

Wed. May 31, 2023

Room F

OS19 き裂・き裂進展解析や構造健全性評価に関する数値解析

[F-04] OS19 き裂・き裂進展解析や構造健全性評価に関する数値解析 (1)

座長:岡田 裕(東京理科大学)

3:00 PM - 4:30 PM Room F (2F Conference Room 202B)

[F-04-01] (キーノート講演)弾塑性体中の亀裂進展挙動のパラメトリック解析に関する検討

*遊佐 泰紀¹ (1. 電気通信大学)

3:00 PM - 3:30 PM

[F-04-02] 拡張有限要素法 (XFEM) による疲労き裂進展解析

石川 覚志¹、*王 兵¹ (1. 株式会社IDAJ)

3:30 PM - 3:45 PM

[F-04-03] XFEMによるクラッド付き CT試験片の応力拡大係数評価

*李 炎龍¹、長嶋 利夫¹ (1. 上智大学)

3:45 PM - 4:00 PM

[F-04-04] 六面体要素を用いた準三次元 XFEMによるCFRTP積層板のQSI試験解析

*長嶋 利夫¹、王 晨宇¹ (1. 上智大学)

4:00 PM - 4:15 PM

[F-04-05] 混合モード下における延性き裂進展方向予測式の評価

*肥田野 海斗¹、和田 義孝¹ (1. 近畿大学)

4:15 PM - 4:30 PM

OS19 き裂・き裂進展解析や構造健全性評価に関する数値解析

[F-05] OS19 き裂・き裂進展解析や構造健全性評価に関する数値解析 (2)

座長:長嶋 利夫(上智大学)

4:45 PM - 6:15 PM Room F (2F Conference Room 202B)

[F-05-01] ゴム材料の疲労寿命予測シミュレーション

*石川 覚志¹ (1. 株式会社IDAJ)

4:45 PM - 5:00 PM

[F-05-02] S-IGA (S-version Isogeometric Analysis) を用いた線形破壊力学解析の高精度化に関する研究 (ローカルとグローバルパッチのサイズ比と要素細分化の影響)

*黒澤 太加志¹、砂岡 優輔¹、土山 雄飛¹、乙黒 雄斗¹、岡田 裕¹ (1. 東京理科大学)

5:00 PM - 5:15 PM

[F-05-03] 複合硬化則およびせん断誘起損傷を導入した結合力埋込型構成則の提案

*田尾 嶺弥¹、新宅 勇一¹、寺田 賢二郎² (1. 筑波大学、2. 東北大学)

5:15 PM - 5:30 PM

[F-05-04] 拡張有限要素法を用いた繊維強化積層板の繊維うねり部における損傷進展・強度評価解析

*西岡 貴優¹、樋口 諒¹、横関 智弘¹ (1. 東京大学)

5:30 PM - 5:45 PM

[F-05-05] 重合メッシュ法を基礎とした3次元構造体の高速亀裂伝播・停止モデルの開発

*柴沼 一樹¹、He Tianyu¹、森田 直樹²、三目 直登²、福井 努³ (1. 東京大学、2. 筑波大学、3. 日本海事協会)

5:45 PM - 6:00 PM

[F-05-06] A nodal-based Lagrange Multiplier/Cohesive Zone (LM/CZ) Method for Crack Simulations

Qin Yifang¹、*浅井 光輝¹、Chen Shunhua² (1. 九州大学、2. 中山大学)

6:00 PM - 6:15 PM

OS19 き裂・き裂進展解析や構造健全性評価に関する数値解析

[F-04] OS19 き裂・き裂進展解析や構造健全性評価に関する数値解析 (1)

座長:岡田 裕(東京理科大学)

Wed. May 31, 2023 3:00 PM - 4:30 PM Room F (2F Conference Room 202B)

[F-04-01] (キーノート講演)弾塑性体中の亀裂進展挙動のパラメトリック解析に関する検討

*遊佐 泰紀¹ (1. 電気通信大学)

3:00 PM - 3:30 PM

[F-04-02] 拡張有限要素法 (XFEM) による疲労き裂進展解析

石川 覚志¹、*王 兵¹ (1. 株式会社IDAJ)

3:30 PM - 3:45 PM

[F-04-03] XFEMによるクラッド付き CT試験片の応力拡大係数評価

*李 炎龍¹、長嶋 利夫¹ (1. 上智大学)

3:45 PM - 4:00 PM

[F-04-04] 六面体要素を用いた準三次元 XFEMによる CFRTP積層板の QSI試験解析

*長嶋 利夫¹、王 晨宇¹ (1. 上智大学)

4:00 PM - 4:15 PM

[F-04-05] 混合モード下における延性き裂進展方向予測式の評価

*肥田野 海斗¹、和田 義孝¹ (1. 近畿大学)

4:15 PM - 4:30 PM

弾塑性体中の亀裂進展挙動のパラメトリック解析に関する検討

Study on the Parametric Analysis of Crack Propagation Behaviors in Elastic-Plastic Materials

遊佐泰紀¹⁾
Yasunori Yusa

¹⁾博(工) 電気通信大学大学院情報理工学研究科 助教 (〒182-8585 東京都調布市調布ヶ丘1-5-1, E-mail: y.yusa@uec.ac.jp)

To study the possibility of the parametric analysis of crack propagation behaviors in elastic-plastic materials, this paper presents some stationary crack and crack propagation analyses. In the crack propagation analyses, a crack propagation rate that was discretized for spatial and temporal directions by the node release technique was used for the parameter of a parametric analysis. Results of crack propagation analyses were bounded by the two results of stationary crack analyses.

Key Words : Large-deformation Elastic-Plastic Analysis, Crack Propagation, Node Release Technique, Parametric Study

1. 緒言

弾塑性体中の亀裂進展挙動の解析には、節点解放法、メッシュを再作成する方法などが用いられる [1]。節点解放法では、亀裂長と荷重等の関係や、進展する亀裂の形状を予め定める必要がある。一方、メッシュを再作成する方法ではこれらが不要である。しかし、亀裂進展ステップごとのメッシュの再作成とそれに伴う物理量の移し替えや、亀裂進展則の選定とそのパラメータの同定に困難性がある。

これらの困難性を克服するため、本研究では、節点解放法を用いた弾塑性亀裂進展解析の可能性を検討した。特に、亀裂長と荷重等の関係や進展する亀裂の形状、すなわち、節点解放法の下で空間方向・時間方向に離散化された亀裂進展速度をパラメータと見なし、パラメトリック解析を行うアプローチを試みた。

将来的には、膨大な解析ケース数による長大な計算時間を短縮するため、このパラメトリック解析を Message Passing Interface (MPI) によって並列化することを目指している。著者らはこれまでに、孔の位置の並列パラメトリック解析手法 [2] や、応力-ひずみ関係などの材料パラメータの並列パラメトリック解析手法 [3] を提案している。

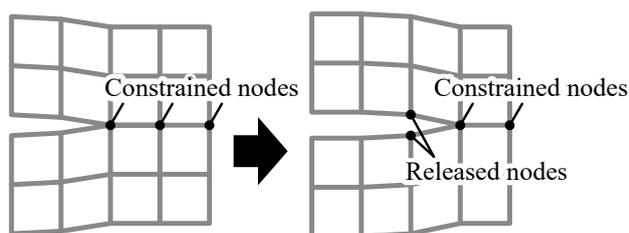


図-1 節点解放法

2. 節点解放法

節点解放法 [1] について簡単に説明する。まず、図-1のように、亀裂進展経路に沿って予め二重節点を配置する。亀裂が進展する前は、これらの二重節点の変位がそれぞれ同一になるように拘束する。そして、亀裂を進展させるときに拘束を解放する。本研究では、拘束には Lagrange 乗数法を用いた。

3. 弾塑性亀裂進展問題のパラメトリック解析の数値例

数値的な検討のため、compact tension (CT) 試験片の単調引張試験 [4] を解析した。図-2 に寸法を示す。亀裂長 a については後述する。境界条件による局所的な塑性変形の集中を防ぐため、ピン孔には赤色で示すような弾性体を配置し、ピン孔の中心に y 方向の強制変位境界条件を与えた。実験における荷重線変位 (点 O の変位) の最大値が 22.97 mm であったため、ピン位置の強制変位の最大値を 23 mm に設定した。強制変位の増分は 0.25 mm とした。さらに、剛体モードの変位を固定した。図-2 をメッシュ分割したものを図-3 に示す。要素数は 9,312、節点数は 11,006 である。B-bar 法に基づく六面体一次要素を用いた。

材料は SGV410 である [4]。有限変形モデルには Hencky モデル [5]、弾塑性モデルには von Mises の降伏条件と等方硬化則に基づくものを使用した。弾性変形の Young 率を 203 GPa、Poisson 比を 0.3 とした。塑性変形の応力-ひずみ関係を図-4 に示す。縦軸が降伏応力、横軸が相当塑性ひずみである。2 ケースの実験データ (実線) [4] を破線のように多直線で近似した。

実験結果として亀裂長 a と荷重線変位の関係が得られているが、本研究ではこれを用いずに、亀裂長 a とピン変位の関係をパラメトリック解析のパラメータとした。これは、亀裂進展則の選定とそのパラメータの同定を不要にすることを企図しているためである。図-5

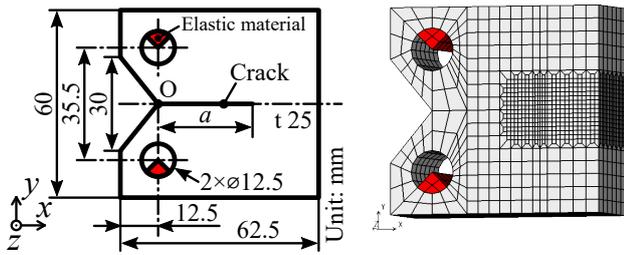


図-2 CT 試験片モデルの寸法

図-3 図-2 のメッシュ

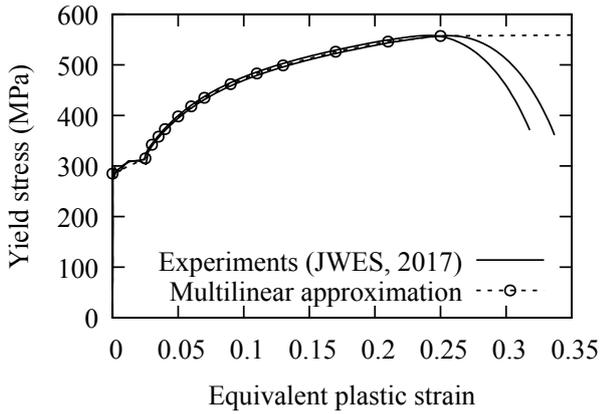


図-4 解析に入力した降伏応力 - 相当塑性ひずみ関係

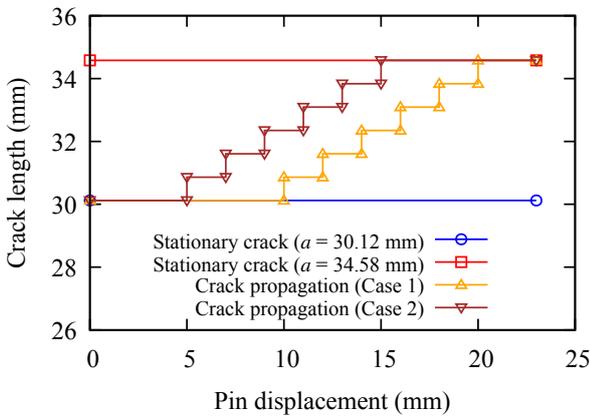
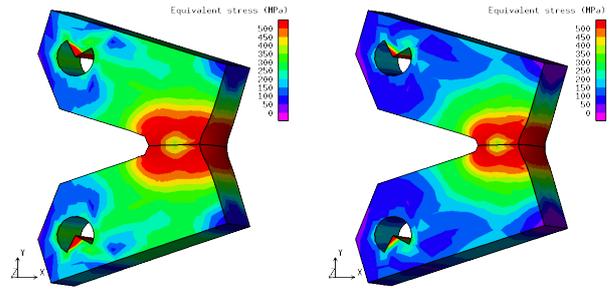


図-5 解析に入力した亀裂長 - ピン変位関係

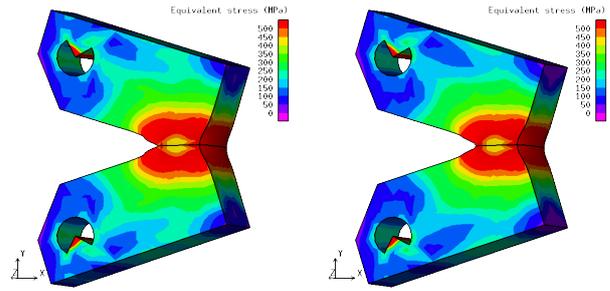
に示すように、4 ケースの亀裂長 - ピン変位関係を想定した。4 ケースのうち 2 ケースは静止亀裂の解析である。それぞれ、実験における初期亀裂（疲労予亀裂）の長さ 30.12 mm と計測した亀裂長の最大値 34.58 mm である。また、残りの 2 ケースは亀裂進展の解析である。図-5 に示すような亀裂長とピン変位の関係を与えた。将来的には、この関係を多数想定することを目指している。

図-6 に、ピン変位 23 mm のときの相当応力分布を示す。静止亀裂同士の比較では、亀裂長が小さい方が全体的に相当応力が高いことがわかる。一方、亀裂進展同士の比較では顕著な違いは見られない。次に、図-7 に相当塑性ひずみ分布を示す。相当応力分布と同様に、



(a) 静止亀裂 (亀裂長 30.12 mm)

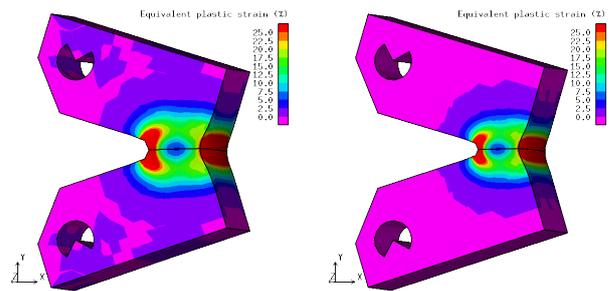
(b) 静止亀裂 (亀裂長 34.58 mm)



(c) 亀裂進展 (ケース 1)

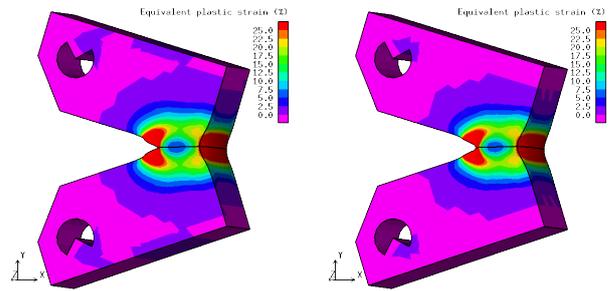
(d) 亀裂進展 (ケース 2)

図-6 解析結果の相当応力分布



(a) 静止亀裂 (亀裂長 30.12 mm)

(b) 静止亀裂 (亀裂長 34.58 mm)



(c) 亀裂進展 (ケース 1)

(d) 亀裂進展 (ケース 2)

図-7 解析結果の相当塑性ひずみ分布

静止亀裂同士の比較では、亀裂長が小さい方が全体的に相当塑性ひずみが大きい。同様に、亀裂進展同士の比較では顕著な違いは見られない。また、亀裂の進展により、亀裂面上に沿って相当塑性ひずみが分布していることがわかる。

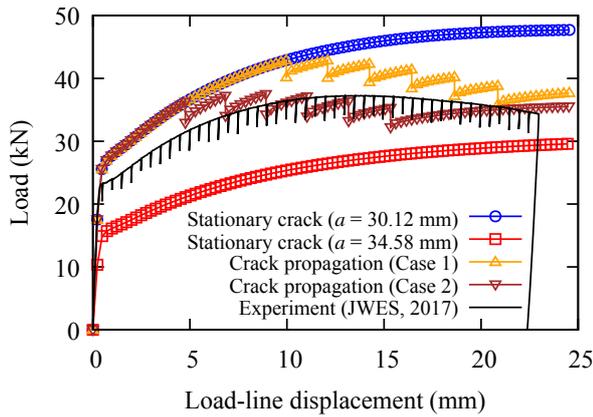


図-8 解析結果の荷重 - 荷重線変位関係

図-8に、荷重 - 荷重線変位関係を示す。まず、2ケースの静止亀裂の解析結果が、実験結果 [4] を挟んでいることがわかる。そして、2ケースの亀裂進展の解析結果が、両者の間を埋めるように推移している。亀裂進展のケースを多数想定すれば、両者の間を網羅的に埋めるような多数の解析結果を得られることが示唆される。

4. 結言

本研究では、弾塑性体中の亀裂進展挙動の並列パラメトリック解析の前段階として、節点解放法に基づく基礎的な亀裂進展解析を実施した。2ケースの静止亀裂の解析結果が実験結果を挟むことを示し、さらに、亀裂進展の解析結果が両者の間を埋めるように推移することを示した。

今後の展望は、実際に亀裂進展のケースを多数想定すること、パラメトリック解析を並列化すること、繰返し変形問題への適用を検討することである。

謝辞 本研究は日本学術振興会科研費 JP22K14167 の助成を受けたものである。

参考文献

- [1] Kuna, M.: *Finite Elements in Fracture Mechanics: Theory—Numerics—Applications*, Springer, 2013.
- [2] Suwa, H., Yusa, Y., and Kuboki, T.: Parallel parametric analysis approach based on an s-version FEM for fracture mechanics analysis in designing hole positions, *Mech. Eng. J.*, in press.
- [3] 柴田 怜, 諏訪 浩貴, 遊佐 泰紀: 大変形弾塑性問題の並列パラメトリック解析に向けた検討, 日本機械学会関東支部総会・講演会講演論文集, Vol. 2023.29, 17H01, 2023.
- [4] (一社)日本溶接協会原子力研究委員会 MFD 小委員会: 多軸応力下の疲労および延性破壊データベース公開資料, 2017. https://www-it.jwes.or.jp/fatigue_db/
- [5] De Souza Neto, E. A., Perić, D., and Owen, D. R. J.: 非線形有限要素法: 弾塑性解析の理論と実践 (寺田賢二郎監訳), 森北出版, 2012.

拡張有限要素法 (XFEM) による疲労き裂進展解析

Fatigue crack growth analysis by extended finite element method (XFEM)

王兵¹⁾, 石川覚志²⁾

Bing Wang and Satoshi Ishikawa

1) 株式会社IDAJ (〒220-8137 横浜市西区みなとみらい 2-2-1-1-37F, E-mail: wang.bing@idaj.co.jp)

2) 博(工) 株式会社IDAJ (〒650-0001 神戸市中央区加納町4-4-17, E-mail: ishikawa.satoshi@idaj.co.jp)

We took out a partial cross-section of a metal pressure vessel and analyzed the cracks. The analysis was performed in two stages (2 steps). As for crack initiation, the initial crack was calculated at the same time as identifying the location of the fracture based on the threshold of fracture energy. In the next step, crack propagation due to cyclic loading based on the Paris law was expressed. We used enrichment elements for visualization in result processing.

Key Words : XFEM, Crack, Fatigue, Enrich Element, Finite Element Method

1. はじめに

XFEMを利用したき裂の発生・進展解析は有効に行われており、それらは一般に大荷重による脆性破壊を対象としている。しかし、実用的な観点からは弾性域内の小荷重による繰り返し疲労によるき裂進展は重要な課題である。本論文では線形弾性破壊力学に基づいたパリズ則とXFEMを組み合わせ、小荷重の繰り返しによるき裂の発生から進展まで一連の現象を解析する方法及びき裂長さの定量的な評価方法を紹介する。

2. 金属製圧力容器の疲労き裂進展解析

(1) 解析モデル

金属で作られる圧力容器の場合、繰り返し圧力荷重によって、き裂が発生し進展する可能性がある。本解析では圧力容器の断面の一部を抽出して、図-1に示す2次元軸対称モデルでの検討を行った。

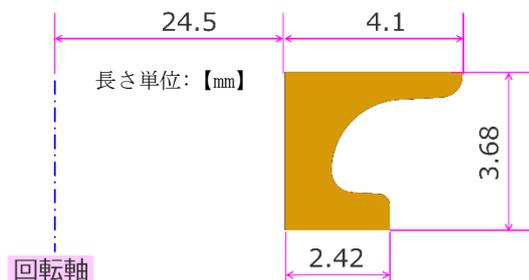


図-1 解析モデル

表-1 材料物性

材料名	S45C
ヤング率	210000 [MPa]
ポアソン比	0.3

(2) 解析プロセス

解析のプロセスとしては、2ステップによって、解析を行った。ステップ1では、き裂の発生箇所と初期き裂の発生を解析する。ここでは、予め指定したき裂の使用ではなく、応力結果に依存する初期き裂を求める。ステップ2では、ステップ1で計算された初期き裂に沿って、繰り返し圧力荷重によるき裂の進展を解析する。

(3) 解析条件

拘束条件を図-2に、荷重条件を図-3に示す。ステップ1では初期き裂を得るために190MPaの圧力を与え、ステップ2以降で500MPaの繰り返し荷重を与えた。

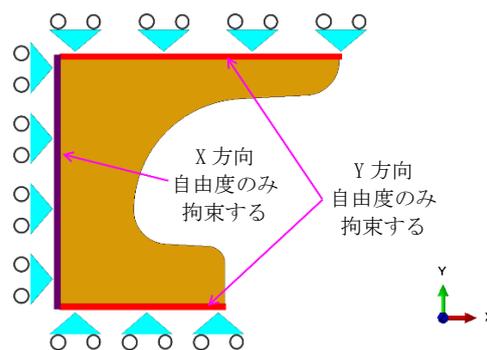


図-2 拘束条件

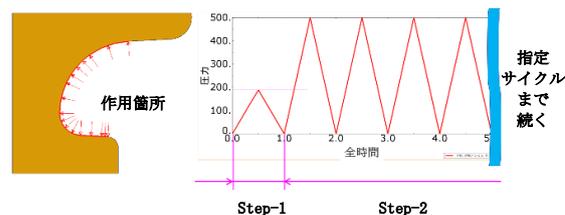


図-3 荷重条件

(4) き裂発生及びき裂進展

a) き裂発生基準

本解析では、最大主応力を基準とした、式(1)に示す $f = 1$ となった時に、損傷が発生する。

$$f = \left\{ \frac{\langle \sigma_{max} \rangle}{\sigma_{max}^0} \right\} \quad (1)$$

ここで、分母の σ_{max}^0 は最大許容主応力を表す。分子は次式で示すマコーレーの括弧による最大応力である。

$$\langle \sigma_{max} \rangle = \begin{cases} 0, & \sigma_{max} < 0 \\ \sigma_{max}, & \sigma_{max} \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

本解析における最大許容主応力は、 $\sigma_{max}^0 = 80$ [MPa] とした。

b) 初期き裂の進展

力-分離粘着挙動による式(3)に示すエネルギーに基づくべき乗形式の基準を適用した。

$$\left\{ \frac{G_I}{G_{IC}} \right\}^a + \left\{ \frac{G_{II}}{G_{IIC}} \right\}^a + \left\{ \frac{G_{III}}{G_{IIIC}} \right\}^a = 1 \quad (3)$$

ここで、 G_I , G_{II} , G_{III} はそれぞれ、モード I, II, III におけるエネルギー解放率である。これらに対応する破壊エネルギー(臨界エネルギー解放率)は分母の G_{IC} , G_{IIC} , G_{IIIC} となり、材料特性に依存して、実験によって得られる材料パラメータである。 a はべき乗の指数パラメータで、通常1とする。

本解析において、破壊エネルギーパラメータを次のように設定した。

- $G_{IC} = 0.0422$ [mJ/mm²]
- $G_{IIC} = 0.0422$ [mJ/mm²]
- $G_{IIIC} = 0.0$ [mJ/mm²] (軸対称モデルのため)

c) 繰り返し荷重によるき裂の進展

線形弾性破壊力学(LEFM) による式(4)に示すエネルギーに基づくべき乗形式の基準を適用した。

$$f = \frac{G_{equiv}}{G_{equivc}} = \left\{ \frac{G_I}{G_{IC}} \right\}^{am} + \left\{ \frac{G_{II}}{G_{IIC}} \right\}^{an} + \left\{ \frac{G_{III}}{G_{IIIC}} \right\}^{ao} \quad (4)$$

ここで、 G_{equiv} は、相当ひずみエネルギー解放率、 G_{equivc} は、臨界相当ひずみエネルギー解放率である。 G_I , G_{II} , G_{III} 及び G_{IC} , G_{IIC} , G_{IIIC} は式(3)と同じである。 am , an , ao はべき乗の指数パラメータで、本解析では、1とした。

荷重の繰り返し回数 N と相対破壊エネルギー解放率 ΔG の関連付けについて、疲労き裂進展解析では、疲労き裂の進展開始基準は、 ΔG によって特徴付けられる。

$$f = \frac{N}{c_1 \Delta G^{c_2}} \geq 1 \quad (5)$$

ここで、 c_1 , c_2 は材料定数で、 N はサイクル数である。上式が満たされる場合、き裂進展が開始する。

更に、き裂進展長さ a と繰り返し回数 N の関連付けについて、式(6)に示すParis則に基づくことになる。

$$\frac{da}{dN} = c_3 \Delta G^{c_4} \quad (6)$$

ここで、 a はき裂進展長さで、 da/dN がき裂進展速度となる。 c_3 , c_4 は材料定数である。

本解析においては、材料定数を次のように設定した。

- $c_1 = 0.5$ [cycles/MPa^{-0.1}]
- $c_2 = -0.1$ [-]
- $c_3 = 4.8768E-6$ [mm/cycles/MPa^{1.15}]
- $c_4 = 1.15$ [-]

(5) 解析結果

主要な解析結果を以下に示す。

a) 応力コンター図

き裂様子がエンリッチ要素によって表現される。図-4に示すのは、最終荷重サイクルにおける開口状態のミーゼス応力コンター図である。変形倍率を100倍とした。

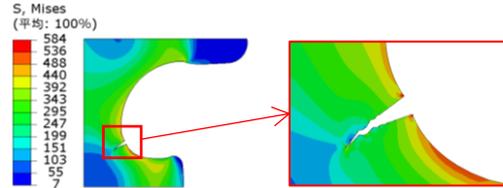


図-4 ミーゼス応力コンター図

b) 接触圧コンター図

Abaqusは、接触関連の計算を表現するために、き裂したエンリッチ要素の表面に「表面要素」が生成されて、その表面要素によって、接触計算が行われる。

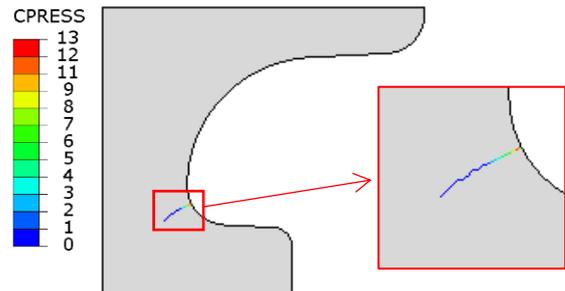


図-5 接触コンター図

c) サイクル回数とき裂長さの定量関係

Abaqusでは、エンリッチ要素によるき裂の距離を測ることができないが、表面要素の節点の座標値出力結果によって、き裂長さ a と繰り返し回数 N によるおおよその関係を調べることができる。繰り返し数とき裂長さの結果を図-6に示す。

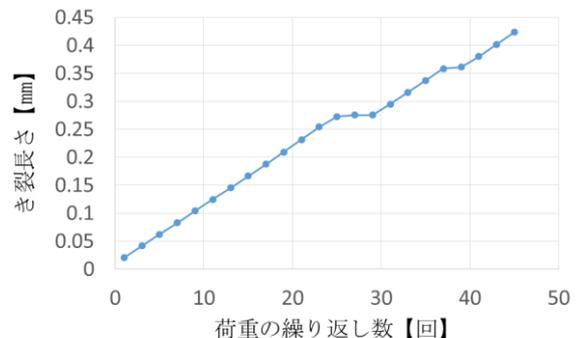


図-6 サイクル回数とき裂長さグラフ

3. おわりに

XFEMを適用したAbaqusでは、エンリッチ要素によって、き裂可視化の表現が可能となり、且つ、接触計算に使用される「表面要素」の節点位置を調べることによって、き裂の長さとおおよその定量関係の測定が可能となった。

しかし、実際の応用のレベルにおいては、き裂進展長さと繰り返し回数について、計算結果がFEMのメッシュ密

度や分割パターンに依存しがちであり、それによる計算不安定となる場合がある。

また、試験による材料のエネルギー解放率などの測定データの入手は非常に困難であり、疲労を含めた破壊パラメータの整備が望まれる。

参考文献

- [1] Abaqus Analysis User's ガイド

XFEMによるクラッド付きCT試験片の 応力拡大係数評価

Evaluation of stress intensity factor of a CT test specimen with cladding by XFEM

李炎龍¹⁾, 長嶋利夫²⁾

Yanlong Li and Toshio Nagashima

1) 修 (工) 上智大学大学院 (〒102-8554, 東京都千代田区紀尾井町7-1, E-mail: liyanlong@eagle.sophia.ac.jp)

2) 博 (工) 上智大学理工学部 (〒102-8554, 東京都千代田区紀尾井町7-1)

To evaluate structural integrity of structures with dissimilar material interfaces such as clad steel, it is important to calculate the stress intensity factors at the crack tip. In this paper, a three-dimensional level set XFEM enriched with only Heaviside step function is applied to stationary crack analysis of a CT test specimen with cladding used for fatigue crack growth test. The stress intensity factor is evaluated directly from the J -integral without mode separation by M -integral. The distribution of stress intensity factor along the crack front obtained by XFEM is compared with that by FEM.

Key Words : XFEM, Stress intensity factor, CT test specimen, Transverse isotropic material

1. はじめに

原子炉圧力容器においては、材料の耐食性、防錆性を向上させるため、腐食に強い材料をクラッドとして表面に接合して使われる。本研究では、異種材界面を有するクラッド鋼材のき裂進展挙動を再現できる数値シミュレーション手法を構築することを目的としている。本稿では、クラッド付きCT試験片の疲労き裂進展試験[1]を対象として、3次元レベルセットXFEM[2]による停留き裂解析を実施し、き裂前縁における応力拡大係数の分布を評価した結果を示す。

2. 解析手法

(1) 3次元レベルセットXFEMによる J 積分の評価

本稿に用いる3次元XFEMは、き裂形状をレベルセット関数により陰的に表し、8節点六面体連続体要素の形状関数に、ヘビサイド関数だけ拡充する。

3次元き裂について、き裂の進展方向はき裂面に含まれてき裂前縁に垂直な方向とする。物体力および熱荷重を考慮しない場合、き裂前縁における任意の評価点近傍の微小区間 L の区間平均 J_{ave} を、き裂進展方向が \hat{x}_1 となるように局所座標系 \hat{x}_i ($i=1, 2, 3$) に対する領域積分で次式のように表す[3]。

$$J_{ave} = \frac{\iiint_V \left(\tilde{\sigma}_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial \hat{x}_1} \frac{\partial q}{\partial \hat{x}_j} - w \frac{\partial q}{\partial \hat{x}_1} \right) dV}{\int_L q dL} \quad (1)$$

$$w = \int_0^{\tilde{\varepsilon}_{ij}} \tilde{\sigma}_{ij} d\tilde{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \tilde{\sigma}_{ij} \tilde{\varepsilon}_{ij} \quad (2)$$

ここに、 w はエネルギー密度、 V は積分領域、 $\tilde{\sigma}_{ij}$ 、 $\tilde{\varepsilon}_{ij}$ 、 \tilde{u}_i はそ

れぞれ局所座標系における応力、ひずみと変位、 q は評価点で、 V の表面で0をとるような重み関数である。

本稿では、直方体形状の積分領域を用い、それに対応する重み関数 q は次式により表される。

$$q(\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3) = \left(1 - \frac{|2\hat{x}_1|}{L_1} \right) \left(1 - \frac{|2\hat{x}_2|}{L_2} \right) \left(1 - \frac{|2\hat{x}_3|}{L_3} \right) \quad (3)$$

ここに、 L_1, L_2, L_3 は $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3$ 方向のその直方体の一辺の長さである。

(2) 横等方性材料の応力拡大係数評価

異方性材料の応力拡大係数評価では、複素数の漸近解を利用した M 積分を用いずにモード分離する方法を利用する。Fig.1に示すように、異方性材料中のき裂先端での局所座標系 $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \hat{x}_3$ において、 J 積分と応力拡大係数ベクトル \mathbf{K} の間に、次式のような関係がある。

$$J = \frac{1}{4} \mathbf{K}^T \mathbf{E} \mathbf{K}, \quad \mathbf{K} = \begin{Bmatrix} K_{II} \\ K_I \\ K_{III} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{E} = 2\mathbf{L}^{-1} \quad (4)$$

ここに、 \mathbf{L} はBarnett-Lotheテンソルの一つである。

\mathbf{L} は次式に示すような積分により求める。

$$\mathbf{L} = -\frac{1}{\pi} \int_0^\pi (\mathbf{R}(\theta) \mathbf{T}^{-1}(\theta) \mathbf{R}^T(\theta) - \mathbf{Q}(\theta)) d\theta \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}(\theta) &= \tilde{\mathbf{Q}} \cos^2 \theta + (\tilde{\mathbf{R}} + \tilde{\mathbf{R}}^T) \sin \theta \cos \theta + \tilde{\mathbf{T}} \sin^2 \theta \\ \mathbf{R}(\theta) &= \tilde{\mathbf{R}} \cos^2 \theta + (\tilde{\mathbf{T}} - \tilde{\mathbf{Q}}) \sin \theta \cos \theta - \tilde{\mathbf{R}}^T \sin^2 \theta \\ \mathbf{T}(\theta) &= \tilde{\mathbf{T}} \cos^2 \theta - (\tilde{\mathbf{R}} + \tilde{\mathbf{R}}^T) \sin \theta \cos \theta + \tilde{\mathbf{Q}} \sin^2 \theta \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 $\tilde{\mathbf{Q}}$ 、 $\tilde{\mathbf{R}}$ と $\tilde{\mathbf{T}}$ は次式に示すような局所座標系における弾性剛性の成分 \tilde{C}_{ijkl} をもつ3行3列のマトリクスである。

Table 1 Material properties of SM490 (Base metal) and Type308 (Cladding).

Material	Young's modulus [MPa]	Poisson's ratio	*Paris C	Paris m
SM490 (Isotropic)	E=210,980	$\nu=0.28$	2.56×10^{-16}	3.98
Type308 (Transverse isotropic)	$E_1=E_2=182.52,$ $E_3=121.25$	$\nu_{12}=0.166,$ $\nu_{13}=\nu_{23}=0.515$	2.60×10^{-16}	4.09

*Unit of ΔK : MPa \cdot mm^{1/2}

$$\tilde{Q}_{ij} = \tilde{C}_{i1j1}, \quad \tilde{R}_{ij} = \tilde{C}_{i1j2}, \quad \tilde{T}_{ij} = \tilde{C}_{i2j2}, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (7)$$

本稿で扱うCT試験片の負荷形態は純粋モードIであり、 $K_{II}=0, K_{III}=0$ となるので、式(4)から導出される次式を用いてJ積分から直接 K_I を評価する。

$$K_I = 2\sqrt{J/E_{22}} \quad (8)$$

3. 数値解析結果

Fig.2に示すような5mmクラッド層を有するCT試験片[1]を解析対象とする。試験片の母材(SM490)を等方性材料として扱い、クラッド(Type308)については巨視的試験で多数の柱状結晶粒が観察されたので横等方性材料として扱う[1]。それぞれの材料物性をTable 1に示す。実験で得られた最初のビーチマーク形状を解き裂前縁形状とする。12.6kNの荷重を与えた場合の停留き裂解析を、3次元XFEMを用いて実施し、比較のため通常のFEM解析も実施する。

FEM解析では商用有限要素解析ソフトウェアAbaqusを、XFEM解析では開発した内製コードNLXFEM3Dstruct[2]を用いて実施する。また、J積分評価に関して、XFEMとFEMは共に領域積分法を用いる。応力拡大係数評価に関しては、FEMは異種材中のき裂の漸近解によるM積分法を用いる。

有限要素モデルについて、CT試験片の上下対称性を考慮して、1/2領域をモデル化する。XFEM解析モデルにおいて、き裂面における要素の大きさについて、き裂進展方向および試験片の厚さ方向の辺の長さを0.2mmとする。FEM解析モデルでは、き裂前縁に整合する要素の分割が必要となり、き裂面における要素の大きさについて、き裂進展方向の長さを0.2mmとする。

解析結果として得られるき裂前縁における応力拡大係数 K_I の分布をFig.3に示す。XFEMの結果とFEMはよく整合する。FEMの結果を基準とした場合、両者の差が約2%となっている。

4. おわりに

本稿では、ヘビサイド関数だけを拡充した3次元レベルセットXFEMを用いて、クラッド付きCT試験片を対象とした停留き裂解析を実施した。結果として得られるき裂前縁における応力拡大係数 K_I の分布は、M積分を用いたFEMとほぼ整合した結果が得られることを確認した。

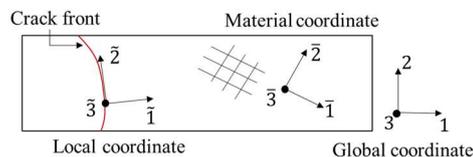


Fig.1 Coordinate systems utilized in the present analysis.

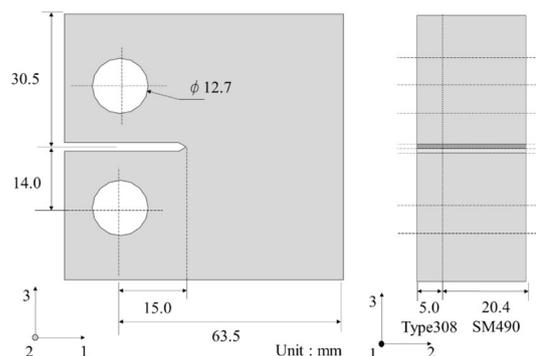
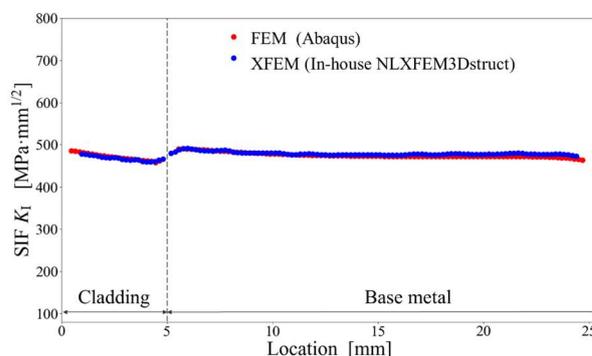


Fig.2 CT test specimen with cladding

Fig.3 Distribution of K_I along the crack front of CT test specimen with cladding.

参考文献

- [1] M. Nagai et al.: XFEM Analysis of Non-uniform Fatigue Crack Growth Crossing Interface in Clad Plate, *26th SMiRT*, 2022.
- [2] T. Nagashima: Three-dimensional crack analyses under thermal stress field by XFEM using only the Heaviside step function, *Mechanical Engineering Journal*, Vol. 7, No. 4, pp. 20-00098, 2020.
- [3] 永井ら: 三次元異方性異種材界面き裂の応力拡大係数解析, *日本機械学会論文集 A 編*, Vol. 72, No. 724, pp. 1992-1999, 2006.

六面体要素を用いた準三次元XFEMによる CFRTP積層板のQSI試験解析

QSI test analysis of CFRTP laminate
by quasi three-dimensional XFEM using hexahedral elements

長嶋利夫¹⁾, 王晨宇²⁾

Chenyu Wang and Toshio Nagashima

1) 博(工) 上智大学理工学部 (〒102-8554 東京都千代田区紀尾井町7-1, E-mail: nagashim@sophia.ac.jp)

2) 博(工) 元上智大学大学院 (〒102-8554 東京都千代田区紀尾井町7-1, E-mail: wangchenyu@eagle.sophia.ac.jp)

Recently, Carbon Fiber Reinforced Thermoplastics (CFRTP) have been studied as an alternative to CFRP due to its high fracture toughness, short manufacturing time, and recyclability. In this study, a quasi-static indentation (QSI) test analysis of CFRTP laminate were performed by quasi three-dimensional XFEM using hexahedron elements. In XFEM, cracks can be modeled independently of finite elements through approximation functions. In the numerical models, interface elements considering cohesive zone model (CZM) are introduced to model delamination. The results including relation between load point displacement and applied load, and total delamination area obtained by analysis are shown and compared with the results of a CFRP laminate.

Key Words : CFRTP, QSI test, Cohesive zone model, Damage propagation, XFEM, Implicit method

1. はじめに

炭素繊維強化プラスチック (Carbon Fiber Reinforced Plastics: CFRP) は、高比剛性・高比強度を有しているため、航空機の軽量化構造に多用されている。しかしながら、CFRP積層板は面外方向からの荷重に弱く、積層板の内部に複雑な損傷が発生する可能性がある。このような損傷を有する積層構造の圧縮強度は低下する。そのため衝撃による損傷メカニズムを解明することは重要になる。しかしながら、衝撃試験では試験片内部の損傷の発生や進展を観察することはできないので、多くの研究者が低速衝撃と同様の力学挙動と損傷状態を与える準静的押し込み試験 (Quasi-static Indentation: QSI) に注目している。また、このような試験を数値シミュレーションで再現できれば、コスト削減に資することができる[1]。

一方、従来の熱硬化性樹脂を用いたCFRP材料は、優れた材料特性を持つ一方で、製造コストが高く、補修が複雑であるという欠点がある。近年、炭素繊維強化熱可塑性プラスチック (Carbon Fiber Reinforced Thermoplastics: CFRTP) は、高い破壊靱性、短い成形時間、およびリサイクル性により、熱硬化性CFRPの代替材料として注目されている[2]。

本稿では、CFRTP積層板を対象として、六面体要素を用いた準三次元拡張有限要素法 (XFEM) を用いて、QSI試験解析を実施し、得られる結果をCFRP積層板の結果と比較し、損傷特性を評価する。

2. 解析手法

(1) 損傷のモデル化

CFRTP積層板とCFRP積層板に生じる層間はく離、マト

リクス割れ、繊維破断などの複雑な損傷進展を模擬するには、損傷モデルを用いる必要がある。層間はく離が生じる領域は、プライ層間に限定される。したがって、連続体要素でモデル化された積層板の層間に結合力モデル (Cohesive Zone Model: CZM) を考慮したインターフェース要素を挿入し、層間はく離をモデル化する。一方、各層の繊維方向にマトリクス割れが発生すると想定される位置で、XFEMを用いて有限要素とは独立にマトリクス割れをモデル化する。なお、本稿で示す解析では、繊維破断を考慮しない。

(2) Zig-zag型Enhanced結合力モデル (ZECZM)

積層板の層間はく離およびマトリクス割れを模擬するために、Zig-zag型Enhanced結合力モデル (ZECZM) を用いる。静的陰解法における収束性を改善するために、Zig-zag型軟化則を導入する。また、解析精度を向上させるために、せん断強度の静水圧依存性を考慮する。

(3) 解析システム

本研究では内製準三次元XFEMプログラムNLXQ3Dを用いる。NLXQ3Dでは、二次元四角形要素を板厚方向に押し出して得られる三次元8節点6面体要素によるFEMモデルを用いる。CFRP積層板のマトリクス割れは、XFEMの内挿関数で表現され、各層間には自動的に板厚を持たないインターフェース要素が挿入される。マトリクス割れと層間はく離の界面にはCZMが導入される。内製コードでは、通常のバイリニア型CZMに加え、Zig-zag CZMも実装され、静的陰解法を用いた損傷進展解析が可能である。

3. 数値解析

(1) 解析対象

本稿では厚さ3.312 mmのCFRTP積層平板 (T700G/LM-PAEK) と厚さ4.560 mmの熱硬化性CFRP積層平板 (T800S/#3900-2B) の6.7 J/mmの落錘試験に相当するQSI試験を対象とする。各試験片の面内寸法は150 mm × 100 mmであり、積層構成は[45/0/-45/90]_{3S}である。図1に示すようにASTM-D7136試験で用いる装置を用い、中央部に剛体球面圧子を面外方向から準静的な押し込みを与えた場合の試験を対象とする。

(2) 解析モデル

積層板の層間にインターフェース要素を挿入して層間はく離をモデル化する。また、各層において、XFEMを用いて、図2に示すように6本のマトリクス割れをモデル化する。解析に用いるCFRTPとCFRP材料としてT700G/LM-PAEKとT800S/#3900-2Bを想定し、弾性特性とCZMに用いる物性値をまとめて表1[2-4]に示す。

(3) 解析結果

解析結果の荷重点変位と荷重との関係を図3に示す。CFRP積層板の剛性は、CFRTPの剛性より高い。これは、CFRP積層板がCFRTPよりも厚いこと、CFRP積層板の繊維がCFRTPの繊維と異なることに起因する。また、解析における圧子の仕事-変位の関係を図4に示す。CFRTPとCFRPの解析では、圧子が6.7 J/mmの仕事をするのに必要な変位は5.088 mmと3.696 mmである。そこで、CFRTPとCFRPのQSI試験解析では、圧子変位がそれぞれ5.088mmと3.696mmに達したときの損傷分布を図5に示す。損傷面積の比較では、CFRTPでより小さな損傷面積が発生していることから、CFRTPはCFRPよりも衝撃荷重に強いという結果が得られた。

4. おわりに

本稿では、CFRTP積層板を対象として、六面体要素を用いた準三次元拡張有限要素法 (XFEM) を用いて、QSI試験解析を実施し、得られた変位-荷重関係と損傷様子をCFRP積層板の結果と比較した。本研究はNEDO委託事業「複合材時代の理想機体構造を実現する機体設計技術の開発」の一部として行われた。記して感謝する。

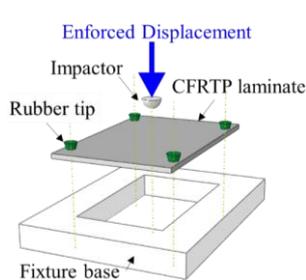


Fig.1 QSI test.

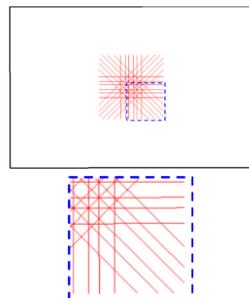


Fig.2 Modeling matrix crack.

Table.1 Material properties of CFRTP and CFRP [2 - 4].

Laminate (CFRTP/CFRP)		Cohesive zone (CFRTP/CFRP)	
E_L [GPa]	127.0 / 153.0	G_{Ic} [N/mm]	1.50 / 0.54
E_T [GPa]	8.36 / 8.0	G_{IIc} [N/mm]	2.35 / 1.64
G_{LT} [GPa]	4.46 / 4.03	σ_{lmax} [MPa]	77.8 / 47
G_{TT} [GPa]	2.98 / 2.75	σ_{llmax} [MPa]	100.4 / 100
ν_{LT}	0.32 / 0.34	k [N/mm ²]	1.0×10^5
ν_{TT}	0.40 / 0.45	α	1

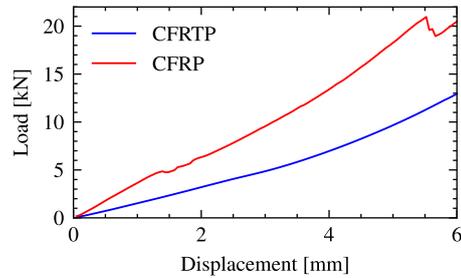


Fig.3 The relationship between displacement and load.

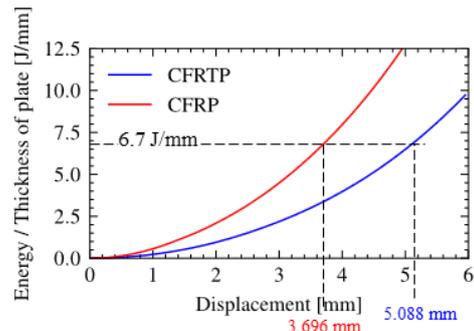
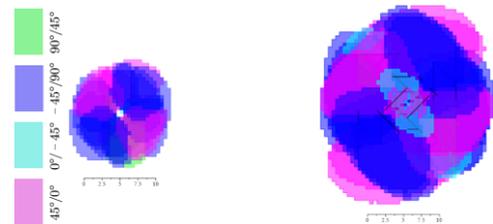


Fig.4 The relationship between displacement and work of interder in numerical simulation.



(a) CFRTP laminate (b) CFRP laminate

Fig.5 Damage distribution.

参考文献

- [1] NEDO: 2015 年度~2019 年度成果報告書: 「次世代構造部材創製・加工技術開発」 研究開発項目⑤, No. 20210000000093, 2020.
- [2] Shirasu, K. et al.: Experimental and numerical study on open-hole tension/compression properties of carbon-fiber-reinforced thermoplastic laminates, *J. Compos. Mater.*, Vol.56, pp. 2211-2225, 2022.
- [3] 森本ら: JAXA先進複合材料力学特性データベース: 改訂版, JAXA-RM-17-004, pp.1-230, 2018.
- [4] 浜中ら: 熱可塑性CFRPの低速衝撃損傷特性評価, 第13回日本複合材料会議, 2022.

混合モード下における延性き裂進展方向予測式の評価

Evaluation of Prediction equation for Direction of Ductile Crack Propagation under Mixed Modes

○学 肥田野 海斗¹⁾, 正 和田 義孝¹⁾

Kaito Hidano, Yoshitaka Wada

1) 近畿大学 Kindai University

In the ductile crack propagation, structures is sometimes largely deformed and mixed mode loadings appears due to the deformation. The stress singularity around a crack tip doesn't agree with HRR singularity filed. The direction of ductile crack propagation with large deformation needs further discussion. In a previous study, prediction equation for crack propagation angle, which is one of the crack propagation behaviors, were proposed under mixed-mode loading. In this study, distributions of equivalent plastic strain and stress triaxiality around a crack tip are evaluated under three-point bending to improve the equation for a propagated long crack and proposed a new equation. To generalize the equation, we evaluated it with the other model. As a result, it was found that the equation can be used for mixed-mode ratio up to 0.1.

Key Words : mixed-mode, crack propagation angle, equivalent plastic strain, stress triaxiality

1. 緒言

弾塑性き裂を評価するための破壊力学パラメータの一つとしてJ積分がある。しかし大変形を伴う場合、き裂先端の応力場はHRR解と一致しないことが多く、J積分での評価はできない。また、実際の構造物にはき裂面と垂直方向に荷重が作用するモードI負荷のみでなく、複数方向に荷重が作用する混合モード負荷を受ける場合が多く、混合モード下でのき裂進展方向を評価する方法ははまだ議論が続いている。そこで、延性破壊に有効とされているパラメータとして、応力三軸度 σ_{tri} と相当塑性ひずみ ϵ_{eq} がある。板厚中央面では σ_{tri} が、板厚端面では ϵ_{eq} がそれぞれ高い値になる方向にき裂が進展することから、これらのパラメータはき裂進展に関与していることが示されている[1]。

先行研究では、混合モード負荷が与えるき裂進展挙動の一つであるき裂進展角度 θ_F に注目し、有効とされるパラメータが θ_F にどのような影響を及ぼしているのかが検討された。その結果、 θ_F の以下の式(1)が提案された[2]。

$$\theta_F = -148.5 \times \frac{\delta_{II}}{\delta_I}^{a^{5+0.285}} + \frac{90^{b^{7.5}}}{100} \times \frac{\delta_{II}}{\delta_I} \quad (1)$$

δ_I , δ_{II} はそれぞれモードI, モードIIのき裂開口変位, a はき裂進展増分量とリガメント長さの比, b は初期き裂と現在のき裂長さの比を示している。

本研究では、大規模降伏範囲でモードIとモードIIの混合モード荷重下での三点曲げ解析を行い先行研究にて検証しきれなかった十分に発達した長いき裂での応力三軸度, 相当塑性ひずみを取得する。そしてその結果を基に、提案式の適用範囲を検証する。

2. 手法

本研究では、電力中央研究所[3]が行った材料STPT410の破壊試験に基づき、モードI, モードIIの混合モード下での三点曲げき裂進展解析を行う。モデル①の節点数, 要素数, 材料特性, 最小要素サイズを表1に示す。

Table1 モデルの詳細および材料特性

モデル	要素数	節点数	E GPa	ν	σ_y MPa	最小要素 サイズ mm
①	22,572	92,378	203	0.306	273	0.25
②	103,584	20,052	206	0.3	599	0.15

ここで、 E はヤング率, ν はポアソン比, σ_y は降伏応力を示す。汎用有限要素法プログラム ANSYS を用いて有限要素モデルを作成する。図1にモデルの簡略図を示す。解析モデルは解析時間の短縮, メモリ不足を避けるため、モデルの対称性を考慮し、1/2 モデル (41mm × 100mm × 8mm) を使用する。このモデルには16mm の予き裂が入っている。正確に物理量を取得するため、図2に示すようにき裂進展方向に半円状の細かいメッシュを作成している。要素は六面体二次要素を使用した。図1に示すように強制変位を与える位置をXとし、これを変化させることで混合モード比の変更を行った。本研究で用いた混合モード比 K_{II}/K_I を以下の表2に示す。

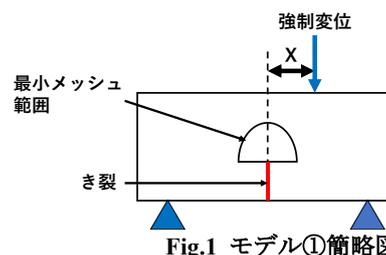


Fig.1 モデル①簡略図

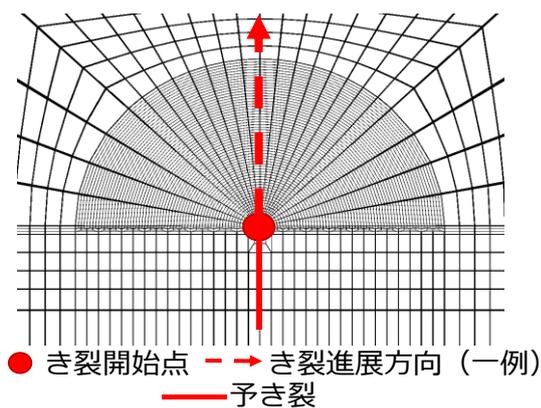


Fig.2 メッシュ形状

Table2 使用する混合モード比

X [mm]	0	5	10
K_{II}/K_I	0	0.058	0.1

き裂進展条件として使用する，き裂進展量 Δa と J 積分の関係を示す J-R 曲線を図3に示す．強制変位量を増やす毎に J 積分を計算し，J-R 曲線を上回るとき，き裂先端の節点のカップリング拘束を解放することによってき裂進展を表現する．

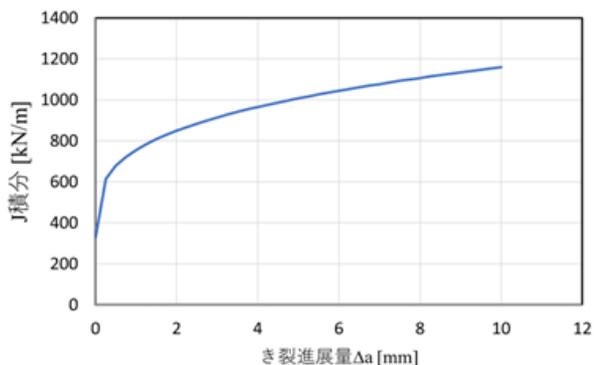


Fig.3 STPT410 の J-R 曲線



Fig.4 節点解放法

図5に示すように，き裂先端部を中心として半径3mmの円上の節点から σ_{tri} ， ϵ_{eq} を取得する．よって，き裂が進展すると，き裂先端部の位置が変わるので，取得する円が移動する．

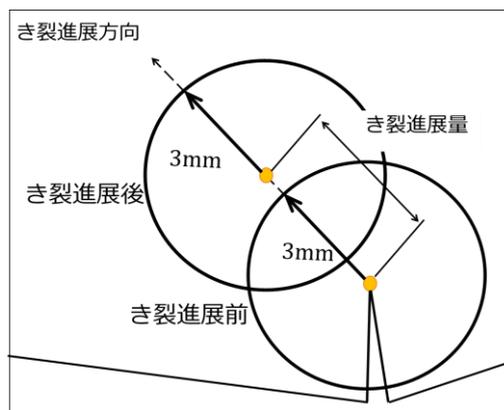


Fig.5 物性値の取得距離

また角度の定義は，図6に示すようにき裂先端から荷重位置の中心位置を結ぶ直線を基準軸とする．その軸から時計回りを負，反時計回りを正とする．

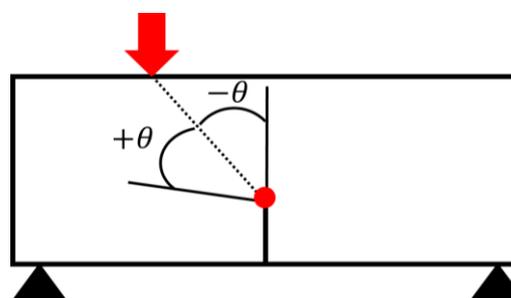


Fig.6 角度の定義

3. 結果

き裂を10mmまで進展させ，き裂が1mm進展するごとに σ_{tri} ， ϵ_{eq} を取得した．解析結果から得られた $K_{II}/K_I = 0.1$ での物性値と角度の関係を表すグラフを図7，図8に示す．

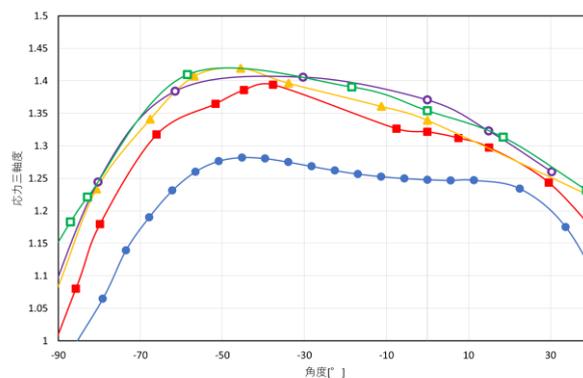


Fig.7 応力三軸度 σ_{tri}

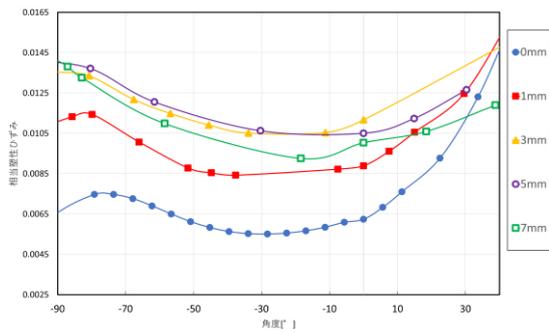


Fig.8 相当塑性ひずみ ϵ_{eq}

図7, 図8よりき裂が進展するにつれ σ_{tri} は増加する. それに対し ϵ_{eq} も σ_{tri} と同様に増加するが, き裂進展量5mmを超えた後, 減少していく傾向がみられた. また σ_{tri} , ϵ_{eq} は相反関係にあることが分かり, 混合モード比0, 0.058でも同様の傾向が得られた. ϵ_{eq} が最小極小値をとる角度を θ とし, 式(1)の θ_F と比較した. 結果を図9に示す.

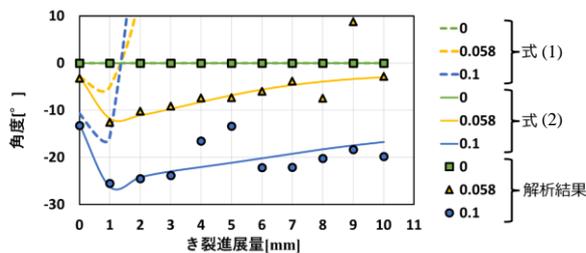


Fig.9 解析結果と提案式の比較

解析結果による θ は混合モード比が0の時, き裂進展量が増加しても常に 0° であった. 混合モード比が 0.058, 0.1の時, き裂進展量 1 mmまでは角度は負の方向に移項するが, その後は 0° に収束していく傾向がみられた. 提案式では混合モード比が 0の時, 解析結果と同じく角度は常に 0° であった. だが, 混合モード比が0.058, 0.1の時, き裂進展量が 1 mmを超えた後角度が発散し, 十分に発達した長いき裂でのき裂進展角度の傾向を表現できなかった.

そこで, 本研究での解析結果を踏まえ, 式(1)を基に新たに θ_F の式を提案する.

$$\theta_F[\text{rad}] = 4.5C^{b^{2.5}} - 7.6Ca^{7a} - 2bC^{2.1} \quad (2)$$

式(2)より, 混合モード比が 0の時, き裂進展量が増加しても常に 0° であり, 混合モード比が 0.058, 0.1の時, き裂進展量が増加するにつれ角度が 0° に収束していき, 解析結果と傾向が一致した.

物理量取得距離 $r=3[\text{mm}]$ の妥当性を評価するため, $K_{II}/K_I = 0.1$ での, 10mmまでのき裂進展量に対し, 横軸にき裂先端からの距離 r をリガメント長さ R で割った値, 縦軸に応力 σ_{yy} をとり, \log スケールで表したものを図10

に示す. σ_{yy} は $r=0.5\text{mm}$ から3.25mmまで0.25mm間隔で取得する.

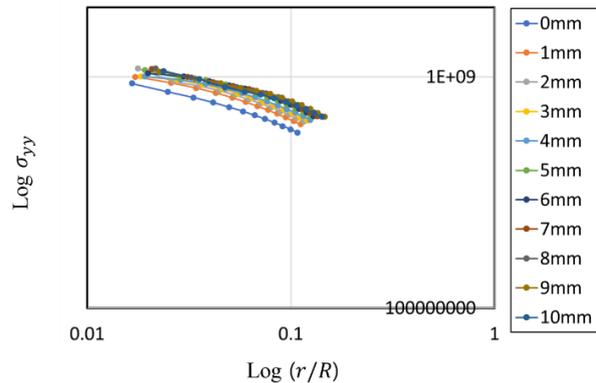


Fig.10 物理量取得距離 r の評価

結果を見ると, き裂進展量が増加すると σ_{yy} は増加するが, すべてのき裂進展量において傾きが -0.2 となり, HRR 解とは異なる特異性を表現できた. 他の混合モード比でも同様の傾向を確認できたことから, 本研究のモデルでは, 物理量取得距離 $r=3\text{mm}$ は妥当であったと考えられる. だが, 異なるき裂進展量とJ積分の関係, すなわち異なる $J-R$ 曲線となる場合, 特異性が変化する可能性がある. 本研究で提案した式 (2) は $J-R$ 曲線と物理量取得距離 r の関数であるため, 式を一般化するにはこれらが異なるモデルで解析を行い, 式を評価する必要がある.

4. 提案式の評価手法

そこで本解析では, 高延性, 高靱性材料であるA533B鋼を用いた常温における三点曲げ延性破壊試験結果[4]に基づき作成したモデル②を使用し, 提案式を検証するためのき裂進展解析を行う. 以後この解析を検証解析と称する. モデル②の節点数, 要素数, 材料特性, 最小要素サイズを表1に示す.

モデル①同様に汎用コードANCYSを用いて有限要素モデルを作成し, 図11に示すような1/2 モデル(20mm × 70mm × 8mm)を用いる. 混合モード比は0.25とし, 要素は上下左右方向だけでなく, 斜め方向にもき裂進展が行えるよう四面体一次要素を使用する.

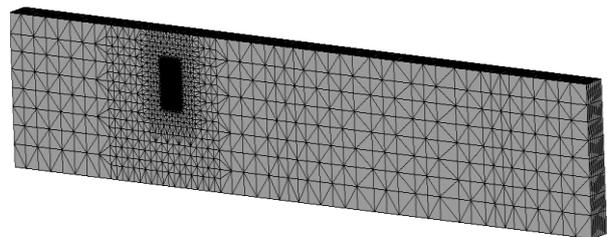


Fig.11 モデル②

き裂進展条件は, 中村らが行った破壊試験の結果[4]よ

り得られた図12に示す $J-R$ 曲線を使用する。

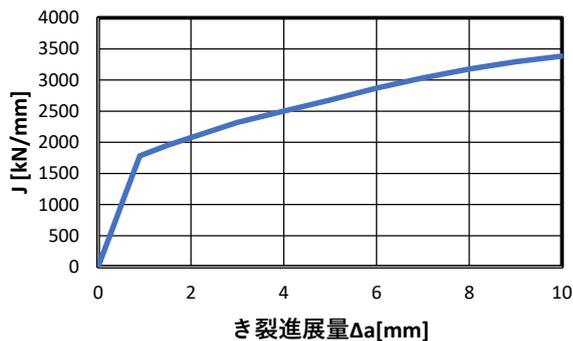


Fig.12 A533B の $J-R$ 曲線

5. 提案式の評価結果

き裂先端部を中心として半径1.2mm の円上の節点から σ_{tri} , ε_{eq} を取得する。モデル①と同様、検証解析により得られた ε_{eq} が最小極小値をとる角度を θ とし、提案式(2)の θ_F と比較した。結果を図13に示す。

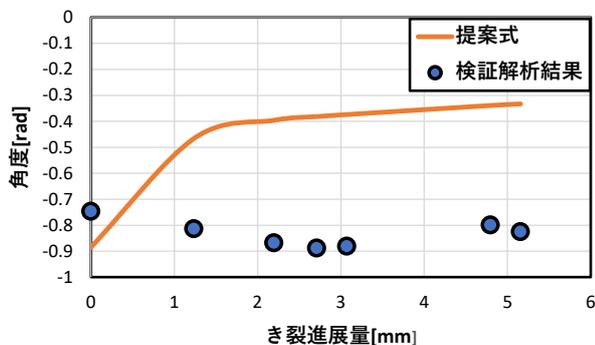


Fig.13 解析結果と提案式の比較

検証解析結果による θ はき裂進展量が増加した際もほぼ一定の大きさであった。提案式ではき裂進展が進むにつれ 0° に収束していく傾向がみられた。提案式は混合モード比が小さく、き裂が荷重の作用する位置まで達する場合での解析結果でのフィッティングを行った。よって、混合モード比が大きく、き裂が荷重の作用する位置に達しない際には提案式(2)は適用できないと考えられる。

6. 結言

モデル①では先行研究で提案されたき裂進展角度式の評価を行うため、混合モード下における延性材料でのき裂進展解析を行った。十分に発達した長いき裂でのき裂進展角度の傾向を表現できなかったため、新たに式(2)を提案した。

モデル②では、式の一般化のため、検証解析を行った。その結果を基に式(2)の評価を行った。混合モード比が大きくき裂が荷重の作用する位置に達しない際には解析結果と異なる傾向を示した。

参考文献

- [1] 菊池正紀, 山王丸将吾. 混合モード荷重下における延性破壊機構の研究, 日本機械学会論文集 (A編), Vol.74, No.745 (2008), Page.1235-1242
- [2] 光増夕佳, 混合モード荷重を受ける大規模降伏状態にあるき裂近傍の力学的評価, 修士論文, (2020)
- [3] 財団法人電力中央研究所. 軽水炉クラス2,3配管の欠陥評価法の開発. 総合報告T75(2003)
- [4] 中村春夫, 高島典生, 小林英男, 中沢一, A533B-1 鋼の弾塑性破壊靱性および破壊抵抗の評価, 材料, Vol.32, No.363(1983), pp.286-291.

OS19 き裂・き裂進展解析や構造健全性評価に関する数値解析

[F-05] OS19 き裂・き裂進展解析や構造健全性評価に関する数値解析 (2)

座長:長嶋 利夫(上智大学)

Wed. May 31, 2023 4:45 PM - 6:15 PM Room F (2F Conference Room 202B)

[F-05-01] ゴム材料の疲労寿命予測シミュレーション

*石川 覚志¹ (1. 株式会社IDAJ)

4:45 PM - 5:00 PM

[F-05-02] S-IGA (S-version Isogeometric Analysis) を用いた線形破壊力学解析の高精度化に関する研究 (ローカルとグローバルパッチのサイズ比と要素細分化の影響)

*黒澤 太加志¹、砂岡 優輔¹、土山 雄飛¹、乙黒 雄斗¹、岡田 裕¹ (1. 東京理科大学)

5:00 PM - 5:15 PM

[F-05-03] 複合硬化則およびせん断誘起損傷を導入した結合力埋込型構成則の提案

*田尾 嶺弥¹、新宅 勇一¹、寺田 賢二郎² (1. 筑波大学、2. 東北大学)

5:15 PM - 5:30 PM

[F-05-04] 拡張有限要素法を用いた繊維強化積層板の繊維うねり部における損傷進展・強度評価解析

*西岡 貴優¹、樋口 諒¹、横関 智弘¹ (1. 東京大学)

5:30 PM - 5:45 PM

[F-05-05] 重合メッシュ法を基礎とした3次元構造体の高速亀裂伝播・停止モデルの開発

*柴沼 一樹¹、He Tianyu¹、森田 直樹²、三目 直登²、福井 努³ (1. 東京大学、2. 筑波大学、3. 日本海事協会)

5:45 PM - 6:00 PM

[F-05-06] A nodal-based Lagrange Multiplier/Cohesive Zone (LM/CZ) Method for Crack Simulations

Qin Yifang¹、*浅井 光輝¹、Chen Shunhua² (1. 九州大学、2. 中山大学)

6:00 PM - 6:15 PM

ゴム材料の疲労寿命予測シミュレーション

Simulation of fatigue life for elastomer

石川覚志¹⁾

Satoshi Ishikawa

1) 博(工) 株式会社IDAJ (〒650-0001 兵庫県神戸市中央区加納町4-4-17, E-mail: ishikawa.satoshi@idaj.co.jp)

The fatigue life is one of the most important for the mechanical product design, and the precise prediction of life is the key issue. There are several methods for traditional metal fatigue such as SN-relation, Basquin rule and Coffin-Manson rule, however, they are not available for elastometric material. For the evaluation of elastomer fatigue life, another algorithm should be applied. This paper has shown the crack growth rate of elastomer and application of estimation for fatigue life.

Key Words : Fatigue Life, Elastomer, Crack

1. はじめに

構造物の疲労および破壊現象は重要な設計要因である。金属材料に対する疲労という用語はJean-Victor Poncelet (仏)によって1825年頃に提唱され、その後Wilhelm Albert (独)が、鉱山の鉄製チェーンの疲労に関する実験結果を報告した。金属疲労の寿命予測を行うための多くのシミュレーションソフトウェアが実用化され、有効利用されている。一方高分子に対する疲労寿命予測は金属とは異なる現象を伴うため、その寿命予測を行うための実験がLake, G. J., Lindley, P. B[1]らによって行われた。その寿命曲線を数式化したものがソフトウェアに組み込まれ、実用化に至っている。本稿ではゴム材料に対する最近の疲労寿命予測ソフトウェアの機能の一部ならびに適用事例を紹介する。

2. ゴムのクラック成長速度と疲労寿命式

(1) ゴムのクラック成長速度

ゴムの疲労破壊すなわちクラックの成長速度を図1に示す。図1に示すようにゴムの種類やカーボンブラックの配合などによって成長速度が異なる。横軸がクラックを促進するエネルギー(駆動力)であり、縦軸がクラック進展速度 dc/dN である。

(2) fe-safe/rubberでのゴムのクラック成長速度式

図1に示す実験曲線をソフトウェアで用いるためにfe-safe/RubberではLake-Lindleyによる図2に示す曲線を適用している。これは下限界と遷移領域を持つ予測式であり、式(1)から(3)に示すクラックの駆動力すなわちひずみエネルギーの範囲に応じて、それぞれ成長速度が計算される。

ここで、 T_0 はクラックの生じない下限界値、 T_t は進展速度の関数の遷移値であり、駆動力が T_t より小さい場合は線形則となり、大きければべき乗則を取る。 T_c は臨界値であり、駆動力がそれ以上となると急激な破断となり、 r_c が上限の進展速度である。したがって、図2に例として値を示した変数がゴムの疲労寿命を支配する材料物性値であ

る。なお、式(2)の線形領域の係数 A は、式(2)と(3)が $T = T_t$ の時に等しくなるので、式(4)の関係から得られる。

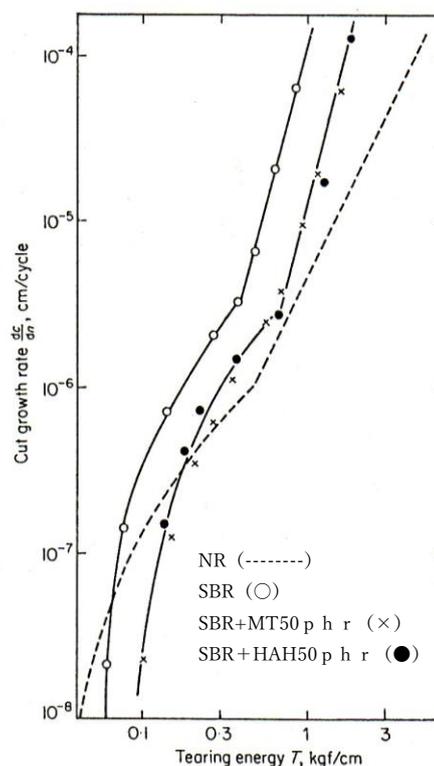


図-1 実験によるクラック成長速度曲線

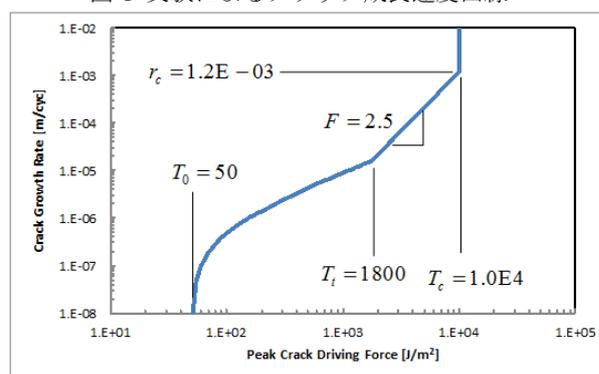


図-2 fe-safe/rubberでのクラック成長速度曲線

$$\frac{dc}{dN} = 0 \quad T < T_0 \quad (1)$$

$$\frac{dc}{dN} = A(T - T_0) \quad T_0 < T < T_t \quad (2)$$

$$\frac{dc}{dN} = r_c \left(\frac{T}{T_c}\right)^F \quad T_t < T < T_c \quad (3)$$

$$A(T_t - T_0) = r_c \left(\frac{T_t}{T_c}\right)^F \quad (4)$$

(3) 疲労寿命式

疲労寿命は次式で計算される。

$$N = \int_{c_0}^{c_f} \frac{1}{r(G)} dc \quad (1)$$

ここで、 $r(G)$ はエネルギー解放率 G を変数とする関数であり、前節でのクラック進展速度 dc/dN に他ならない。 c_0 は初期クラック長さ（潜在欠陥）であり、深堀[2]は実験からカーボンブラック充填の天然ゴムの潜在欠陥は50 μ mであることを示しており、fe-safe/rubberでは様々なゴム材料毎に値が設定されている。一方 c_f は破断長さを表しており、fe-safe/rubberでのデフォルト値は1mmとなっている。

3. 適用事例

Mars[3]らが示した適用事例を紹介する。彼らはマウントゴムに引張と圧縮の繰り返し変位を与える実験を行った上で、その疲労寿命予測を実施した。まず、通常の有限要素解析でマウントゴムに引張と圧縮の境界条件を与え、応力解析を実行する。（図3参照）その応力とひずみ履歴をfe-safe/Rubberで読み込み寿命予測を行う。図4に本事例で適用したゴムの疲労寿命曲線を示す。表1に実験の条件と解析結果を示す。疲労解析は3ケース行い、第2列が平均変位、第3列が変位振幅である。1mmのクラック成長に要するサイクル数として、寿命計算結果を第4列に、実験結果を第5列に示す。寿命予測の値と実験値でほぼ同等の値が得られている。

表-1 実験条件と解析結果

Case	Mean disp	Disp amplitude	Cycles Analysis	Cycles Experiment
A	5	5	4.19E6	4.0E6
B	-5	5	1.17E6	1.5E6
C	0	10	0.52E6	0.6E6

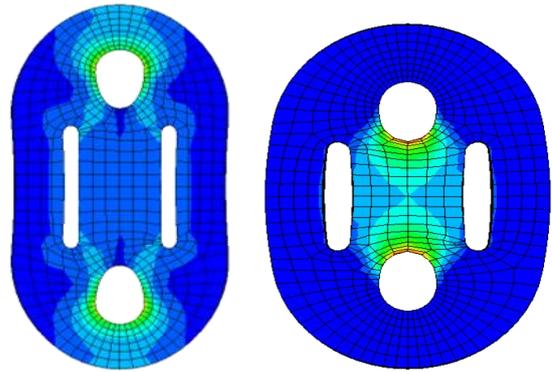


図-3 マウントゴムの引張と圧縮解析結果

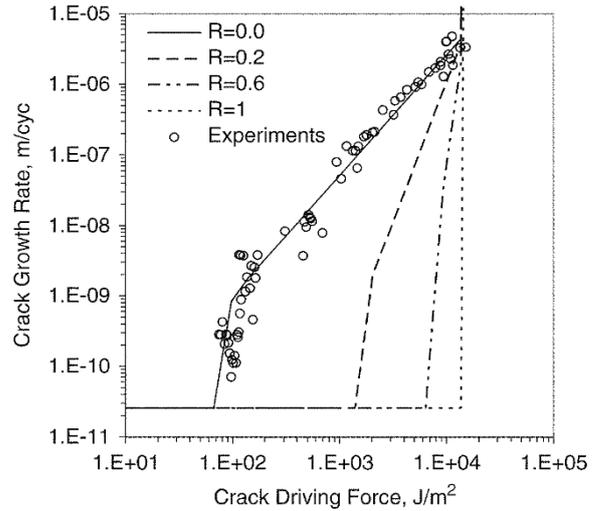


図-4 実験によるクラック成長速度曲線

4. まとめ

ゴムの疲労寿命予測ソフトウェアについて簡潔に紹介した。適切な寿命曲線を用意することが重要であるが、紹介したソフトウェアを用いてゴムなどの高分子材料に対する繰り返し疲労寿命を予測可能である。今後は他の種類のゴム材料や実用部品についても検討を行う予定である。

参考文献

[1] Lake, G. J., Lindley, P. B. J: The mechanical fatigue limit for rubber, *J. Appl. Poly. Sci.*, Vol.9, pp.1233-1251, 1965.
 [2] 深堀美英: エラストマーの疲労寿命予測, 日本ゴム協会誌, Vol.58, pp.625-633, 1985.
 [3] Mars, W. V. et al: Fatigue life analysis of an exhaust mount, *Constitutive Models for Rubber IV*, pp.23-29, 2005.

S-IGA (S-version Isogeometric Analysis) を用いた線形破壊力学解析の高精度化に関する研究 (ローカルとグローバルパッチのサイズ比と要素細分化の影響)

A Study on Accuracy of Linear Fracture Mechanics Using the S-Version Isogeometric Analysis.

(Size ratio of local and global patches and effect of element subdivision)

黒澤太加志¹⁾ 砂岡優輔²⁾ 土山雄飛³⁾ 乙黒雄斗⁴⁾ 岡田裕⁵⁾

Takashi Kurosawa, Yusuke Sunaoka, Yuhi Tutiyama, Yuto Otaguro and Hiroshi Okada

¹⁾東京理科大学大学院, Tokyo University of Science

²⁾東京理科大学大学院, Tokyo University of Science

³⁾東京理科大学大学院, Tokyo University of Science

⁴⁾東京理科大学, Tokyo University of Science

⁵⁾東京理科大学, Tokyo University of Science

S-version Isogeometric Analysis Applying the idea of S-version Finite Element Method was studied to improve the accuracy of linear fracture mechanics analysis. The relationship between the size ratio of global and local patches and element subdivision was clarified, and make guidelines to ensure the accuracy of the analysis.

Key Words : Fracture Mechanics, Isogeometric Analysis, S-version Isogeometric Analysis

1. 緒言

機械部品を設計する際の一般的な手順として、まず CAD (Computer Aided Design) を用いて設計モデルを生成し、そこから有限要素法 (Finite Element Method, FEM) の解析モデルを生成して解析を行っている。しかし、解析を行うために生成される FEM モデルは多項式による形状表現であるため、厳密な幾何形状を表現できず形状誤差を発生させる原因となっている。[1,2] この問題点に対するアプローチの1つとして、Hughes らによって提案されたアイソジオメトリック解析 (Isogeometric Analysis, IGA) が近年注目されている。IGA は、厳密な幾何形状を表現することが可能な非一様有理 B スプライン (NonUniform Rational B-spline, NURBS) を FEM の幾何表現および形状関数として用いた解析手法である。これにより、IGA では形状誤差を発生させずに解析を行うことができ、解析の精度向上が見込まれる。

また、構造物の設計に際して、安全性を確保する上で破壊力学解析を行うことは非常に重要であり、IGA を用いた破壊力学解析の研究も行われている。き裂問題に関しては FEM における Barsoum の特異要素 [3] と類似の幾何学マッピングの考え方を IGA に持ち込んだ特異パッチ法 [4] がある。特異パッチ法を用いることで、き裂先端近傍の応力特異性を表現できるため高精度にき裂問題の解析を行うことが可能となる。特異パッチ法は二次元問題に対し、Okada ら [4] に提案され、精度に対する詳細な検討が示された後、Omar ら [5] により

三次元問題へ適用されている。

構造物の破壊力学解析では、き裂を含む問題などの応力特異性を有する問題の解析を行うため、詳細形状のモデリングが必要となる。しかし、船舶などの大規模な構造物の全体構造を詳細に表現したモデルを用いて解析を行うことは、解析時間やモデル生成コストなどの観点から好ましくない。そこで、全体構造は比較的粗いモデルで解析をして、応力集中部などの詳細な挙動を知りたい構造部は精密な要素細分化を行ったモデルを用いて解析を行うマルチスケール解析手法が1つのアプローチとして用いられている。この手法を用いることにより、精密な要素細分化を行うのがローカルモデルのみとなることや、全体モデルと局所モデルを別々に生成することで問題ごとに解析モデルを再生成する必要がないことから解析時間やモデル生成コストを削減できるなどの利点がある。[6]

IGA を用いたマルチスケール解析手法には、FEM の重合メッシュ法 (S-Version Finite Element Method, S-FEM) [7,8] の考え方を IGA に適用した重合パッチ法 (S-Version Isogeometric Analysis, S-IGA) [9,10,11] があり、これは全体モデルにあたるグローバルパッチと局所モデルであるローカルパッチを重ねて同時に解析を行う手法である。この手法は、グローバルパッチとローカルパッチが互いに独立に生成されるため、柔軟なモデリングが可能である。

線形破壊力学解析では、応力特異性の強さを表す応

力拡大係数 (Stress Intensity Factor, SIF) が最も重要な破壊力学パラメータとして知られており, この値を用いてき裂先端近傍の評価を行うことができる [12,13]. 線形弾性問題において, 混合モードにおける各モードの応力拡大係数は Yan らが提案した相互積分法を用いることにより計算することができる [14].

重合パッチ法および特異パッチ法を用いてローカルパッチにき裂を表現し, 相互積分法により各モードの応力拡大係数を求めることにより, き裂を含む混合モード下の線形破壊力学解析を効率的に行うことが可能である.

本報では, 重合パッチ法を用いた線形破壊力学解析において, グローバルパッチとローカルパッチの寸法比や要素細分化の影響を検証し, 高精度解析を行うためのガイドラインについて報告する.

2. アイソジオメトリック解析 (Isogeometric analysis, IGA) [1,2]

IGA は NURBS 基底関数が形状関数として用いられている. NURBS は B スプラインに重みを導入したものであり, B スプラインはパラメータ空間座標の並びを示す単調増加数列であるノットベクトルから構成される.

次数を p , ノットベクトルを $\Xi = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n+p+1}\}$ ($\xi_i \in \xi_{i+1}$) とすると, n 個の B スプライン基底関数は以下のように定義される. $p = 0$ において

$$N_{i,0}(\xi) = \begin{cases} 1 & (\xi_i \leq \xi < \xi_{i+1}) \\ 0 & (\text{otherwise}) \end{cases} \quad (1)$$

$p \geq 1$ において

$$N_{i,p}(\xi) = \frac{\xi - \xi_i}{\xi_{i+p} - \xi_i} N_{i,p-1}(\xi) + \frac{\xi_{i+p+1} - \xi}{\xi_{i+p+1} - \xi_{i+1}} N_{i+1,p-1}(\xi) \quad (2)$$

B スプライン曲線は B スプライン基底関数の線形結合により構築される. 基底関数の係数としてコントロールポイント B_i ($i = 1, 2, \dots, n$) を与えると, B スプライン曲線 $C(\xi)$ は以下の式で定義される.

$$C(\xi) = \sum_{i=1}^n N_{i,p}(\xi) B_i \quad (3)$$

また, NURBS 基底関数は, B スプライン基底関数に対して重み w_i を用いて以下の式により定義される.

$$W(\xi) = \sum_{i=1}^n N_{i,p}(\xi) w_i \quad (4)$$

$$R_i^p(\xi) = \frac{N_{i,p}(\xi) w_i}{W(\xi)} = \frac{N_{i,p}(\xi) w_i}{\sum_{i=1}^n N_{i,p}(\xi) w_i} \quad (5)$$

NURBS 曲線は, B スプライン曲線と同様, NURBS 基底関数にコントロールポイント B_i を与えることにより, 定義される.

$$D(\xi) = \sum_{i=1}^n R_i^p(\xi) B_i \quad (6)$$

なお, IGA ではノットが要素境界として用いられ, 要素長さはノット区間の距離として定義される.

3. 重合パッチ法 (S-Version Isogeometric Analysis, S-IGA) [9]

S-IGA は, 図 1 で示すようなグローバルパッチとローカルパッチを重ねて同時に解析を行う手法である. ここでは, 線形弾性問題を仮定し S-IGA の定式化を行う.

グローバルパッチ領域 Ω^G およびローカルパッチ領域 Ω^L でそれぞれ独立な変位場が定義されており, 領域 Ω^L の変位は以下のように定義される.

$$u(x) = \begin{cases} u^G(x) & \text{in } \Omega^G - \Omega^L \\ u^G(x) + u^L(x) & \text{in } \Omega^L \end{cases} \quad (7)$$

ただし, パッチ境界 Γ^{GL} における変位の C^0 連続性を保証するために, 以下の条件を課す.

$$u^L(x) = \mathbf{0} \quad \text{on } \Gamma^{GL} \quad (8)$$

領域 Γ^G, Γ^L において, 変位場とひずみ場は各領域における NURBS 基底関数マトリクス N^G, N^L とコントロールポイント変数ベクトル B^G, B^L , 変位・ひずみマトリクス d^G, d^L を用いて以下の式で定義される.

$$u^G = N^G d^G \quad (9)$$

$$u^L = N^L d^L \quad (10)$$

$$\epsilon^G = B^G d^G \quad (11)$$

$$\epsilon^L = B^L d^L \quad (12)$$

上記の各仮定を仮想仕事の原理に代入すると, 以下のような離散化方程式が導かれる.

$$\begin{bmatrix} K^G & K^{GL} \\ K^{GLT} & K^L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d^G \\ d^L \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f^G \\ f^L \end{Bmatrix} \quad (13)$$

ここで, K^G, K^L および K^{GL} は変位-ひずみマトリクス B と弾性マトリクス D を用いて, 以下の式により定義される.

$$K^G = \int_{\Omega^G} B^{GT} DB^G d\Omega \quad (14)$$

$$K^L = \int_{\Omega^L} B^{LT} DB^L d\Omega \quad (15)$$

$$K^{GL} = \int_{\Omega^L} B^{LT} DB^G d\Omega \quad (16)$$

K^G, K^L はそれぞれグローバル領域およびローカル領域で定義される剛性マトリクスであり、 K^{GL} は結合剛性マトリクスと呼ばれる両パッチの連成をなすマトリクスであり、ローカルパッチに対する体積積分により計算される。

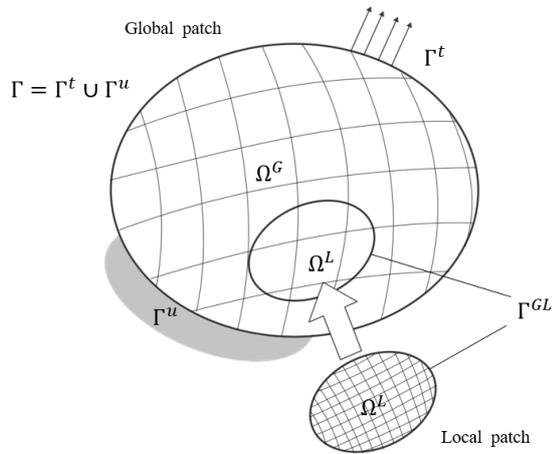


Fig. 1 Concept of S-IGA.

4. 相互積分法 (Interaction Integral Method, IIM) [14]

相互積分法は、線形弾性体に対してエネルギー解放率とJ積分が一致することを利用し、混合モード破壊問題の応力拡大係数を計算する手法である。

図2のような弾性変形した物体の独立した2つの平衡状態を考え、この2つの弾性問題(1),(2)の解をそれぞれ上付き文字(1),(2)と記述し、さらに、それらの重ね合わせたの解を上付き文字(0)とする。このとき、2つの場を重ね合わせた時の変位 u_i 、ひずみ ϵ_{ij} 、応力 σ_{ij} は以下のように表される。

$$\begin{aligned} u_i^{(0)} &= u_i^{(1)} + u_i^{(2)}, & \epsilon_{ij}^{(0)} &= \epsilon_{ij}^{(1)} + \epsilon_{ij}^{(2)}, \\ \sigma_{ij}^{(0)} &= \sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)} \end{aligned} \quad (17)$$

よって、重ね合わせ場でのひずみエネルギー密度 W は以下ようになる。

$$\begin{aligned} W^{(0)} &= \frac{1}{2} \sigma_{ij}^{(0)} \epsilon_{ij}^{(0)} = \frac{1}{2} (\sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)}) (\epsilon_{ij}^{(1)} + \epsilon_{ij}^{(2)}) \\ &= W^{(1)} + W^{(2)} + W^{(1,2)} \end{aligned} \quad (18)$$

ここで、上添え文字(1)は問題を重合パッチ法解析から得られた実場、上添え文字(2)は問題をIrwinのき裂近傍の厳密解の場として定義した補助場とする。

モードIの変形のみを受けるような補助場を上付き文字2a、モードIIの変形のみを受けるような補助場を上付き文字2bで示す。混合モードにおけるモードIまたはモードIIの応力拡大係数は、図3に示すようなき裂先端を含む領域積分として以下の式により求められる。

$$K_I^{(1)} = -\frac{E'}{2} \iint_A \left(\delta_{1i} W^{(1,2a)} - \left[\sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_j^{(2a)}}{\partial x_1} - \sigma_{ij}^{(2a)} \frac{\partial u_j^{(1)}}{\partial x_1} \right] \right) \frac{\partial q}{\partial x_i} dA \quad (19)$$

$$K_{II}^{(1)} = -\frac{E'}{2} \iint_A \left(\delta_{1i} W^{(1,2b)} - \left[\sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_j^{(2b)}}{\partial x_1} - \sigma_{ij}^{(2b)} \frac{\partial u_j^{(1)}}{\partial x_1} \right] \right) \frac{\partial q}{\partial x_i} dA \quad (20)$$

ここで E' は材料定数であり平面応力状態、平面ひずみ状態のそれぞれにおいて、以下の値となる。

$$E' = \begin{cases} E & \text{(Plane stress)} \\ \frac{E}{1-\nu^2} & \text{(Plane strain)} \end{cases} \quad (21)$$

ここで、 q は仮想き裂進展量を表すスカラー関数であり、以下の式により定義される。

$$q(x) = \begin{cases} 1 & \text{on } \Gamma_\epsilon \\ 0 & \text{on } \Gamma \end{cases} \quad (22)$$

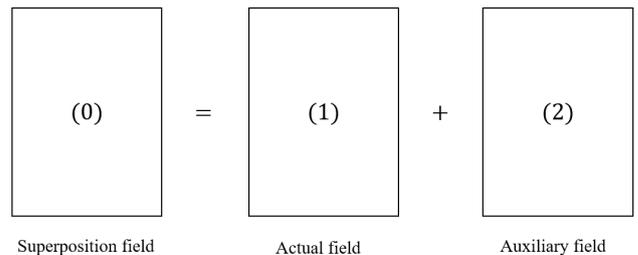


Fig. 2 Superposition field.

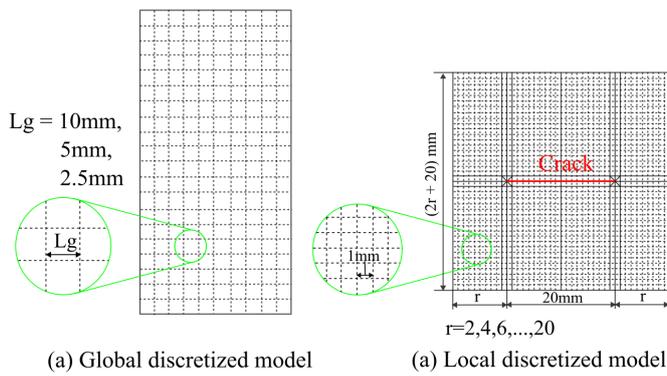


Fig. 7 Global and Local discretized model [(a) Global model (b) Local model].

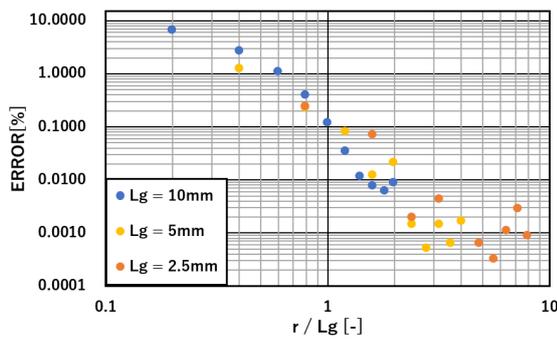


Fig. 8 Transition of mode I ERROR (tilt angle is 30°).

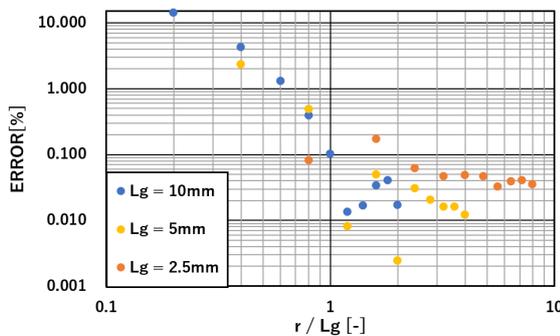


Fig. 9 Transition of mode II ERROR (tilt angle is 30°).

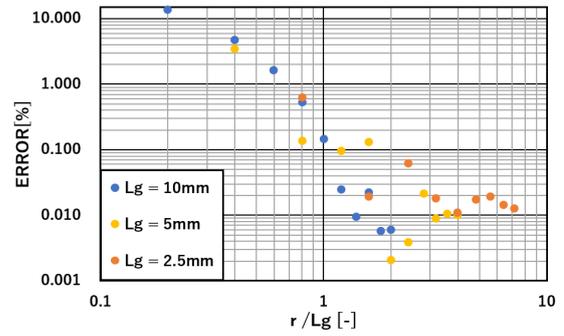


Fig. 10 Transition of mode I ERROR (tilt angle is 45°).

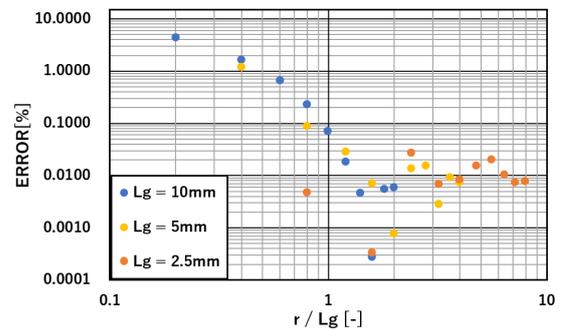


Fig. 11 Transition of mode II ERROR (tilt angle is 45°).

図 8 から 11 に示す結果により、 r/Lg が小さいと大きな誤差が発生し、 $r/Lg \geq 1$ とした場合は精度がおおよそ同等になることが確認された。

6. 結言

本研究では、重合パッチ法を用いたき裂を含む線形破壊力学問題の高精度化に対する検証を行った。精度を保証するためには、ローカルパッチにおけるき裂先端からの領域を十分に確保する必要がある。 r/Lg を 1 以上にすることが推奨される。

参考文献

- [1] Hughes, T.J.R., Cottrell, J.A. and Bazilevs, Y.: Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 194, No. 39-41, pp. 4135-4195, 2005.
- [2] Cottrell, J.A., Hughes, T.J.R. and Bazilevs, Y.: Isogeometric Analysis Toward Integration of CAD and FEA, Wiley, pp.1-75, 2009.
- [3] Barsoum, R.S.: On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics, International Journal For Numerical Methods in Engineering, Vol.10, pp.25-37, 1976.

- [4] Okada, H., Nakahara, D., Nagashima, A., Watanabe, R., Sunaoka, Y., Yusa, Y., and Otoguro, Y.: Singular patch method for linear elastic fracture mechanics analysis using isogeometric analysis, *Mechanical Engineering Journal*, Vol.9, No.6, p.22-00291, 2022.
- [5] Omar, T, Okada, h, Nakahara, D.: An IGA based domain integral method for the evaluation of the J-integral using the singular patch method, *Mechanical Engineering Journal*, vol.9, No.6, p.22-00308, 2022.
- [6] 中住昭吾, 鈴木克幸, 藤井大地, 大坪英臣.: 重合メッシュ法による穴あき板の解析に関する一考察, *日本計算工学会論文集*, 2001.
- [7] Fish, J.: The s-version of the finite element method, *Computers & Structures*, Vol. 43, No. 3, pp. 539-547, 1992.
- [8] Fish, J. and Markolefas, S.: Adaptive s-method for linear elastostatics, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 104, No. 3, pp. 363-396, 1993.
- [9] 渡邊梨乃.: 重合パッチ法 (S-version Isogeometric Analysis Method, S-IGA) の提案, *東京理科大学大学院理工学研究科機械工学専攻 2020 年度修士論文*, 2021.
- [10] 砂岡優輔, 土山雄飛, 岡田裕, 乙黒雄斗, 町野友哉, 中原大智: 重合パッチ法 (S-version Isoeometric Analysis, S-IGA) を用いた混合モード応力拡大係数の計算, *計算力学講演会講演論文集*, 35 卷, 2022.
- [11] 土山雄飛, 砂岡優輔, 岡田裕, 乙黒雄斗, 町野友哉, 中原大智: 重合パッチ法 (S-version Isogeometric Analysis, S-IGA) の基底関数の次数最適化に関する研究, *計算力学講演会講演論文集*, 35 卷, 2022.
- [12] Irwin, G.R.: Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.24, pp.361-364, 1957.
- [13] T.L.Anderson.: *破壊力学 基礎と応用 第3版*, (金田思裕, 吉成仁志訳), 森北出版, 2011.
- [14] Yau, J.F., Wang, S.S., Corten, H.T.: A Mixed-Mode Crack Analysis of Isotropic Solids Using Conservation Laws of Elasticity, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.47, pp.335-341, 1980.
- [15] Kitagawa, H., and Yuuki, R.: Analysis of Arbitrarily Shaped Crack in a Finite Plate Using Conformal Mapping, 1st Report - Construction of Analysis Procedure and its Applicability, *Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers*, Vol.43, pp4354-4362, 1977.

複合硬化則およびせん断誘起損傷を導入した 結合力埋込型構成則の提案

A Cohesive Embedded Constitutive Law combined with
Mixed Hardening Law and Shear-Induced Damage

田尾嶺弥¹⁾, 新宅勇一²⁾, 寺田賢二郎³⁾

Reiya Tao, Yuichi Shintaku and Kenjiro Terada

- 1) 筑波大学大学院システム情報工学研究科 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台1-1-1, E-mail:s2220855@s.tsukuba.ac.jp)
- 2) 博(工) 筑波大学システム情報系助教 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台1-1-1, E-mail:shintaku@kz.tsukuba.ac.jp)
- 3) 東北大学災害科学国際研究所 (〒980-0845 仙台市青葉区荒巻字青葉468-1)

The contribution of this study is to propose a cohesive traction embedded constitutive law combined with shear-induced damage. The proposed constitutive law accommodates a hyperelasticity-based plastic model with the decomposition of the deformation gradient multiplicatively into separation-induced, elastic, and plastic parts. The plastic deformation gradient is further decomposed into energetic and dissipative parts to realize Bauschinger effect under cyclic loading. The energetic part of plastic deformation gradient contributes to an hyperelasticity-like energy related to kinematic hardening and leads to a back stress. Moreover, to realize both shear-lip fracture and flat fracture, shear-induced damage and cohesive traction separation law are introduced into the hyperelasticity-based plastic model. The shrinkage of yield surface that is caused by the rotation and elongation of voids in a shear band under low stress state is realized by the introduction of the shear-induced damage into the Tresca yield function. The evolution of shear-induced damage is determined by the damage loading function corresponding to the plastic energy release based on thermodynamics. On the other hand, the stress release process along with the material separation due to void nucleation, growth and coalescence under high stress state is represented by the combination between the separation-induced deformation gradient and the cohesive traction separation law.

Key Words: Ductile, Fatigue, Kinematic Hardening, Tresca model, Cohesive Zone Model

1. 緒言

橋梁や原子炉のような構造物が地震動のような繰返し荷重を受けると、溶接部や隅角部などの応力集中部で塑性ひずみが蓄積する。さらに、塑性ひずみの蓄積によって材料内部に損傷が発生し、延性破壊および疲労破壊が生じることが懸念される^[1]。したがって、構造物の安全性の確保のためには、繰返し荷重を受けた部材の強度および靱性の予測が重要となる。

単調荷重における延性破壊は、高応力下で静水圧応力によって介在物の周辺でボイドが核生成・成長・合体することで生じる平坦破壊、および低応力下で塑性変形によって形成されたせん断帯上でボイドが回転・伸長することで生じるシェアリップ破壊に大別される。これに対して、繰返し荷重では、材料を一方方向に負荷後、移動硬化によって反対への塑性降伏の抵抗が小さくなるBauschinger効果が現れる。その後、塑性ひずみの蓄積に伴って結晶粒内における転位の運動と転位組織に関連したすべりの集積が発生し、材料の靱性が低下することで疲労破壊が発生する。さらに、実際の破壊現象では、疲労破壊および延性破壊の双方が複合して生じることもある。したがって、数値シミュレーションによって構造物の強度や靱性の低下を予測するためには、移動硬化則を導入した材料モデルを構築する必要がある。

新宅らによって提案された結合力埋込型構成則^[2]は、各物質点で材料内部のき裂の開口挙動に対応する見かけ上の変形勾配、およびき裂開口と結合力の関係を導入し、結合力と主応力のつり合いを考慮することで、延性破壊における応力の解放過程を表現可能としている。また、移動硬化則および塑性変形に誘起される損傷を導入することで、繰返し荷重を受けた部材の強度・靱性の低下を表現している。さらに、塑性モデルとしてせん断誘起損傷を組み込んだTrescaの降伏関数を導入した結合力埋込型構成則によって、単調荷重におけるシェアリップ破壊が表現可能となる。しかし、繰返しのせん断変形による損傷挙動を正しく評価するには、移動硬化則とせん断誘起損傷の双方を結合力埋込型構成則に導入する必要がある。

疲労破壊時の繰返し塑性挙動を表現する有限変形における移動硬化弾塑性モデルの枠組みは大きく分けて、背応力の発展則を速度形式で記述する速度型と、塑性変形勾配テンソルの乗算分解を用いた乗算分解型の2つがある。速度型は客観応力速度を用いて拡張がなされるモデルであるため、特にせん断変形が与えられる問題において、採用した客観応力速度によって不自然な応力振動を示すことが指摘されている^[3-4]。一方、乗算分解型は、塑性変形勾配テンソルをエネルギー消散部およびエネルギー貯蓄部に関する部分に乗算分解し、エネルギー貯蓄

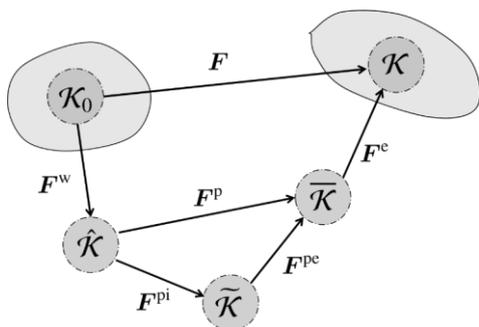


図 1 変形勾配の乗算分解による各配置の関係

部に関する超弾性ひずみエネルギーを規定することによって移動硬化をモデル化するものである。すなわち、客観応力速度を採用しないため、速度型で見られるようなせん断変形が与えられる問題における不自然な応力振動が生じないことが確認されている^[5-6]。

そこで本研究では、様々な応力状態において繰り返し载荷を受ける金属材料の破壊挙動を表現するために、塑性変形勾配の乗算分解による移動硬化則およびせん断誘起損傷を導入した結合力埋込型構成則を提案する。

2. 複合硬化則およびせん断誘起損傷を導入した結合力埋込型構成則

(1) 変形勾配テンソルの乗算分解

変形の様子を定量的に表す変形勾配テンソル \mathbf{F} は、

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \mathbf{F}^p \mathbf{F}^w \quad (1)$$

と乗算分解される。ここで、き裂開口誘起成分 \mathbf{F}^w は基準配置 \mathcal{K}_0 からき裂開口に関する中間配置 $\hat{\mathcal{K}}$ 、塑性成分 \mathbf{F}^p はき裂開口に関する中間配置 $\hat{\mathcal{K}}$ から塑性変形に関する中間配置 $\bar{\mathcal{K}}$ 、および弾性成分 \mathbf{F}^e は塑性変形に関する中間配置 $\bar{\mathcal{K}}$ から現配置 \mathcal{K} への変形をそれぞれ表す。さらに塑性変形勾配テンソル \mathbf{F}^p は、

$$\mathbf{F}^p = \mathbf{F}^{pi} \mathbf{F}^{pc} \quad (2)$$

と乗算分解される。ここで、エネルギー消散部である \mathbf{F}^{pi} はき裂開口に関する中間配置 $\hat{\mathcal{K}}$ から移動硬化に関する局所的な中間配置 $\tilde{\mathcal{K}}$ への変形を表現し、エネルギー貯蔵部である \mathbf{F}^{pc} は移動硬化に係る局所的な中間配置 $\tilde{\mathcal{K}}$ から塑性変形に関する中間配置 $\bar{\mathcal{K}}$ への変形を表す。図1に、提案する構成則における変形勾配の乗算分解による各配置の関係を示す。

基準配置 \mathcal{K}_0 における右Cauchy-Greenテンソル \mathbf{C} 、およびき裂開口誘起に関する右Cauchy-Greenテンソル \mathbf{C}^w は、

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F} \quad (3)$$

$$\mathbf{C}^w = \mathbf{F}^w T \mathbf{F}^w \quad (4)$$

と表される。き裂開口に関する中間配置 $\hat{\mathcal{K}}$ における塑性右Cauchy-Greenテンソル $\hat{\mathbf{C}}^p$ 、塑性のエネルギー消散部に関する右Cauchy-Greenテンソル $\hat{\mathbf{C}}^{pi}$ 、およびき裂開口に関する速度勾配テンソル $\hat{\mathbf{L}}^w$ は、

$$\hat{\mathbf{C}}^p = \mathbf{F}^{pT} \mathbf{F}^p \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{C}}^{pi} = \mathbf{F}^{piT} \mathbf{F}^{pi} \quad (6)$$

$$\hat{\mathbf{L}}^w = \dot{\mathbf{F}}^w \mathbf{F}^{w-1} \quad (7)$$

と表される。移動硬化に係る局所的な中間配置 $\tilde{\mathcal{K}}$ において、塑性のエネルギー貯蔵部に関する右Cauchy-Greenテンソル $\tilde{\mathbf{C}}^{pc}$ 、および塑性のエネルギー消散部に関する速度勾配テンソルは $\tilde{\mathbf{L}}^{pi}$ 、

$$\tilde{\mathbf{C}}^{pc} = \mathbf{F}^{pcT} \mathbf{F}^{pc} \quad (8)$$

$$\tilde{\mathbf{L}}^{pi} = \dot{\mathbf{F}}^{pi} \mathbf{F}^{pi-1} \quad (9)$$

と表される。塑性変形に関する中間配置 $\bar{\mathcal{K}}$ における弾性右Cauchy-Greenテンソル $\bar{\mathbf{C}}^e$ 、および塑性速度勾配テンソル $\bar{\mathbf{L}}^p$ は、

$$\bar{\mathbf{C}}^e = \mathbf{F}^{eT} \mathbf{F}^e \quad (10)$$

$$\bar{\mathbf{L}}^p = \dot{\mathbf{F}}^p \mathbf{F}^{p-1} \quad (11)$$

と表される。

(2) Helmholtzの自由エネルギー

各ひずみ変数に対応する応力変数および構成則を導出するために、Helmholtzの自由エネルギー ψ は、

$$\psi = \psi^e(\bar{\mathbf{C}}^e) + (1 - D_{shr})^2 \left\{ \psi^{kin}(\tilde{\mathbf{C}}^{pc}) + \psi^{iso}(\xi^p) \right\} + \psi^D(\xi^D) + \psi^w(w^{(i)}) \quad (12)$$

と与えられる。ここで、 D_{shr} はせん断誘起損傷変数、 ξ^p は累積塑性ひずみ、 ξ^D は損傷に関する熱力学的応力の硬化に関する内部変数、 $w^{(i)}$ はき裂開口変位である。また、超弾性に関するひずみエネルギー $\psi^e(\bar{\mathbf{C}}^e)$ 、移動硬化に関するひずみエネルギー $\psi^{kin}(\tilde{\mathbf{C}}^{pc})$ 、等方硬化に関するひずみエネルギー $\psi^{iso}(\xi^p)$ 、せん断誘起損傷に関するひずみエネルギー $\psi^D(\xi^D)$ 、およびき裂開口に関するひずみエネルギー $\psi^w(w^{(i)})$ は、

$$\psi^e(\bar{\mathbf{C}}^e) = \frac{\mu}{2} \left(\text{tr} \bar{\mathbf{C}}^e - 3 - \sqrt{\ln(\det \bar{\mathbf{C}}^e)} \right) + \frac{\lambda}{4} \left(\det \bar{\mathbf{C}}^e - 1 - 2 \ln(\det \bar{\mathbf{C}}^e) \right) \quad (13)$$

$$\psi^{kin}(\tilde{\mathbf{C}}^{pc}) = \frac{c}{2} \left(\text{tr} \tilde{\mathbf{C}}^{pc} - 3 - \sqrt{\ln(\det \tilde{\mathbf{C}}^{pc})} \right) \quad (14)$$

$$\psi^{iso}(\xi^p) = \frac{1}{2} H^p (\xi^p)^2 + R^p \left[\xi^p + \left\{ \frac{1}{r^p} \exp(-r^p \xi^p) - 1 \right\} \right] \quad (15)$$

$$\psi^D(\xi^D) = \frac{1}{2} H^D (\xi^D)^2 + R^D \left[\xi^D + \left\{ \frac{1}{r^D} \exp(-r^D \xi^D) - 1 \right\} \right] \quad (16)$$

$$\psi^w(w^{(i)}) = \frac{1}{h} \sum_{i=1}^{N_{dim}} G_c \left[1 - \left(1 + \frac{w^{(i)}}{w_c} \exp\left(-\frac{w^{(i)}}{w_c}\right) \right) \right] \quad (17)$$

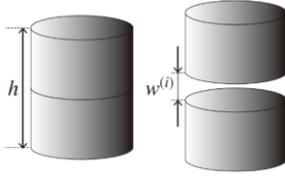


図 2 一次元における結合力埋込型構成則の概念図

と定義される。ここで、 μ と λ は弾性に関する材料定数、 c は移動硬化に関する材料定数、 H^p 、 R^p 、 r^p は等方硬化に関する材料定数、 H^D 、 R^D 、 r^D はせん断誘起損傷に関する材料定数、 h は要素の代表長さ、 G_c は臨界エネルギー解放率、および w_c は臨界き裂開口変位である。

(3) 超弾性構成則

中間配置 $\bar{\mathcal{K}}$ における第二Piola-Kirchhoffテンソル $\bar{\mathbf{S}}$ 、Mandel応力 $\bar{\mathbf{M}}$ 、および背応力テンソル $\bar{\boldsymbol{\chi}}$ は、

$$\bar{\mathbf{S}} = 2 \frac{\partial \psi^e}{\partial \bar{\mathbf{C}}^e} \quad (18)$$

$$\bar{\mathbf{M}} = 2 \bar{\mathbf{C}}^e \frac{\partial \psi^e}{\partial \bar{\mathbf{C}}^e} \quad (19)$$

$$\bar{\boldsymbol{\chi}} = 2(1 - D_{\text{shr}})^2 \mathbf{F}^{\text{pe}} \frac{\partial \psi^{\text{kin}}}{\partial \bar{\mathbf{C}}^{\text{pe}}} \mathbf{F}^{\text{peT}} \quad (20)$$

と導出される。移動硬化に関する局所的な中間配置 $\tilde{\mathcal{K}}$ において、Mandel応力に類似した移動硬化変数テンソル $\tilde{\mathbf{M}}_{\text{kin}}$ は、

$$\tilde{\mathbf{M}}_{\text{kin}} = 2(1 - D_{\text{shr}})^2 \tilde{\mathbf{C}}^{\text{pe}} \frac{\partial \psi^{\text{kin}}}{\partial \tilde{\mathbf{C}}^{\text{pe}}} \quad (21)$$

となる。

(4) 結合力埋込型構成則

有限変形理論に基づく結合力埋込型構成則^[7]では、各物質点において仮想的なき裂面を仮定する。各方向の開口変位に伴う見かけ上の開口変位 $w^{(i)}$ を用いて、き裂の開口による見かけ上の変形勾配 \mathbf{F}^w は、

$$\mathbf{F}^w = \sum_{i=1}^{N_{\text{dim}}} \left(1 + \frac{w^{(i)}}{h}\right) \mathbf{e}^{(i)} \otimes \mathbf{e}^{(i)} \quad (22)$$

とスペクトル分解される。ここで、 $\mathbf{e}^{(i)}$ は応力の固有ベクトルである。結合力埋込型構成則の概念図を図2に示す。提案する構成則では、図2のように代表長さの連続体の内部に仮想的なき裂が発生することを想定する。結合力埋込型構成則ではき裂と主応力の方向が一致しているものと仮定しているため、結合力 $\bar{\mathbf{t}}^{(i)}$ と $\bar{\mathcal{K}}$ を参照するMandel応力 $\bar{\mathbf{M}}$ の固有値 $\bar{M}^{(i)}$ のつり合い式は、

$$\Phi^{w^{(i)}} = \bar{\mathbf{t}}^{(i)} - \bar{M}^{(i)} \quad (23)$$

と表される。ここで、RiceとWangの指数型結合力モデル

[7]を採用すると、結合力 $\bar{\mathbf{t}}^{(i)}$ は、

$$\bar{\mathbf{t}}^{(i)} = \frac{G_c}{w_c} \left(\frac{w^{(i)}}{w_c}\right) \exp\left(-\frac{w^{(i)}}{w_c}\right) \quad (24)$$

と導出される。

(5) 複合硬化則およびせん断誘起損傷を導入したTrescaの降伏関数

本研究では、シェアリップ破壊における塑性および移動硬化に関するひずみエネルギーの解放過程を再現するために、せん断誘起損傷を導入したTrescaの降伏関数を採用する。まず、背応力 $\bar{\boldsymbol{\chi}}$ およびMandel応力 $\bar{\mathbf{M}}$ を用いて、相対応力テンソル $\bar{\mathbf{Y}}$ は、

$$\bar{\mathbf{Y}} = \bar{\mathbf{M}} - \bar{\boldsymbol{\chi}} \quad (25)$$

と定義される。相対応力テンソル $\bar{\mathbf{Y}}$ およびせん断誘起損傷変数 D_{shr} を導入することで、移動硬化による影響および降伏曲面の収縮を表現可能としたTrescaの降伏関数は、

$$\Phi^{p(\alpha)} = \bar{Y}_{\text{eq}}^{(\alpha)}(\bar{\mathbf{Y}}) - (1 - D_{\text{shr}})^2 \sigma_y \quad (26)$$

と表される。ここで、Voce硬化則を導入した降伏応力 σ_y は、

$$\sigma_y = \sigma_{y0} + H^p \xi^p + R^p [1 - \exp(-r^p \xi^p)] \quad (27)$$

と表される。また、塑性変形速度テンソル $\bar{\mathbf{D}}^p$ 、塑性変形のエネルギー消散部に関する変形速度テンソル $\tilde{\mathbf{D}}^{\text{pi}}$ 、およびの累積塑性ひずみ ξ^p の発展則は、

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{D}}^p &= \text{sym}(\bar{\mathbf{L}}^p) \\ &= \sum_{\alpha=1}^6 \dot{\gamma}^{p(\alpha)} \frac{\partial \Phi^{p(\alpha)}}{\partial \bar{\mathbf{Y}}} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{D}}^{\text{pi}} &= \text{sym}(\tilde{\mathbf{L}}^{\text{pi}}) \\ &= \left(\sum_{\alpha=1}^6 \dot{\gamma}^{p(\alpha)} \right) \frac{b}{c} \tilde{\mathbf{M}}_{\text{kin}}^p \end{aligned} \quad (29)$$

$$\xi^p = \sum_{\alpha=1}^6 \dot{\gamma}^{p(\alpha)} \quad (30)$$

と表される。ここで、 $\dot{\gamma}^{p(\alpha)}$ は塑性乗数、および b は塑性変形のエネルギー消散部に関する材料定数である。

(6) 損傷負荷関数

せん断誘起損傷変数を発展させるための損傷負荷関数 Φ^D は、

$$\Phi^D = \Theta - (H^D \xi^D + R^D [1 - \exp(-r^D \xi^D)]) \quad (31)$$

と表される。ここで、塑性に関するひずみエネルギーの解

表 1 材料定数

Young's modulus	E [GPa]	206.0
Poisson ratio	ν [-]	0.300
Initial yield stress	σ_{y0} [MPa]	300.0
Isotropic hardening	H^p [MPa]	0.000
	R^p [MPa]	0.000
	r^p [-]	0.000
Kinematic hardening	b [-]	100.0
	c [MPa]	5000

放率を表す熱力学的応力である Θ は、

$$\Theta = 2(1 - D_{shr})(\psi^{iso} + \psi^{kin}) \quad (32)$$

と導出される。また、損傷に関する未定乗数 $\dot{\gamma}^D$ を用いて、せん断誘起損傷変数 D_{shr} および熱力学的応力 Θ の硬化に関する内部変数 ξ^D の発展則は、

$$\dot{D}_{shr} = \dot{\gamma}^D \quad (33)$$

$$\dot{\xi}^D = \dot{\gamma}^D \quad (34)$$

となる。

3. 数値解析例

本章では、塑性変形勾配テンソルの乗算分解を用いた移動硬化則を導入したTrescaモデルを用いた数値解析例を示す。解析モデルは1要素とし、要素の上下端面に繰り返し荷重を与えるものとする。また、表1に本数値解析で用いた材料定数を示す。

図3に数値解析によって得られた応力-ひずみ関係を示す。図3より、引張状態で硬化した応力に対して、圧縮状態での降伏応力が小さくなっていることがわかる。すなわち、移動硬化によって反対への塑性降伏の抵抗が小さくなるBauschinger効果が確認された。したがって、塑性変形勾配テンソルの乗算分解を用いた移動硬化則はTrescaモデルに適用することが可能である。

4. 結言

本研究では、塑性変形勾配の乗算分解による複合硬化およびせん断誘起損傷を導入した結合力埋込型構成則を提案した。また、結合力モデルおよびせん断誘起損傷を除いた、塑性変形勾配テンソルの乗算分解を用いた移動硬

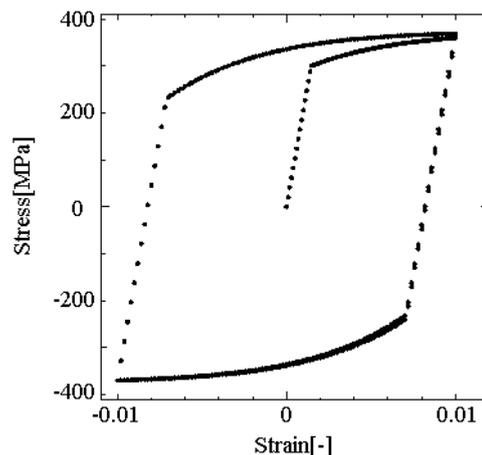


図 3 応力-ひずみ関係

化則を導入したTrescaモデルを用いた数値解析を実施した。なお、本講演では、種々の応力状態において繰り返し荷重が与えられる問題に対して、結合力モデルおよびせん断誘起損傷についても適用した構成則を用いた数値解析例を示す。

参考文献

- [1] 坂野昌弘, 三上市藏, 鷹羽新二, 鋼製橋脚隅角部の低サイクル疲労挙動, 土木学会論文集, Vol.563, pp. 49-60, 1997.
- [2] Shintaku, Y., Tsuksumi, S. and Terada, K.: A CDM-like constitutive law for predicting degradation of strength and ductility of steel subjected to cyclic loading, *Int. J. Plast.*, Vol. 153, 2022.
- [3] de Souza Neto, E.A., Peric, D. and Owen, D.R.J.: *Computational Methods for Plasticity: Theory and Applications*. John Wiley & Sons, 2008.
- [4] Haupt, P. and Tsakmakis, C.: On kinematic hardening and large plastic deformations. *Int. J. Plasticity*, Vol. 2, pp. 279-293, 1986.
- [5] 山川優樹, 橋口公一: 詳説: 弾塑性力学(53)-(55), 機械の研究, 養賢堂, 第63巻第11号(2011)から3回連載.
- [6] Hashiguchi, K., Yamakawa, Y.: *Introduction to Finite Strain Theory for Continuum Elasto-plasticity*, John Wiley & Sons, 2012.
- [7] Rice, J.R., Wang, J., Embrittlement of interfaces by solute segregation, *Mater. Sci. Eng.*, Vol.107, pp.23-40, 1989.

拡張有限要素法を用いた繊維強化積層板の繊維うねり部 における損傷進展・強度評価解析

Damage Propagation and Strength Evaluation of Fiber Reinforced Laminates
with Fiber Waviness Using an Extended Finite Element Method Analysis

西岡貴優¹⁾, 樋口諒²⁾, 横関智弘³⁾

Takayu Nishioka, Ryo Higuchi and Tomohiro Yokozeki

1) 東京大学 工学系研究科 学生 (〒113-8654 東京都文京区本郷7-3-1, E-mail: nishioka-takayu687@g.ecc.u-tokyo.ac.jp)

2) 博(工) 東京大学 工学系研究科 特任准教授 (〒113-8654 東京都文京区本郷7-3-1,

E-mail: higuchi@aastr.t.u-tokyo.ac.jp)

2) 博(工) 東京大学 工学系研究科 准教授 (〒113-8654 東京都文京区本郷7-3-1,

E-mail: yokozeki@aastr.t.u-tokyo.ac.jp)

This study proposes a practical model for numerical analysis of the effect of fiber waviness on the mechanical properties of unidirectional carbon fiber-reinforced plastics (CFRPs). Transverse cracks, which are the primary fracture mode in CFRPs, are known to propagate along the fiber direction. Therefore, an XFEM-based method was introduced in this study to model the complex transverse crack geometry in FRPs with fiber waviness. Also, some other typical nonlinear behaviors of the CFRPs were modeled. The proposed model was validated via the comparison of numerical and experimental results, and the mechanism of strength decrease due to fiber waviness in CFRPs was investigated.

Key Words : CFRP, Fiber Waviness, XFEM

1. 緒言

炭素繊維強化熱可塑性樹脂(Carbon Fiber-Reinforced ThermoPlastic; CFRTP)は、高い生産性とリサイクル性を兼ね備えた材料として、航空宇宙分野をはじめとして様々な分野への利用が進んでいる。しかしながら、熱可塑性樹脂の成形挙動の複雑さゆえに、製造時の初期不整は不確定性が高く、大型部材への適用は未だ限定的である。その中でも、冷却時に成型型との熱膨張率の差などで生成される繊維うねりは、FRP部材の強度への影響が完全には解明されていない。これらの理由から、高い安全率を設定する必要があり、CFRTPの優位性である高い比剛性と比強度を活用しきれていない。そこで本研究では、繊維強化複合材料での繊維うねりの材料特性への影響に関する数値的な解析モデルを構築することを目的とする。

繊維強化複合材料は、負荷応力の状態により多様な破壊モードが生じ、各破壊モードを適切に扱ったモデルによる解析が求められる。特に、荷重方向と垂直に発生する層内き裂(トランスバースクラック)は、変位場の不連続性を再現しなければならない。一方向繊維強化材において、き裂は繊維うねりに沿って進展するため、通常FEMで繊維うねりを有する部材を解析するためには、き裂が進展しうる要素周りのメッシュの幾何学的形状を工夫する必要がある。また、厚さ方向に繊維うねりの分布がある場合や、積層板において層間剥離を同時にモデル化する場合にはさらなる労力が必要となる。そこで本研究では、

メッシュと独立にき裂による変位の不連続性をモデル化することが可能な拡張有限要素法(eXtended Finite Element Method; XFEM)を用いた解析を行う。この他にも、第2章に示すような、FRPの種々の非線形モデルを導入する。

本研究では、面内繊維うねりを有する一方向繊維強化材の繊維方向の圧縮・引張負荷について強度解析を行い、先行研究[1,2]の実験値との比較により本モデルの妥当性を検証した。また、これらの負荷状態において、繊維うねりが強度低下に及ぼすメカニズムについて調査した。

2. 解析手法

(1) 繊維うねりの形状モデル

赤壁[1]による実験的観察に従い、繊維うねりの幾何学的形状を、

$$Y(x, y) = A_0 \cos^2\left(\frac{\pi y}{2U_t}\right) \cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \quad (1)$$

のような正弦波でモデル化する。なお各種定数は、 A_0 : うねりの振幅、 U_t : うねりの影響域幅、 λ : うねりの波長、である(Fig.1参照)。繊維うねりの強度への影響を及ぼすパラメータとして、うねりの最大振幅 A_0^{\max} を用いて、

$$w = A_0^{\max}/\lambda \quad (2)$$

と表される繊維うねりの振幅波長比 w が知られており、本研究での繊維うねりの評価パラメータとして用いる。

また、繊維うねりによる初期不整角 θ および繊維含有率 v_f の分布は、該当材料の平均繊維含有率 \bar{v}_f により、

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right), \quad v_f = \left(1 + \frac{\partial Y}{\partial y}\right)^{-1} \bar{v}_f \quad (3)$$

のように表すことができる。 $w = 0.06$ のときの初期不整角 θ および繊維含有率 v_f の分布をFig.2に示す。

これらのうねりパラメータから、初期不整角 θ について座標変換則を、繊維含有率 v_f について複合則を用いて、各要素での局所的な剛性行列を算出する。また、先行研究[3]に従い、繊維引張強度 X_T および圧縮強度 X_C はそれぞれ $v_f, 1/(1 - v_f)$ に依存することから、要素ごとの強度を引張・圧縮強度の参照値 \bar{X}_T, \bar{X}_C を用いて、式(4)のように表す。

$$X_T = \frac{v_f}{\bar{v}_f} \bar{X}_T, \quad X_C = \frac{1 - \bar{v}_f}{1 - v_f} \bar{X}_C \quad (4)$$

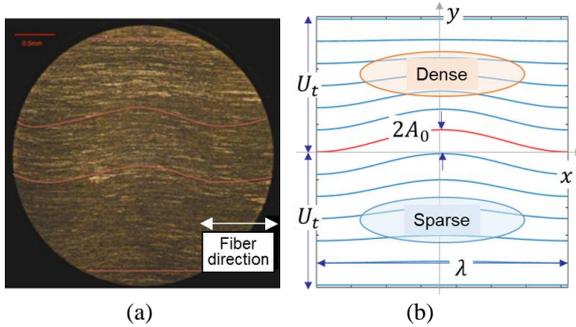


Fig.1 (a) Optical image[1], (b) Fiber waviness model

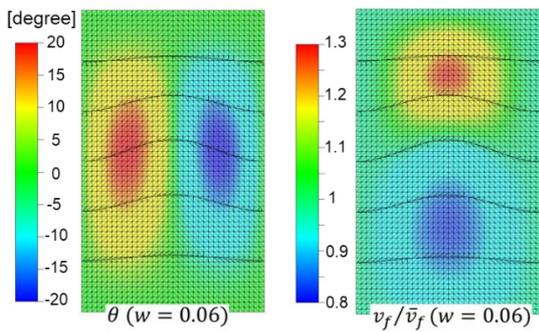


Fig.2 Distribution of θ and v_f ($w = 0.06$)

(2) マトリクス支配の破壊モデル

先述のとおり、繊維うねり近傍での層内き裂(トランスバースクラック)のモデル化の計算コスト低減のために、本研究では拡張有限要素法(eXtended Finite Element Method; XFEM)[4, 5]を用いた解析を行う。また、き裂先端の塑性変形域をモデル化するために、結合力モデル(Cohesive Zone Model; CZM)[6]を併せて用いる。

二次元拡張有限要素法において、変位場の近似解は、

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \sum_I N_I(\mathbf{x}) \mathbf{u}_I + \sum_J N_J(\mathbf{x}) g(\mathbf{x}) \mathbf{a}_J \quad (5)$$

と表される。ここで N_I, \mathbf{u}_I はそれぞれ通常の FEM で用いられる形状関数と節点変位で、 $g(\mathbf{x})$ は解の特性を表す拡充関数、 \mathbf{a}_J は拡充関数に対する追加の節点自由度である。なお、き裂による変位場の不連続性は、拡充関数としてヘビサイド関数

$$H(x) = \begin{cases} +1, & (x \geq 0) \\ -1, & (x < 0) \end{cases} \quad (6)$$

を用いることで表される。また、き裂の幾何学的形状のモデル化を簡略化するために、符号付距離関数 $\phi(\mathbf{x})$ を拡充関数の変数として用いるレベルセット法と、節点での近似解の修正のため、拡充関数の定数部分を移動させるシフティングを合わせて導入する。以上をまとめると、式(5)の近似解は、

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \sum_I N_I(\mathbf{x}) \mathbf{u}_I + \sum_J N_J(\mathbf{x}) \left(H(\phi(\mathbf{x})) - H(\phi(\mathbf{x}_J)) \right) \mathbf{a}_J \quad (7)$$

のように書き直される。本研究では、二次元モデルを厚さ方向に押し出した準三次元モデルによる解析を行う。結合力モデルでは、界面要素の節点の相対変位に応じて、損傷変数 d_c を変化させることで結合力を減少させ、き裂先端の塑性域を表す。本研究では、混合モードでのき裂開口をモデル化可能なCamanhoら[6]の結合力モデルを導入する。き裂の発生条件は二次の結合力基準と、き裂の進展条件はエネルギー解放率のべき乗則を用いる。また、結合力低減の過程において、収束性改善のために Zig-Zag 軟化則[7]を用いる。本モデルの概要図を Fig.3 に示す。

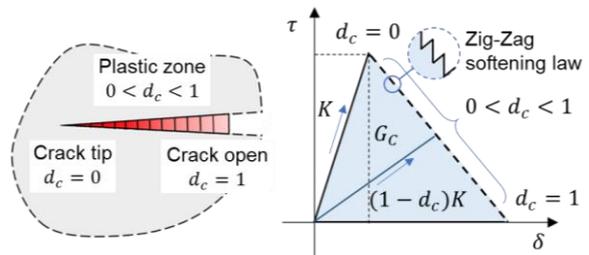


Fig.3 CZM around the crack tip

(3) 繊維支配の破壊モデル

高強度繊維と高剛性樹脂からなるCFRPは、繊維方向の圧縮負荷時に、主要な破壊モードとしてキンクバンドが現れることが知られている。これは、CFRPは健全材においても、初期製造時に理想的な一方方向の配向とはならず、初期状態で不整角を有するため、圧縮負荷時に不整角の拡大と局所的なせん断力が生じ、破壊に至るためである。そこで本研究では、初期不整角の存在を考慮した破壊基準としてLaRC03破壊基準[8]を採用した。また、エネルギー散逸に基づいた損傷進展をモデル化するために、連続体損傷力学(Continuum Damage Mechanics; CDM)モデル[9,10]を用いる。本モデルの概要図をFig.4に示す。

LaRC03破壊基準において、繊維方向の引張破壊は、局所座標系における応力場において、

$$FI_F^+ = \frac{\sigma_{11} - \nu_{12}\sigma_{22} - \nu_{13}\sigma_{33}}{X_T} \quad (8)$$

と表される。また、繊維方向の圧縮破壊は、繊維回転を考慮した局所的な繊維垂直方向応力 σ_{22}^m と繊維方向せん断応力 σ_{12}^m に着目することで、破壊靱性比を g として、

$$FI_F^- = \begin{cases} (1-g)\frac{\sigma_{22}^m}{Y_T} + g\left(\frac{\sigma_{22}^m}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}^m}{S_L}\right)^2, & (\sigma_{22}^m \geq 0) \\ \left\langle \frac{|\sigma_{12}^m| + \eta^L \sigma_{22}^m}{S_L} \right\rangle, & (\sigma_{22}^m < 0) \end{cases} \quad (9)$$

と表すことができる。ここで、 η^L は繊維方向の圧縮強度 Y_C 、せん断強度 S_L 、樹脂破壊面角度 α_0 を用いて、

$$\eta^L = -\frac{S_L \cos(2\alpha_0)}{Y_C \cos^2 \alpha_0} \quad (10)$$

と表される。LaRC03破壊基準において、健全材の初期不整角 φ_0 は、 G_{12} をせん断剛性として、

$$\varphi_0 = \left(1 - \frac{X_C}{G_{12}}\right) \tan^{-1} \left(1 - \frac{\sqrt{1 - 4\left(\frac{S_L}{X_C} + \eta^L\right)\frac{S_L}{X_C}}}{2\left(\frac{S_L}{X_C} + \eta^L\right)}\right) \quad (11)$$

と定義される。本研究では、繊維うねりの無い要素では、 φ_0 を初期不整角として用いる。

連続体損傷力学モデルでは、上記の破壊判定による要素の破壊開始から、最終破壊に至るまでの破壊進展による剛性低減を、損傷変数 d_k を用いてモデル化する。本研究では、最終破壊ひずみの要素寸法依存性を回避するた

め、Pinhoら[9,10]が提案するSCM (Smearred Crack Model)を導入する。また、剛性低減の過程において、収束性改善のためにZig-Zag軟化則[7]を用いる。

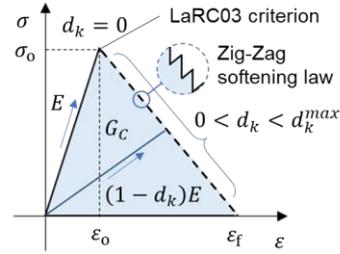


Fig.4 CDM with LaRC03 criteria

3. 解析

(1) 解析条件

解析モデルの寸法は Fig.5 に示す通りである。なお、 d はうねり影響厚さであり、赤壁[1]による実験的観察に従い、うねりの振幅 A_0 はモデルの表面からうねり影響厚さ d まで線形に減少するように設定した。

積層板内で内部損傷は繊維うねり近傍で開始されるという予測のもと、本解析では Fig.5 に示されるような周期的な繊維うねりの分布を仮定した。均質化した強度を評価するために、代表体積に対して吉田ら[11]が提案するキー自由度を用いた周期的境界条件によって、巨視的な曲率 $K \cdot$ ひずみ E を課すことで、巨視的な合モーメント $M \cdot$ 合応力 N を算出した。実験値との比較のために Fig.6 のように、繊維うねり部の圧縮破壊解析は純曲げによる解析を、引張破壊解析は純引張による解析を行った。なお、両解析において層間剥離は考慮していない。

解析ツールは、長嶋ら[12]の提案する準三次元拡張有限要素法解析に基づく。圧縮解析では表面からうねり影響厚さ d まで、引張解析では全領域に関して、各層の xy 面に面にき裂を5本ずつ繊維うねりに沿ってモデル化した。

その他、材料(MCP1223)の諸元は Table.1 の通りである。

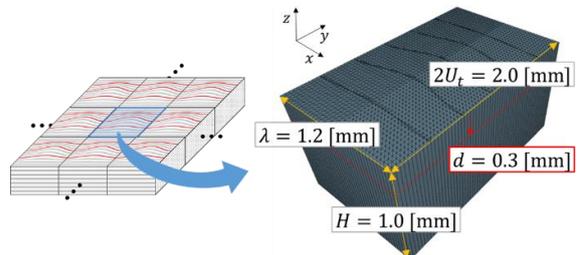


Fig.5 Periodic boundary condition and unit cell

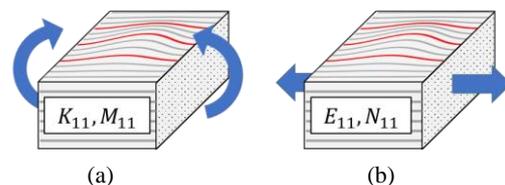


Fig.6 (a) Compressive analysis, (b) Tensile analysis

Table.1 Material properties (MCP1223)

Average fiber fraction \bar{v}_f [3]	0.65
Fiber properties [3]	
Longitudinal Young's modulus E_{11}^f	240 GPa
Transverse Young's modulus E_{22}^f	18.6 GPa
Poisson's ratio ν_{12}^f	0.29
Shear modulus G_{12}^f	100 GPa
Matrix properties [3]	
Young's modulus E^m	4.5 GPa
Poisson's ratio ν^m	0.3
Shear modulus G^m	1.73 GPa
Failure properties [1] ([2] for X_T)	
Longitudinal compressive strength X_C	1530 MPa
Longitudinal tensile strength X_T	2880 MPa
Transverse compressive strength Y_C	280 MPa
Transverse tensile strength Y_T	91 MPa
Longitudinal shear strength S_L	80 MPa

(2) 解析結果

Fig.6 のように $w = 0.00, 0.01, 0.06$ (圧縮) および $w = 0.00, 0.01, 0.03$ (引張) のとき、解析結果 (巨視曲率 $K \cdot$ ひずみ E と、巨視合モーメント $M \cdot$ 合応力 N の関係) は、Fig.7 のようになった。なお、解析は初期荷重低下 (5%の荷重低下) まで行った。

この結果から、圧縮・引張双方で、繊維うねりにより、剛性 (Fig.7 の傾き) と強度 (初期荷重低下時の荷重) の低減が生じ、 w が大きいほどその影響が大きくなること が示された。

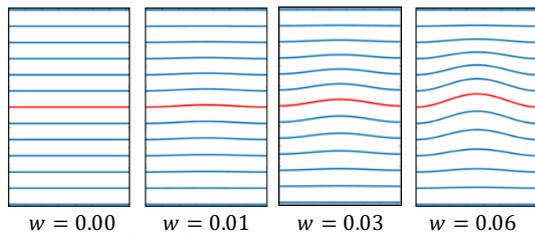
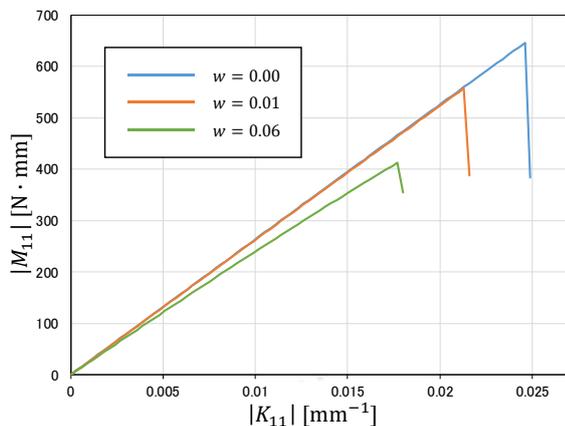
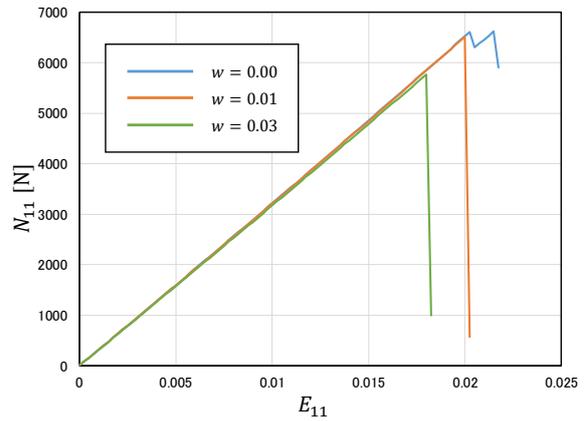


Fig.6 Fiber waviness geometry



(a) Compressive analysis



(b) Tensile analysis

Fig.7 Load-displacement relations

(3) 妥当性検証

解析の妥当性を検証するために、圧縮破壊に関しては赤壁[1]による四点曲げ試験の実験結果との比較を行った。また、引張破壊に関しては田中[2]による引張試験の実験結果との比較を行った。それぞれ結果は Fig.8 のようになった。なお、 σ_b は初期破壊時の繊維うねり面の換算応力であり、曲げ解析では初期破壊時 (Fig.7 での初期荷重低下時) の巨視的な合モーメント M_b を用いて、

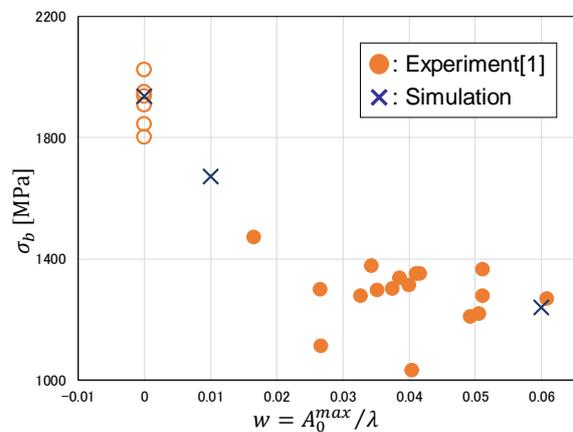
$$\sigma_b = 3M_b / U_t H^2 \tag{12}$$

と表され、引張解析では初期破壊時 (Fig.7 での初期荷重低下時) の巨視的な合モーメント N_b を用いて、

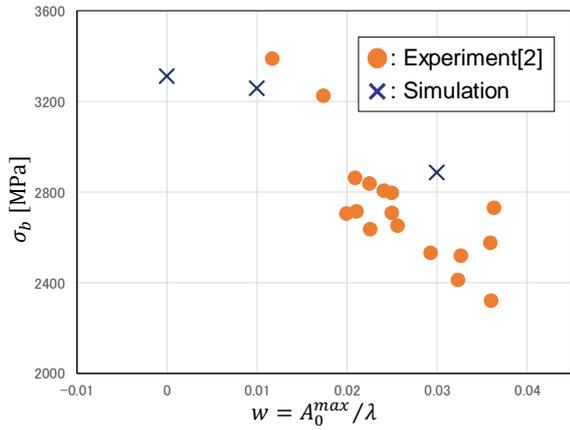
$$\sigma_b = N_b / 2U_t H \tag{13}$$

と表される。

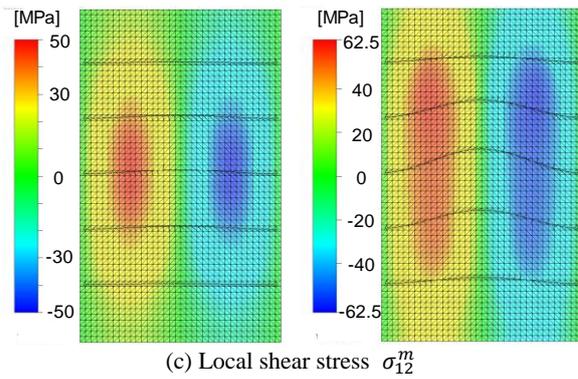
圧縮解析の結果は実験値とよく一致し、本解析モデルの妥当性が確認された。しかしながら、引張解析の結果は実験値に比べ、 $w = 0.03$ において強度を過大評価してしまっていた。



(a) Compressive analysis



(b) Tensile analysis
Fig.8 Comparison with experimental data



(c) Local shear stress σ_{12}^m
Fig.9 Damage initiation under compression load
(Left) $w = 0.01$, (Right) $w = 0.06$

4. 考察

(1) 繊維方向圧縮強度

繊維うねりが小さい ($w = 0.01$) 場合と、繊維うねりが大きい ($w = 0.06$) 場合の、繊維うねりの強度低下を及ぼすメカニズムを比較する。

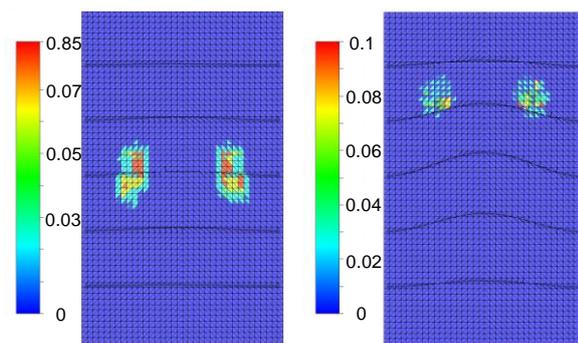
a) 初期損傷

曲げ解析での初期損傷は、繊維うねりの振幅波長比 w の大きさに依らず、キックバンド形成により発生した。損傷発生時の圧縮側表面での、キックバンド形成に関する損傷変数 d_k および局所応力場 σ_{22}^m , σ_{12}^m は Fig.9 のようになった。これらの結果から、繊維うねりによって引き起こされる特異なせん断応力場が大きい領域において、キックバンド損傷が開始されることが示された。また、 w が大きくなるほど、このせん断応力は大きくなり、初期損傷の強度を低減させることが示された。

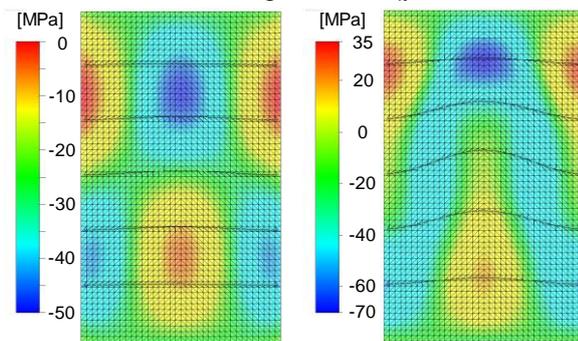
b) 損傷進展挙動

損傷進展モードの比較のために、初期破壊時 (Fig.7 での初期荷重低下時) のキックバンド形成に関する損傷変数 d_k とき裂進展の様子を Fig.10 に示す。この結果から、繊維うねりの振幅波長比 w が小さい場合にはキックバンドが、 w が大きい場合にはキックバンドが支配的な破壊モードであることが分かった。これは、 w が大きい場合には、繊維うねりによるせん断応力と不整角の拡大に加え、それにより生じるキックバンド進展の連成によりさらにせん断応力場が拡大し、面内き裂が生じやすくなるためである。

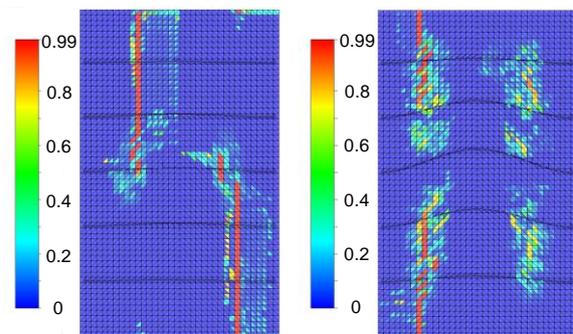
また、初期損傷時と初期破壊時の曲率変化から、 w が小さい場合には ($K_{11} = 0.0207 \text{ [mm}^{-1}] \rightarrow 0.0216 \text{ [mm}^{-1}]$)、即時的に損傷が進展し破壊に至るのに対して、 w が大きい場合には ($K_{11} = 0.0129 \text{ [mm}^{-1}] \rightarrow 0.0186 \text{ [mm}^{-1}]$)、漸次的に損傷が進展することが示された。これは、 w が小さい場合には、キックバンドにより損傷が進展するため、損傷が開始された要素は繊維方向の剛性低減により周辺の負担応力を増大させ、周辺の要素の損傷を誘起するためであると考えられる。これに対し、 w が大きい場合には、き裂進展により損傷が進展するため、繊維方向の剛性の低減が生じず、これらの要素は弾性変形を保ち、応力を受け持つことができるためであると考えられる。



(a) Damage variable d_k



(b) Local tensile stress σ_{22}^m



(a) Damage variable d_k

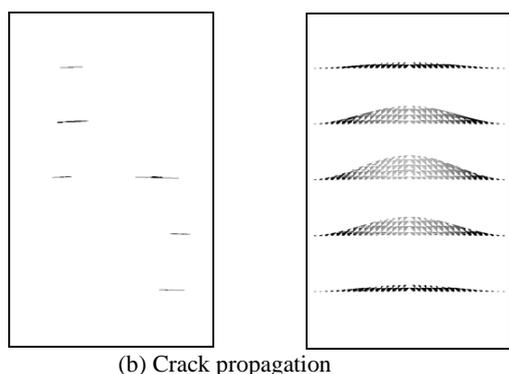


Fig.10 Failure initiation under compression load
((Left) $w = 0.01$, (Right) $w = 0.06$)

(2) 繊維方向引張強度

Fig.11に引張破壊時における、 $w = 0.03$ での局所的な繊維方向応力 σ_{11} とき裂進展を示した。これより、引張方向の負荷において w が大きいときは、負荷方向にき裂が発生し、繊維うねり部周辺の荷重負担を増大させることで強度を低下させることが示された。しかしながら、本稿の解析では繊維うねり部周辺のみをモデル化していたため、き裂による強度低下を完全には評価しきれていなかったと考えられる。これらの解析は今後の課題としたい。

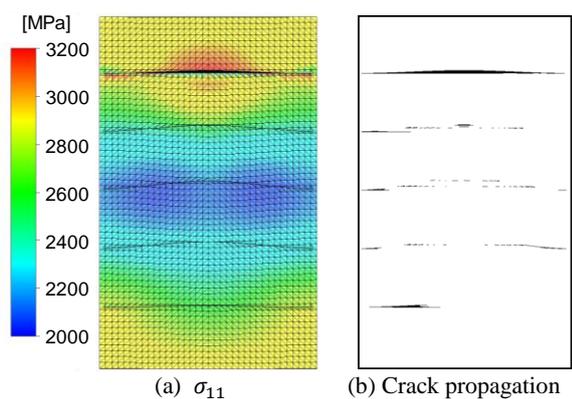


Fig.11 Failure initiation under tensile load

5. 結言

本研究は、面内繊維うねりを有する一方向繊維強化材の材料特性への影響を調査するための数値解析モデルを構築した。繊維方向の圧縮・引張について強度解析を行い、実験値との比較により解析モデルの妥当性検証した。また、これらの負荷状態において、繊維うねりが強度低下に及ぼすメカニズムについて調査した。その結果、圧縮・引張強度はともに、 w が大きいほど強度を低減させることが明らかになった。圧縮負荷下では、 w が小さいときにはキンクバンドが支配的な破壊モードで、損傷進展は即時的であるのに対し、 w が大きいときには層内き裂が支配的な破壊モードで、損傷進展は漸次的であることが明らかになった。引張負荷下では、 w が大きいときは負荷方向のき

裂が発生し、周辺の過重負担を増大させることで強度を低下させることが分かった。

本研究での提案手法は、拡張有限要素法を用いた解析により、FRPにおける繊維うねりの効率的なモデル化が可能となる。これにより、繊維うねりを有する複雑な形状のCFRPの解析や、他の破壊モードとの連成を可能にすると考えられる。これらを今後の課題としたい。

参考文献

- [1] 赤壁孝太郎: 繊維うねりが一方向繊維強化複合材料の強度に及ぼす影響, 東京大学大学院修士論文, 2016.
- [2] 田中宏明: 一方向繊維強化複合材料の引張強度に繊維うねりが及ぼす影響, 東京大学大学院修士論文, 2014.
- [3] 竹村英俊: 一方向繊維強化複合材料における面内繊維うねりの生成条件と曲げ強度に対する影響, 東京大学大学院修士論文, 2018.
- [4] Moës, N. et al.: A finite element method for crack growth without remeshing, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.46, pp.131–150, 1999.
- [5] Belytschko, T. and Black, T.: Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.45, pp.601–620, 1999.
- [6] Camanho, P.P. and Dávila, C.G.: Mixed-Mode Decohesion Finite Elements for the Simulation of Delamination in Composite Materials, NASA/TM-2002-211737, 2002.
- [7] Ridha, M. et al.: Modelling complex progressive failure in notched composite laminates with varying sizes and stacking sequences, *Compos. Part A*, Vol.58, pp.16–23, 2014.
- [8] Dávila, C.G. and Camanho, P.P.: Failure Criteria for FRP Laminates in Plane Stress, NASA/TM-2003-212663, 2003.
- [9] Pinho, S.T. et al.: Physically-based failure models and criteria for laminated fibre-reinforced composites with emphasis on fibre kinking: Part I: Development, *Compos. Part A*, Vol.37, pp.63–73, 2006.
- [10] Pinho, S.T. et al.: Physically based failure models and criteria for laminated fibre-reinforced composites with emphasis on fibre kinking. Part II: FE implementation, *Compos. Part A*, Vol.37, pp.766–777, 2006.
- [11] Y oshida, K. and Nakagami, M.: Numerical analysis of bending and transverse shear properties of plain-weave fabric composite laminates considering intralaminar inhomogeneity, *Adv. Compos. Mater.*, Vol.26, pp.135–156, 2016.
- [12] Nagashima, T. and Sawada, M.: Development of a damage propagation analysis system based on level set XFEM using the cohesive zone model, *Comput. Struct.*, Vol.174, pp.42–53, 2016.

重合メッシュ法を基礎とした 3次元構造体の高速亀裂伝播・停止モデルの開発

Development of a model for simulating high-speed crack propagation/arrest behaviour in a 3D structure based on the s-version FEM

柴沼一樹¹⁾, He Tianyu²⁾, 森田直樹³⁾, 三目直登⁴⁾, 福井努⁵⁾

Kazuki Shibamura, Tianyu He, Naoki Morita, Naoto Mitsume, and Tsutomu Fukui

- 1) 博(工) 東京大学 工学系研究科 准教授 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1, E-mail: shibanuma@struct.t.u-tokyo.ac.jp)
 2) 東京大学 工学系研究科 修士課程 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1, E-mail: tianyu@struct.t.u-tokyo.ac.jp)
 3) 博(環境) 筑波大学 システム情報系 助教 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1, E-mail: nmorita@kz.tsukuba.ac.jp)
 4) 博(工) 筑波大学 システム情報系 助教 (〒305-8573 茨城県つくば市天王台 1-1-1, E-mail: mitsume@kz.tsukuba.ac.jp)
 4) 博(工) 日本海事協会 技術研究所 主幹 (〒102-0094 東京都千代田区紀尾井町3-3, E-mail: fukui@classnk.or.jp)

To prevent serious damages in large scale structures due to brittle fracture, it is necessary to control crack propagation and safely arrests them. In this study, we propose a highly accurate and efficient model that can reproduce high-speed crack propagation and arrest phenomena in 3D structures based on the s-version of FEM. We verified the accuracy of the model through generation phase analysis and confirmed its validity through application phase analysis, demonstrating its effectiveness from both verification and validation (V&V) perspectives.

Key Words : S-version of FEM, High-speed crack propagation, Crack arrest, Verification and validation.

1. はじめに

近年、市場の国際化による海上物流量の増加に背景として、船体構造の急速な大型化が進行している。これらの船体構造にはこれまでにない極厚の鋼板が使用されることから脆性破壊による危険性の増大が危惧されている。

脆性破壊による大規模損傷を防ぐためには、亀裂の「伝播」を制御して安全に「停止(アレスト)」させる安全設計が必要である。しかしながら、その設計基準は極めて限定された条件下の実験結果により規定されたものであり、その妥当性や一般性には大きな懸念があるのが現状である。一方で、大規模鋼構造における脆性亀裂伝播現象を高精度に再現・評価可能な理論やシミュレーション未だ確立されていない。

以上の社会的・学術的背景に対し、著者らは2次元問題を対象として重合メッシュ法を基礎とした高速亀裂伝播モデルを提案し、通常の有限要素法を用いた方法と比較して計算に要する自由度を大幅に低減可能であることを示すことで、大規模構造体における脆性亀裂伝播現象の高精度な再現・評価に向けた可能性を見出した[1]。

本研究では、重合メッシュ法を基礎として、3次元構造体における高速亀裂伝播・停止現象を高精度・高効率に再現可能なモデルを提案する。Generation phase 解析による精度検証、Application phase解析による妥当性検証を行い、V&Vの両面からその有効性を確認した。

2. モデル

(1) モデル化のコンセプト

大規模構造物における脆性亀裂伝播・停止を高精度に再現するためには、 10^0 m オーダーの構造部材中における亀裂前方10-4 m オーダーの領域の応力場を高精度に評価する必要がある[2]。この実現には、(i) 高精度、(ii) 高計算効率、(iii) アルゴリズムの簡潔性、および、(iv) 弾塑性問題への適用性、を全て満足する必要がある。しかし、本研究では、重合メッシュ法に基づく高速亀裂伝播モデルを構築することで、図-1に示すように、標準の有限要素法、アダプティブメッシュ法、拡張有限要素法といった従来の手法の有する全ての課題を解決した提案を行う。

(2) 重合メッシュ法の定式化

重合メッシュ法は全体対象領域をグローバルメッシュによりモデル化し、応力集中部等の局所的な着目領域に対し、より高解像度の新たなメッシュ(ローカルメッシュ)を「重合」することで着目領域の高精度化を実現する手法である。具体的には、変位 $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ および加速度 $\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x})$ を式(1)および式(2)でそれぞれ近似する。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \mathbf{u}^G(\mathbf{x}) & \text{in } \Omega^G \setminus \Omega^L \\ \mathbf{u}^G(\mathbf{x}) + \mathbf{u}^L(\mathbf{x}) & \text{in } \Omega^L \end{cases} \quad (1)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \ddot{\mathbf{u}}^G(\mathbf{x}) & \text{in } \Omega^G \setminus \Omega^L \\ \ddot{\mathbf{u}}^G(\mathbf{x}) + \ddot{\mathbf{u}}^L(\mathbf{x}) & \text{in } \Omega^L \end{cases} \quad (2)$$

ここで、 Ω^G は対象とする全体領域、 Ω^L はローカルメッシュを重合する着目領域である(図-2参照)。また、 $\mathbf{u}^G(\mathbf{x})$ と $\mathbf{u}^L(\mathbf{x})$ および $\ddot{\mathbf{u}}^G(\mathbf{x})$ と $\ddot{\mathbf{u}}^L(\mathbf{x})$ はそれぞれ、次式で定義され

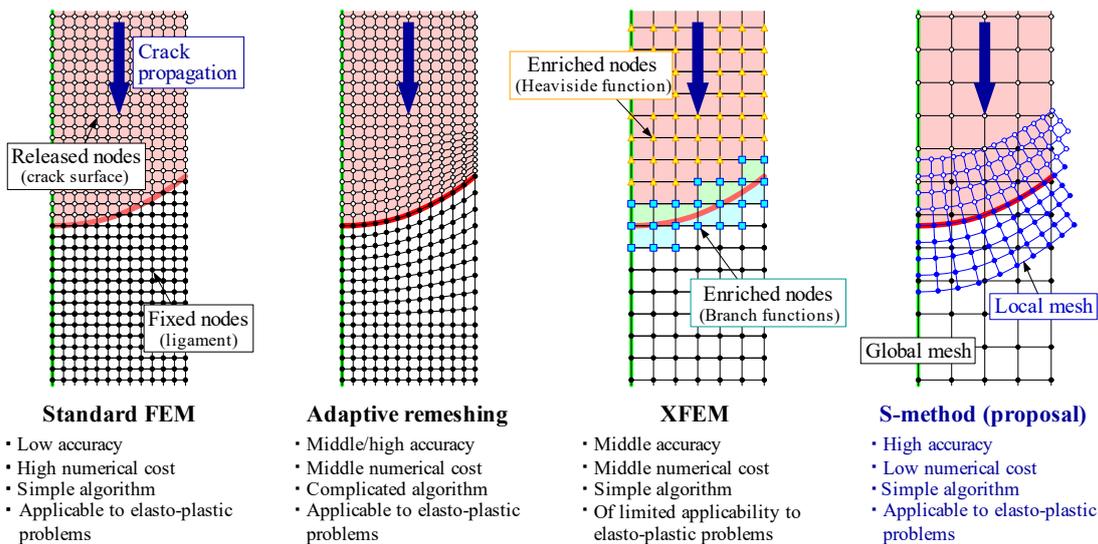


図-1 提案する重合メッシュ法に基づく亀裂伝播モデルのコンセプト (従来法との比較)

る変位および加速度のグローバル・ローカルメッシュ成分である。

$$\mathbf{u}^G(\mathbf{x}) = \mathbf{N}^G(\mathbf{x})\mathbf{d}^G \quad (3)$$

$$\mathbf{u}^L(\mathbf{x}) = \mathbf{N}^L(\mathbf{x})(\mathbf{d}^L + H(\mathbf{x})\mathbf{d}^{LX}) \quad (4)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}^G(\mathbf{x}) = \mathbf{N}^G(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{d}}^G \quad (5)$$

$$\ddot{\mathbf{u}}^L(\mathbf{x}) = \mathbf{N}^L(\mathbf{x})(\ddot{\mathbf{d}}^L + H(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{d}}^{LX}) \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{N}^G(\mathbf{x})$ および $\mathbf{N}^L(\mathbf{x})$ はそれぞれグローバルメッシュおよびローカルメッシュに対応する形状関数、 \mathbf{d}^G 、 \mathbf{d}^L 、 \mathbf{d}^{LX} 、 $\ddot{\mathbf{d}}^G$ 、 $\ddot{\mathbf{d}}^L$ 、 $\ddot{\mathbf{d}}^{LX}$ は節点自由度である。また、式(4)および式(6)における第2項は拡張有限要素法で用いられるエンリッチメントであり、 $H(\mathbf{x})$ は次式で定義されるHeaviside関数であり、ローカルメッシュがグローバルメッシュの外側にはみ出た場合における高精度の実現に有効である[3]。

$$H(\mathbf{x}) = \begin{cases} +1 & \text{in } \Omega^G \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

ローカルメッシュ境界 Γ^L における変位および加速度の連続性を確保するために、次式のDirichlet境界条件を課す

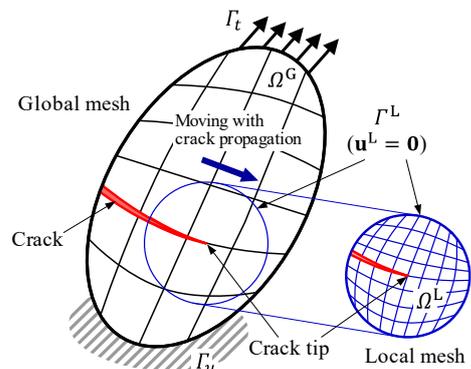


図-2 提案手法におけるグローバルおよびローカルメッシュと境界条件

る必要がある。

$$\mathbf{u}^L(\mathbf{x}) = \dot{\mathbf{u}}^L(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad \text{on } \Gamma^L \quad (8)$$

(3) 高速亀裂伝播現象のモデル化

本研究の提案手法では、図-2に示すように対象とする構造体全体を比較的low resolutionのグローバルメッシュでモデル化し、高速で移動する亀裂前縁近傍場によりhigh resolutionのローカルメッシュを導入する。

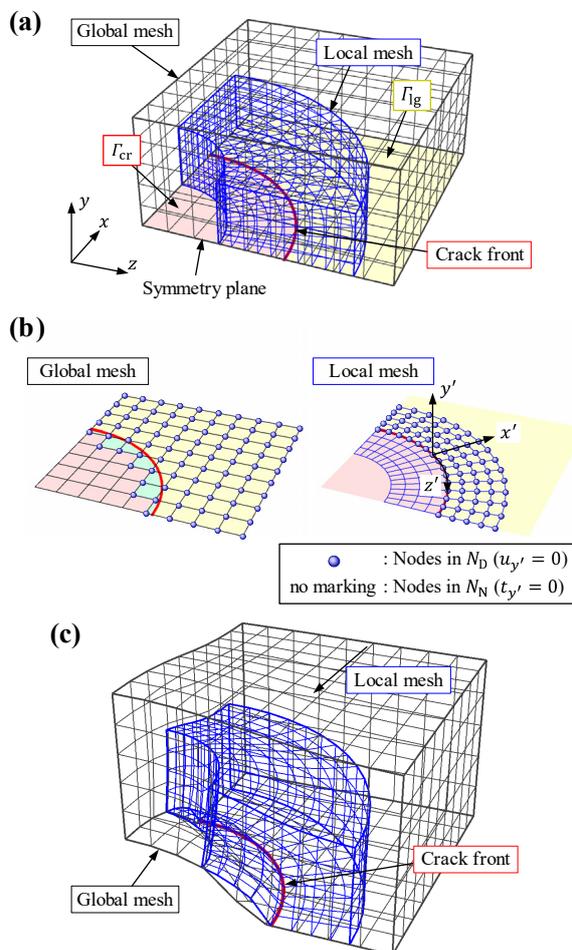


図-3 対称面の境界条件による亀裂のモデル化

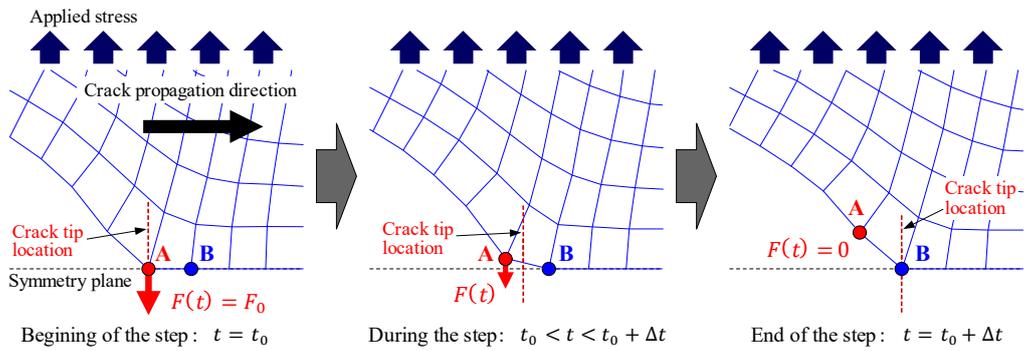


図-4 ローカルメッシュを対象とした節点力解放法による動的亀裂伝播のモデル化

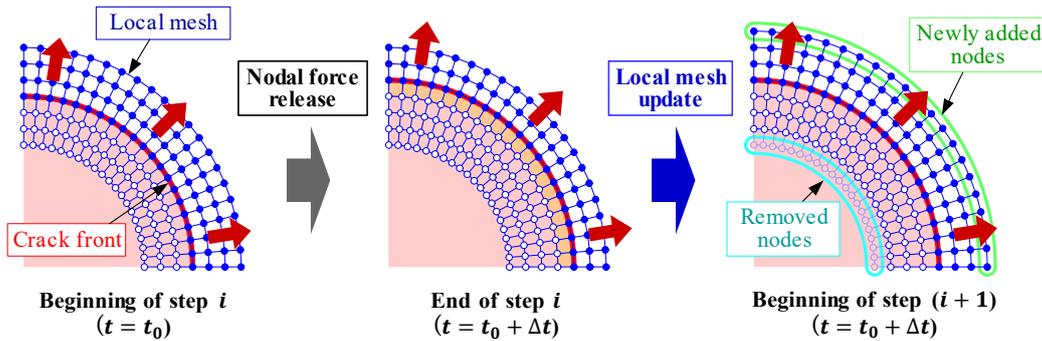


図-5 亀裂伝播に伴うローカルメッシュの更新

実構造物に生じる脆性亀裂は一般にモード I 破壊である事実を考慮して、亀裂は対称面に対する境界条件によってモデル化する (図-3)。動的亀裂伝播はローカルメッシュを対象とした節点力解放法でモデル化し (図-4)、節点力の解放に関する各計算ステップの終了時点でローカルメッシュの更新を行う (図-5)。詳細は文献[4]を参照されたい。

ローカルメッシュはその時点の亀裂前縁形状に基づき生成する。このため、対象構造が有限の大きさを有し、亀裂前縁が表面に達する場合、ローカルメッシュの一部がグローバルメッシュの外側にはみ出ることになる (図-6)。この場合は式(4)および式(6)で示したHeaviside関数によるエンリッチメントを用いることでグローバル・ローカルメッシュ間の不整合に起因した精度低下を効果的に解消することができる[3]。

鋼の脆性亀裂伝播・停止挙動は亀裂前縁近傍の局所応力により説明可能であることが明らかとなっているが[2]、本研究では簡単のために典型的な弾性体として知られるPMMAを対象とする。PMMAの高速亀裂伝播・停止挙動は動的応力拡大係数もしくは動的J積分により記述可能であるとされる。本研究では、Gaussの発散定理によって得られる領域積分形式により動的J積分を評価する (図-7) 詳細は文献[4]を参照されたい。

(4) Generation phase analysis と Application phase analysis

節点力解放法により亀裂伝播を順解析として再現するためには、節点力を解放に要する時間を指定する必要があり、結果として動的J積分が得られる。これはGeneration phase analysisと呼ばれ、手法の精度検証 (Verification) に

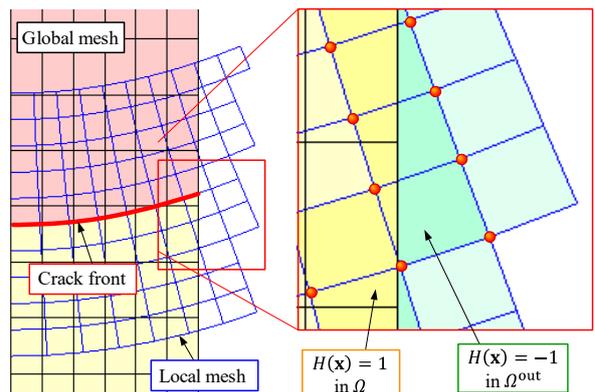


図-6 表面におけるグローバル・ローカルメッシュの不整合と Heaviside エンリッチメントの適用

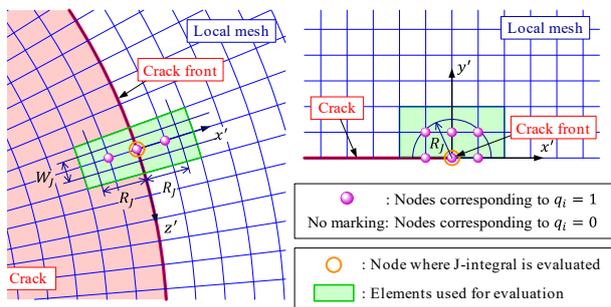


図-7 動的J積分評価における積分領域

有効な解析手法である。

一方で、実際の現象を予測するためには、破壊条件を指定して結果として亀裂速度、すなわち各計算ステップの節点力の解放に要する時間を評価するための逆解析が必要となる。これはApplication phase analysisと呼ばれ、手法の妥当性検証 (Validation) を実行する際に必要となる。

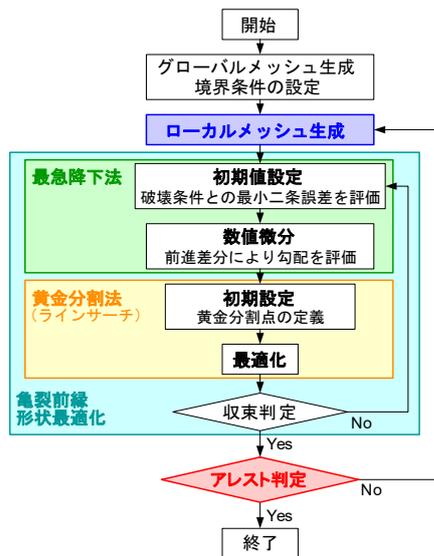


図-8 Application phase analysisの計算アルゴリズム

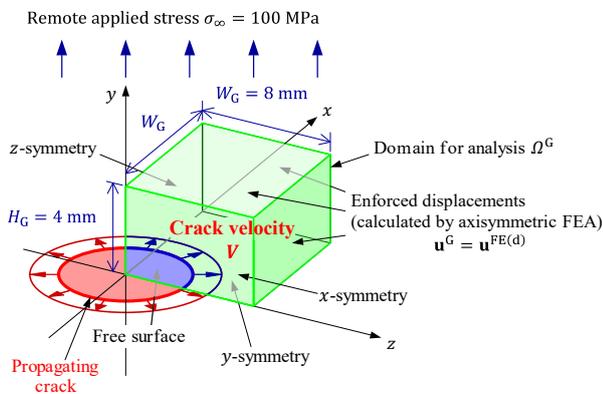


図-9 J 積分評価における積分領域

本研究ではApplication phase analysisを実現するために、(i) 亀裂前縁近傍部のローカルメッシュ生成、(ii) 再急降下法と黄金分割法を組み合わせ最適化、(iii) 更新された亀裂前縁形状に基づく亀裂停止判定、を組み合わせ独自のアルゴリズムを開発した (図-8)。

3. 精度検証 (Verification) [4]

(1) 概要

本研究で開発した重合メッシュ法に基づく高速亀裂伝播モデルの精度検証を目的として、最も基本的な3次元問題である無限体中を高速伝播する円形亀裂を対象としたGeneration phase analysisを実施し、十分な精度を実現しつつ、計算コストを最小化するためのローカルメッシュの定義方法について検討を行った。

(2) 対象問題：無限体中の円形亀裂

無限体中の円形亀裂は最も基本的な3次元問題であるものの、その厳密解は明らかにされていない。そこで、事前の予備解析として、十分に詳細な要素分割を用いた軸対称モデルによる有限要素解析を実施し、亀裂近傍の変位場および動的応力拡大係数の参照解を取得した。

本解析の対象領域は図-9に示すようなxy平面、yz平面、zx平面をそれぞれ対称面とした1/8対称モデルとし、亀裂

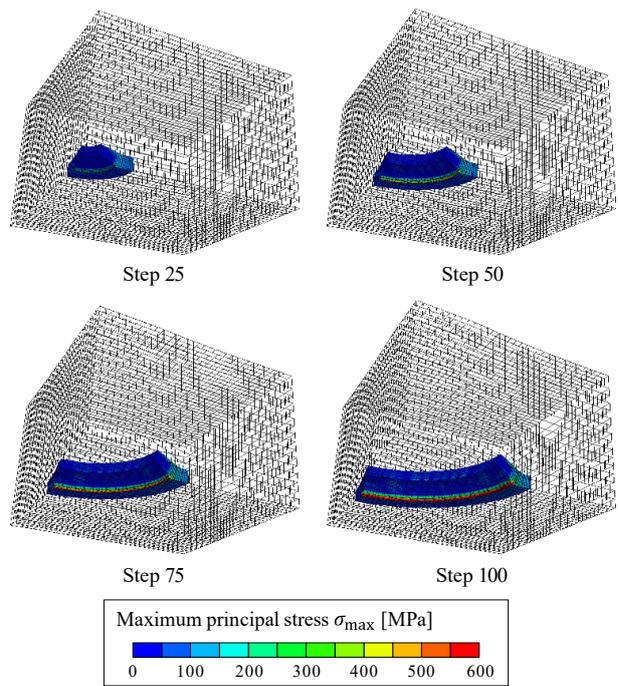


図-10 高精度を維持しつつ計算コストを最小化するローカルメッシュの条件のもとで実行した亀裂伝播解析結果の一例 (亀裂伝播速度：1000 m/s)

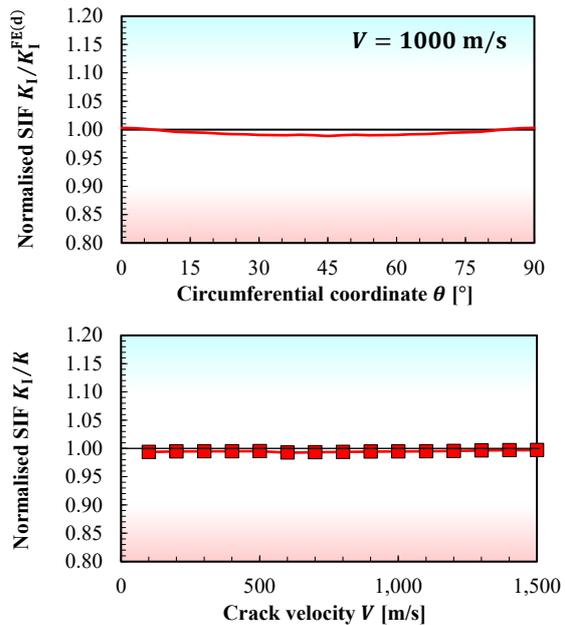


図-11 提案手法による動的応力拡大係数の解析精度 (参照解で正規化)

の伝播に伴う変位場の時刻歴変化の参照解を境界条件として与えた。

(3) 検証結果

(i) グローバル・ローカル要素サイズ比、(ii) ローカルメッシュ内部の亀裂長さ、(iii) ローカルメッシュ内部のリガメント長さ、(iv) ローカルメッシュ高さ、に関する系統的な解析により高精度を維持しつつ計算コストを最小化するためのローカルメッシュの条件を明確化した。本条件のもとで実行した亀裂伝播解析結果の一例を図-10に示す。

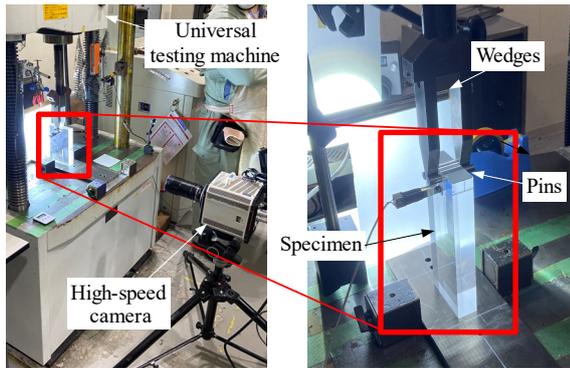
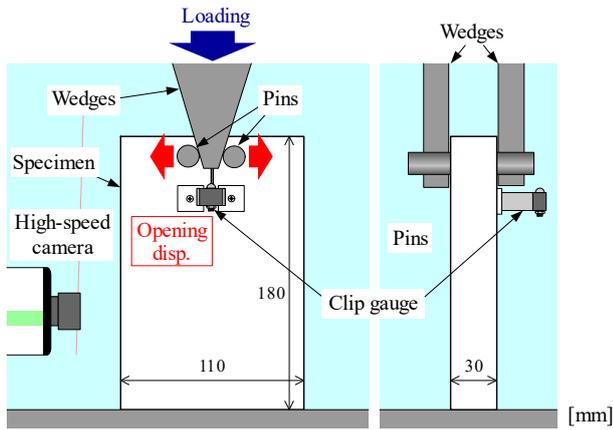


図-12 PMMAを用いた高速亀裂・停止実験

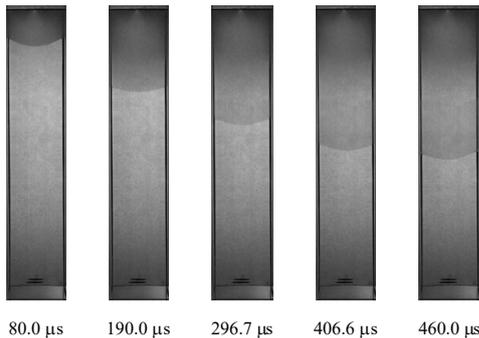


図-13 高速度カメラによる亀裂前縁形状計測 (Test 1)

上記のローカルメッシュの条件下で得られた動的応力拡大係数の計算結果を図-11に示す。ローカルメッシュとグローバルメッシュは様々な角度で重合するにも関わらず、対象とした様々な亀裂伝播速度の条件下 (100 m/s - 1,500 m/s) における参照解との差異はわずか1.1%以下という極めて高い精度を実現可能であることが示された。

4. 妥当性検証 (Validation)

(1) 概要

従来、弾性体を対象とした多くの高速亀裂伝播・停止実験が実施されてきたが、そのほとんどは2次元的な評価に限定されており、3次元問題としての高速亀裂伝播・停止挙動を詳細に検証できるような結果は著者の知る限り公開されていない。そこで、ここではまず、弾性透明樹脂 (PMMA) を用いた高速亀裂・停止実験を実施し、最新の高速度カメラを用いた高速亀裂伝播停止挙動の亀裂全円形状計測を行う。さらに、開発したモデルによる

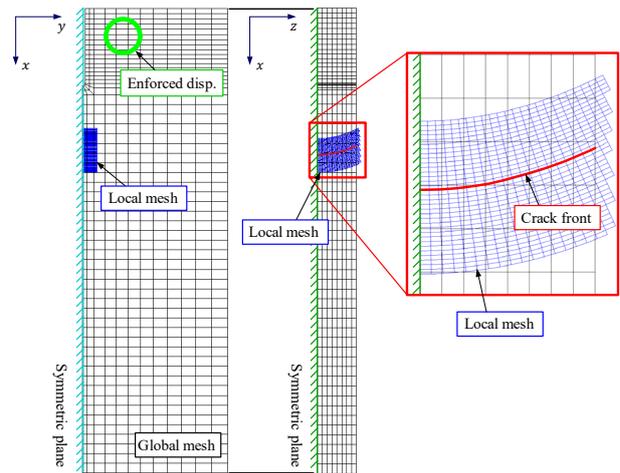


図-14 PMMAを用いた高速亀裂伝播・停止実験を対象とした有限要素メッシュと境界条件

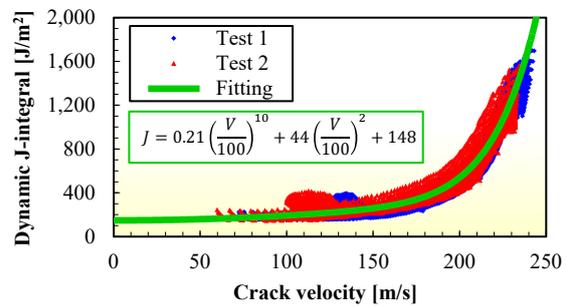


図-15 動的J積分-亀裂速度の関係とそれに基づく破壊のクライテリオン

Application phase analysisによって得られた高速亀裂伝播・停止挙動に関する予測結果と実験結果の比較を行うことで、開発したモデルの妥当性を検証した。

(2) 対象問題：PMMAを用いた高速亀裂伝播・停止試験

図-12にPMMAを用いた高速亀裂・停止実験の概要を示す。試験片は亀裂の伝播に伴い亀裂伝播駆動力が低下することが知られるDouble Cantilever Beam (DCB)試験片を採用した。切欠き近傍にはその開口変位を計測するためのクリップゲージを設置した。試験片上部に加工した穴に対して楔およびピンにより構成された治具に荷重を与えることで静的に開口強制変位を与えることで亀裂を発生・伝播させる。試験片は亀裂発生時の開口変位を変化させるため、0.8 mm (Test 1) および1.0 mm (Test 2) の2通りの切欠き半径を設定した。高速度カメラは NAC Image Technology社のMEMRECAM ACS-1を使用し、解像度:384 pixels ×1280 pixels、サンプリングレート:300,000 fpsの条件で計測を実施した。図-13にTest 1を対象とした高速度カメラによる計測例を示す。本研究で採用した実験設定により、詳細に亀裂前縁形状の推移を取得できた。

(3) Generation phase analysisによる破壊条件の決定

PMMAの高速亀裂伝播に対する破壊のクライテリオンを定量化するために、実施した高速亀裂伝播・停止実験を再現するためのGeneration phase analysisを実施した。亀裂発生時点のクリップゲージ開口変位を再現するようにピン穴位置に強制変位を与え、高速度カメラ計測によって

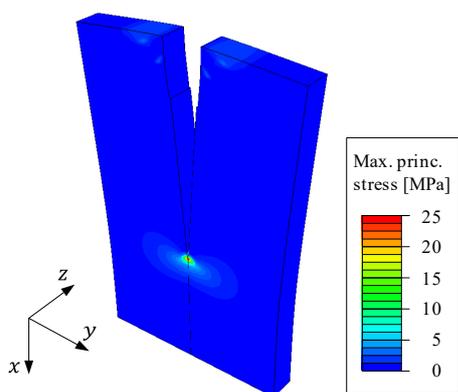


図-16 試験片全体の変形と応力分布の一例 (Test 1)

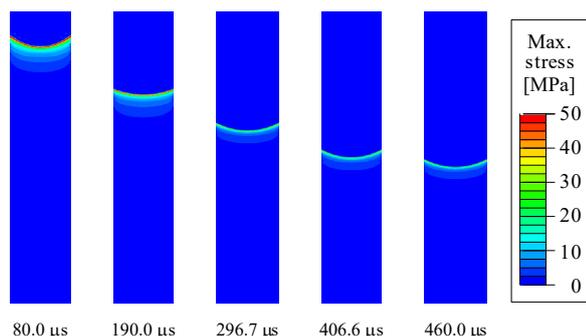


図-17 高速亀裂伝播に伴う応力分布の変化 (Test 1)

得られた亀裂前縁系形状の推移をローカルメッシュ更新と節点力解放法を組み合わせた高速亀裂伝播モデルで再現した (図-14)。Test 1およびTest 2のそれぞれに対して得られた亀裂速度-動的J積分の関係を図-15に示す。亀裂発生時点の開口変位および亀裂停止位置が異なるにも関わらず、両実験結果は良い一致を示し、破壊のクライテリオンとしての妥当性が確認された。得られた結果に対し、動的J積分を亀裂速度 V の関数として次式で定量化した。

$$J(V) = 0.21 \left(\frac{V}{100} \right)^{10} + 44 \left(\frac{V}{100} \right)^2 + 148 \quad (9)$$

(4) Application phase analysis による妥当性検証

式(9)で記述された破壊のクライテリオンに基づき、Test 1およびTest 2に対してそれぞれApplication phase analysisを実行した。試験片全体の変形と応力分布の1例を図-16に示す。また、高速度カメラ計測と同様の視野による亀裂伝播に伴う応力分布の推移を図-17に示す。

亀裂伝播に伴う亀裂伝播速度の推移および亀裂停止位置の実験結果および開発モデルによる予測結果を図-18に示す。実験結果では試験体の弾性振動に起因した亀裂伝播速度の振動が確認されるが、開発したモデルではその複雑な挙動を良好に再現することができた。さらに、最も重要な亀裂停止位置については最大誤差が1.2 mmという極めて良好な再現性を有することが示され、開発手法の3次元構造体中における高速亀裂伝播・停止モデルとしての妥当性が確認された。

5. おわりに

本研究では、重合メッシュ法を基礎として、3次元構造

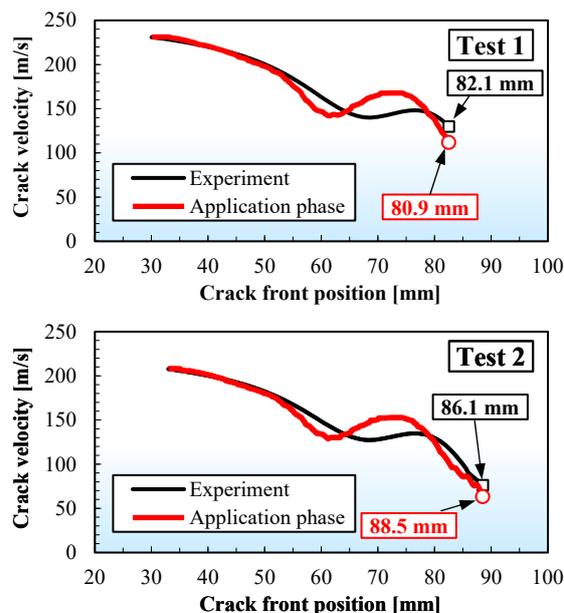


図-18 亀裂伝播に伴う亀裂伝播速度の推移および亀裂停止位置に関する実験結果および開発モデルによる予測結果の比較

体における高速亀裂伝播・停止現象を高精度・高効率に再現可能なモデルを提案した。無限体中の円形高速伝播亀裂を対象としたGeneration phase 解析による精度検証、弾性透明樹脂 (PMMA) を用いた高速亀裂伝播・停止実験を対象としたApplication phase解析による妥当性検証を行い、V&Vの両面からその有効性を確認した。

謝辞: 本研究は日本学術振興会科学研究費補助金(研究課題: 22H00242)により実施されたものである。

参考文献

- [1] K. Kishi, Y. Takeoka, T. Fukui, T. Matsumoto, K. Suzuki, K. Shibamura, Dynamic crack propagation analysis based on the s-version of the finite element method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 366 (2020), 113091.
- [2] F. Yanagimoto, K. Shibamura, K. Suzuki, T. Matsumoto, S. Aihara, Local stress in the vicinity of the propagating cleavage crack tip in ferritic steel, *Materials & Design* 144 (2018), 361-373.
- [3] T. He, N. Mitsume, F. Yasui, N. Morita, T. Fukui, K. Shibamura, Strategy for accurately and efficiently modelling an internal traction-free boundary based on the s-version finite element method: Problem clarification and solutions verification, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 404 (2023), 115843.
- [4] K. Shibamura, K. Kishi, T. He, N. Morita, N. Mitsume, T. Fukui, S-version finite element strategy for accurately evaluating local stress in the vicinity of dynamically propagating crack front in 3D solid, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 399 (2022), 115374.

A nodal-based Lagrange Multiplier/Cohesive Zone (LM/CZ) Method for Crack Simulations

Yifang QIN¹⁾, Mitsuteru Asai²⁾ and Shunhua Chen³⁾

1) (〒819-0395, Kyushu University, Department of Civil and Structural Engineering, 744 Motoooka Nishi-ku, Fukuoka, Japan. E-mail: qin.yifang.434@s.kyushu-u.ac.jp)

2) Associate Professor, Member of JSCES (〒819-0395, Kyushu University, Department of Civil and Structural Engineering, 744 Motoooka Nishi-ku, Fukuoka, Japan. E-mail: asai@doc.kyushu-u.ac.jp)

3) Associate Professor (Sun Yat-sen University, School of Ocean Engineering and Technology, Zhuhai 519000, China. E-mail: chenshunhuascut@gmail.com)

In this paper, a novel nodal-based Lagrange Multiplier/Cohesive Zone (LM/CZ) approach for accurate crack simulation in quasi-brittle material. Before crack onset, these nodes in the same position are constrained via the Lagrange multipliers (LMs), which need to satisfy the displacement compatibility. And then the constraints are smoothly switched from LMs to cohesive forces once satisfied the transition criterion about the cracking estimation. One numerical example is employed for validation of our approach via comparison with the results from previous researches.

Key Words : *Arbitrary crack paths, Lagrange multiplier method, Cohesive zone model, Coupling method, Artificial compliance.*

1. INTRODUCTION

Over the years, the intrinsic cohesive zone models (CZMs) method always represents a simple yet efficient technique for computational cracking studies [1]. Where the zero-thickness cohesive elements are inserted into the interfaces of finite elements [2], which nodes are constrained via cohesive force before crack onset, and the cohesive forces are calculated based on penalty algorithm. However, that method usually results in the so-called artificial compliance [3]. To deal with this research issue, the Lagrange multipliers (LMs) approach has been recently proposed and effectively coupled with cohesive zone (CZ) approach. The LM/CZ approach has already applied on debonding analysis in laminated composite structures [4]. It is worth to extend the application of the nodal-based LM/CZ approach to simulation of arbitrary crack paths in quasi-brittle structure.

In the conventional nodal-based LM/CZ [3], the constraint enforced in each node consists of only one nodal pair where it connects to. A predictor-corrector form is introduced to calculate LM force at each nodal pair with fulfilling the displacement compatibility [5]. However, to simulate the cracks propagation along unknown path, one finite element node is connected with several nodes and formed several corresponding adjacent nodal pairs. It means that each pair share several nodes with its adjacent pairs. To consider this mutual nodal effect, the constraint force contributed from the adjacent pairs needs to be considered into the LM calculation for the current pair. In this

paper, we firstly apply a robust data structure to set these nodes at the same coordinate in one certain group via the linked-list search algorithm [6], which is only once implemented in pre-processing of one numerical case. And then we implement the LM/CZ algorithm in each mutually independent group, where the calculation of LM force in each group is controlled by its error norm less than a specified tolerance. The Gauss-Seidel solution is applied to achieve the end with a limited number of iterations [7].

2. FORMULATIONS

The temporal discretization in this simulation employs the explicit central difference time integration scheme. Herein we assume that the current pair consists of node i and node j . According to the predictor-corrector form of LM method, the position of node i and node j at time $t(n+1)$ in the “predictor” step can be described in Eq. (1),

$$\tilde{\mathbf{x}}_{(n+1)} = \mathbf{x}_{(n)} + \dot{\mathbf{x}}_{(n-1/2)}\Delta t + (\mathbf{f}_{(n)}^{\text{ext}} - \mathbf{f}_{(n)}^{\text{int}})\Delta t^2/m \quad (1)$$

where $\tilde{\mathbf{x}}_{(n+1)}$, $\dot{\mathbf{x}}_{(n-1/2)}$, $\mathbf{f}_{(n)}^{\text{ext}}$ and $\mathbf{f}_{(n)}^{\text{int}}$ are the position vector, velocity vector, internal force and external force, respectively. The Eq. (1) is further solved via the improved solution in the “corrector”, as shown in Eq. (2).

$$\mathbf{x}_{(n+1)} = \tilde{\mathbf{x}}_{(n+1)} + \Delta\mathbf{x}_{(n+1)} \quad (2)$$

with

$$\Delta\mathbf{x}_{(n+1)} = (\boldsymbol{\lambda}_{(n)}^{\text{cur}} + \boldsymbol{\lambda}_{(n)}^{\text{adj}})\Delta t^2/m \quad (3)$$

Where $\boldsymbol{\lambda}_{(n)}^{\text{cur}}$ and $\boldsymbol{\lambda}_{(n)}^{\text{adj}}$ are the Lagrange forces from the current calculated pair and its adjacent pairs, respectively. For the

relationship of LMs between two nodes of each nodal pair, we have Eq. (4).

$$\lambda_i^{cur} = -\lambda_j^{cur} \quad (4)$$

The Lagrange multiplier of nodal pair needs to satisfy the displacement compatibility condition, as following:

$$\mathbf{x}_{i(n+1)} - \mathbf{x}_{j(n+1)} = \mathbf{0} \quad (5)$$

The λ_i^{cur} at timestep of (n+1) can be solved by substituting Eqs. (4) and (5) into Eq. (2), as following:

$$\lambda_{i(n+1)}^{cur} = \frac{\tilde{\mathbf{x}}_{j(n+1)} - \tilde{\mathbf{x}}_{i(n+1)} + \left(\frac{\lambda_j^{nbr}}{m_j} - \frac{\lambda_s^{nbr}}{m_i} \right) \Delta t^2}{\left(\frac{1}{m_j} + \frac{1}{m_i} \right) \Delta t^2} \quad (6)$$

At the end of the nodal pair loop for LM calculation in each group, the Gauss-Seidel iteration strategy is applied to control the corrector procedure. The error norm L for each group is defined as Eq. (7).

$$L = \sum_{i=1}^{N_p} \|\mathbf{g}_i\|_2 < \varepsilon \quad (7)$$

with

$$\mathbf{g}_i = \mathbf{x}_{i(n+1)} - \mathbf{x}_{j(n+1)} \quad (8)$$

where N_p is the total number of LM pairs in the group.

The iteration terminates once the error norm is satisfied. A quadratic stress criterion is then applied to check whether the constraints should switch to cohesive force or not, as shown in Eq. (9).

$$\left(\frac{\langle \bar{T}_n \rangle}{T_n^{max}} \right)^2 + \left(\frac{\bar{T}_t}{T_t^{max}} \right)^2 = 1 \quad (9)$$

Where $\langle \cdot \rangle$ is Macaulay operator; T_n^{max} and T_t^{max} represent tensile and shear cohesive strengths, respectively; \bar{T}_n and \bar{T}_t represent tensile and shear nodal equivalent stress vector, respectively. \bar{T} can be calculated with the help of LM determined (see Eq. (6)), as the following equation.

$$\bar{T} = \lambda_m \quad (10)$$

Once satisfying the Eq. (9) criterion, the constraint force is described as the cohesive force using a shifted traction-separation law previously utilized in [3].

3. NUMERICAL EXAMPLE

John et al. carried out an experiment to investigate the crack phenomenon in a three-point bending concrete beam. And they also performed the numerical simulation based on the of Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM) [8]. The specimen in [8] is demonstrated in Fig. 1.

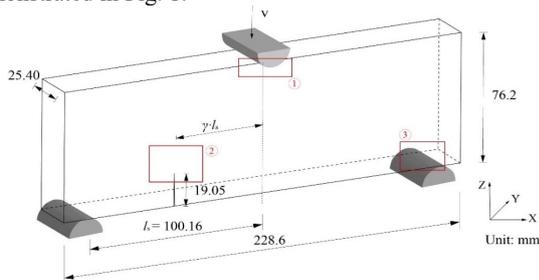


Fig. 1 Three-point bending concrete beam with crack position parameter $\gamma = 0.5$.

One can be seen from Fig. 1, there is a center-shifted pre-crack in specimen, and the pre-crack position from the middle of span is determined by a ratio γ , where the γ of 0 represents mode I fracture, while the γ of 0.5 or 0.72 represents the mix-mode fracture. The model was placed on two fixed supports and subjected to a velocity load in the upper support, with a value of 0.050 m/s [9] along the centerline. The beam was discretized using tetrahedral solid elements, with zero-thickness cohesive elements inserted in the element interfaces. The mesh sizes are varied from 1.5 mm to 4 mm, with the refined size of 1.5-2.0 mm in the critical zones, i.e., near three supports and pre-crack tip, as marked in (numbered in 1, 2 and 3). The concrete beam is assumed to be isotropic elastic, with Young's modulus, mass density and Poisson's ratio of 31.37 GPa, 2400 kg/m³ and 0.2 respectively. The failure strength of the concrete beam was 3.0 MPa, and the energy release rate was 31.1 N/m [10]. The time history of load curves for the $\gamma = 0.50$ case are compared and plotted in Fig. 2.

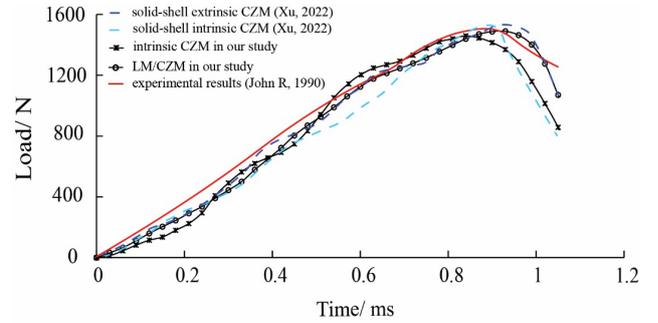


Fig. 2 The time history of load curves (along Z-axis) of three pre-crack from in our study comparing with that from numerical data (Xu et al., 2022) and experimental data (John et al., 1990).

Compared with the curve via intrinsic CZMs approach, a relatively good agreement can be seen in the load curves, and less numerical oscillation can be found in that via LM/CZ approach. In addition, the crack patterns from three notch location cases are illustrated in Fig. 3, where cracks propagate from the notch and gradually upward with a deflection angle from horizontal line.

One can be seen from Fig. 3 that a vertical crack is predicted in the case of γ with 0.0, which represents the fracture mode in pure mode I; and inclined cracks can be found in the rest two cases, where the fracture mode becomes mixed mode I/II. These results from our study are in a good agreement with previous results in three cases, which are not only in the crack propagation and but also in the corresponding deflection angle. These indicate that the LM/CZ can capture the crack behavior of mode I and mix-mode failure, and its effectiveness can also be evaluated quantitatively.

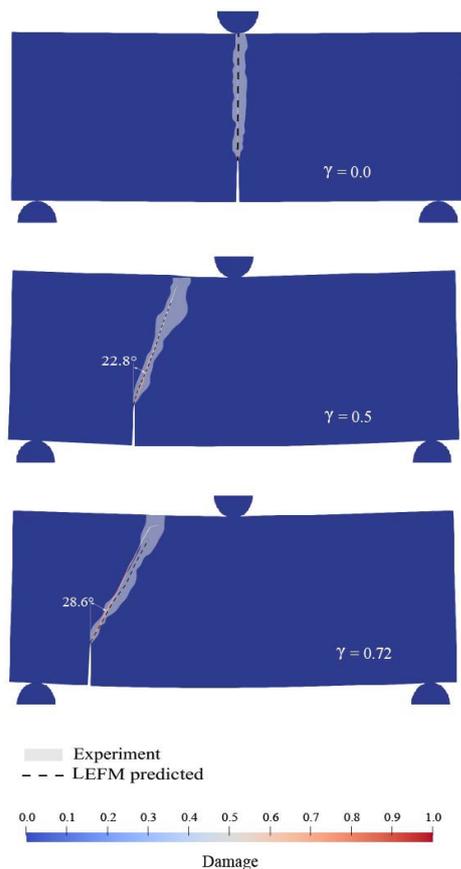


Fig. 3 The predicted cracking patterns of three pre-crack from in our study comparing with that from numerical and experimental data (John et al., 1990).

4. CONCLUSIONS

A novel nodal-based Lagrange Multiplier/Cohesive Zone (LM/CZ) approach is proposed to accurately simulate crack propagation in quasi-brittle material. The predictor-corrector form is applied to calculate the Lagrange multiplier, which is governed by the displacement compatibility in each nodal pair. As cracks may grow in overlapping nodal domains, the Gauss-Seidel iteration strategy is applied to control the error norms due to mutual nodal effects. To validate the accuracy and effectiveness of the method, a numerical example of a concrete beam is employed, and the results obtained from LM/CZ show good agreement with both experimental and numerical data.

ACKNOWLEDGMENT: The first author would like to thank the PhD scholarship from the China Scholarship Council.

This work was also supported by the Japan Society for the Promotion of Science (JSPS) KAKENHI Grant Numbers (JP-

22H03601, 20H02418, 19H01098, and 19H00812) and the support of Guangdong Basic and Applied Basic Research Foundation (Nos. 2021A1515110390 and 2022A1515011155), and the National Natural Science Foundation of China (No. 12202510).

REFERENCES

- [1] W. Song, Z. Deng, H. Wu, Z. Xu. Cohesive zone modeling of i-ii mixed mode fracture behaviors of hot mix asphalt based on the semi-circular bending test, *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 124 (2023) 103781.
- [2] V. P. Nguyen. An open source program to generate zero-thickness cohesive interface elements, *Advances in Engineering Software* 74 (2014) 27–39.
- [3] V. P. Nguyen. Discontinuous galerkin/extrinsic cohesive zone modeling: Implementation caveats and applications in computational fracture mechanics, *Engineering Fracture Mechanics* 128 (2014) 37–68.
- [4] S. Chen, H. Chen, N. Mitsume, N. Morita, T. Q. Bui, W. Gao, S. Yoshimura, A nodal-based Lagrange multiplier/cohesive zone approach for dynamic interfacial cracking analysis of thin-walled laminated composite structures, *Composite Structures* 256 (2021) 113112.
- [5] N. J. Carpenter, R. L. Taylor, M. G. Katona, Lagrange constraints for transient finite element surface contact, *International journal for numerical methods in engineering* 32 (1) (1991) 103–128.
- [6] A. Munjiza, K. Andrews, Nbs contact detection algorithm for bodies of similar size, *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 43 (1) (1998) 131–149.
- [7] H. Chen, Y. X. Zhang, M. Y. Zang, P. J. Hazell, A lagrangian coupling approach for the combination of finite-discrete element method, in: *Applied Mechanics and Materials*, Vol. 846, Trans Tech Publ, 2016, pp. 518–523.
- [8] R. John, S. P. Shah, Mixed-mode fracture of concrete subjected to impact loading, *Journal of Structural Engineering* 116 (3) (1990) 585–602.
- [9] G. H. Paulino, W. Celes, R. Espinha, Z. Zhang, A general topology-based framework for adaptive insertion of cohesive elements in finite element meshes, *Engineering with Computers* 24 (2008) 59–78.
- [10] X. Xu, D. Wang, M. Zang S. Chen, Development of an intrinsic solid-shell cohesive zone model for impact fracture of windshield laminated glass, *International Journal of Impact Engineering* 163 (2022) 104187