセダムは、ダム基礎岩盤とともにねじれるようにダム躯体も破壊している。実際のマルパッセダムはアーチ式ダムであるが、本解析例は二次元断面における解析結果であり、ダムを単一ブロックとしてモデル化している。このことから、ダム湛水水位の上昇に伴うダム躯体の変形や崩壊形態は実際と若干異なる。しかし、片理に

沿った揚水圧によるダム基礎岩盤の崩壊は再現できたと考えられる。

4. まとめと課題

著者らは、岩盤の不連続面に作用する水圧を考慮した解析を行うため、DDA と粒子法 MPS を連成させる解析を試みた。また、その解析方法の妥当性を確認するため、岩盤すべりとダム基礎岩盤の安定性についてモデル解析を行った。モデル解析結果は、定性的であるが、実現象と整合的であり、実現象を再現できる可能性を示唆するものと考えられる。

解析においては、不連続面に水圧を作用させるために、粒子法の水粒子の流動が可能となる人為的な間隙をDDAブロック間に設定している。この間隙の幅は、水粒子の流動性に大きく影響する。また、解析に用いる水粒子の大きさに合わせて設定しなければならない。

今後の課題として、ここで示した解析方法が、定量的に実現象を再現できるかを確認する必要がある。実際の適用に際しては、不連続面の透水性と人為的な間隙の幅、水粒子径との関係を調べる必要がある。また、岩盤中の水位面は必ずしも水平ではなく、勾配を有していることが多い。岩盤中の初期水位面を設定する方法も検討課題となる。

参考文献

[1] Cundall, P. A.: A Computer Model for Simulation Progress, Large Scale Movement in Block System, ISRM Symp.,

Nancy, pp.11-18, 1971.

- [2] Shi, G.H. and Goodman, R.E.: Generalization of two-dimensional discontinuous deformation analysis for forward modeling, Int J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 13, pp.359-380, 1989.
- [3] Koshizuka, S. and Oka, Y.: Moving particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, Nuclear Science and Engineering, 123, pp.421-434, 1996.
- [4] 三木茂, 大西有三, 佐々木猛: 不連続変形法(DDA)と粒子法(MPS)の連成解析による土石流解析, 計算工学講演会論文集, Vol.23, 2018.
- [5] 越塚誠一, 柴田和也, 室谷浩平: 粒子法入門, 丸善出版, 2014.
- [6] Ohnishi, Y.: Advances in numerical approaches for coupled problems in rock mechanics and recent developments in related fields. International Congress on Rock Mechanics and Rock Engineering of ISRM, Iguassu, Brazil, 2019.
- [7] French Ministry for Sustainable Development: Burst of a dam 2 December 1959 Malpasset (Var) France, https://www.aria.developpement-durable.gouv.fr/wp-content/files_mf/FD_29490_malpasset_1959_ang.pdf. (閲覧日2023年3月1日)
- [8] Londe, P.: The Malpasset Dam failure, Engineering Geology, Vol.24, pp.259-329, 1987.
- [9] 吉中龍之進: マルパッソダムと岩盤力学, ダム技術, No.127, pp.3-11, 1997.

三次元HPM四面体要素の導入と コンクリートのひび割れ解析への適用性検討

Implementation of 3D HPM tetrahedral elements
and examination of applicability to concrete crack analysis

上林厚志¹⁾, 藤原良博²⁾, 塩見忠彦³⁾, 竹内則雄⁴⁾

Atsushi Kambayashi, Yoshihiro Fujiwara, Tadahiko Shiomi and Norio Takeuchi

1) 工博 (株)竹中工務店 技術研究所 (〒270-1395 千葉県印西市大塚1-5-1, E-mail: kanbayashi.atsushi@takenaka.co.jp)

2) 工博 (株)マインド (〒274-0825 千葉県船橋市前原西7-17-19-402, E-mail: fujiwara.yoshihiro@3d-lab.jp)

3) Ph. D. (株)マインド (〒274-0825 千葉県船橋市前原西7-17-19-402, E-mail: shiomi.tadahiko@3d-lab.jp)

4) 工博 法政大学教授 (〒162-0843 東京都新宿区市谷田町2-33, E-mail: takeuchi@hosei.ac.jp)

In order to implement tetrahedral elements to three-dimensional cracking problems using hybrid penalty method (HPM), which is capable of cracking analysis of concrete in two-dimensional analysis and its accuracy was verified. In addition, crack analysis is performed using a constitutive model that considers crack fracture energy, and its applicability is examined.

Key Words : Hybrid-type Penalty Method, Discrete Crack, Concrete, Tetrahedral Elements

1. はじめに

コンクリート部材は早期のひび割れ進展状況が最終的な破壊性状に影響を及ぼすことがあるため、ひび割れ破壊エネルギーを考慮するとともに、ひび割れ解放力によりひび割れが進展する現象を精度よく追える解析手法が必要となる。

著者らはハイブリッド型ペナルティ法 (HPM) [1][2]にひび割れ破壊エネルギーと解放応力を考慮できる機能を追加し、コンクリート部材の二次元問題に対する適用性を示した[3][4]。コンクリート部材のひび割れ破壊は3次元的な破壊面を示すものもあるため、同手法の3次元化が必要である。

本論文ではHPMに四面体要素を導入し、ひび割れ破壊エネルギーと解放力を考慮できる3次元解析を可能とし、その解析結果の検証と妥当性を確認し、コンクリート部材解析への適用性の検討を行っている。

2. 支配方程式とハイブリッド型仮想仕事の原理

はじめにHPMの概略を示す。ハイブリッド型の仮想仕事式は要素内応力と物体力による仕事と、要素境界面上における変位の連続性に関する付帯条件による項から式(1)のように表すことができる。

$$\begin{aligned} & \sum_{e=1}^M \left(\int_{\Omega^{(e)}} \boldsymbol{\sigma} : \text{grad}(\delta \mathbf{u}) dV - \int_{\Omega^{(e)}} \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{u} dV \right) \\ & - \sum_{s=1}^N \left(\delta \int_{\Gamma_{<s>}} \boldsymbol{\lambda}_{<s>} \cdot \left(\mathbf{u}_{<s>}^{(s_a)} - \mathbf{u}_{<s>}^{(s_b)} \right) dS \right) \\ & - \int_{\Gamma_{\sigma}} \hat{\mathbf{t}} \cdot \delta \mathbf{u} dS = 0 \quad \forall \delta \mathbf{u} \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 $\Omega^{(e)}$ は図-1に示す部分領域 e を示しており、 $\Gamma_{<s>}$ は隣接する部分領域間の境界 s 、 Γ_{σ} は表面力が与えられる境界を示している。上付きの (e) は、部分領域 e に関する量であり、下付きの $<s>$ は、隣接部分領域境界 s に関する量であることを示す。 M は境界 $\Gamma^{(e)} := \partial\Omega^{(e)}$ で囲まれた部分領域 $\Omega^{(e)}$ の数、 N は隣接要素の共通の境界 $\Gamma_{<ab>} := \partial\Omega^{(a)} \cap \partial\Omega^{(b)}$ の数であり、 $\delta \mathbf{u}$ は仮想変位、 $\boldsymbol{\sigma}$ は要素応力、 $\mathbf{f}$ は物体力、 $\boldsymbol{\lambda}_{<s>}$ は境界 $\Gamma_{<s>}$ におけるLagrangeの未定乗数、 $\hat{\mathbf{t}}$ は表面力である。

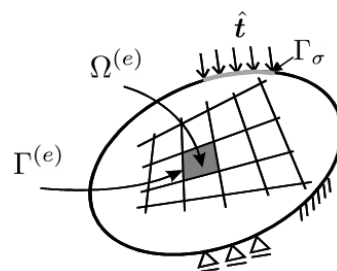


図-1 部分領域 $\Omega^{(e)}$ と部分領域間の境界 $\Gamma^{(e)}$

HPMは図-2に示すように、式(2)で表される要素代表点の変位と式(3)で表される要素内ひずみを自由度とし、これらにより要素内変位場を式(4)のように定義する

$$\mathbf{d}^{(e)} = [u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z]^t \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\epsilon}^{(e)} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z]^t \quad (3)$$

$$\mathbf{u}^{(e)} = \mathbf{N}_d^{(e)} \mathbf{d}^{(e)} + \mathbf{N}_\epsilon^{(e)} \boldsymbol{\epsilon}^{(e)} = \mathbf{N}^{(e)} \mathbf{U}^{(e)} \quad (4a)$$

ここに

$$\mathbf{N}_d^{(e)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z & -Y \\ 0 & 1 & 0 & -Z & 0 & X \\ 0 & 0 & 1 & Y & -X & 0 \end{bmatrix} \quad (4b)$$

$$\mathbf{N}_\varepsilon^{(e)} = \begin{bmatrix} X & 0 & 0 & \frac{1}{2}Y & 0 & \frac{1}{2}Z \\ 0 & Y & 0 & \frac{1}{2}X & \frac{1}{2}Z & 0 \\ 0 & 0 & Z & 0 & \frac{1}{2}Y & \frac{1}{2}X \end{bmatrix} \quad (4c)$$

$$X = x - x_0, \quad Y = y - y_0, \quad Z = z - z_0$$

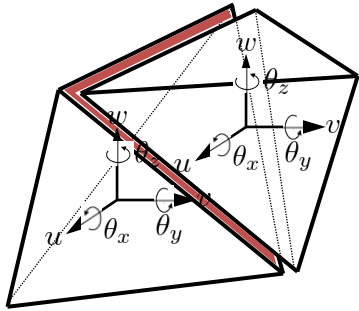


図-2 3次元HPMの自由度とペナルティ層（褐色部分）

本解析では四面体要素を用い、要素内は一樣ひずみとした。この要素内変位を用いて要素境界に設定された十分に剛なペナルティバネの相対変位を求め、要素境界力を決定する手法である。式(5)にペナルティバネの相対変位から要素境界力を求める式を示す。ここで、添え字 s, t, n は図-3 に示す座標系の成分である。

$$\begin{Bmatrix} \lambda_{s<s>} \\ \lambda_{t<s>} \\ \lambda_{n<s>} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_s & 0 & 0 \\ 0 & k_t & 0 \\ 0 & 0 & k_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{s<s>} \\ \delta_{t<s>} \\ \delta_{n<s>} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

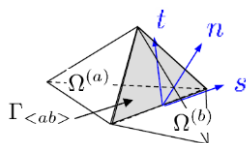


図-3 局所座標系 s-t-n

これらの関係から式(1)のハイブリッド型仮想仕事式を離散化形式に書き下し、仮想変位 $\delta \mathbf{u}$ が任意であることから最終的に離散化方程式が得られ、これを解いている。ここでは紙面の都合で離散化過程以下を略した。詳しくは文献[5][6]を参照されたい。

3. 弾性解析による変位の精度検証

ここでは作成した3次元四面体要素HPMプログラムの検証解析として要素分割を次第に細かくした場合の精度向上の傾向を検討する。解析対象はコンクリートの引張強度試験に用いられる3点曲げの梁（100×100×400mm）として、92要素の粗いメッシュ分割、4849要素の中位のメッシュ分割、39158要素の細かいメッシュ分割の3種類の解析を行った。表-1に解析に用いた材料定数を、図-4に解析対象と境界条件を示す。

表-1 材料定数

ヤング率 (MPa)	圧縮強度 f_c (MPa)	引張強度 f_t (MPa)	ポアソン比 ν
2.18×10^4	22.5	2.35	0.2

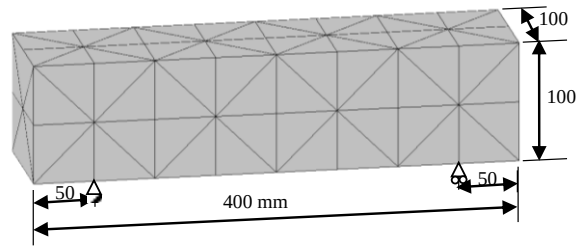


図-4 メッシュ図（レギュラーメッシュ92要素）

図-5に各要素分割の解析における変形状況を示す。荷重は梁中央上面の全節点の変位を制御して载荷している。また、図-6に荷重変形関係を汎用の有限要素法（以降FEMと称す）の解析結果と合わせて示す。解析の剛性（荷重変形関係の傾き）は細かいメッシュでようやく安定しており、各要素分割での解析値はFEMと一致している。

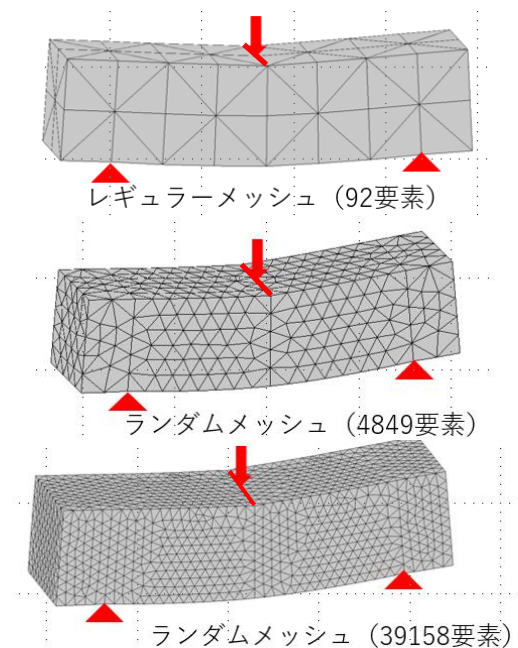


図-5 要素分割と変形状況

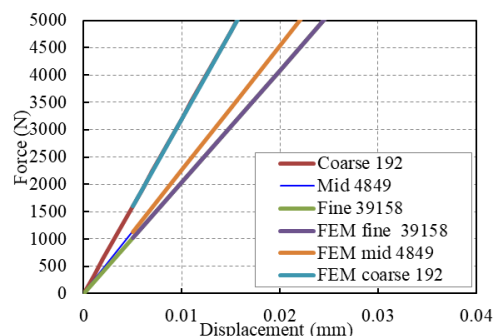


図-6 荷重変形関係（分割数と変位量）

4. ひび割れ解析

ひび割れの判定は図-7(a)に示すように(図は2次元要素の場合であるが、本解析では四面体の1面に3点の評価点を設定して解析している)要素間のペナルティバネの応力値 σ_n がひび割れ強度 f_t を超えた場合にひび割れたと判断してバネを削除する。それ以降はひび割れ幅 δ_n と応力 σ_n の関係を図-7(c)の曲線として表し、この曲線の下側の面積が破壊エネルギー G_f となるように応力を解放する。曲線はHordijkの3次曲線[7]を用いる。

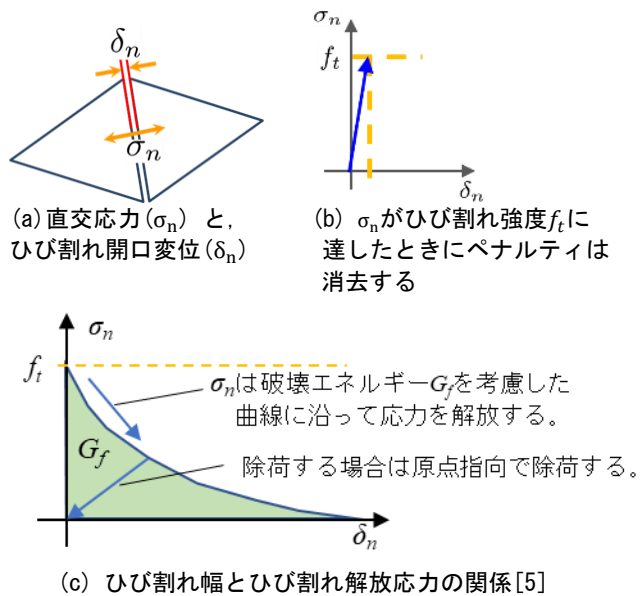


図-7 引張破壊エネルギーとひび割れ解放応力

解析対象は図-8の3点曲げ供試体の梁中央に下端から30mmまでノッチが入っている試験体とする。材料定数を表-2に示す。ランダムメッシュ(4826要素)におけるひび割れ解析の荷重変形関係を実験結果[5]と合わせて図-9に示す。実験結果よりやや最大荷重が大きい、ピーク前から順にひび割れが進展していく過程やひび割れ後の曲線の形状は試験結果と同じ傾向を示している。実験結果の G_f を求める際のひび割れ開口変位(CMOD)の範囲が大きく、破壊エネルギー $G_f=0.2$ は大きめに求められているため、CMOD=1.5mmまでの $G_f=0.17$ を用いるなどで実験値と近づけることが可能であると考えられる。

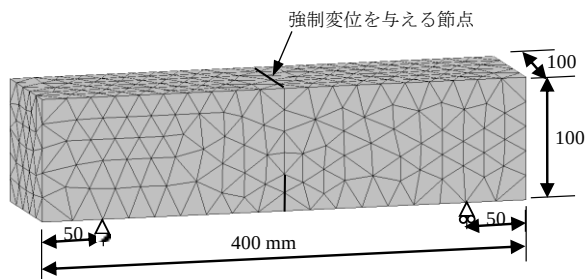


図-8 解析モデル図(ランダムメッシュ, 4826要素)

表-2 材料定数

ヤング率 (MPa)	圧縮強度 f_c (MPa)	引張強度 f_t (MPa)	ポアソン比 ν	破壊エネルギー G_f (N/mm)
2.61×10^4	36.5	3.77	0.2	0.2

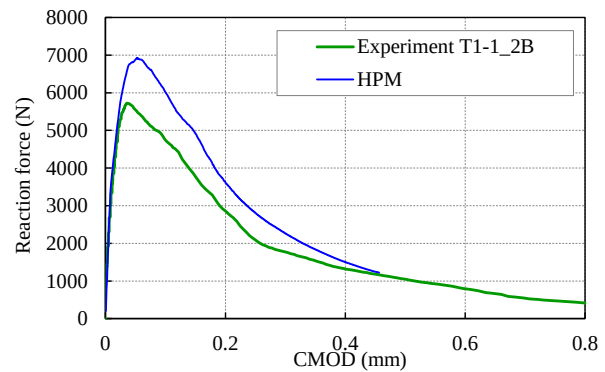
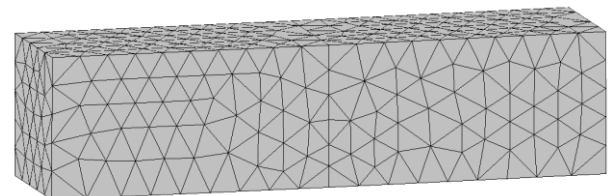
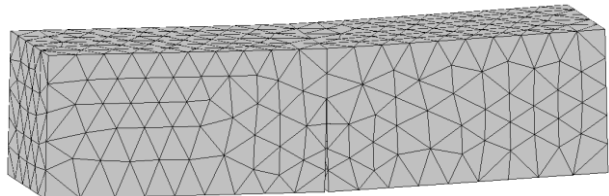


図-9 荷重ひびわれ開口変位関係の比較

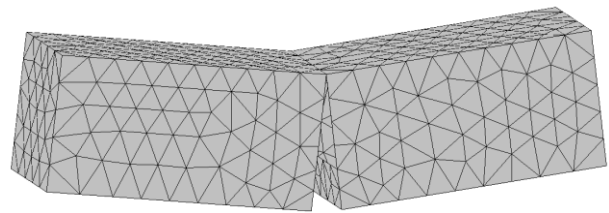
図-10に解析結果の変形図を示す。弾性域でノッチ部分が開き、ひび割れが進展中に最大反力となり、次第にひび割れ幅が拡大していく。変形倍率は50倍としている。



(a) 弾性領域



(b) 最大反力時



(c) 最終(CMOD=0.5mm付近)

図-10 変形状(4826要素)

5. まとめ

既往の2次元HPM解析プログラムを拡張し、四面体要素を用いて3次元解析を可能にした。また、四面体要素間のペナルティ層にひび割れ破壊を定義し、ひび割れ後は破壊エネルギーを考慮して応力解放する機能を導入した。このプログラムを用いて弾性およびひび割れ非線形解析を行い以下の知見を得た。

- (1) 弾性解析において要素分割を変化させ、変形精度を確認した。変形精度は汎用の有限要素法の四面体要素を用いた場合と同じ変形となり、解析コードの検証ができた。
- (2) ひび割れ解析においては2次元で用いたペナルティでのひび割れと応力解放ロジックを3次元のペナルティ層でのひび割れと応力解放に適用できることを確認した。

参考文献

- [1] 竹内則雄, 草深守人, 武田洋, 佐藤一雄, 川井忠彦: ペナルティを用いたハイブリッド型モデルによる離散化極限解析, 土木学会構造工学論文集, Vol.46A, pp261-270, 2000.
- [2] 竹内則雄, 大木裕久, 上林厚志, 草深守人: ハイブリッド型変位モデルにペナルティ法を適用した離散化モデルによる材料非線形解析, 日本計算工学会論文集, 2001.
- [3] 竹内則雄, 上田真稔, 上林厚志, 鬼頭宏明ほか: 鉄筋コンクリート構造の離散化極限解析法, 丸善, 2005.
- [4] 上林厚志, 藤原良博, 竹内則雄, 塩見忠彦: HPMによる無筋コンクリートのひび割れ進展解析, 計算工学講演会論文集, 2015.
- [5] 上林厚志: 引張破壊エネルギーを考慮したハイブリッド型ペナルティ法によるコンクリート構造の離散化解析法に関する研究, 法政大学学位論文, 令和4年3月.
- [6] 山村和人, Anna Vardanyan, 竹内則雄: ハイブリッド型ペナルティ法におけるピラミッド要素の開発法政大学情報メディア教育研究センター研究報告, Vol.35, 2020.
- [7] Cornelissen, H. A. W., Hordijk, D. A. and Reinhardt, H. W.: Experiments and Theory for the Application of Fracture Mechanics to Normal and Lightweight Concrete, Fracture toughness and Fracture Energy of Concrete, pp.565, pp.565--575, 1986.575, 1986

マニホールド法による二酸化炭素貯留サイトの 流体-変形連成弾塑性地震応答解析

Hydraulic-Mechanical Coupling Analysis of a Carbon Dioxide Capture and Storage Site
on Stability Evaluation under Earthquake Motion by Numerical Manifold Method

佐々木 猛¹⁾, 堀川 滋雄²⁾, 楠瀬 勤一郎³⁾, 橋本 涼太⁴⁾

Takeshi Sasaki, Shigeo Horikawa, Kinichiro Kusunose and Ryota Hashimoto

1) 工博 サンコーコンサルタント(株) (〒126-8622 東京都江東区亀戸1-8-9, E-mail: sasakit@suncoh.co.jp)

2) サンコーコンサルタント(株) (〒126-8622 東京都江東区亀戸1-8-9, E-mail: horikawa@suncoh.co.jp)

3) 理博 産業技術総合研究所 (〒305-8567 茨城県つくば市1-1-1中央第7, E-mail: k.kusunose@mail1.accsnet.ne.jp)

4) 博士(工) 京都大学 准教授 (〒165-8530 京都市西京区京都大学桂, E-mail: hashimoto.ryota.6e@kyoto-u.ac.jp)

The authors' conducted a hydraulic-mechanical coupling analysis using the Numerical Manifold Method (NMM) with the introduction of the Drucker-Prager's elastic-plastic yield criterion to study stability problems in the seismic response of a carbon dioxide capture and storage (CCS) site models.

Key Words : Hydraulic-Mechanical Coupling, Numerical Manifold Method, Earthquake response

1. はじめに

(1) 貯留サイトの選定と我が国特有の課題

地球温暖化対策の一つとして、温室効果ガスの発生源となっている火力発電所や製鉄所などから排出されるCO₂を分離・回収して地中(深部塩水帯水層)へ貯留する技術(以下CCS: Carbon dioxide Capture and Storage, 図-1)について述べる。CCSは、貯留するCO₂の漏洩問題の研究が重要となっている。日本列島は4枚のプレートの収斂域に位置し、世界でも有数の地震国である。貯留した後に予期しない巨大地震が発生した場合の貯留層や遮断層へ与える影響予測が重要となる。

(2) 貯留サイトの選定

CCSサイトは図-1のように陸域や沿岸海底に存在する泥岩と砂岩の互層状の地盤で、二酸化炭素は地表から約1000m程度の泥岩層(キャップロック)直下の砂岩層に液体状(超臨界状態)で圧入される。圧入された二酸化炭素は約1000年程度漏洩なくその場所に安定して存在することが必要条件となる[1]。

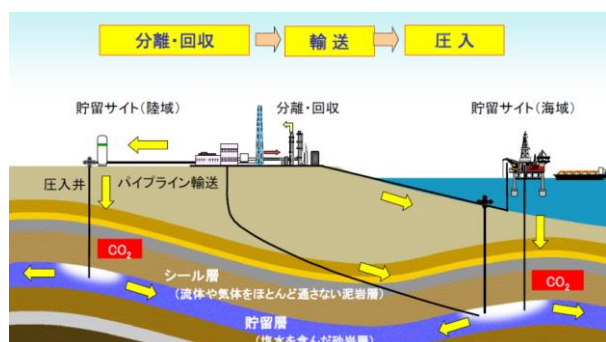


図-1 CO₂地中貯留のイメージ[1]

(3) 地震時の安定性評価手法

貯留層に対する強震動の影響について、例えば東北地方太平洋沖地震のような長周期の強い運動が深部流体飽和層に対して与える地盤変形とそれに伴う間隙水圧の影響について地盤の安定性評価が重要となる。筆者らはマニフォールド法(以下NMM)を用いて変形-水圧連成を考慮した強振動時のCO₂貯留サイトの安定性評価法を開発してきた[2]。

2. NMMによる変形-流体連成解析

(1) 不連続面を含む変形-水圧連成解析手法

NMM(Numerical Manifold Method)は不連続性も考慮可能な連続体の解析手法である。基盤ブロックの局所的な変形の大きな動きや剛体の回転も扱え、褶曲構造にも対応可能な手法である[3]。

(2) NMMの基本方程式

NMM による変形-水圧連成を考慮した解析では式(1)で表される地盤(固体)の力の釣り合いと。

$$\sigma_{ij} = 2\mu\epsilon_{ij} + \lambda\sigma_{ij}\epsilon_{kk} + \alpha_B\delta_{ij}P_s \quad (1)$$

式(2)で表される Darcy の法則に基づく流体の連続条件を NMM 要素について解析領域全体で重ね合わせ連立方程式として解かれる[4]。

$$\zeta = -\alpha_B\epsilon_{kk} + P/M + q_N(P_s - P_l)S \quad (2)$$

ここに、 σ_{ij} : 個体の応力テンソル、 P_s : 個体の流体圧力、 ζ : 流体の体積ひずみ、 ϵ_{ij} : 個体のひずみテンソル、 μ, λ : Laméの定数、 δ_{ij} : Kroneckerのデルタ、 α_B : Biotの連成係数、 M : Biotの統計性係数、 P_l : 不連続面(断

層)の流体圧力, q_N ; 固体部分と断層の流体収支係数である。

(3) ニューマークの β, γ 法による時間積分

式(3)は, Hamiltonの運動方程式を流体圧力は中心差分, 時間積分の動的応答式はニューマークの $\beta=0.5$ と $\gamma=1.0$ を用いたマトリックスの変形-水圧連成方程式を表している。

$$\begin{bmatrix} [\tilde{K}] & [C] \\ [A] & [[\tilde{H}] + [E]] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\alpha F\} + [C]\{p_t\} \\ \{\Delta Q\} + \left[[E] - \frac{\Delta t}{2} [H] \right] \{p_t\} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

ここに, $\{\Delta u\}$: 個体の変位増分, $\{\Delta p\}$: 流体の圧力増分, Δt : 時間増分, $\{\alpha F\}$: 地震加速度, $\{p_t\}$: 流体圧力, $\{\Delta Q\}$: 流量の各ベクトル。

$$[\tilde{K}] = \frac{2}{\Delta t^2} [M_s] + \frac{1}{\Delta t} [\tilde{C}] + [K_s] + [K_c] \quad (4)$$

$[M_s]$: 個体の質量, $[\tilde{C}]$: 個体の粘性減衰, $[K_s]$: 個体の剛性, $[K_c]$: 不連続面の接触の各マトリックス。

$$[C] = - \int_{\Omega} \alpha_B \rho_f C(\psi) + S_r [N_{K,j}^s] [N_L^p] d\Omega \quad (5)$$

$C(\psi) = \partial S_r / \partial p_w$: 流体の飽和-不飽和特性に関する勾配, $[\rho_f]$: 流体の密度, S_r : 流体の飽和-不飽和特性, $[N_{K,j}^s]$: 個体の変位分布関数の勾配, $[N_L^p]$: 流体の圧力分布関数の各マトリックス。

$$[A] = \int_{\Omega} \alpha_B \rho_f S_r [N_K^p] [N_{L,j}^s] d\Omega \quad (6)$$

$[A]$: 個体の変形が流体圧力に影響するマトリックス。

$$[\tilde{H}] = \frac{2}{\Delta t^2} [M_f] + \frac{\Delta t}{2} ([H] + [H_{rs}] + [\bar{H}]) \quad (7)$$

$[M_f]$: 流体の質量, $[H]$: 流体の透水性, $[H_{rs}]$: 不連続面と個体の流量収支, $[\bar{H}]$: 圧力安定化の各マトリックス。

$$[E] = \int_{\Omega} (-\rho_f C(\psi) - \theta \rho_{f0} \rho_f g \beta_p) [N_{K,j}^s] [N_L^p] d\Omega \quad (8)$$

$[E]$: 流体の飽和-不飽和特性マトリックスである。

3. 地盤の強度・変形特性

(1) Drucker-Pragerの降伏基準

本解析はDrucker-Pragerの降伏基準[7]に基づく弾塑性構成則を導入した。(9)式に降伏関数を示す。

$$F = \alpha J_1 + \sqrt{J_2} - \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} = 0 \quad (9)$$

$$J_1 = \sigma_{ii}, J_2 = S_{ij} \quad (10)$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{\sin^2 \varphi}{3(3 + \sin^2 \varphi)}} \quad , \quad \bar{\sigma} = c\{3(1 - 2\alpha^2)\} \quad (11)$$

ここに, $\sigma_{ii} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$: 主応力の合計, S_{ij} : 偏差応力, φ : 個体の内部摩擦核, c : 個体の粘着力である。

(2) 局所安全率

Drucker-Pragerの局所安全率は式(12)で与えられる。

$$S = \frac{k - \alpha J_1}{\sqrt{J_2}} \quad (12)$$

ここに,

$$k = \frac{3c \times \cos \varphi}{(9 + 3\sin^2 \varphi)} \quad (13)$$

4. 解析モデルと入力物性

(1) 解析モデル

解析モデルでは深さ1700m, 幅2000mの7層区分, 図-2に示す水平構造と図-3に示す褶曲構造を仮定した。境界条件は下端を固定境界, 左右端は粘性境界, 上面は排水境界とした。モデルの上面をEL.0mとし, 下端をEL.-1700mとした。Cap-Rock(Layer-4-泥岩層)は-740mから-840mである。CO₂貯留層(Layer-8-砂岩層)の上面はEL.-840m, 褶曲モデルである[5,6]。

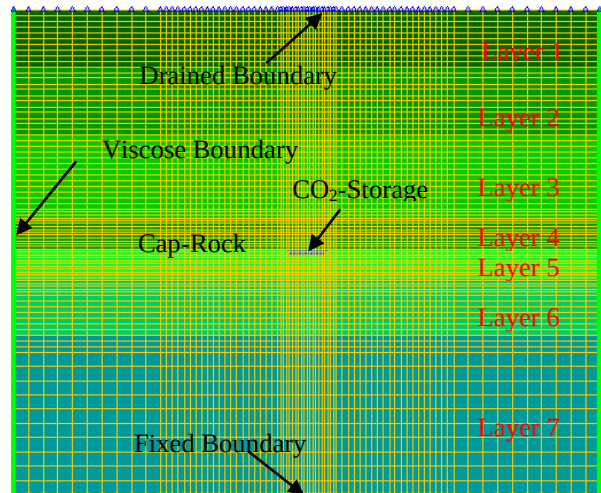


図-2 水平構造モデル

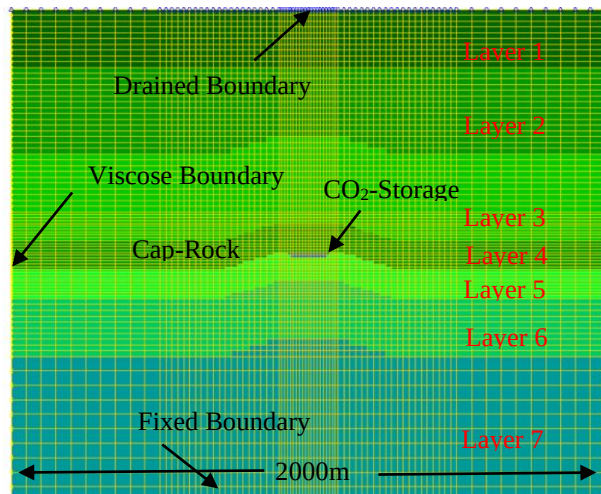


図-3 褶曲構造モデル

(2) 入力物性

表-1に入力物性を示す[8]. Cap-RockはLayer-4, CO₂貯留層はLayer-8である.

表-1 入力物性値

Layer	E (kN/m ²) (*10 ⁶)	ν	γt kN/m ³	k (m/sec)	c kN/m ² (*10 ³)	ψ (Deg.)
1	0.52	0.479	19	$1.0 * 10^{-5}$	0.2	5.0
2	2.36	0.443	19	$1.0 * 10^{-5}$	0.8	22
3	6.75	0.367	20	$1.0 * 10^{-9}$	0.6	4
4	8.09	0.357	21	$1.0 * 10^{-9}$	2.7	31
5	10.63	0.319	22	$1.0 * 10^{-6}$	0.8	11
6	7.64	0.407	22	$1.0 * 10^{-6}$	2.2	15
7	14.59	0.382	23	$1.0 * 10^{-7}$	2.1	24
8	8.08	0.319	20	$1.0 * 10^{-6}$	0.8	11

ここに, E ; 弾性係数, ν ; ポアソン比, γt ; 単位体積重量, k ; 透水係数, c ; 粘着力, ψ ; 内部摩擦角.

(3) 入力加速度

図-4に入力加速度を示す. 地震波形は(K-NET小千谷(新潟県中越地震(2004)) で得られた波形を重複反射理論(SHAKE)により深度50mまで引き戻し, その波形を底面から入力して地表面で600gal程度になるようにし, さらにその最大加速度を50%に調整して入力している.

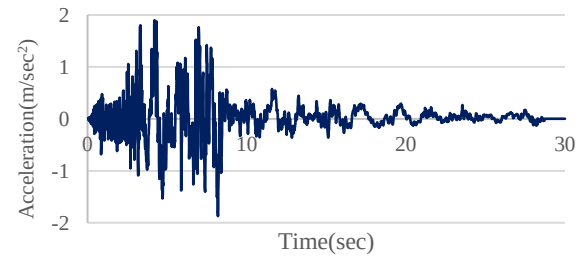


図-4 入力加速度(K-NET, Ojiya,2004)

4. 解析結果

(1) 加速度応答

図-5, 図-6は水平モデル, 褶曲モデルのCap-Rockの加速度応答を示す. 弾性解析と弾塑性解析の比較では, 応答の大きさが前半の主要振動ではほぼ同じであるが, 後半

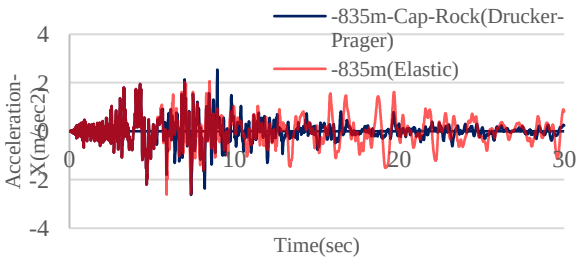


図-5 水平モデル(Cap-Rock)

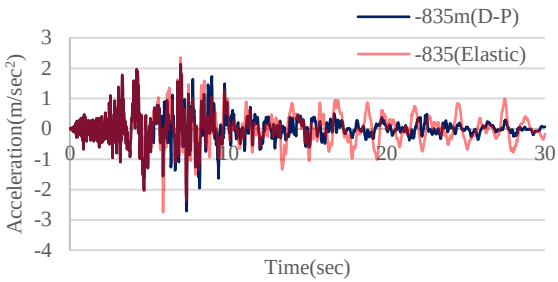


図-6 褶曲モデル(Cap-Rock)

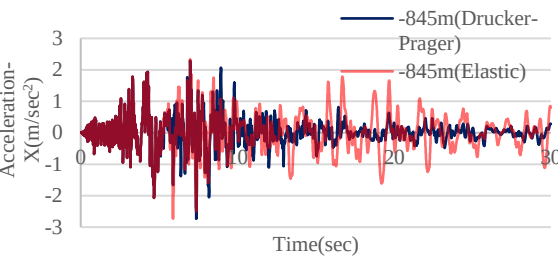


図-7 水平モデル(CO2-Storage)

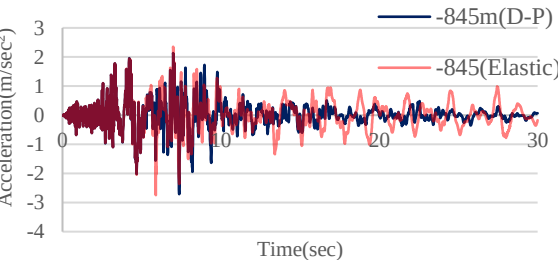


図-8 褶曲モデル(Cap-Rock)

の振動収束域では弾性モデルの振幅が大きくなっている. これは解析領域内に塑性領域が発生することにより弾性係数が低下することがその要因である. 図-7, 図-8は水平モデル, 褶曲モデルのCO₂貯留層の加速度応答を示す. 両者ともCap-Rockの場合とほぼ同様の応答を示している. 後半の振動収束域では水平モデルが褶曲モデルより応答の振幅が大きい.

(2) 間隙水圧応答

図-9, 図-10は水平モデル, 褶曲モデルのCap-Rockの間隙水圧応答である. 弾性解析が弾塑性解析より応答が大きく, また, 水平モデルの応答が褶曲モデルよりやや大きくなっている.

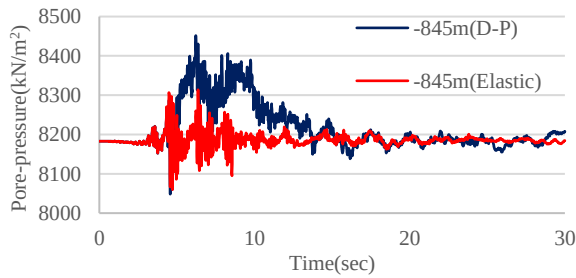


図-9 水平モデル(Cap-Rock)

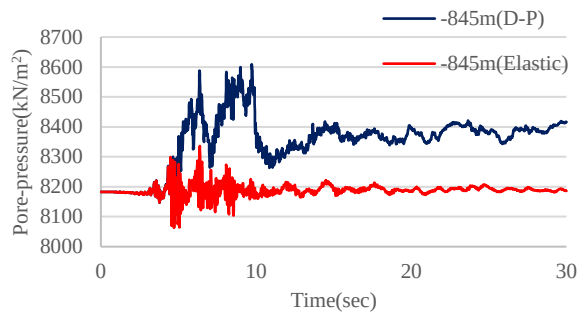


図-10 褶曲モデル(Cap-Rock)

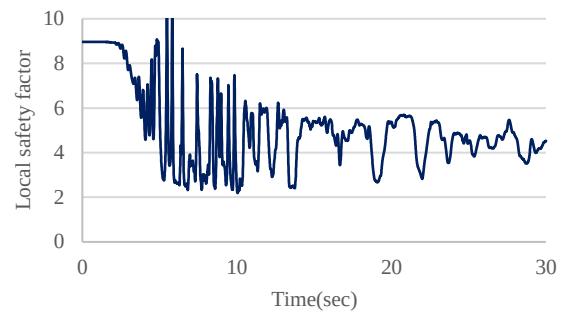


図-13 水平モデル(Cap-Rock)

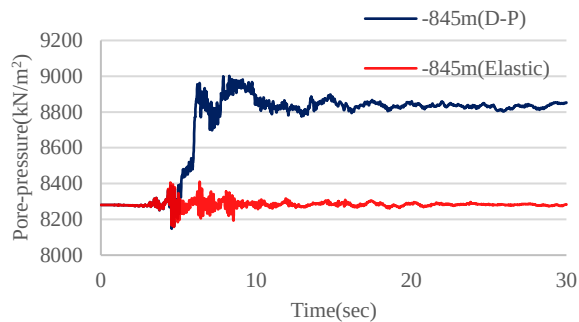


図-11 水平モデル(CO₂-Storage)

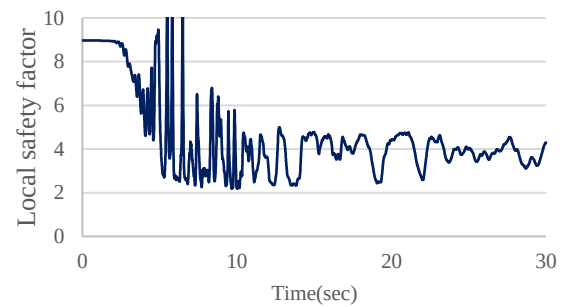


図-14 褶曲モデル(Cap-Rock)

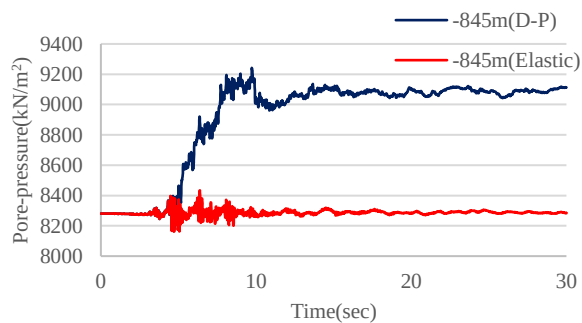


図-12 褶曲モデル(CO₂-Storage)

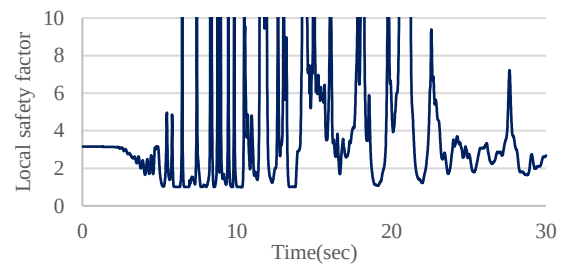


図-15 水平モデル(CO₂-Storage)

図-11、図-12は水平モデル、褶曲モデルのCO₂貯留層の間隙水圧応答である。弾塑性解析の間隙水圧の上昇が継続的ですがすぐに低下しない傾向を示している。

(3) 局所安全率応答

図-13、図-14は水平モデル、褶曲モデルのCap-Rockの局所安全率応答である。なお、図中赤線は全応力(個体応力+流体圧力)、図中青線は有効応力(全応力-流体圧力)の安全率を示す。全応力の安全率が有効応力の安全率よりはるかに大きく図面からスケースアウトしている。この傾向は地盤の深度が大きくなるほど顕著である。したがって、深度の大きい場所では有効応力の安全率評価が必要である。図-15、図-16は水平モデル、褶曲モデルのCO₂貯留層の局所安全率応答である。両者とも主要地震動の区間で安全率が1.0(=塑性)に達している。水平モデルと褶曲モデルの比較では、水平モデルの方が褶曲モデルと比較して全応力の安全率がやや小さくなっている。本弾塑性解析では要素の応力状態が降伏面上に達した場合、降伏面をover-shootした応力はreturn-mapping法[9]により降伏面上に収束させている。

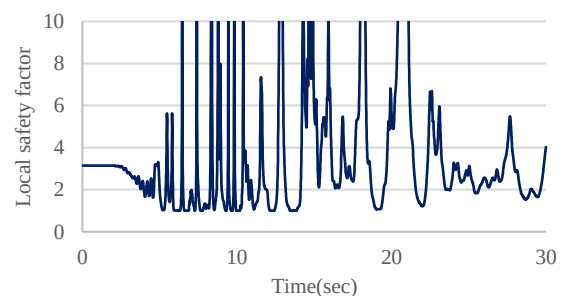


図-16 褶曲モデル(CO₂-Storage)

(4) 局所安全率の解析領域分布

図-17、図-18は水平モデル、褶曲モデルの有効応力による局所安全率分布(8sec)である。ここに1.0がNMM要素の降伏(塑性状態)に達していることを示す。両者ともCap-Rock(Layer-4)は弾性状態であるが、CO₂貯留層の一部が降伏に達している。このことにより、弾塑性解析の間隙水圧応答が弾性解析よりも大きくなっていると思われる。これは、NMM要素が塑性状態になると要素の透水性が低下し、図-13、図-14に示すように間隙水圧が上昇するもの

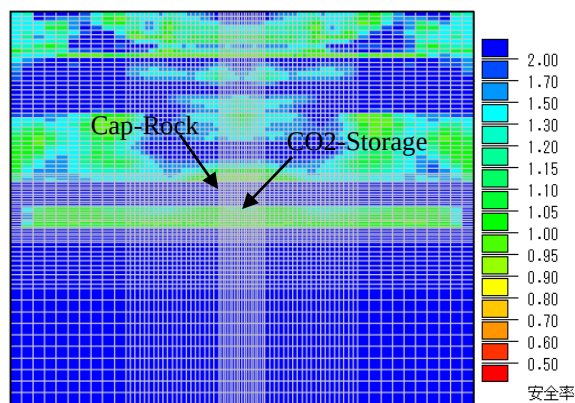


図-17 水平モデルの局所安全率分布 (8sec)

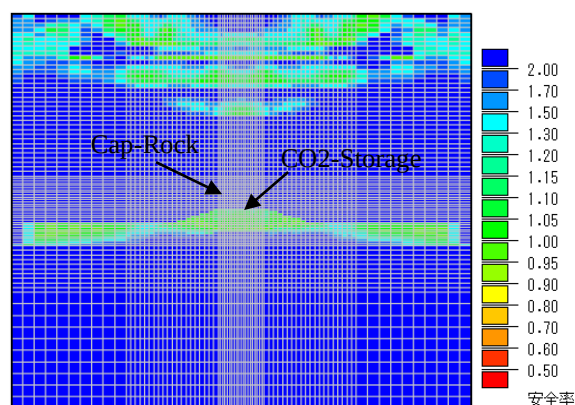


図-18 褶曲モデルの局所安全率分布 (8sec)

と思われる。

5. 結論と今後の課題

本稿では、地球温暖化対策技術の一つとして考えられている二酸化炭素地中貯留に関する地盤の地震時の安定性検討をNMMによる流体-変形連成弾塑性応答解析の定式化と想定されるモデルについて実施した。この結果、地下1000m前後に存在するCO₂貯留層の地震時安定性評価では有効応力解析が必要であることを示した。また、貯留層の周辺要素が塑性化すると流体の透水性が低下し、間隙水圧の上昇が継続する結果が得られた。当研究プロジェクトでは、現在、深部地盤の大きな拘束圧力による変形と透水特性の室内試験を実施中である。また、地盤中には断層などの不連続面が存在することが多くこれらの安定性への影響検討も重要である。今後はこれらの結果を解析に導入し、実際のサイト選定に適用する予定である。

参考文献

- [1] 堀川滋雄, 佐々木猛, 薛自求, 中島崇裕: 長岡CCSサイトにおける地震時安定性, 地盤工学会誌, Vol.63, No.10, Ser.No.693, pp.36-39, 2015.
- [2] Sasaki, T., Horikawa, S., Kusunose, K., Hashimoto, R.: Seismic response in the hydraulic-mechanical coupling analysis of a CCS site model by NMM, *15th International Conference on Analysis of Discontinuous Deformation*, KL8, pp.52-61, 2021.
- [3] Ryota, Hashimoto, Yuzo, Ohnishi, Takeshi, Sasaki, Shigeru, Miki, ; Stability analysis of underground space with discontinuous planes using a four node iso-parametric element manifold method with rigid body rotation, *Tunneling and Underground Space Technology Special Issue*, Volume 92, 103047, Elsevier, 2019.
- [4] Ghaboussi, J., Wilson, E. L. and Isenberg, J., : Finite element for rock joints and interfaces, *J. Soil Mech. Eng.* 5, pp.419-442, 1973.
- [5] Shigeo, Horikawa, Takeshi, Sasaki, Tsutomu, Hashimoto, Kinichiro, Kusunose, Ryota, Hashimoto,,: Earthquake response analysis of CO₂ storage site using hydraulic-mechanical coupled analysis by NMM, *AGU Fall Meeting*, S15B-0252, 2021.
- [6] Shigeo Horikawa, Takeshi, Sasaki, Tsutomu, Hashimoto, Kinichiro, Kusunose, Ryota, Hashimoto,,: Earthquake response analysis of CO₂ storage site using hydraulic-mechanical coupled analysis by NMM, *16th International Conference on Greenhouse Gas Control Technologies GHGT-16*, 2022.
- [7] Drucker. D., C., and Prager, W.: Soil mechanics and Plastic analysis or limit design, *Quarterly of Applied Mathematics*, 157, 1952.
- [8] 堀川滋雄, 佐々木猛, 橋本励, 楠瀬勤一郎, 橋本涼太: 変形-水圧連成解析による CO₂貯留サイトの強振動時安定性評価, 応用地質学会, 年次講演会, No.30, 2022.
- [9] Scherzinger, W., M.: A return mapping algorithm for isotropic and anisotropic plasticity models using a line search method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 317, 15, pp. 526-553, 2017.

災害シミュレーションと計算工学 — 固体・流体・避難シミュレーションの方法 —

Disaster Simulation and Computational Engineering
How to Simulate Solid, Fluid, and Evacuation

竹内則雄
Norio Takeuchi

工博 法政大学 デザイン工学部 教授 (〒162-0843 東京都新宿区市谷田町2-33, E-mail: takeuchi@jhosei.ac.jp)

Computational mechanics has become widely used to assess safety. On the other hand, there are various possible definitions of safety with regards to disasters. If the ultimate goal is to save human lives, conventional mechanical simulations are insufficient, and simulations of evacuation behavior are indispensable. In this presentation, I will discuss one way to link these simulations.

Key Words : Disaster, Simulation, Solid, Fluid, evacuation

1. はじめに

我が国では、地震、台風、集中豪雨などが発生するたびに地すべりや土石流、崖崩れなどの斜面被害(図-1)や、洪水被害、高潮、津波、暴風など様々な自然災害が多発している。また、日本海側の地方や東北・北海道などでは、冬場になると斜面に積もった雪による雪崩の被害が多数発生している。これは、我が国がもともと災害を受けやすい地質・地形・気象条件下にあるため、様々な立場から自然災害を未然に防ぐための検討が行われ、対策が試みられている。



図-1 斜面災害の例

一方、昨今の情報公開やコスト削減に対する民意の高まりから、災害現場に対しての綿密な調査・解析・復旧対策設計等の合理的な説明が求められている。

このように災害に対する検討は、防災や災害低減といった未然に災害を予測し、災害から身を守るといった事前の検討と、災害原因の究明、あるいは災害対策といった、災害後の検討の両者から行われており、災害経験が新たな災害を未然に防ぐ道につながっている。当然のことながら、これらの検討を行うにあたり、より高度なシミュレーション技術が随所に取り入れられている。

しかし、自然災害の場合、どのように高度なシミュレーション技術を用いても、予測や対策が難しい場合もある。このような場合、人々の取るべき行動は事前に避難することである。避難は、適切な避難シナリオに基づいて行われる必要があるが、適切な避難シナリオの設定には事前に避難シミュレーションを行い、シナリオの有効性を検証しておく必要がある。

このように、自然災害のシミュレーションには、従来の安全性を評価するシミュレーションに加え、人間の行動に関わるシミュレーションも重要な計算工学の目的の一つである。本論文では、行動科学を含めた災害シミュレーション技法の現状を概括し、いくつかの事例を紹介するとともに今後の展望について触れる。なお、自然災害の例として、具体的には斜面災害を主に取り上げて述べる。

2. 安定問題に対するシミュレーション技法

災害のシミュレーションは、図-2に示すように4つのシミュレーションに大別できる。これらのうち、原因究明のシミュレーションと対策のシミュレーションの2つは、安定問題の対象である。また、予測のシミュレーションの一部も安定問題として取り扱われることがある。本節では、安定問題に対するシミュレーションについて概説する。

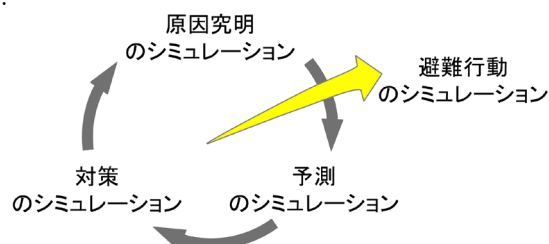


図-2 様々な災害のシミュレーション

斜面災害では、明確なすべり面を形成し大規模かつ比較的緩慢に運動するものについて「地すべり」と称し、急激に運動する「崩壊」や「落石」と一応の区別を設けている。

斜面が崩壊する際のすべり面が既知である場合は、決定論的手法として極限平衡法による解析手法が確立している。また、亀裂が卓越する岩盤切土斜面でのすべりの安定度予測などでは、切土面に出現するくさび状の岩塊の安定性について図解法を用いることがある。掘削面に現れる複数面の亀裂に囲まれた多面体ブロックが極限平衡法的に安定であるかを解析するキープロック理論[1]も用いられている。

しかし、地盤が著しく不均質な場合やすべり面が特定できない場合、もしくはすべりモデルが複雑な場合等においては、安全率でのみ評価するこれらの極限平衡法ではすべり挙動を適確に表現できず、対策工の選定や位置・数量などの誤りにつながることもある。

このような現状において、近年では、より高度なシミュレーション技法として有限要素法(FEM)による解析が試みられている。FEMは、軟岩など亀裂の少ない地山などの解析で有効であるが、亀裂や断層が破壊の主体となる不連続性岩盤に対しても、Goodman[2]により提案されたジョイント要素の適用やクラックテンソルモデルや複合降伏モデル[3]の適用などの改良が進んでいる。

一方で、進行型の破壊現象を解析するのに適した剛体ばねモデル[4](RBSM)やハイブリッド型ペナルティ法[5](HPM)、不連続性体を対象とした個別要素法[6](DEM)や不連続変形法[7](DDA)といった物理モデルに基づくシミュレーション技法も利用されるようになってきており、最近ではFEMと組み合わせた方法も提案されている[8]。災害対策のシミュレーションでは、斜面崩壊後の挙動を調べることによって危険領域を判定する必要もある。こういった場合は、不連続性体に対するこういった物理モデルによるシミュレーションが有効である。

3. 予測問題に対するシミュレーション技法

自然災害の威力は想像を絶するものがあり、災害による被害を回避する最も単純な方法は危険な場所を推測し、そのような場所には近づかないことである。このためには、予め危険箇所や災害発生時期を予測しておくことが必要となり、様々な立場から研究が行われている。もちろん、FEMなどの高度な解析技術を用いたシミュレーションによる研究も行われているが、自然条件や地形条件、環境条件など複雑にからみあった様々な条件を全て考慮して数理モデル化することは難しく、また、予測技術そのものの難さからも数値解析によるシミュレーションを困難にしている。

こういった場合には、2章で述べた物理モデルによる方法利用することも考えられるが、全体的な安定度を予測するような場合には、適切なデータベースに基づいた

AIやファジィ推論などを用いて危険度を予測し、ハザードマップを作成して危険を回避する方法がより現実的である[9]。こういった方法も当然、シミュレーション技法の一つとして捉えることができる。

4. 行動科学に対するシミュレーション技法

災害時における人的被害を未然に防ぐためには、安全性の評価や対策の検討だけでは十分とはいえない。特に自然災害においては、事前の避難が大切であるし、火災や地震などの災害においては、災害発生時の避難が必要になる。

このような災害時における避難行動に関しては、様々な状況を想定して、十分な避難訓練を行っておくことが大切である。しかし、災害時における避難行動において、人はパニックなどの心理的要因も加わり、どのような避難行動に走るのか、未だ明らかにされていないのが現状である。避難訓練においても、実際の状況に近い状態を想定すればするほど、パニックなどが発生しやすくなり、特に高齢者や自立歩行が難しい要介護者が多い施設では、大きな事故につながりかねない危険性をはらんでいる。

一方、このような問題に左右されずに避難誘導についてより詳細に研究できると期待されている、避難シミュレータの開発や研究についての報告が、近年見られるようになってきた[10]-[12]。シミュレーションによって、様々な状況を想定し、避難経路やシナリオの検討しておくことが大切であり、さらに、誘導者に対して十分な訓練を行っておけば、弱者である避難者を冷静に誘導することが可能になるものと思われる。

避難シミュレーションの方法としては、マルチエージェントシミュレーション[13]を利用したものや、AIを利用したシミュレーション[14]が多く利用されている。また、最近では、SYCLを使用した群衆シミュレーション[15]も行われている。計算工学的な立場からは、群衆を流体に見立ててSPHによる流体シミュレーションを行う方法も提案されている[16]。大量の人数の避難を議論する場合に便利な方法である。

5. 解析事例

(1) 原因究明のシミュレーション

図-3は、滑落が発生した摂理層理系の岩盤斜面の例である。図の網掛けの部分が滑落した部分である。

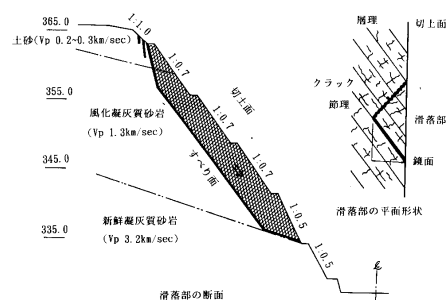


図-3 滑落斜面

摂理層理系の岩盤は、解析のための材料定数が決めにくい。そこで、表-1に示す値を仮定して、最も実際に発生した崩落に近い状態の材料定数を検討する。

表-1 仮定した材料定数

材料	単位	風化岩			新鮮岩
		CASE-1	CASE-2	CASE-3	
変形係数	t/m ²	150,000	150,000	150,000	200,000
ポアソン比	—	0.3	0.3	0.3	0.35
単位体積重量	t/m ³	2.0	2.0	2.0	2.0
粘着力	t/m ²	1.0	3.0	5.0	15.0
内部摩擦角	度	25	35	35	45

図-4は、それぞれの材料定数による、滑り線の発生状況を示した図である。ケース2の状態が最も実際に発生した滑落に近い。このことから、地盤内の状態を仮定し、対策工を検討する。



図-4 現況表現できる材料定数の仮定

(2) 対策のシミュレーション

図-5は国道沿いの斜面で発生した地滑り崩壊の現場写真である。



図-5 地滑り崩壊の現場状況

図-6はシミュレーション結果で、(a)のような現況解析の後、(b)のような対策工のシミュレーションを行っている。この解析にはRBSMを用いている。

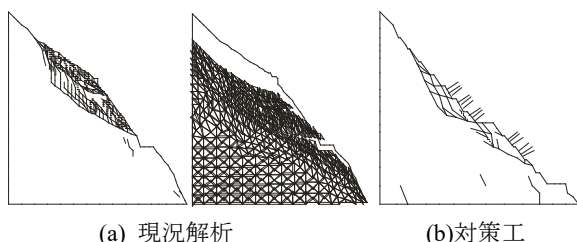


図-6 地滑り崩壊の対策シミュレーション

(3) 予測のシミュレーション

図-7は雪崩の走路シミュレーションとファジィ推論により雪崩発生危険度マップの例である。刻々と変化する

気象状況等に伴う雪崩発生危険箇所を予測し、危険箇所から雪崩が発生した場合の走路シミュレーションを行って周辺の影響をうける場所を特定している。

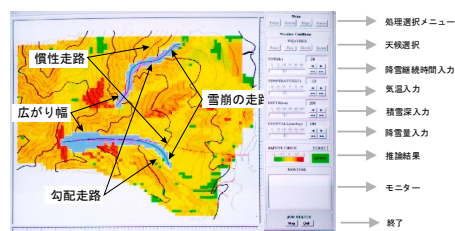


図-7 雪崩危険度判定システム[17]

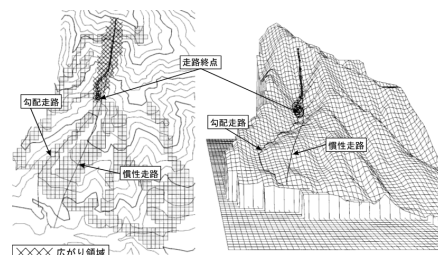


図-8 雪崩の走路シミュレーション[18]

(4) 避難行動のシミュレーション

杉万ら[19]は「緊急避難状況における避難誘導方法に関するアクション・リサーチⅠ」として実験的研究を行っている。この実験では杉万らが新たに採用した「吸着誘導法」と呼ぶ誘導方法と、これまでの「指差誘導法」と呼ぶ誘導方法を比較及び検証をし、「吸着誘導法」の有効性を避難所要時間と誘導避難者数を基準変数として検討している。この実験をAI'implan[20]を用いてシミュレーションした結果を示す[21]。

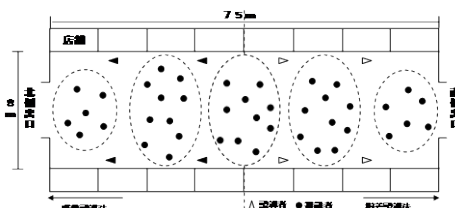


図-9 実験開始時における避難者及び誘導者の配置[19]

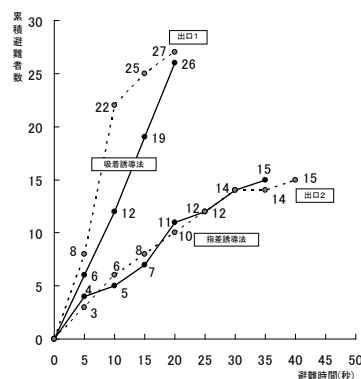


図-10 避難開始時からの累積避難者数

図-9は、避難者と誘導者の配置が示されている。図-10は、実験（点線）とシミュレーション（実線）の経過時間と累積避難者数を比較した図である。両者は概ね良好な一致を示している。

6. 現状と展望

シミュレーション結果の信頼性は地盤情報を如何に精度良くモデル化できるかにかかっている。しかし、広大な領域を対象とする斜面災害では、これに耐えうるデータ収集に多くの労力、時間、費用が必要となる。このため、大規模な施工現場や事故究明などの現場を除いて、なかなかシミュレーションが一般的に用いられるケースは少ない。

しかしながら、非破壊調査やデータの統計的手法の進歩で地盤の複雑なモデル系を的確に表現する時代が来るのはそう遠くないものと思われる。特にAIの進歩は、これまでの概念を覆すような展開をもたらすことも予想される。すでにトンネル工事などでは情報化施工を用い、施工時の地質情報、変位などから逆解析を行うなどでモデルを改良しつつ、工事を安全かつ適正な工事量に反映させる手法として定着しつつある。また、数値解析を用い現場の地質特性および施工毎にパラメトリックに解析することで設計条件を整理する等で用いるケースも増えつつある。

近未来的には、GPS、GISなどの情報技術の進歩によって、シミュレーションの対象は特定の重要斜面からより小規模な斜面へと広がるものと予想される。当然、その場合には、現場技術者レベルでのシミュレーションの利用が必要となる。したがって、シミュレーションによる検討の普及には使い易さも重要な要因となる。使い易さには、モデル化の簡便性のみならず結果のビジュアルかも必要で、そういった観点からの研究も必要になってくるものと考えている。

参考文献

[1] R.E.グッドマン・G.H.シー：ブロック理論と岩盤工学への応用，土木工学社，1992。
 [2] Goodman, R.E, Taylor, R.L. and Brekke, Y.L. : A model for the mechanics of jointed rock, J. of the Soil Mechanics and Found. Div., Proc. of the ASCE, 94, SM3, 637-659, 1968.
 [3] 佐々木猛：破碎性岩盤と不均質岩盤の挙動解析，システム総合研究第15回破碎性岩盤と不均質岩盤の調査・解析・処理技術の現状と課題，107-150, 1998。
 [4] Kawai, T. : New element models in discrete structural analysis, J. of the Society of Naval Architects of Japan, 141, 187-193, 1977。
 [5] 竹内則雄，草深守人，武田洋，佐藤一雄，川井忠彦：ペナルティを用いたハイブリッド型モデルによる離散化極限解析，土木学会構造工学論文集，46A, 261-270, 2000。

[6] Cundall, P.A. : A Computer model for simulating progressive, large scale movements in blocky rock systems, Proc. of the Symp. ISRM, 1, II-1, 129-136, 1979。
 [7] Shi, G.H. and Goodman, R.E. : Generalization of two dimensional discontinuous deformation analysis for forward modeling, Int. J. Numerical Analytical Methods in Geomechanics, 13, 359-380, 1989。
 [8] Munjiza, A., Owen, D.R.J. and Bicanic, N. : A combined finite/discrete element method in transient dynamics of fracturing solids, Engineering Computations, 12, 145-174, 1995。
 [9] 建設省：雪崩発生予知・予測に関する研究，第42回建設省技術研究報告（昭和63年度），1988。
 [10] 石田亨，中西英之，高田司郎：デジタルシティにおける危機管理シミュレーション，システム/制御/情報，13, 1-8, 2002。
 [11] 中西英之，小泉智史，石黒浩，石田亨：市民参加による避難シミュレーションに向けて，人工知能学会論文誌，18, 6a, 643-648, 2003。
 [12] 南一久，村上陽平，河添智幸，石田亨：マルチエージェントシステムによる避難シミュレーション，人工知能学会，2002。
 [13] 株式会社構造計画研究所：マルチエージェントシミュレーションとは，<https://mas.kke.co.jp/about/>
 [14] 河西志歩，竹内則雄：来るミス使用者がフムマレル映画館からの避難シミュレーション，法政大学情報メディア教育研究センター研究報告，24, 6-12, 2011
<http://hdl.handle.net/10114/6367>
 [15] インテル：SYCLを使用した群衆シミュレーション，<https://www.xlsoft.com/jp/services/news/intel/20230329/index.html>
 [16] 遠藤廣太，中山司：Sph 法による群衆の流れの数値シミュレーション．日本応用数理学会論文誌，24, 1, 27-42, 2014。
 [17] 竹内則雄，森末晴男，矢田敬，川井忠彦：ファジィ推論を用いた雪崩危険度監視システムの開発，土木学会土木情報システム論文集，15, 107-114, 1996。
 [18] 竹内則雄，矢田敬，森末晴男，早川典生，川井忠彦：雪崩の運動走路と広がり幅のシミュレーション，JSST 第16回シミュレーション・テクノロジー・コンファレンス発表論文集，205-208, 1997。
 [19] 杉万敏夫，三隅二不二，佐古秀一：緊急避難状況における避難誘導方法に関するアクション・リサーチ(I)，実験社会心理学研究，22, 2, 95-96, 1984。
 [20] 株式会社リアルビス：人間行動に関わるシミュレーション技術調査報告書，2009。
 [21] 岡田裕作，竹内則雄：避難時における指差誘導法及び吸着誘導法に対するシミュレーション，法政大学情報メディア教育研究センター研究報告，20, 55-62, 2007，