

2023年6月1日(木)

会場B

OS06 地盤力学における数値解析

[B-06] OS06 地盤力学における数値解析 (1)

座長:中井 健太郎(名古屋大学)

09:00 ~ 10:15 会場B (1F 大会議室 102)

[B-06-01] Quantification of the Contribution Ratio of DEM Input Parameters on Granular Flow Simulations

*ショウ クンシン¹、外里 健太¹、野村 怜佳¹、森口 周二¹、大竹 雄¹、寺田 賢二郎¹ (1. 東北大学)

09:00 ~ 09:15

[B-06-02] 粘着力を考慮した粒状体の非局所構成則の提案とその適用性検証

*劉 曉東¹、鈴木 涼平¹、里見 知昭¹、高橋 弘¹ (1. 東北大学)

09:15 ~ 09:30

[B-06-03] 重錘衝突実験・DEM解析による落石防護土堤の変形破壊挙動および内部挙動の把握

*木村 絢¹、前田 健一¹、磯合 凌弥¹、近藤 慶亮¹、中村 拓郎²、菅原 正則³、内藤 直人⁴ (1. 名古屋工業大学、2. 土木研究所寒地土木研究所、3. 株式会社構研エンジニアリング、4. 豊橋技術科学大学)

09:30 ~ 09:45

[B-06-04] (キーノート講演)Peridynamicsに基づく数値解析における円柱供試体内の応力分布の評価

*福元 豊¹、新保 泰輝² (1. 長岡技術科学大学、2. 石川工業高等専門学校)

09:45 ~ 10:15

OS06 地盤力学における数値解析

[B-07] OS06 地盤力学における数値解析 (2)

座長:渦岡 良介(京都大学)

10:30 ~ 11:45 会場B (1F 大会議室 102)

[B-07-01] フェーズフィールド法を用いた不飽和浸透流解析

*石黒 俊輔¹、山田 正太郎¹、京谷 孝史¹ (1. 東北大学)

10:30 ~ 10:45

[B-07-02] フェーズフィールド法を用いた気液二相流解析による土の保水性試験のシミュレーション

*岩葉 柗志¹、山田 正太郎¹、京谷 孝史¹ (1. 東北大学)

10:45 ~ 11:00

[B-07-03] 非 Darcy流れにおける透水性低下特性に関する数値解析的検討

*一藤 亮太¹、橘 一光¹、野村 怜佳¹、高瀬 慎介²、森口 周二¹、寺田 賢二郎¹ (1. 東北大学、2. 八戸工業大学)

11:00 ~ 11:15

[B-07-04] (キーノート講演)三相系弾塑性有限変形解析

コードによる熱海市逢初川盛土崩壊の数値シミュレーション

*吉川 高広¹、野田 利弘¹、中野 正樹¹ (1. 名古屋大学)

11:15 ~ 11:45

OS06 地盤力学における数値解析

[B-08] OS06 地盤力学における数値解析 (3)

座長:福元 豊(長岡技術科学大学)

13:15 ~ 14:15 会場B (1F 大会議室 102)

[B-08-01] Energy-based evaluation of seismic responses

inside an embankment subjected to basal subsidence in centrifuge shaking table model tests

*ア スガ¹、Pipatpongsa Thirapong¹ (1. 京都大学)

13:15 ~ 13:30

[B-08-02] 波浪作用下にある海底地盤の変形解析における土の弾塑性特性の重要性

*飯島 琢臣¹、豊田 智大¹、野田 利弘¹ (1. 名古屋大学)

13:30 ~ 13:45

[B-08-03] (キーノート講演)応答スペクトルが等しく継続時間が異なる入力地震動による河川堤防の耐震性照査

*中井 健太郎¹、花田 優¹、羽田野 純也¹、野田 利弘¹ (1. 名古屋大学)

13:45 ~ 14:15

OS06 地盤力学における数値解析

[B-09] OS06 地盤力学における数値解析 (4)

座長:野田 利弘(名古屋大学)

14:30 ~ 15:45 会場B (1F 大会議室 102)

[B-09-01] Characteristics of reduction factors for lateral confining pressure of a benched slope in centrifuge model tests

*陶 善之¹、ピパットボンサー ティラボン¹ (1. Kyoto University)

14:30 ~ 14:45

[B-09-02] Evolution process of toe sliding failure of a dip slope model lying on a bedding plane with toe support

*ウォンシャナ ボンサコン¹、ピパットボンサー ティラボン¹ (1. Kyoto University)

14:45 ~ 15:00

[B-09-03] 三次元極限平衡理論に基づく広域斜面安定解析

*須郷 大地¹、藤田 真粹¹、外里 健太²、野村 怜佳¹、森口 周二¹、寺田 賢二郎¹ (1. 東北大学、2. 八戸工業大学)

15:00 ~ 15:15

[B-09-04] 不飽和斜面の浸透・破壊挙動を対象とした模型実験とデータ同化解析の適用

*齋藤 健太¹、Jayakody S.H.S²、上田 恭平²、渦岡 良介²
(1. 株式会社構造計画研究所、2. 京都大学)

15:15 ~ 15:30

[B-09-05] 地山掘削変位を用いた逆解析による地質境界面同定の適用性確認

*鎌田 浩基¹、山本 真哉¹、青野 泰久¹、多田 浩幸¹、櫻井 英行¹ (1. 清水建設株式会社)

15:30 ~ 15:45

2023年6月2日(金)

会場B

OS06 地盤力学における数値解析

[B-10] OS06 地盤力学における数値解析 (5)

座長:森口 周二(東北大学)

09:00 ~ 10:15 会場B (1F 大会議室 102)

[B-10-01] 準静的変形問題に対する Energy-based Overset Finite Element Method (EbO-FEM)の提案

*友部 遼¹、Sharma Vikas²、木村 春里¹、盛川 仁¹ (1. 東京工業大学、2. 京都大学)

09:00 ~ 09:15

[B-10-02] 結晶層間の膨潤変形と内部構造劣化を考慮した膨潤性岩盤の弾塑性モデルの有限変形化

*星 啓太郎¹、山田 正太郎¹、阿部 悠太¹、京谷 孝史¹
(1. 東北大学)

09:15 ~ 09:30

[B-10-03] 弾性地盤の有限変形に伴う接線剛性マトリクスの固有値変化に着目した座屈褶曲の波長決定因子の解明

*豊田 智大¹、野田 利弘¹、大西 和也² (1. 名古屋大学、2. 東京電力)

09:30 ~ 09:45

[B-10-04] 速度型 Space-Time有限要素法による ALE大変形解析

*清水 紫媛¹、藤澤 和謙¹、Sharma Vikas¹ (1. 京都大学)

09:45 ~ 10:00

[B-10-05] 流体遷移を考慮した粒状体流れの構成則を用いた MPM土砂流動解析

*木村 凌一¹、飛弾野 壮真¹、潘 紹元¹、菅井 理一¹、森口 周二¹、寺田 賢二郎¹ (1. 東北大学)

10:00 ~ 10:15

OS06 地盤力学における数値解析

[B-06] OS06 地盤力学における数値解析 (1)

座長:中井 健太郎(名古屋大学)

2023年6月1日(木) 09:00 ~ 10:15 会場B (1F 大会議室 102)

[B-06-01] Quantification of the Contribution Ratio of DEM Input Parameters on Granular Flow Simulations

*ショウ クンシン¹、外里 健太¹、野村 怜佳¹、森口 周二¹、大竹 雄¹、寺田 賢二郎¹ (1. 東北大学)
09:00 ~ 09:15

[B-06-02] 粘着力を考慮した粒状体の非局所構成則の提案とその適用性検証

*劉 曉東¹、鈴木 涼平¹、里見 知昭¹、高橋 弘¹ (1. 東北大学)
09:15 ~ 09:30

[B-06-03] 重錘衝突実験・DEM解析による落石防護土堤の変形破壊挙動および内部挙動の把握

*木村 絢¹、前田 健一¹、磯合 凌弥¹、近藤 慶亮¹、中村 拓郎²、菅原 正則³、内藤 直人⁴ (1. 名古屋工業大学、2. 土木研究所寒地土木研究所、3. 株式会社構研エンジニアリング、4. 豊橋技術科学大学)
09:30 ~ 09:45

[B-06-04] (キーノート講演)Peridynamicsに基づく数値解析における円柱供試体内の応力分布の評価

*福元 豊¹、新保 泰輝² (1. 長岡技術科学大学、2. 石川工業高等専門学校)
09:45 ~ 10:15

09:00 ~ 09:15 (2023年6月1日(木) 09:00 ~ 10:15 会場B)

[B-06-01] Quantification of the Contribution Ratio of DEM Input Parameters on Granular Flow Simulations

*ショウ クンシン¹、外里 健太¹、野村 怜佳¹、森口 周二¹、大竹 雄¹、寺田 賢二郎¹ (1. 東北大学)

粘着力を考慮した粒状体の非局所構成則 の提案とその適用性検証

A nonlocal constitutive law for granular material considering cohesion force
and its applicability verification

劉 曉東¹⁾ 鈴木 涼平²⁾ 里見 知昭³⁾ 高橋 弘⁴⁾

Xiaodong Liu, Ryohei Suzuki, Tomoaki Satomi and Hiroshi Takahashi

¹⁾工博 東北大学 大学院環境科学研究科 特任助教 (〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-20, E-mail: xiaodong.liu.c3@tohoku.ac.jp)

²⁾東北大学 大学院環境科学研究科 (〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-20, E-mail: ryohei.suzuki.r6@dc.tohoku.ac.jp)

³⁾工博 東北大学 大学院環境科学研究科 助教 (〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-20, E-mail: tomoaki.satomi.c6@tohoku.ac.jp)

⁴⁾工博 東北大学 大学院環境科学研究科 教授 (〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-20, E-mail: hiroshi.takahashi.b3@tohoku.ac.jp)

To realize automation and robotization technologies in the construction industry, it is very important to develop an appropriate constitutive law to predict the deformation behavior of soil and to evaluate the interaction between a construction machine and the ground it is working on. In this study, a nonlocal continuum constitutive law for granular material which considering cohesion force is proposed, and this model is implemented in the material point method in the framework of finite strain theory. The applicability of the model is also verified by presenting ground excavation simulations and experimental results.

Key Words : Granular Material, Nonlocal Constitutive, Material Point Method, Finite Strain, Excavation Simulation, Experiment

1. 緒言

近年、建設業界において人手不足問題の解決や作業環境危険性の低減、作業効率の向上などを目的として、現場作業の自動化やロボット化技術が注目されている。また、人が近づくことが困難な災害現場に対して、応急復旧を迅速に実施するための協働 AI ロボット技術の開発が進んでいる [1]。これらの技術を実現するために、建設ロボットと作業対象である地盤との相互作用を正確に予測し、安全性を確保することが非常に重要である。例えば、地滑りや河道閉塞などの災害地において、応急復旧ロボットの安全な走行を確保しておかないと、建設ロボットが災害地の軟弱地盤で立ち往生する危険性がある。建設ロボットの安全性を確保するために、高橋ら [2] がバケットおよびブレードによる地盤を掘削した際の掘削抵抗力から地盤強度（コーン指数）を推定する手法を提案し、建設ロボットの行先の走破性を判断する研究を行っている。建設現場における作業の自動化やロボット化に向けて、建設ロボットと地盤との相互作用を正確に評価および地盤の力学挙動を正確に予測することができれば、より効率的かつ的確な自動化作業に貢献できると考えられる。地盤を構成する土は粒状体であり、地盤の力学特性を正確に評価するため、粒状体に対する適切な構成則の構築がカギとなる。現在、多くの研究が進行中であり、将来的により正確で信頼性の高い粒状体の構成則が開発されること

が期待されている。本研究では、粒子間の粘着力を考慮した新たな非局所構成則を提案し、有限変形理論の枠組でこのモデルを物質点法に実装する。また、提案した数値解析手法を用いて、力学特性が異なる地盤に対するブレード掘削シミュレーションと実験結果を示すとともに、そのモデルの適用性を検証する。

2. アプローチ

(1) 粘着力を考慮した NGF モデルの提案

粒状体である土は、粒子の集合体としての変形挙動が極めて複雑である。粒状体に対する構成則の研究が長年にわたって進められてきたが、依然として様々な課題が残っている。例えば、粒子の粒径分布による影響や応力状態による相転移現象や速度の依存性など非線形力学特性が挙げられる [3,4]。また、従来の粒状体に対する構成則はほとんど局所的なモデルであり、粒子同士の相互作用を十分に表現できない、粒子システム全体の挙動を正確に予測することが困難である。これらの問題を解明するために、Henann ら [5] は Nonlocal Granular Fluidity (NGF) と呼ばれる非局所構成則を提案している。NGF モデルは比較的に高度な粒状体の構成則であり、粒子同士の非局所的相互作用を考慮することで、粒状体の様々な非線形挙動を正確に表現することができる。しかしながら、NGF モデルは乾燥状態の粒状体を対象としているため、湿潤状態の粒状体に存

在する粘着力の影響を考慮していない。本研究は、異なる含水状態の地盤を取扱うために、粘着力を考慮した拡張 NGF モデルを提案する。ここに紙面の都合で、NGF モデルの基本な物理量を簡潔に説明し、これに基づいて新たな NGF モデルの支配方程式を提示する。

まず、Henann らが提案した NGF モデルには粒状体流動性 (granular fluidity) を表すスカラー変数 g を導入されている。変数 g と塑性せん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}^p$ と応力比 μ ($\mu = \tau/p$, τ はせん断応力, p は平均応力) の関係は式 (1) で与えられる。

$$g = \dot{\gamma}^p / \mu \quad (1)$$

また、Ginzburg-Landau の相転移理論に従い、変数 g を秩序パラメータとして、粗粒自由エネルギー (coarse-grain free energy) は式 (2) であると仮定する。

$$\phi^{(g)} = C\rho_s d^2 \left[\frac{1}{2} (\mu_s - \mu) g^2 + \frac{1}{3} b \sqrt{\frac{\rho_s d^2}{p}} \mu g^3 \right] \quad (2)$$

ここに、 C , ρ_s , d はそれぞれ正の無次元プレファクター、平均粒径、粒子密度である。 μ_s は準静的な状態における限界応力比 (静的摩擦係数) である。 b は正の無次元材料パラメータであり、NGF モデルにおいては $b = (\mu_2 - \mu_s)/I_0$ で与えられる。 μ_2 は材料のレオロジーを表す定数のパラメータであり、応力比の最大値である。 I_0 はひずみ速度の依存性を表すパラメータである。

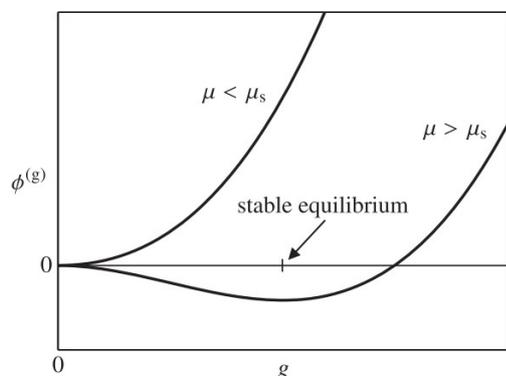


図-1 granular fluidity g に関する自由エネルギー [5]

図-1に示すように、granular fluidity 変数 g に関する自由エネルギー $\phi^{(g)}$ は限界応力比 μ_s を境に関数の特性が異なる。言い換えれば、自由エネルギー関数 $\phi^{(g)}$ の性質が係数 $(\mu_s - \mu)$ の符号によって異なる。この性質を用いて、粒状体の固相状態 ($\mu \leq \mu_s$) と液相状態 ($\mu > \mu_s$) の相転移現象を記述することができる [5]。また、物質の変形と運動に費やされるエネルギーは変数 g の変化率に依存するだけでなく、 g の勾配にも依存すると仮定するところで、仮想仕事率の原理に基づいて、変数 g の時間発展則が式 (3) に示すように得られる。

$$t_0 \dot{g} = A^2 d^2 \nabla^2 g - (\mu_s - \mu) g - b \sqrt{\frac{\rho_s d^2}{p}} \mu g^2 \quad (3)$$

ここに、 t_0 は定数の時間スケールである。 A は非局所振幅と呼ばれ、非局所的効果を表す無次元材料パラメータである。

以下は前文で述べたように、粘着力を考慮した拡張 NGF モデルを提案する。上記の Henann らの考え方に倣い、粘着力 c を考慮した粗粒自由エネルギー $\phi^{(g)}$ は式 (4) のように仮定する。

$$\phi^{(g)} = C\rho_s d^2 \left[\frac{1}{2} \left(\mu_s + \frac{c}{p} - \mu \right) g^2 + \frac{1}{3} b \sqrt{\frac{\rho_s d^2}{p}} \mu g^3 \right] \quad (4)$$

そして、文献 [5] に示す定式化方法に従い、変数 g に関する時間発展則は以下のように求められる。

$$t_0 \dot{g} = A^2 d^2 \nabla^2 g - \left(\mu_s + \frac{c}{p} - \mu \right) g - b \sqrt{\frac{\rho_s d^2}{p}} \mu g^2 \quad (5)$$

そして、定常状態 ($\dot{g} = 0$) の場合、変数 g に関する微分方程式が式 (6) になる。

$$\nabla^2 g = \frac{1}{\xi^2} (g - g_{\text{loc}}) \quad (6)$$

ここで、 ξ と g_{loc} については、

$$\xi(\mu) = \frac{A d}{\sqrt{|\mu - c/p - \mu_s|}} \quad (7)$$

$$g_{\text{loc}} = \begin{cases} \sqrt{\frac{p}{\rho_s d^2}} \frac{\mu - c/p - \mu_s}{b\mu}, & \mu \geq \mu_s + c/p \\ 0, & \mu < \mu_s + c/p \end{cases} \quad (8)$$

である。以上が粘着力 c を考慮した拡張 NGF モデルであり、 $c = 0$ の時に、文献 [5] に示す方程式に帰着することを確認できる。

(2) 有限変形理論に基づく 3次元モデルの実装

前節において、NGF モデルの諸物理量および支配方程式を説明したが、本節では、文献 [6,7] に基づき、有限変形理論の枠組で(1)節で提案した NGF モデルにおける諸物理量を 3次元のモデルに拡張し、計算手順を簡潔に記述しておく。

有限変形の枠組で 3次元 NGF モデル諸物理量のまとめ

まず、式 (9) に示すように、変形勾配テンソル \mathbf{F} を弾性部分 \mathbf{F}^e と塑性部分 \mathbf{F}^p に乗算分解する。

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \mathbf{F}^p \quad (9)$$

変形勾配を更新するために、変形勾配の変化率 $\dot{\mathbf{F}}$ は式 (10) により与えられる。

$$\dot{\mathbf{F}} = \mathbf{L} \mathbf{F} \quad (10)$$

\mathbf{L} は速度勾配テンソルである。また、弾性変形勾配テンソル \mathbf{F}^e は回転テンソル \mathbf{R}^e と右ストレッチテンソル \mathbf{U}^e によって式 (11) に示すように極分解できる。

$$\mathbf{F}^e = \mathbf{R}^e \mathbf{U}^e \quad (11)$$

右ストレッチテンソル \mathbf{U}^e を用いて、Hencky 弾性ひずみ \mathbf{E}^e が次式で求められる。

$$\mathbf{E}^e = \ln \mathbf{U}^e \quad (12)$$

一般化フックの法則によって、Mandel 応力 \mathbf{M}^e が Hencky 弾性ひずみを用いて式 (13) によって計算される。

$$\mathbf{M}^e = \mathbb{C} : \mathbf{E}^e = 2S\mathbf{E}_0^e + B(\text{tr} \mathbf{E}^e) \mathbf{I} \quad (13)$$

ここに、 \mathbb{C} は四階弾性テンソルである ($\mathbb{C} = 2S[\mathbf{I} - (1/3)\mathbf{I} \otimes \mathbf{I}] + B\mathbf{I} \otimes \mathbf{I}$)。 S と B はそれぞれせん断弾性係数と体積弾性係数であり、 \mathbf{I} と \mathbf{I} はそれぞれ四階恒等テンソルと二階恒等テンソルである。 \mathbf{E}_0^e は Hencky 弾性ひずみの偏差部分を表す。そして、相当せん断応力 τ 、平均応力 p 及び応力比 μ は以下のように求められる。

$$\tau = \sqrt{\mathbf{M}_0^e : \mathbf{M}_0^e} / 2, \quad p = -\text{tr} \mathbf{M}^e / 3, \quad \mu = \tau / p \quad (14)$$

\mathbf{M}_0^e は Mandel 応力の偏差部分を表す。また、内力を計算するために、Cauchy 応力 \mathbf{T} を用いられる。Cauchy 応力 \mathbf{T} は式 (15) により求められる。

$$\mathbf{T} = J^{-1} \mathbf{R}^e \mathbf{M}^e (\mathbf{R}^e)^T \quad (15)$$

ここに $J = \det \mathbf{F}$ である。

計算手順

有限変形理論の枠組で 3 次元の NGF モデルの計算手順は以下の通りである。

- **Data** : $S, B, \phi, \mu_s, \mu_2, A, t_0, d, I_0, \rho_s$
- **Input** : $L_{n+1}, \mathbf{F}_n^p, \nabla^2 g_n, g_n, p_n, \mu_n$
- **Output** : $T_{n+1}, \mathbf{F}_{n+1}^p, g_{n+1}, p_{n+1}, \mu_{n+1}$

(ϕ は体積分率であり、かさ密度 $\rho = \phi \rho_s$ である。)

1. 変形勾配及びひずみ量の更新

$$\mathbf{F}_{n+1} = (\mathbf{I} + \Delta t \mathbf{L}_{n+1}) \mathbf{F}_n$$

$$\mathbf{F}_{tr}^e = \mathbf{F}_{n+1} \mathbf{F}_n^{p-1}$$

$$\mathbf{E}_{tr}^e = \ln(\mathbf{U}_{tr}^e)$$

2. 試行応力の計算

$$\mathbf{M}_{tr}^e = 2S \mathbf{E}_{0,tr}^e + B \text{tr} \mathbf{E}_{tr}^e \mathbf{I}$$

$$p_{n+1} = p_{tr} = -\text{tr} \mathbf{M}_{tr}^e / 3$$

$$\tau_{tr} = \sqrt{(\mathbf{M}_{0,tr}^e : \mathbf{M}_{0,tr}^e) / 2}$$

$$\mathbf{N}_{tr}^p = \mathbf{M}_{0,tr}^e / (\sqrt{2} \tau_{tr})$$

3. 変数 g 及び応力の更新

$$g_{n+1} = g_n + \Delta t \dot{g}$$

$$\tau_{n+1} = \frac{\tau_{tr} p_{n+1}}{p_{n+1} + S \Delta t g_{n+1}}$$

$$\mathbf{M}_{n+1}^e = \mathbf{M}_{tr}^e - \sqrt{2} (\tau_{tr} - \tau_{n+1}) \mathbf{N}_{tr}^p$$

$$\mathbf{T}_{n+1} = J^{-1} \mathbf{R}_{tr}^e \mathbf{M}_{n+1}^e \mathbf{R}_{tr}^{e,T}$$

$$\mu_{n+1} = \tau_{n+1} / p_{n+1}$$

4. 塑性変形量の更新

$$\dot{\gamma}_{n+1}^p = \mu_{n+1} g_{n+1}$$

$$\mathbf{L}_{n+1}^p = \frac{1}{\sqrt{2}} \dot{\gamma}_{n+1}^p \mathbf{N}_{tr}^p$$

$$\mathbf{F}_{n+1}^p = (\mathbf{I} + \Delta t \mathbf{L}_{n+1}^p) \mathbf{F}_n^p$$

なお、以上に示す計算手順が MLS-MPM (Moving Least Squares Material Point Method) に実装しており、実装の詳細については文献 [6,8] を参照されたい。

3. 解析例

(1) 解析条件及びパラメータの設定

本稿は砂質地盤を想定しており、室内の実験では珪砂 6 号を用いた。数値シミュレーションでの土槽とブレードの寸法及び掘削条件が室内の掘削実験 [2] と同じように設定されている。ブレードの幅は 50 mm、高さは 60 mm である。また、掘削の際にブレードが地盤表面となす角度は 90°、掘削深さは 10 mm、掘削距離は 150 mm である。シミュレーションでブレード前進の速度は 0.02 m/s と設定した。NGF モデルに使った解析パラメータは表-1 に示す。

表-1 NGF モデルの解析パラメータ

| S [MPa] | B [MPa] | ρ_s [kg/m ³] | d [mm] | t_0 [s] |
|-----------|-----------|-------------------------------|----------|------------|
| 5.8 | 12.5 | 2583 | 0.3 | 1e-4, 1e-6 |
| A | I_0 | μ_s | μ_2 | c [Pa] |
| 0.48 | 0.278 | 0.7 | 0.96 | 0, 600 |

ここに、乾燥状態 (含水比 0%) の砂に対するパラメータが文献 [6] に提示したパラメータを参照した。なお、砂の体積分率 ϕ は 0.67 と設定した。また、湿潤状態の砂については、砂粒子間の粘着力が一般的に 400 Pa ~ 700 Pa であると報告されている [9] ので、ここに湿潤状態 (含水比 10%) の砂に対して粘着力を 600 Pa、 $t_0 = 1e-6$ と設定した。

(2) シミュレーションの結果及び考察

粘着力がない時の乾燥状態におけるブレード掘削シミュレーション及び実験の結果を図-2 に示す。図の (a)、(b)、(c) は粒子速度の分布を示しており、それぞれ全体の斜視図、局所の平面図および局所の中央断面図である。(d) は中央断面における granular fluidity 変数 g の分布である。(e) は室内の模型実験の様子である。図-2 に示すように、掘削された土砂が砂の安息角に近い傾斜面まで堆積し、斜面の傾斜が安息角を越えると溜まってきた土砂が表面から崩れ落ちる現象が見られる。また、中央断面図 (c) を見ると、一定の形と保ちつつ掘削方向に流れていくような様子を観察できる。さらに、図-2 の (d) を見ると、granular fluidity 変数 g が地盤の破壊面に沿って激しくなることが見られる。これは破壊面における塑性変形率が大きいであることを示唆している。シミュレーションの結果と実験の様子がほぼ一致すると確認できる。また、粘着力がない地盤に対して、掘削する際にブレードに作用する抵抗力を図-3 に示す。掘削の進展に伴い、掘削抵抗力が安定の値まで増加すると見られる。シミュレーションでの掘削抵抗

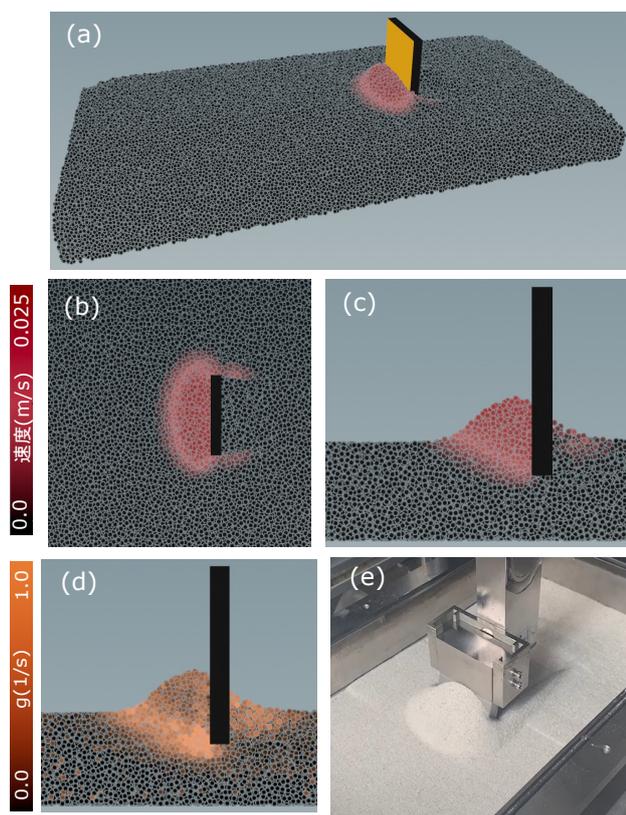


図-2 粘着力がない時の掘削シミュレーション及び実験の様子

力が実験の結果に比べてやや大きくなるが、概ね一致していると確認できる。

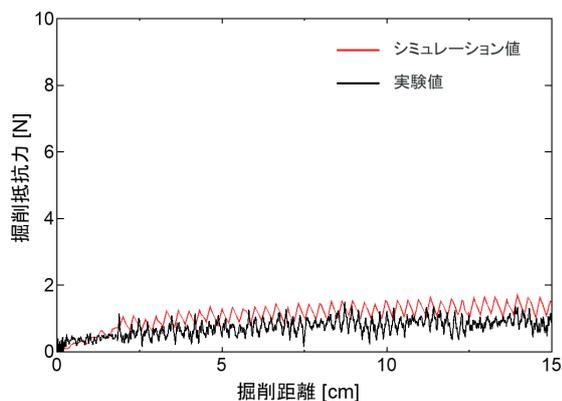


図-3 粘着力がない時の掘削抵抗力

粘着力がある時の湿潤状態におけるブレード掘削シミュレーション及び実験の結果を図-4及び図-5に示す。図-4の(a)、(b)、(c)は掘削時間 $t = 3s$ 時の粒子速度の分布であり、それぞれ全体の斜視図、局所の平面図及び局所の中央断面図である。乾燥状態の掘削様子とは異なり、粘着力の効果で掘削された土砂が急斜面まで堆積することができる。

図-5の上から下まで、それぞれ中央断面における granular fluidity 変数 g の分布、相当せん断塑性ひずみ速度

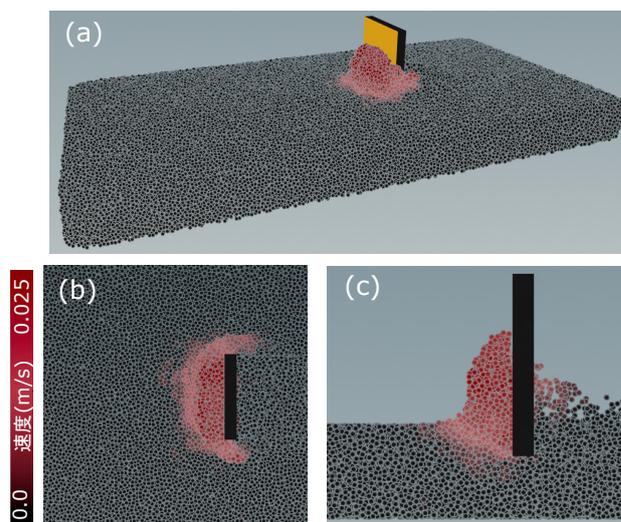


図-4 粘着力がある時の掘削シミュレーション

$\dot{\gamma}^p$ の分布及び実験の様子であり、図の左から右までは、それぞれ掘削時間 $t = 3s, 4s, 5s$ に対応している状態である。変数 g と相当せん断塑性ひずみ速度 $\dot{\gamma}^p$ が高い相関性を示しており、これは $\dot{\gamma}^p = \mu g$ の関係があるからと推定できる。掘削時間の進行に伴い、せん断破壊に至るまでに溜まってきた土砂が一気に崩れ落ちる現象が、シミュレーションと実験両方とも観察される。

また、粘着力がある時の湿潤状態におけるブレードに作用する抵抗力を図-3に示す。乾燥状態における掘削抵抗力は約 1N に対して、湿潤状態では粘着力の効果で、掘削抵抗力は約 6N である。抵抗力の振幅も大きくなるが見られる。シミュレーションの結果と実験の結果がよく一致していると確認できる。

4. 結言

本研究は粘着力を考慮した新たな NGF (Nonlocal Granular Fluidity) モデルを提案し、このモデルを地盤大変形解析に適用できる物質点法に実装した。本研究より得られた知見を以下にまとめる。

- 提案した数値解析手法を用いて、乾燥状態と湿潤状態の砂質地盤を対象にブレード掘削シミュレーションを行い、シミュレーションの結果と室内模型実験の結果の比較を通じて、開発した数値解析手法有効性と妥当性を確認できた。
- 乾燥状態と湿潤状態の砂質地盤が掘削された際に変形挙動の違いを表現でき、粘着力の効果によって掘削抵抗力が大きくなり、抵抗力の振幅も大きくなる。
- 拡張した NGF モデルは地盤の力学挙動や機械との相互作用を正確に理解するのに役立ち、ブレード掘削過程に対する定量的な評価が可能である。

また、今後の展望としては、本研究で提案されたモデルはおおよび解析手法により、地すべりや崩壊などの現象の発生メカニズムを解明することが可能であり、自

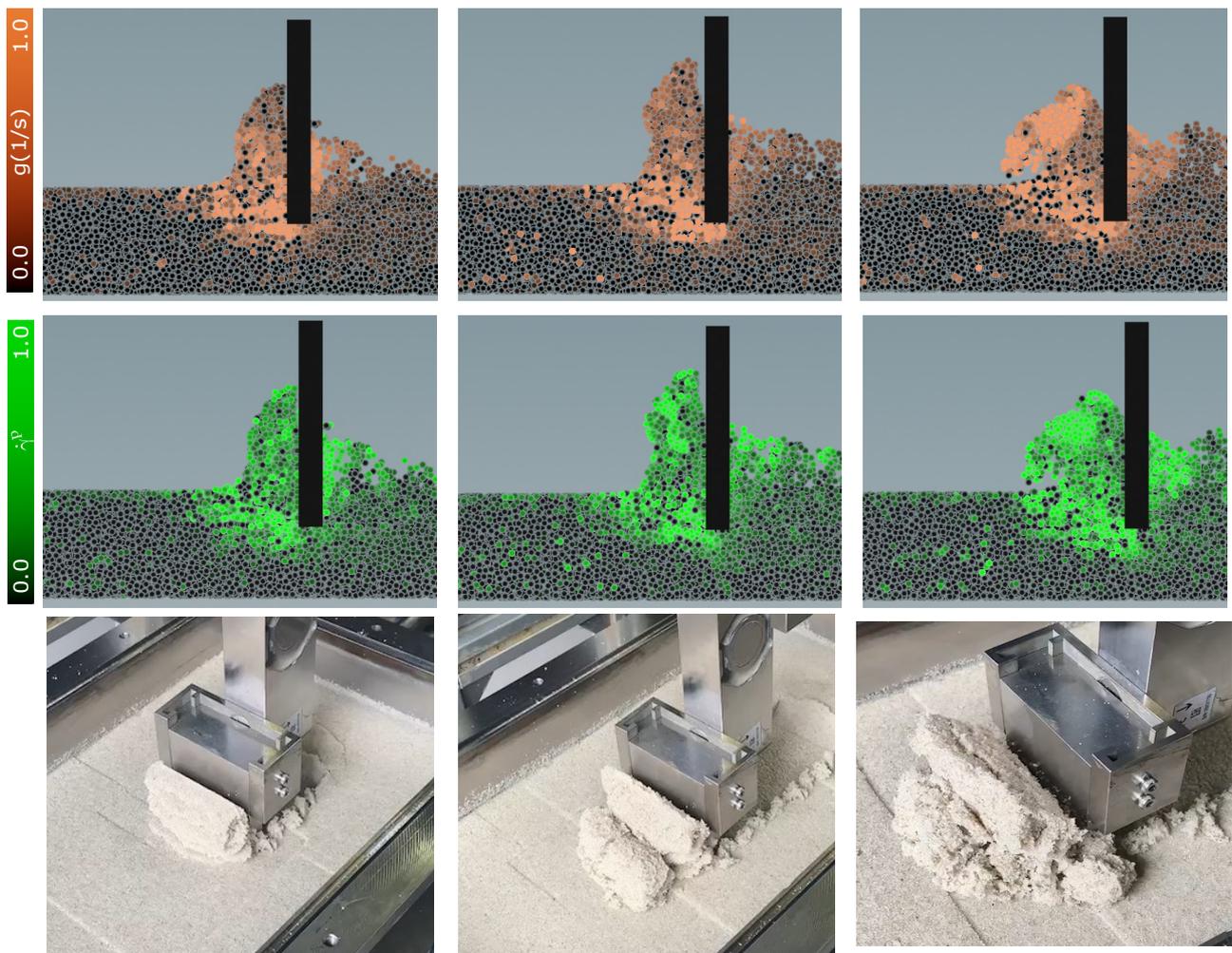


図-5 粘着力がある時のブレード掘削シミュレーションの内部変数の分布及び実験の様子

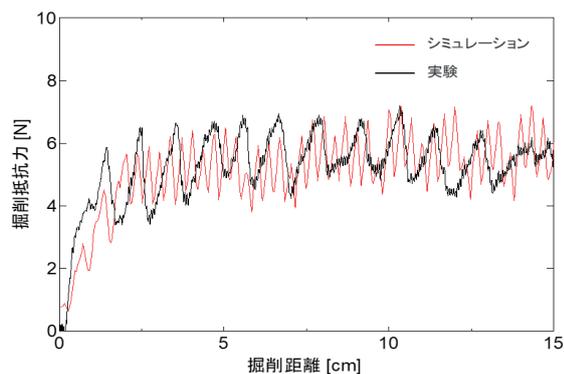


図-6 粘着力がある時の掘削抵抗力

然災害の影響を予測およびリスクを評価する手法になると期待できる。

謝辞: 本研究は、JST【ムーンショット型研究開発事業】
 グラント番号【JPMJMS2032】の支援を受けたものであり、謝意を表する。

参考文献

- [1] 永谷 圭司. ムーンショット型研究開発 (目標 3) 多様な環境に適応しインフラ構築を革新する協働 AI ロボット—2022 年度の研究開発成果の概要—. 第 23 回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会予稿集, 2022.
- [2] 高橋 弘, 谷口 直哉, 鈴木 涼平, 劉 曉東, 里見 知昭. バケットおよびブレードによる地盤掘削時の抵抗力を用いた地盤強度推定に関する研究. 第 23 回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会予稿集, 2022.
- [3] Pierre Jop, Yoël Forterre, and Olivier Pouliquen. A constitutive law for dense granular flows. *Nature*, 441(7094):727–730, 2006.
- [4] David L. Henann and Ken Kamrin. A predictive, size-dependent continuum model for dense granular flows. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 110(17):6730–6735, 2013.
- [5] David L. Henann and Ken Kamrin. Continuum thermomechanics of the nonlocal granular rheology. *International Journal of Plasticity*, 60:145–162, 2014.
- [6] Amin Haeri and Krzysztof Skonieczny. Three-

dimensional granular flow continuum modeling via material point method with hyperelastic nonlocal granular fluidity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 394:114904, 2022.

- [7] David L. Henann and Ken Kamrin. A finite element implementation of the nonlocal granular rheology. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 108(4):273–302, 2016.
- [8] Yuanming Hu, Yu Fang, Ziheng Ge, Ziyin Qu, Yixin Zhu, Andre Pradhana, and Chenfanfu Jiang. A moving least squares material point method with displacement discontinuity and two-way rigid body coupling. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 37(4):150, 2018.
- [9] Bruno Andreotti, Yoel Forterre, and Olivier Pouliquen. *Granular Media: Between Fluid and Solid*. Cambridge University Press, Cambridge, 2013.

重錘衝突実験・DEM解析による落石防護土堤の 変形破壊挙動および内部挙動の把握

Weight Impact Tests and DEM Analysis of a Rockfall Protective Soil Embankment for understanding
Deformation and Failure Behavior and Internal Behavior

木村 絢¹⁾, 前田 健一²⁾, 磯合 凌弥³⁾, 近藤 慶亮⁴⁾, 中村 拓郎⁵⁾, 菅原 正則⁶⁾, 内藤 直人⁷⁾
Aya Kimura, Kenichi Maeda, Ryoya Isoai, Keisuke Kondo, Takuro Nakamura, Masanori Sugawara and Naoto
Naito

1) 名古屋工業大学 大学院博士前期課程 工学専攻 (〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町,

E-mail: a.kimura.020@stn.nitech.ac.jp)

2) 博(工)名古屋工業大学 社会工学科 教授 (〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町, E-mail: maeda.kenichi@nitech.ac.jp)

3) 名古屋工業大学 大学院博士前期課程 工学専攻 (〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町)

4) 名古屋工業大学 工学部 社会工学科 (〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町,

E-mail: k.kondo.690@stn.nitech.ac.jp)

5) 博(工) 土木研究所寒地土木研究所 寒地構造チーム主任研究員 (〒062-8602 札幌市豊平区平岸1条3丁目1番34号,

E-mail: nakamura-t@ceri.go.jp)

6) 構研エンジニアリング 地質部 (〒065-8510 札幌市東区北18条東17丁目1番1号, E-mail: sugawara@koken-e.co.jp)

7) 博(工) 豊橋技術科学大学 建築・都市システム学系 助教 (〒441-8580 愛知県豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1,

E-mail: naito.naoto.xz@tut.jp)

A rockfall protective soil embankment is one of the rockfall countermeasure work with excellent workability and economy, but a performance design method has not yet been established. In this study, we conducted a medium weight-impact test and reproducible analysis using the discrete element method for the purpose of the rockfall trapping performance and destructive performance of rockfall protective soil embankment. As a result, propagation of stress propagating inside soil embankment is important in understanding internal behavior of a soil embankment.

Key Words : rockfall protective soil embankment, discrete element method, deformation-failure behavior

1. はじめに

近年、我が国では集中豪雨や大地震など自然災害の激甚化に伴い大規模な落石災害の発生リスクが高まっている。落石災害は人命に直接関わるとともに、交通網の寸断等により地域経済に大きな影響を及ぼす。これらの被害を最小限に抑えるため、合理的な落石対策工の実施が求められている。そこで、経済性、施工性、維持管理性に優れた落石防護土堤（以下、土堤と示す）に着目する。

落石対策便覧^[1]において土堤は土のみで構成され、道路側方に平坦な余地がある場合に用いられ、土砂材料の確保が容易な場合、経済性、施工性、維持管理性に最も優れた落石対策工となり得る。しかし、同便覧には土堤の落石エネルギーの吸収・消散メカニズムについて定量的評価がなされておらず、未だ性能設計法は確立されていない。

以上の背景より、本研究では土堤の落石捕捉性能とその破壊性状を確認することを目的に、実規模の1/2スケールの縮小模型（以下、中型模型）を対象とした重錘衝突実験及び個別要素法による再現解析を実施した。再現解析は著者らがこれまでに実施してきた2次元個別要素法（以

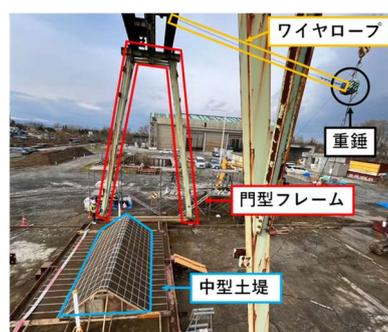


図-1 実験風景写真

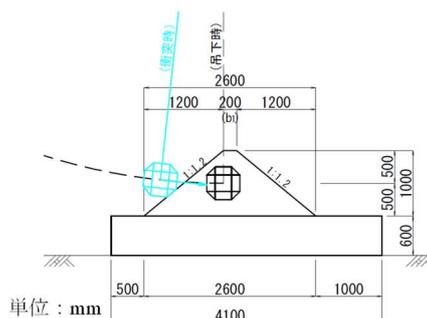


図-2 実験概要図

下, 2D-DEMと示す) [2,3]を用いた。

2. 実験結果及び考察

(1) 実験概要

図-1, 2に実験風景写真及び実験概要図を示す。本実験は重錘を門型フレームに吊るし, 4.9t吊クローラクレーンで所定の位置まで釣り上げた後, 重錘に取り付けた着脱装置を外すことで振り子運動により中型土堤に衝突させた。振り子運動の回転中心点は衝突面側の土堤模型法肩と一致させており, 土堤中心を通過する際に重錘重心が土堤底面から高さ0.5mとなるよう回転半径を設定した。図-3, 表-1に実験に使用した重錘 (EOTA⁴⁾型重錘) および形状寸法を示す。試験体は, 基層部と実規模の1/2スケールを想定した土堤部で構成される中型模型とした。土堤の形状寸法については, 土堤高さは1.0m, 天端幅は0.2m, 土堤延長を4.6mとした。また, 法勾配は以下をもとに1:1.2と設定した。1) 落石対策便覧に記載される一般値1:1.0~1:1.5を目安とすること, 2) 今回の土堤実験にて得られた材料試験結果を用いた盛土安定計算においてすべり安全率1.2を確保可能な勾配とすること, である。なお, 天端幅については中型土堤換算にして通常は0.5m以上で施工されるが, 土堤の変形, 破壊性状を検討するために0.2mと設定した。基層部は基層部底面の影響が生じないよう堅固なコンクリート基礎の上に山留材を配置して砂を充填し, 土堤部はその上に構築した。試験体の構築に際して, 基層部は厚さ0.3m毎に, 土堤部は0.25m毎に砂を敷き均し, 振動締め固め機を使用して成形した。構成材料には, 基層部, 土堤部ともに埋砂・路盤用の砂を用いた。

表-2に実験に使用した土堤材料の物性値一覧を, 表-3に実験ケース一覧を示す。実験は重錘の落下高さを4~7mに変化させた計3ケースを実施した。表中のケース名に関して, Iに付随する数字が落下高さを表している。表中には重錘挙動の計測に使用した高速度カメラによる画像解析から算出した重錘の速度を記載している。

(2) 計測項目

本実験の計測項目は重錘挙動, 実験後の土堤法面及び土堤断面の変状とした。重錘挙動は高速度カメラで撮影した画像 (500fps) からPTV (Particle Tracking Velocimetry) 解析により重錘重心の座標を算出し, 重錘の軌跡及び速度を算出した。ただし, 画像解析から算出したデータは土堤に衝突した際に飛散した土粒子や太陽光の反射によりターゲットが隠れてしまうことが原因でノイズが大きくなってしまった。そこで, 速度から算出するデータに関しては7word (14ms) の矩形移動平均処理を施している。

土堤断面の変状は実験終了後に荷重方向と平行に土堤断面を掘削することにより土堤内部状態を観察した。断面観察を補助するために, 土堤構築時に直径25mmの鋼棒を基層部の深さ30cmまで貫入することで削孔し, 着色砂を充填した。なお, 着色砂は土堤中心を基準に荷重方向に250mm間隔で計9本埋設した。

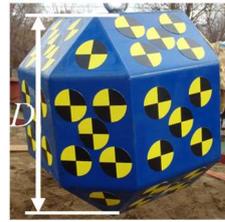


図-3 EOTA 型重錘

表-1 重錘形状寸法

| | |
|----------------|------------------|
| 質量 M (kg) | 一辺の長さ D (m) |
| 234.5 | 0.5 |

表-2 土堤材料の物性値一覧

| 項目 | 単位 | 試験結果 |
|----------------------|----------|--------|
| 地盤材料の分類名 | - | 分級された砂 |
| 分類記号 | - | SP |
| 土粒子の密度 | g/cm^3 | 2.690 |
| 60%粒径 D_{60} | mm | 0.276 |
| 均等係数 U_c | - | 1.83 |
| 最大乾燥密度 ρ_{dmax} | g/cm^3 | 1.413 |
| 最適含水比 | % | 25.4 |
| 実験時含水比 | % | 9.5 |

表-3 実験ケース一覧

| 実験ケース | 落下高さ (m) | 土堤衝突時 | | | 最大貫入時 | | | | |
|-------|----------|---------|------------|------------|---------|------------|------------|------|------|
| | | 時刻 (ms) | 水平速度 (m/s) | 鉛直速度 (m/s) | 時刻 (ms) | 水平速度 (m/s) | 鉛直速度 (m/s) | | |
| I-4 | 4 | 0 | 8.90 | -1.05 | 8.96 | 72 | 2.26 | 1.89 | 2.94 |
| I-6 | 6 | 0 | 10.56 | -1.09 | 10.61 | 80 | 2.48 | 2.12 | 3.27 |
| I-7 | 7 | 0 | 11.70 | -1.29 | 11.77 | 76 | 2.45 | 2.08 | 3.21 |

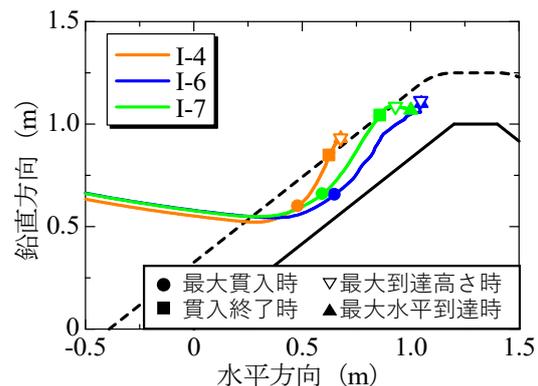


図-4 重錘重心の軌跡図

※I-6は貫入中に停止したため, 貫入終了時刻はなし

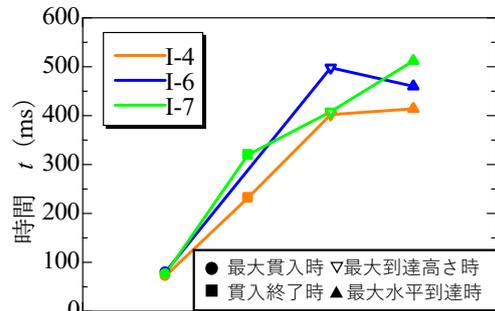


図-5 各事象の発生時刻

(3) 重錘重心の軌跡図

図-4に重錘重心の軌跡を, 図-5に各事象の発生時刻を示す。軌跡図は重錘衝突面側の土堤法面を原点としており, 実線にて土堤形状を, 破線にて重錘半径分のオフセットラインを示す。重錘進行方向はグラフ右方向である。また, プロットにて各事象の座標を示す。3ケースとも土堤

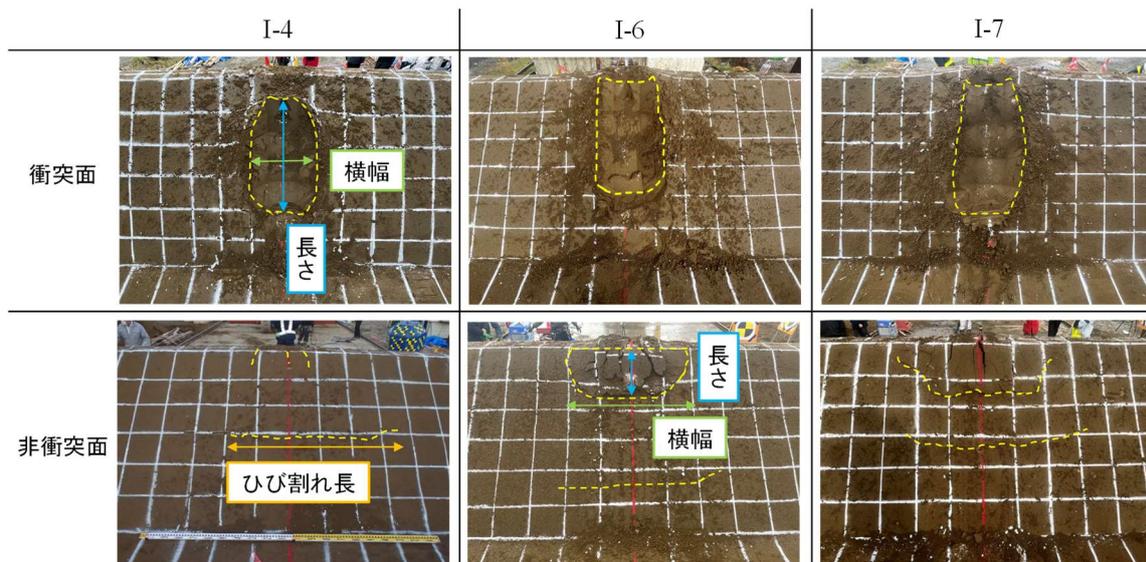


図-6 土堤衝突面、非衝突面の変状

衝突後、重錘は土堤法面に貫入しながら法面上を駆け上がる挙動を示した。図-5よりI-4、I-6では最大水平距離に達した後、I-7では最大到達高さに達した後に停止し、捕捉された。

(4) 土堤衝突面、非衝突面の変形状

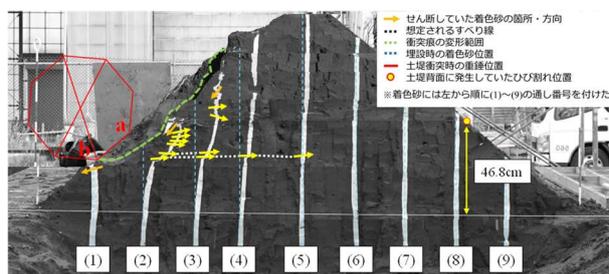
図-6、表-4に重錘衝突後の衝突面、非衝突面の变形範囲とその寸法を示す。また、図には变形範囲及びひび割れを破線にて示す。衝突面側の变形幅は530~570mm程度であり、いずれのケースでも重錘径と同程度となっている。衝突痕長さは落下高さの増加に伴い、大きくなっていることが分かる。非衝突面側の変状を見ると土堤天端の变形及び法面中腹にひび割れが発生している。I-6、I-7の天端には盛り上がりが見られた。これはI-6、I-7では重錘が天端付近まで駆け上がったことから、耐力の小さい天端部分を押し抜いたと考えられる。以降、塊として变形した天端部分を土塊として表現する。また、I-6、I-7の天端付近の变形範囲は横幅がそれぞれ1000~1200mm程度であり、衝突面側の約2倍となることから、非衝突面に变形が伝わる過程で土堤延長方向に变形範囲が広がっていたと推察される。また、I-4、I-7はひび割れの発生位置及びひび割れ長さがおよそ等しいが、I-6はI-4、I-7と比較してひび割れの発生位置が鉛直高さにして約20cm低く、ひび割れ長さが約30cm小さくなっている。この要因として、土堤を段階施工した際の水平継ぎ目に沿って荷重が伝播し、ひび割れの発生位置に差が生じた可能性が挙げられる。

(5) 土堤断面の変状

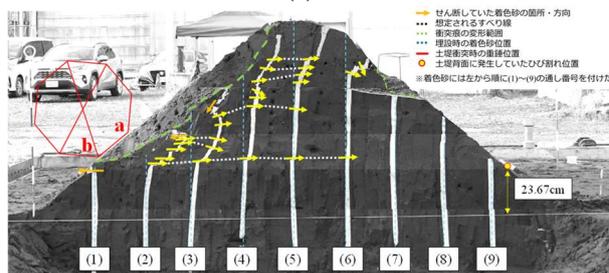
実験終了後に掘削した土堤断面状況を図-7に示す。なお、断面の崩壊を防ぐため、掘削時には10~15cmごとに段切りを行った。断面画像は掘削中に定点カメラで撮影した画像を重ね合わせたものである。図中に示す黄色矢印はせん断していた着色砂の発生箇所及び向きを表している。白破線で想定されるすべり線を、緑破線で衝突痕の变形範囲を、水色破線で埋設時の着色砂位置を表している。

表-4 土堤法面の変状寸法

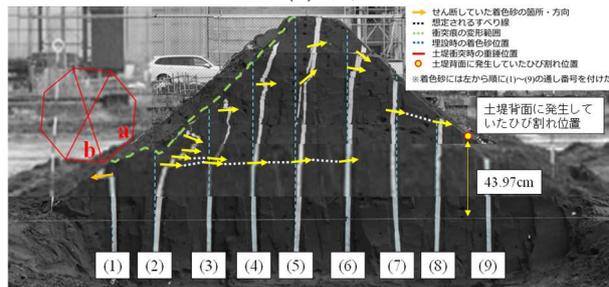
| | | I-4 | I-6 | I-7 |
|--------------|---------|-------|--------|--------|
| 衝突面 (mm) | 横幅 | 568.0 | 529.0 | 542.6 |
| | 長さ | 966.8 | 1060.6 | 1141.3 |
| | 深さ | 150 | 130 | 130 |
| 非衝突面 (mm) | 横幅 | 525.6 | 986.3 | 1223.0 |
| | 長さ | 181.1 | 464.5 | 456.7 |
| | 盛り上がり高さ | - | 120 | 180 |
| | ひび割れ長 | 468.0 | 236.7 | 439.7 |



(a) I-4



(b) I-6



(c) I-7

図-7 土堤断面状況 (実験状況)

加えて、赤線で土堤衝突時の重錘位置を、黄色プロットで土堤背面に発生していたひび割れ位置を示す。さらに、着色砂には図左側から(1)～(9)の通し番号を付けている。

3ケースとも(2)～(5)の着色砂には細かいせん断が他の着色砂より多く、(2)～(6)の着色砂まではほぼ水平方向に想定すべり線が伸びていることが読み取れる。重錘接触面の上端aと下端bの間の高さから想定すべり線が伸びていることから、重錘接触面を始点としてせん断及び想定すべり線が形成されていると推察される。また、想定すべり線は(5)～(6)の着色砂まで水平方向に進展しているが、非衝突面側ひび割れまで続くせん断は確認できない。また、(2)-(3)、(3)-(4)間の着色砂の間隔が狭まっていることから、衝突部付近では圧縮変形が発生していると考えられる。これらより、本実験において土堤内部のせん断や圧縮による塑性変形は衝突部付近から土堤中央部までの範囲にわたり生じ、土堤背面では塑性変形が確認されないことが分かった。

3. 2D-DEMを用いた土堤の変形破壊挙動の把握

(1) 数値解析概要

図-8に解析概要図を示す。2D-DEMによる再現解析は既往の研究で用いられてきたモデル^[2]をベースに実施した。土堤の断面形状及び基層は実験と同じ条件としている。表-5に解析パラメータを示す。解析パラメータは既往研究^[2]を参考に最大粒径が重錘径(0.5m)の1/10以下が望ましいとした既往研究を参考に、最大粒径が重錘径の1/(20 $\sqrt{2}$)となる0.01768mとし、最小粒径は最大粒径の1/2とした。最大粒径の調整は、本実験と同条件の土堤を用いて実施した静的載荷実験^[5]結果の荷重を概ね再現可能な値として設定した。図-9に実験と解析結果の荷重-貫入量関係を示す。図より、最大荷重及びそれ以降に荷重が一定値で推移する際の荷重である終局荷重を概ね再現していることが確認された。

本実験における土堤材料の限界自立高さが1.3mであったことを踏まえ、本解析パラメータにおけるボンド強度と水平地盤の限界自立高さの関係(図-10)を算出し、ボンド強度を $2.42 \times 10^6 \text{Pa}$ と設定した。さらに、ボンド強度と粘着力の関係を既往研究^[3]にならぬ算出し、図-11の様な関係が成り立つことが分かった。これより、本解析における粘着力は約3kPaである。また、解析時の重錘速度は表-3に示す速度を使用した。

(2) 2D-DEMを用いた土堤の変形破壊挙動及び内部挙動の検討

図-12、図-13に土堤衝突から10msごとの土堤断面図、応力分布図、粒子速度図を示す。(a)土堤断面図は実験時に埋設した着色砂の配置を参考に格子状に粒子を着色し、せん断の発生箇所を黄矢印で示した。せん断は目視により、着色砂の格子点付近で斜めに変形している箇所とした。また、実験結果の画像と同様に通し番号を配置した。(b)応力分布図における応力は平均主応力を表している。

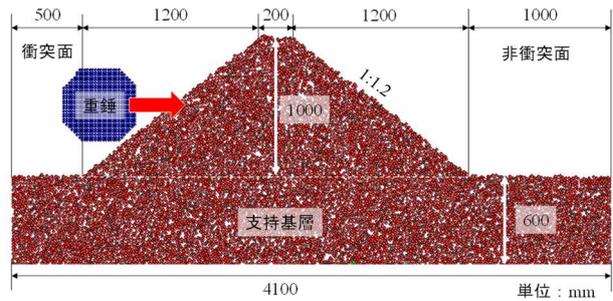


図-8 2D-DEM 解析概要図

表-5 解析パラメータ一覧

| パラメータ | 記号 (単位) | 設定値 |
|----------------|------------------------------|--------------------|
| 最大粒径 D_{max} | D (m) | 0.01768 |
| 最小粒径 D_{min} | | 0.00884 |
| 平均粒径 D_{50} | | 0.01326 |
| 粒子の密度 | ρ_s (kg/m^3) | 2650 |
| 法線方向ばね定数 | k_n (N/m) | 2.0×10^7 |
| 接線方向ばね定数 | k_s (N/m) | 5.0×10^6 |
| 粒子間摩擦角 | φ_u (deg.) | 25 |
| 減衰定数 | h | 1.0 |
| ボンド直径 | D_b (m) | 0.00884 |
| ボンド強度 | s_b (Pa) | 2.42×10^6 |

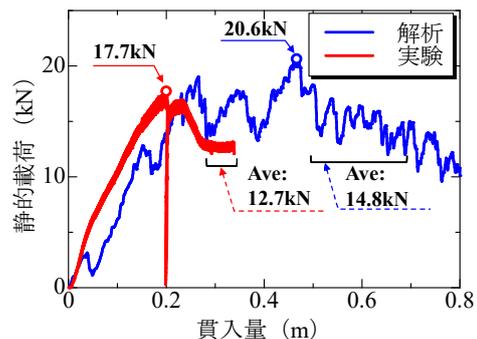


図-9 静的載荷実験における荷重-貫入量関係

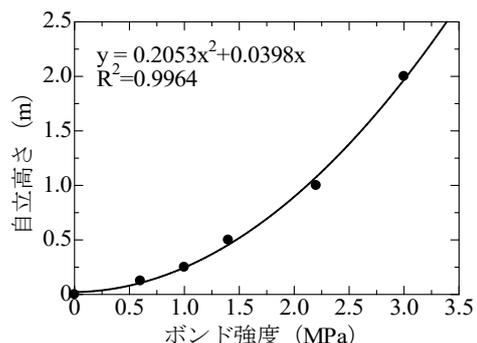


図-10 ボンド強度と自立高さの関係

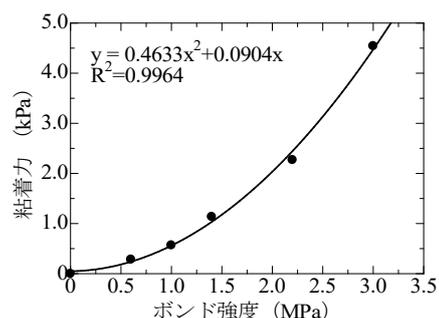


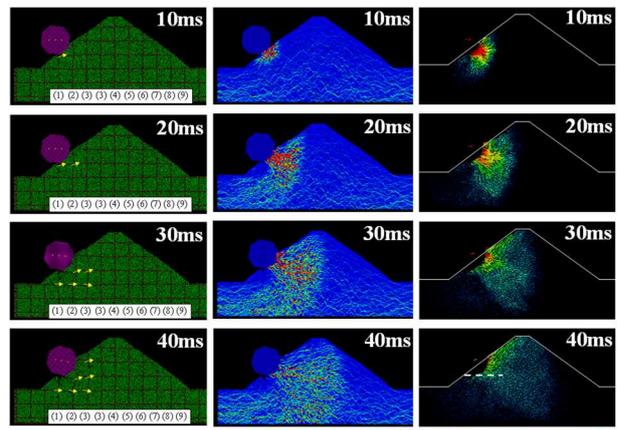
図-11 ボンド強度と粘着力の関係

(c) 粒子速度図には衝突前の土堤形状を白線で記載している。また、図-7より実験終了後の土堤断面において重錘接触面下端の高さに伸びている想定すべり線の位置と同様な箇所に見られる図-12上での速度差が大きい箇所を、水平にせん断された線として白破線で記載している。

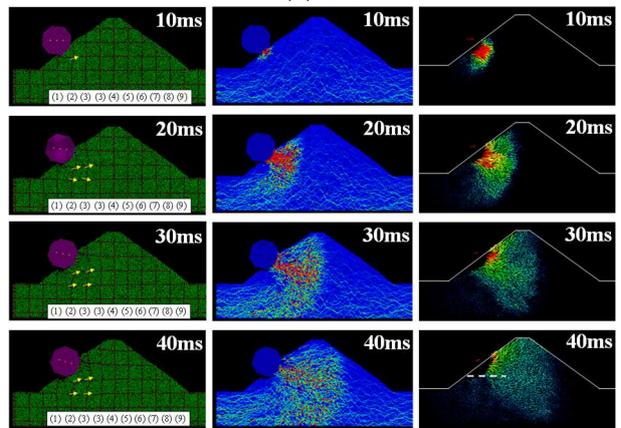
図-6より実験終了後の土堤断面において、重錘衝突部から土堤中央までの(2)～(6)の着色砂に細かいせん断が他の着色砂より多く見られた要因を解析結果から考える。図-12, 13(a)より土堤断面図を見ると10ms～40msにかけて(1)～(3)の着色砂にせん断が発生しており、解析結果においても衝突部付近から土堤中央部までにせん断が発生しやすいことが確認された。

ここで、せん断の発生メカニズムについて検討する。図-12, 13(b)より応力分布図を見ると衝突直後から20msまでは重錘の衝突面から扇状に応力が伝播している。一方で30ms以降では天端方向への応力の伝播が減少し、水平方向および基層部に向かって伝播している。図-12, 13(c)より粒子速度図を見ると、衝突直後から20msにかけて重錘衝突部周辺では土粒子が放射状に広がるように速度を有していることが分かる。その拡散性状は応力の伝播性状と同様である。この時、図-13に示すように速度ベクトルが発生している場所によってその速度差が大きくなっており、大きなせん断ひずみ速度が発生していると考えられる。このことから重錘衝突直後の応力が扇状に伝播すること、土要素に大きなせん断ひずみ速度が発生することでせん断箇所が形成されたと考えられる。

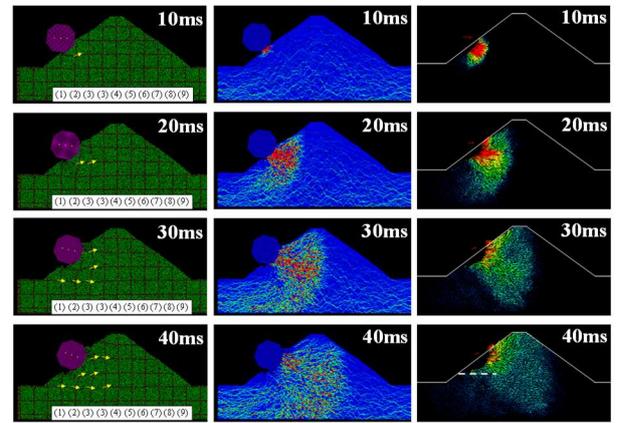
次に、衝突部付近から土堤中央部までにせん断が発生しやすいことについて検討する。図-13(c)より衝突直後、赤線で示される150kPa程度の応力が衝突部付近において集中的に発生し、30msで土堤中央部まで応力が伝播している。時間が経過するにつれ、土堤内部を伝播する150kPa程度の高い応力の分布は減少する傾向にあることが読み取れる。これは、大きなせん断ひずみ速度が発生することでせん断が形成され、塑性変形によるエネルギー減衰が生じるために土堤内部を伝播する応力が小さくなったと考える。つまり、重錘衝突直後、150kPa程度の高い応力は衝突部付近から土堤中央部まで伝播するが、せん断が発生することでその高い応力は減少し、土堤背面ではせん断を発生させるだけのせん断ひずみ速度を有していない状態になったと推察される。



(a) 土堤断面図 (b) 応力分布図 (c) 粒子速度図
(1) I-4

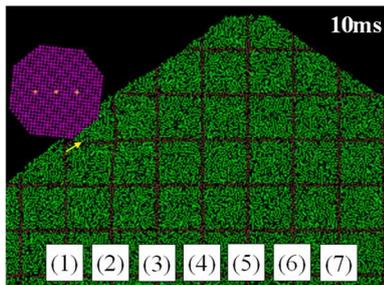


(a) 土堤断面図 (b) 応力分布図 (c) 粒子速度図
(2) I-6

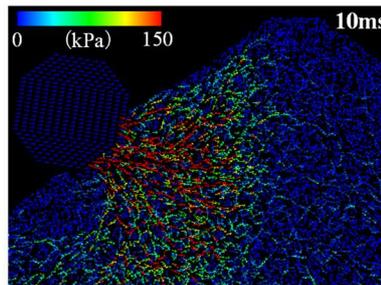


(a) 土堤断面図 (b) 応力分布図 (c) 粒子速度図
(3) I-7

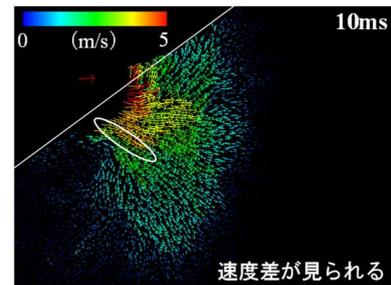
図-12 土堤変形挙動



(a) 土堤断面図



(b) 応力分布図



(c) 粒子速度図

図-13 土堤変形挙動の拡大図 (図-11 より I-4, 10ms)

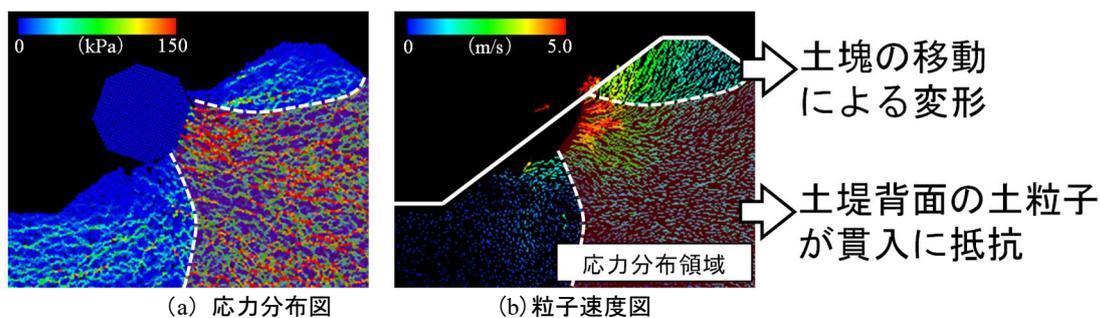


図-14 粒子速度図における応力分布領域 (図-10 より I-7, 10ms)

さらに、応力分布図と粒子速度図に着目し、比較する。3ケースとも30ms, 40msにおいて応力の分布している範囲と粒子が速度を有している範囲に差が生じていることが分かる。特に、天端付近において30ms以降では天端方向への応力の伝播が減少している一方、粒子は天端方向にも速度を持って移動していることが分かる。

ここで、図-14にI-7の40msにおける粒子速度図に応力分布図領域を重ねた図を示す。図より、応力が伝達していない範囲の粒子が速度を有していることが読み取れる。これは、速度差すなわち速度勾配が小さい領域では応力が小さく、速度勾配が大きい領域では応力が大きくなるためである。速度勾配が大きく、ある程度の応力が分布している範囲は土粒子が動くことなく貫入に抵抗していると考えられる。したがって、重錘衝突が進行するにつれて、重錘の衝突部より上方では土塊が移動してエネルギー減衰するのに対し、土堤背面の土粒子は貫入に抵抗していると考えられる。

4. まとめ

本研究では土堤の落石捕捉性能の耐荷性能や破壊性状を確認することを目的に、実規模の1/2スケールの中型模型を対象とした重錘衝突実験及び個別要素法による再現解析を実施した。得られた知見は以下の通りである。

- 1) 実験終了後の土堤断面より着色砂には細かなせん断が見られた。せん断の発生メカニズムとして、重錘衝突直後の応力が扇状に伝播すること、土要素に大きなせん断ひずみ速度が発生することでせん断箇所が形成されたと考えられる。
- 2) せん断が発生しエネルギー減衰が生じることで土堤内部を伝播する応力は減少し、土堤中央部より背面側へ伝播する応力が小さくなったと考える。そのため、土堤背面ではせん断を発生させるだけのせん断ひずみ速度を有していない状態になったと推察される。
- 3) 重錘衝突が進行するにつれて、重錘の衝突部より上方では土塊が移動してエネルギー減衰するのに対し、土堤背面の土粒子は貫入に抵抗していると考えられる。

参考文献

- [1] 公益社団法人日本道路協会：落石対策便覧，2017
- [2] 前田健一，羽柴寛文，刈田圭一，牛渡裕二，川瀬良司：二次元個別要素法を用いた落石による水平堆積層の衝撃力伝達挙動，土木学会論文集A2（応用力学），Vol.67, No.2, pp.355-364, 2011.
- [3] 松尾和茂，前田健一，堀耕輔，鈴木健太郎，今野久志：落石防護土堤の落石捕捉性能把握を目的とした模型実験及び数値解析，土木学会論文集 A2（応用力学），Vol.75, No.2, pp.389-400, 2019.
- [4] European Organization for Technical Approvals (EOTA) : ETAG27, Guideline for european technical approval of falling rock protection kits, p.38, 2013.
- [5] 中村拓郎，石原寛也，磯合凌弥，前田健一，内藤直人：砂質土で構築した落石防護土堤の中型模型の静的載荷実験，令和4年度土木学会北海道支部年次技術研究発表会，A-26, 2022

09:45 ~ 10:15 (2023年6月1日(木) 09:00 ~ 10:15 会場B)

[B-06-04] (キーノート講演)Peridynamicsに基づく数値解析における円柱供
試体内の応力分布の評価

*福元 豊¹、新保 泰輝² (1. 長岡技術科学大学、2. 石川工業高等専門学校)

OS06 地盤力学における数値解析

[B-07] OS06 地盤力学における数値解析 (2)

座長: 渦岡 良介(京都大学)

2023年6月1日(木) 10:30 ~ 11:45 会場B (1F 大会議室 102)

[B-07-01] フェーズフィールド法を用いた不飽和浸透流解析

*石黒 俊輔¹、山田 正太郎¹、京谷 孝史¹ (1. 東北大学)

10:30 ~ 10:45

[B-07-02] フェーズフィールド法を用いた気液二相流解析による土の保水性試験のシミュレーション

*岩葉 柊志¹、山田 正太郎¹、京谷 孝史¹ (1. 東北大学)

10:45 ~ 11:00

[B-07-03] 非 Darcy流れにおける透水性低下特性に関する数値解析的検討

*一藤 亮太¹、橘 一光¹、野村 怜佳¹、高瀬 慎介²、森口 周二¹、寺田 賢二郎¹ (1. 東北大学、2. 八戸工業大学)

11:00 ~ 11:15

[B-07-04] (キーノート講演) 三相系弾塑性有限変形解析コードによる熱海市逢初川盛土崩壊の数値シミュレーション

*吉川 高広¹、野田 利弘¹、中野 正樹¹ (1. 名古屋大学)

11:15 ~ 11:45

フェーズフィールド法を用いた 不飽和浸透流解析

Unsaturated seepage flow analysis using phase field method.

石黒俊輔¹⁾, 山田正太郎²⁾, 京谷孝史³⁾

Shunsuke Ishiguro, Shotaro Yamada and Takashi Kyoya

1) 東北大学 大学院工学研究科 (〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06, E-mail:

shunsuke.ishiguro.q1@dc.tohoku.ac.jp)

2) 東北大学 大学院工学研究科 准教授 (〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06, E-mail:

shotaro.yamada.d2@tohoku.ac.jp)

2) 東北大学 大学院工学研究科 教授 (〒 980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06, E-mail:

takashi.kyoya.b1@tohoku.ac.jp)

This study is a part of the research aiming to construct a mechanical model that treats unsaturated soil composed of soil particles, air and water as a two-phase mixture composed of a soil skeleton and pore fluid. As a preliminary step, an unsaturated seepage flow analysis is attempted in which pore water and pore air are treated as the same fluid under the condition that the motion of the soil skeleton is neglected. To treat porewater and pore air as the same fluid, we construct a coupled method that solves the equation of motion of incompressible fluid flowing in a porous media with the phase-field method using soil saturation as the interfacial function. In addition, to verify the validity of the proposed method, a comparison is made with a model experiment for unsaturated seepage flow. As a result, it is shown that the shape of the infiltrability is generally consistent between the past experimental results and the calculation results using the proposed method.

Key Words: *Unsaturated soil, phase-field method, seepage flow analysis, saturation*

1. はじめに

既存の不飽和土の数値解析では、土骨格、間隙水、間隙空気の三相を同じ物質点を占める連続体として近似する三相混合体理論が適用されることが多い。しかし、飽和領域では間隙空気が存在しない、また、乾燥領域では間隙水が存在しないにも関わらず、間隙水・空気が存在しない領域であってもそれらの流速や圧力を計算する必要があることが、安定的に計算を行うことを阻害する場合がある。そこで、間隙水と間隙空気を間隙流体として同列に捉え、不飽和土を土骨格と間隙流体から成る二相混合体として近似することを考える。飽和領域、乾燥領域であってもこれらの二相は存在するため、不飽和土でも飽和土と同様に安定的な解析が可能となると考えられる。本研究では土骨格と間隙流体の二相連成解析の前段階として、土骨格の運動を無視した不飽和浸透流解析を実施する。ただし、間隙流体の運動は、二相混合体理論に基づいて導出した運動方程式と質量保存則に基づいて解析する。また、水と空気を同列な流体として扱うために、フェーズフィールド法を適用する。加えて、提案手法を用いて不飽和浸透流解析を行い、その妥当性を検証することを目的とする。

2. 支配方程式

解くべき未知関数はPF(フェーズフィールド)変数 ϕ 、間隙流体の土骨格に対する相対平均流速 \mathbf{w} 、間隙流体の

圧力 p の3つである。土中の間隙率 n が変化する場合、実流速では連続性がなくなるため、平均流速を用いる。本研究では、土骨格の運動を考慮せず、土骨格の速度は0として扱うため、間隙流体の土骨格に対する相対平均流速は間隙流体の平均流速と等しい。PF変数が $\phi=0$ の領域を乾燥領域、 $0<\phi<1$ の領域を不飽和領域、 $\phi=1$ の領域を飽和領域と定義する。PF変数は間隙流体に占める水の体積割合を示すため、土中では飽和度と一致する。 ϕ の時間発展方程式は以下の式で表される。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{n} \mathbf{w} \cdot \nabla \phi = -M_a \eta \quad (1)$$

$$\eta = \xi(\phi) - k_\phi (\nabla^2 \phi + \kappa |\nabla \phi|) \quad (2)$$

$$\xi(\phi) = \frac{\partial \varphi}{\partial \phi}, \quad \varphi(\phi) = \phi^2 (\phi - 1)^2 \quad (3)$$

ここで、 M_a はモビリティ係数、 η は化学ポテンシャル、 κ は界面の曲率を意味する。式(1)に示す通り、 ϕ の時間発展方程式は、遷移領域の勾配を緩やかにすると同時に、遷移領域の幅を一定に保つ働きを持つ化学ポテンシャル項と ϕ が流速によって運ばれる効果を表す移流項によって構成される。

間隙流体と土骨格の二相混合体理論に基づくと、間隙流体の運動方程式と質量保存則は以下のように表すこと

ができる。

運動方程式：

$$\begin{aligned} \rho^f \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{\rho^f}{n} \left(\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}} - \frac{1}{n} \mathbf{w} \otimes \frac{\partial n}{\partial \mathbf{x}} \right) \mathbf{w} = -n \nabla p \\ + \nabla \cdot \left\{ \mu \left[\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}} + \left(\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \right] - \frac{\mu}{n} \left(\mathbf{w} \otimes \frac{\partial n}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial n}{\partial \mathbf{x}} \otimes \mathbf{w} \right) \right\} \\ + n \rho^f \mathbf{g} - \frac{\rho^f g n}{k} \mathbf{w} + n f_{sv} \end{aligned} \quad (4)$$

質量保存則：

$$n \frac{\partial \rho^f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho^f \mathbf{w}) = 0 \quad (5)$$

ここで、 ρ^f は間隙流体の密度、 n は間隙率、 \mathbf{x} は直行座標、 p は間隙流体の圧力、 μ は粘性係数、 \mathbf{g} は重力加速度、 k は透水・透気係数、 f_{sv} は表面張力を意味する。運動方程式を以上のように定義したことで、式(4)は粘性、慣性力、表面張力が無視できる場合、ダルシー則に帰着する。また、非土中の場合 ($n=1, k=\infty$)、ナビエ・ストークス方程式に帰着する。

また、 ϕ の値に応じて、式(4),(5)で用いる ρ^f, μ, k を以下の式¹⁾によって内挿する。

$$\rho^f = \frac{\rho^l + \rho^g}{2} + \frac{\rho^l - \rho^g}{2} \sin \left(\left(\phi - \frac{1}{2} \right) \pi \right) \quad (6)$$

$$\mu = \mu^l + (\mu^l - \mu^g) \frac{(\rho^f + \rho^g)}{(\rho^l + \rho^g)} \quad (7)$$

$$k = \exp(\phi \ln(k^l) + (1-\phi) \ln(k^g)) \quad (8)$$

ここで、 ρ^l と ρ^g は水と空気の密度、 μ^l と μ^g は水と空気の粘性係数、 k^l と k^g は飽和状態での透水係数と乾燥状態での透気係数である。

3. 数値解析手法

本研究では、差分法により支配方程式の空間離散化を行う。Arakawa-B型スタッガード格子を用い、 p と ϕ を各格子の中央に、 \mathbf{w} を格子点に配置した。移流項には非線形不安定性を回避するために河村・桑原スキーム²⁾を用い、その他の項については二次精度の中心差分近似を用いる。時間微分に関しては、式(1),(4)とも前進差分近似する。ただし、式(4)の右辺第四項の流速は透水・透気係数が小さい場合でも計算の安定性を保つために $n+1$ ステップの値を用いる。解くべき未知関数は \mathbf{w}, p, ϕ の3つであり、本稿では、以下の通り弱連成解析によりこれらを求める。

Step1: ϕ^n, \mathbf{w}^n の値から、式(1)~(3)を解いて ϕ^{n+1} を求める。

Step2: ϕ^{n+1} の値から f_{sv} に加え、式(6)~(8)より ρ^f, μ, k を算出する。

Step3: \mathbf{w}^n と Step2 で算出した値から、式(4)と(5)をフラクショナルステップ法により解いて \mathbf{w} と p を求める。

提案解析手法の妥当性を検討するために、赤井・宇野³⁾が行った実験との比較計算を行った。図1に示すように、長さ 315cm、幅 23cm、高さ 33cm の砂模型の両端の水位を変化させ、砂模型内部の浸透流を以下の2ケースの条件で計算した。

Case 1: 乾燥した砂模型の初期水位が無い状態から、左側の水位のみを瞬時に 20cm まで上昇させる。

Case 2: 乾燥した砂模型の初期水位が 10cm の状態から、左側の水位のみを瞬時に 30cm まで上昇させる。

入力した主要なパラメータとして、間隙率 $n=0.44$ 、 $k^l=0.34[\text{cm/sec}]$ 、 $k^g=19.06[\text{cm/sec}]$ を示しておく。

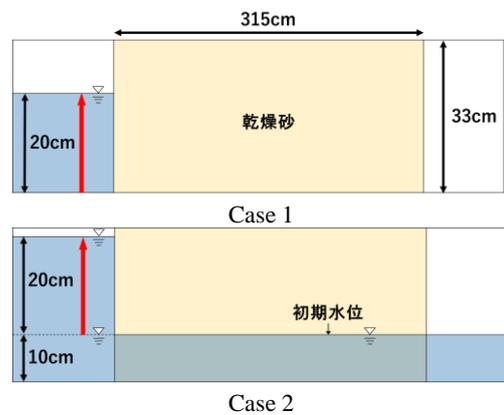


図1 赤井・宇野³⁾による模型実験の条件

4. 数値解析結果

セル幅を $\Delta x = \Delta y = 0.01[\text{m}]$ として、解析領域を 315×33 の直行格子に分割し、時間幅を $\Delta t = 2.5 \times 10^{-4}[\text{sec}]$ として、0sec から 120sec まで計算を行った。Case 1 と Case 2 の浸透流の浸潤線の推移を図2と図3にそれぞれ示す。

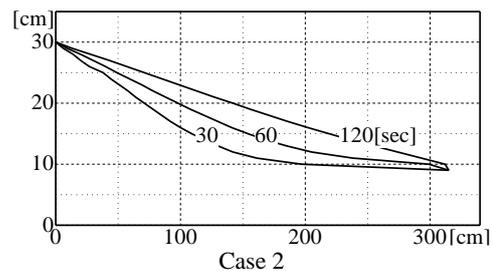
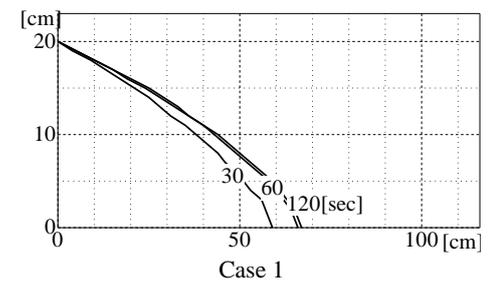
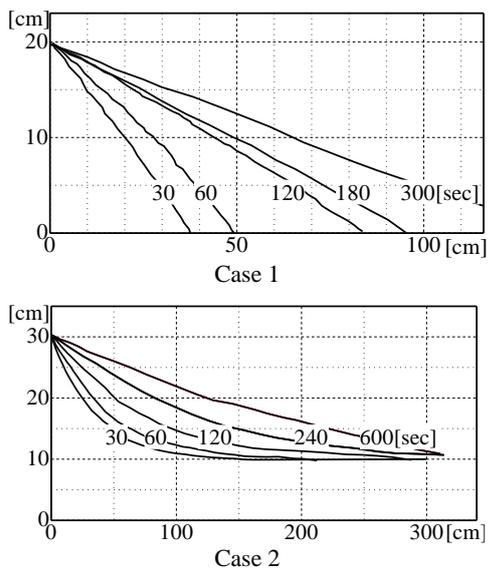


図2 計算結果

図 3 実験結果³⁾

計算結果と実験結果を比較した結果を以下にまとめる.

- (1) Case 1 では、計算と実験はどちらも浸透流の形状がやや上に凸型に進行し、Case 2 では、計算と実験はどちらも浸透流の形状が下に凸型に進行する。
- (2) Case 2 では、計算の方が、実験よりも浸透流の進行がやや速いものの、進行の様子を概ね捉えることができる。
- (3) Case 1 では、計算とは異なり浸潤線の進行が停滞してしまう。

(1)と(2)は、提案手法により不飽和浸透流の解析が可能であることを示唆している。(2)に挙げた、Case 2 において浸潤線の進行が実験よりもやや速く進行することの原因として、透水・透気係数の見積もりや内挿方法に不十分な点があったことが挙げられる。また、(3)のように途中で浸潤線の進行が停滞しないようにするために必要なこ

ととして、式(1)の化学ポテンシャル項を改良することが挙げられる。浸透流の進行が止まっているときの界面付近では流速が小さく移流項の影響が小さいため、界面幅を一定にしようとする化学ポテンシャル項が支配的となり、 ϕ が変化せず浸潤線の進行が停滞したと考えられる。また、現状の化学ポテンシャル項では不飽和領域の幅が一定に保たれるが、実際の不飽和領域の幅は一定には保たれないため、この観点からも化学ポテンシャル項の改良が必要であると考えられる。

5. 結論

本研究では、フェーズフィールド法を用いた土中の不飽和浸透流の解析手法を新たに提案した。また、既往の実験との比較を通して、提案手法により不飽和浸透流解析が可能であることを示した。浸潤線の停滞の解消や定量的評価を向上させるために、透水・透気係数の算定方法を確立することや、フェーズフィールド法の時間発展方程式に含まれる化学ポテンシャルを改良する余地があることを示した。

参考文献

- [1] Inamuro, T., Ogata, T., Tajima, S., and Konishi, N.(2004): A lattice Boltzmann method for incompressible two-phase flows with large density differences, *J. Comput. Phys.*, 198, 628-644. Yamada, Y. et al.: Plastic stress-strain matrix and its application for the solution of elasto-plastic problems by a finite element method, *Int. J. of Mechanical Science*, Vol.10, pp.343-354, 1968.
- [2] Kawamura, T., and Kuwahara, K. (1984): Unsteady flowsimulation and its visualization, *AIAA Paper*, 84-0340.
- [3] 赤井, 宇野 (1965) : 土中の準一次元非定常流に関する研究, *土木学会論文集*, 127, 14-22.

フェーズフィールド法を用いた気液二相流解析による 土の保水性試験のシミュレーション

Simulation of soil water retention test

by gas-liquid two-phase flow analysis using the phase-field method

岩葉 柊志¹⁾, 山田 正太郎²⁾, 京谷 孝史³⁾

Shuji Iwaba, Shotaro Yamada, Takashi Kyoyu

- 1) 東北大学大学院工学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06, E-mail: shuji.iwaba.q7@dc.tohoku.ac.jp)
- 2) 東北大学大学院工学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06, E-mail: shotaro.yamada.d2@tohoku.ac.jp)
- 3) 東北大学大学院工学研究科 (〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06, E-mail: Takashi.kyoya.b1@tohoku.ac.jp)

In this study, the suction method, one of the soil water retention tests, is simulated by gas-liquid two-phase flow analysis using the phase-field method. By changing wettability parameters, numerical simulation reproduces differences in the water retention properties of soil due to differences in the wettability of soil particles. The hysteresis in the moisture property curve is discussed by visualizing the movement of water through a specimen. As a result, it is shown that the ink bottle effect can be a major factor in generating hysteresis.

Key Words : Gas-liquid two-phase flow, Phase field method, Surface tension, Ink bottle effect

1. はじめに

土中水のポテンシャルと含水率を表す水分特性曲線は土の保水性を表す指標として使われている。本研究では、フェーズフィールド法（以下、PF法）を用いた気液二相流解析[1,2]によって、土の保水性試験をシミュレートする。供試体内を水分が移動する様子を可視化し、水分特性曲線にヒステリシスが生じる理由などについて考察する。また、土粒子の濡れ性が土の間隙での水の動きに与える影響についても考察する。

2. 間隙水と間隙空気の界面の表現方法

PF法を用いて間隙水と間隙空気の界面の移動を表現する。界面関数 $\phi(\mathbf{x}, t)$ が、 $\phi=1$ は水、 $\phi=0$ は空気、 $0 < \phi < 1$ は界面を表すとする。 ϕ の時間発展方程式として、以下の移流を考慮したAllen-Cahn方程式（以下、AC方程式）を用いる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \phi = -M_\phi \eta \quad (1)$$

$$\eta = \frac{\partial \phi(\phi)}{\partial \phi} - k_\phi (\nabla^2 \phi + \kappa |\nabla \phi|) \quad (2)$$

ここで M_ϕ は易動度係数、 η は化学ポテンシャル、 k_ϕ は界面の滑らかさを表す係数、 κ は界面の曲率である。化学ポテンシャルとしてダブルウェルポテンシャルと勾配エネルギー密度を考える。

3. 間隙流体の解法

間隙水と間隙空気を非圧縮性流体と仮定し、流速と圧力をナビエストークス方程式（以下、NS方程式）を解くことで求める。この際、間隙流体の密度 ρ と粘性係数 μ を水と空気のそれらの値より ϕ を用いて内挿する。また、NS方程式の外力項において ϕ を元に表面張力を考慮する。一方で、式(2)の右辺第3項によって、PF法からは表面張力の効果を取り除く。NS方程式の計算における表面張力は以下のように表せる[2]。

$$\mathbf{f}_{sv} = \sigma \kappa \nabla \phi \quad (3)$$

$$\kappa = -\nabla \cdot (\nabla \phi / |\nabla \phi|) \quad (4)$$

ここで M_ϕ は易動度係数、 η は化学ポテンシャル、 k_ϕ は界面の滑らかさを表す係数、 κ は界面の曲率である。化学ポテンシャルとしてダブルウェルポテンシャルと勾配エネルギー密度を考える。

4. 濡れ性

式(1)の境界条件として、以下のNeumann型境界¹⁾を規定することで土中水に対する土粒子の濡れ性の効果を考慮する。

$$n \cdot (k_\phi \nabla \phi) = t_\phi \quad (5)$$

ここで、 n は物体表面の法線ベクトル、 t_ϕ は濡れ性に関するパラメータである。 t_ϕ を大きくすることで親水壁面を、小さくすることで撥水壁面を表現することができる。

5. 解析手法

流速と圧力に加え、界面関数を未知関数とし、差分法を用いてNS方程式とAC方程式の空間離散化を図った。格子の配置にはArakawa-B型スタッガード格子を用い、 ϕ は圧力と同じ点に配置することとした。NS方程式を解くことで各点の流速と圧力の計算を行った後に、AC方程式より各点の界面関数 ϕ の値を更新する弱連成解析手法を採用した。NS方程式はフラクショナルステップ法、AC方程式は陽解法を用いて解いた。

6. 数値解析結果

吸引法による土の保水性試験のシミュレーションを行う。豊浦砂の粒径加積曲線を元に3つのサイズの土粒子から成るモデルを考え、間隙比が $e=0.787$ となるようにした。表面張力係数は20℃での水の値を参考に $\kappa=0.0728\text{N/m}$ とし、土粒子の濡れ性については $t_\phi=7.6 \times 10^{-6}$ 、 $t_\phi=3.8 \times 10^{-6}$ の2パターンを考えた。前述した通り、 t_ϕ の値が大きい方が濡れ性が高い。

間隙空気圧を大気圧とし、マトリックポテンシャル ψ_m を次式で定めた。

$$\psi_m = u_a - u_w = -u_w \quad (6)$$

ここで、 u_a は間隙空気圧、 u_w は間隙水圧である。土の保水性試験に倣い、解析領域の上端面で指定する圧力を u_a 、下端面で指定する圧力を u_w として結果を整理する。

下端面を減圧して排水させた後に、増圧することで吸水させた。 $t_\phi=7.6 \times 10^{-6}$ と $t_\phi=3.8 \times 10^{-6}$ の初期と最大負圧作用時（いずれも平衡状態）における含水分布をそれぞれ図1と図2に示す。土粒子を青色で示し、間隙水が存在する領域を赤色で示している。接触角の大きさにより表面張力の働きに違いが出るため同じ圧力条件を課しても飽和度に違いが生じている。濡れ性が高い $t_\phi=7.6 \times 10^{-6}$ の方が毛管圧が高くなるため、含水率、すなわち保水性が高くなるのが分かる。

吸排水過程で得られた水分特性曲線を図3に示す。いずれのケースでもヒステリシスが現れている。また、図1と図2に示す含水状態の違いを反映して、同じマトリックポテンシャルにおいて、濡れ性が高いの方が飽和度が高い値を示している。

図4に、濡れ性の低い $t_\phi=3.8 \times 10^{-6}$ のケースで、マトリックポテンシャルが15 Paに達したときの、排水過程と吸水過程の含水分布を示す。図3に示す水分特性曲線のヒステリシ

スに現れている通り、吸水過程に比べて排水過程の方が高い含水状態になっている。吸水過程で間隙の大きな部分に間隙水が浸入できないことがこの違いを生んでいる。

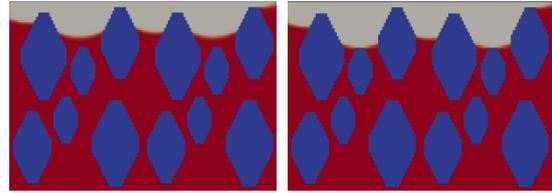


図1 初期含水状態 ($\psi_m = -25\text{Pa}$)
 $t_\phi = 7.6 \times 10^{-6}$ (濡れ性：高) $t_\phi = 3.8 \times 10^{-6}$ (濡れ性：低)

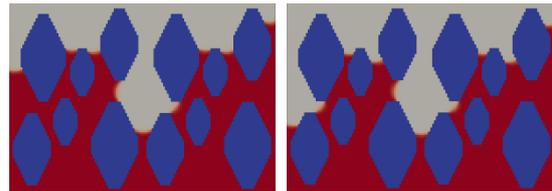


図2 最大負圧作用時の含水状態 ($\psi_m = 75\text{Pa}$)
 $t_\phi = 7.6 \times 10^{-6}$ (濡れ性：高) $t_\phi = 3.8 \times 10^{-6}$ (濡れ性：低)

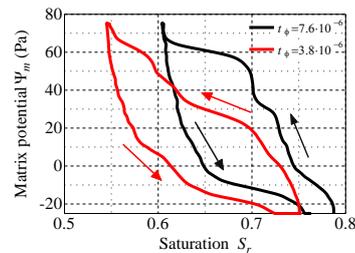


図3 水分特性曲線

図4に、濡れ性の低い $t_\phi=3.8 \times 10^{-6}$ のケースで、マトリックポテンシャルが15 Paに達したときの、排水過程と吸水過程の含水分布を示す。図3に示す水分特性曲線のヒステリシスに現れている通り、吸水過程に比べて排水過程の方が高い含水状態になっている。吸水過程で間隙の大きな部分に間隙水が浸入できないことがこの違いを生んでいる。

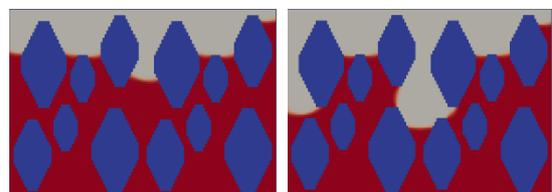


図4 $\psi_m = 15\text{Pa}$ 作用時の含水状態 ($t_\phi = 3.8 \times 10^{-6}$)
 排水過程 吸水過程

次に、吸水過程で間隙の大きな部分に間隙水が浸入できない理由としてインク瓶効果が考えられる。そのため、間隙の広い部分と細い部分を図5に示す間隙モデルとして考え、インク瓶効果についての検証を行う。このモデルの底面の水圧を変化させたときの、水面高さとマトリッ

クポテンシャルの関係を図 6 に示す。排水過程と吸水過程で異なるルートを辿り、図 3 と同様なヒステリシスが生まれている。

図 6 の点 A～D における含水状態を図 7 に示す。排水過程の初期は間隙の幅が一定であるため、マトリックポテンシャルに比例して水面が下がる。点 A や点 B では、間隙の幅が変化することの影響で水面の下降がやや鈍るが、大きく停滞することはない。吸水過程でもはじめはマトリックポテンシャルの低下に伴って、水面が上昇するが、点 C に至ると、間隙が広がる影響で水面の上昇が停滞する。毛管現象では間隙幅と毛管上昇高さの関係として、毛管上昇高さは間隙幅に反比例することが知られており、細い間隙のときは水面を上げる力は強く、毛管上昇高さは高くなり、太い間隙のときは水面を上げる力は弱く、毛管上昇高さは低くなる。これが点 C で水面の上昇が停滞する理由である。その後、マトリックポテンシャルがさらに低下し、界面での圧力差により水面を下げようとする力が、表面張力により水面を上昇させようとする力を下回ると、上の細い間隙の位置まで水面が急激に上昇する。この状態が点 D である。このように、間隙幅の差により毛管上昇高さが異なることに起因して、大きな間隙に間隙水が侵入できないことが、図 6 にヒステリシスをもたらしている。これがインク瓶効果と呼ばれる現象の正体で、本計算で得られた水分特性曲線にヒステリシスが生まれる主要なメカニズムになっている。

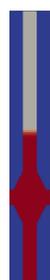


図 5 間隙モデル

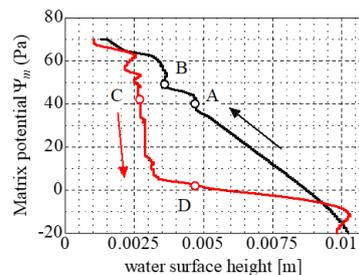
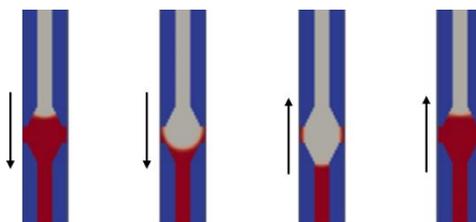


図 6 水面高さ h と ψ_m の関係



点 A 点 B 点 C 点 D

図 7 図 6 の点 A～D での含水状態

7. 結論

本研究では、フェーズフィールド法を用いた気液二相流解析によって、土の保水性試験のシミュレーションを行った。水分特性曲線のヒステリシスや、土粒子の濡れ性の違いに起因して土の保水性に違いが生まれる様子を可視化した。また、インク瓶効果が水分特性曲線にヒステリシスが生まれる主要な原因となり得ることを示した。

参考文献

- [1] Jacqmin, D.J.: Calculation of Two-Phase Navier–Stokes Flows Using Phase-Field Modeling, 15, pp.96-127, 1999.
- [2] 一般財団法人: 日本計算工学会: 第3版 有限要素法による流れのシミュレーション, pp.87-107, 2017.

非 Darcy 流れにおける透水性低下特性 に関する数値解析的検討

A Numerical Study on the Characterization of Permeability Reduction in Non-Darcy Flows

一藤 亮太¹⁾, 橘 一光²⁾, 野村 怜佳³⁾, 高瀬 慎介⁴⁾, 森口 周二⁵⁾, 寺田 賢二郎⁶⁾
Ryota Itto, Ikkoh Tachibana, Reika Nomura, Shinsuke Takase, Shuji Moriguchi and Kenjiro Terada

- ¹⁾修(工) 東北大学大学院工学研究科 (〒 980-8572 仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, E-mail: itto.ryota.r6@alumni.tohoku.ac.jp)
²⁾修(工) 東北大学大学院工学研究科 (〒 980-8572 仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, E-mail: ikkoh.tachibana.q3@dc.tohoku.ac.jp)
³⁾博(工) 東北大学災害科学国際研究所 助教 (〒 980-8572 仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, E-mail: nomura@irides.tohoku.ac.jp)
⁴⁾博(工) 八戸工業大学大学院工学研究科 准教授 (〒 031-8501 青森県八戸市妙字大開 88-1, E-mail: takase@hi-tech.ac.jp)
⁵⁾博(工) 東北大学災害科学国際研究所 准教授 (〒 980-8572 仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, E-mail: s_mori@irides.tohoku.ac.jp)
⁶⁾Ph.D 東北大学災害科学国際研究所 教授 (〒 980-8572 仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, E-mail: tei@irides.tohoku.ac.jp)

The understanding of the permeability properties of porous media is a key research topic in many fields and has been the subject of many studies over the decades. In this study, a series of three-dimensional fluid simulations at the pore level are performed using the SUPG/PSPG stabilized finite element method to investigate the seepage behavior during the transition from the Darcy flow to the non-Darcy flow region in porous media. Based on the simulated results, the flow characteristics are explored to propose a simple and reasonable modeling with a concept of Equivalent Permeability Coefficient Ratio(EPC-Ratio). As a result, it was found that the void ratio has relatively low contribution on the EPC-Ratio, and the proposed modeling can accurately estimate the EPC in the non-Darcy flow region.

Key Words : Non-Darcy flow, Forchheimer-equation, Pore-level Simulation, Permeable Porous Media

1. 緒言

(1) 研究の背景

近年、豪雨による災害が頻発・激甚化している。豪雨災害の中では、土砂災害、堤防破堤、地盤材料の洗掘や流出などの現象が発生し、被害拡大の要因となっている。これらのリスクを予測・評価するためには、多孔質体と間隙流体の相互作用力のモデルの精度向上が不可欠である。そのような現象の一例として、土粒子群の間隙における透水挙動については、古くから実験・数値解析的な検討が行われてきた [1,2,3,4]。

特に、地盤工学における透水問題に関しては、式 (1) の Darcy 則が最も基礎的なモデルである。

$$J = \left| \frac{\partial h}{\partial x} \right| = \frac{1}{k_0} v_f \quad (1)$$

ここで、 J は動水勾配 [-], k_0 は Darcy 領域における透水係数 [m/s], v_f は透水方向の流速 [m/s], h は全水頭 [m], x は位置 [m] である。

多孔質媒体中における非 Darcy 流れについては、1900 年頃から実験・理論的な考究が行われており、Forchheimer(1901) は水で飽和した多孔質体中の動水勾配と流速の関係を以下の関数で表現した。

$$J = av_f + bv_f^2 \approx \frac{1}{k_0} v_f + bv_f^2 \quad (2)$$

ここで、 a, b はそれぞれ [s/m], [s²/m²] の次元を持つ係数である。式 (2) (以下、Forchheimer 式と表記) は、流

速が十分に小さいとき慣性力 (右辺第 2 項) を無視することができ、Darcy 則と一致することが知られている [5]。また、Forchheimer 式の係数 a, b に関しては、実験・理論的な側面から種々の推定式 [6] が提案されており、代表的なものを以下に示す。

$$a = \frac{150\nu(1-\varphi)^2}{g\varphi^3 D^2}, \quad b = \frac{1.75(1-\varphi)}{g\varphi^3 D} \quad \dots \text{Ergun (1952)}$$

$$a = \frac{255\nu(1-\varphi)}{g\varphi^{3.7} D^2}, \quad b = \frac{2(1-\varphi)}{g\varphi^3 D} \quad \dots \text{Kadlec et al. (1996)}$$

$$a = \frac{180\nu(1-\varphi)}{g\varphi^3 D^2}, \quad b = \frac{0.6(1-\varphi)}{g\varphi^3 D} \quad \dots \text{Irmay (1964)}$$

ここで、 ν は動粘性係数 [m²/s], φ は間隙率 [-], D は粒子の代表粒径 [m], g は重力加速度 [m/s²] である。

既存の提案式が抱えている課題として、いずれの推定式も式の形は類似しているものの係数やパラメータの幂数が異なること、粒径が代表粒径として 1 種類の粒径に集約されていることが挙げられる。一方で、実際の地盤材料は粒度分布を有していることから、代表粒径が物理的にどのような意味を持つのか、またパラメータの幂数の差異や各提案式の適用範囲についても更なる探求が必要である。

(2) 研究の目的

本研究では非 Darcy 流れを対象とした数値実験に基づき、地盤材料などの多孔質媒体の透水特性を合理的かつ簡便に推定可能な式の提案を目的とする。具体的には、SUPG/PSPG 安定化有限要素法を用いて間隙レベルにおける 3 次元浸透流シミュレーションを実施し、Darcy 領域から非 Darcy 流れへの遷移過程で生じる透水性の低下を等価透水係数比 \mathcal{F} の導入によってモデル化することを試みる。

2. 数値実験による透水特性評価

本研究では、ある間隙率 φ の粒子群が充填された領域を代表するような六面体領域を数値実験の試験領域 Ω_f として設定する。

(1) 支配方程式と離散化手法

3 次元浸透流シミュレーションの支配方程式として、式 (3) の Navier-Stokes 方程式を採用する。

$$\left. \begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \mathbf{f} \right) - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} &= \mathbf{0} \\ \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{in } \Omega_f \quad (3)$$

ここで、 ρ は流体の質量密度 [kg/m³], \mathbf{u} は流速ベクトル, \mathbf{f} は外力項を表している。また、応力テンソル $\boldsymbol{\sigma}$ は次のように書き表される。

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \mu(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) \quad (4)$$

ここで、 μ は粘性係数 [Pa·s], p は圧力 [Pa], \mathbf{I} は 2 階の恒等テンソルである。式 (3) に対して、SUPG/PSPG 安定化有限要素法 [7,8] による空間離散化を適用することにより、次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \rho \int_{\Omega_f} \mathbf{w}^h \cdot \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}^h}{\partial t} + \mathbf{u}^h \cdot \nabla \mathbf{u}^h - \mathbf{f} \right) d\Omega \\ & + \int_{\Omega_f} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{w}^h) : \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}^h, p^h) d\Omega + \int_{\Omega} q^h \nabla \cdot \mathbf{u}^h d\Omega \\ & + \sum_{e=1}^{n_{el}} \int_{\Omega_e} \left\{ \tau_{\text{SUPG}} \mathbf{u}^h \cdot \nabla \mathbf{w}^h + \tau_{\text{PSPG}} \frac{1}{\rho} \nabla q \right\} \\ & \cdot \left\{ \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}^h}{\partial t} + \mathbf{u}^h \cdot \nabla \mathbf{u}^h - \mathbf{f} \right) - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}^h, p^h) \right\} d\Omega \end{aligned}$$

ここで、 \mathbf{u}^h , p^h はそれぞれ流速と圧力の有限要素近似式, \mathbf{w}^h , q^h は、それぞれ運動方程式と連続の式に対する重み関数の近似式である。式 (5) の第 4 項は移流の卓越に対して安定化を施す SUPG 項、および圧力振動を回避するための PSPG 項である。式 (5) に対して、P1/P1 (流速・圧力 1 次) の四面体要素を用いて空間方向への離散化を行い、時間方向の離散化には無条件安定となる Crank-Nicolson 法を適用する。

(2) 試験領域及び入力条件の設定

試験領域 Ω_f に対して粒子群が自由落下・接触・静止する解析を行うことで、粒子のランダムかつ偏在のない配置を決定する。なお、粒子の充填には個別要素法

[9] を用いた。このとき、図 1 に示すように、壁面と隣接する粒子について向かい合う壁面に隣接する粒子群との接触判定を行うことにより、粒子位置についての幾何学的周期性が満足されるようにする。粒子の表面において滑りなし条件、壁面における流速に対して周期境界条件を設定することで数値実験を実施する。

次に、間隙流体の駆動力について述べる。間隙流体は重力の作用により位置水頭・圧力水頭を得て水頭差により透水しているものとする。流動が大域的に見て定常状態とみなせるとき、間隙流体に作用する外力 \mathbf{f} は

$$\mathbf{f} = -g\mathbf{J} \quad (5)$$

と表すことができる。ここで、 g は重力加速度, \mathbf{J} は動水勾配ベクトルである。本研究における透水問題設定では位置水頭が解析領域内で変化しないため、任意の流下方向を考えると、区間 Δz に生じる動水勾配の大きさ $J = |\mathbf{J}|$ は着目区間での圧力変化量の絶対値 $|\Delta p|$ から

$$J = \frac{1}{\rho g} \frac{|\Delta p|}{\Delta z} = \frac{1}{\rho g} \overline{P_z} \quad (6)$$

のように求められる。一連の数値実験では解析領域の z 軸正方向を流下方向として設定し、上式に表れる流下方向の平均的な圧力勾配の大きさ $\overline{P_z}$ を所与の条件とした解析を行う。

(3) 透水性評価方法

a) 透水流れの評価指標

本研究では、流れが定常に達した状態での流出面における平均流速を透水流速として、次式により算定する。

$$v_f = \frac{1}{|\partial\Omega_f^v|} \int_{\partial\Omega_f^v} \mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_3 d\Omega \quad (7)$$

ここで、 $\partial\Omega_f^v$ は試験領域 Ω_f において流下方向の単位ベクトル \mathbf{e}_3 に直交する任意の流出面を表し、 $|\bullet|$ は \bullet の面積を表す。この透水流速 v_f を代表流速とし、Chilton ら [10] が提案した粒子レイノルズ数 Re を評価している。

$$Re = \frac{|v_f|D}{\nu} \quad (8)$$

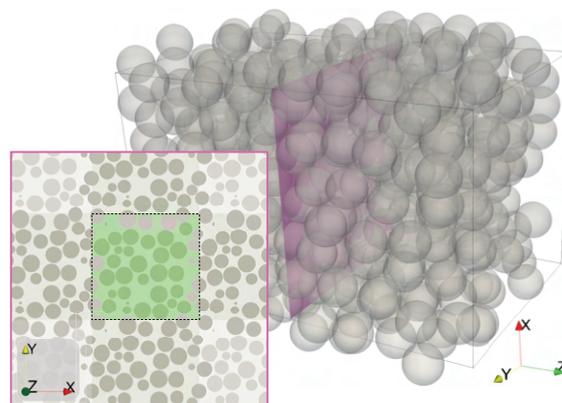


図-1 側方四面周期境界条件での粒子パッキング

また、数値実験結果から算定される透水流速 v_f 及び入力条件である動水勾配 J を用いて得られる次の見かけの透水係数 k' を数値実験による透水性評価の指標とする。

$$k' = \frac{|v_f|}{J} \quad (9)$$

b) 等価透水係数比による透水性低下傾向の評価

数値実験から評価される見かけの透水係数 k' を Darcy 領域での透水係数 k_0 で除すことにより、等価透水係数比 \mathcal{F} を次のように定義する。

$$\mathcal{F} = \frac{k'}{k_0} \quad (10)$$

この指標は、Darcy 流れに対する非 Darcy 流れの透水性の低下度合いを表している。具体的には、Darcy 領域では $\mathcal{F} = 1$ 、流速の増加などに伴い流れが複雑化し透水性が低下すると値が 1 より小さくなる ($\mathcal{F} < 1$) という 2 つの特性を持つ。等価透水係数比 \mathcal{F} をレイノルズ数などの代表的なパラメータの関数としてモデル化することができれば、非 Darcy 流れ条件での数値実験や土質試験を実施せずとも、透水性低下傾向を簡便に推定することが出来る。

3. 数値実験結果

本稿では、間隙率を 3 パターン変化させた解析結果を示す。粒子群の粒径を $D=1.0\text{mm}$ とし、直径あたりのメッシュ分割数は 30 とした。また、間隙流体の物性値として、室温条件における水と同様の質量密度 $\rho = 1,000 [\text{kg/m}^3]$ 、粘性係数 $\mu = 1.0 \times 10^{-3} [\text{Pa}\cdot\text{s}]$ を用いた。

(1) 既存経験則式との比較による妥当性検証

間隙流体の駆動力となる動水勾配を $J=0.01$ に設定することで Darcy 流れの解析を行い、水理実験値との整合性が高い次の Kozeny-Carman 式 [11] を参照値として比較することで、数値実験の妥当性を検証する。

$$k_0 = \frac{1}{150} \frac{\rho g}{\mu} \frac{D^2 \varphi^3}{(1-\varphi)^2} \quad (11)$$

各間隙率 φ における結果をまとめた表 1 より、式 (9) より評価される見かけの透水係数 k' (この場合は Darcy 域の透水係数) と Kozeny-Carman 式から推定される透水係数 k_0 がほぼ一致していることが分かる。

これは、Forchheimer 式における慣性力項の影響が無視できるほど小さく、Darcy 流れ条件を合理的に再現していることを示している。加えて、数値実験による透水性評価の有効性も併せて示された。

(2) 非 Darcy 流れにおける透水特性の分析

動水勾配を $J=1.0, 5.0, 10.0$ に設定し、非 Darcy 流れにおける透水性の評価を行った。流速分布及び流線の可視化結果を図 2 に示す。流速分布から局所的に流速が卓越する様子が、流線から試験領域内部で粒子群の影響により流れが乱れている様子が観察できる。また、解析領域の x 方向の中心を通り、流入出面に直交する平面 (以下、水平断面と表記) における渦度のノルム $\zeta (= |\nabla \times \mathbf{u}|)$ を図 3 に可視化した。図 3 から、間隙構造の内部におけるミクロなエネルギー損失 (流動性の低下) が確認でき、結果として透水性が低下すると考えられる。

表-1 数値実験結果と既存経験則式との比較

| 間隙率 φ [-] | 数値実験結果 k' [mm/s] | Kozeny-Carman 式 k_0 [mm/s] |
|-------------------|--------------------|------------------------------|
| 0.438 | 19.592 | 19.293 |
| 0.419 | 15.249 | 15.723 |
| 0.391 | 11.837 | 11.648 |

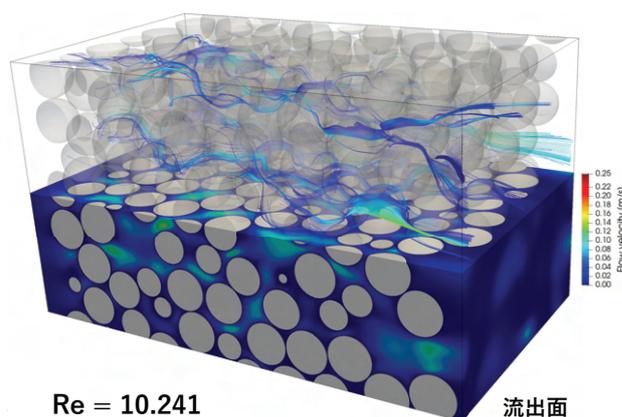


図-2 流速分布・流線の可視化 (間隙率 $\varphi=0.391$)

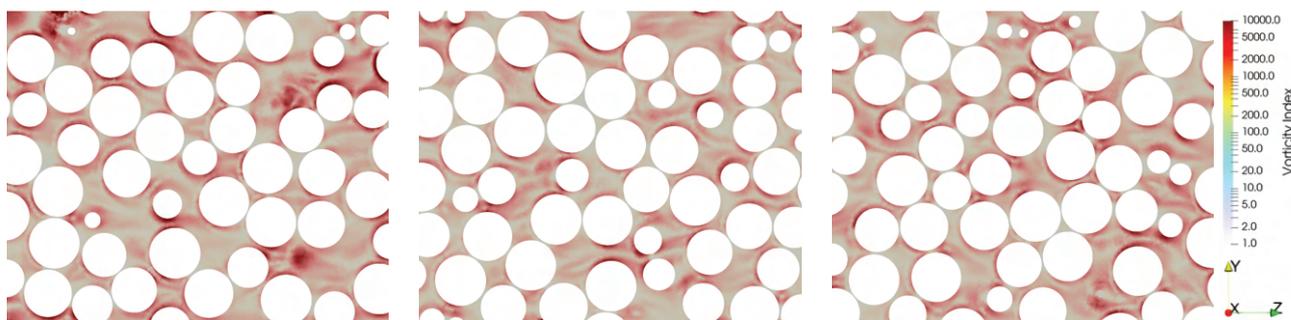


図-3 水平断面における渦度 ζ の分布 (左：間隙率 $\varphi = 0.438$, 中央： $\varphi = 0.419$, 右： $\varphi = 0.391$)

図4に入力条件である動水勾配 J と式(7)から評価した透水流速 v_f の関係をまとめた。動水勾配の増加に伴って、数値実験結果が点線でプロットした動水勾配と流速の線形関係(Darcy則)から逸脱していくことが見て取れる。これは、間隙内部におけるミクロな流れの乱れにより透水性が低下していることが原因だと考えられる。次に、図5に式(7)~式(9)により評価したレイノルズ数と見かけの透水係数の関係をまとめた。この図から、各間隙率 ϕ においてレイノルズ数が1付近で透水性が低下し、流速に対する透水係数の線形性(Darcy則)から逸脱していることが分かる。この結果は既往報告[12,13]と一致している。また、図6にまとめたレイノルズ数と等価透水係数比の関係から、透水性低下傾向は間隙率の多寡に依存せず非常に類似していることが分かる。このことから透水性低下の傾向に対して間隙率の影響は極めて限定的であるといえる。

(3) 等価透水係数比の関数化

式(2)に示した Forchheimer の式は、流れの方向を考慮して一般化すると、透水係数や多孔質媒体の特徴量を含む部分と透水流速 v_f に乗算分解することが出来る。

$$J = \left(\frac{1}{k_0} + b|v_f| \right) v_f \quad (12)$$

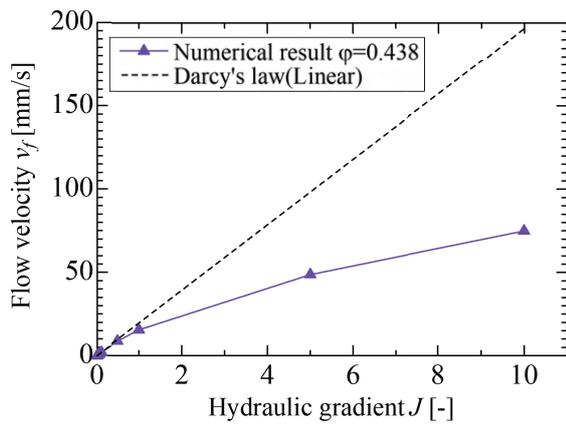


図-4 動水勾配と透水流速の関係

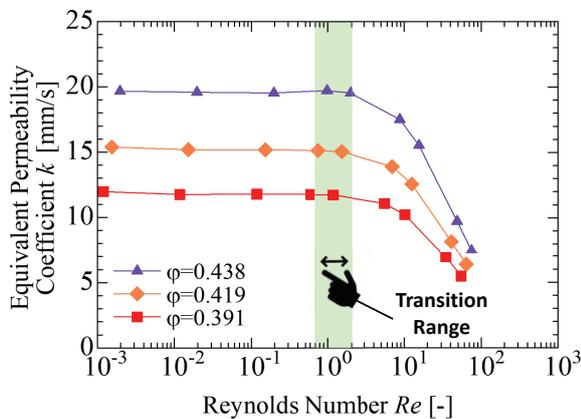


図-5 レイノルズ数と透水係数の関係

山上ら(1975)[14]の試みに倣い、前半部分を見かけの透水係数 k' として次のように定めることによって、Darcy則と同様、流速との線形関係として表現することが出来る。

$$k' \approx \left(\frac{1}{k_0} + b|v_f| \right)^{-1} \quad (13)$$

式(10)に対して、粒子レイノルズ数 Re 式(8)、見かけの透水係数 k' 式(13)と Forchheimer 式の係数 b の一般的な関数形を代入して整理することにより、次式のような等価透水係数比 \mathcal{F} の関数形が得られる。

$$\mathcal{F} = \frac{1}{1 + k_0 \frac{v}{gD^2} \frac{\alpha(1-\phi)}{\phi^3} Re} \quad (14)$$

ここで、係数 b については、次式のように提案式毎に異なる係数部分を α とすることで統一的に表記している。

$$b = \frac{\alpha(1-\phi)}{g\phi^3 D} \quad (15)$$

式(14)に示す関数のプロットと数値実験結果から算定された等価透水係数比を図7に示す。ここで、パラメータ α として、暫定的に Ergun(1952)[15]の提案する $\alpha = 1.75$ を用いている。

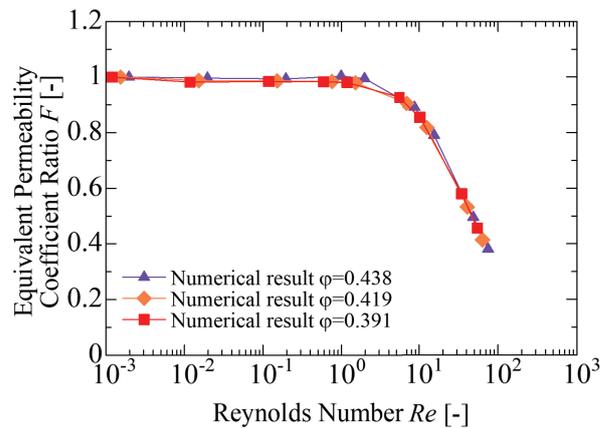


図-6 レイノルズ数と等価透水係数比の関係

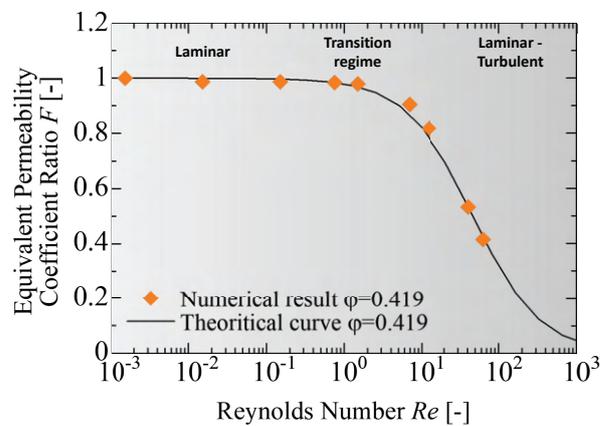


図-7 式(14)による等価透水係数比 \mathcal{F} の推定

提案した等価透水係数比の関数 \mathcal{F} により、任意の間隙率、代表粒径における多孔質媒体の透水性低下傾向をレイノルズ数の関数として良好にモデル化出来る事が分かる。赤色のプロットに示す数値実験結果との若干の乖離は、暫定値を用いたパラメータ α を間隙率 ϕ や代表粒径 D と関連付けて設定することで解消される可能性がある。

4. 結言

本研究では、Darcy 領域から非 Darcy 流れへの遷移過程で生じる透水性低下傾向を分析し、簡便かつ合理的な推定式を提案することを目的として、間隙レベルにおける3次元浸透流シミュレーションによる数値実験を実施した。数値実験結果から、以下の知見を得た。

- Darcy 流れの領域においては、既存の透水係数の推定式と概ね合致する数値実験結果が得られた。
- 数値実験から評価した等価透水係数比より間隙率の多寡に伴って透水係数自体は低下するが、透水性低下傾向に対する影響は極めて限定的であることが明らかとなった。
- 等価透水係数比をレイノルズ数の関数としてモデル化することで透水性低下傾向を一定程度推定できる。
- 等価透水係数比 \mathcal{F} による透水性低下傾向の合理的なモデル化のためには、内部構造の乱雑さを表すパラメータの採用や粒径 D の変化をより鋭敏に反映するような定式化が必要である。

上述のように、本研究で提案した等価透水係数比は一定程度の精度で透水性挙動を推定することが可能であるが、同式中に含まれるパラメータ α や粒径 D のより望ましいモデル化に関しては、より多量の数値実験の実施によって明らかにすべき課題として残されている。また、実際の地盤材料（多孔質材料）は内部構造に幅広い粒度分布を持っているため、本研究で扱った単一粒径の解析モデルは実際の材料と比較して簡易的なものである。

今後は、幅広い粒度分布を持つ密な間隙構造のモデルや様々な粒径スケールの解析モデルに対して浸透流シミュレーションを行い、数値実験の立場から非 Darcy 流れにおける透水特性に関する知見を蓄積していく。

参考文献

- [1] Geertsma, J.: Estimating the coefficient of inertial resistance in fluid flow through porous media, *Society of Petroleum Engineers Journal*, Vol. 14, No. 05, pp. 445–450, 10 1974.
- [2] Soni, J., Islam, N. and Basak, P.: An experimental evaluation of non-darcian flow in porous media, *Journal of Hydrology*, Vol. 38, No. 3, pp. 231–241, 1978.
- [3] Zeng, Z. and Grigg, R.: A criterion for non-darcy flow in porous media, *Transport in Porous Media*, Vol. 63, pp. 57–69, 04 2006.
- [4] Tachibana, I., Moriguchi, S., Takase, S., Terada, K., Aoki, T., Kamiya, K. and Kodaka, T.: Characterization of transition from darcy to non-darcy flow with 3d pore-level simulations, *Soils and Foundations*, Vol. 57, No. 5, pp. 707–719, 2017.
- [5] 吉岡真弓, 登坂博行: 高透水性多孔質体中の非ダルシー流れに関する考察, *地下水学会誌*, Vol. 52, No. 3, pp. 275–284, 2010.
- [6] Sidiropoulou, M. G., Moutsopoulos, K. N. and Tsihrintzis, V. A.: Determination of forchheimer equation coefficients a and b, *Hydrological Processes*, Vol. 21, No. 4, pp. 534–554, 2007.
- [7] Tezduyar, T.: Stabilized finite element formulations for incompressible flow computations, Vol. 28 of *Advances in Applied Mechanics*, pp. 1–44, Elsevier, 1991.
- [8] Tezduyar, T. and Sathe, S.: Stabilization parameters in supg and pspg formulations, *Journal of Computational and Applied Mechanics*, Vol. 4, pp. 71–88, 01 2003.
- [9] Cundall, P. A. and Strack, O. D. L.: A discrete numerical model for granular assemblies, *Géotechnique*, Vol. 29, No. 1, pp. 47–65, 1979.
- [10] Chilton, T. H. and Colburn, A. P.: Pressure drop in packed tubes1, *Industrial & Engineering Chemistry*, Vol. 23, No. 8, pp. 913–919, 1931.
- [11] Bear, J.: *Dynamics of Fluids in Porous Media*, Vol. 120, Soil Science, 1972.
- [12] Fancher, G. H. and Lewis, J. A.: Flow of simple fluids through porous materials, *Industrial & Engineering Chemistry*, Vol. 25, No. 10, pp. 1139–1147, 1933.
- [13] Li, Z., Wan, J., Xiong, T., Zhan, H., He, L. and Huang, K.: Experimental study of non-darcy flow characteristics in permeable stones, *Hydrology and Earth System Sciences*, Vol. 26, No. 13, pp. 3359–3375, 2022.
- [14] 山上拓男, 小田英一: 有限要素法による非ダルシー浸透流の一解法, *土木学会論文報告集*, Vol. 1975, No. 234, pp. 111–120, 1975.
- [15] Ergun, S.: Fluid flow through packed columns, *Chemical Engineering Progress*, Vol. 48, pp. 89–94, 1952.

11:15 ~ 11:45 (2023年6月1日(木) 10:30 ~ 11:45 会場B)

[B-07-04] (キーノート講演)三相系弾塑性有限変形解析コードによる熱海市
逢初川盛土崩壊の数値シミュレーション

*吉川 高広¹、野田 利弘¹、中野 正樹¹ (1. 名古屋大学)

OS06 地盤力学における数値解析

[B-08] OS06 地盤力学における数値解析 (3)

座長:福元 豊(長岡技術科学大学)

2023年6月1日(木) 13:15 ~ 14:15 会場B (1F 大会議室 102)

[B-08-01] Energy-based evaluation of seismic responses inside an embankment subjected to basal subsidence in centrifuge shaking table model tests

*ア スガ¹、Pipatpongsa Thirapong¹ (1. 京都大学)

13:15 ~ 13:30

[B-08-02] 波浪作用下にある海底地盤の変形解析における土の弾塑性特性の重要性

*飯島 琢臣¹、豊田 智大¹、野田 利弘¹ (1. 名古屋大学)

13:30 ~ 13:45

[B-08-03] (キーノート講演)応答スペクトルが等しく継続時間が異なる入力地震動による河川堤防の耐震性照査

*中井 健太郎¹、花田 優¹、羽田野 純也¹、野田 利弘¹ (1. 名古屋大学)

13:45 ~ 14:15

Energy-based evaluation of seismic responses inside an embankment subjected to basal subsidence in centrifuge shaking table model tests

Siga A¹⁾ and Thirapong Pipatpongsa²⁾

1) Ph.D. student (C1-2-236, Kyoto University Katsura campus, Kyoto, E-mail: a.siga.62y@st.kyoto-u.ac.jp)

2) Associate Professor (C1-2-234, Kyoto University Katsura campus, Kyoto, E-mail: pipatpongsa.thirapong.4s@kyoto-u.ac.jp)

In this study, dynamic centrifuge model tests were performed to investigate the energy-based characterization of an embankment with basal settlement and liquid-supply. The accelerometer installed inside the embankment model was utilized to obtain the strain and stress, and the dissipated energy was computed based on these data. By comparing the outcomes of stress-based and energy-based methods, a more efficient approach for assessing the liquefaction potential was developed. Additionally, it was observed that the seismic characteristics were better exhibited by the accumulated energy rather than the individual loops.

Key Words: *Embankment, Centrifuge model test, Energy-based method*

1. INTRODUCTION

Embankments are widely used in geotechnical engineering as a means of providing support and stability to infrastructure built on soft ground. However, such structures are vulnerable to a range of hazards, including seismic events and subsidence of the underlying soil layers. Basal subsidence, which occurs when the underlying soil settles or compresses, is a common problem that can significantly compromise the stability of an embankment, especially in earthquake-prone areas.

In recent years, energy-based approaches have emerged as a promising tool for evaluating the performance of embankments subjected to seismic loading. These methods focus on quantifying the energy dissipation and storage mechanisms that occur during an earthquake and can provide valuable insights into the dynamic behavior of the structure [1]. However, calculating the dissipated energy during a seismic load using traditional methods can be time-consuming and computationally intensive. The application of energy-based approaches to embankment models subjected to basal subsidence has been limited so far, and more research is needed to fully understand the potential of these methods in this context.

In this paper, we present a shortcut way to calculate the dissipated energy during embankment centrifuge tests using the energy-based method. Our approach assumes that the energy dissipated during a seismic load can be approximated by the area enclosed by the hysteretic loop of the stress-strain curve [2]. We apply this shortcut method to an embankment model subjected to seismic loading in a centrifuge test, and compare the results to those obtained using traditional methods. Our results show that the shortcut method provides a simple way to

calculate the dissipated energy during embankment centrifuge tests, and can be used to improve the efficiency of energy-based analyses of embankment behavior under seismic loads.

2. MODEL PREPARATION AND TEST CONDITION

(1) Materials

The embankment model was constructed using Hiroshima sand with a water content of 8%, which was sieved prior to use. To simulate the underlying soft ground, Urethane was employed as an impermeable material, with several holes drilled at its center as illustrated in Fig. 1. The sand used in the experiment was sourced from Kure City, Hiroshima Prefecture, and was manufactured by Yamamoto Kenzai Co., Ltd. Prior to use, the sand was sieved to a maximum particle diameter of 1mm. To model a non-drainage boundary condition, the urethane was covered with vinyl. The material properties of both the sand and urethane are presented in Table 1.

To adjust for the permeability coefficient of sand under 50G centrifugal acceleration, we utilized Metolose (Shin-Etsu Chemical Co., Ltd.) and mixed it with water and hydroxypropyl methylcellulose to achieve a kinematic viscosity of 50cSt, which is 50 times higher than that of water.

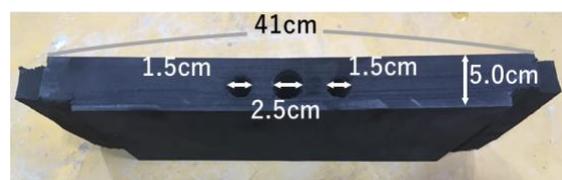


Fig. 1 Drilled Urethane base

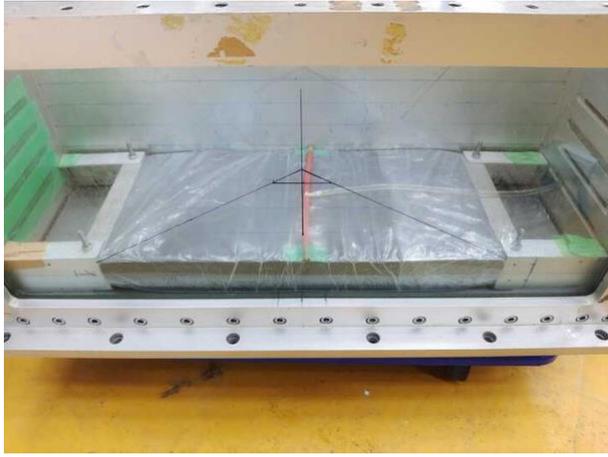


Fig. 2 Liquid supplement pipe

Table 1 Physical properties of materials

| Hiroshima sand | |
|-----------------------------------|-----------------------------|
| Soil particle density ρ_s | 2.633 g/cm ³ |
| D10 | 0.08 mm |
| D30 | 0.20 mm |
| D50 | 0.34 mm |
| D60 | 0.40 mm |
| Fine fraction content FC | 9.2% |
| Maximum void ratio e_{max} | 1.003 |
| Minimum void ratio e_{min} | 0.441 |
| Dry maximum density ρ_{dmax} | 1.75 g/cm ³ |
| Optimum water content w_{opt} | 11.2% |
| Degree of compaction D_c | 90% |
| Coefficient of permeability k | 2.4×10^{-5} m/s |
| Urethane | |
| Young's modulus | 126~129 kPa |
| Poisson's ratio | 0.282±0.044 |
| Tensile strength | 0.39 MPa |
| Elongation at break | 150% |
| Density | 0.18±0.03 g/cm ³ |
| 25% compression load | 29.4~58.8 kPa |

(2) Sample preparation

In order to investigate the dynamic behavior of an embankment subjected to basal settlement, a specific targeted compaction degree was utilized to prepare an embankment model using a standardized method. The first step involved placing a urethane base at the bottom of the soil chamber to simulate soft ground conditions. To establish an undrained condition, the urethane was covered with a vinyl sheet. A pipe was then attached above the urethane base to provide the necessary liquid inside the embankment model during the centrifuge test, as illustrated in Fig. 2. Finally, the embankment model was constructed following a standardized procedure:

(a) The water content of sand was adjusted to 8%.

(b) Wooden plates with a thickness of 1 cm were stacked to provide temporary boundaries for each layer during compaction.

(c) The degree of compaction was maintained at a constant 90%, and sensors were installed inside the model during this process. Fig. 3 showed the model after compaction.

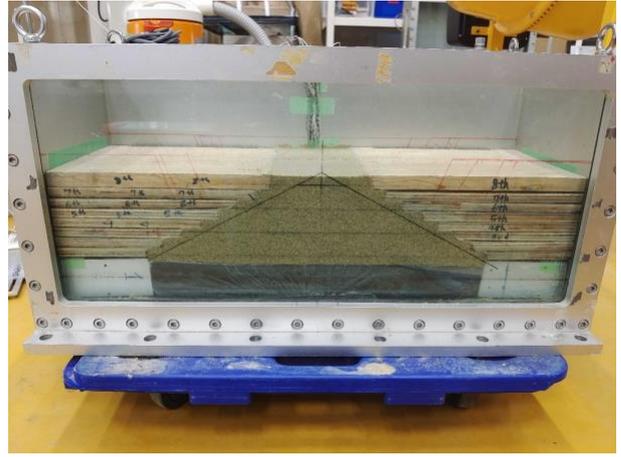


Fig. 3 The model after compaction

(d) The wooden mold was removed and the embankment model was trimmed to the desired shape. Fig. 4 showed the model after remove the wooden plates, and after trimming.



Fig. 4 The model before and after trimming

(3) Measuring instruments

The model configuration and the location of measuring instruments are illustrated in Fig. 2 using a prototype scale. The experimental data was processed under the assumption of a plane strain condition, meaning there is no variation in the transverse direction. In each location, accelerometer was installed to measure the acceleration value that will be used to obtain stress and strain. On the other hand, earth pressure

sensors and pore water pressure sensors were also installed to use the traditional liquefaction evaluation method.

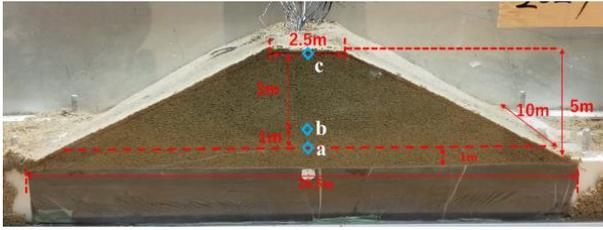


Fig. 5 Model configuration

The experiment involved two types of input waves: white noise and ramped sine wave. The white noise was first introduced to reduce the unevenness of density and stress caused by compaction. Next, fluid was supplied into the model, and then the ramped sine waves with the maximum amplitude of 400gal were applied. Among the total number of 30 cycles, the amplitudes of the first 5 cycles are gradually increased from 0 to 400gal, and those in the last 5 cycles are gradually decreased from 400 to 0gal.

3. METHOD TO OBTAIN DYNAMIC SHEAR STRESS AND STRAIN

(1) Shear stress

As shown in Fig.5, 3 accelerometers were installed in locations a, b, and c, to capture the dynamic response of the embankment model during the centrifuge test. The recorded acceleration data was subsequently utilized to compute the corresponding shear stress and shear strain values.

Fig. 6 shows a schematic diagram showing how to obtain the shear stress using the wet density (ρ_t), the installation distance (h) between the accelerometer, and the measured value (a) by the accelerometer. The shear stress was computed by:

$$\tau_1 = \sum ma = \rho_t \cdot \left(\frac{h_2}{2} \cdot a_3 + \frac{h_1 + h_2}{2} \cdot a_2 + \frac{h_1}{2} \cdot a_1 \right) \quad (1)$$

$$\tau_2 = \sum ma = \rho_t \cdot \frac{h_2}{2} \cdot (a_3 + a_2) \quad (2)$$

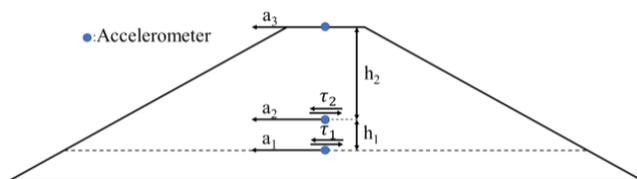


Fig. 6 calculation of shear stress in embankment based on acceleration

(2) Shear strain

Three accelerometers in Fig. 5 and Fig. 6 are used to calculate the horizontal displacement by double integration of acceleration expressed below:

$$\iint (a_n(t) dt) dt = d_n \quad (3)$$

The sampling frequency of the measurements was set to 200Hz, resulting in an interval of time integral of 0.005 seconds. However, it is common for integrated displacement to contain unexpected drift due to errors in the recording and numerical computation. To mitigate this issue, Fast Fourier Transform (FFT) was employed to analyze the original acceleration records. Following the application of a high-pass filter, the integration was performed in the frequency domain to exclude the drifting component of the displacement. The shear strain was subsequently calculated as the differential displacement between two accelerometers, which can be expressed mathematically using Eq. (4), where Δd denotes the differential displacement between the two accelerometers, and Δh represents the distance between them.

$$\gamma_n = \Delta d_n / \Delta h_n \quad (4)$$

4. ENERGY-BASED METHOD

In this investigation, the soil was characterized as a viscoelastic material, which implies that when subjected to cyclic loading, the resulting strain exhibits a phase shift relative to the applied stress. This results in a closed-loop strain-stress relationship, as illustrated in Fig 7. The elliptical loop enclosed by the area ΔW represents the energy dissipated during a single loading cycle [2]. In contrast, the energy stored elastically during cyclic loading reaches a maximum value of W at the peak of stress or strain, corresponding to the area of the triangle OAB or OA'B'.

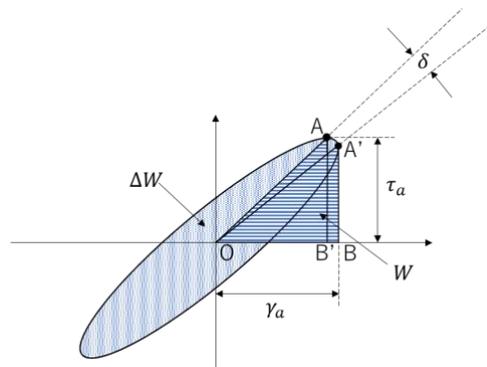


Fig. 7 General stress-strain relationship of viscoelastic material

5. EXPERIMENT RESULTS

In this study, the stress and strain components were segregated into cycles, and the energy dissipated in each cycle (ΔW) was calculated by determining the area enclosed by the hysteretic loop of the stress-strain curve. This area is a measure of the energy per unit volume, and it is recommended to normalize it with the initial effective consolidation stress (σ'_c)

to obtain a dimensionless value [2]. The shear strain and the Normalized Dissipated Energy (NDE) of each loop are shown in Fig. 8. It is noteworthy that there is a close relationship between the dissipated energy in each loop and shear strain. The dissipated energy varies with the changing shear strain and does not show any apparent signs of liquefaction.

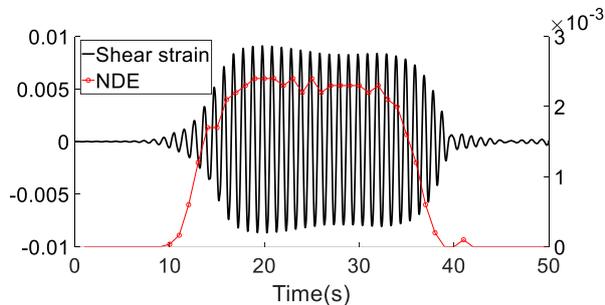


Fig. 8 Normalized dissipated energy

The earth pressure and pore water pressure at location a were measured, and the results are presented in Fig. 9. It can be observed that the effective stress decreased and liquefaction occurred during the dynamic loading. To compare the results obtained from the energy-based method, a stress-based method was utilized to evaluate the liquefaction potential during the dynamic load step. The excess pore water pressure ratio (EPWPR) was widely used in the past, which is defined as the ratio of the maximum excess pore water pressure generated during an earthquake to the effective confining pressure of the soil. However, for embankment centrifuge tests, the baseline drift can be observed, and using the initial earth pressure may affect the precision. Therefore, the effective stress decrease ratio (ESDR) [4], which is defined as the ratio of the decrease in effective stress to the initial effective stress due to the application of cyclic loading, was employed to improve the accuracy.

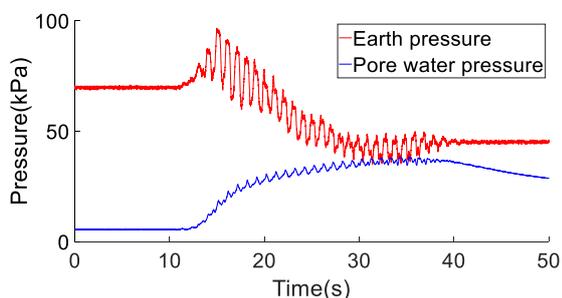


Fig. 9 Pressure condition at location a

Fig. 10 presents the normalized accumulated dissipated energy (NADE) and effective stress decrease ratio (ESDR). The ESDR value reached 1.0, indicating the occurrence of liquefaction. The NADE remained constant during the static steps while an increase is observed during the dynamic steps due to energy dissipation. However, it is important to note that the

liquefaction potential based solely on the NADE is insufficient but it requires reference to undrained cyclic shear tests. Previous research using triaxial and hollow cylinder torsional tests of the same material used in centrifugal model test indicated that liquefaction may occur when the NADE value ranges from 0.03 to 0.04 [5]. In this case, liquefaction occurred when NADE approached to 0.05, demonstrating reasonable consistency between the liquefied range of NADE obtained from undrained cyclic shear tests and the centrifugal model.

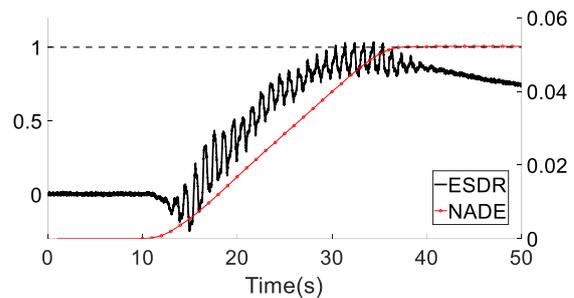


Fig. 10 ESDR and NADE at location a

6. CONCLUSION

The accelerometer installed inside the embankment allows for the calculation of shear stress and shear strain, from which the dissipated energy can be obtained by measuring the area enclosed by the hysteretic loop of the stress-strain curve. While the dissipated energy for each individual loop varies with the shear strain, the accumulated dissipated energy is a better quantity for evaluating the seismic behavior of an embankment and assessing its liquefaction potential.

REFERENCES

- [1] Kokusho, T.: Energy-based liquefaction evaluation for induced strain and surface settlement—evaluation steps and case studies—. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* Vol.143, 2021
- [2] Kokusho, T.: *Innovative earthquake soil dynamics*. CRC Press, 2017.
- [3] Koga, Y. et al.: Shaking table tests of embankments resting on liquefiable sandy ground. *Soils and Foundations* Vol 30.4, pp.162-174,1990.
- [4] Lu, C. W., Oka, F. and Zhang, F.: Analysis of soil-pile-structure interaction in a two-layer ground during earthquakes considering liquefaction, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* Vol. 32(8), pp. 863-895, 2008.
- [5] 上本貴央:エネルギー法に基づいた繰返しせん断試験による液状化強度の推定. 京都大学大学院工学研究科修士論文(未公開), 2023.

波浪作用下にある海底地盤の変形解析における 土の弾塑性特性の重要性

Importance of elasto-plasticity of soil for deformation analysis of seabed ground under wave loading

飯島琢臣¹⁾, 豊田智大²⁾, 野田利弘³⁾

Takumi Iijima, Tomohiro Toyoda, and Toshihiro Noda

- 1) 修 (工) 名古屋大学 工学研究科 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: iijima.takum.h3@s.mail.nagoya-u.ac.jp)
 2) 博 (工) 名古屋大学 工学研究科 助教 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: toyoda@civil.nagoya-u.ac.jp)
 3) 博 (工) 名古屋大学 工学研究科 教授 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: noda@civil.nagoya-u.ac.jp)

The numerical analysis focuses on the elasto-plastic properties of soils leading to instability, such as liquefaction, of seabed ground under ocean wave loading. The decrease in mean effective stress (MES), which cannot be explained by elastic models, is expressed as loss of structure due to cyclic shear loading. Furthermore, the recovery of MES due to drainage and plastic compression during subsequent permanent wave loading is also represented.

Key Words : Seabed Liquefaction, Elasto-Plasticity, Finite Element Method

1. はじめに

波浪と海底地盤の相互作用問題として波浪の作用による有効応力変動(海底液状化)を数値解析的に解く場合、特に海岸工学分野において、地盤は弾性体としてモデル化されることが多い。しかし、実際の海底地盤は不可逆的かつ履歴依存の変形特性を有する弾塑性体であるから、海底地盤の応答を数値解析により精緻に評価する上で、弾性力学からの脱却が必須であることは言うまでもない。

そこで著者らは、骨格構造に基づく地盤の弾塑性構成式SYS Cam-clay model[1]を用いて、一次元海底地盤を対象に、地盤の弾塑性が地盤の変形および有効応力変動に与える影響について数値解析的に考察してきた[2]。

ところで、一次元地盤の波浪応答解析においては海底地盤の不飽和、それによる間隙水の圧縮性を考慮しない限り有効応力変化の説明ができないことが知られている[3]。

一方、二次元波浪場においては、間隙水の非圧縮条件下においてもせん断変形が可能であり、有効応力も変化し得る。しかし二次元地盤の(水平無限地盤、半無限層厚、進行波)弾性を仮定したYamamotoの波浪応答解[4]においては、水の非圧縮性を仮定した場合、平均有効応力 p' 、偏差応力 q は時間変化しない形で導出され、初期値を基準とした各増分 $\Delta p'$ 、 Δq は次式で与えられる。

$$\Delta p' = 0, \quad \Delta q = \sqrt{3} a_0 \lambda z \exp(-\lambda z) \quad (1)$$

ここに、 a_0 は境界圧振幅、 λ は波数、 z は海底面を基準とする座標(下向きを正)を表す。

本研究では、Yamamotoと同様の境界条件下で二次元弾塑性解析を行い、 p' 、 q が経時変化することを示すとともに、 p' の減少とその後の塑性圧縮を伴う p' の回復のメカニズ

ムについて考察する。また付録として最後に、初期密度の違い、解析層厚・底面拘束、自重考慮の有無の弾塑性地盤の波浪応答への影響について評価する。

2. 解析条件

解析に用いた地盤モデルを図-1に示す。波浪外力(水圧と鉛直全応力)が作用する上端面は排水条件、底面と側面は非排水条件を課した。また波浪外力は進行波として左端から右向きに表-1の条件の通り与えた。また解析対象として砂地盤を想定し、設定した物性値、材料パラメータ、初期密度パラメータは表-2に示す。

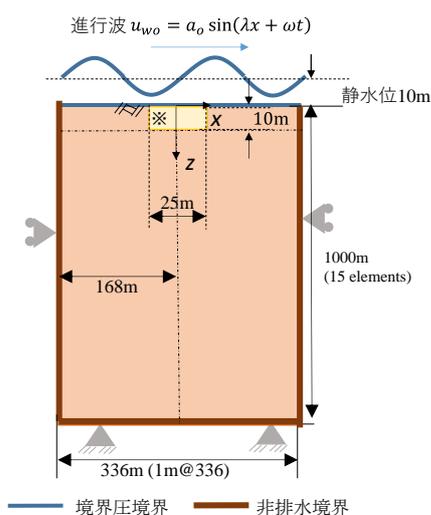


図-1 解析モデル

※ 注目領域を黄色に塗りつぶしている。

表-1 外力条件

| | |
|-----------------------------------|-------|
| 波高 H [m] | 1.0 |
| 境界圧振幅 $a_0 (= H\gamma_w/2)$ [kPa] | 4.9 |
| 周期 T [s] | 13.0 |
| 角速度 $\omega (= 2\pi/T)$ [rad/s] | 0.483 |
| 波長 L [m] | 167.5 |
| 波数 $\lambda (= 2\pi/L)$ [rad/m] | 0.38 |
| 波速 $C (= L/T)$ [m/s] | 12.88 |

表-2 物性値, 材料パラメータ, 初期条件

| 物性値 | |
|--|----------|
| 透水係数 k [cm/s] | 0.01 |
| ポアソン比 ν | 0.3 |
| 水の体積弾性係数 K_f [kN/m ³] ※1 | infinity |
| 水の単位体積重量 γ_w [kN/m ³] | 9.81 |
| 土粒子密度 ρ^s (g/cm ³) | 2.65 |
| 弾塑性パラメータ | |
| 圧縮指数 $\tilde{\lambda}$ | 0.050 |
| 膨潤指数 $\tilde{\kappa}$ | 0.012 |
| 限界状態定数 M | 1.00 |
| 正規圧密線の切片 N | 1.98 |
| 発展則パラメータ | |
| 正規圧密土化指数 m | 0.060 |
| 構造劣化指数 a | 2.2 |
| 回転硬化指数 b_r | 0.0 |
| 回転硬化限界定数 m_b | 0.0 |
| 初期条件 ※2※3 | |
| 初期過圧密比 $1/R_0$ | 1.25 |
| 初期構造の程度 $1/R_0^*$ | 69.89 |
| 初期土圧係数 K_0 | 1.0 |
| 初期間隙比 e_0 | 分布 |

※1 飽和を仮定 (間隙水は非圧縮)
 ※2 典型的な緩砂 中井[5]より
 ※3 地盤内は等方応力状態を仮定

3. 波浪に対する弾塑性海底地盤挙動

図-2は中央において4.4波到達直後の解析領域上端中央近傍 ($-12.5 \leq x \leq 12.5, 0 \leq z < 12.5$) におけるケース0の平均有効応力減少率 $-\Delta p'/p'_0$ と偏差応力変動 Δq のコンター図である。 Δq については, 式 (1) で表される深さに応じた分布が理論解と同様に得られたのに対し, p' の減少が上端から生じていることを確認した。

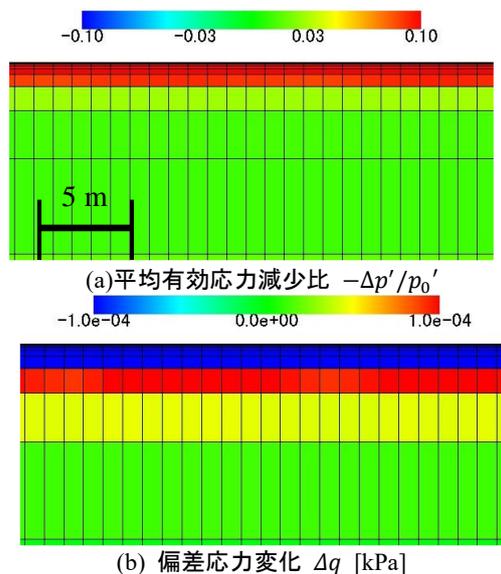
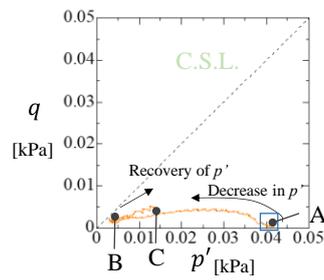
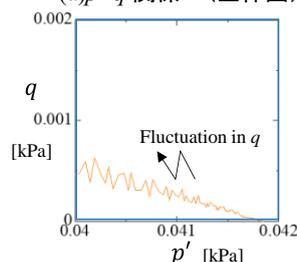


図-2 弾塑性解析コンター図

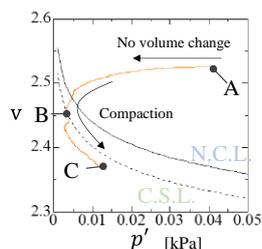
図-3は, 解析領域上端中央 ($x_0 = -0.5m, z_0 = -0.005m$) における土要素の挙動を示す。波の進行に伴い初期 (A → B) において, 非排水 (ν 一定) のまま同図(b)に見られる q の小さな変動に伴い p' が減少する。その後 (B → C) 過剰間隙水圧 u_e の消散に伴い, p' の回復と塑性体積圧縮 (ν の減少) を示す。これは松島ら[6]によって弾塑性的な海底地盤挙動として実現象として観察されていることと一致する。



(a) p' - q 関係 (全体図)



(b) p' - q 関係 (初期図)



(c) p' - ν 関係

図-3 要素挙動 ($x_0 = -0.5m, z_0 = 0.005m$)
 ※図(a)の青線で囲まれた部分が図(b)と対応

図-4は、図-3で示した土要素とその直下の土要素 ($x_0 = -0.5\text{m}$, $z_0 = 0.015\text{m}$) の各種状態量の経時変化を示す。波がおおよそ2波到達する ($0 \leq t/T \leq 2$) 間、非排水的に q が増減を繰り返しながら構造が喪失 ($1/R^* \rightarrow 1$) し、 u_e が蓄積し p' が減少した。その後 ($2 < t/T$)、上部の要素から u_e が消散して p' の回復(増加)し、それに伴い塑性圧縮(圧密)をしている。なお上部の要素における塑性圧縮の進展は、下部要素の圧密に伴う過剰水圧発生による上向き浸透力の作用により抑制されていることが確認されている。

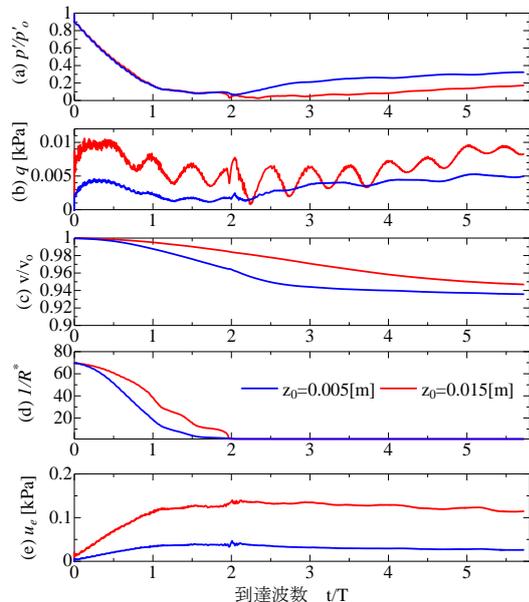


図-4 各種パラメータの時間変化図※ (a) 有効応力変化比 p'/p'_0 (b) 軸差応力 q (c) 比体積変化比 v/v_0 (d) 構造の程度 $1/R^*$ (e) 過剰間隙水圧 u_e
※横軸は到達波数を表し、 t は直上に波が到達後からの時間を表す。

4. おわりに

本稿では、波浪外力作用下にある二次元地盤の応答を土の骨格構造を表現できる弾塑性構成式 (SYS Cam-clay model) を用いて数値解析的に解くことによって、土を弾性体 (かつ半無限層厚と水の非圧縮) と仮定した場合には解き得ない平均有効応力 p' と偏差応力 q の時間変化、そして塑性的な変形が解かれることを確認した。また波浪作用面から起こる平均有効応力の低下のメカニズムとして、弾塑性地盤の深さによる剛性の違いがもたらす、波圧変動の継続的作用下での q の変動が、構造の程度 $1/R^*$ の損失を引き起こし、塑性圧縮に起因する p' の減少とそれに伴う過剰間隙水圧 u_e の湧き出しが解かれた。その後は u_e の消散に伴う p' の回復(増加)と有意な塑性圧縮が解かれた。

さらに、付録における弾塑性地盤の波浪応答解析における各種計算条件の解への影響を調べる一連の計算を通して以下の結論が得られた。

- 初期に地盤が密であるほど、構造の損失が起きにくく、 p' 低下が低減された。
- 地盤の鉛直方向解析層厚は、値が大きいほど地表に

近い位置の変位が大きくなる傾向が示された一方、ある程度の層厚以上では、変位の大きさが変わらなくなることを確認できた。

- 底面の水平変位固定の有無は、鉛直変位分布に大きな変化を与えなかった。
- 自重を考慮した場合、考慮しなかった場合と比べて $1/R^*$ と p' の減少は大きく低減されることが示された。これが示唆することは、従来の自重を考慮しない弾性地盤の波浪に対する応答解析は、応力変形ともに過大評価し得る可能性である。

謝辞: 本研究は、科学研究費補助金(若手研究:課題番号22K14324)の補助を受けて実施した。

付録: 各種条件が弾塑性地盤の波浪応答に及ぼす影響

(1) 解析条件

解析に用いたモデルを図-1に示す。基本的な境界条件、波浪外力条件、材料定数は2章における解析条件と一致させた。初期密度、解析層厚 d と底面の拘束条件、自重考慮の有無の影響をそれぞれ個別にみるために諸条件を表-3のように設定した8ケースの解析を実施した。初期密度としては表2にある緩砂のケースに加えて、同じく中井[3]より、で表される密砂のパラメータセット(初期過圧密比 $1/R_0 = 39.65$, 初期構造の程度 $1/R_0^* = 1.26$, 比体積分布)を用いた。自重を考慮しない計算においては9.8kPaの拘束圧を全ての要素に一律に与えた。

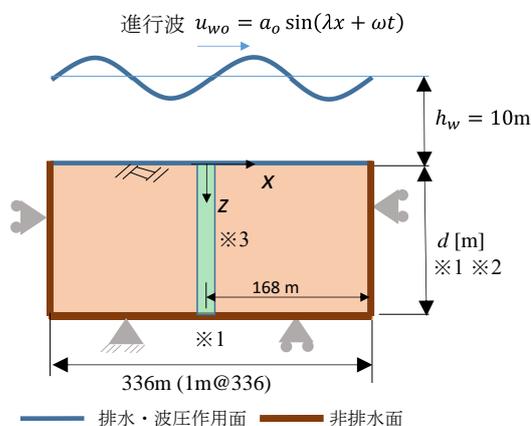


図-1 解析モデル

※1 表1に示す境界条件によって異なる。

※2 メッシュ数は10m層厚の場合は10要素、その他は15要素

※3 注目領域は水平方向の拘束の影響が小さい中央であり、緑色で塗りつぶされている。

表-4 解析ケース諸条件

| ケース番号 | 材料の初期密度 | 層厚 d [m] | 底面の固定条件 | 自重 |
|----------|---------|------------|---------|----|
| 1 (Base) | 緩 | 10 | 固定 | - |
| 2 | 密 | 10 | 固定 | - |
| 3 | 緩 | 100 | 固定 | - |
| 4 | 緩 | 1000 | 固定 | - |
| 5 | 緩 | 10 | 自由 | - |
| 6 | 緩 | 100 | 自由 | - |
| 7 | 緩 | 1000 | 自由 | - |
| 8 | 緩 | 10 | 固定 | 考慮 |

(2) 初期密度の影響

ケース1 (緩砂) と2 (密砂) の解析結果に注目する. 図-5は, 平均有効応力変化率 p'/p'_0 と構造の程度 $1/R^*$ の領域中央 ($x_0 = -0.5m$) での4つの深さに対する経時変化を示す. 緩砂のケースでは, 100波到達までに浅い地点 ($z_0 > 0.5m$) で, 3章の解析結果と同様, 土要素は $1/R^*$ の解消とそれに伴う p' の減少, そしてその後の p' の回復を示すのに対し, 密砂のケースでは, $1/R^*$ が浅い位置においても変化が小さく, その結果, p' の減少も抑えられた.

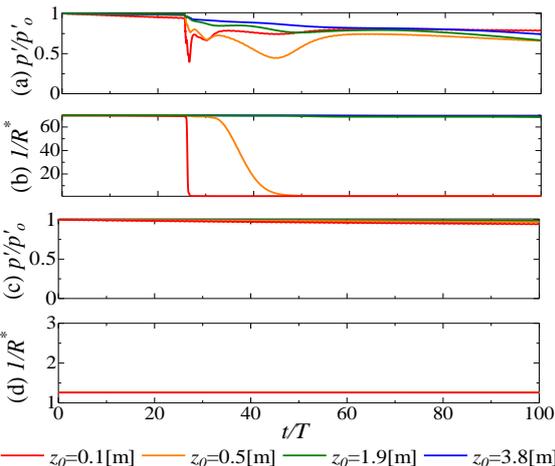


図-5 初期密度の違いごとのパラメータの経時変化
 ケース 1(緩砂)の(a)平均有効応力変化率 p'/p'_0 (b)構造の程度 $1/R^*$, ケース 2(密砂)の(c) p'/p'_0 (d) $1/R^*$

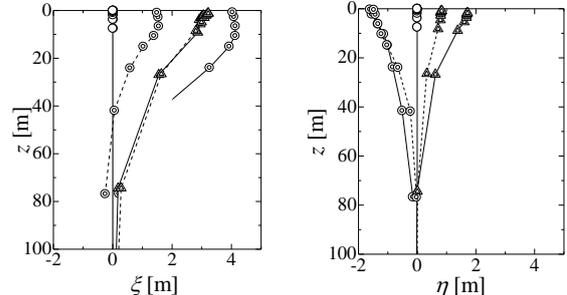
(3) 層厚と底面の水平変位拘束の影響

ケース1と3~7の結果を比較し, 層厚 (鉛直方向解析領域打ち切り) と底面の固定条件の影響について考察する. 図-6は, 領域中央の鉛直方向における水平変位 ξ と鉛直変位 η のアイソクロン (等時線図) (範囲: $0 \leq z \leq 100$) を示す. 記載時刻は, 各諸量が外力水圧変動に対して位相遅れの無い場合にも最大値をとるよう, ξ 分布については直上で波が4波到来時, η 分布については4.25波到来時とした.

まず層厚の影響については, 層厚が大きいかほどどちらの変位も大きくなるという傾向を示したが, 100mと1000mの変位の最大値の差は小さい. これは層厚1000mの場合は, 上部100mにおける挙動が支配的となりそれ以深の応力やひずみは絶対値が小さいために上部に影響を与

えないからである.

次に底面での水平変位拘束の影響について, 拘束と非拘束の差異は ξ の分布に大きく見られ, η には大きな影響を与えていない. また ξ の分布は, 拘束条件に関わらず傾きが類似しており, 拘束の場合は非拘束の場合に対し, 底面で ξ が0になるように平行移動している.



(a) $\xi \sim z$ 関係

(b) $\eta \sim z$ 関係

○ $d=10m$, 固定 ⊙ $d=100m$, 固定 ▲ $d=1000m$, 固定
 ○ $d=10m$, 自由 ⊙ $d=100m$, 自由 ▲ $d=1000m$, 自由

図-6 水平変位 ξ と鉛直変位 η の等時曲線*

(a):4 波到達時, (b)4.25 波到達時

* $0 \leq z \leq 100$ の範囲のみ图示

(4) 自重の影響

自重を考慮したケース8について, 図-5 (自重ありのケース1) と同様に解析領域中央の異なる鉛直位置における p'/p'_0 と $1/R^*$ の経時変化を図-7に示し, 図-5と比較する. 自重を考慮した計算では, 上端に近い要素であっても, 100波経過までに $1/R^*$ の減少が殆どみられず, 結果として p' の減少も起こらなかった. この結果は, 弾塑性解析における自重を考慮した計算の重要性を示しており, 同じ材料であっても自重の考慮によって波浪外力に対する抵抗が著しく大きくなることを示唆する.

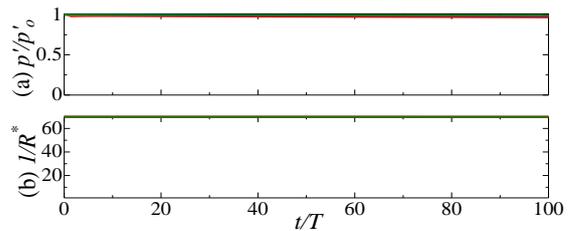


図-7 自重を考慮した場合の(a)平均有効応力変化率 p'/p'_0 , (b)構造の程度 $1/R^*$ の経時変化

参考文献

- Asaoka, A., et al. (2002): An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanisms of soils, S&F, 42(5), 47-57.
- 飯島琢臣, 豊田智大, 野田利弘(2021): 圧縮性間隙流体と多次元波浪に着目した海底地盤の液状化現象解明に向けた弾塑性 u-p 解析, 第 56 回地盤工学研究発表会, 12-9-3-03.
- 三浦均也, 松田達也, 藤井湧大, ARIF Daniel bin Aami (2019): 波浪に対する海底地盤の有効応力応答メカニズムの「空き缶モデル」による考察, 第 31 回中部地盤工学シンポジウム, 31-38.

- [4] Yamamoto, T. et al (1978): On the response of a poro-elastic bed to water waves, J. Fluid Mech., 87, pp.193-206.
- [5] 中井健太郎 (2005): 構造・過圧密・異方性の発展則に基づく土の弾塑性構成式の開発と…, 名古屋大学学位論文, pp.99-156.
- [6] 松島亘志, 成瀬元, 横川美和, 東良慶, 今泉文寿, 佐々真志, 田島芳満, 知花武佳: 土砂動態学, 共立出版, 2020

応答スペクトルが等しく継続時間が異なる入力地震動による河川堤防の耐震性照査

Seismic performance evaluation of river levees due to input seismic motion with equal response spectra but different durations

中井健太郎¹⁾, 花田優²⁾, 羽田野純也²⁾, 野田利弘⁴⁾

Kentarō Nakai, Yu Hanada, Junya Hadano and Toshihiro Noda

- 1) 博(工) 名古屋大学大学院工学研究科 准教授 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: nakai@civil.nagoya-u.ac.jp)
- 2) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: hanada.yu.p5@s.mail.nagoya-u.ac.jp)
- 3) 名古屋大学大学院工学研究科 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: hadano.junya.r2@s.mail.nagoya-u.ac.jp)
- 4) 博(工) 名古屋大学大学院工学研究科 教授 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: noda@civil.nagoya-u.ac.jp)

In this paper, the effects of dominant period and duration of the input seismic motion on the damage of river embankments are numerically investigated. The results show that when the long-period component of the input seismic motion is dominant, not only liquefaction in sand layers but also strong shaking in clay layers, which are conventionally considered to be less susceptible to seismic damage, disturbs the ground, resulting in extensive damage. In addition, it was pointed out that it is important to consider the effect of duration of seismic motion for detailed damage estimation, especially in the case of soft ground with elasto-plastic response, although the seismic response spectrum is often specified for the design of river embankments.

Key Words : Seismic duration, Dominant period, Seismic response analysis

1. はじめに

国土の狭い日本では、洪水氾濫区域に人口の50%、資産の75%が集中していると言われており、河川堤防や海岸堤防・排水機場などの浸水防護施設の健全性確保は、これら地域における外水氾濫を防ぐ生命線だと言える。しかし、平野部は一般的に地下水位が高いことに加えて、堆積年代が若いことから地盤が軟弱であることが多く、地震時に液状化をはじめとする地盤災害が発生する危険性が高い。河川堤防は歴史的な経緯の中、工事費用が低廉であることや材料の取得が容易であることに加えて、堤防が損傷したとしても比較的復旧が容易であることから、多くが地盤材料を用いて造られてきた。これまでは、過去の被災経験と実績をもとに仕様や断面形状が設計されてきたが、都市部の拡大に伴って洪水氾濫区域に人口・資産が集中している昨今では、想定外の外力が作用したとしても、堤体機能の損傷を許容することは難しい。防護施設の中には、築造後に長い年月が経過して老朽化が進行している施設や、大規模地震に対して耐震性を十分有していないものが存在するという指摘もある。加えて、堤防は延長の長い線の構造物であり、一連の長大な区間の中で1箇所決壊するだけで、地形条件によっては広範囲にわたって甚大な浸水被害を引き起こすこととなる。河川堤防の全長を補強するには費用と時間が莫大にかかるため、局所的弱点箇所を精度よく抽出して、適切な対策を施すことが求められる。しかし、現行の河川堤防の耐震性照査においては、(1) 粒径の比較的大きいシルトが支配的な場合や

N値が小さく軟弱な状態にあっても粘性土場合に地震被害が十分に想定されていないこと、(2) 地層不整形性に起因する複雑な波動伝播の影響が考えられていないこと、(3) 堆積状態の不均一性などの地盤が有する不確実性の影響が十分には考慮されていないこと、ならびに、(4) 耐震性照査に用いる設計用地震動は加速度応答スペクトルで規定されることが多く地震動継続時間の影響が十分には検討されていないこと、などの課題が存在する。

南海トラフ地震や首都直下地震など、巨大地震の発生が危惧される昨今、地震発生時に何が起き、どのような被害が生じるのかを正確に把握することが求められている。しかしながら、外力として、どのような地震が発生するのかは私達にはわからない。そのため、精緻な地震被害予測のためには、砂から粘土に至るまで、各種土材料を詳細にモデル化するとともに、現地で想定しうる様々な外力を考慮に入れた耐震性能照査を実施し、被害実態の把握、危険個所の抽出や対策効果の確認を行うことが必要となる。

本報では、南海トラフ地震による地震被害が危惧される徳島県那賀川に築造された河川堤防を対象に、特に地震動継続時間とその周期特性に着目した地震応答解析を実施し、地震動特性が地震被害に及ぼす影響を数値解析的に検討した。用いた解析コードは水～土連成有限変形解析コード[1]で、土骨格の弾塑性構成式として砂から粘土、両者の混在した中間土から特殊土までを同じ理論的枠組で記述するSYSカムクレイモデル[2]を搭載している。

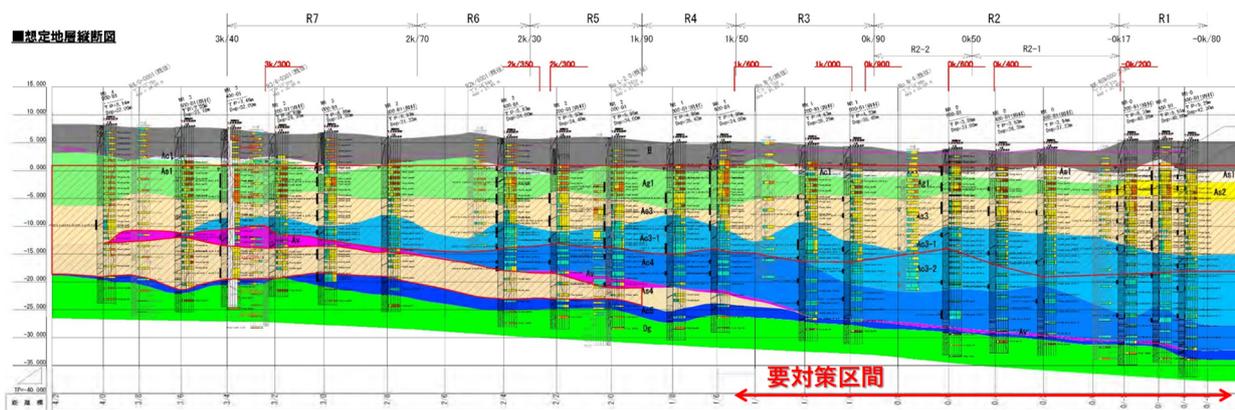


図-1 那賀川の地層縦断面図

2. 解析対象地点の地層構成と弾塑性モデル化

本研究で対象とした徳島県那賀川は典型的な三角州地形であり、広域の軟弱地盤である。南海トラフ地震の震源とも近く、地震時の液状化被害が危惧される。ハザードマップを見ると[3]、河川流域全域で予想される震度が大きく、液状化危険度は河川流域のほぼ全域で極めて高い。那賀川の地層縦断面図を図-1に示す(図面左が上流)。縦断面図は那賀川河川国道事務所から入手したボーリングデータをもとに作成した。表層から埋め土層(B層)、沖積砂層(As層)、沖積粘土層(Ac層)、沖積砂礫層(Ag層)が堆積し、その下は硬質な洪積層(D層)となっている。As層とAc層は物性の違いから2層に分けられる。上流から下流に向かうにつれて洪積層が沈み込み、Ac層が次第に厚くなる。また、N値の分布はいずれの層も上流から下流に向かうほど小さくなる傾向にあり、下流域ほど軟弱である。実際、事前の耐震性照査では下流域において要対策区間と判定され、耐震工事(堤体嵩上げと法尻付近の静的締固め工法による地盤改良)が実施されている。本報でも、Ac層が厚く、要対策区間に認定された下流域地盤を解析対象とした。原位置調査の結果、B層とAs1層は液状化強度の小さい緩い砂質土、As2層は中密な砂質土、Ac1層はN値の小さい粘性土、Ac2層は圧縮性が大きいシルト質粘性土であることがわかった。

これら情報をもとに作成した有限要素メッシュを図-2に、解析に用いた各層の弾塑性性状を表-1に示す。有限要素メッシュは耐震対策後のみ示している。堤体周辺部の拡大図になるが、境界条件が解析結果に影響しないように側方には解析領域を十分に広く確保している。弾塑性性状は現位置試験結果をもとに決定し、地盤改良部分は実際の改良率を考慮して密な砂質土に置換することで再現した。また、地下水位面より上の要素は周囲を常に水圧ゼロとすることで、簡易的に不飽和状態を模擬した(過剰間隙水圧は発生しない)。境界条件として、両側面に単純せん断境界を、底面には $V_s=580\text{m/s}$ に相当する粘性境界を設けた。地震入力時は底面全節点の水平方向に等しく地震動を入力し、地震中から地震後10年間の圧密変形までを一貫して解析した。

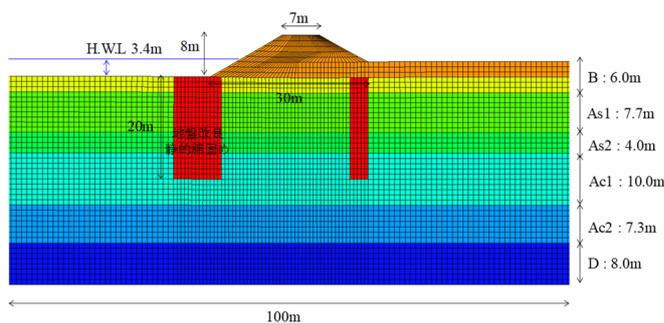


図-2 堤体周辺の有限要素メッシュと地層構成

表-1 解析に用いた弾塑性性状

| | B | As1 | As2 | Ac1 | Ac2 | D |
|-------------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 弾塑性パラメータ | | | | | | |
| 限界状態定数 M | 1.20 | 1.13 | 1.22 | 1.41 | 1.48 | 1.15 |
| NCLの $p=98.1\text{kPa}$ での比体積 N | 1.67 | 1.65 | 1.64 | 2.10 | 2.80 | 1.72 |
| 圧縮指数 λ | 0.049 | 0.046 | 0.049 | 0.143 | 0.295 | 0.006 |
| 膨潤指数 $\bar{\kappa}$ | 0.0049 | 0.0046 | 0.0049 | 0.0014 | 0.0030 | 0.0006 |
| ポアソン比 ν | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.2 |
| 発展則パラメータ | | | | | | |
| 構造劣化指数 a | 3.84 | 7.81 | 3.16 | 0.45 | 0.23 | 6.2 |
| $-D_p^*$ と $ D_v^* $ の比 c_s | 0.94 | 0.99 | 0.92 | 0.41 | 0.54 | 0.98 |
| 正規圧密土化指数 m | 0.33 | 0.14 | 0.42 | 4.88 | 11.27 | 0.18 |
| 回転硬化指数 br | 2.38 | 6.91 | 1.78 | 0.09 | 0.03 | 4.89 |
| 回転硬化限界面 m_b | 0.94 | 0.17 | 0.98 | 1.00 | 1.00 | 0.51 |
| 初期状態 | | | | | | |
| 応力比 η_0 | 0.545 | 0.545 | 0.545 | 0.545 | 0.545 | 0.545 |
| 構造の程度 $1/R_0^*$ | 3.0 | 2.8 | 2.9 | 4.4 | 4.3 | 1.2 |
| 過圧密の程度 $1/R_0$ | 27.7 | 32.0 | 28.4 | 3.5 | 1.2 | 770 |
| 異方性の程度 ζ_0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 土粒子密度 ρ_s (g/cm ³) | 2.71 | 2.72 | 2.72 | 2.71 | 2.71 | 2.70 |
| 透水係数 k (cm/s) | 1.2×10^{-3} | 6.3×10^{-3} | 7.9×10^{-4} | 2.3×10^{-7} | 8.0×10^{-6} | 1.0×10^{-1} |

3. 地震応答解析

(1) 想定南海トラフ地震における耐震性照査

最初に、現地想定されている南海トラフ地震が発生した時の耐震性照査を実施した。入力地震動を図-3に示す(左図が加速度の時刻歴、右図はフーリエ振幅スペクトル)。この地震動は解析対象地点周辺で想定される南海トラフ地震であり、2012年に内閣府「南海トラフ巨大地震モデル検討会[4]」が公開したデータである。最大加速度は約 9.0m/s^2 と大きく、継続時間も長い(以後、地震A)。

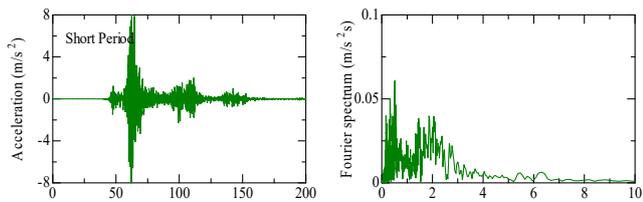


図-3 想定南海トラフ地震（地震A：短周期卓越）

図-4と図5に耐震対策前の地震終了直後における有効応力減少比とせん断ひずみ分布を示す。有効応力減少比は初期平均有効応力を地震中に発生した過剰間隙水圧で除したものである。地震中に0から増加するが、1に近づくほど有効応力が減少して地盤剛性が低下したことを示し、1になると地盤は液状化したことを意味する。有効応力減少比を見ると、B層とAs1層は1.0に達しており、表層砂質土が液状化していることがわかる。一方、深部粘性土層は、Ac2層で若干の有効応力減少比の増加（有効応力の低下）が見られるものの、表層砂質土のように剛性を失うまでには至っていない。せん断ひずみを見ると、堤体直下の液状化層で深く沈み込みながら円弧上の滑りが発生し、堤体は大きく損傷を受けている。天端高さは照査外水位を下回り、事前の耐震性照査結果と同様、耐震性を満足しないと判定された。

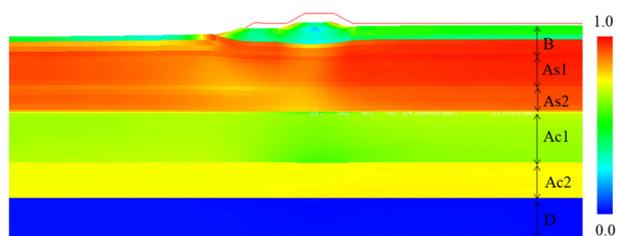


図-4 有効応力減少比（対策前，地震A）

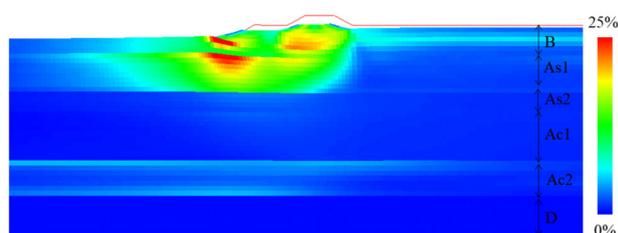


図-5 せん断ひずみ（対策前，地震A）

図-6と図7に耐震対策前の地震終了直後における有効応力減少比とせん断ひずみ分布を示す。有効応力減少比を見ると、対策前と同様に表層砂質土層で1.0となり液状化を示す。せん断ひずみを見ると、堤体内でひずみが卓越するものの、法尻の改良体が側方流動を抑止し、基礎地盤の変状を大きく抑制している。耐震対策によって、地震後の天端高さは照査外水位を上回り耐震性を満足することを確認した。

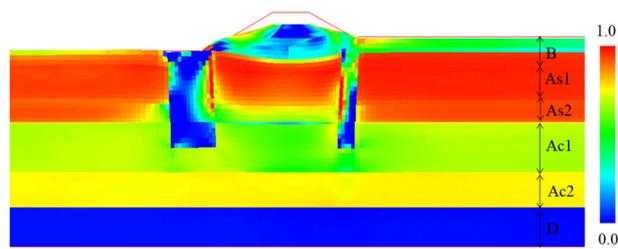


図-6 有効応力減少比（対策後，地震A）

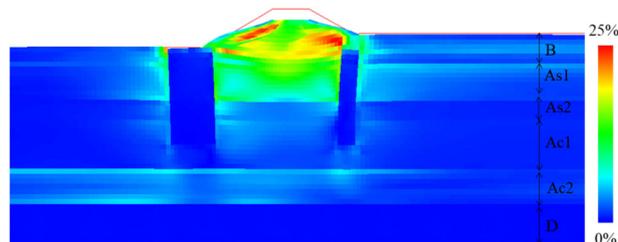


図-7 せん断ひずみ（対策後，地震A）

(2) 地震動の周期特性の影響

(1)では内閣府が公開する想定南海トラフ地震（地震A）による耐震性照査の結果、対策後の堤防は耐震性を満足する（天端高さは照査外水位を下回らない）ことを確認した。しかし、地震Aのフーリエ振幅スペクトルを改めて確認すると、短周期成分が支配的であり、3秒以上のやや長周期成分がほとんど含まれていない。そこで本節では、地震動の長周期成分が地震被害に及ぼす影響を検討した

図-8 は同じく解析対象地点周辺で想定される南海トラフ地震であるが、2015年に内閣府の「南海トラフの巨大地震モデル検討会及び首都直下地震モデル検討会[5]」が公開した長周期地震動データであり、主として高層建築物の共振や石油タンクのスロッシングなど、固有周期の大きい構造物の耐震性照査に用いられている。最大加速度は約 1.5 m/s^2 と小さいが、2秒以上の長周期成分が支配的である（以後、地震B）。一方で、地震動Bは2秒以下の短周期成分をほとんど有さない。そこで、地震動Aと地震動Bの2つの想定南海トラフ地震動を接続周期2～3秒で線型的にハイブリッド合成して、図-9に示す短周期～長周期まで幅広い周期帯の波を有する広帯域地震動（以後、地震C）を作成した。加速度履歴の概形は地震Aと大差ないが、フーリエ振幅スペクトルを見ると、3秒以上のやや長周期成分を含んでいることが確認できる。

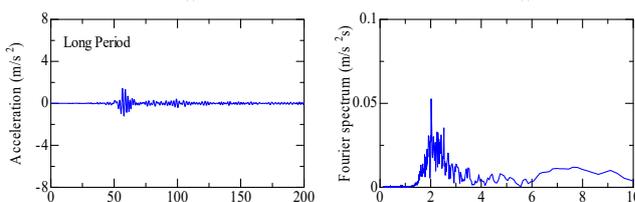


図-8 想定南海トラフ地震（地震B：長周期卓越）

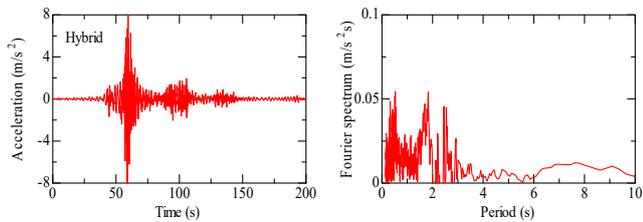


図-9 ハイブリッド合成地震（地震C：広帯域）

図-10と図11に地震Bを入力した時の地震終了直後における有効応力減少比とせん断ひずみ分布を示す。加速度が小さいため、地震Aと比べて砂質土層における有効応力減少比の増加の程度は小さい。しかし、深部Ac2層を比較すると、地震Aよりも有効応力減少比は大きくなっており、地盤内の剛性低下は相対的にAc2層で大きくなっていることがわかる。せん断ひずみを見ると、液状化していないので、砂質土の変状は小さく抑えられているが、深部粘性土層におけるひずみ発生が見られる。一般に、粘性土は砂質土よりも地震被害が寄せにくい／少ないと言われているが、長周期成分の卓越する地震Bによる強い揺れによって、軟弱粘性土層が乱されて剛性低下した。

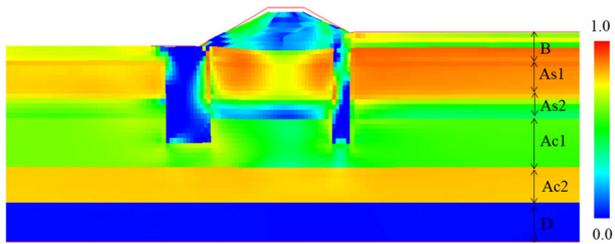


図-10 有効応力減少比（地震B）

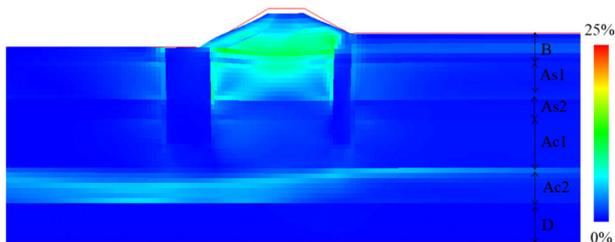


図-11 せん断ひずみ（地震B）

図-12と図13に地震Cを入力した時の地震終了直後における有効応力減少比とせん断ひずみ分布を示す。加速度レベルは大きく継続時間が長いことに加えて、長周期成分も含むため、非常に大きな揺れが生じるため、砂質土だけでなく粘性土層でも大きく有効応力が減少／剛性低下する。そのため、せん断ひずみは地盤の広範（砂質土層～粘性土層）で発生し、改良体下部の粘性土層で貫通する。一般的には河川堤防の耐震対策は液状化層が対象となるため、当該地点でも地盤改良は浅部砂層の液状化対策を目的に実施されている。本解析結果が示すように、軟弱粘性土層が地震動によって乱される場合、十分な対策効果

が得られずに深部で大きな残留変形が生じる危険性があることを示唆している。

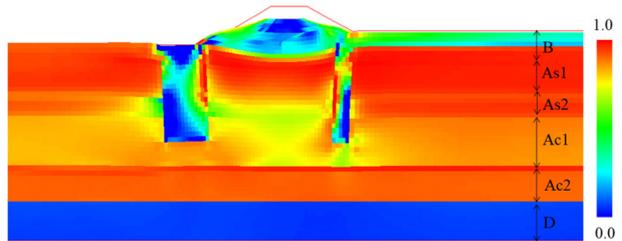


図-12 有効応力減少比（地震C）

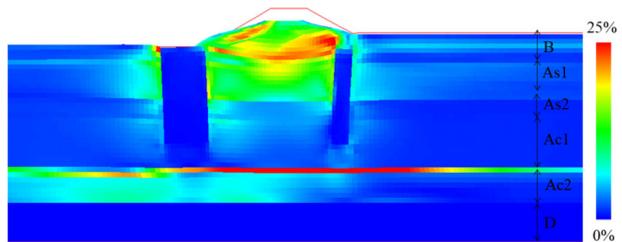


図-13 せん断ひずみ（地震C）

(3) 地震動の継続時間の影響

1. でも述べたように、耐震性照査に用いる設計用地震動は加速度応答スペクトルで規定されることが多く地震動継続時間の影響が十分には検討されていないといった課題が存在する。(1)(2)では、地震動の周期特性に着目し、地震被害に及ぼす影響を検討したが、本節では地震動特性のうち、地震動の継続時間に着目し、河川堤防の地震被害に及ぼす影響を検討した。そこで、継続時間の影響を検討するために、加速度応答スペクトルは等しいが、継続時間の異なる地震動を作成した。図-14～図16に解析に用いた3つの入力地震動を示す（それぞれ、地震a、地震b、地震c）。これら地震動はARTEQ（㈱構造計画研究所）を用いて、河川堤防耐震性能照査で規定される応答スペクトル（図中の黒破線、レベル2-1地震動：発生頻度が低いプレート境界で発生する大規模な地震）に適合させた継続時間の異なる地震動である。地震波形の包絡関数は相似形となるようにし、位相角は $0 \sim 2\pi$ の一樣乱数で与えた。地震応答スペクトルからわかるように、いずれの地震動も短周期～長周期成分までを幅広く含む広帯域地震動である。

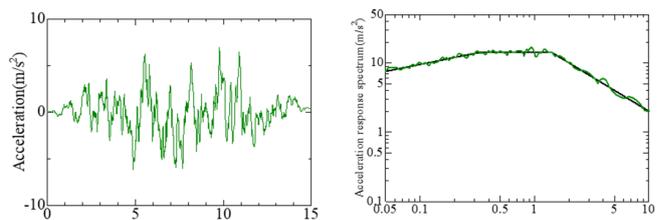


図-14 継続時間が短い地震動（地震a）

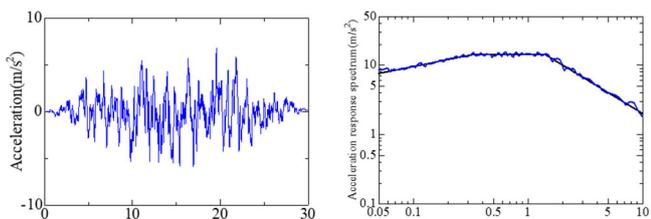


図-15 図-14 継続時間が中程度の地震動 (地震b)

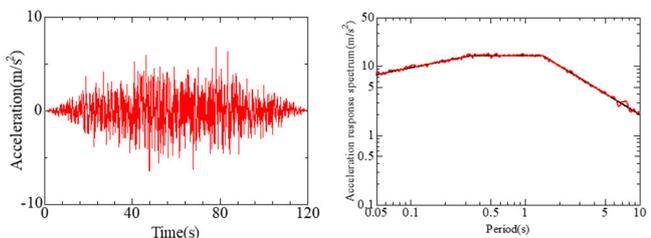


図-16 図-14 継続時間が長い地震動 (地震c)

図17～図19に有効応力減少比の、図20～図22にせん断ひずみの分布を示す。有効応力減少比を見ると、地震動継続時間が長いほど有効応力減少の程度が大きい。特に地震cでは、砂質土であるB層およびAs1層はほぼ全域で1に到達して液状化している。広帯域地震動であるため、砂質土層に加えて、深部粘性土Ac1・Ac2層でも有効応力減少が顕著に見られる。続いて、せん断ひずみを見ると、継続時間が長いほど特に盛土部分で変状が大きい。これは、盛土下部の砂質土層の剛性低下に起因する。また、すべての地震動において深部粘性土、Ac1層とAc2層境界部でも変状が集中する。上述の通り、長周期震動によって粘性土が乱されたことに起因する。

以上、同一応答スペクトルを有する地震動であっても、継続時間が長いほど地震被害が甚大化することを示した。これは砂質地盤の液状化や粘性土の乱れなど、地盤が示す弾塑性応答に起因する。設計用地震動は応答スペクトルで規定されることが多いが、強い弾塑性応答を示す軟弱地盤の場合は、特に地震動の継続時間の影響を考慮することが詳細な被害予測のためには重要であることを地震応答解析結果は示唆している。

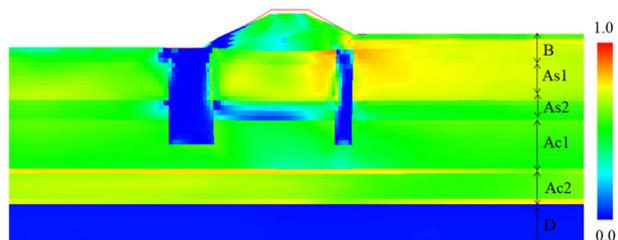


図-17 有効応力減少比 (地震a)

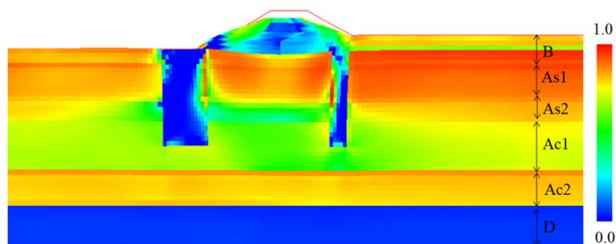


図-18 有効応力減少比 (地震b)

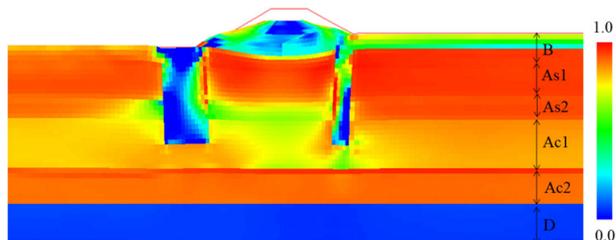


図-19 有効応力減少比 (地震c)

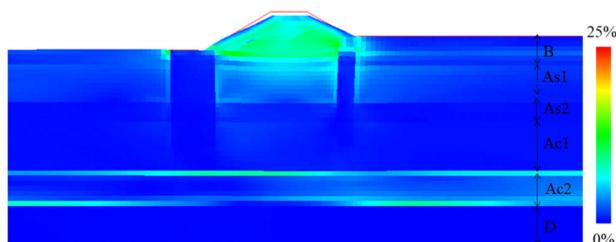


図-20 せん断ひずみ (地震a)

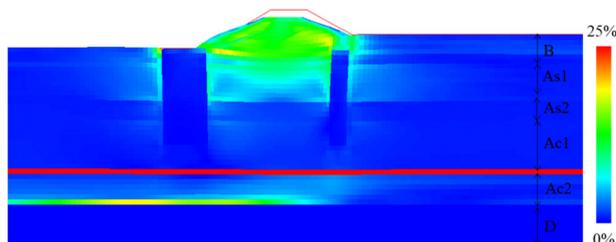


図-21 せん断ひずみ (地震b)

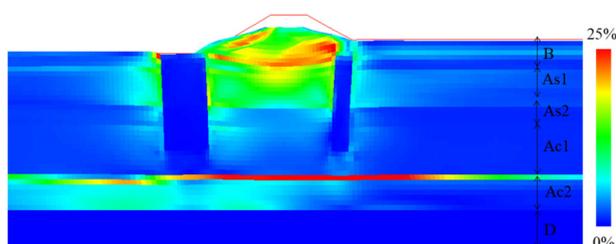


図-22 せん断ひずみ (地震c)

4. 地震動影響評価指標の検討

地震応答解析の結果、入力地震動の地震動特性(卓越周期と継続時間)違いによって被害程度が大きく異なることがわかった。そこで、地震被害に及ぼす地震動影響評価指標の検討を行った。評価指標としては、最大加速度、地

震動の継続時間に加えて、PSI値を用いる。継続時間は b 継続時間と p 継続時間の2通りで実施した。ここで、 b 継続時間とは地震記録の振幅が「あるレベル」を最初に越える時間と最後に越える時間の時間長として継続時間を定めるものである[6]。「あるレベル」は p 継続時間に合わせて最大振幅の10%とした。一方、 p 継続時間とは地震記録の全パワーの90%を含む区間長として継続時間を定めたものである[7]。また、PSI値とは速度2乗を積分したものの平方根である。野津・井合ら[8]によると、PSI値と地震時の変形量には相関が高いことが示されている。図-23～図-26に各指標と堤体天端の地震被害（沈下量，最大水平変位量，残留水平変位量）の関係を示す。

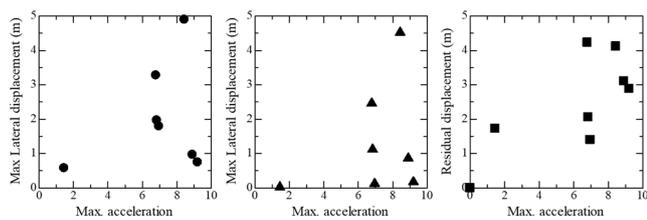


図-23 最大加速度と地震被害の関係

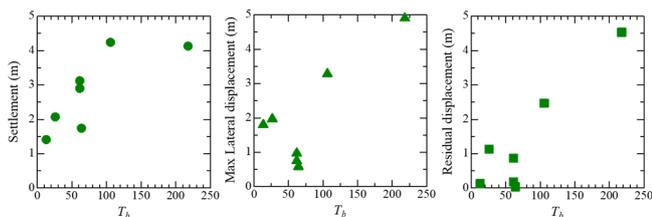


図-24 b 継続時間と地震被害の関係

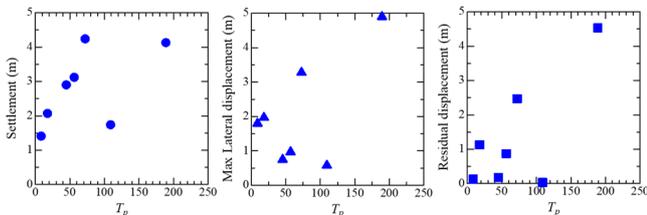


図-25 p 継続時間と地震被害の関係

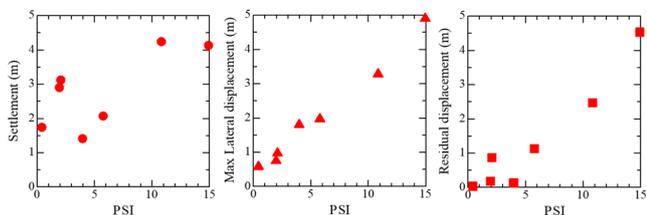


図-26 PSI値と地震被害の関係

地震動の大きさと言うと最大加速度で評価してしまうことも多いが、図から明らかなように、最大加速度と地震被害の相関は小さい。最大加速度に比べると、地震動継続時間は地震被害との相関が大きくなるが、本解析結果ではPSI値が最も高い相関を示しており、既往研究と整合する結果となった。地震応答解析の考察でも述べたが、地震

被害は継続時間だけでなく、周期特性も含めた地震動特性と関連が深い。継続時間での評価には周期特性が含まれないが、PSI値は継続時間だけでなく、速度値として地震動の周期特性を考慮しているため、地震被害との相関が大きくなった。

5. おわりに

本報では河川堤防の地震時被害に及ぼす地震動の卓越周期と継続時間の影響を数値解析的に調べた。その結果、入力地震動の長周期成分が卓越していると、砂層の液状化だけでなく、従来は地震被害が発生にくいと考えられてきた粘性土層においても強い揺れによって地盤が乱され、被害が甚大化することを示した。また、河川堤防の耐震性照査に用いる設計用地震動は応答スペクトルで規定されることが多いが、特に強い弾塑性応答を示す軟弱地盤の場合は、地震動の継続時間の影響が大きいことを示した。詳細な被害予測のためには、周期特性や継続時間といった地震動特性をきちんと考慮することが重要であることを数値解析的に指摘した。

謝辞

本検討は、防災対策に資する南海トラフ地震調査研究プロジェクトに関するもので、一部はJSPS 科研費22H01742の助成も受けた。また、弾塑性モデル化に使用した地盤情報は、国土交通省那賀川河川事務所から提供いただいた。ここに謝意を表する。

参考文献

- [1] Noda, T. et al., Soil-water coupled finite deformation analysis based on a rate-type equation..., S&F, 48(6), 771-790, 2008.
- [2] Asaoka, A. et al., An elasto-plastic description of two distinct volume change mechanisms of soils, S&F, 42(5), 47-57, 2002.
- [3] 徳島県防災・減災マップ
<https://maps.pref.tokushima.lg.jp/bousai>
- [4] 南海トラフ巨大地震モデル検討会
<https://www.bousai.go.jp/jishin/nankai/model/>
- [5] 南海トラフの巨大地震モデル検討会及び首都直下地震モデル検討会
https://www.bousai.go.jp/jishin/nankai/nankaitrough_report.html
- [6] Bolt, B.A., Duration of strong ground motion, Proc. of the 5th World Conf. on Earthquake Eng., pp.1304-1313, 1973.
- [7] M. D. Trifunac and A. G. Brady, A study on the duration of strong earthquake ground motion. Bulletin of the Seismological Society of America 65(3), 581-626, 1975.
- [8] 野津厚, 井合進, 岸壁の即時被害推定に用いる地震動指標に関する一考察, 第28回関東支部技術研究発表会講演概要集, 土木学会関東支部, pp.18-19, 2001.

OS06 地盤力学における数値解析

[B-09] OS06 地盤力学における数値解析 (4)

座長:野田 利弘(名古屋大学)

2023年6月1日(木) 14:30 ~ 15:45 会場B (1F 大会議室 102)

[B-09-01] Characteristics of reduction factors for lateral confining pressure of a benched slope in centrifuge model tests

*陶 善之¹、ピパットポンサー ティラポン¹ (1. Kyoto University)

14:30 ~ 14:45

[B-09-02] Evolution process of toe sliding failure of a dip slope model lying on a bedding plane with toe support

*ウォンシャナ ポンサコン¹、ピパットポンサー ティラポン¹ (1. Kyoto University)

14:45 ~ 15:00

[B-09-03] 三次元極限平衡理論に基づく広域斜面安定解析

*須郷 大地¹、藤田 真粹¹、外里 健太²、野村 怜佳¹、森口 周二¹、寺田 賢二郎¹ (1. 東北大学、2. 八戸工業大学)

15:00 ~ 15:15

[B-09-04] 不飽和斜面の浸透・破壊挙動を対象とした模型実験とデータ同化解析の適用

*齋藤 健太¹、Jayakody S.H.S²、上田 恭平²、渦岡 良介² (1. 株式会社構造計画研究所、2. 京都大学)

15:15 ~ 15:30

[B-09-05] 地山掘削変位を用いた逆解析による地質境界面同定の適用性確認

*鎌田 浩基¹、山本 真哉¹、青野 泰久¹、多田 浩幸¹、櫻井 英行¹ (1. 清水建設株式会社)

15:30 ~ 15:45

Characteristics of Reduction Factors for Lateral Confining Pressure of A Benched Slope in Centrifuge Model Tests

Shanzhi TAO ¹⁾ and Thirapong PIPATPONGSA ²⁾

1) Ph.D Student (Postal Address, E-mail: tao.shanzhi.43e@st.kyoto-u.ac.jp)

2) Dr. Eng. Associate Professor (Postal Address, E-mail: pipatpongsa.thirapong.4s@kyoto-u.ac.jp)

Benched slopes are often more stable than bare slopes with the same inclination. To study the failure characteristics of benched slopes and the boundary effect, two centrifuge experiments were conducted with slope models having varying breadth and bench height. In addition to observation of the failure mechanisms, shear strength reduction factors calculated from recorded earth pressures were used to reflect the inner state changes of the slope. The results showed that 1) slopes with higher benches were stronger, and 2) broader slopes failed more easily, but their reduction factors decreased more slowly because of lower shear strain.

Key Words : benched slope, strength reduction factor, boundary effect, centrifuge test

1. INTRODUCTION

A benched slope is created by cutting into the slope to create a series of horizontal steps. This kind of transformation can make the slope more stable while keeping a relatively large amount of usable flat space. Hence, it is widely used in the construction practices, such as open-pit mines [1].

Evaluating the stability of a benched slope is very complicated because the failure mode can be changed with different shapes of benches. It is traditionally analyzed by 2D limit equilibrium methods (LEM) and the shear strength reduction technique (SSR) based on the numerical simulation. S. R. Kaniraj and H. Abdullah [2] developed simple solutions for an embankment with berm based on moment equilibrium. Singh et al. [3] pointed out the advantages of LEM, being simple, versatile and can produce reliable results for most homogenous materials. Koca [4] conducted SSR by finite element method (FEM) and compared the result with LEM. In addition, limit analysis method (LAM) has also been adopted. Chen [5] applied the upper-bound technique of limit analysis on a two-stage non-homogeneous anisotropic slope with logarithmic spiral failure surface. Gao [6] deduced the factor of safety of a slope with multiple benches by the upper-bound method combined with SSR.

The above-mentioned researches were in 2D condition. Yang et al. [7] used a horn failure mechanism [8], by which the analysis for a benched slope reinforced with piles was extended into 3D condition. However, the lateral confinement was not considered in their studies. So, this influencing factor of slope stability may be overlooked. Furthermore, experiments about the benched slope are rarely found, which are needed to verify the previous work.

In this study, two centrifuge model tests using a soil chamber with different breadths were conducted for benched slopes. A set of earth pressure sensors was buried in the models and attached on the wall of soil chambers to monitor the change of vertical stress in the slope and lateral stress on the sides. Shear strength reduction factors were calculated from monitored data and their characteristics were analyzed before and after failures happened.

2. SHEAR STRENGTH REDUCTION RATIO

In the shear strength reduction technique based on the Mohr-Coulomb failure criterion [9, 10], the shear strength reduction ratio r_d is used to describe the relationship between the shear stress τ_f and the developed shear stress τ_d as Eq. (1), where ϕ , c , ϕ_d and c_d are the internal friction angle, the cohesion, the reduced internal friction angle and the reduced cohesion, respectively. Moreover, the reciprocal of r_d is the factor of safety as Eq. (2).

$$r_d = \frac{\tau_d}{\tau_f} = \frac{\tan \phi_d}{\tan \phi} = \frac{c_d}{c} \quad (1)$$

$$FS = \frac{1}{r_d} \quad (2)$$

By the reduced Rankine's passive earth pressure theory, effective horizontal stress σ'_h can be expressed by a function of effective vertical stress σ'_v involving r_d and coefficient of lateral earth pressure K as Eqs. (3) and (4)

$$\sigma'_h = K \sigma'_v + 2r_d c \sqrt{K} \quad (3)$$

$$K = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\tan^{-1}(r_d \tan \phi)}{2} \right) \quad (4)$$

the r_d can be expressed by the effective horizontal stress σ'_h and the effective vertical stress σ'_v as Eq. (5). The derivation can refer to [11].

$$r_d = \frac{\sigma'_h - \sigma'_v}{2\sqrt{(\sigma'_v \tan \phi + c)(\sigma'_h \tan \phi + c)}} \quad (5)$$

Here, the range of r_d is -1 to 1, so it is better to call it reduction factor here to show the difference. The FS is revised as Eq. (6).

$$FS = \frac{1}{|r_d|} \quad (6)$$

According to this theory, the effective horizontal stress in the slope is in the active state when the $r_d < 0$, in the isotropic state when $r_d = 0$ and in the passive state when the $r_d > 0$. If the absolute value of r_d is greater than 1, i.e., the $FS < 1$, failure will occur. This method establishes the relationship among the state of the earth pressure on the slope boundary, the stress state and the stability of the slope through r_d .

3. CENTRIFUGE TESTS

(1) Experimental equipment

The experiment was conducted using the centrifuge in the Geotechnical Centrifuge Center, Disaster Prevention Research Institute (DPRI), Kyoto University. The centrifuge has an effective radius of 2.5 m and the maximum centrifugal acceleration is 200g.

In the tests, two types of soil chambers were used, each with a different size. They were made of aluminum alloy fabricated with a transparent reinforced glass for visual observation. The dimensions of soil chambers A and B were $63 \times 40 \times 30 \text{ cm}^3$ and $63 \times 20 \times 30 \text{ cm}^3$, respectively. The aim of changing the size was to observe the lateral boundary effect.

(2) Model description

The soil model A (see Fig. 1) had two slopes facing each other, which allowed for the simulation of different model geometries in one test. Both slopes had an inclination of 65° . The slope on the left-hand side had a higher bench on the slope toe (7.5 cm) while the slope on the right-hand side had a lower bench (3.75 cm). The benches are marked by the shadows.

The configuration of gauges is also shown in the figure, where 23 earth pressure sensors, 4 laser sensors are installed. In the top view, the circular shape means that earth pressure sensor was placed horizontally to measure the vertical earth pressure, and the rectangular shape means that one was placed vertically to measure the horizontal earth pressure on the wall. The soil model B was generally the same as model A except the breadth is the half.

The material used in both models was sieved Hiroshima sand taken from Kure Shi, Hiroshima prefecture. Table 1 lists its

basic properties. The soil model made from this sand was adjusted to have a water content of 8% and compaction degree of 80%. The shear strength of the soil was measured by constant load direct shear tests, resulting in $\phi = 31.4^\circ$ and $c = 4.3 \text{ kPa}$.

The established model A and B are shown in Fig. 2. According to Culmann's method [12] and Mohr–Coulomb failure criterion, the model slope is stable because the cohesion is dominant in 1g condition. With the increase of the centrifugal acceleration, the difference between the driving force and the

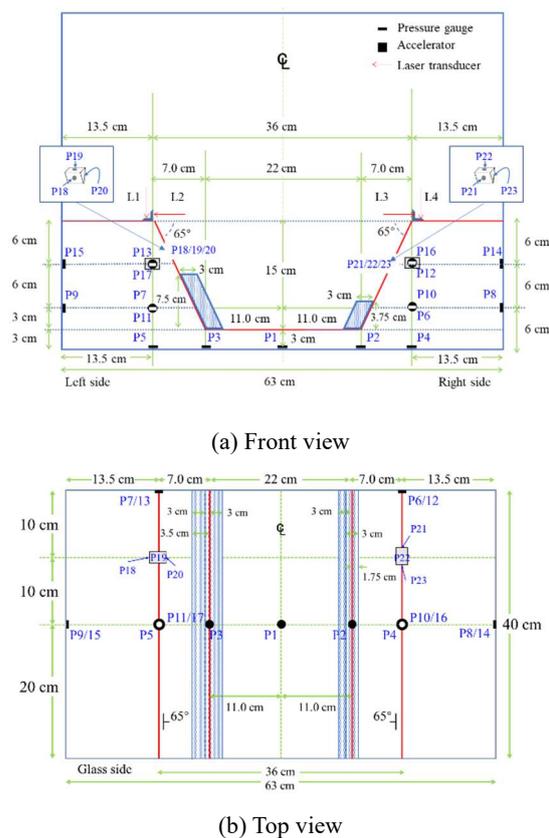


Fig. 1 Diagram of slope model A (model scale)

Table 1

| Parameters | Value |
|---|----------------------------------|
| Soil particle density ρ_s | 2.633g/cm ³ |
| D10 | 0.08 mm |
| D30 | 0.18 mm |
| D50 | 0.32 mm |
| D60 | 0.40 mm |
| Uniformity coefficient U_c | 5.31 |
| Curvature coefficient U_c' | 1.12 |
| Fine particle content F_c | 9.2% |
| Maximum void ratio e_{max} | 1.007 |
| Minimum void ratio e_{min} | 0.444 |
| Optimum dry density $\rho_{d,opt}$ | 1.75 g/cm ³ |
| Optimum water content w | 11.2 % |
| Hydraulic conductivity k ($\rho_d = 1.70 \text{ g/cm}^3$) | $2.4 \times 10^{-5} \text{ m/s}$ |

friction along the potential sliding surface gradually rises. When it overcomes the cohesion, the sliding occurs.

(3) Test procedure

In each case, the horizontal ground was firstly compacted in 3 cm layers homogeneously until achieving the total height of 18 cm, then the ground was scraped to form two slopes with the bench part. After being installed into the centrifuge, all sensors were reset. The slope model was accelerated to 50g firstly, then kept in that state for a certain period of time. Next, the acceleration was increased by 10g increments each time until both sides of the model failed. Finally, the centrifugal accelerations were decreased gradually. The failure moments were recorded by the high-speed camera.

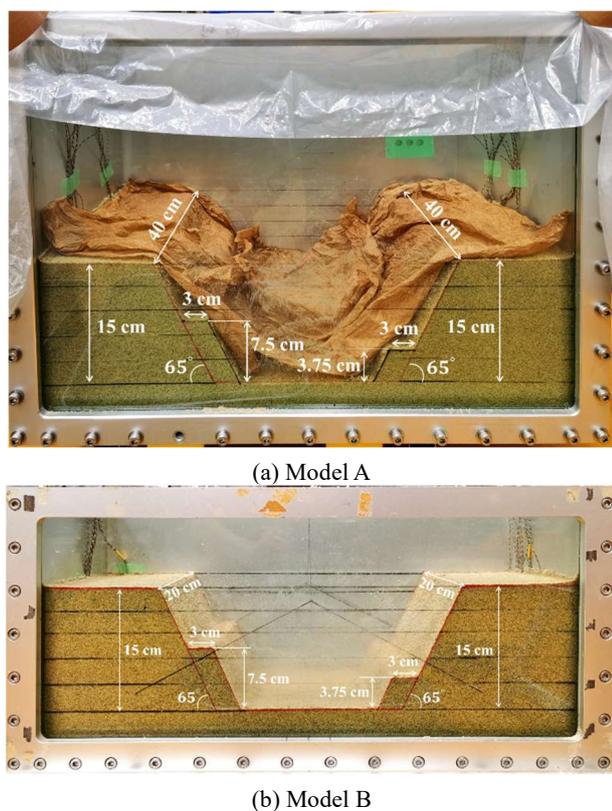


Fig. 2 Established benched slope models (model scale)

4. TEST RESULTS

(1) Slope sliding

a) Model A (breadth of 40 cm)

Both slopes did not fail under 50g. The first failure occurred on left-hand slope at 66g, it was a local sliding on the bench part near the glass side (see Fig. 3 (a)). At 69g, second local sliding happened on the bench part of the left-hand slope near the aluminum side (see Fig. 3 (b)). And around the same time, a toe sliding showed up on the right-hand slope near the glass side. The toe sliding on the right-hand slope expanded along the crest at 77.6g (see Fig. 3 (c)). No more sliding happened until the end of the test. The maximum centrifugal acceleration was 90g.

b) Model B (breadth of 20 cm)

The 1st toe sliding occurred on the glass side of the right-hand slope at 58g (see Fig. 4 (a)), followed by the 2nd sliding on the bench of the left-hand slope at 59g (see Fig. 4 (b)). Local sliding and toe sliding on the right-hand slope expanded along the crest at 80g and 82g, respectively as finally shown in Fig. 4 (c).

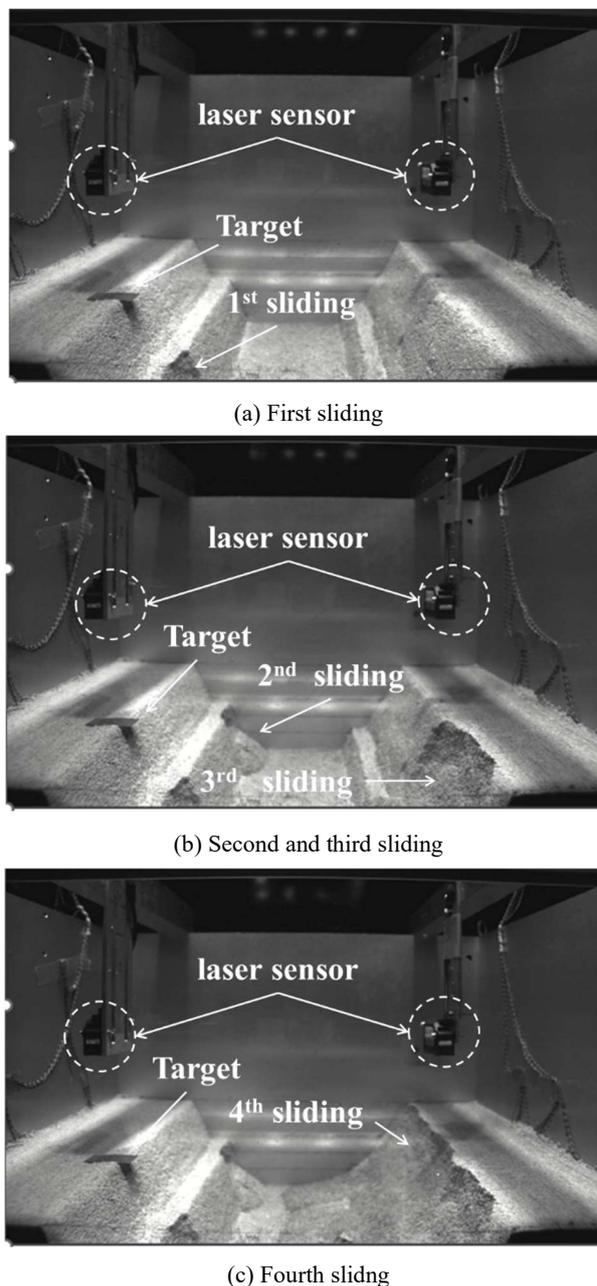


Fig. 3 Slope sliding happened in model A

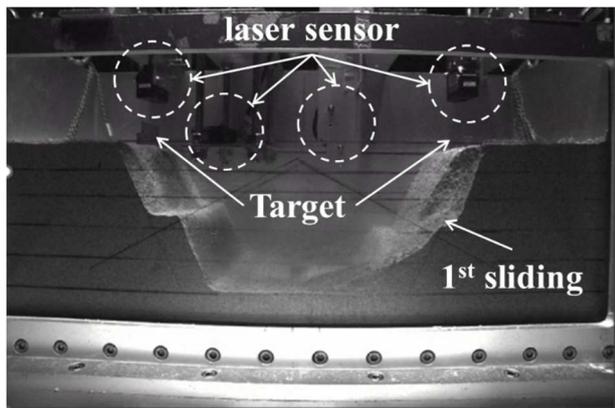
(2) Variation of r_d

For each slope, two r_d values can be calculated for a given height, resulting in eight r_d for one model. For example, in the right slope, a horizontal earth pressure sensor (P10 on the center line of the model) and two vertical earth pressure sensors (P6 on the back wall, P8 on the right wall) are located 6 cm above the

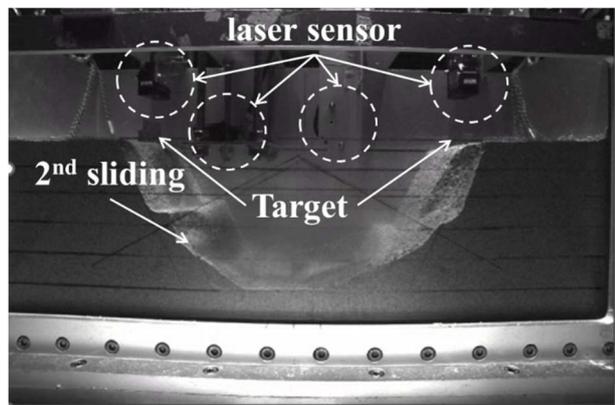
bottom of the soil chamber. Combining P10 with P6 and P8 obtains two r_d .

a) Model A (breadth of 40 cm)

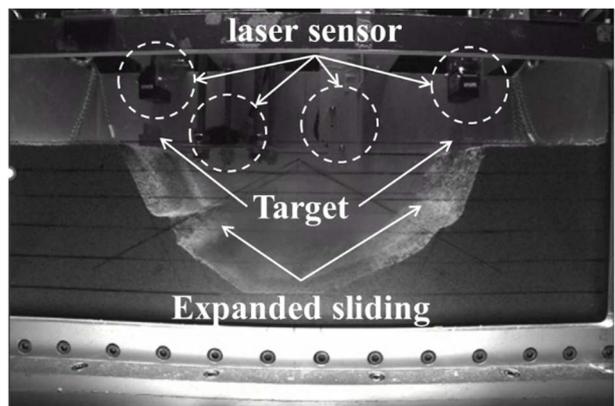
The r_d change with respect to the centrifugal acceleration of model A is plotted in Fig. 5, with three curves in each subfigure: the dotted curve for horizontal earth pressure on the left or right wall, the solid curve for horizontal earth pressure on the back wall, and the dash curve for their average. Two vertical arrows in Fig. 5 (c) and (d) denote the start and expansion of toe sliding along the crest, respectively.



(a) First sliding

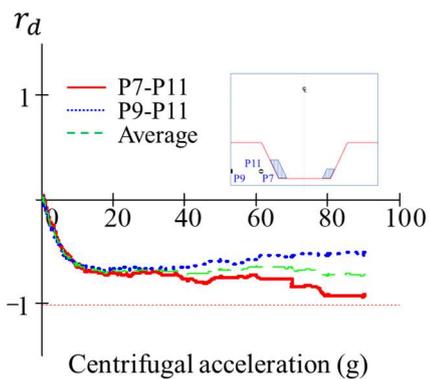


(b) Second sliding

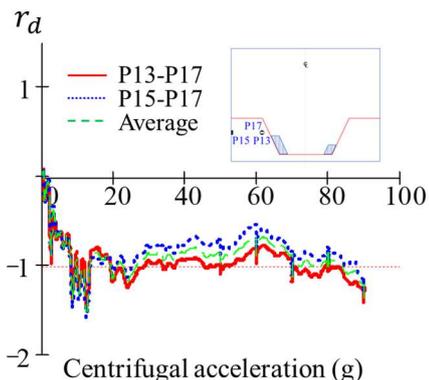


(c) Final state

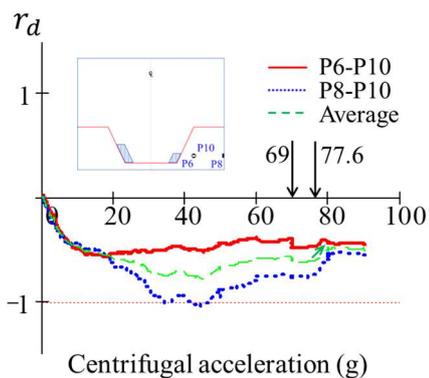
Fig. 4 Slope sliding happened in model B



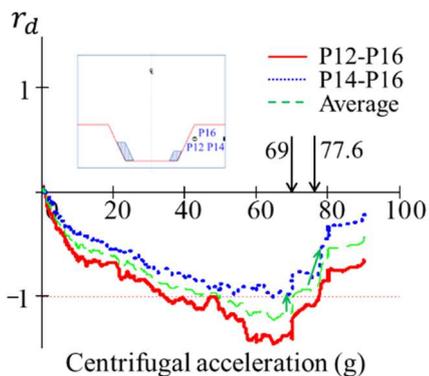
(a) r_d calculated from P7, P9 and P11



(b) r_d calculated from P13, P15 and P17



(c) r_d calculated from P6, P8 and P10



(d) r_d calculated from P12, P14 and P16

Fig. 5 r_d with respect to centrifugal acceleration of model A

At the beginning, each curve decreases from its positive initial value with the increase of centrifugal acceleration, which means that the slope transforms into the active state from the isotropic state or the slightly passive state and becomes more and more dangerous. Except the **Fig. 5 (c)**, the solid curve is lower than the dotted curve although they have the same trend, indicating that the model has a larger deformation near the back wall than near the left wall or right wall due to the slope movement. The average curve is made due to this uneven deformation to depict the overall state of the slope. For each slope, the average curves on the lower position (see **Fig. 5 (a) and (c)**) drop slower than that on the higher position (see **Fig. 5 (b) and (d)**) because the slope part behind the bench is more stable than that above the bench. On the other hand, the curves of the right-hand side (**Fig. 5 (c) and (d)**) decrease faster than the left-hand side (**Fig. 5 (a) and (b)**) in the same height because the slope with a lower bench is weaker than the slope with a higher bench. Besides, the average curve bounces upwards when the toe sliding happens, which is marked by inclined arrows in (**Fig. 5 (c) and (d)**). This mechanism is not obvious for the left-hand slope when the sliding is only in the bench part.

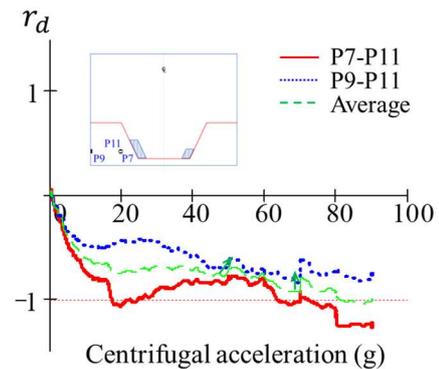
b) Model B (breadth of 20 cm)

In **Fig. 6**, r_d changes with the centrifugal acceleration for model B due to the slope movements similar to **Fig. 5**. The average curve of the higher position decreases faster than the lower position, and the right-hand slope with a lower bench decreases faster than the left-hand slope with higher bench. **Fig. 6 (d)** shows a delay between the bouncing back of the average curve when toe failure occurred.

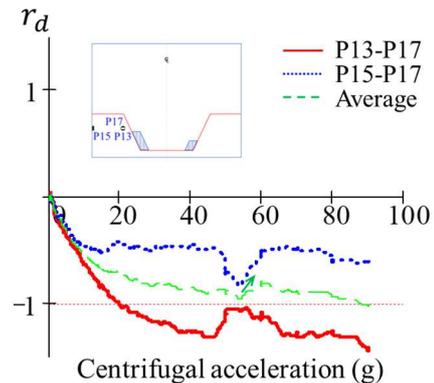
(3) Comparison between models A and B

In section 4. (1), model A experienced total toe sliding earlier than model B, with 77.6g and 82g, respectively, indicating that the broader slope is less stable than the narrower slope. Since both models finally achieved the same lateral resistance limited by active earth pressure when r_d approached to or exceeded -1; therefore, the lateral resistance per breadth of a narrower slope is higher than a broader slope, implying a higher factor of safety.

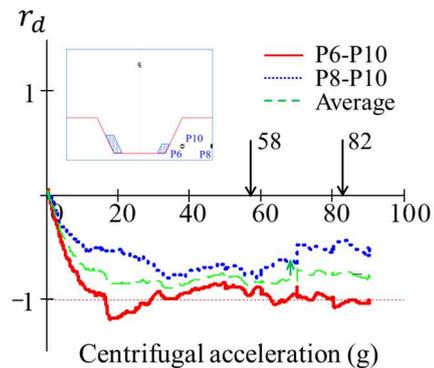
The vertical displacements at the middle point in the slope crest for both models, which developed to 2.5~3 mm resulted in an estimated shear strain of $3 \text{ mm}/(0.5 \times 40 \text{ cm})=1.5\%$ for slope model A and $3 \text{ mm}/(0.5 \times 20 \text{ cm})=3\%$ for slope model B as shown in **Fig. 7**. Since active earth pressure is induced by the strain release of slope, the average curve of r_d for model A in **Fig. 5** decreases more slowly than its counterpart in **Fig. 6** for model B. Due to a larger shear strain, the narrower slope underwent the yielding (r_d approached to active limit) earlier than the broader slope. Note that the LD4 in model A was out of range at 77.6g because the target of laser sensor failed down caused by the toe sliding but LD4 in model B malfunctioned.



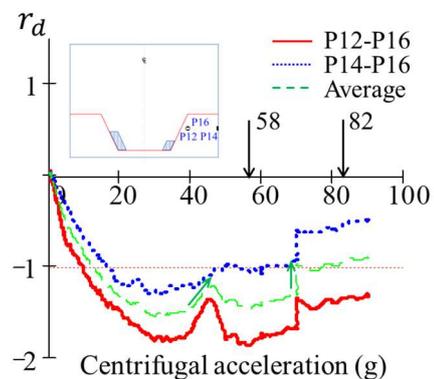
(a) r_d calculated from P7, P9 and P11



(b) r_d calculated from P13, P15 and P17

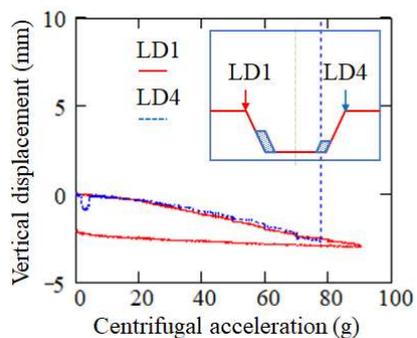


(c) r_d calculated from P6, P8 and P10

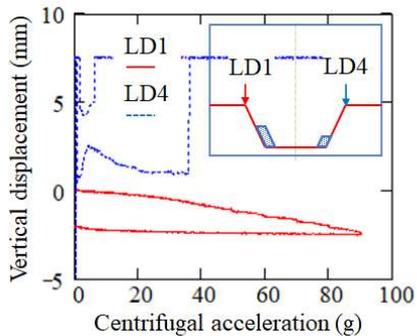


(d) r_d calculated from P12, P14 and P16

Fig. 6 r_d with respect to centrifugal acceleration of model B



(a) Model A (breadth of 40 cm)



(b) Model B (breadth of 20 cm)

Fig. 7 vertical displacement with respect to centrifugal acceleration

5. CONCLUSIONS

(1) The stability of a benched slope is greatly affected by the dimension of the bench. The slope with a higher bench can contribute to a more stable slope than a lower bench, even with the same bench width. The failure mode of these two types of benched slope also varies. For the slope with a lower bench, toe sliding is dominant while in those with a higher bench, the failure transforms to the bench part.

(2) Based on the earth pressures inside the slope and on the slope boundary, the shear stress reduction ratio r_d can be calculated. This ratio relates the theory of retaining wall to the slope stability and can be regarded as a warning sign if the value is less than -1. Also, it can indicate failure, especially when it bounces upwards around the time of toe sliding although this mechanism is not always obvious when the sliding is located in the bench part. Nevertheless, r_d decreased more slowly in broader slopes because they underwent lower shear strain, so it may not be reliable to compare the failure potential between models with different breadths by using only r_d .

(3) As the experimental results clearly showed that the narrower slope model is more stable than the broader slope model. Therefore, a three-dimensional failure mechanism of the benched slope is needed to predict the condition of slope failure.

REFERECNES

- [1] Hustrulid, W.A. et al.: Slope stability in surface mining, *Englewood*, 2001
- [2] Kaniraj, S.R. and H. Abdullah.: Effect of berms and tension crack on the stability of embankments on soft soils, *Soils and Foundations*, Vol.33(4), pp. 99-107, 1993.
- [3] Singh, A.K.et al.: Stability analysis of a recurring soil slope failure along NH-5, Himachal Himalaya, India, *Natural Hazards*, Vol.90(2), pp. 863-885, 2017.
- [4] Kadakci Koca, T. and M.Y. Koca.: Comparative analyses of finite element and limit-equilibrium methods for heavily fractured rock slopes, *Journal of Earth System Science*, Vol.129(1), 2020.
- [5] CHEN, W.F.: Limit Analysis and Soil Plasticity, *New York: Elsevier Scientific Publishing Company*, 1975.
- [6] Gao, LS., D. Yi, and N. Mao.: Upper Bound Limit Analysis of Stability on Multi-Level Slopes with Benches, *Journal of Highway and Transportation Research and Development (English Edition)*, Vol.8(4), pp.27-36, 2014.
- [7] Yang, S., et al.: 3D seismic stability analysis of bench slope with pile reinforcement, *Geotechnical and Geological Engineering*, Vol.40(3), pp.1149-1163, 2021.
- [8] Michalowski, R.L. and A. Drescher.: Three-dimensional stability of slopes and excavations, *Géotechnique*, Vol.59(10), pp.839-850, 2009.
- [9] Dawson, E.M. et al.: Slope stability analysis by strength reduction, *Géotechnique*, Vol.49(6), pp.835-840, 1999.
- [10] Matsui, T. and K. San.: Finite element slope stability analysis by shear strength reduction technique, *Soils and Foundations*, Vol.32(1), pp. 59-70, 1992.
- [11] Pipatpongsa, T., et al.: Stability analysis of laterally confined slope lying on inclined bedding plane, *Landslides*, Vol.19(8), pp.1861-1879, 2022.
- [12] Culmann, K.: Die graphische Statik, Zürich : *Meyer & Zeller*, 1866.

Evolution process of toe sliding failure of a dip slope model lying on a bedding plane with toe support

Wongchana Pongsakorn¹⁾ and Pipatpongsa Thirapong²⁾

1) Ph.D. Student (C1-2-236, Nishikyo-ku, Kyoto, 615-8540, Japan, E-mail: wongchana.pongsakorn.62y@st.kyoto-u.ac.jp)

2) Associate Professor (C1-2-234, Nishikyo-ku, Kyoto, 615-8540, Japan, E-mail: pipatpongsa.thirapong.4s@kyoto-u.ac.jp)

This study investigates the evolution process of toe sliding failure in a dip slope model with toe support on a bedding plane using physical model experiments and particle image velocimetry (PIV) analysis. The results show that the toe angle is a crucial factor in slope stability and significantly influences the failure mechanism and mode of deformation. The analysis reveals that a reduction in the toe angle results in a shift from fore-thrust failure to toe sliding failure, indicating the significant role of this parameter in slope stability. The findings provide valuable insights into the factors influencing the evolution of toe sliding failure and can help accurately evaluate slope stability analysis.

Key Words: Toe slope, Dip slope, Particle image velocimetry

1. INTRODUCTION

The stability of slopes is an important concern in many engineering and geological applications, as slope failures can lead to property damage, loss of life, and significant economic costs. One common failure mechanism of slopes is toe sliding, which occurs when the toe of the slope begins to slide along a support surface, leading to instability and collapse. While the mechanisms of toe sliding have been studied extensively in the literature, there is still much to learn about the evolution process of this failure mode, especially for slopes lying on a bedding plane with toe support. Understanding this process is critical for designing and maintaining stable slopes in various natural and man-made environments.

In this study, we investigate the evolution process of toe sliding failure in a dip slope model lying on a bedding plane with toe support, using physical experiments and particle image velocimetry (PIV). We focus on the influence of the toe angle and other key parameters on the failure mechanism and mode of deformation of the slope and discuss the implications of our findings for slope stability analysis.

2. METHODOLOGY

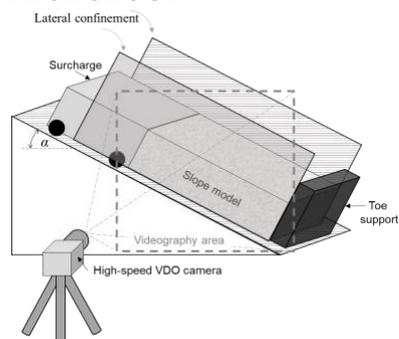


Fig. 1 Schematic diagram of the experimental setup

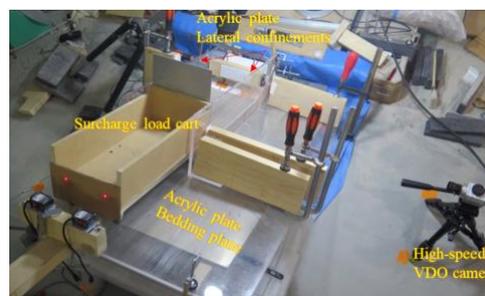


Fig. 2 Experimental installation

A physical model at 1G was utilized to investigate the failure mechanism associated with surcharge loading-induced instability of a slope on a bedding plane. As shown in Fig. 1, the soil slope model was constructed on a bedding plane and toe support, with lateral confinements employed based on the methodology proposed by Pipatpongsa et al. (2022) [1]. Additionally, a surcharge was installed at the top of the slope to induce failure by applying additional weight. A high-speed camera was used to record the slope motion during failure, and the videography area covered the entire slope model to facilitate movement analysis in subsequent stages of the study.

For the slope stability experiment, silica sand no.6 was used as the material for constructing the slope models through the compaction method mentioned below: Acrylic plates were installed as the bedding plane and lateral supports, as shown in Fig. 2. In addition, toe support was covered by Teflon material. The surcharge load cart was designed specifically to enable the addition of metal weights, as depicted in Fig. 2. The basic properties of silica sand no.6 and interface properties on acrylic plates are presented in Table 1.

Once the construction of the slope model was completed, a surcharge load cart was installed on the top of the slope. The

surcharge weight was incrementally increased by adding metal weights until the slope reached its collapse point. In this study, 12 slope models were tested under varying geometric conditions, as shown in Table 2. The research objective focuses on the effect of the geometry of the toe support. Therefore, slope angles of 30° and 50° were studied, considering a change in the toe angle. Fig. 3 illustrates the perspective captured by the high-speed camera, including the slope angle (α), toe angle (β), thickness, and length.

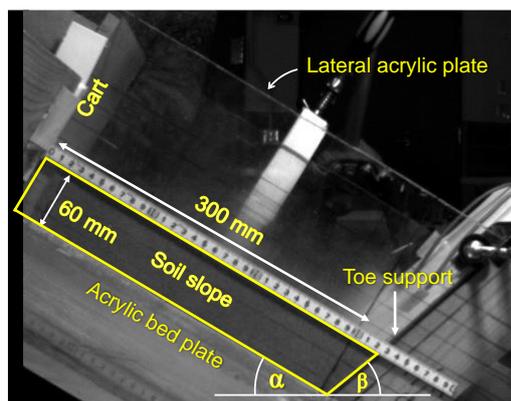


Fig. 3 Slope model compacted on bedding plane and being confined by two lateral supports

Table 1 Basic properties of Silica sand no.6

| | |
|--|-------------------------|
| Bulk density (γ) | 13.68 kN/m ³ |
| Water content (w) | 10.0% |
| Friction angle (ϕ) | 33.2° |
| Apparent cohesion (c) | 0.57 kPa |
| Friction angle of roller cart (ϕ_r) | 6.1° |
| Interface friction angle of humid sand on acrylic plate (ϕ_i) | 29.4° |
| Interface adhesion of humid sand on acrylic plate (c_i) | 0.26 kPa |
| Interface friction angle of humid sand on Teflon plate (ϕ_t) | 21.0° |
| Interface adhesion of humid sand on Teflon plate (c_t) | 0.03 kPa |

Table 2 Geometry conditions of slope model

| Test No | Thickness (mm) | Length (mm) | Breadth (mm) | Slope angle α (°) | Toe angle β (°) |
|---------|----------------|-------------|--------------|--------------------------|-----------------------|
| A1 | 60 | 300 | 209 | 30 | 60 |
| A2 | | | | | 40 |
| A3 | | | | | 20 |
| B | | | | | 0 |
| C | | | | | 40 |
| D | | | | | 20 |
| E1 | | | | 50 | 40 |
| E2 | | | | | 20 |
| F | | | | | 0 |
| G1 | | | | | 40 |
| G2 | | | | | 20 |
| H | | | | | -20 |

3. PARTICLE IMAGE VELOCIMETRY

During the experiment, a high-speed camera with a resolution of 800×600 pixels and a frame rate of 200 fps was employed to capture the movement of the slope model from one side during the loading process. However, due to the limitations of visual observation, it was difficult to analyze the recorded video. To address this challenge, particle image velocimetry (PIV) was proposed as a technique to accurately analyze the movement of the slope. In this study, the movement of the slope was analyzed using the PIVlab software, which is a MATLAB application specifically designed for particle image velocimetry (PIV) analysis [2]. It has been demonstrated by Senatore et al. (2013) that PIVlab is a reliable tool that can be utilized for granular material analysis. The results of the experiment confirm that it is possible to accurately calculate soil deformation characteristics without the use of markers. Soil velocity measurements obtained from PIV analysis can be used to calculate the strain fields [3].

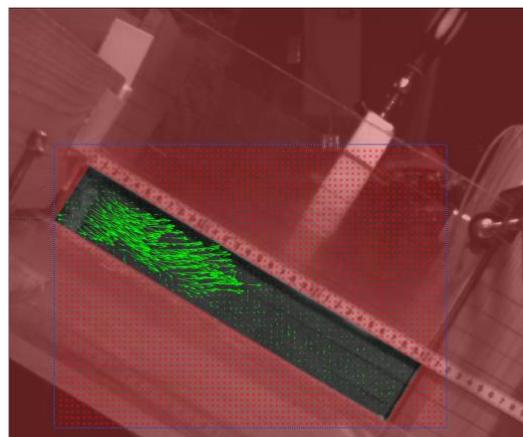
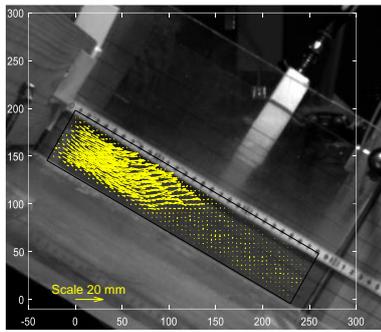
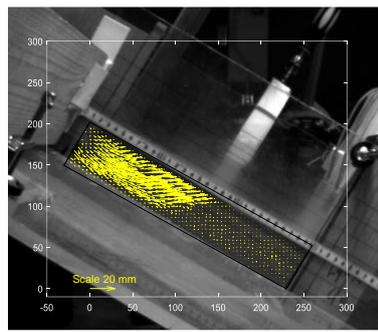


Fig. 4 Velocity vectors from PIV analysis for A2

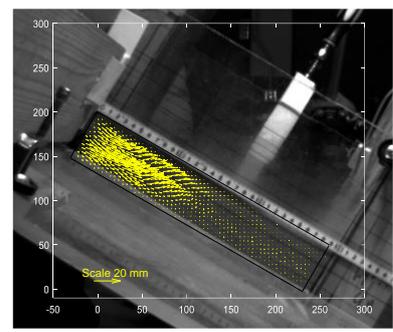
Fig. 4 illustrates an example of the vector velocity results for test A2 obtained from the PIV analysis. The velocity vectors are represented by green arrows and define both the direction and magnitude of the movement for each frame. To isolate the soil model in the image analysis, a mask (red zone) was used to eliminate other areas. PIV algorithms typically compare groups of pixels within a specific area called an "interrogation window" (IW). The optimal size of the IW and frame rate can vary depending on the experimental conditions. Senatore et al. (2013) recommend an average of 10 particles per IW to maximize the accuracy of the PIV algorithm. They also suggest that the particle displacement should not exceed 25% of the IW length to avoid errors in velocity measurement. In this study, IW sizes of 64, 32, and 16 were used as the analysis settings. To further improve the accuracy of PIV analysis, these 3 passes were used in multi-pass PIV, where the results of each pass were used to improve the estimation of IW in the next pass.



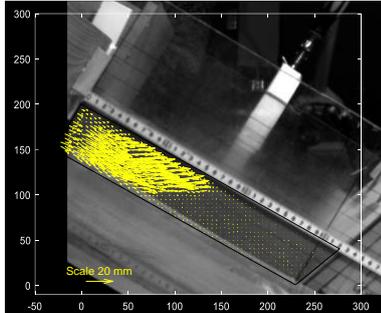
(a) Test no. A1



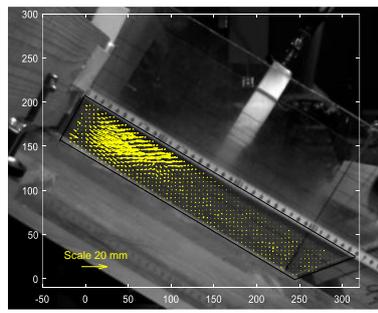
(b) Test no. A2



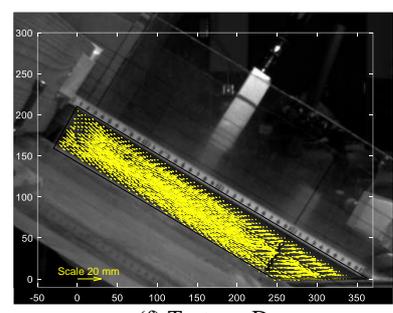
(c) Test no. A3



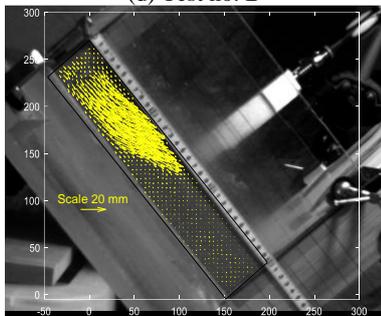
(d) Test no. B



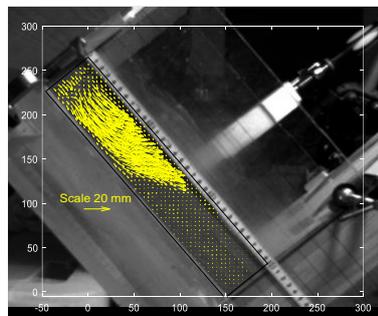
(e) Test no. C



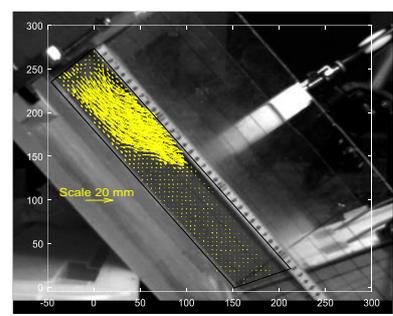
(f) Test no. D



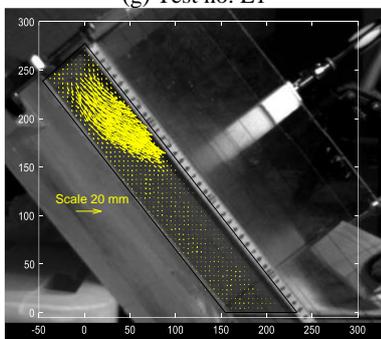
(g) Test no. E1



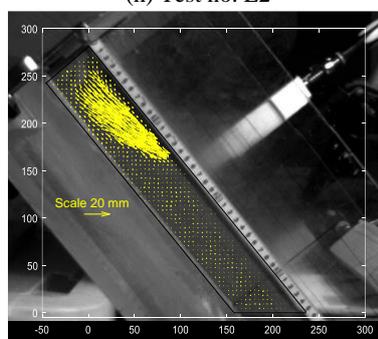
(h) Test no. E2



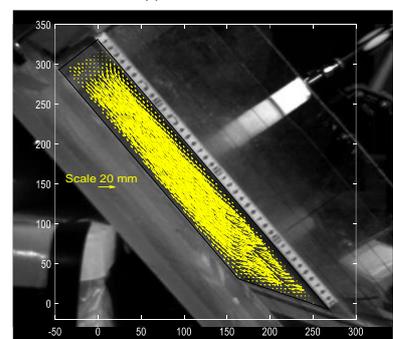
(i) Test no. F



(j) Test no. G1

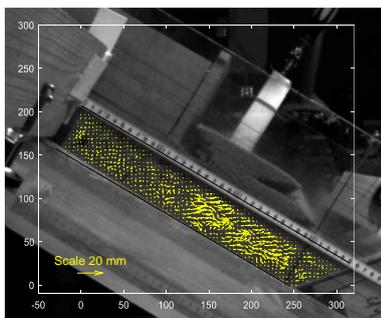


(k) Test no. G2

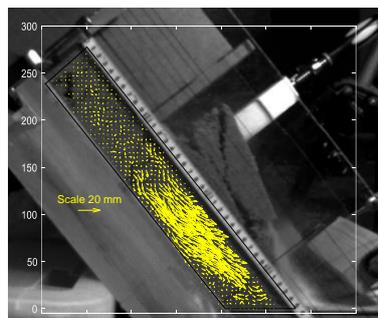


(l) Test no. H

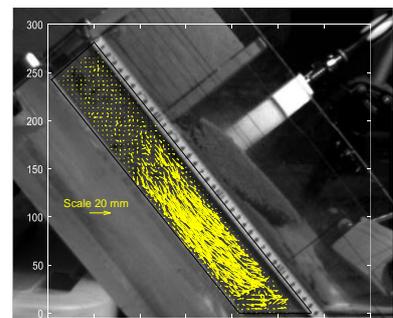
Fig. 5 PIV analyses for surcharge displacement 2 centimeters



(a) Test no. C



(b) Test no. G1



(c) Test no. G2

Fig. 6 PIV analyses for surcharge displacement 10 centimeters

4. RESULTS

Fig. 5 illustrates the displacement vectors of the slope movement, where slope angles of 30° and 50° were investigated while taking into account a variation in the toe angle. The results from PIV analysis show the evolution process of toe sliding failure. The movement of the surcharge was fixed by 2cm down the slope, to ensure consistency and display the results under the same failure condition. Tests A1, A2, and A3 were performed with identical geometry conditions, specifically slope angles (α) of 30° and toe angles (β) of 60° . The tests resulted in failure due to the fore-thrust failure mechanism during the loading process, as depicted in Fig. 5(a) to 5(c). Similarly, tests B and C were conducted with reduced toe angles of 40° and 20° , respectively, and the observed failure mechanism was fore-thrust failure.

Regarding the slope angle of 50° , tests E1 and E2 were conducted under identical geometry conditions ($\alpha=50^\circ$ and $\beta=40^\circ$) and resulted in failure due to the fore-thrust failure mechanism. Additionally, tests F and G were carried out with reduced toe angles (β) of 20° and 0° , respectively, and the failure mechanism observed was fore-thrust failure.

Tests A, B, E, and F exhibited fore-thrust failure throughout the entire loading process, while in tests C and G, the failure mechanism shifted from fore-thrust to toe sliding once the surcharge loading displacement exceeded 10 cm (see Fig. 6).

On the other hand, the results of the last test (D and H) in Fig. 5(f) and Fig. 5(l) show significant deformation along with slope due to sliding at toe, indicating that the toe angle plays a crucial role in the overall stability of the slope.

5. DISCUSSION

Based on the results of the PIV analysis, it is clear that the toe angle is a critical factor in slope stability, as it significantly influences the failure mechanism and mode of deformation of the slope. Tests A, B, and F consistently showed fore-thrust failure until the end of the loading process, indicating the role of toe angle in slope stability. Conversely, tests C and G exhibited a change in the failure mechanism from fore-thrust failure to toe-sliding as surcharge loading displacement exceeded 10 cm. Additionally, tests D and H experienced significant deformation due to toe sliding failure, further highlighting the significance of the toe angle in slope stability. These results suggest that the toe angle should be considered as an important parameter in slope stability analysis and design. The summary of results is illustrated in Table 3.

To analyze the failure mechanisms based on the experimental results, it is important to note that when the sum of the slope angle (α) and the toe angle (β) equals 90° , the direction of the surcharge loading will be perpendicular to the toe support. In such cases, the reaction force acting on the slope will be the

passive earth pressure. A reduction in toe angle has the effect of decreasing passive earth pressure, while simultaneously increasing the interface friction between the soil and toe support. A slope is susceptible to fore-thrust failure if the sum of the slope angles (α) and toe angle (β) is high. Conversely, if a sum of α and β is slow, the slope is prone to toe-sliding failure.

Table 3 Experimental results of failure condition

| Test No | Slope angle α ($^\circ$) | Toe angle β ($^\circ$) | Failure condition |
|---------|-----------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|
| A1 | 30 | 60 | Fore-thrust |
| A2 | | | Fore-thrust |
| A3 | | | Fore-thrust |
| B | | 40 | Fore-thrust |
| C | | 20 | Fore-thrust and Toe-sliding |
| D | | 0 | Toe sliding |
| E1 | 50 | 40 | Fore-thrust |
| E2 | | | Fore-thrust |
| F | | 20 | Fore-thrust |
| G1 | | 0 | Fore-thrust and Toe-sliding |
| G2 | | | Fore-thrust and Toe-sliding |
| H | | -20 | Toe sliding |

6. CONCLUSION

In conclusion, this study presents physical model experiments that investigate the failure mechanism associated with surcharge loading-induced instability of a slope on a bedding plane. The utilization of particle image velocimetry (PIV) analysis enables accurate measurement and analysis of the soil deformation characteristics during the experiment. The results emphasize the critical role of the toe angle in slope stability, as it significantly influences the failure mechanism and mode of deformation of the slope. The findings demonstrate that a reduction in the toe angle leads to a shift from fore-thrust failure to toe sliding failure, indicating the importance of this parameter in slope stability.

ACKNOWLEDGMENT: This work was supported by EGAT (Electricity Generating Authority of Thailand).

REFERENCES

- [1] Pipatpongsa, T. et al.: Stability analysis of laterally confined slope lying on inclined bedding plane, *Landslides*, Vol.19(8), pp.1861-1879, 2022.
- [2] Thielicke, W. et al.: Particle Image Velocimetry for MATLAB: Accuracy and enhanced algorithms in PIVlab, *Journal of Open Research Software*, Vol.9(1), 2021.
- [3] Senatore, C. et al.: Design and implementation of a particle image velocimetry method for analysis of running gear–soil interaction, *Journal of Terramechanics*, Vol.50(5-6), pp.311-326, 2013.

三次元極限平衡理論に基づく広域斜面安定解析

Wide-area Slope Stability Analysis based on Limit Equilibrium Theory

須郷大地¹⁾ 藤田真粹²⁾ 外里健太³⁾ 野村怜佳⁴⁾ 森口周二⁴⁾ 寺田賢二郎⁴⁾
Daichi Sugo, Saneiki Fujita, Kenta Tozato, Reika Nomura, Shuji Moriguchi, Kenjiro Terada

¹⁾ 東北大学大学院工学研究科 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, E-mail: daichi.sugo.s2@dc.tohoku.ac.jp)

²⁾ 東北大学大学院工学研究科 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1)

³⁾ 八戸工業大学工学部 (〒 031-8501 青森県八戸市大字妙字大開 88-1)

⁴⁾ 東北大学災害科学国際研究所 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1)

Two-dimensional slope stability analysis based on the Limit Equilibrium theory has been widely adopted in practice, while there has not been sufficient discussion on the applicability of Limit Equilibrium Methods in three-dimensional condition. In this study, the performance of representative three-dimensional Limit Equilibrium Methods is investigated with a simple slope model, and then a wide-area slope stability analysis is conducted considering an actual terrain data. The result indicates that there is no significant difference among the methods in terms of the comparison with the actual disaster using ROC curves, while there is a difference in the values of the factor of safety. In other words, there is a possibility that a simple method, which has the lowest computational cost, can output similar results obtained by other methods by only changing the threshold of the factor of safety.

Key Words : Limit Equilibrium Method, Wide area, Slope stability analysis

1. 緒言

我が国には急峻な山地が広く分布しており、2022 年現在で約 68 万ヶ所もの土砂災害の警戒区域が存在する。令和元年東日本台風 (2019 年台風 19 号) では 952 件もの土砂災害が発生し、台風に伴う災害としては過去最多となった。こうした豪雨や地震などの土砂災害を誘発する災害が頻発している一方で、対策予算は限られており、効率的な対策が求められている。

対策の効率化を実現する方法の一つとして数値解析による斜面の危険度評価がある。近年の計算技術や計算機能力の急速な向上は、力学計算による斜面安定性評価への期待が高まっている。こうした社会的要請に対し、地理情報システム (GIS:Geographic Information System) 上で広域を対象とした斜面安定解析が実施可能な環境も整ってきている。斜面安定解析には様々な手法が存在するが、広域を対象とした高度な力学モデルの適用という観点からは、三次元極限平衡法の実用性を詳細に検討することが重要である。本研究では、シンプルな条件下で複数の三次元極限平衡法 [1][2] の斜面安定評価特性を分析した後、実地形を対象に斜面安定解析を実施し、手法による結果の違いを分析する。これにより、広域実地形の斜面安定解析に対する各手法の適用性や特徴を明らかにすることを目的とする。

2. 地表面とすべり面の表現

(1) 地表面の表現

本研究では、地形表現のために国土地理院の数値標高モデル [3] を用いる。この数値標高モデルは座標値をもった点群データが 5 m メッシュおよび 10 m メッシュで整備されているが、5 m メッシュ情報の整備範囲は都

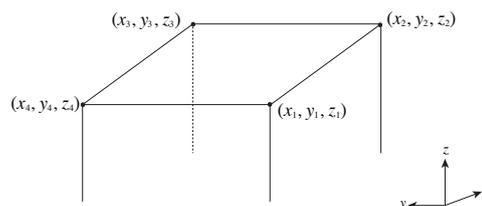


図-1 分割された土柱の4節点

市域や河川流域等に限定されているため、それ以外の領域については 10m メッシュに対して線形補間を行うことによって、5 m メッシュにおける標高値を算出する。

(2) 回転楕円体の設定

図-1 に示す分割された土柱の4節点の x , y 方向の平均標高差をそれぞれ Δz_x , Δz_y とし、式 (1), (2) により算出する。

$$\Delta z_x = \frac{(z_2 + z_3) - (z_1 + z_4)}{2} \quad (1)$$

$$\Delta z_y = \frac{(z_3 + z_4) - (z_1 + z_2)}{2} \quad (2)$$

本研究では、すべり土塊を図-2 のようなすべり方向を回転軸とする回転楕円体によって切り取られる領域として仮定し、図-3 のように地面と回転楕円体の交差面をすべり面とする。検討する楕円体の三軸方向単位ベ

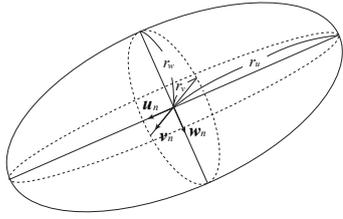


図-2 回転楕円体と三軸方向ベクトル

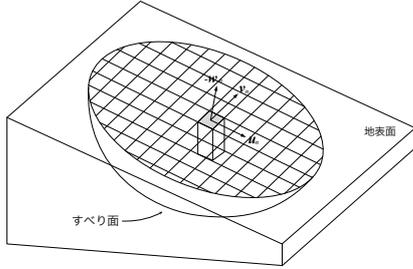


図-3 仮定されるすべり面と分割要素

クトルを式 (3), (4), (5) により算出する。

$$\mathbf{u}_n = \frac{-(\Delta z_x, \Delta z_y, \Delta z_x^2 + \Delta z_y^2)}{[(\Delta z_x, \Delta z_y, \Delta z_x^2 + \Delta z_y^2)]} \quad (3)$$

$$\mathbf{w}_n = \frac{(\Delta z_x, \Delta z_y, -1)}{[(\Delta z_x, \Delta z_y, -1)]} \quad (4)$$

$$\mathbf{v}_n = \mathbf{u}_n \times \mathbf{w}_n \quad (5)$$

ここで、 \mathbf{u}_n は地表面上の勾配の最も大きい方向を示す単位ベクトル、 \mathbf{w}_n は地表面の単位法線ベクトルである。以上3つの単位ベクトルのうち、 \mathbf{u}_n を回転楕円体の回転軸として、楕円体の形状を変化させながら、対象とする斜面の法線方向 (\mathbf{w}_n 方向) に楕円体中心を移動させることにより複数のすべり面を検討し、最小となる安全率とそのすべり面の位置を記録する。

3. 安全率の算出

極限平衡理論に基づくと、安全率 F は Mohr-Coulomb の破壊基準の式から以下のように定義される。

$$F = \frac{1}{T} \{cA + (N - uA \tan \phi)\} \quad (6)$$

ここで、 T はせん断力、 c は粘着力、 A はすべり面の面積、 N は垂直力、 ϕ は内部摩擦角である。以降では、分割土柱に作用する力として、図-4 に示すようなせん断力 $T_{ij} = T_{ij} \mathbf{t}_{ij}$ 、垂直力 $N_{ij} = N_{ij} \mathbf{n}_{ij}$ 、重力 $W_{ij} = W_{ij} \mathbf{g}$ 、土柱間内力 ΔQ_{ij} の4つを考える。 ΔQ_{ij} については、図-5 に示すように、手法によって定義が異なる。また、指標 i および j は土柱の分割に関係する2方向を意味する指標であり、表記が煩雑となるため以降では省略する。

式 (6) から導出される安全率は、斜面角度が大きく間隙水圧が発生する場合には負の値になるという問題が存在する。そこで、二次元問題においてこれを解決した手法として知られる修正 Fellenius 法 [4][5] の考え方

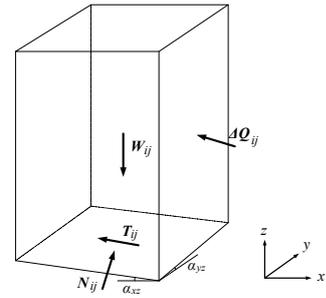


図-4 分割土柱に作用する力

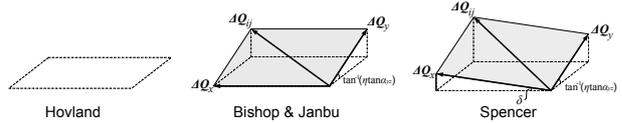


図-5 各手法の内力に関する仮定

に従い、式 (6) を修正すると式 (7) が得られる。本研究では、式 (7) を用いて安全率を算出する。

$$F = \frac{1}{T} \{cA + (N - uA(\mathbf{n} \cdot \mathbf{g})^2) \tan \phi\} \quad (7)$$

斜面安定を考える際、すべり体全体で満たすべきつり合い式は、モーメントのつり合い、鉛直方向の力のつり合い、水平方向のつり合い式の3つであり、これらをベクトルを用いて表記したものをそれぞれ式 (8), (9), (10) に示す。

$$\sum (\mathbf{r}_b \times \mathbf{T} + \mathbf{r}_b \times \mathbf{N} + \mathbf{r}_g \times \mathbf{W}) \cdot \mathbf{v}_n = 0 \quad (8)$$

$$\sum (\mathbf{T} + \mathbf{N} + \mathbf{W}) \cdot \mathbf{g} = 0 \quad (9)$$

$$\sum (\mathbf{T} + \mathbf{N} + \mathbf{W}) \cdot \mathbf{h} = 0 \quad (10)$$

ここで、 \mathbf{r}_b は楕円体中心から土柱のすべり面までの位置ベクトル、 \mathbf{r}_g は楕円体中心から土柱の重心までの位置ベクトル、 \mathbf{h} はすべり方向の水平方向単位ベクトルである。次項より、上記の式 (8), (9), (10) のいずれか、もしくはすべてをつり合い条件とした4つの手法について詳述する。

(1) Hovland 法

Hovland 法では土柱間内力 ΔQ_{ij} を無視して計算を行う。そのため、式 (8) のみを満たすように安全率の算出式が導出され、シンプルな計算で安全率を求めることができる。

(2) 三次元簡易 Bishop 法・三次元簡易 Janbu 法

図-5 のように内力を仮定することで、三次元簡易 Bishop 法では式 (8) と式 (9) を満たすよう、三次元簡易 Janbu 法では式 (9) と式 (10) を満たすよう安全率の算出式が導出される。導出される式は、未知数 F と η を持つ非線形連立方程式であり、Newton-Raphson 法による収束計算から求解する。

(3) 三次元 Spencer 法

三次元 Spencer 法においても図-5 に示すように内力を仮定することで、式 (8)、式 (9)、式 (10) を満たすよう安全率の算出式が導出される。これらの式は、未知数 F , η , δ を持つ非線形連立方程式であり、こちらも Newton-Raphson 法による収束計算から求解する。

4. 単純斜面での数値計算例

(1) 参照解との比較

本研究において構築した手法の妥当性を確認するため、鶴飼らが解析を行った斜面モデル [2][6] を用いて各手法の安全率の算定を行い、参照値との比較から検証を行った。結果をまとめた表-1 から、本研究において算出された安全率が非常に良い精度で参照解（鶴飼ら [2]）と一致していることが確認でき、本研究で構築した手法が妥当であることが確認できる。

表-1 参照解との安全率の比較

| | 鶴飼ら [2] | 本研究 |
|---------|---------|-------|
| Hovland | 1.662 | 1.658 |
| Bishop | 1.851 | 1.852 |
| Janbu | 1.736 | 1.737 |
| Spencer | 1.849 | 1.850 |

(2) 斜面角度とすべり面による安全率の変化

図-6 に斜面角度が 30° から 60° の単純斜面において、楕円体を地表面の法線方向に移動させたときの安全率の変化を示す。なお、回転楕円体の長半径は 75 m、短半径は 50 m、粘着力は 11.8 kPa、内部摩擦角は 30° 、単位体積重量は 18.8 kN/m^3 とした。図-6 から、楕円体すべり面の条件においては、三次元簡易 Bishop 法が大きい安全率を算出する傾向があることが示された。また、三次元 Spencer 法は、最も多くのつり合い条件を満たす極限平衡法であることから本来力学的に高度なモデルであるが、図-7 に示すように、全ての手法で同様の初期値を用いて収束計算を行うと、本来期待されない値に収束するなど、非常に不安定な挙動を示すことが確認された。そのため、広域実地形における適用は難しいと判断し、これ以降の解析では用いないこととした。

(3) 間隙水圧の取り扱いによる安全率の変化

式 (6) と式 (7) を用いて粘着力 0 kPa、内部摩擦角 30° 、土の単位体積重量 22.5 kN/m^3 の条件で解析を行った結果を図-8 に示す。式 (6) による安全率を破線、式 (7) によるものを実線で示した。図-8 より、負の安全率を算出してしまふ不適切な挙動を解消していることが確認できる。

5. 広域実地形への適用

本研究では、令和元年東日本台風により多くの土砂災害が発生した宮城県丸森町を対象として斜面安定解析を行う。土質条件については、Dolojan ら [7] が用いたものと同条件とし、地下水は完全飽和条件とした。また、実際の崩壊分布と解析から得られる危険箇所分布の比較

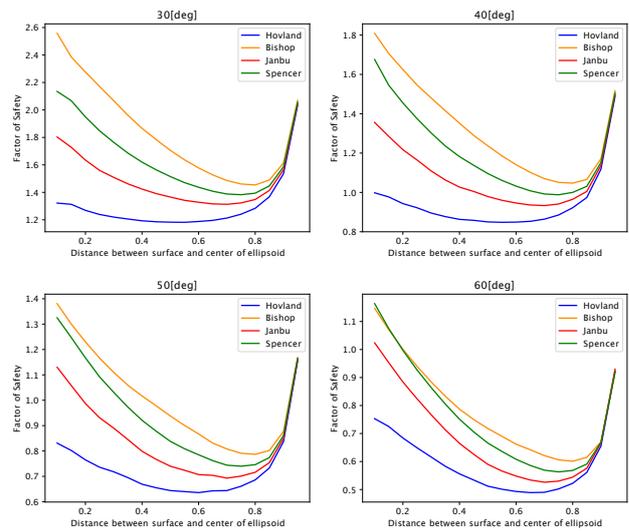


図-6 安全率の変化 ($r_1 = 75$, $r_2 = 50$)

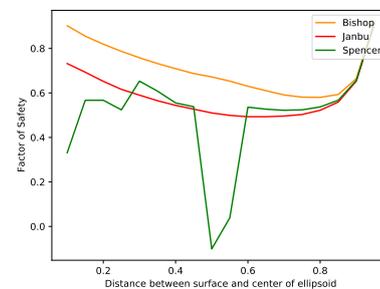


図-7 同様の初期値を用いた場合の安全率の変化

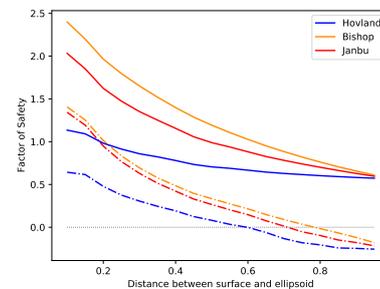


図-8 間隙水圧の取り扱いによる安全率の変化

を行うため、ROC (Receiver Operating Characteristic) 曲線を用いた比較を行う。危険と判定する安全率の値を 1.0 以外で複数検討し、それぞれの安全率の値において TPR (True Positive Rate) および FPR (False Positive Rate) を求め、縦軸に TPR、横軸に FPR をとることで ROC 曲線を描く。TPR と FPR はそれぞれ次式で表現される。

$$\text{TPR} = \frac{\text{TP}}{\text{TP} + \text{FN}} \quad (11)$$

$$\text{FPR} = \frac{\text{FP}}{\text{FP} + \text{TN}} \quad (12)$$

ここで、TP, FP, TN, FN は各評価点の状況であり、次のように分類される。

1. TP(True Positive):実際の崩壊箇所において解析結果でも危険箇所と判定
2. FP(False Positive):実際の非崩壊箇所において解析結果では危険箇所と判定
3. TN(True Negative):実際の非崩壊箇所において解析結果でも安全箇所と判定
4. FN(False Negative):実際の崩壊箇所において解析結果では安全箇所と判定

Hovland 法, 三次元簡易 Bishop 法, 三次元簡易 Janbu 法により算出された安全率をマッピングしたものをそれぞれ, 図-9, 図-10, 図-11 に示す. 安全率分布の縦軸と横軸は, 国土地理院平面直角座標 X 系によるものである. また, これらの結果から ROC 曲線をプロットしたものを図-12 に示す.

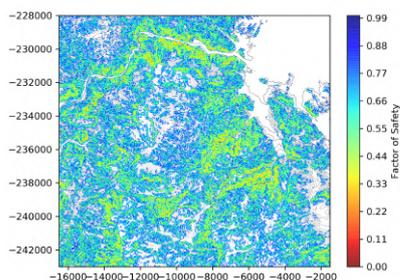


図-9 Hovland 法による安全率分布

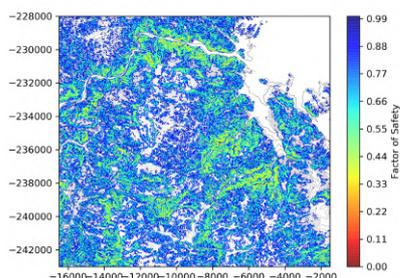


図-10 三次元簡易 Bishop 法による安全率分布

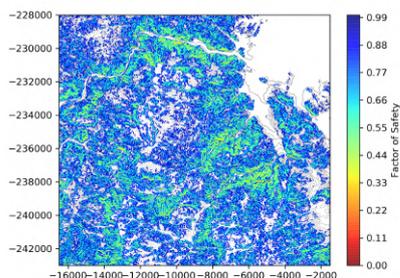


図-11 三次元簡易 Janbu 法による安全率分布

図-12 から, 全ての手法がほぼ同じ曲線を描いていることが確認できる. このことから各手法の危険判定を行

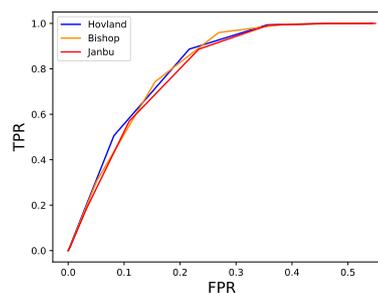


図-12 ROC 曲線を用いた比較

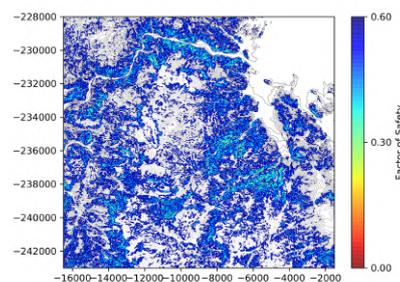


図-13 Hovland 法による安全率分布 ($F < 0.6$)

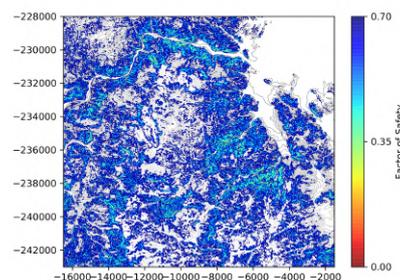


図-14 三次元簡易 Bishop 法による安全率分布 ($F < 0.7$)

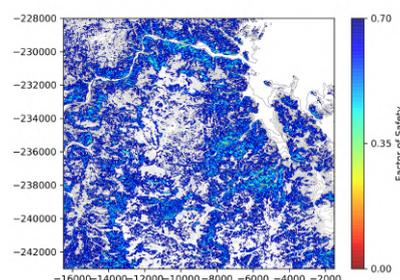


図-15 三次元簡易 Janbu 法による安全率分布 ($F < 0.7$)

う安全率の閾値を変更することで, 同様の危険箇所を抽出することが可能であると言える. このことを視覚的に確認するため, 実際に各手法の TPR が 1 に到達する安全率の値を閾値として安全率をマッピングしたものを図-13, 図-14, 図-15 に示す. これらの図からも各

手法で、同等の危険箇所を抽出していることが確認できる。この閾値の設定については、土質定数、地下水の条件、すべり面の設定方法など、様々な要因に左右されるものであるが、Hovland 法などの低コストな手法で、より高度な手法と同精度で危険箇所を抽出できることは、広域という計算コストが重要な課題となるテーマにおいては大きなメリットとなる。ただし、この傾向は、本研究で実施した計算条件の範囲内で確認されたものであり、知見の一般化のためにはさらなる研究が必要である。

6. 結言

本研究では、三次元極限平衡理論に基づく複数の手法の特徴を分析し、広域実地形における解析を実施した。広域における解析では、算出される安全率の値に違いは生じるが、安全率の閾値次第で、計算コストの低い手法で、より高度な力学モデルに基づく手法の危険箇所を再現可能である可能性が示唆された。ただし、この閾値の設定については、土質や地下水面、すべり面の設定などの不確定要素を多く含むものであり、今後の検討課題である。

参考文献

- [1] Hovland, H. J.: Three-dimensional slope stability analysis method, *Int. J. of Mechanical Science*, Vol.103, pp.971-986, 1977.
- [2] 鵜飼恵三, 細堀健司: 簡易 Bishop 法, 簡易 Janbu 法および Spencer 法の三次元への拡張, 土木学会論文集, No.394, pp.21-26, 1988.
- [3] 国土地理院: 基盤地図情報, 数値標高モデル, <https://fgd.gsi.go.jp/download/mapGis.php?tab=dem>
- [4] 山上拓男, 鵜飼恵三: 斜面の安定と変形解析総説, 地すべり, Vol.38, No.3, pp.169-179, 2001.
- [5] Turnbull, W. J. and Hvorslev, M. J.: Special problems in slope stability, *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, Vol. 93, No. 4, pp. 499-528, 1967.
- [6] 鵜飼恵三: 簡易 Janbu 法による斜面の 3 次元安定解析, 地すべり, Vol.24, No.3, pp.8-14, 1987.
- [7] Dolojan, N. L. J., Moriguchi, S., Hashimoto, M. and Terada, K.: Mapping method of rainfall-induced landslide hazards by infiltration and slope stability analysis: A case study in Marumori, Miyagi, Japan, during the October 2019 Typhoon Hagibis, *Landslides*, Vol.18, No.6, pp.2039-2057, 2021.

不飽和斜面の浸透・破壊挙動を対象とした 模型実験とデータ同化解析の適用

Application of model experiments and data assimilation analysis
for seepage and failure behavior of unsaturated slope

齋藤健太¹⁾, S.H.S Jayakody²⁾, 上田恭平³⁾, 渦岡良介⁴⁾

Kenta Saito, S.H.S Jayakody, Kyohei Ueda and Ryosuke Uzuoka

- 1) 京都大学大学院工学研究科博士前期課程 (現構造計画研究所) (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄, E-mail:kenta-saito@kke.co.jp)
- 2) 京都大学大学院工学研究科博士後期課程 (同上, E-mail: jayakody.sharendra.51a@st.kyoto-u.ac.jp)
- 3) 博(工) 京都大学 防災研究所 准教授 (同上, E-mail: ueda.kyohei.2v@kyoto-u.ac.jp)
- 4) 博(工) 京都大学 防災研究所 教授 (同上, E-mail: uzuoka.ryosuke.6z@kyoto-u.ac.jp)

Multiple unsaturated slopes were tested under the same seepage and rainfall infiltration to obtain measurement errors in centrifuge testing. Finite Element Modelling was carried out to validate and compare with the experimental results. The effect of the magnitude of observation noise on the accuracy of parameter estimation was discussed by employing the particle filter technique.

Key Words : Particle filter, Numerical validation, Unsaturated slope, Observation noise

1. はじめに

近年、地盤工学分野において地盤情報の不確かさを考慮するために現場観測データから地盤情報を確率的に推定するデータ同化が行われている[1]。データ同化による地盤情報の推定には解析と観測の差を表した観測ノイズと呼ばれる情報を事前に設定する必要があるが、適切な観測ノイズの設定には、解析結果と観測結果とともに不確かさの定量化が要求される。観測ノイズには、観測機器の特性に起因する測定誤差とシミュレーションモデルの不備分が寄与するモデル化誤差(表現誤差)がある[2]。一方で、実地盤において同外力条件下での観測データの複数回取得はほぼ不可能であるため、測定誤差およびモデル化誤差の定量的な評価は難しく、観測ノイズの設定は研究者の経験的判断に任せられている。そこで、本研究は不飽和斜面の浸透・破壊挙動を対象に遠心模型実験を行い、各挙動の測定誤差の定量化を行う。その後、実験と解析の多数対多数の比較による解析モデルの妥当性確認を行い、各挙動のモデル化誤差の定量化を行う。データ同化手法の一つである粒子フィルタを実施し、観測ノイズの大きさがパラメータ推定精度に与える影響を確認する。

2. 遠心模型実験による測定誤差の定量化

遠心模型実験には京都大学防災研究所の遠心力载荷装置を使用した。斜面の材料としてまさ土を使用した。表-1にまさ土の材料特性を示す。気乾状態のまさ土に含水比調整($w=10\%$)を行い、土内部の水分量を均質化するために24時間静置した。その後、斜面内の乾燥密度が 1.48 Mg/m^3 となるように1層ずつ締めめた(計11層)。各層の

厚みは 20 mm である。斜面を所定の形状に成形することにより、完成とする。図-1に実験模型概要図を示す。間隙水圧計はP1からP8までの8点、変位測定用マーカーは30点設置した。遠心加速度が 50 G に到達後、水位調整タンクから斜面上部に水を供給し、浸透実験を開始する。浸透実験終了後、降雨用ノズルから 25 mm/h の雨を緩傾斜部分に供給し、降雨実験を開始した。降雨実験中は、斜面上部に水を供給し続けている。降雨開始後、斜面崩壊が発生した時点で実験を終了した。以上の実験条件を統一し、5回の遠心模型実験を実施した。

各実験の降雨開始時点を 0 s とし、 -100 s から 150 s まで間隙水圧および水平変位の値を比較した。図-2に浸透実験終了時の間隙水圧分布を示す。P6からP8の斜面上部では正の間隙水圧が発生していない一方で緩傾斜から急傾斜に変わるP3付近で水がたまるのがわかる。不飽和斜面上部において、サクシヨンの影響が小さい間隙水圧計付近を通らない水みちが形成されたためと推測する。P3付近で水がたまる原因として、排水スリットからの排水が速やかに行われなかったからだと考えられる。浸透・破壊挙動における測定誤差検討の一例として、図-3にP3の間隙水圧の時刻歴、図-4にM13の水平変位の時刻歴を示す。図中の凡例の末尾の数字は実験ケース番号を示している。図-3、図-4に示す間隙水圧および水平変位の時刻歴より、水平変位のばらつきは間隙水圧と比較して、浸透実験から降雨実験にかけて増加していることがわかる。斜面の不均一性や浸透量のばらつきによって、各実験ですべり面の位置が異なったため、水平変位のばらつきは浸透実験から降雨実験にかけて増加したと考えられる。

表-1 まさ土の材料特性

| パラメータ | 記号 | 値 |
|-----------|--|----------------------|
| | D_{50}, D_{30}, D_{10} (mm) | 0.83, 0.32, 0.15 |
| 土粒子密度 | ρ_s (Mg/m^3) | 2.65 |
| 最大乾燥密度 | ρ_{dmax} (Mg/m^3) | 1.76 |
| 最適含水比 | w_{opt} (%) | 15.5 |
| 飽和透水係数 | k (m/s) | 4.0×10^{-5} |
| SWCCパラメータ | α, n, m | 0.41, 2.2, 0.55 |
| 内部摩擦角 | ϕ ($^\circ$) | 40 |
| 粘着力 | c (kPa) | 0 |

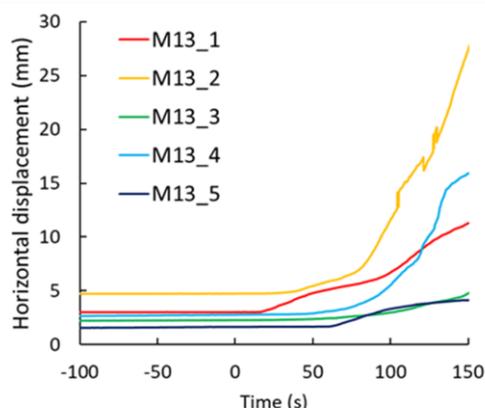


図-4 M13の水平変位の時刻歴

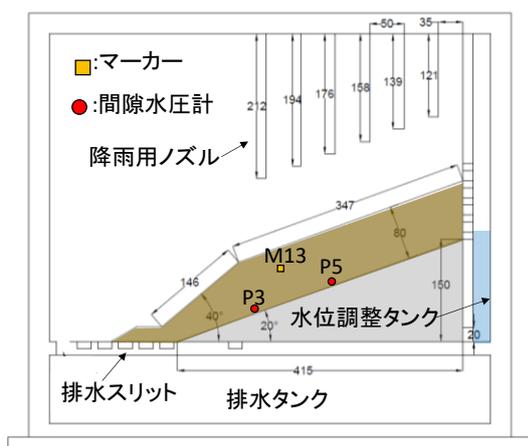


図-1 実験模型概要図 (単位: mm)

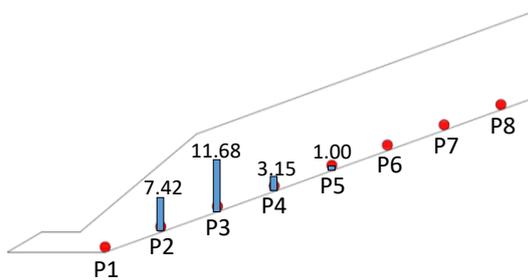


図-2 浸透実験終了時の間隙水圧分布 (単位: kPa)

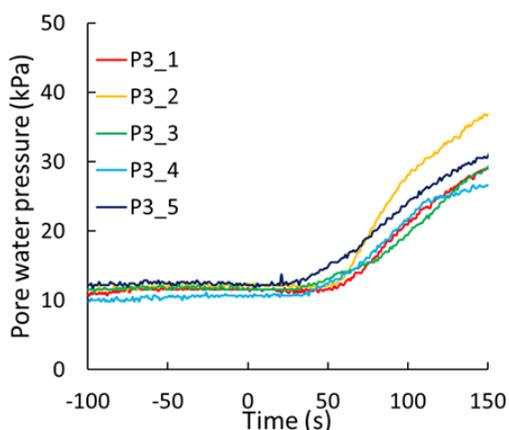


図-3 P3の間隙水圧の時刻歴

3. 不飽和斜面の浸透・破壊挙動における解析モデルの妥当性確認

(1) 数値解析手法

数値解析には、多孔質体理論に基づく動的有限要素解析手法を適用する[3]。空間離散化には有限要素法を、時間離散化には後退差分法を用いている。土の構成式の応力計算は陰的応力積分に基づいており、非線形となる基礎式とともに Newton-Raphson 法を用いて、各計算時間ステップにおける解を求めている。

(2) 数値解析条件

解析に用いた有限要素モデルを図-5に示す。モデルは斜面と排水スリットをモデル化し、基盤は考慮していない。斜面の構成式には弾性関係に拘束圧依存性を考慮した修正Cam-Clay モデルを、排水スリットにはneo-Hookean モデルを適用した。サクシオンと飽和度の関係を与える水分特性曲線にはvan Genuchtenモデルを用いた。材料パラメータは遠心模型実験で用いた材料(まさ土)の土質試験で得られた値を参考に設定した。節点数は1475で要素数は452である。変位境界条件として、モデルの下端は全節点固定、右側面から4列は図-5に示す通り同一深度の節点の変位を等しく拘束している。水理境界条件として、排水スリット設置位置に水圧0 kPaを設定し、それ以外を非排水境界条件とした。空気境界条件として、斜面表面に間隙空気圧ゼロの条件を与えた。遠心模型実験に準じて1) 自重解析2) 浸透解析3) 降雨解析の3段階に分けて再現解析を行った。浸透解析では、斜面の右下端にケース1で得られた水位調整タンクの時刻歴の水頭変化を与えた。降雨解析では、緩傾斜部に25 mm/hの雨を与えた。

計算時間増分は1.0秒で1) 自重解析(960ステップ) 2) 浸透解析(2241ステップ) 3) 降雨解析(60ステップ)の計3261ステップで解析を行った。後退差分法を用いたため、時間積分係数 $\gamma=1.0$ 、 $\beta=0.0$ とした。全ての解析過程で準静的解析とした。収束判定誤差は、土骨格変位と間隙水圧に関する残差ノルムが 1.0×10^{-12} 未満を満たすこととした。

(3) 浸透挙動における解析モデルの妥当性確認

浸透解析では、斜面と排水スリットの透水係数のばら

つきを考慮した。透水係数のばらつきを考慮した解析を1000ケース行い、透水係数のばらつきによる解析上の間隙水圧のばらつきを取得した。

浸透解析終了時のP3およびP5の実験・解析の間隙水圧のヒストグラムを図-6、図-7に示す。実験・解析ともに間隙水圧のばらつきは小さいが、実験と解析の平均値の差が7.64 kPaと大きいことがわかる。間隙水圧の過小評価は、排水スリットの透水係数および排水境界の設定が要因として考えられる。解析上では、浸透流の排水が速やかに行われるのに対して、実験では排水に時間がかかるため、緩傾斜から急傾斜に変わるP3付近で水がたまると推測される。また、解析では水みちの影響を考慮できていないため、P5では過大評価している。

(4) 破壊挙動における解析モデルの妥当性確認

降雨解析では、不飽和降伏曲面のパラメータである R^* を求める際に必要な材料パラメータ a^c のばらつきを考慮した。材料パラメータ a^c は、未知であるため最小値 $a_{\min}^c = 0.004$ 、最大値 $a_{\max}^c = 0.015$ として一様分布を仮定し、パラメータ組を500組発生させた。

降雨開始後60sのM13の水平変位のヒストグラムを図-8に示す。水平変位は、浸透実験・解析終了時の変位量を0 mmとして比較している。数値解は実験値よりも過小評価する傾向にあり、平均値同士を比較すると0.52 mmの差があった。水平変位の過小評価は、材料パラメータセットおよび解析モデルが再現できない部分や解析で設定した降雨強度が原因として考えられる。材料パラメータセットが比較的表層部分で変形が発生するセットだった可能性がある。本研究では、降雨はすべて浸透すると仮定し、表面流を考慮しなかったため実際には浸透しない降雨まで供給した結果、斜面表面まで水位が上昇し緩傾斜表層部のみ変形が大きくなったと考えられる。

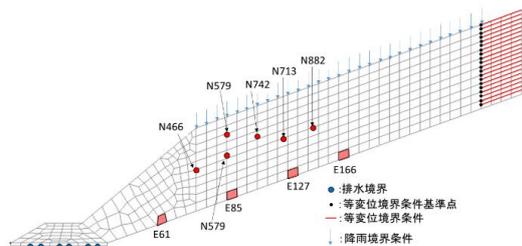


図-5 解析に用いた有限要素モデル

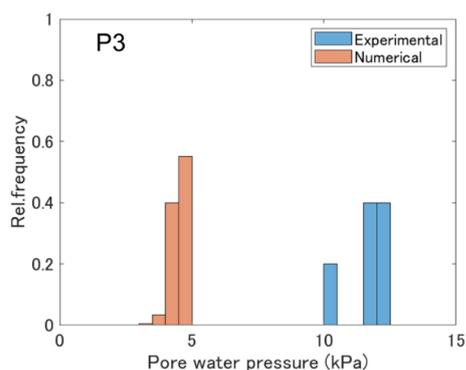


図-6 P3 での間隙水圧の実験と解析のヒストグラム

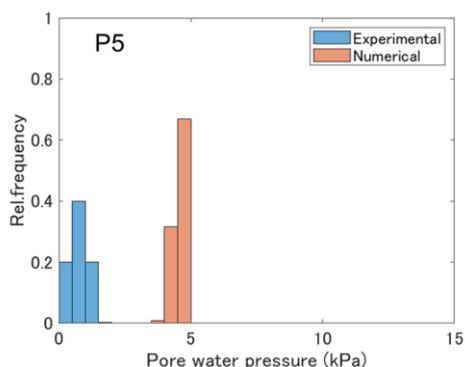


図-7 P5 での間隙水圧の実験と解析のヒストグラム

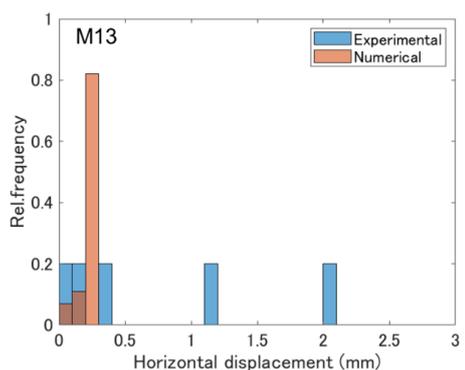


図-8 M13 での水平変位の実験と解析のヒストグラム

4. 粒子フィルタによる不飽和斜面の浸透挙動におけるデータ同化

(1) データ同化条件

同定するパラメータとして、解析モデルの妥当性確認でばらつきを考慮した斜面の透水係数と排水スリットの透水係数を選定した。データ同化に用いる粒子数は1000組とし、パラメータ組は浸透挙動における解析モデルの妥当性確認で使用した組を用いた。観測データとして、5回の同一条件下での遠心模型実験より得られた間隙水圧4点(P2~P5)の各平均値を用いた。各観測点から得られるデータのノイズは互いに独立と仮定し、尤度計算に必要な分散共分散行列には、遠心模型実験より得られた各測定点の各時刻における標準偏差を設定した。

(2) 浸透挙動における透水係数のパラメータ同定結果

斜面の透水係数の重み分布性状(-25s時点)を図-9に示す。斜面の透水係数は、間隙水圧に対して、感度が高いため重みが集中していることがわかる。

(3) 同定パラメータを用いた浸透解析結果

-25s時点の同定パラメータを用いた解析結果とP3の実験結果の間隙水圧の比較を図-10に示す。なお、本文における同定パラメータとは、各時刻における重み付き平均値を意味する。E85_aveが同定パラメータを用いた要素間隙水圧の時刻歴、E85は、事前分布の透水係数の平均値を用いた要素間隙水圧の時刻歴を示す。重み付き平均値を用いても実験と解析の間隙水圧は一致していないことがわかる。図-6および図-7の浸透実験終了時の間隙水圧の実

験と解析のヒストグラムより実験を再現できる解析ケース（粒子）が存在しないため、同定パラメータを用いた再解析において、実験を再現できなかつたと考えられる。この結果から、透水係数のばらつきから解析モデルを用いて求められた解析上の間隙水圧のばらつきが実験のばらつきを表現できていない場合は、パラメータ同定が難しいことがわかった。

5. 粒子フィルタによる不飽和斜面の破壊挙動におけるデータ同化

(1) データ同化条件

同定するパラメータとして、破壊挙動の妥当性確認でばらつきを考慮した材料パラメータ a^c を選定した。データ同化に用いる粒子数は500組とし、パラメータ組は破壊挙動における解析モデルの妥当性確認で使用した組を用いた。観測データとして、5回の同一条件下での遠心模型実験より得られた水平変位6点の各平均値を用いた。各観測点から得られるデータのノイズは互いに独立と仮定し、尤度計算に必要な分散共分散行列には、遠心模型実験より得られた各測定点の各時刻における標準偏差を設定した。データ同化は、降雨開始後60sで1回行った。

(2) 破壊挙動における a^c のパラメータ同定結果

測定誤差のみを考慮した材料パラメータ a^c の降雨開始後60sの重み分布性状を図-11に示す。材料パラメータ a^c は、すべての粒子がほぼ同じ重さをもっているため、適切なパラメータ推定ができていないといえる。これは、図-8より実験値のばらつきは大きい、解析値は実験値のばらつきの範囲内である。しかし、材料パラメータ a^c のばらつきによって求められる解析の水平変位のばらつきの幅が小さいため、水平変位で実験値と解析値による尤度計算を行った場合、各粒子の重みの違いが生じなかつたと考えられる。また、浸透挙動同様、同定パラメータを用いた降雨解析は実験を再現できなかつた。

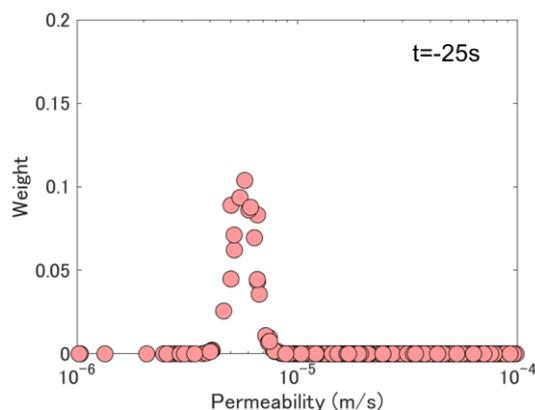


図-9 -25sにおける斜面の透水係数の重み分布性状

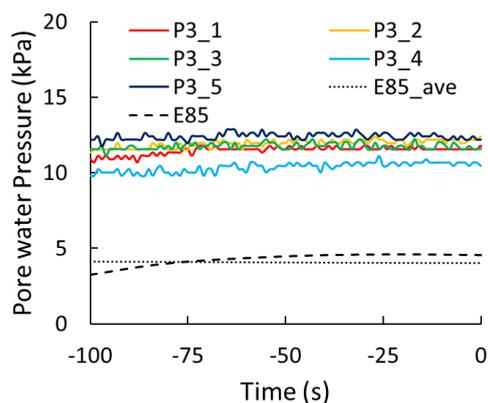


図-10 -25s時点の同定パラメータを用いた解析結果とP3の実験結果の間隙水圧の比較

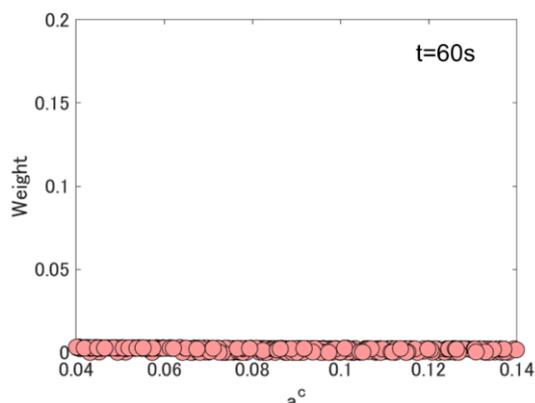


図-11 a^c の降雨開始後60sの重み分布性状

6. まとめ

不飽和斜面の浸透・破壊挙動を対象に遠心模型実験、解析モデルの妥当性確認、粒子フィルタを実施し、各挙動の測定誤差およびモデル化誤差の定量化、観測ノイズの大きさがパラメータ推定精度に与える影響を確認した。同一条件下で5回実施した遠心模型実験では、浸透・破壊挙動にかけて間隙水圧のばらつきは小さい一方で、水平変位のばらつきは増加することがわかった。妥当性確認およびデータ同化よりモデル化誤差、すなわち実験と解析の差が大きい場合、実験を再現できる解析ケースが存在せず、パラメータ同定および同定パラメータを用いた再解析は実験を再現することができない。

参考文献

- [1] 伊藤真一, 小田和広, 小泉圭吾, 藤本彩乃, 越村謙正: 現地計測に基づく浸透解析モデルのデータ同化に対する融合粒子フィルタの有用性の検証, 土木学会論文集 A2(応用力学), Vol.73, No.2(応用力学論文集 Vol.20), pp.1_45-1_54, 2017.
- [2] 樋口知之, 上野玄太, 中野慎也, 中村和幸, 吉田亮: データ同化入門一次世代のシミュレーション技術一, 朝倉書店, pp.1-115, 2013.
- [3] Uzuoka, R. and Borja, R. I.: Dynamics of unsaturated poroelastic solids at finite strain, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 36, 1535-1573, 2012.

地山掘削変位を用いた逆解析による 地質境界面同定の適用性確認

The applicability study of geologic boundary surface identification
by inverse analysis using ground excavation displacement

鎌田浩基¹⁾, 山本真哉²⁾, 青野泰久³⁾, 多田浩幸⁴⁾, 櫻井英行⁵⁾

Hiroki Kamada, Shinya Yamamoto, Yasuhisa Aono, Hiroyuki Tada, Hideyuki Sakurai

- 1) 修士(工)清水建設(株)技術研究所 (〒135-8530 東京都江東区越中島3-4-17, E-mail: hiroki.kamada@shimz.co.jp)
- 2) 博士(工)清水建設(株)技術研究所 (〒135-8530 東京都江東区越中島3-4-17, E-mail: s-yama@shimz.co.jp)
- 3) 修士(工)清水建設(株)技術研究所 (〒135-8530 東京都江東区越中島3-4-17, E-mail: y.aono@shimz.co.jp)
- 4) 博士(工)清水建設(株)技術研究所 (〒135-8530 東京都江東区越中島3-4-17, E-mail: tada_h@shimz.co.jp)
- 5) 博士(工)清水建設(株)技術研究所 (〒135-8530 東京都江東区越中島3-4-17, E-mail: hideyuki.sakurai@shimz.co.jp)

This study confirms the applicable conditions under three-dimensional conditions for the problem of geologic boundary identification by inverse analysis using ground excavation displacement. In order to conduct a fundamental study, the observed data were generated by numerical analysis, and a linear elastic material model was assigned. Assuming that the geologic boundary is planar, identification experiments were conducted for several correct solutions. As a result, it was confirmed that the identification accuracy varied greatly depending on the position and angle of the geologic boundary surface of the correct solution.

Key Words : Inverse Analysis, Geological Boundary Surface, Excavation Analysis

1. はじめに

トンネルなどの地下構造物の施工時において、施工箇所の観察結果や変位計測結果、地山探査技術、数値解析などを用いて事前設計の妥当性を評価し、対策を講じることで、より安全かつ合理的、経済的な設計・施工を目指す情報化施工が行われている。

このトンネル情報化施工では、掘削により崩落などの危険を生じうる軟弱層や断層破砕帯の分布を突入前に把握し、対策を講じることが重要である。これにより、支保や施工法を検討することができ、地山挙動把握のための解析モデル更新へと役立てることも可能である。

掘削対象地山の地質調査は、施工前の文献調査やボーリング調査、地質踏査、弾性波探査などにより行われる。近年、施工中における地質調査技術が多くの建設現場で採用されるようになり、削孔エネルギーや弾性波探査を用い、地質分布を把握しようとする試みが増えている。これらの技術は、調査箇所の現実に即した地質性状の把握が可能であり、地山の地質状況を知るために効果的である。一方で、調査箇所の部分的な硬軟の影響を受ける可能性があり、工期やコストの観点から高頻度での実施も困難である。

地下構造物の施工時には、日常的な施工管理として地山の掘削変位計測を行う。これにより得られる変位は平均的に見た地山の地質状況を反映していると考えられる。そこで計測変位と数値シミュレーションを組み合わせたデータ同化などの逆解析手法を用いることにより、部分的な地質性状に左右されず、より平均的な地質性状を推

定することが可能と考えられる。ただし、この手法では、実際の地質分布と差異を生じ易いことが想定されるため、前述のような調査手法と併用し、複合的に解釈することが重要であることを強調しておく。

これまで、トンネルの計測変位を用いた地山物性の同定解析に関する研究が多く行われており[1]~[5]、近年は計算機性能の向上により、三次元掘削解析モデルを用いた同定解析や、計測誤差やモデル誤差を考慮可能なデータ同化解析に関する報告がされている[6]。その一方、地質分布や地質境界面を逆解析により同定することを試みた研究は少なく[7]~[9]、現実的なオーダーの計測誤差や変位を用いた場合の適用範囲を調べたものは見当たらない。

本研究は、地山の平均的な性状を表しうるトンネル壁面の計測変位を観測データとして用い、地質境界面を逆解析により同定する手法の構築と適用性を確認することが目的である。また、構築した最適化手法の検証のために、観測データは正解のモデルを用いた数値解析により作成し、現実的なオーダーの誤差を付与した。また、いくつかの正解の地質分布に対して、同定実験を実施し、ケースごとに正解の地質境界面との誤差を定量化することで、適用範囲の確認を行った。

2. 数値解析手法

本節では、地質境界面を同定するための最適化問題の設定を行う。

(1) 地質境界面のモデル化

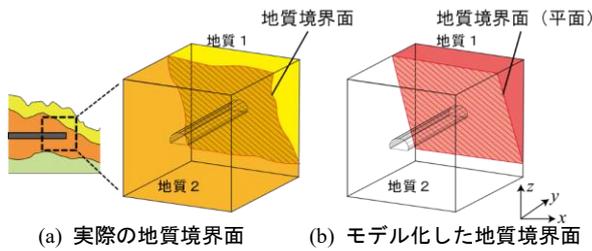


図-1 地質分布と地質境界面

実際の地質は、図-1(a)に示すように、地殻変動や堆積過程により湾曲していることが一般的である。

本研究では、図-1(b)に示すように物性の異なる二種類の地質1, 2が存在し、その地質境界面が平面であると仮定して、以下のような数式で表現する。

$$ax + by + cz + d = 0 \quad (1)$$

ただし、式(1)は両辺の定数倍により、同じ平面に対して無限通りの定数の組み合わせを取りうる。本研究では、最適化問題を解くことで式(1)の係数を同定するため、解に一意性を持たせることが必要であることから、 $c=1$ とした。この場合、 $c=0$ となる平面を表現できないため、本研究の検討ではそのような解が予想される観測データを用いないことにする。また、式(1)の係数に関する理解のしやすさのため、平面が座標軸となす角度を用いて $a = \tan \theta$, $b = \tan \omega$ と置き換えると、

$$(\tan \theta)x + (\tan \omega)y + z + d = 0 \quad (2)$$

のように表現可能である。

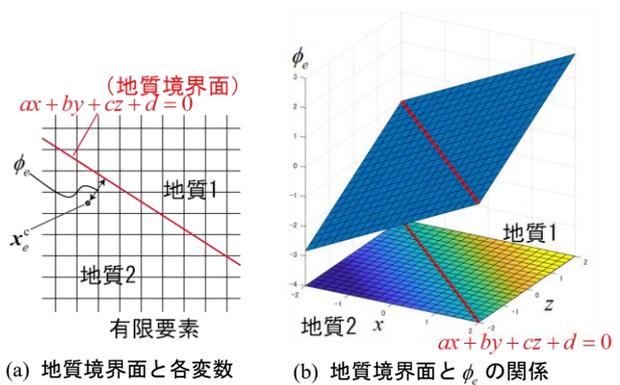
(2) 最適化問題における不連続性の緩和

パラメータ同定のための最適化問題における目的関数は、観測変位と解析変位との誤差ノルムであり、その最小化問題を考える。勾配法に基づく最適化アルゴリズムによりこれを解き、地質境界面の方程式における係数(設計変数, 同定変数)を同定するためには、目的関数が設計変数に対して連続で微分可能であることが必要である。そこで本研究では、文献[7]を参考に、地質境界面の両側で物性が連続的に変化するように地質物性値の不連続性の緩和を行う。以下では、一般性を考慮して式(1)に基づいて定式化を行うが、式(2)を用いた場合も同様である。

まず、数値解析における有限要素の中心座標 $\mathbf{x}_e^c = (x_e^c, y_e^c, z_e^c)$ と地質境界面との符号付き距離(レベルセット関数)は、以下のように表される。

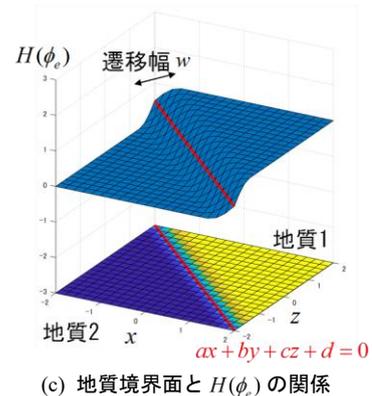
$$\phi_e = \frac{ax_e^c + by_e^c + cz_e^c + d}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad (3)$$

なお、地質境界面の方程式、有限要素の中心座標 \mathbf{x}_e^c 、符号付き距離 ϕ_e はそれぞれ図-2(a)の通りである。



(a) 地質境界面と各変数

(b) 地質境界面と ϕ_e の関係



(c) 地質境界面と $H(\phi_e)$ の関係

図-2 地質境界面と ϕ_e , $H(\phi_e)$ の関係

また、地質境界面の方程式の近傍における符号付き距離 ϕ_e の分布は、図-2(b)のようになり、境界面上で $\phi_e = 0$ 、地質1の領域で $\phi_e > 0$ 、地質2の領域で $\phi_e < 0$ をとる。これを用いて、地質分布の連続なラベル関数を以下のように定義する。

$$H(\phi_e) = \begin{cases} 0 & (\phi_e < -w) \\ \frac{1}{2} + \frac{\phi_e}{w} \left[\frac{15}{16} - \frac{\phi_e^2}{w^2} \left\{ \frac{5}{8} - \frac{3}{16} \frac{\phi_e^2}{w^2} \right\} \right] & (-w < \phi_e < w) \\ 1 & (\phi_e > w) \end{cases} \quad (4)$$

このラベル関数 $H(\phi_e)$ は、図-2(c)に示すように、 $\phi_e > 0$ のときに $H(\phi_e) = 1$ 、 $\phi_e < 0$ のときに $H(\phi_e) = 0$ へとマッピングし、遷移幅 w で滑らかに遷移するような関数である。つまり、ラベル関数が1のときにその領域は地質1の領域であり、0だと地質2の領域となるため、 $H(\phi_e)$ を用いて地質のラベル付けを行うことができる。

次に、地質物性のヤング率については、以下のような式で表現が可能である。

$$E(H(\phi_e)) = E_1(1 - H(\phi_e)) + E_2H(\phi_e) \quad (5)$$

ただし、 E はある領域におけるヤング率、インデックス 1 と 2 は、地質 1 と 2 のヤング率に対応する。式(5)を用いた地質物性は、ラベル関数 $H(\phi_e)$ と同様に、地質境界面の両側で遷移幅 w で滑らかに遷移する関数となる。

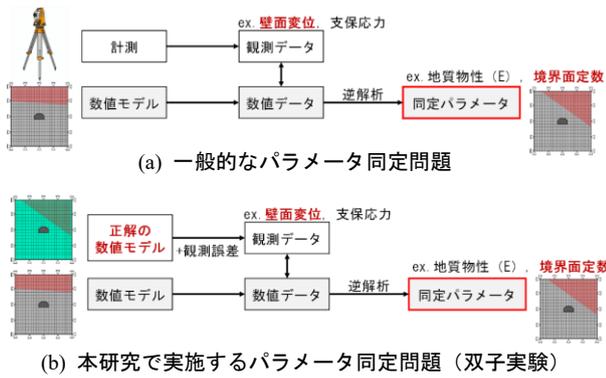


図-3 同定問題の構成

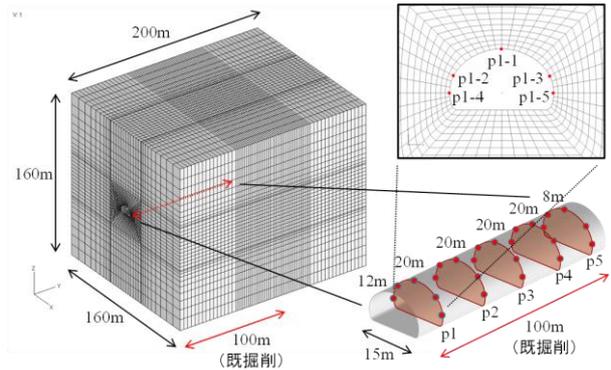


図-4 使用した解析モデル

(3) 最適化問題の設定

本項では、地質境界面同定のための最適化問題の設定を行う。本研究では以下のような目的関数の最小化問題を考える。

$$\min_x f_0 = \left\{ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (u_i^{\text{sim}} - u_i^{\text{obs}})^p \right\}^{\frac{1}{p}} \quad (6)$$

$$\text{subject to } \mathbf{K}u^{\text{sim}} = \mathbf{f}^{\text{ext}}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= [\theta, \omega, d], \\ \theta^l &\leq \theta \leq \theta^u, \\ \omega^l &\leq \omega \leq \omega^u, \\ d^l &\leq d \leq d^u \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、式(6)は目的関数であり、 n は変位計測点数×節点自由度数、 u_i^{sim} 、 u_i^{obs} はそれぞれシミュレーションによる解析変位と観測変位、 p はノルムのべき乗数(偶数)であり、本研究では $p=2$ を設定する。式(7)は平衡方程式で、 \mathbf{K} は剛性行列、 \mathbf{f}^{ext} は外力ベクトルである。式(8)は設計変数(同定パラメータ)であり、式(2)でモデル化した地質境界面の変数 θ 、 ω 、 d の三つとし、これらを同定する。ただし、設計変数には下限値と上限値を設けている。

(4) パラメータ同定問題の構成

一般的に、地下構造物施工時における岩盤のパラメータ同定問題の構成は、図-3(a)に示すように、計測により得られるトンネル壁面変位等の観測データと、数値モデル(シミュレーション)から得られる数値データとが近づくように逆解析を行い、地質物性などのパラメータを同定する。これを本研究に当てはめると、観測データとしてトンネル壁面変位を用い、同定パラメータには地質境界面の定数 $\mathbf{x}=[\theta, \omega, d]$ を設定することになる。ここでは、構築した最適化手法の検証のために、図-3(b)に示すように、正解の地質境界面の定数を設定した正解の数値モデルをあらかじめ用意し、その数値解(真値)に任意の観測誤差を付与した疑似的な観測データを作成し、逆解析を実施した。このような方法を双子実験と呼び、得られた同定パラメータと正解とを比較することで、誤差の計算が

表-1 動作検証に使用したパラメータ

| パラメータ名 | 値 |
|-----------------------|--------|
| θ^{ans} | 15 deg |
| ω^{ans} | 5 deg |
| d^{ans} | -5 m |
| θ^{ini} | 0 deg |
| ω^{ini} | 0 deg |
| d^{ini} | 0 m |
| E_1 | 1 GPa |
| E_2 | 3 GPa |
| ν | 0.2 |
| σ_{ini} | 6 MPa |
| σ_{err} | 1 mm |

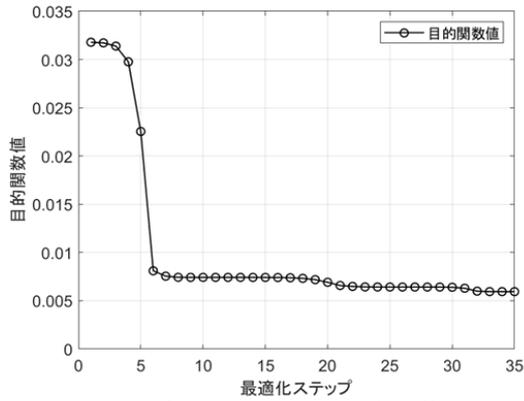
可能であるため、本研究ではこの方法を採用している。なお、観測誤差 w_{err} は、平均0、分散 σ_{err}^2 (標準偏差 σ_{err})の正規分布に従う乱数により生成した。

3. 地質境界面同定の誤差検証

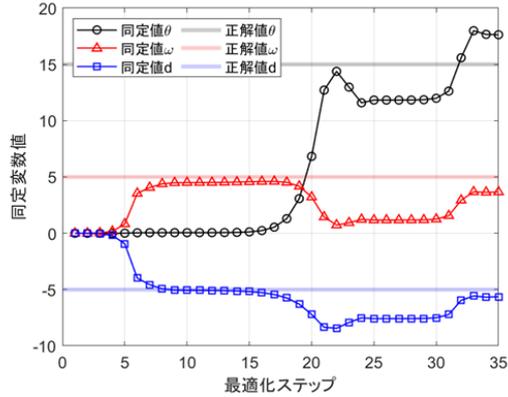
本節では、三次元モデルを用いたトンネルの切羽(トンネル掘削最先端の掘削面)の前方に位置する、軟弱な鉛直地層との地質境界面同定の誤差検証を目的とし、いくつかの条件で同定計算を行った。

(1) 解析モデルの設定

解析モデルは、図-4に示すメッシュを用いた。計算負荷低減を目的として、掘削部周辺のメッシュが細くなるようにしている。また、今回の問題設定では式(4)の地質ラベルが有限要素ごとに定義されるため、地質分布は有限要素単位で表現されるが、以下の検証では正解とする地質境界面を掘削部付近に設定しているため、図-4に示すメッシュにより十分に地質分布や地質境界面を表現可能であると考えられる。境界条件は、モデル端面の法線方向を固定し、それ以外の方向は自由とした。また領域内に地山の初期地圧を初期応力として与え、掘削解析を実施した。掘削部はモデル内トンネル延長の半分である100m分を設定し、変位観測点と観測断面位置は図-4の右側にように設定した。



(a) 最適化における目的関数の推移



(b) 最適化における同定パラメータの推移

図-5 動作検証

(2) 同定問題の動作検証

正解の地質境界面のパラメータを同定するにあたり、式(6)~(8)で設定した最適化問題が適切であるかを確認するため、動作検証を行った。使用した設定パラメータは表-1に示した。ここで、 θ^{ans} 、 ω^{ans} 、 d^{ans} は正解とする地質境界面のパラメータ（それぞれ地質境界面の x 軸からの傾き、y 軸からの傾き、z 切片の符号を反転させた値を意味する）、 θ^{ini} 、 ω^{ini} 、 d^{ini} は θ 、 ω 、 d 同定時の初期値、 E_1 、 E_2 は地質 1、2 のヤング係数、 ν は地質のポアソン比、 σ_{mi} は等方性の地山初期地圧（圧縮側を正）を表す。また、材料モデルには線形弾性体を用いた。なお、同定パラメータは θ 、 ω 、 d の三つとした。観測値の最大変位は p4-1 の z 方向変位（天端沈下）で 29.0 mm である。また真の変位に与えた観測誤差の統計量 σ_{err} は、

$$\frac{\text{標準偏差} \sigma_{err}}{\text{最大変位}} = 1.0 / 29.0 \times 100 \approx 3.45[\%] \quad (9)$$

程度である。図-5(a)は最適化による目的変数値の推移で単調に減少しており、最適化が良好に行えていることがわかる。図-5(b)は同定変数の推移であり、いずれの同定変数も最適化の最終ステップでは正解値へと近づいている。しかし、最適化途中において、各同定変数は単純に正解値へと近づかず、最適化問題における目的関数の性質が、複雑であることが示唆された。

表-2 動作検証結果（変位誤差）

| 観測点 | 絶対誤差/最大変位 | | |
|------|--------------|--------------|--------------|
| | 誤差(x 方向) [%] | 誤差(y 方向) [%] | 誤差(変位 z) [%] |
| p1-1 | -0.93 | -3.72 | 0.39 |
| p1-2 | 4.61 | -1.48 | 0.33 |
| p1-3 | -2.11 | 4.80 | -4.16 |
| p1-4 | -3.13 | -4.78 | 1.57 |
| p1-5 | -2.18 | -1.06 | -5.47 |
| p2-1 | -0.64 | 4.16 | 2.69 |
| p2-2 | -1.44 | 0.14 | 1.76 |
| p2-3 | 1.15 | 1.47 | -3.59 |
| p2-4 | -0.02 | -1.24 | -1.20 |
| p2-5 | 2.81 | 2.59 | 3.37 |
| p3-1 | -1.64 | 2.85 | 0.37 |
| p3-2 | 3.19 | -1.83 | -6.34 |
| p3-3 | -4.65 | 6.07 | 0.71 |
| p3-4 | 3.60 | 1.85 | 1.13 |
| p3-5 | -0.01 | -2.39 | 1.22 |
| p4-1 | 1.75 | 1.56 | 1.55 |
| p4-2 | -6.45 | -2.03 | 1.24 |
| p4-3 | -3.82 | -0.70 | 4.77 |
| p4-4 | 4.51 | 1.85 | -3.94 |
| p4-5 | 7.85 | -3.86 | -5.65 |
| p5-1 | -0.25 | -1.80 | 0.90 |
| p5-2 | 2.26 | -4.19 | -1.53 |
| p5-3 | 6.55 | -2.55 | -4.24 |
| p5-4 | 6.36 | 2.97 | 3.14 |
| p5-5 | -5.84 | -5.41 | -1.93 |

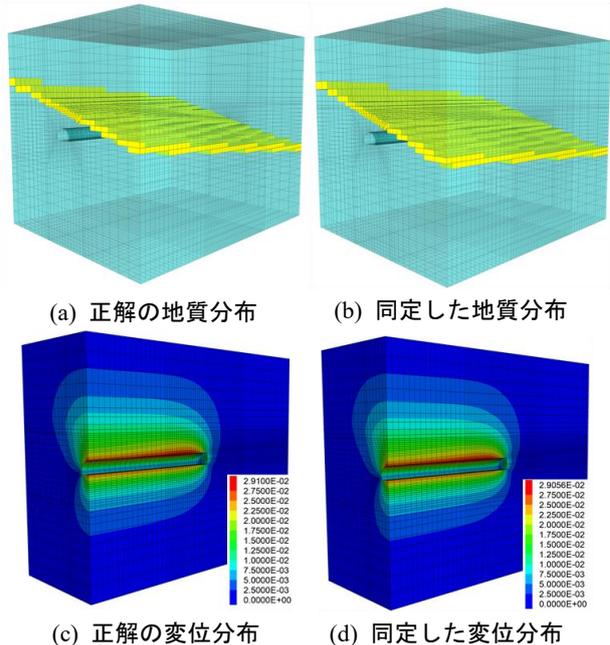


図-6 地質分布と変位コンター

また、変位観測値と同定結果の変位誤差を表-2に示した。表-2より、最大変位に対する相対誤差は最大で6%程度であるため、観測誤差を考慮すると良好な同定結果であると考えられる。

図-6(a), (b)に同定時の地質境界面分布、図-6(c), (d)変位分布のコンター図を示す。なお、地質境界面より下側が地質 1、上側が地質 2 である。図-6(a), (c)は正解の解析

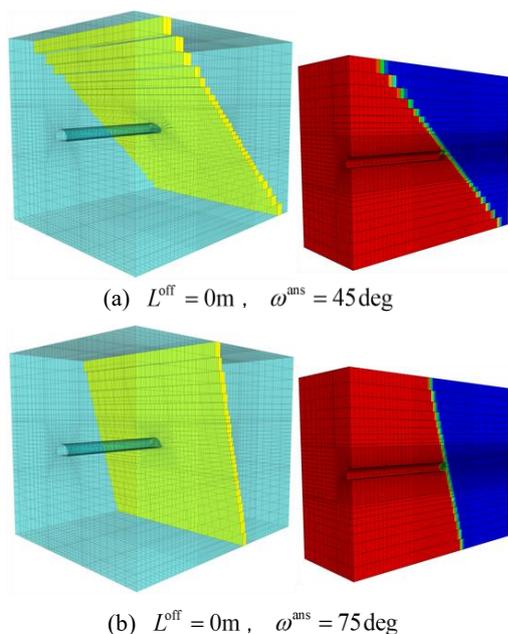


図-7 正解の地質境界面と地質分布の例

モデル、図-6(b), (d)は同定結果のモデルでの地質境界面と変位分布を表す。これらを見ると同定結果は正解モデルに近い解の分布が得られていることがわかる。

以上より、式(6)~(8)で設定した最適化問題を解くことにより、設定した条件にて、三次元モデルにおける正解の地質境界を同定可能であることを確認した。

(3) 精度検証

本節では、正解の地質境界面の位置、観測誤差の大きさのそれぞれが地質境界面パラメータの同定精度に与える影響について確認を行う。精度検証で使用したパラメータを表-3に示した。正解の地質境界面の位置については、トンネル切羽との距離である L^{off} を0~12mの範囲で3通り、そのy軸からの傾きである ω^{ans} を45, 75 degの2通り、観測誤差の標準偏差 σ_{err} を0.1, 1mmの2通り設定し、合計12通りの条件の下で精度検証を実施した。なお、計算負荷低減を目的として、地質境界面に関わるパラメータ θ は同定対象とせず、 ω , d の2つのパラメータを同定した。ここで、図-7に $L^{\text{off}} = 0\text{m}$, $\omega^{\text{ans}} = 45, 75\text{deg}$ の場合の正解の地質境界面、地質分布を示した。なお、本精度検証に用いた条件は、切羽前方において、鉛直方向に広がる弱層が存在しており、その地質境界面を同定する状況を想定したものである。このような状況は実際の山岳トンネルの施工中にみられ、その分布の把握が施工の安全性や合理性につながるため、このような状況での地質境界面同定は、本技術の主要なニーズの一つである。

観測値の最大変位は、例えば $(\omega^{\text{ans}}, d^{\text{ans}}) = (45\text{deg}, 0\text{m})$, $L^{\text{off}} = 0\text{m}$ の正解の数値モデルにより計算したケースでは、p5-1のz方向変位(天端沈下)で23.2mmである。また与えた観測誤差の統計量 $\sigma_{\text{err}} = 0.1, 1\text{mm}$ は、式(9)と同様に、最大変位に対して0.431, 4.31%程度である。

図-8(a)~(d)に精度検証における、横軸に正解の地質

表-3 精度検証に使用したパラメータ

| パラメータ名 | 値 |
|-----------------------|--------------|
| θ^{ans} | 0 deg |
| ω^{ans} | {45, 75} deg |
| d^{ans} | 0 m |
| θ^{ini} | 0 deg |
| ω^{ini} | 0 deg |
| d^{ini} | -5 m |
| E_1 | 1 GPa |
| E_2 | 3 GPa |
| ν | 0.2 |
| σ_{ini} | 6 MPa |
| σ_{err} | {0.1, 1} mm |
| L^{off} | {0, 8, 12} m |

境界面とトンネル切羽との距離 L^{off} をとった際の、推定パラメータ ω , d の同定誤差を示す。図-8(a), (b)は $\omega^{\text{ans}} = 45\text{deg}$ の場合の ω , d それぞれの同定誤差である。この場合には、 ω , d でそれぞれ5 deg, 2.5 m以内の誤差で同定ができた。また、観測誤差が大きく、 L^{off} が大きくなるほど、同定誤差も大きくなる傾向が見られた。図-8(c), (d)は $\omega^{\text{ans}} = 75\text{deg}$ の場合の ω , d それぞれの同定誤差である。観測誤差の統計量 σ_{err} が0.1mmと小さい場合には、 ω , d でそれぞれ0.87 deg, 1.75 m以内の誤差で同定ができたのに対し、観測誤差の統計量 σ_{err} が1.0mmの場合には、 ω , d でそれぞれ49.68 deg, 29.98 m以内となり、比較的大きな同定誤差が発生した。

このような結果が得られた原因として、 $\omega^{\text{ans}} = 75\text{deg}$ のように、切羽前方の地質境界面が鉛直方向に広がるような場合には、弱層の掘削前に、弱層部の存在が既掘削部の観測変位へ及ぼす影響が小さく、観測誤差によりその影響が埋もれていることが考えられる。その場合には、逆解析により正解の地質境界面を同定することが原理的に困難であると考えられる。

4. おわりに

本研究では、トンネル壁面の計測変位を観測データとして用い、地質境界面を逆解析により同定する手法の構築と双子実験によるアルゴリズムの動作確認、検証を行った。以下に得られた知見と今後の課題を示した。

(1) 得られた知見

切羽前方の鉛直方向に広がる弱層など、三次元的な地質境界面の同定においては、切羽と地質境界面との距離が大きくなるにつれて同定誤差が大きくなることが確認できた。その地質境界面がトンネル軸となす角度が45degの場合、地質境界面の傾きと位置のパラメータ ω , d のそれぞれで5deg, 2.5m以内の誤差で同定できた。一方、なす角度が75degの場合には同定誤差が増大し、正解に近い同定値が得られなかった。これは、切羽前方にほぼ鉛直に分布する弱層は掘削部の観測変位に及ぼす影響が非常に小さいためである。しかし、鉛直方向の弱層は、水平方向

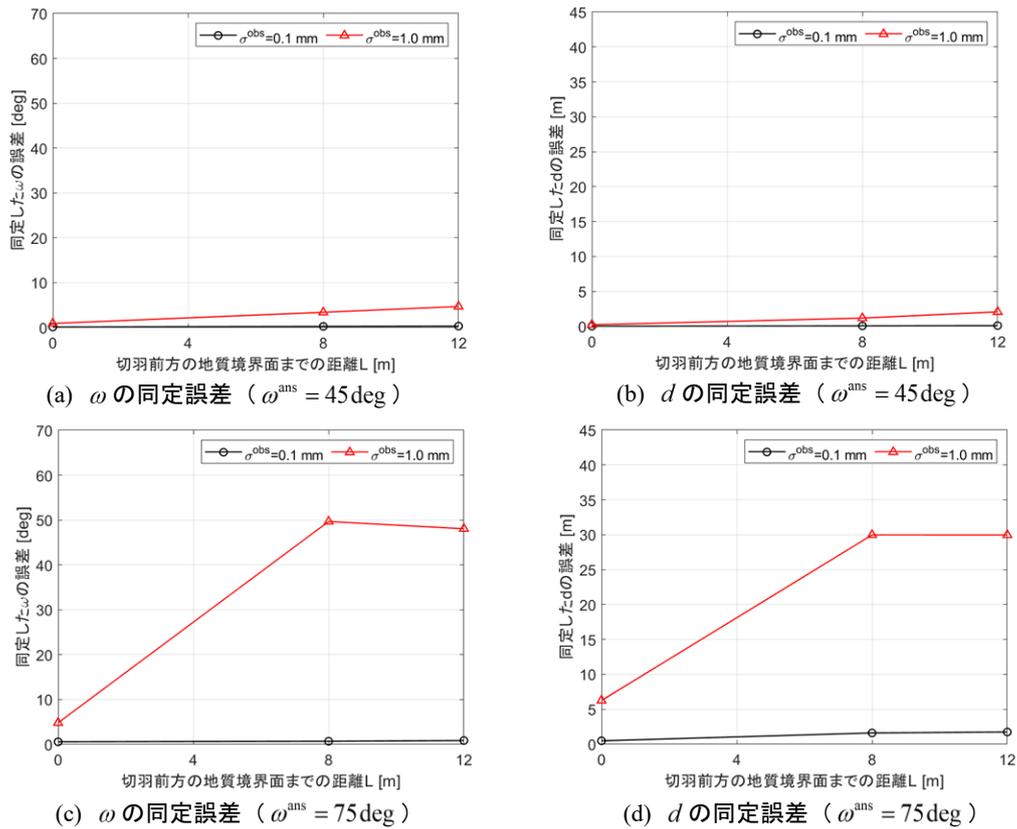


図-8 精度検証における同定誤差 (絶対値)

に分布する弱層と比べて先進ボーリングや物理探査等で探知し易い。反対に、本手法はトンネル軸方向と平行に分布するような弱層の同定に強い。両者を組み合わせることで、より確度の高い弱層分布の把握が可能になると考えられる。

(2) 今後の課題

正解に近い同定値が得られたケースにおいても、観測誤差に応じて同定誤差が発生した。同定精度向上と信頼性評価の観点から、カルマンフィルタなど誤差を考慮可能な手法の適用が望ましいと考える。また、本研究では線形弾性体を対象としたが、実際の地盤、岩盤は弾塑性的な挙動を示すため、弾塑性性材料を用いた検討を行うことが必要であると考えられる。その際には、構成則のモデル化誤差の扱いも課題になると考える。

参考文献

- [1] Gioda, G. and Sakurai, S.: Back analysis procedures for the interpretation of field measurements in geomechanics, *Int. J. Numer. Anal. Methods. Geomec.*, Vol.11, pp.555-583, 1987.
- [2] S. Sakurai and T. Kunifumi, "Back Analysis of Measured Displacement of Tunnels," *Rock Mechanics and Rock Engineering*, vol. 16, pp. 173-180, 1983.
- [3] S. Sakurai, S. Akutagawa, K. Takeuchi, M. Shinji and N. Shimizu, "Back Analysis for tunnel engineering as a

modern observational method," *Tunneling and underground Space Technology*, vol. 18, pp. 185-196, 2003.

- [4] G. Gioda, "Some remarks on back analysis and characterization problems in geomechanics," *Proceedings 5th International Conference on Numerical Method in Geomechanics*, vol. 1, pp. 49-61, 1985.
- [5] W.-G. W. Yeh, "Review of parameter identification procedures in groundwater hydrology; the inverse problem," *Water Resources Research*, vol. 22, no. 2, pp. 95-108, 1986.
- [6] 青野泰久, 櫻井英行, 山本真哉: データ同化による施工中の地下構造物の挙動の予測手法, 計算工学講演会論文集, Vol.26, 2021.
- [7] 力石将光: トンネル掘削における発破振動を用いた地質境界の同定に関する研究, 中央大学大学院研究年報 理工学研究科編, Vol.41, 2011.
- [8] 三瓶重範: 発破振動に基づく地山の地質境界の同定に関する研究, 中央大学大学院研究年報 理工学研究科編, Vol.43, 2013.
- [9] 竿元英貴, 加瀬祐子, 森宏, 吉見雅行, 堀川晴央, 阿部信太郎: 位相最適化に基づく断層形状推定手法の開発, 土木学会論文集A1 (構造・地震工学), Vol.71, No.3, pp.21-31, 2015.

OS06 地盤力学における数値解析

[B-10] OS06 地盤力学における数値解析 (5)

座長:森口 周二(東北大学)

2023年6月2日(金) 09:00 ~ 10:15 会場B (1F 大会議室 102)

[B-10-01] 準静的変形問題に対する Energy-based Overset Finite Element Method (EbO-FEM)の提案

*友部 遼¹、Sharma Vikas²、木村 春里¹、盛川 仁¹ (1. 東京工業大学、2. 京都大学)

09:00 ~ 09:15

[B-10-02] 結晶層間の膨潤変形と内部構造劣化を考慮した膨潤性岩盤の弾塑性モデルの有限変形化

*星 啓太郎¹、山田 正太郎¹、阿部 悠太¹、京谷 孝史¹ (1. 東北大学)

09:15 ~ 09:30

[B-10-03] 弾性地盤の有限変形に伴う接線剛性マトリクスの固有値変化に着目した座屈褶曲の波長決定因子の解明

*豊田 智大¹、野田 利弘¹、大西 和也² (1. 名古屋大学、2. 東京電力)

09:30 ~ 09:45

[B-10-04] 速度型 Space-Time有限要素法による ALE大変形解析

*清水 紫媛¹、藤澤 和謙¹、Sharma Vikas¹ (1. 京都大学)

09:45 ~ 10:00

[B-10-05] 流体遷移を考慮した粒状体流れの構成則を用いた MPM土砂流動解析

*木村 凌一¹、飛弾野 壮真¹、潘 紹元¹、菅井 理一¹、森口 周二¹、寺田 賢二郎¹ (1. 東北大学)

10:00 ~ 10:15

09:00 ~ 09:15 (2023年6月2日(金) 09:00 ~ 10:15 会場B)

[B-10-01] 準静的変形問題に対する Energy-based Overset Finite Element Method (EbO-FEM)の提案

*友部 遼¹、Sharma Vikas²、木村 春里¹、盛川 仁¹ (1. 東京工業大学、2. 京都大学)

結晶層間の膨潤変形と内部構造劣化を考慮した 膨潤性岩盤の弾塑性モデルの有限変形化

Extension of elastoplastic model of Expansive bedrock to Finite deformation
considering swelling deformation between crystal layers and internal structural degradation

星啓太郎¹⁾, 山田正太郎²⁾, 阿部悠太³⁾, 京谷孝史⁴⁾

Keitaro Hoshi, Shotaro Yamada, Yuta Abe, Takashi Kyoya

¹⁾東北大学 大学院工学研究科(〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06, E-mail:keitaro.hoshi.r2@dc.tohoku.ac.jp)

²⁾東北大学 大学院工学研究科 准教授(〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06, E-mail:shotaro.yamada.d2@dc.tohoku.ac.jp)

³⁾東北大学 大学院工学研究科(〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06, E-mail:yuta.abep7@dc.tohoku.ac.jp)

⁴⁾東北大学 大学院工学研究科 教授(〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06, E-mail:shotaro.yamada.bl@tohoku.ac.jp)

In bedrock including expansive clay minerals, the pore fluid composition affects the mechanical behavior of the bedrock such as swelling. It is necessary to elucidate the mechanism of the behavior and evaluate the deformation caused by the swelling quantitatively because the swelling behavior of expansive bedrock causes problems when tunnel excavation and earth cutting. Hoshi et al. (2022) proposed a novel model targeting expansive bedrock by means of combining an elastoplastic model considering electro-chemo-mechanical phenomena, which was proposed by Kyokawa et al. (2019), with the Cam-clay model introducing cementation and its degradation due to plastic deformation under infinitesimal deformation theory. This research expands the model to finite deformation theory considering the multiplicative decomposition of the deformation gradient.

Key Words : expansive clay mineral, electro-chemo-mechanical phenomena, cementation, multiplicative decomposition of deformation gradient

1. はじめに

膨潤性粘土鉱物を含む岩盤は、間隙流体の化学組成が力学挙動に影響を及ぼす。岩盤の膨潤現象はトンネル掘削等で問題を生じており、定量的予測が必要である。

Hoshi et al. [1]では微小変形理論の枠組みにおいて、結晶層間の電気-化学-力学作用を考慮した弾塑性モデル[2]とセメンテーションとその劣化を考慮したCam-clay model[3]を融合することで膨潤性岩盤の力学モデルを開発した。そこで本研究では有限変形理論の枠組みにおいて、膨潤変形を含めた変形勾配の乗算分解を用いて従来モデルの有限変形化を行う。

2. 有限変形理論に基づく膨潤性岩盤モデルの定式化

(1) 諸量の定義

変形勾配の乗算分解に基づく有限変形弾塑性理論の枠組みにおいて定式化を行う。次に示すように変形勾配 \mathbf{F} を弾性成分 \mathbf{F}^e と塑性成分 \mathbf{F}^p に加えて膨潤成分 \mathbf{F}^d の3成分へ乗算分解する。

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \mathbf{F}^p \mathbf{F}^d \quad (1)$$

本研究で主に用いる運動学的変数である、中間配置を参照する弾性右Cauchy-Greenテンソル $\bar{\mathbf{C}}^e$ 、塑性速度勾配テ

ンソル $\bar{\mathbf{L}}^p$ を以下のように定義する。

$$\bar{\mathbf{C}}^e = (\mathbf{F}^e)^T \mathbf{F}^e \quad (2)$$

$$\bar{\mathbf{L}}^p = \dot{\mathbf{F}}^p \mathbf{F}^{p-1} \quad (3)$$

$\bar{\mathbf{C}}^e$ は以下のようにスペクトル分解可能である。

$$\bar{\mathbf{C}}^e = \sum_{\alpha=1}^3 (\lambda_{\alpha}^e)^2 (\bar{\mathbf{N}}_{\alpha} \otimes \bar{\mathbf{N}}_{\alpha}) \quad (4)$$

ここで、 λ_{α}^e と $\bar{\mathbf{N}}_{\alpha}$ はそれぞれの固有値と固有ベクトルである。 λ_{α}^e の自然対数を取った $\varepsilon_{\alpha}^e = \ln \lambda_{\alpha}^e$ を弾性主対数ひずみとして定義する。弾性主対数ひずみの不変量として弾性体積対数ひずみ ε_s^e と弾性せん断対数ひずみ $\varepsilon_{s,\alpha}^e$ を以下のように定義する。

$$\varepsilon_s^e = -\sum_{\alpha=1}^3 \varepsilon_{\alpha}^e \quad (5)$$

$$\varepsilon_{s,\alpha}^e = \sqrt{\frac{2}{3} \sum_{\alpha=1}^3 (\varepsilon_{s,\alpha}^e)^2}, \quad \varepsilon_{s,\alpha}^e = -\left(\varepsilon_{\alpha}^e - \frac{1}{3} \sum_{\beta=1}^3 \varepsilon_{\beta}^e \right) \quad (6)$$

膨潤変形勾配テンソル \mathbf{F}^d は以下のように定義する。

$$\mathbf{F}^d = \mathbf{I} + \sum_{k=1}^3 \beta_k (\mathbf{N}_k \otimes \mathbf{N}_k) \quad (7)$$

ただし、 β_k は膨潤性粘土鉱物における結晶層間の距離 d で決定されるスカラー係数である。また、 N_k ($N_i \cdot N_j = \delta_{ij}$) は膨潤変形が進行する方向を表す単位ベクトルであり、膨潤性に関する固有直交異方性を考慮することが可能である。

提案モデルでは、膨潤性岩盤の間隙構造を岩盤骨格で形成される間隙と膨潤性粘土鉱物の結晶層間の間隙の2つで構成される二重間隙構造としている。したがって、全体積ひずみ ε_v を岩盤骨格の体積ひずみ ε_v^{ss} と層間間隙の体積ひずみ ε_v^{il} の和として以下のように定義する。

$$\varepsilon_v = \varepsilon_v^{ss} + \varepsilon_v^{il} \quad (8)$$

$$\varepsilon_v^{ss} = \ln J^{ss} = \ln J^e + \ln J^p \quad (9)$$

$$\varepsilon_v^{il} = \ln J^{il}$$

また、幾何学的な関係から、膨潤変形による体積変化は変形後の層間距離 d および変形前の層間距離 d_0 を用いて次式のように表すこともできる。ただし、間隙比(全体間隙比 e 、層間間隙比 e^{il} 、土粒子骨格間隙比 e^{il})は式(11)のように定義した。

$$\varepsilon_v^{il} = \ln \left(1 + \theta^* \frac{d - d_0}{d_0} \right) \quad (10)$$

$$\theta^* = \frac{e_0^{il}}{1 + e_0^{ss} + e_0^{il}}, e = \frac{V_v}{V_s}, e^{ss} = \frac{V_{il}}{V_s}, e^{il} = \frac{V_{il}}{V_s} \quad (11)$$

以上より、スカラー係数 β_k と層間距離 d には以下のような関係が成立する。

$$\det \left(\mathbf{I} + \sum_{k=1}^3 \beta_k (\mathbf{N}_k \otimes \mathbf{N}_k) \right) = 1 + \theta^* \frac{d - d_0}{d_0} \quad (12)$$

等方的な膨潤を仮定した場合には ($\mathbf{F}^{il} = (1 + \beta)\mathbf{I}$)、 β ($= \beta_1 = \beta_2 = \beta_3$) の具体形は次式のように表される。

$$\beta = \left(1 + \theta^* \frac{d - d_0}{d_0} \right)^{1/3} - 1 \quad (13)$$

結晶層間距離 d は、従来モデルと同様に層間にはたらく一次元的な力のつり合いを満足するように決定する。結晶層間に作用する力として浸透圧 f_r 、van der Waals力 f_a 、水和力 f_h 、有効応力 f_c を考える。

$$f^{il}(c, d, \sigma) = f_a(d) - f_r(c, d) - f_h(d) + f_c(\sigma) = 0 \quad (14)$$

ただし、 c は層間間隙のイオン濃度である。浸透圧、van der Waals力、水和力はいずれも層間距離に対して単調減少関数であり、浸透圧は層間間隙のイオン濃度によっても変化する。以上のつり合い式に加えて(2)で説明するセメンテーションとその劣化を考慮した有限変形Cam-clay modelを用いて岩盤骨格の挙動を表現する。

(2) セメンテーションとその劣化を考慮した有限変形Cam-clay model

本研究では超弾性構成則を用いた定式化を行うため、Hulsby et al. (2005)によって提案された超弾性モデルの特殊形を使用し、現在配置の単位体積当たりに蓄えられる弾性ひずみエネルギー関数 ψ_0 を次式で与える。

$$\psi_0 = \kappa p_r^* \exp \left[\frac{1}{\kappa} \left(\varepsilon_v^e + \frac{3}{2} \tilde{\mu} (\varepsilon_s^e)^2 \right) \right] \quad (15)$$

ここで、 κ は $\ln v - \ln p$ 平面における膨潤指数、 p_r^* は $\ln v - \ln P^{\bar{x}}$ 平面における参照応力であり、 $\ln v - \ln p$ 平面における参照応力 p_r と $p_r = (1 - \kappa)p_r^*$ の関係がある。 $\tilde{\mu}$ は無次元化せん断弾性係数である。本研究では、このひずみエネルギー関数にセメンテーション P_a を加算した関数 ψ をひずみエネルギー関数として再定義することでCauchy応力空間における降伏曲面を静水圧軸に沿って平行移動し、セメント改良土や岩盤が有する引張強度を再現する(図1)。

$$\psi = \psi_0 + P_a \quad (16)$$

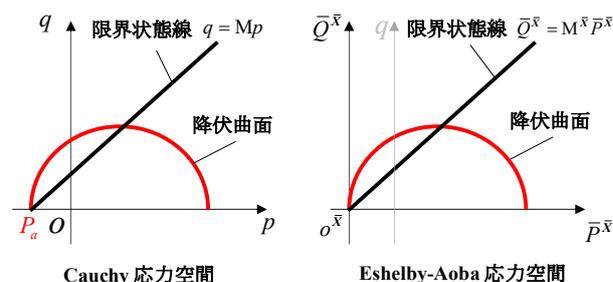


図1 降伏曲面の平行移動

また、塑性変形に起因して岩盤の内部構造が劣化することを表現するためにセメンテーション P_a の発展則を以下のように与える。このように定義することで P_a は塑性変形に伴いゼロに漸近していき、図1に示した降伏曲面の平行移動が解消されていく。

$$\dot{P}_a = V \frac{\dot{\gamma}}{P_r}, \quad V(P_a) = -\alpha P_a \quad (17)$$

ここで、 γ は塑性定数、 α はセメンテーションの劣化指数である。

本研究では、式(18)に示す超弾性構成則によって、中間配置を参照する応力テンソル $\bar{\mathbf{X}}$ を定義する。また、塑性流れ則として式(19)を与える。

$$\bar{\mathbf{X}} = 2\bar{\mathbf{C}}^e \frac{\partial \psi}{\partial \bar{\mathbf{C}}^e} \quad (18)$$

$$\bar{\mathbf{L}}^p = \dot{\gamma} \frac{\partial \bar{f}}{\partial \bar{\mathbf{X}}} \quad (19)$$

また、降伏関数として修正Cam-clay modelの降伏関数を用いる。

$$f(\bar{X}, \bar{P}_c^{\bar{X}}) = \frac{\bar{P}_c^{\bar{X}} (M^{\bar{X}})^2 + (\bar{\eta}^{\bar{X}})^2}{P_r^* (M^{\bar{X}})^2} - \frac{\bar{P}_c^{\bar{X}}}{P_r^*} \quad (20)$$

ただし、 $\bar{P}_c^{\bar{X}}$ と $\bar{\eta}^{\bar{X}}$ はそれぞれ中間配置を参照する応力テンソル \bar{X} に関する平均応力と応力比である。また $M^{\bar{X}}$ は $\ln v - \ln P^{\bar{X}}$ 平面における限界状態定数であり、 $\ln v - \ln p$ における限界状態定数 M と $M^{\bar{X}} = (1 - \kappa)M$ の関係がある。

(1)(2)で述べた諸法則をもとに膨潤性岩盤の乗算分解型弾塑性モデルの定式化を行った。また陰的応力アルゴリズムを構築し、そのアルゴリズムに整合する接線係数を導出した。

3. 数値解析例

(1) 定式化および計算アルゴリズムの妥当性の検討

提案モデルを有限要素解析コードに実装し、図 2 に示す解析モデルについて、等方応力状態において層間隙濃度のみを低下させることによって膨潤解析を行った。

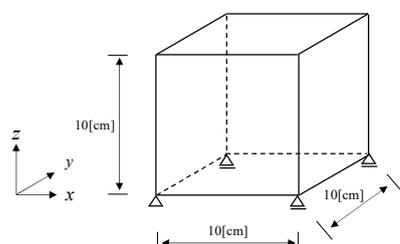


図 2 解析モデル(1要素)

図 3 に等方的な膨潤を仮定した場合 ($\beta_x = \beta_y = \beta_z$)、図 4 に z 軸方向にのみ膨潤が進行すると仮定した場合 ($\beta_x = \beta_y = 0$) の解析結果を示す。それぞれの図には、左側に解析前の $x-z$ 断面図、右側に膨潤解析後の $x-z$ 断面図を示している。

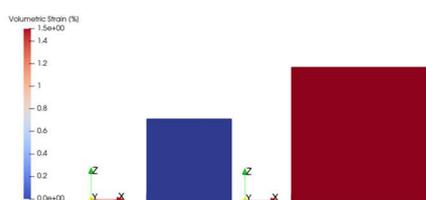


図 3 等方膨潤

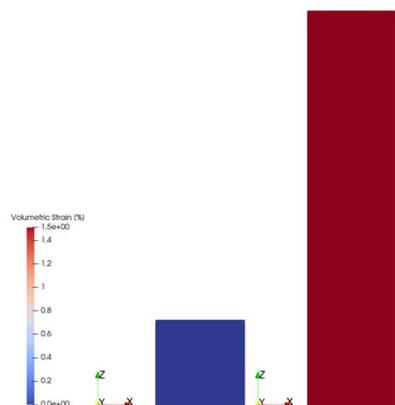
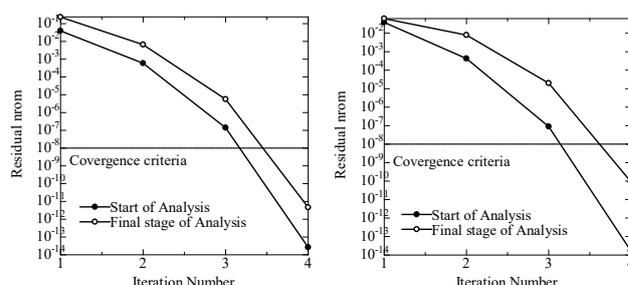


図 4 z 軸方向に膨潤

図 3 では $x-z$ 断面において x 方向と z 方向に変形が生じているのに対して、図 4 では z 方向にのみ変形が生じていることが分かる。以上より、提案モデルによって膨潤性に関する固有異方性が表現可能であることが示された。

導出した整合接線係数を評価するために、図 5 に解析の序盤と終盤における全体 Newton-Raphson 法の反復回数と残差ノルムの関係を示す。いずれも二次収束性が見られるため、導出した整合接線係数が適切であることが確認できた。



(a) 等方膨潤

(b) z 方向

図 5 全体 Newton-Raphson 法の収束状況

4. 結論

本研究では Hoshi et al. [1] で提案した結晶層間の電気-化学-力学作用と内部構造劣化を考慮した膨潤性岩盤の力学モデルの有限変形化を行った。提案モデルは膨潤性に関する異方性が表現可能なモデルとなっており、計算結果は定式化および計算アルゴリズムの妥当性を示している。

参考文献

- [1] Hoshi et al.: Finite Element Analysis of Expansive Bedrock Considering Electro-chemo-mechanical Coupling Phenomena in Crystal Layers of Clay Minerals and Internal Structural Degradation, *Rock. Mech. Rock Eng.*, Vol. 55, pp. 7387–7407, 2022.
- [2] Kyokawa et al.: A method for extending a general constitutive model to consider the electro-chemo-mechanical phenomena of mineral crystals in expansive soils, *Int. J. Numer. Anal. Meth. in Geomech.*, Vol. 44, pp.749-771, 2019.
- [3] Yamada et al.: Method to introduce the cementation effect into existing elasto-plastic constitutive models for soils, *J. Geotech. Geoenv. Eng., ASCE*, 148(5): 04022013, 2022
- [4] Houlsby et al.: Elastic moduli of soils dependent on pressure: a hyperelastic formulation, *Geotechn.*, Vol. 55, pp. 383-392, 2005

弾性地盤の有限変形に伴う接線剛性マトリクス の固有値変化に着目した座屈褶曲の波長決定因子の解明

Elucidation of Wavelength Determinants of Buckling Folds
Focusing on Eigenvalue Changes of Tangential Stiffness Matrix
during Finite Deformation of Elastic Ground

豊田智大¹⁾ 野田利弘²⁾ 大西和也³⁾
Tomohiro Toyoda, Toshihiro Noda and Kazuya Onishi

¹⁾博(工)名古屋大学大学院 土木工学専攻 助教 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: toyoda@civil.nagoya-u.ac.jp)

²⁾博(工)名古屋大学大学院 土木工学専攻 教授 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: noda@civil.nagoya-u.ac.jp)

³⁾修(工)東京電力

The wavelength determinants of buckling folds in elastic soils are discussed focusing on the eigenvalue variation of the tangential stiffness matrix during finite deformation of the soil. While the lower-order mode occurs preferentially in Eulerian buckling, the higher-order modes are often exhibited in buckling folds and their wavelengths are determined by physical properties and stratal composition, independent of the size of the ground. In this paper, we show that the occurrence of such higher-order modes can be explained by (1) the presence of a substrate layer, (2) application of the ultrahigh confining pressure, and (3) fixed bottom displacement.

Key Words : Buckling Fold, Bifurcation, Eigenvalue, Finite Deformation

1. はじめに

水平圧縮を受ける地盤において生じる地形変動のうち、図-1のように地層が波打つように変形する「座屈褶曲」は最も典型的な地形のひとつである。本稿では、この「座屈褶曲」の発生波長が何で決まるかという問いに対し、地盤の有限変形に伴う増分型剛性方程式の接線剛性マトリクスの変化に着目し、分岐理論の観点から解を与えることを目指す。

座屈現象の中でも最も基本的なものは梁の「Euler 座屈」であるが、Euler 座屈の理論によっては、この座屈褶曲の波長を説明することはできない。Euler 座屈では、最初にゼロ固有値を達成する1次モードが優先的に発現するが、その座屈長は部材長に依存し、部材長が2倍になれば座屈長も2倍になる。しかし、水平方向に無限に連なる地盤の「部材長」は無限大（あるいは解析者が便宜的に設定するもの）であるから、座屈褶曲の波長はこの「部材長」に依らず、層厚や物性等の情報のみによって決まると考えられる。

本稿では、弾性地盤における部材長非依存の高次の座屈褶曲の発現メカニズムについて、

- A) 剛性の異なる堆積構造の存在
- B) 超高拘束圧の影響
- C) 底部基盤層の存在

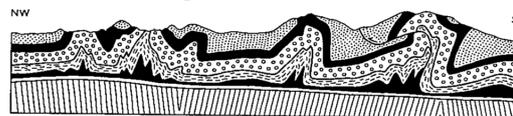
により説明されうることを、一連の有限変形解析および連続固有値解析を通して示す。

2. 定式化および解析手法

本章では、本稿で扱う支配方程式および有限変形解析・固有値解析の手法を示す。



(a) Agios Pavlos, Greece [1]



(b) ジュラ山脈のデコルマ面上位の地層の褶曲 [2]

図-1 座屈褶曲の例

(1) 支配方程式

単一材料の固相からなる連続体の運動方程式は、次式で与えられる。

$$\rho \dot{\mathbf{v}} = \operatorname{div} \mathbf{T} + \rho \mathbf{b} \quad (1)$$

ここに、 ρ は密度、 \mathbf{v} は速度ベクトル、 \mathbf{T} は Cauchy の応力テンソル（引張を正）、 \mathbf{b} は単位質量あたりの物体力ベクトル（一定）である。Updated Lagrange 法に基づ

く速度型の変形解析においては、式(1)の体積積分の物質時間微分をとることで得られる、次の「速度型」の運動方程式を解くこととなる。

$$\rho \dot{\mathbf{v}} = \text{div} \dot{\mathbf{S}}_t \quad (2)$$

ここに、 $\dot{\mathbf{S}}_t$ は次式で定義される公称応力速度テンソルで、表記は Yatomi et al.[3] にしたがう。

$$\dot{\mathbf{S}}_t = \dot{\mathbf{T}} + (\text{tr} \mathbf{D}) \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \quad (3)$$

ここでは、客観応力速度 (Cauchy 応力の Jaumann rate) および構成式 (歪弾性 Hooke 則) を次式で与える。

$$\dot{\mathbf{T}} = \dot{\mathbf{T}} + \mathbf{T} \mathbf{W} - \mathbf{W} \mathbf{T} \quad (4)$$

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathcal{L}[\mathbf{D}] \quad (5)$$

ここに、 \mathbf{L} は速度勾配テンソル、 \mathbf{D} はストレッチングテンソル、 \mathbf{W} はスピテンソル、 \mathcal{L} は線形作用素、 \mathbf{T} は転置作用素である。式(2)に式(3)~(5)を代入すると

$$\rho \dot{\mathbf{v}} = \text{div} \left\{ \mathcal{L}[\mathbf{D}] + (\text{tr} \mathbf{D}) \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T - (\mathbf{T} \mathbf{W} - \mathbf{W} \mathbf{T}) \right\} \quad (6)$$

となる。式(6)右辺の第2~3項 $(\text{tr} \mathbf{D}) \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T$ は、領域の幾何形状の変化に起因して生じる「移流項」、第4項 $(\mathbf{T} \mathbf{W} - \mathbf{W} \mathbf{T})$ は客観応力速度に含まれるスピンに由来する項である。

(2) 有限変形解析

有限変形解析では、式(6)を時空間離散化し与えられた初期条件・境界条件のもとで解くこととなる。空間離散化は有限要素法 (Isoparametric 要素) により行う。式(6)の弱形式は、仮想変位速度ベクトルを $\delta \mathbf{v}$ として、

$$\begin{aligned} & \int_V \rho \dot{\mathbf{v}} \cdot \delta \mathbf{v} dv + \int_V \mathcal{L}[\mathbf{D}] \cdot \delta \mathbf{D} dv \\ & + \int_V \left\{ (\text{tr} \mathbf{D}) \mathbf{T} - \mathbf{T} \mathbf{L}^T \right\} \cdot \delta \mathbf{L} dv + \int_V (\mathbf{T} \mathbf{W} - \mathbf{W} \mathbf{T}) \cdot \delta \mathbf{D} dv \\ & = \int_a \dot{\mathbf{s}}_t \cdot \delta \mathbf{v} da \end{aligned} \quad (7)$$

とかける。ここに、 $\dot{\mathbf{s}}_t = \dot{\mathbf{S}}_t \mathbf{n} = \dot{\mathbf{t}} + \{(\text{tr} \mathbf{D}) - \mathbf{n} \cdot \mathbf{D} \mathbf{n}\} \mathbf{t}$ は公称表面力速度である。 $\delta \mathbf{v}$ の任意性を考慮しつつ展開すると、解くべき常微分方程式として

$$\mathbf{M} \{\dot{\mathbf{v}}\} + \mathbf{K} \{\mathbf{v}\} = \{\dot{\mathbf{f}}\} \quad (8)$$

が得られる。ここに、 \mathbf{M} は質量マトリクス、 \mathbf{K} は接線剛性マトリクス、 $\{\dot{\mathbf{v}}\}$ 、 $\{\mathbf{v}\}$ および $\{\dot{\mathbf{f}}\}$ は、節点ごとの加速度 (躍度)、速度および等価節点力速度からなる列ベクトルである。さらに、接線剛性マトリクス \mathbf{K} の具体形は

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G + \mathbf{K}_W \quad (9)$$

と書かれ、 \mathbf{K}_E は材料の「弾性」に起因する剛性マトリクス (正定値対称)、 \mathbf{K}_G は有限変形場での応力の「移流項」に起因する剛性マトリクス (非対称、いわゆる幾何剛性マトリクス [4])、 \mathbf{K}_W は「スピン」に起因す

る剛性マトリクス (対称) であり、それぞれ式(7)の左辺第2項、第3項、第4項に由来する。ただし、有限変形場での「高次項」としての意味をもつ \mathbf{K}_G 、 \mathbf{K}_W のみならず、材料弾性由来の \mathbf{K}_E もまた、現配置において定義される形状関数から求まる \mathbf{B} マトリクス $[\mathbf{B}]$ を用いて、

$$\mathbf{K}_E = \int_V [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] dv \quad (10)$$

と書かれ、その要素の形状は刻々と変化するから、その成分の値は一定とはならない点に注意されたい。なお、 $[\mathbf{D}]$ は対象要素の弾性係数マトリクスである。

有限変形解析においては、式(8)をさらに Wilson- θ 法により躍度の線形性を仮定しつつ時間離散化し、Updated Lagrange 法によりステップ毎に次刻の状態を iterative に予測・更新してゆくこととなるが、時間離散化された方程式の具体形は紙幅の都合上割愛する。解析手法の詳細は Noda et al.[5] を参照されたい。

(3) 連続固有値解析

本稿では、系の固有値変化に着目するため、前節の有限変形解析における iteration 収束後の状態をもとに作成した接線剛性マトリクス \mathbf{K} について、固有値解析を step 毎に行い、各固有モードの固有値がどのように時間変化するか調べた。

具体的な計算方法は、以下のとおりである。ある時刻において固有値解析を行うと、系の未知自由度数 (N 個とする) と同じ数の固有モード (固有値と固有ベクトル) が求まるが、その固有値および固有ベクトルの値は、有限変形に伴う接線剛性マトリクスの成分の変化に伴い時々刻々と変化してゆく。したがって、各モードの固有値変化を捉えるためには、step 前後のそれぞれの時刻における固有値解析の結果を比較・照合し、変形前後で同一とみなせる固有モードの組を都度特定する必要がある。ここでは、step 更新前の時刻 (時刻 $t = t$) における正規化された固有ベクトル \mathbf{p}_i ($i = 1 \sim N$) と step 更新後の時刻 (時刻 $t = t + \Delta t$) における正規化された固有ベクトル \mathbf{q}_j ($j = 1 \sim N$) の類似度を「cos 類似度」(更新後の固有ベクトルの更新前の固有ベクトルに対する方向余弦) として

$$\cos \theta_{ij} = \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{q}_j \quad (11)$$

と定義し、その絶対値が最も 1 に近い組合せが変形前後で同一の固有モードであると判定した。また、固有値解析には intel の数値演算ライブラリより汎用非対称固有値ソルバ (dggev) を使用した。

なお、ここでの有限変形解析は慣性力を考慮した動的解析であり、常微分方程式(8)を時間離散化して得られる「解くべき連立方程式」の係数マトリクスは質量マトリクス \mathbf{M} と接線剛性マトリクス \mathbf{K} を重ね合わせた形をとる。一方、ここでの固有値解析は、慣性由来のみかけの剛性ではなく、系が本質的に有する剛性を評価するため、固有値解析は接線剛性マトリクス \mathbf{K} そのものの固有値を求める計算を指し、時間離散化して得られた連立方程式の係数マトリクスの固有値でも、慣性項を考慮した一般固有値問題の固有値でもない点を

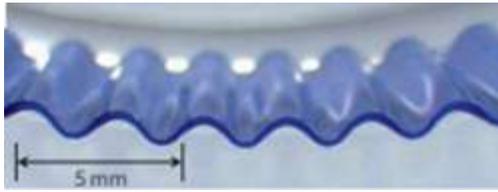
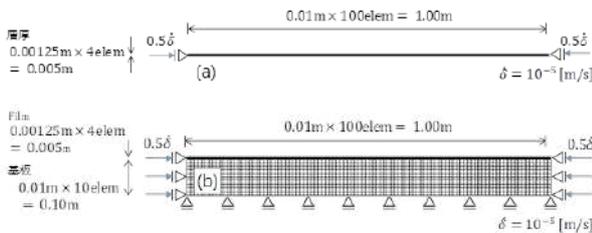


図-2 Film 表面にみられる「しわ」

図-3 有限要素メッシュおよび境界条件
(a) Case 1, (b) Case 2

補足しておく。また、境界上での既知表面力の移流についても、同様の理由から、ここでは剛性マトリクスに含めないこととした。

3. 剛性の異なる堆積構造の影響

機械・材料工学分野においては、樹脂などの弾性基板 (substrate) に接合された膜 (film) に発生する図-2 のような「しわ」の発生波長が、部材長に依拠せず物性のみによって決まる性質を有することが知られており、古典的には弾性床上の梁理論 (Winkler モデル) [4] による説明がなされている。そこで本章では、この film の「しわ」との類推から、座屈褶曲の発生波長の決定因子を剛性の異なる堆積構造に求め、水平一様圧縮過程での固有値変化を求めた。

(1) 解析条件

図-3 のような 2 種類の二次元平面ひずみ有限要素メッシュを用意し、左右両端に水平変位速度を与えたときの一様圧縮変形とその過程での各モードの固有値変化を求める。Case 1 は film のみの圧縮変形を解くものであり、Euler 座屈を生じる境界条件である。一方、Case 2 はこの film が相対的に剛性の小さい substrate に接合された複合系の圧縮変形を解くものであり、地表面においてしわ (座屈褶曲) を生じる境界条件である。さらに、Case 2 の水平方向の模型長を 2 倍とした Case 3 についても同様の解析を実施した。材料定数はそれぞれ表-1 のとおり設定した。

表-1 材料定数

| | Film | Substrate |
|----------------------------------|--------------------|--------------------|
| Young 率 E (kN/m ²) | 0.57×10^6 | 0.57×10^2 |
| Poisson 比 ν | 0.30 | 0.30 |

(2) 解析結果

Case 1, Case 2 について、完全系 (一様変形) における各固有モードの固有値変化を図-4, 図-5 にそれぞれ示す。

まず、Case 1 では、各モードの固有値が図-4 のように次第に減少し、低次のモードから順にゼロ固有値 (分岐点) を経験する。つまり、メッシュに少しでも歪みがある場合 (幾何学的初期不整を与える不完全系の解析) では、低次のモード (波長が長いモード) が優先的に発現することとなる。この結果は、一般的な梁における Euler 座屈の理論と一致する。

これに対し、substrate の存在を考慮をした Case 2 では、図-5 のように、解析初期の高次モード (● Mode 4) が低次のモード (● Mode 1, ● Mode 2, ● Mode 3) を追い抜き、最初にゼロ固有値を達成する。このような固有モードの順序逆転により、substrate に接合された film においては、幾何不整の存在下で高次の「しわ」が出現することとなる。なお、このような固有値の逆転は、増分型の有限変形解析により固有値変化を連続的に追跡したからこそ初めて観察できるものである。

次に、Case 2 において地盤の水平方向の全長を 2 倍にした場合 (Case 3) について、同様の連続固有値解析を行った結果を図-6 に示す。同解析において最初にゼロ固有値を達成する ● Mode 6 の波長は、先の Case 2 の ● Mode 4 の波長と一致することから、substrate 上の film において発生するしわの部材長非依存性が確認できる。また、紙幅の都合上省略するが、本解析において層厚と剛性を系統的に変えた際の最低次モードの波長の変化は、Winkler モデル [4] において、弾性床の梁の水平方向の連続性と弾性床の変形の鉛直一次元性を仮定して導出される最低次モードの波長 λ の理論解

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{4\pi^4}{3} E_p^{1/4} E_c^{-1/4} h^{3/4} H^{1/4}} \quad (12)$$

$$E_c = \frac{(1-\nu)E_s}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (13)$$

と一致することを確認している。ここに、 E_p , E_s はそれぞれ film および substrate の Young 率、 h , H はそれぞれ film および substrate の層厚である。

4. 超高拘束圧作用下での高次モードの発現

本章では、プレート沈み込み帯における地層のように、対象領域が高拘束圧作用下にある場合を考える。このような環境下においては、領域の幾何形状変化により生じる「移流項」の存在に起因して、たとえ剛性が一様であったとしても、高次モードの座屈褶曲が発現しうることを解析的に示す。

(1) 解析条件

ここでは、地盤中の単一の地層 (コンピテント層) に着目し、図-7 のような一様材料からなる矩形領域の水平圧縮を解く。ただし、初期応力として地盤全体に一様な等方圧を表-2 のとおり 2 種類与えた (Case 4, Case 5)。一様弾性体の材料定数は 3 章の film と同一とした。

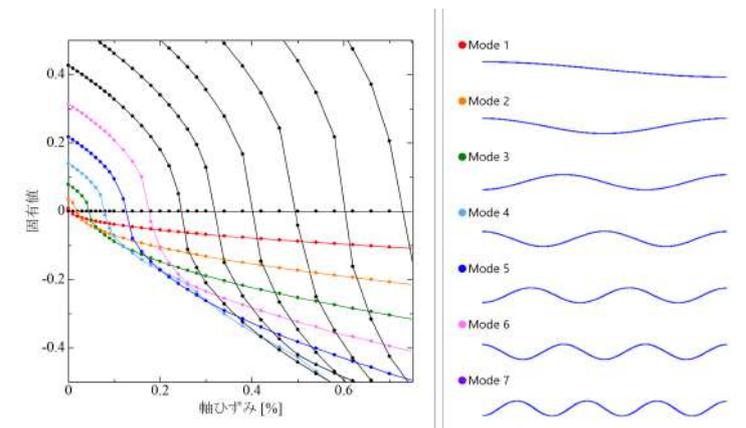


図-4 各固有モードの固有値変化 (Case 1 : film のみ)

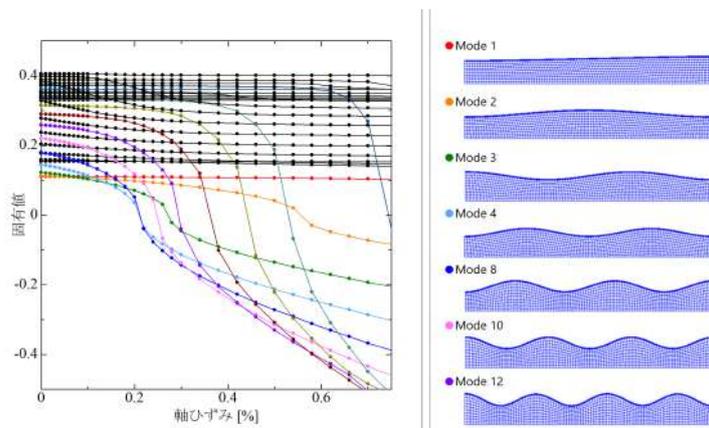


図-5 各固有モードの固有値変化 (Case 2 : film+substrate)

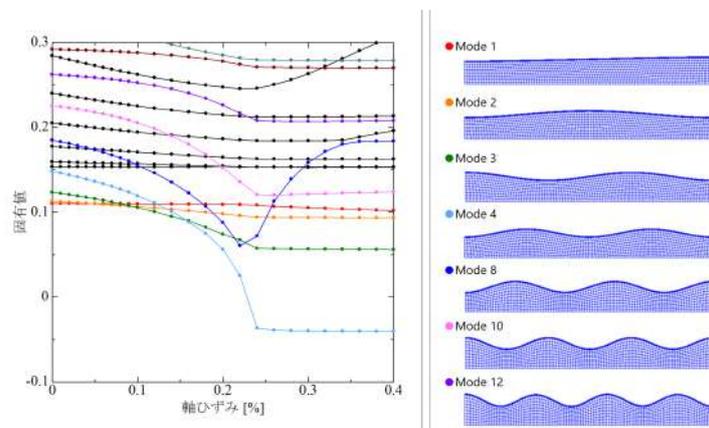


図-6 各固有モードの固有値変化 (Case 3 : Case 2 の模型全長を 2 倍にした解析)



図-7 有限要素メッシュおよび境界条件 (Case 4, Case 5)

表-2 解析条件

| | 初期等方圧 (kPa) |
|--------|-----------------|
| Case 4 | 0 |
| Case 5 | 2×10^4 |

(2) 解析結果

Case 4, Case 5 について, 一様変形中の固有値変化を図-8, 図-9 にそれぞれ示す。

Case 4 では, 前節の Case 1 と同様, 解析初期 (軸ひずみ 0%) における固有値は (恒等的にゼロ固有値をとる剛体変位モードを除き) いずれのモードに対しても正值となるが, 変形に伴い, 低次モード (● Mode 1) から順にゼロ固有値を達成してゆく (Euler 座屈)。

これに対し, 初期超高等方圧を与えた Case 5 では, 低次モード (● Mode 1 ~ ● Mode 5) は解析初期から負固有値をとり, その後の圧縮過程でも正值に転じないことが確認される。これにより, 初めてゼロ固有値を経験し分岐を生じるのは高次モード (● Mode 6) となる。本稿では紙幅の都合上割愛するが, Case 5 において, 幾何学的初期不整としてホワイトノイズを与えた不完全系の解析を実施すると, 確かに Mode 6 の波長の褶曲が発現することを確認している。

このような解析初期の無変形状態における低次モードの固有値の負値化は, 「移流項」(式 (3) 中の $(\text{tr}D)T-TL^T$) の存在に由来する。すなわち, この移流項は, 無応力状態 ($T=O$) では $K_G=[O]$ となり接線剛性マトリクス K に対し一切寄与しないが, 無変形状態であっても, 応力テンソル T の成分が非零であれば K の成分および固有値の値に影響することによる。

なお, 前章~本章の解析において, 幾何剛性行列 K_G を外して K の固有値解析を行うと, 座標の変化に伴い弾性剛性マトリクス K_E の値は僅かに変化するものの, すべての固有モードの固有値は正のまま推移する。このことは, 座標は更新するが移流項を考慮しない不完全な有限変形解析においては, 移流項由来の不安定化現象を見落とす可能性があることを示唆している (移流項の重要性)。一方, スピン由来の剛性マトリクス K_W については, 軸ひずみ 20~30%前後までの範囲では, その考慮の有無に応じて固有値の推移に明確な差異が生じることはなかった。これは, 本稿の解析対象がスピンを生じない一様変形解析であることによると考えられるが, 軸ひずみ 50%を超える超大変形解析においては, この影響も明確に現れることとなる。これについては次章で触れる。

5. 基盤固定の影響

水平圧縮作用下にある地盤においては, ときに大規模な平行変位を有するすべり帯 (デコルマ) が形成され, その上盤側では, 衝上断層群 (imbrication) のほか, 図-1(b) のような大規模な褶曲の形成がしばしば認められる。ここでは, デコルマ上盤側の領域において発達する座屈褶曲について, デコルマ面での「鉛直変位の拘束」の下であれば (上述の堆積構造および等方拘束圧を考慮せずとも) 高次モードの波長の発現が説明できることを示す。

(1) 解析条件

新たに Case 6 として, Case 4 の有限要素メッシュ図-7 の底面鉛直変位を固定したうえで, 領域の一様水平圧縮を解く解析を実施した。その他の材料定数および初

期条件は Case 4 に準拠した。同解析は, 模型底面 (デコルマ面) を上下対称軸と見做せば, Euler 座屈の問題において図心軸の面外方向変位を生じる固有モードの発現を拘束した解析と等価である。

(2) 解析結果

Case 6 の固有値解析結果を図-10 に示す。同図より, 底面鉛直変位を拘束したことで, 2~3 章までで解かれたような図心軸の面外変位を生じるモードのかわりに, 地表面に高次の起伏を生じるモード (● Mode 4~, デコルマ面を対称軸とみなしたときの上下対称モード) が軸ひずみ $\varepsilon_a = 42%$ を超える大圧縮ののちに, 一斉にゼロ固有値を経験することが確認される。この事実から, 大変形後の高次モードの発現が基盤鉛直変位拘束の効果として説明されうることが理解できる。

ただし, 高次対称モード群の各モードがゼロ固有値をほぼ一斉に経験することは, これらのモードの分岐点が互いに近接して存在することを意味する。このため, 変形計算実行時の step 毎の時間刻み幅の設定やゼロ固有値に至るまでの数値誤差の累積状況によっても, どの高次モードの変形が卓越するかは大きく変化しうるため, 実際に発現するモードの特定は困難である点に注意を要する。

ところで, 2~3 章で一連の解析においては, 接線剛性マトリクス K に占めるスピン由来項 K_W の影響はごく限定的であったが, 本章の解析においては, K_W の項を除外した上で K の固有値解析を行うと, 全てのモードの固有値が正值のまま推移することとなり, 座屈褶曲の発現を説明できない。換言すれば, 本章のメカニズムにより座屈褶曲を説明する場合には, スピン項の考慮は必須であると言える。なお, この事実は, 亜弾性構成式において採用する客観応力速度によっても分岐点位置が変化しうることを意味するが, その具体の影響については今後検討する。

6. おわりに

本稿では, updated Lagrange 法に基づく増分型変形解析における接線剛性マトリクスの各固有モードの固有値変化を連続的に追跡する解析手法により, 座屈褶曲における高次モードの発現が A) 剛性の異なる堆積構造, B) 超高等方拘束圧の作用, C) 底部基盤層の存在の影響として説明されうることを示した。

今後は, 衝上断層群 (imbrication) や Riedel せん断帯をはじめとする種々の断層変位地形の発生形態の本質的理解に向けて, 地盤の材料非線形性 (弾塑性), とくに脆性材料の軟化現象に由来する不安定化 (負固有値の実現) についても検討する。

謝辞: 本研究は, 科学研究費補助金 (基盤研究 (B)): 課題番号 22H01586) の補助を受けて実施した。

参考文献

- [1] Geology In: Agios Pavlos, <https://www.geologyin.com/2014/06/amazing-folding-rocks-at-agia-pavlos.html>, 2023.4.6 閲覧。

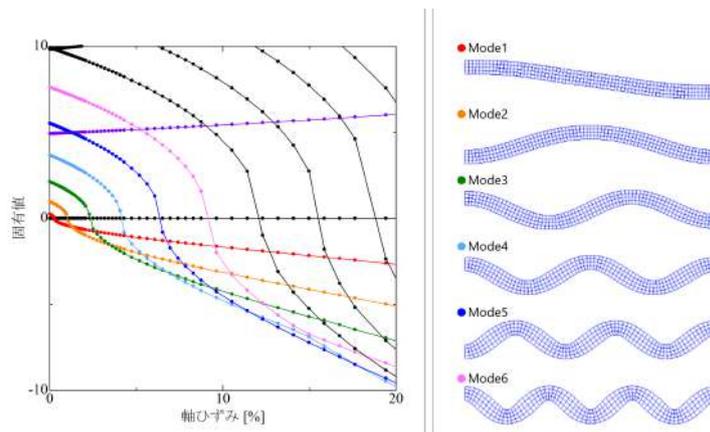


図-8 各固有モードの固有値変化 (Case 4: 等方拘束圧 0 kPa)

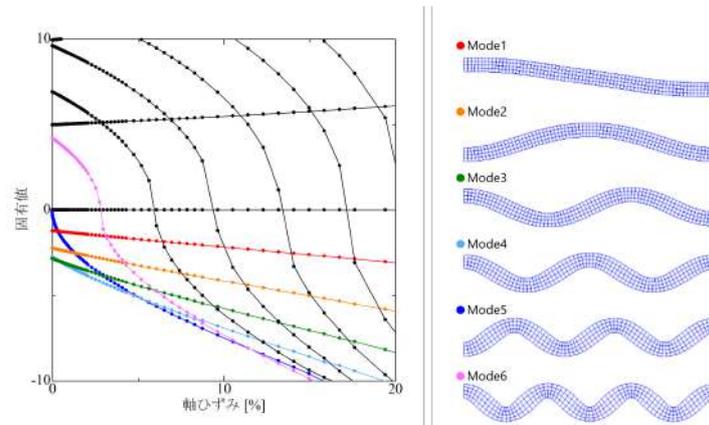


図-9 各固有モードの固有値変化 (Case 5: 等方拘束圧 2×10^4 kPa)

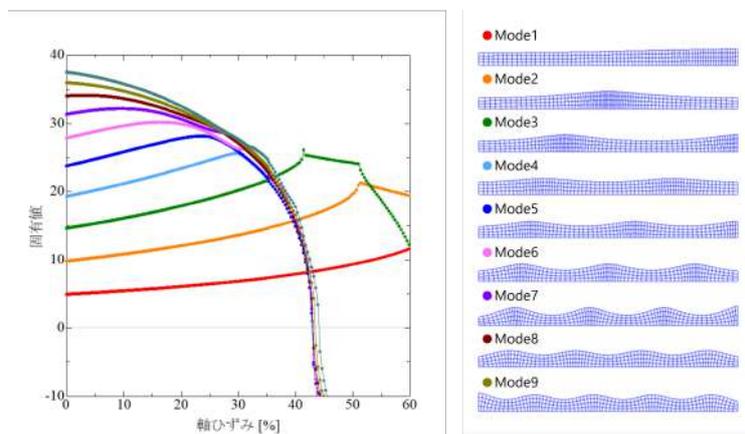


図-10 各固有モードの固有値変化 (Case 6: Case 4 において底面鉛直変位を固定した解析)

- [2] 狩野謙一, 村田明広: 構造地質学, 朝倉書店, pp.129-137, 1998.
- [3] Yatomi, C. et al.: General theory of shear bands formation by a non-coaxial Cam-clay model, *Soils Found.*, Vol.29, No.3, pp.41-53, 1989.
- [4] 池田清宏, 室田一雄: 構造系の座屈と分岐, コロナ社, pp.74-89, 2001.
- [5] Noda, T. et al.: Soil-water coupled finite deformation

analysis based on a rate-type equation of motion incorporating the SYS Cam-clay model, *Soils Found.*, Vol.48, No.6, pp.771-790, 2008.

09:45 ~ 10:00 (2023年6月2日(金) 09:00 ~ 10:15 会場B)

[B-10-04] 速度型 Space-Time有限要素法による ALE大変形解析

*清水 紫媛¹、藤澤 和謙¹、Sharma Vikas¹ (1. 京都大学)

流体遷移を考慮した粒状体流れの構成則を用いた MPM 土砂流動解析

Simulations of Earthquake-induced Landslides
by MPM and Constitutive law of granular flow considering fluid transition

木村凌一¹⁾ 飛弾野壮真²⁾ 潘紹元³⁾ 菅井理一⁴⁾ 森口周二⁵⁾ 寺田賢二郎⁶⁾

Ryoichi Kimura, Souma Hidano, Pan Shaoyuan, Riichi Sugai, Shuji Moriguchi and Kenjiro Terada

¹⁾ 東北大学 工学研究科 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, E-mail: kimura.ryoichi.r6@dc.tohoku.ac.jp)

²⁾ 修(工) 東北大学 工学研究科 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, E-mail: souma.hidano.t4@dc.tohoku.ac.jp)

³⁾ 修(工) 東北大学 工学研究科 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, E-mail: pan.shaoyuan.t6@dc.tohoku.ac.jp)

⁴⁾ 修(工) 東北大学 工学研究科 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, E-mail: riichi.sugai.r8@dc.tohoku.ac.jp)

⁵⁾ 博(工) 東北大学災害科学国際研究所 准教授 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, E-mail: s_mori@irides.tohoku.ac.jp)

⁶⁾ 博(工) 東北大学災害科学国際研究所 教授 (〒 980-8572 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 468-1, E-mail: tei@irides.tohoku.ac.jp)

In the last two or three decades, there has been consecutive interest in numerical simulation of damage caused by slope disaster such as landslides and mudslides triggered by earthquakes. It is, however, difficult to represent the collapse and subsequent sediment flow that are transitioned from the elasto-plastic and/or damage behavior of soil. To predict such a transitional behavior between solid and fluid states of soil, a single constitutive model for either solid or fluid is inappropriate and multiple models representing individual states should be properly combined. To tackle this issue, we explore the novel constitutive model capable of representing the transition between solid and fluid states and discuss its applicability to the analysis of sediment flow induced by earthquakes using an elaborate terrain model. The model is formulated by the combined use of the Jaumann velocity-based hypoelastic-plastic constitutive law of Dunatunga et al. which is equipped with the $\mu - I$ rheological model for granular flow proposed by Jop et al, and the standard Newtonian viscous model, and is implemented into the material point method (MPM). The resulting analysis tool has a capability to simulate collapse of soil structures and a sediment flow stemming from and ceasing at sedimented states. After the basic performance of the proposed constitutive model is validated, several numerical examples are presented to demonstrate the capability in reproducing the transitional behavior from/to the sedimented state to/from the sediment flow. Also, to clarify the mechanism of sediment flow under the influence of seismic force and predict the subsequent sedimented state, we conduct a simulation of the landslide in the grounds of the Ebisu Circuit, which was caused by the Fukushima earthquake on February 13, 2021 using an actual terrain model with the detailed 0.5 meter topography data.

Key Words : MPM, Elasto-plasticity, Sediment flow, Landslide, Transition between solid and fluid, Actual terrain model

1. はじめに

災害の数値シミュレーションは、災害リスクを評価する強力な手段として、今後の防災・減災に重要な役割を果たすと期待されている。しかし、土砂災害などの斜面災害では、固体と流体、あるいはそれに準ずる固体の流動挙動や、固相と液相の遷移挙動を表現する必要があり、シミュレーションが非常に困難であると考えられている。ゆえに、本研究対象である図1のような地盤が堆積している状態(固体状態)から地震力等の外力によって崩壊し、流動化して再度堆積するまでの過程を一貫して表現可能な材料モデルは発展途上である。土を構成する要素は土粒子・水・空気であるが、これらが一体となった土の変形あるいは流動挙動を精緻に表現するのは非常に困難で、解析手法やモデル化には多くの困難な問題を抱えている。特に拘束圧やせん断速度に応じて土の状態が固体的から流体的に

遷移するため、数値シミュレーションでは各状態に応じて材料モデルを変化させる必要がある。これらの問題を解決できる高度な解析手法の開発することで、防災・減災の観点から重要な情報をどの程度予測できるかを定量的に把握し、適切なリスク評価が可能になる。このような背景から、本研究の目的は、固体的な挙動から流動的な挙動を一貫して表現できる遷移モデルを提案し、土砂流動のような大変形を伴う解析に対応可能なMPMに組み込むことで土砂流動を数値シミュレーションによって再現することである。本研究では、土砂の固体的な挙動と流体的な挙動の遷移を表現可能な構成モデルをMPMに組み込んだ解析手法について、既往の解析手法による斜面流動解析の結果との比較を通して検証する。そして、2021年2月に福島県沖で発生した地震による福島県二本松市の斜面崩壊の事例の再現解析を行い、実際の崩壊形状との比較検討を行う。



図-1 エビスサーキットの土砂崩れ

2. MPM(Material Point Method)

(1) MPM の特徴

MPM(Material Point Method)は, Sulsky ら [1] によって提案された固体連続体解析のための粒子法である. 1950 年代に流体力学の分野で開発された PIC (particle-in-cell) 法 [2] が起源となっている. PIC は過剰なエネルギー散逸が問題であったが, 1986 年に Brackbill ら [3] はこの問題を克服し, FLIP (Fluid Implicit Particle Method) を開発した. この考えを固体力学の問題に適用できるように改良・発展させた手法が MPM である.

MPM の計算領域の模式図を図 2 に示す. 解析対象を Lagrange 粒子で離散化して表現し, 背面に Euler 格子を配置する. また, すべての物理量 (質量や体積, 変形勾配等) の情報は Lagrange 粒子が有している. MPM はこれらの Lagrange 粒子と Euler 格子を用いて以下の流れで計算を行う.

1. Lagrange 粒子が持つ物理量の情報を各計算ステップの初めに背面に設定する Euler 格子上的点 (ノード) にマッピングすることで, ノード上でラグランジュ的に変形を計算する.
2. ノードで計算された情報を再度粒子に補間することで更新し, これを基に移流の計算をする.
3. 背面の格子を元の格子の形状にリセットして次ステップの計算 (1 番) へと進む.

以上の計算フローの模式図を図 3 に示す.

計算ステップごとに格子がリセットされるため, 大変形を伴う解析でも計算格子が破綻することがないという利点がある. 加えて, SPH[4,5] や MPS[6] 等の他の粒子法と比較すると, 粒子間の近傍探索を必要としないため, 以下の点が MPM の利点として挙げられる.

- (a) 粒子間の近傍探索を必要としないため, 計算コストを抑えることができる点
- (b) 粒子を積分点, 格子を要素とみなせば, FEM(Finite Element Method) の計算と非常に類似しており, 既往の FEM を用いた研究成果との置き換えが容易である点
- (c) 直交格子の領域分割による並列化が比較的容易であり, 計算効率が良くなる点

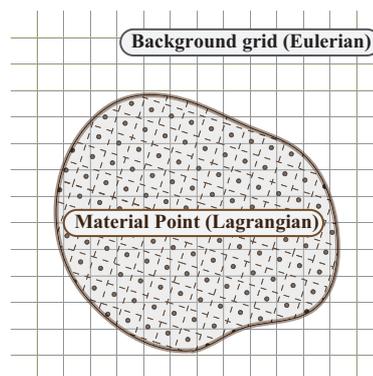


図-2 MPM の概念図

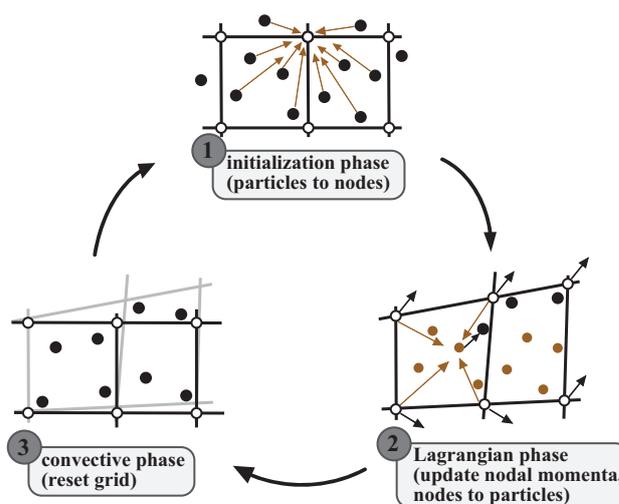


図-3 MPM の計算フロー

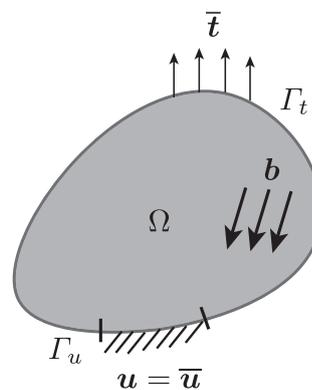


図-4 連続体モデル

(2) 支配方程式

図 4 に示すような純粋に負荷を受けている連続体の支配方程式は以下の通りである.

$$\frac{D\rho}{Dt} = \rho \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{b} \quad (2)$$

$$\rho \frac{De}{Dt} = \mathbf{d} : \boldsymbol{\sigma} \quad (3)$$

$$\mathbf{d} = \frac{1}{2}(\mathbf{l} + \mathbf{l}^t) \quad (4)$$

$$\overset{\nabla}{\sigma} = f_t(\mathbf{d}, \sigma) \quad (5)$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t=0) = \mathbf{v}_0, \quad \sigma(\mathbf{x}, t=0) = \sigma_0 \quad (6)$$

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \quad \text{on } \Gamma_u \quad (7)$$

$$\mathbf{t} = \bar{\mathbf{t}} \quad \text{on } \Gamma_t \quad (8)$$

式(1)から式(8)は順に、質量保存則、運動量保存則、エネルギー保存則、変形速度と速度勾配の関係、構成式、初期条件、基本境界条件、自然境界条件である。また、 $\rho, \mathbf{v}, \sigma, \mathbf{b}, e, \mathbf{d}, \mathbf{l}, \overset{\nabla}{\sigma}, \bar{\mathbf{u}}, \bar{\mathbf{t}}$ はそれぞれ、密度、速度、コーシ応力テンソル、体積力、比内部エネルギー、変形速度テンソル、速度勾配テンソル、Cauchy 応力のJaumann 速度テンソル、変位ベクトル、既知の表面力ベクトルである。

(3) 離散化

MPMの空間離散化はFEMのように、弱形式を基礎式とする。運動方程式(2)の弱形式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \rho \delta u_i a_i d\Omega + \int_{\Omega} \rho \frac{\partial \delta u_i}{\partial x_j} \sigma_{ij}^s d\Omega \\ & = \int_{\Omega} \rho \delta u_i b_i d\Omega + \int_{\Gamma_t} \rho \delta u_i t_i^s d\Gamma \end{aligned} \quad (9)$$

ここで Γ は領域境界、 $\sigma_{ij}^s = \sigma_{ij}/\rho$ は比応力、 $t_i^s = \bar{t}_i/\rho$ は比表面力ベクトルである。

式(9)における物理量を粒子について内挿関数を用いて補間することで離散化を行う。 Ω 内の点における粒子の質量 M_P を用いて、連続体の内部における点Pの密度 ρ は以下のように表すことができる。

$$\rho(\mathbf{x}, t) = \sum_{P=1}^{n_P} M_P \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_P) \quad (10)$$

ここで、 n_P は全粒子数、 δ は体積の逆数の次元をもつDiracのデルタ関数、 \mathbf{x}_P は粒子の空間座標である。

式(9)と式(10)より、次式を得る。

$$\begin{aligned} & \sum_{P=1}^{n_P} M_P \delta u_i(\mathbf{x}_P) a_i(\mathbf{x}_P) + \sum_{P=1}^{n_P} M_P \frac{\partial \delta u_i}{\partial x_j} \bigg|_{(\mathbf{x}_P)} \sigma_{ij}^s(\mathbf{x}_P) \\ & = \sum_{P=1}^{n_P} M_P \delta u_i(\mathbf{x}_P) b_i(\mathbf{x}_P) + \int_{\Gamma_t} \rho \delta u_i t_i^s d\Gamma \end{aligned} \quad (11)$$

また、格子点 I と粒子を補間する内挿関数を $N_I(\mathbf{x})$ とし、加速度と仮想変位をそれぞれ以下のように表す。

$$\begin{cases} a_i(\mathbf{x}_P) = \sum_{I=1}^{n_n} N_I(\mathbf{x}_P) a_{Ii} \\ \delta u_i(\mathbf{x}_P) = \sum_{I=1}^{n_n} N_I(\mathbf{x}_P) \delta u_{Ii} \end{cases} \quad (12)$$

ただし、 $a_{Ii}, \delta u_{Ii}$ は、それぞれ格子点 I における加速度ベクトルと仮想変位ベクトルの i 成分を示す。

式(11)に式(12)を代入し、仮想変位の任意性を考慮することで次式を得る。

$$\begin{aligned} & \sum_{P=1}^{n_P} M_P N_I(\mathbf{x}_P) \sum_{I=1}^{n_n} N_I(\mathbf{x}_P) a_{Ii} \\ & + \sum_{P=1}^{n_P} M_P \frac{\partial N_I}{\partial x_j} \bigg|_{(\mathbf{x}_P)} \sigma_{ij}^s(\mathbf{x}_P) \\ & = \sum_{P=1}^{n_P} M_P N_I(\mathbf{x}_P) b_i(\mathbf{x}_P) + \int_{\Gamma_t} \rho \delta u_i t_i^s d\Gamma \end{aligned} \quad (13)$$

この式は以下のようにまとめることができる。

$$\sum_{J=1}^{n_n} m_{IJ} a_{Ji} = f_{Ii}^{\text{exp}} + f_{Ii}^{\text{int}} \quad (14)$$

ここで、各項は以下の通りである。

$$\begin{aligned} \sum_{J=1}^{n_n} m_{IJ} a_{Ji} & = \sum_{P=1}^{n_P} M_P N_I(\mathbf{x}_P) \left(\sum_{J=1}^{n_n} N_J(\mathbf{x}_P) a_{Ji} \right) \\ & = \sum_{P=1}^{n_P} \sum_{J=1}^{n_n} M_P N_J(\mathbf{x}_P) N_I(\mathbf{x}_P) a_{Ji} \\ f_{Ii}^{\text{exp}} & = \sum_{P=1}^{n_P} M_P N_I(\mathbf{x}_P) b_i(\mathbf{x}_P) + \int_{\Gamma_t} \rho \delta u_i t_i^s d\Gamma \\ f_{Ii}^{\text{int}} & = - \sum_{P=1}^{n_P} \frac{M_P}{\rho} \sigma_{ij}(\mathbf{x}_P) \frac{\partial N_I}{\partial x_j} \bigg|_{(\mathbf{x}_P)} \\ & = - \sum_{P=1}^{n_P} V_P \sigma_{ij}(\mathbf{x}_P) \frac{\partial N_I}{\partial x_j} \bigg|_{(\mathbf{x}_P)} \end{aligned} \quad (15)$$

さらに、この式の第1式は質量集中行列($\sum_{I=1}^{n_n} N_I = 1$)を用いて以下のように書き換えることができる。

$$\begin{aligned} \sum_{J=1}^{n_n} m_{IJ} a_{Ji} & = \sum_{P=1}^{n_P} \sum_{J=1}^{n_n} M_P N_I(\mathbf{x}_P) N_J(\mathbf{x}_P) a_{Ji} \\ & \approx \sum_{P=1}^{n_P} M_P N_I(\mathbf{x}_P) a_{Ii} = m_I a_{Ii} \end{aligned} \quad (16)$$

以上より、格子点 I において次式が成り立ち、ノードごとに方程式を解くことができる。

$$m_I a_{Ii} = f_{Ii}^{\text{ext}} + f_{Ii}^{\text{int}} \equiv f_{Ii}^t \quad (17)$$

本研究では時間積分に対して動的陽解法を採用する。式(17)より、時刻 t における加速度ベクトル a_{Ii}^t を時刻 t における外力と内力の合力 f_{Ii}^t を用いて次式で算定する。

$$a_{Ii}^t = \frac{f_{Ii}^t}{m_{Ii}^t} \quad (\text{no sum.}) \quad (18)$$

また、時間ステップの幅を Δt として前進差分を適用することで、次ステップの速度ベクトル $v_{Ii}^{t+\Delta t}$ は次式で得られる。

$$v_{Ii}^{t+\Delta t} = v_{Ii}^t + \Delta t a_{Ii}^t \quad (19)$$

上式で得られた速度ベクトル $v_{li}^{t+\Delta t}$ を粒子にマッピングして粒子速度 $V_p^{t+\Delta t}$ を次式で求める。

$$\begin{aligned} V_p^{t+\Delta t} &= V_p^t + \Delta t \sum_{li} N_{li}(\mathbf{x}_p) a_{li}^t \\ &= V_p^t + \sum_{li} N_{li}(\mathbf{x}_p) (v_{li}^{t+\Delta t} - v_{li}^t) \end{aligned} \quad (20)$$

上式で得られた粒子の速度を用いて各物理量を更新する。しかしながら、式(18)において、格子点の質量 m_{li}^t が小さい場合、過剰な加速度が発生し、速度勾配が大きくなるため、粒子の応力が損なわれる恐れがある (small mass issue)。そこで本研究では次項に示す MUSL を用いて物理量の計算を行う。

(4) MUSL

前項で述べた small mass issue を解決するため、MUSL[1]を用いる。MUSLは、格子点と粒子の運動量を用いて加速度(速度)を計算し、更新された速度を用いて各ステップの物理量を求めるアルゴリズムである。式(20)に続いて以下のように速度更新を行う。

内挿関数を用いて格子点および粒子の運動量は次式で関連付けられる。

$$(mv)_{li}^{t+\Delta t} = \sum_{p=1}^{n_p} N_l(\mathbf{x}_p) (MV)_p^{t+\Delta t} \quad (21)$$

ここで、 mv 、 MV はそれぞれノードの運動量、粒子の運動量である。

式(21)より、 $v_{li}^{t+\Delta t}$ は以下のように表せる。

$$v_{li}^{t+\Delta t} = \frac{\sum_{p=1}^{n_p} N_l(\mathbf{x}_p) (MV)_p^{t+\Delta t}}{m_{li}^t} \quad (22)$$

上式で得られた $v_{li}^{t+\Delta t}$ を用いて式(20)を更新し粒子の速度を得る。さらに各ステップごとの物理量を更新する。

3. 構成則

(1) 固体的な挙動を表現するモデル

固体の挙動は Dunatunga ら [7] が提案したモデルを採用する。亜弾性構成則は Jauman 速度 $\overset{\nabla}{\sigma}$ に基づき次式で表す。

$$\overset{\nabla}{\sigma} = \dot{\sigma}_s + \sigma_s W - W \sigma_s = \mathbf{D} : (\mathbf{d} - \mathbf{d}^p) \quad (23)$$

ここで、 \mathbf{D} 、 \mathbf{W} 、 \mathbf{d} 、 \mathbf{d}^p 、 σ_s はそれぞれ、弾性係数テンソル、スピントテンソル、変形速度テンソル、塑性変形速度テンソル、固体の挙動を表現する応力テンソルである。また、粒状体流れに関するレオロジー関係式 [8] から、塑性乗数 $\dot{\gamma}^p$ は次式のように表される。

$$\dot{\gamma}^p = \frac{I_0}{d} \sqrt{\frac{-P + c\mu - \mu_s}{\rho_s \mu_2 - \mu}} \quad (24)$$

ここで、 I_0 、 μ_2 は定数、 μ は有効摩擦、 d は粒径、 P は静水圧、 c は体積補正数、 ρ_s は土粒子の密度である。また μ_s は内部摩擦角の軟化を考慮して $\mu_s = \phi_r + (\phi_p - \phi_r) e^{-\eta_s \varepsilon^p}$ と定める。なお ϕ_p 、 ϕ_r 、 η_s 、 ε^p はそれぞれ軟化前の内部

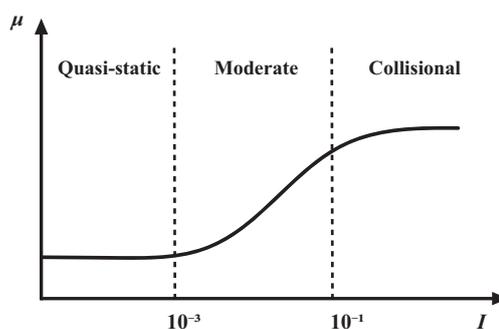


図-5 Inertial number と μ の関係

摩擦角、軟化後の内部摩擦角、軟化の速度を制御する定数および累積塑性ひずみである。この塑性乗数を用いて流れ則は次式で表される。

$$\mathbf{d}^p = \dot{\gamma}^p \frac{\mathbf{s}}{\sqrt{J_2(\mathbf{s})}} \quad (25)$$

ここで、 $J_2(\mathbf{s})$ は偏差応力 \mathbf{s} の第2不変量であり、偏差応力 \mathbf{s} は、恒等テンソル \mathbf{I} を用いて $\mathbf{s} = \sigma_s - \text{tr}\sigma_s/3\mathbf{I}$ である。

式(25)を式(23)に代入し、時間離散化を経て、塑性域では $\sqrt{J_2(\mathbf{s})}$ に関する二次方程式を解くことで現ステップの固体応力 σ_s を更新する。

(2) 流体的な挙動を表現するモデル

流動状態の挙動は、Newton 粘性流体モデルを用い、流体の応力 σ_f を次式で表す。

$$\sigma_f = \eta_f \mathbf{d}_{\text{dev}} \quad (26)$$

ここで、 η_f は粘性係数、下付きの "dev" は偏差成分であることを表している。

(3) 遷移モデル

遷移モデルでは、土を粒状体の一種であると仮定して考える。粒状体は3種類の状態を無次元量である Inertial number I という指標によって区別するのが一般的である [9,10]。Quasi-static 領域は固体的な挙動、Collisional 領域は流体的な挙動、Moderate 領域はそれらが遷移する挙動をそれぞれ対応する。図5ではそれらの状態における Inertial number I と有効摩擦 μ の関係を表したものである。

Moderate 領域において、Jop ら [8] は Inertial number I と有効摩擦 μ の関係式を提案した。この式は塑性流体モデルに適用され、Moderate 領域における粒状体解析において広く利用されている。Dunatunga ら [7] は Jop らの関係式を塑性領域に適用した弾塑性モデルを提案し、Quasi-static 領域から Moderate 領域における粒状体解析を MPM により行った。これら2つの領域までの流動を弾塑性体として表現できるようにした先駆的な例である。この関係を用いて土の連続体としての Cauchy 応力 σ を固体の応力 σ_s と流体の応力 σ_f の線形和として表した。

$$\sigma = (1 - \alpha(I))\sigma_s + \alpha(I)\sigma_f \quad (27)$$

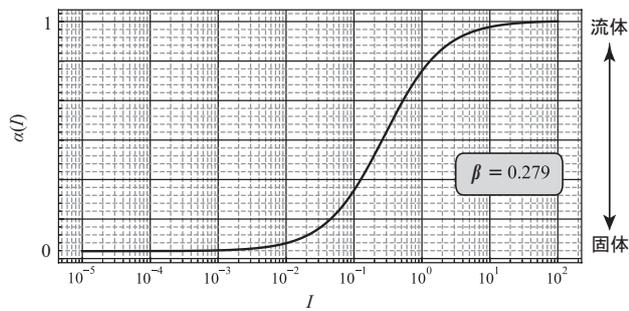


図-6 $\alpha(I)$ をプロットした図

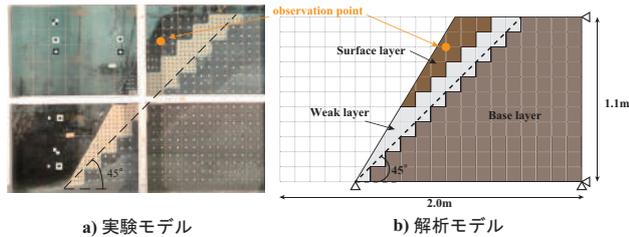


図-7 斜面崩壊実験 [11] の実験モデルと解析モデル

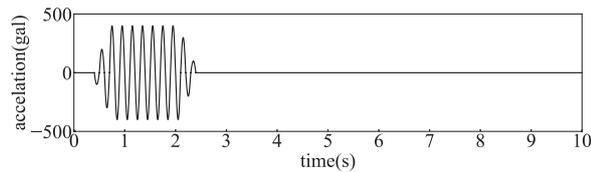


図-8 入力した sin 波

ここで、 α は Inertial number[7] I の関数であり、 $\mu - I$ 関係を 0-1 関係に変換し、以下のように定義する。

$$\alpha(I) = \frac{I}{\beta + I} \quad (28)$$

ただし、 β は定数パラメータである。図 6 は $\alpha(I)$ の式をプロットしたものである。

4. 数値解析例

(1) 振動台による斜面崩壊実験との比較

篠田ら [11] が実施した 3 層盛土の振動台実験との比較をし、表現性能を検討する。実験のモデルと本解析で使用したモデル及び境界条件を図 7 に示す。奥行方向の格子数を 1 とし、平面ひずみ状態を仮定した準 3 次元解析を実施する。本解析では各層の材料パラメータを表-1 に示す値を使用する。粒子は、奥行方向の辺を 0.6m、その他の辺を 0.0125m とした直方体格子中に 4 粒子を配置する。また、図 8 に示す最大振幅 400gal、振動数 5Hz の加速度を体積力の水平方向成分として入力し、2 秒間与える。解析結果を図 9 に示す。弱層にすべり線が形成されて弱層の頂点が引っ張られ、すべり線に沿って斜面が崩壊する様子が確認できる。解析と実験結果の崩壊後の形状は概ね一致しており、本手法の良好な表現性能が確認できる。

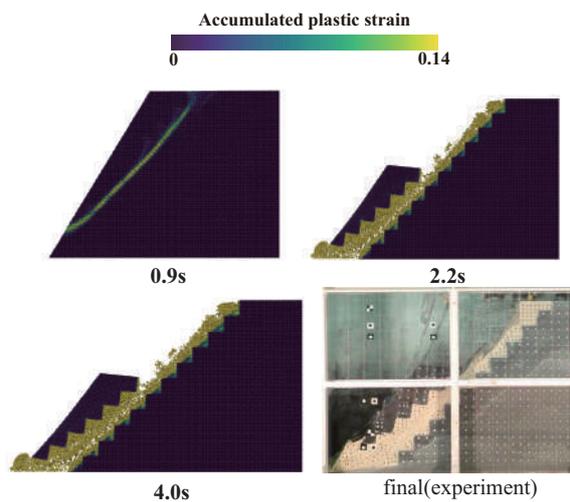


図-9 斜面崩壊実験 [11] の解析結果と実験結果の比較

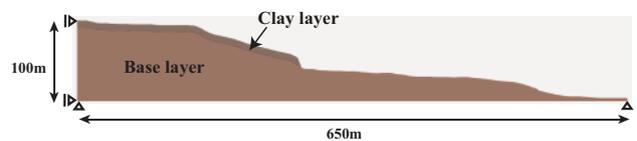


図-10 再現解析に用いたエビスサーキットのモデル

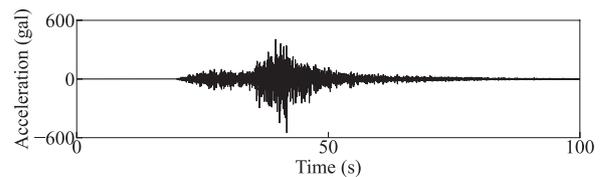


図-11 再現解析に入力した福島県沖地震加速度波形 (合成)

(2) エビスサーキットの土砂崩れの再現解析

2021 年 2 月 13 日 23 時 08 分頃に発生した福島県沖の地震による、福島県二本松市のエビスサーキットの斜面崩壊の再現解析を実施した。解析モデルの形状を図 10 に示す。左端の辺をスリップ境界、底辺をノンスリップ境界とする。また、奥行方向の格子数を 1 とし、平面ひずみ状態を仮定した準 3 次元解析を行う。本解析では表-1 に示す材料パラメータを使用する。粒子は一辺 0.5m 格子中に 4 粒子を配置する。時間刻み幅 Δt は 1.0×10^{-4} とする。初期状態を生成するための重力は 10000 ステップで徐々に入力し、その後一定値とする。また、加速度は図 11 に示す福島県の二本松で観測された NS 成分と EW 成分の加速度を合成して作成したものを使用し、体積力の水平力成分として入力する。

解析結果を図 12 に示す。切土の部分からすべり線が形成され、先に先頭部分が崩壊し、その後、斜面全体のすべり線が形成され、全体が斜面崩壊する様子を確認できる。また、全体の斜面崩壊に伴い斜面の上部には数本のすべり線が形成されている様子が確認できる。以上より、本手法が斜面崩壊後の土砂の流動化を表現可能であり、土砂災害の一連の流れをシームレスに解析できることを確認できたといえる。

表-1 材料パラメータ

| | $E(\text{MPa})$ | ν | $\rho_s(\text{kg/m}^3)$ | $\phi_p(^{\circ})$ | $\phi_r(^{\circ})$ | $c(\text{kPa})$ | I_0 | μ_2 | $\eta_f(\text{Pa}\cdot\text{s})$ | η_s |
|-----------------------|-----------------|-------|-------------------------|--------------------|--------------------|-----------------|-------|---------|----------------------------------|----------|
| model1(Base layer) | 1.00 | 0.30 | 1890 | 57.3 | 53.4 | 280.5 | 0.01 | 0.75 | 20 | 100 |
| model1(Weak layer) | 5.69 | 0.30 | 1767 | 39.5 | 36.3 | 1.45 | 0.10 | 0.96 | 20 | 100 |
| model1(Surface layer) | 8.35 | 0.30 | 3000 | 0.0 | 28.4 | 107.3 | 0.01 | 0.75 | 20 | 100 |
| model2(Base layer) | 100 | 0.30 | 3000 | 53.4 | 53.4 | 300 | 0.10 | 0.75 | 100 | 100 |
| model2(Clay layer) | 4.00 | 0.40 | 2738 | 3.0 | 25.0 | 50.0 | 0.279 | 0.75 | 100 | 100 |

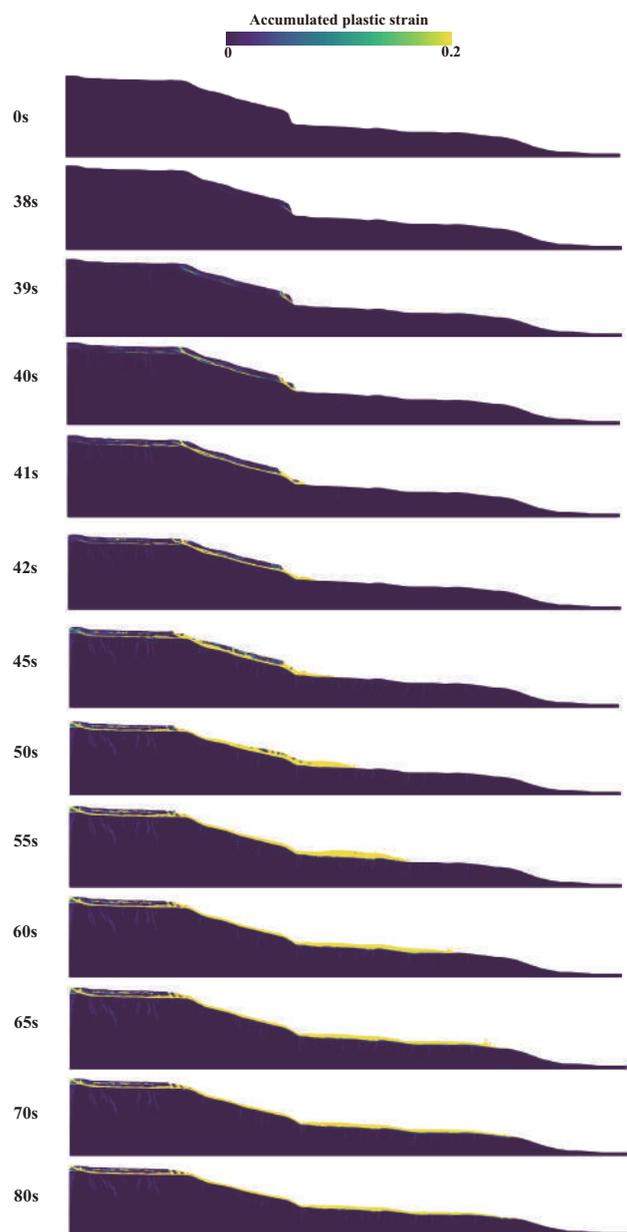


図-12 再現解析の解析結果

5. まとめ

土砂の固体的な挙動と流体的な挙動の遷移を表現可能な構成モデルをMPMに組み込んだ解析手法について、加速度波形を用いた外力振動によって斜面崩壊と斜面流動を一貫して表現可能であることを例証した。本研究では準3次元解析を実施したが、今後、完全3次元条件での解析を実施し、より詳細な検証を行う予定

である。また、土砂の構造物への力の影響にも着目し、評価する事も今後の課題である。

参考文献

- [1] Sulsky, D., C. Z. and H., S.: A particle method for history-dependent materials, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 118, No. 1, pp. 179-196, 1994.
- [2] Harlow, F. H. and Welch, J. E.: Numerical calculation of time-dependent viscous incompressible flow of fluid with free surface, *The physics of fluids*, Vol. 8, No. 12, pp. 2182-2189, 1965.
- [3] Brackbill, J. and Ruppel, H.: Flip: A method for adaptively zoned, particle-in-cell calculations of fluid flows in two dimensions, *Journal of Computational Physics*, Vol. 65, No. 2, pp. 314-343, 1986.
- [4] Lucy, L. B.: A numerical approach to the testing of the fission hypothesis, *The astronomical journal*, Vol. 82, pp. 1013-1024, 1977.
- [5] Monaghan, J. J.: Smoothed particle hydrodynamics, *Annual review of astronomy and astrophysics*, Vol. 30, No. 1, pp. 543-574, 1992.
- [6] Koshizuka, S. and Oka, Y.: Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, *Nuclear science and engineering*, Vol. 123, No. 3, pp. 421-434, 1996.
- [7] Dunatunga, S. and Kamrin, K.: Continuum modelling and simulation of granular flows through their many phases, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 779, pp. 483-513, 2015.
- [8] Jop, P., F. Y. and O, P.: A constitutive law for dense granular flows, *Nature*, Vol. 441, No. 1, pp. 727-730, 2006.
- [9] Kamrin, K.: Nonlinear elasto-plastic model for dense granular flow, *International Journal of Plasticity*, Vol. 26, No. 2, pp. 167-188, 2010.
- [10] Wu, K., Francia, V. and Coppens, M.-O.: Dynamic viscoplastic granular flows: A persistent challenge in gas-solid fluidization, *Powder Technology*, Vol. 365, pp. 172-185, 2020.
- [11] Shinoda, M., Watanabe, K., Sanagawa, T., Abe, K., Nakamura, H., Kawai, T. and Nakamura, S.: Dynamic behavior of slope models with various slope inclinations, *Soils and Foundations*, Vol. 55, No. 1, pp. 127-142, 2015.