Thu. Jun 1, 2023

Room A

OS24 技術者の育成と計算工学

[A-08] OS24 技術者の育成と計算工学 (1)

座長:菊地 厖(数値解析開発株式会社)
1:15 PM - 2:15 PM Room A (1F Conference Room 101)

[A-08-01] ベクトル・テンソル解析再考
*登坂 宣好[1] （1. Material speaks T-Lab.）
1:15 PM - 1:30 PM

[A-08-02] 計算工学技術者育成における情報学の役割
*荻野 正雄[1] （1. 大同大学）
1:30 PM - 1:45 PM

[A-08-03] 数値流体力学ソフトウェア構築における一つのKata
*出川 智啓[1] （1. 合同会社Ricerca）
1:45 PM - 2:00 PM

[A-08-04] Finite Element Analysis makes a good engineer great, and a bad engineer dangerous ~CAEにおける失敗の要因分析
*荒井 皓一郎[1]、渡邊 浩志[1]、上野山 拓也[1] （1. Hexagon）
2:00 PM - 2:15 PM

OS24 技術者の育成と計算工学

[A-09] OS24 技術者の育成と計算工学 (2)

座長:菊地 厖(数値解析開発株式会社)
2:30 PM - 3:45 PM Room A (1F Conference Room 101)

[A-09-01] 研究開発部門発の技術者のための教育研修制度
*多田 真和[1] （1. ミネベア アクセスソリューションズ株式会社）
2:30 PM - 2:45 PM

[A-09-02] 工学における物理と数学の統一的教育の提案
*渡邊 浩志[1]、菊地 厖[2] （1. HEXAGON、2. 数値解析開発株式会社）
2:45 PM - 3:00 PM

[A-09-03] CAEツールとその教育について気になるところ
*熊井 規[1] （1. 株式会社算力学研究センター）
3:00 PM - 3:15 PM

[A-09-04] 計算工学教育のシラバスと育てる人材について
*越塚 誠一[1] （1. 東京大学）
3:15 PM - 3:30 PM

[A-09-05] これからの計算工学における人材育成のあり方
*佐々木 直哉[1] （1. 株式会社日立製作所）
3:30 PM - 3:45 PM

OS24 技術者の育成と計算工学

[A-08] OS24 技術者の育成と計算工学 (1)

座長:菊地 厖(数値解析開発株式会社)

Thu. Jun 1, 2023 1:15 PM - 2:15 PM Room A (1F Conference Room 101)

[A-08-01] ベクトル・テンソル解析再考

*登坂 宣好[1] （1. Material speaks T-Lab.）

1:15 PM - 1:30 PM

[A-08-02] 計算工学技術者育成における情報学の役割

*荻野 正雄[1] （1. 大同大学）

1:30 PM - 1:45 PM

[A-08-03] 数値流体力学ソフトウェア構築における一つの Kata

*出川 智啓[1] （1. 合同会社Ricerca）

1:45 PM - 2:00 PM

[A-08-04] Finite Element Analysis makes a good engineer great, and a bad engineer dangerous ~CAEにおける失敗の要因分析

*荒井 皓一郎[1]、渡邉 浩志[1]、上野山 拓也[1] （1. Hexagon）

2:00 PM - 2:15 PM

計算工学講演会論文集 Vol. 28 (2023 年 5 月) 計算工学会

ベクトル・テンソル解析再考

Reconsideration of Vector and Tensor Analysis

登坂宣好 1)
Nobuyoshi Tosaka

1)工博 （株）Material speaks T-Lab. 代表 （〒 192-0373 東京都八王子市上柚木 3-9-1-211 E-mail: nob42tsk@gmail.com.)

In conventional vector analysis, gradient of scalar field and divergence and rotation of vector field are introduced as differential quantities under some physical concepts in fluid mechanics and solid mechanics. In this reconsideration the above differential quantities of not only scalar and vector fields but also (second order) tensor field can be defined mathematically on each differential mapping without any physical consideration.

Key Words : *Vector Analysis, Tensor Analysis, Differential Quantities, Differential Mapping, Gibbs Product, Dot Product, Cross Product*

1. はじめに

ベクトル解析はスカラー場とベクトル場の微分積分の体系化である。特に、その基本はそれらの場の変動をとらえるための微分量として導入されているスカラー場の勾配とベクトル場の発散と回転である [1,2]。しかし、ベクトル場の勾配は後述するように重要な微分量であるにも拘わらず通常のベクトル解析で触れられることが少ない。その理由として考えられることは、その微分量が 2 階のテンソルとなりテンソルの理解が必要となるからである。

一方、計算力学の基幹理論である連続体力学では、変形を表現するために変形勾配や変位勾配が基本的な量となっている。したがって、連続体力学の基本数理としてはスカラー場とベクトル場だけではなくテンソル場を含めた微分積分としてのベクトル・テンソル解析が必要である。

このような見地からベクトル・テンソル解析を一貫して構成する試みを既に文献 [3,4] に示してきた。この再考では、各場の微分量が対応する微分写像とどのような関係に基づいて定義できるのかを明確にし、その表現がベクトル演算のスカラー積やベクトル積の拡張によって与えられることを示す。

2. 線形写像とその表現

(1) Gibbs 積

ベクトル解析をテンソル場を含めてベクトル・テンソル解析として統一的に理論化するのに必要な数理をまとめておく。

線形写像としてのテンソルを表現する際に、2 つのベクトルに対して Gibbs[5] によって導入された dyad 積が有効である [6]。本再考ではこのような積を単にベクトル同士だけではなく、スカラーとテンソルを含めて拡張する。そこで、後述する線形写像を dyad 積を含めて Gibbs 積 (Gibbs product) と呼ぶことにする。

定義のベースとなるベクトル空間を内積線形空間 V とし、その各元に対して 3 種類の Gibbs 積を V のスカラー積を基に次のように定義する。

- $(a \odot \boldsymbol{b}) \in L(V,\boldsymbol{R}) \equiv V^*$;

$$(a \odot \boldsymbol{b})[\boldsymbol{u}] := a(\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{u}) = (a\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{u}) \qquad (1)$$

- $(\boldsymbol{a} \odot \boldsymbol{b}) \in L(V,V) \equiv L(V)$;

$$(\boldsymbol{a} \odot \boldsymbol{b})[\boldsymbol{u}] := \boldsymbol{a}(\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{u}) \qquad (2)$$

- $(\boldsymbol{A} \odot \boldsymbol{b}) \in L(V,L(V)) \equiv L^2(V)$;

$$(\boldsymbol{A} \odot \boldsymbol{b})[\boldsymbol{u}] := \boldsymbol{A}(\boldsymbol{b} \cdot \boldsymbol{u}) \qquad (3)$$

ただし、$a,u \in \boldsymbol{R},\ \boldsymbol{b},\boldsymbol{u} \in V,\ \boldsymbol{A} \in L(V)$ とする。

この定義から上記の線形写像の随伴写像 (adjoint) が次のように定められる。

- $(a \odot \boldsymbol{b})^a = (\boldsymbol{b} \odot a) \in L(\boldsymbol{R},V) \qquad (4)$

$$(\boldsymbol{b} \odot a)[u] := \boldsymbol{b}(a \cdot u) = (\boldsymbol{b}a)u$$

- $(\boldsymbol{a} \odot \boldsymbol{b})^a = (\boldsymbol{b} \odot \boldsymbol{a}) \in L(V) \qquad (5)$

$$(\boldsymbol{b} \odot \boldsymbol{a})[\boldsymbol{u}] := \boldsymbol{b}(\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{u})$$

- $(\boldsymbol{A} \odot \boldsymbol{b})^a = (\boldsymbol{b} \odot \boldsymbol{A}) \in L(L(V),V) \qquad (6)$

$$(\boldsymbol{b} \odot \boldsymbol{A})[\boldsymbol{U}] := \boldsymbol{b}(\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{U})$$

なお、式 (1) から線形関数 $(a \odot \boldsymbol{b})$ のスカラー積表現定理 [7] により、ベクトル表現を次のように表すものとする。

$$(a \odot \boldsymbol{b})_V = a\boldsymbol{b} \in V \qquad (7)$$

さらに式 (4) から

$$(\boldsymbol{b} \odot a)[1] = \boldsymbol{b}a \in V \qquad (8)$$

となり、ベクトル $\boldsymbol{b}$ の実数 a 倍は、線形写像と関係づけられた。すなわち、

$$a\boldsymbol{b} = (a \odot \boldsymbol{b})_V = (\boldsymbol{b} \odot a)[1]$$

(2) ドット積

2 つのベクトルに対して定義されるスカラー積をベクトルとテンソルに対する演算として拡張する。ただし、

この演算は次のように写像となることに注意しなければならい。そこでこの演算をドット積 (dot product) と呼びスカラー積の記号を流用する。

$$\bullet\ (\,\boldsymbol{A}\ \cdot\ \boldsymbol{b}\,)\ \in\ L(\boldsymbol{R}, V);$$

$$(\,\boldsymbol{A}\ \cdot\ \boldsymbol{b}\,)[u] := \boldsymbol{A}[\boldsymbol{b}u] = (\boldsymbol{A}[\boldsymbol{b}])u \tag{9}$$

$$\bullet\ (\,\boldsymbol{b}\ \cdot\ \boldsymbol{A}\,)\ \in\ L(V, \boldsymbol{R}) \equiv V^*;$$

$$(\,\boldsymbol{b}\ \cdot\ \boldsymbol{A}\,)[\boldsymbol{u}] := (\,\boldsymbol{b}\ \cdot\ \boldsymbol{A}[\boldsymbol{u}]\,) = (\,\boldsymbol{A}^a[\boldsymbol{b}]\ \cdot\ \boldsymbol{u}\,) \tag{10}$$

このドット積（写像）の間には次の関係が成り立つ。

$$(\,\boldsymbol{b}\ \cdot\ \boldsymbol{A}\,)^a = (\,\boldsymbol{A}^a\ \cdot\ \boldsymbol{b}\,) \tag{11}$$

したがって、ベクトルとテンソルのドット積は可換とはならない。なお、このドット積の定義から写像としてのドット積に対して、次の表現を得る。

$$(\,\boldsymbol{A}\ \cdot\ \boldsymbol{b}\,)[1] = \boldsymbol{A}[\boldsymbol{b}]1 = \boldsymbol{A}[\boldsymbol{b}] \tag{12}$$

$$(\,\boldsymbol{b}\ \cdot\ \boldsymbol{A}\,)_V = \boldsymbol{A}^a[\boldsymbol{b}] \tag{13}$$

(3)　クロス積

次に、ベクトル同士のベクトル積演算をベクトルとテンソルに対する演算として次のように拡張し、その演算をクロス積 (cross product) と呼び、ベクトル積の記号を流用する。

$$\bullet\ (\,\boldsymbol{A}\ \times\ \boldsymbol{b}\,)\ \in L(V)\,;$$

$$(\,\boldsymbol{A}\ \times \boldsymbol{b}\,)[\boldsymbol{u}] := \boldsymbol{A}[\boldsymbol{b}\ \times\ \boldsymbol{u}] \tag{14}$$

$$\bullet\ (\,\boldsymbol{b}\ \times\ \boldsymbol{A}\,)\ \in\ L(V)\,;$$

$$(\,\boldsymbol{b}\ \times\ \boldsymbol{A}\,)[\boldsymbol{u}] := (\,\boldsymbol{b}\ \times\ \boldsymbol{A}[\boldsymbol{u}]\,) \tag{15}$$

この定義から、

$$(\,\boldsymbol{A}\ \times\ \boldsymbol{b}\,)^a = -(\,\boldsymbol{b}\ \times\ \boldsymbol{A}^a\,) \tag{16}$$

となるので、このクロス積は交代性を有しない。

(4)　Gibbs 積のドット積表現

線形写像の行列表現において、そのトレース (trace) 演算を施すとその行列の対角成分の総和としてスカラーが得られる。そこで、このような演算を線形写像が dyad 積であらわされる場合について考えると次のように 2 つのベクトルのスカラー積として表されることになる。

$$\begin{aligned} Tr\,[(\,\boldsymbol{a}\ \odot\ \boldsymbol{b}\,)] &:= (\,\boldsymbol{e}^i\ \cdot (\,\boldsymbol{a}\ \odot\ \boldsymbol{b}\,)[\boldsymbol{e}_i]) \\ &= (\,\boldsymbol{b}\ \cdot\ \boldsymbol{a}\,) = (\,\boldsymbol{a}\ \cdot\ \boldsymbol{b}\,) \\ &= Tr\,[(\,\boldsymbol{b}\ \odot\ \boldsymbol{a}\,)] \end{aligned} \tag{17}$$

そこで、このトレース演算を Gibbs 積に対して次のように拡張し、$\widetilde{Tr}$ と表すことによって、Gibbs 積による線形写像のドット積表現が与えられる。

$$\begin{aligned} \widetilde{Tr}\,[(\,\boldsymbol{A}\ \odot\ \boldsymbol{b}\,)] &:= ((\,\boldsymbol{A}\ \odot\ \boldsymbol{b}\,)[\boldsymbol{e}_i])[\boldsymbol{e}^i] \\ &= \boldsymbol{A}[\boldsymbol{b}] \\ &= (\,\boldsymbol{A}\ \cdot\ \boldsymbol{b}\,)[1] \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \widetilde{Tr}\,[(\,\boldsymbol{A}^a\ \odot\ \boldsymbol{b}\,)] &= \boldsymbol{A}^a[\boldsymbol{b}] \\ &= (\,\boldsymbol{b}\ \cdot\ \boldsymbol{A}\,)_V \end{aligned} \tag{19}$$

(5)　Gibbs 積のクロス積表現

交代線形写像のベクトル積表現定理 [7] によれば、交代線形写像は 2 つのベクトルのベクトル積として表現されることになる。そのベクトルは交代線形写像の軸ベクトルと呼ばれている。そこで、線形写像をベクトル積に変換するような写像を Tv と表し次のように定義する。

$$\begin{aligned} Tv\,[(\,\boldsymbol{a}\ \odot\ \boldsymbol{b}\,)] &:= (\,\boldsymbol{e}^i\ \times\ (\,\boldsymbol{a}\ \odot\ \boldsymbol{b}\,)[\boldsymbol{e}_i]\,) \\ &= (\,\boldsymbol{b}\ \times\ \boldsymbol{a}\,) \end{aligned} \tag{20}$$

さらに、Gibbs 積をクロス積に変換する写像を T_v の拡張と考え $\widetilde{T}_v$ と表し次のように定義する。

$$\begin{aligned} Tv\,[(\,\boldsymbol{A}\ \odot\ \boldsymbol{b}\,)] &:= (\,\boldsymbol{e}_i\ \odot\ \boldsymbol{e}_j\,)(\,(\boldsymbol{A}\ \odot\ \boldsymbol{b}\,)[\boldsymbol{e}^j\ \times\ \boldsymbol{e}^i]) \\ &= (\,\boldsymbol{b}\ \times\ \boldsymbol{A}\,) \end{aligned} \tag{21}$$

3.　場とその微分写像

(1)　場とその表現

ベクトル・テンソル解析で対象となる量は 3 次元空間の点において定義されるスカラー値、ベクトル値、テンソル値関数である。これらの関数は、スカラーば、ベクトル場、テンソル場と呼ばれている。この各場を次のように定義する。

3 次元ユークリッド点空間を E とし、それに付随する内積ベクトル空間を V とする。E の座標枠として、原点と呼ぶ点 O と V の右手系の正規直交基底　$\{\boldsymbol{e}_i\}$ を選ぶ。そこで、E の任意の点 P に対して、スカラー場、ベクトル場、テンソル場をそれぞれ $f(P), \boldsymbol{f}(P), \boldsymbol{F}(P)$ と表す。各場に対し、次のように表現する。

$$f(P) := f(P)1 \tag{22}$$

$$\boldsymbol{f}(P) := f^i(P)\boldsymbol{e}_i \tag{23}$$

$$\boldsymbol{F}(P) := F^i_j(P)(\,\boldsymbol{e}_i\ \odot\ \boldsymbol{e}^j\,) \tag{24}$$

ただし、1 は実空間 $\boldsymbol{R}$ の単位基底、$(\,\boldsymbol{e}_i\ \odot\ \boldsymbol{e}^j\,)$ は $L(V)$ の標準基底とする。

(2)　場の微分写像

ベクトル・テンソル解析における基本微分量を定義するために各場の微分写像を導入する。微分写像は各場の方向微分係数を用いることによって次のように定義できる。

$$df(P) := (\,f(P)\ \odot\ \nabla\,) \tag{25}$$

$$d\boldsymbol{f}(P) := (\,\boldsymbol{f}(P)\ \odot\ \nabla\,) \tag{26}$$

$$d\boldsymbol{F}(P) := (\,\boldsymbol{F}(P)\ \odot\ \nabla\,) \tag{27}$$

ただし、記号 ∇ は微分演算子ナブラ（ベクトル）とする。

上記の微分写像からそれらの随伴写像を定めると次のようになる。

$$(df(P))^a := (\,\nabla\ \odot\ f(P)\,) \tag{28}$$

$$(d\boldsymbol{f}(P))^a := (\,\nabla\ \odot\ \boldsymbol{f}(P)\,) \tag{29}$$

$$(d\boldsymbol{F}(P))^a := (\,\nabla\ \odot\ \boldsymbol{F}(P)\,) \tag{30}$$

以上の結果から各場の微分写像とその随伴は、場と微分演算子ナブラの Gibbs 積として表すことができた。

4. スカラー場の微分量

スカラー場の微分量として勾配が定義されている。本論ではその勾配を前述した微分写像とその随伴に注目して以下のように定義する。

$$grad_r\, f(P) := (\, df(P)\,)_V = f(P)\nabla \tag{31}$$

$$grad_l\, f(P) := (\, df(P)\,)^a[1] = \nabla f(P) \tag{32}$$

この 2 つの勾配ベクトルの定義によりそれらは一致することがわかる。すなわち、

$$grad_r\, f(P) = grad_l\, f(P) \tag{33}$$

ただし、下の添え字 $r(right), l(left)$ は、各々微分演算子ナブラの場に対する右、左作用方向を示すものとする。

この結果、スカラー場の慣用の勾配の表現がスカラー場の微分写像と関係づけられ、ナブラの $f(P)$ 倍（ベクトルの実数倍）となる。

5. ベクトル場の微分量

(1) 微分量

ベクトル場の微分量としては従来の発散と回転のほかに勾配も定義できる。そこで以下では、その 3 種類の微分量をすでに定めた微分写像を用いることによって定義できることを示す。

(2) 勾配

ベクトル場の勾配はテンソル場として既に示したスカラー場の勾配の定義の拡張と考えて、微分写像 (26,29) を用いて次のように定義する。

$$grad_r\, \boldsymbol{f}(P) := d\boldsymbol{f}(P) = (\, \boldsymbol{f}(P) \odot \nabla\,) \tag{34}$$

$$grad_l\, \boldsymbol{f}(P) := (\, d\boldsymbol{f}(P)\,)^a = (\, \nabla \odot \boldsymbol{f}(P)\,) \tag{35}$$

この定義より両者はベクトル場 $\boldsymbol{f}(P)$ と ∇ との Gibbs 積表現となるが、

$$grad_r\, \boldsymbol{f}(P) = (\, grad_l\, \boldsymbol{f}(P)\,)^a \tag{36}$$

となるので、スカラー場の勾配量を導入する場合は区別が必要となる。.

(3) 発散

ベクトル場の発散はベクトルのスカラー積表現を用いてスカラー場として定義されている。そこで、ベクトル場の発散を Gibbs 積表現として表されている微分写像のトレース演算 (17) によって次のように定義する。

$$\begin{aligned} div_r\, \boldsymbol{f}(P) &:= Tr\,[\, d\boldsymbol{f}(P)\,] = Tr\,[\,(\, \boldsymbol{f}(P) \odot \nabla\,)\,] \\ &= (\, \boldsymbol{f}(P) \cdot \nabla\,) \end{aligned} \tag{37}$$

$$\begin{aligned} div_l\, \boldsymbol{f}(P) &:= Tr\,[\,(d\boldsymbol{f}(P))^a\,] = Tr\,[\,(\, \nabla \odot \boldsymbol{f}(P)\,)\,] \\ &= (\, \nabla \cdot \boldsymbol{f}(P)\,) \end{aligned} \tag{38}$$

この結果、両定義は一致し $\boldsymbol{f}(P)$ と ∇ のスカラー積表現となり慣用の定義となる。すなわち、

$$div_r\, \boldsymbol{f}(P) = div_l\, \boldsymbol{f}(P) = (\, \nabla \cdot \boldsymbol{f}(P)\,) \tag{39}$$

(4) 回転

ベクトル場の回転はベクトルのベクトル積を用いてベクトル場として定義されている。そこで、ベクトル場の回転を微分写像 (26) と (29) のベクトル積表現 (20) を用いて次のように定義する。

$$\begin{aligned} rot_r\, \boldsymbol{f}(P) &:= T_v[\,(\, d\boldsymbol{f}(P)\,)^a\,] = T_v[\,(\, \nabla \odot \boldsymbol{f}(P)\,)\,] \\ &= (\, \boldsymbol{f}(P) \times \nabla\,) \end{aligned} \tag{40}$$

$$\begin{aligned} rot_l\, \boldsymbol{f}(P) &:= T_v[\, d\boldsymbol{f}(P)\,] = T_v[\,(\, \boldsymbol{f}(P) \odot \nabla\,)\,] \\ &= (\, \nabla \times \boldsymbol{f}(P)\,) \end{aligned} \tag{41}$$

この結果、両者はベクトル $\boldsymbol{f}(P)$ と ∇ とのベクトル積表現となるが、お互いに符号が異なることになる。すなわち、

$$rot_l\, \boldsymbol{f}(P) = -rot_r\, \boldsymbol{f}(P) = (\, \nabla \times \boldsymbol{f}(P)\,) \tag{42}$$

したがって慣用のベクトル場の回転は左回転 $rot_l\, \boldsymbol{f}(P)$ であることがわかる。

6. テンソル場の微分量

(1) 微分量の導出

テンソル場の微分量として、勾配、発散、回転が考えられる。これらの微分量を導出するには次の 2 つの方法が考えられる。

1. テンソル場の微分写像からの導出

   すでに 3，4 章で用いてきた場の微分写像からの導出法をテンソル場を対象として適用する。

2. ベクトル場の微分量からの導出

   テンソル場の任意の定ベクトルの像をベクトル場として考えて、このようなベクトル場に対して既に定義した微分量を用いてテンソル場の微分量を導き出す方法 [8]。

本論では、既にスカラー場とベクトル場の微分量の導出で用いた場の微分写像からの導出法を採用する。

(2) 勾配

スカラー場とベクトル場の勾配の定義の拡張として、テンソル場の微分写像 (27) とその adjoint (30) とを用いてテンソル場の勾配を次のような 3 階テンソルとして定義する。

$$grad_r\, \boldsymbol{F}(P) := d\boldsymbol{F}(P) = (\, \boldsymbol{F}(P) \odot \nabla\,) \tag{43}$$

$$grad_l\, \boldsymbol{F}(P) := (\, d\boldsymbol{F}(P)\,)^a = (\, \nabla \odot \boldsymbol{F}(P)\,) \tag{44}$$

この定義からテンソル場の勾配は、テンソル場とナブラの Gibbs 積表現として与えられ、両者は次の関係となる。

$$grad_r\, \boldsymbol{F}(P) = (\, grad_l\, \boldsymbol{F}(P)\,)^a \tag{45}$$

したがって、テンソル場の勾配を用いる際には区別が必要となる。

(3) 発散

前章でベクトル場の発散を微分写像 (26) のトレース演算によるベクトル場とナブラのスカラー積表現 (39) として与えた。そこで、テンソル場の発散に対しても

微分写像のトレース演算の拡張として導入した写像 $\widetilde{T}_r$ を用いる。さらに、その写像のドット積表現 (18,19) に注目してテンソル場の発散を次のように定義する。

$$\begin{aligned} div_r\, \boldsymbol{F}(P) :&= \widetilde{T}_r\,[\, d\boldsymbol{F}(P)\,] = \widetilde{T}_r\,[\,(\, \boldsymbol{F}(P) \odot \nabla\,)\,] \\ &= (\, \boldsymbol{F}(P) \cdot \nabla\,)[1] = \boldsymbol{F}(P)[\nabla] \end{aligned} \tag{46}$$

$$\begin{aligned} div_l\, \boldsymbol{F}(P) :&= \widetilde{T}_r\,[\, d\boldsymbol{F}^a(P)\,] = \widetilde{T}_r\,[\,(\, \boldsymbol{F}^a(P) \odot \nabla\,)\,] \\ &= (\, \nabla \cdot \boldsymbol{F}(P)\,)_V = \boldsymbol{F}^a(P)[\nabla] \end{aligned} \tag{47}$$

この定義よりテンソル場の発散ベクトル場は、基本的にテンソル場のナブラに対する像として表されることになった。この像はベクトルのスカラー積の拡張であるドット積表現となっている。したがって、この表現はベクトル場の発散（スカラー場）の拡張となっていることになる。なお、この定義からベクトル場の発散が有する定義の対称性とは異なる次の性質を有することに注意しなければならない。

$$div_r\, \boldsymbol{F}(P) = div_l\, \boldsymbol{F}^a(P) \tag{48}$$

(4)　回転

前章でベクトル場の回転を微分写像 (26) のベクトル積表現 (40,41) を用いて 2 つのベクトルのベクトル積表現として与えた。そこで、テンソル場の回転に対してもテンソル場の微分写像に対する写像 $\widetilde{T}_v$ の適用を考える。さらに、その写像のクロス積表現 (21) に注目してテンソル場の回転（2 階テンソル場）を次のように定義する。

$$\begin{aligned} rot_l\, \boldsymbol{F}(P) :&= \widetilde{T}_v\,[\, d\boldsymbol{F}(P)\,] \\ &= \widetilde{T}_v\,[\,(\, \boldsymbol{F}(P) \odot \nabla\,)\,] \\ &= (\, \nabla \times \boldsymbol{F}(P)\,) \end{aligned} \tag{49}$$

$$\begin{aligned} rot_r\, \boldsymbol{F}(P) :&= -(\, \widetilde{T}_v\,[\, d\boldsymbol{F}^a(P)\,]\,)^a \\ &= -(\, \widetilde{T}_v\,[\,(\, \boldsymbol{F}^a(P) \odot \nabla\,)\,]\,)^a \\ &= (\, \boldsymbol{F}(P) \times \nabla\,) \end{aligned} \tag{50}$$

この定義により、テンソル場の回転（2 階テンソル場）は基本的にはテンソル場とナブラのクロス積表現として表されることになった。したがって、この表現はベクトル場の回転（ベクトル場）の拡張となっている。なお、上記の表現においてクロス積の性質から両者の間には次の関係が成り立つことになる。

$$rot_r\, \boldsymbol{F}(P) = -(\, rot_l\, \boldsymbol{F}^a(P)\,)^a \tag{51}$$

この定義からテンソル場の回転の導入に関しても区別が必要となる。

7.　おわりに

ベクトル解析における場の微分量であるスカラー場の勾配（ベクトル場）、ベクトル場の発散（スカラー場）と回転（ベクトル場）は、微分演算子ベクトルであるナブラを用いたベクトル演算としての実数倍、スカラー積、ベクトル積によって定義されることが多い。したがって、それらの量が微分量であるにもかかわらず場の微分写像との関係が必ずしも明確となっていない。さらに、ベクトル場の勾配は 2 階テンソル場となるという理由からかベクトル解析に導入されることも少ない。そこで、本再考ではこれらの問題点を解決すべくベクトル場のみならずテンソル場を含めた微分量の統一的な導入について議論した。

各場の微分写像及びその adjoint を場とナブラに関する dyad 積を含む Gibbs 積として表現し、すべての微分量をその表現から定義できることを示した。さらに、導入の基本となる Gibbs 積に対して、場とナブラとのスカラー積とベクトル積を拡張したドット積とクロス積表現を与えるための線形写像を導入することによって、各場の微分量がナブラ表現として与えられた。なお、この導入された線形写像は線形関数のスカラー積表現定理および交代線形写像のベクトル積表現定理の拡張として位置づけられる。

最後に、本論で導入した各場の微分量に対する積分定理に関する再考を引き続き示して行きたい。

参考文献

[1] Marsden,J.E. and Tromba,A.J. : Vector Calculus, W.H.Freeman and Company, 1976.
[2] 藤本淳夫: ベクトル解析、培風館、1979.
[3] 登坂宣好: ベクトル・テンソル場の微分積分、計算工学講演会論文集、Vol. 20, 2015.
[4] 登坂宣好: テンソル代数・テンソル解析ー連続体力学の数理的基礎ー、計算工学、Vol. 20, No 1-4, 2015.
[5] Gibbs,J.W. and Wilson,E.B. : Vector Analysis, Yale University Press, 1901.
[6] 棚橋隆彦：連続体の力学 (6) ーベクトル場の微分と積分ー、理工図書、1988.
[7] 新井朝雄：現代ベクトル解析の原理と応用、共立出版、2006.
[8] Gurtin,M.E. : An Introduction to Continuum Mechanics, Academic Press, 2003.

1:30 PM - 1:45 PM (Thu. Jun 1, 2023 1:15 PM - 2:15 PM Room A)

[A-08-02] 計算工学技術者育成における情報学の役割

*荻野 正雄[1] （1. 大同大学）

1:45 PM - 2:00 PM (Thu. Jun 1, 2023 1:15 PM - 2:15 PM Room A)

[A-08-03] 数値流体力学ソフトウェア構築における一つの Kata

*出川 智啓[1] （1. 合同会社Ricerca）

計算工学講演会論文集 Vol.28 (2023年5月) 計算工学会

Finite Element Analysis makes a good engineer great, and a bad engineer dangerous ~ CAEにおける失敗の要因分析

Finite Element Analysis makes a good engineer great, and a bad engineer dangerous
~ Factor Analysis of Failure in CAE

荒井皓一郎[1)]，渡邉浩志[1)]，上野山拓也[1)]
Hiroshi Watanabe, Koichiro Arai, Takuya Uenoyama

1) Hexagon（〒101-0054 東京都千代田区神田錦町2-2-1 KANDA SQUARE 16 階

E-mail: koichiro.arai@hexagon.com）

From the perspective of general-purpose CAE software company, the authors often see dangerous use of CAE in engineering field of industry. In many cases such usage leads to various failures. In this paper, we will discuss about what causes failure and how to get out of it.

Key Words : *CAE, Finite Element Analysis, Education, Study of Failure*

1. はじめに

近年の計算機性能の向上や商用CAEソフトウェアの低価格化に伴い，CAEの産業界での活用が飛躍的に進んでいる．近年のデジタル技術に対する期待の高まりもあり，これまでは使用されてこなかった分野・領域にも広まりつつある．このような経緯から，CAEソフトウェアを使用するエンジニアの層も多種多様となっている．

20世紀の間，このようなソフトウェアはこれらの領域を研究対象とする研究者など，専門家が扱うものであり，GUIも存在はしたものの機能は不十分であった．また，研究段階にある多くの先進的な手法は自力での実装が必要であり，実質的に専門家以外は使用が困難な状況にあった．21世紀に入る頃からGUIの機能も向上し，高度な手法の一部は商用CAEソフトウェアにも実装され，ソフトウェアを購入すれば誰でも使用することが可能となっている．

ソフトウェアを使用する敷居は下がったものの，これらを使いこなすには，高い知識や技術が必要なままである．ソフトウェアを使いこなし，有益な計算結果を得ることができるかどうかは使用者の技術力に委ねられる．しばしば十分な知識や技術を持たないエンジニアがソフトウェアに振り回され，Finite Element Analysis makes a good engineer great, and a bad engineer dangerous! (By Robert D. Cook, Professor of Mechanical engineering, University of Wisconsin, Madison) という名言の示す状態に陥る．

上記のような失敗を回避し，CAEソフトウェアを正しく使用し，正しい結果を得るための対策の一つがVerification and Validationであり，学会などで活発に議論されいる．また，日本機械学会では計算力学技術者認定試験を2003年から実施されており，CAE技術者の能力の向上及び保証の役割を担っている．しかしながら，前述のような危険な状況に陥るエンジニアは後を絶たない．CAEソフトウェアの利用範囲が広がってゆく中で，そのような状況に至る原因や背景を分析し，その状況から抜け出す方法について議論を深めることは重要である．

前報[1]では，著者らがソフトウェアベンダーの業務の中で目にした，一つ間違うと危険な解析に繋がりかねない失敗例を以下の項目に分けて列挙した．

- 線形 FEM の基礎を理解していない
- 力学の基礎を理解していない
- 非線形 CAE の基礎を理解していない
- 技術者倫理を理解していない

本論文では，初学者の置かれる状況を分析し，どのような経緯で失敗に至るのか，また失敗した状態から抜け出せない原因について分析を行う．これらの分析から，初学者が正しく学習を進めるために何が必要かを考察する．

2. 初学者が超えなければいけない山

ダニング・クルーガー効果[2]と呼ばれる認知バイアスに関する仮説が知られている．ダニング・クルーガー効果は能力や知識が不足している人間が，自身の能力値や評価を過大評価する傾向があるといった内容のものである．人材教育などに関連して紹介されることがあり，そのような記事を参照すると，しばしば図1と共に紹介されている(例えば[3]や[4])．ここではこれらの主張の妥当性について論じることは避けるが，CAEに限らず様々な状況に

おいて共感できる内容と考えられる．

例として，高度なプロフェッショナル人材による集中的な指導を受けておらず，独学あるいはソフトウェアの使用方法の講習会を中心に学習を進める場合について考える．多くの初学者は，知識や技術を身につけるにつれて自信が高まり，”馬鹿の山”を登り始める．個人での学習や，同等の知識や技術を持つ人間のみが在籍するコミュニティ内では，自己の能力の評価を正確に行うことは困難であり，評価を高く見積りがちである．更に学習を重ねて知識をつけ，教員・先輩・他組織の技術者など，自身よりもはるかに高い知識や技術を持つ技術者と関わる中で，世界の広さを知り“絶望の谷”に落ちる．ここで挫けずに研鑽を重ね，“啓蒙の坂”を上ることで客観的な評価を伴った一人前となり，“継続の大地”に至ってもなお歩み続けることでプロフェッショナルの域に到達する．

前報[1]の失敗例の多くは，基礎的な知識・技術の習得が完了していないエンジニアであれば誰しもが経験しうる失敗例である．これらの失敗は知識や経験によって回避することができ，失敗から学び，成長の糧とすることも可能である．このような姿勢は“絶望の谷”を超える過程で獲得されると考えられる．“絶望の谷”に到達することは，いわば研鑽を積む準備ができた状態といえる．

一方で“馬鹿の山”に留まり，自信のみが高まった状態は失敗を繰り返す負のループに陥る可能性がある．初学者にとって，“絶望の谷”に到達することが重要と言えるだろう．

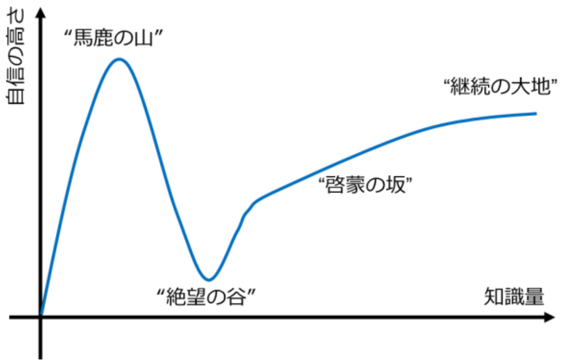

Fig.1 Dunning–Kruger effect

3.　CAE初学者が置かれる状況

ここで，いくつかのケースを例にCAE初学者が置かれる状況について考えてみる．

(1) CAE関連分野を学ぶ学生

主に機械工学系や土木工学系など，CAE関連技術がカリキュラムに組み込まれている学生について考えてみる．彼らはバックグラウンドとして基本的な数学・力学の知識を有し，カリキュラムに沿って材料力学などを学ぶことになる．CAE関連分野の研究室を選択した場合，指導教員から更なる教育を受けることになる．基本的に指導教員はこの分野のプロフェッショナルであり，“継続の大地”に至った良い見本である．多くの場合，研究を進める過程で自己評価が適正なものへと補正されていき“馬鹿の山”の頂上に到達することなく“絶望の谷”に至る．指導教員はいわば“絶望の谷”への案内人である．修士課程，博士課程に進む場合は研究を通して“啓蒙の坂”を上り始めることになる．

(2) 他分野を専攻し，メーカー就職後にCAE業務に従事するエンジニア

前述のような学科以外を卒業した後にメーカーに就職し，業務の中でCAE業務に従事することになったエンジニアについて考えてみる．

社内教育が充実した企業であれば，業務上必要な知識は社内教育を通して獲得することが可能である．しかしながら基礎学問の習熟度は学科によって様々である．例えば生物系や化学系の学科の場合，CAE関連分野の学習を進める上で数学や物理の理解度が課題となり得る．多くの場合，基礎学問については独学で学習を進める必要が生じる．大学であればカリキュラムがある程度用意されているが，専門外の領域を独学で学ぶのは，地図を持たずに森を進むようなものである．どのような順番で何を学べばよいか，また各学問がどのように関係し，どのように広がっているのか，このような情報を集約した“地図”が独学を助ける強力な武器となる．また，“絶望の谷”への案内人となれる先輩や上司の有無によって，状況は大きく変わることになる．

(3) 製造現場での業務に従事する中小企業の技術者

CAEソフトウェアの活用範囲が広がる中で，加工などの製造現場での活用も広がりつつある．CAEに触れてこなかった企業では，CAEソフトウェアを万能な道具のように認識しがちである．特に中小企業では，CADオペレータとしての技術は習得していたとしても，数学や力学，計算機工学とは無縁だったエンジニアがCAEの担当者となる場合があり，関連知識が希薄な上司から彼らに対して過大な期待が寄せられることになる．

彼らが置かれる状況は前述の２つのケースと比べても非常に厳しいものである．近年になってCAEを導入した企業では，多くの場合社内に“案内人”は不在である．この場合，外部との関係を適切に構築しなければ，閉鎖的な環境で失敗を繰り返す負のループに陥りかねない．また，基礎学問の習得についても前述の2例とは異なる困難があるだろう．

4.　なぜ失敗から抜け出せないのか

人は誰しもが失敗を経験する．重要なのは失敗から学び，同様の失敗を自身や後身が繰り返さないように対策することである．

前報[1]で挙げた失敗例は，研鑽を積む過程で問題のあ

る行動であることを認識する場合や，十分な知識を有するエンジニアからの指摘によって失敗と認識することが多いだろう．しかしながら，失敗を失敗と認識できない最悪のケースも容易に起こり得る．

例えば「なんとなく材料物性を変えたら実機の挙動に合った」など，明らかな失敗例を成功体験として誤認してしまうケースである．本人たちは成功事例として認識してるため，問題のある行為であることを認識できない．このような誤った成功体験は，自己評価を更に高く見積もる原因となり，“馬鹿の山”に定住する危険がある．“絶望の谷”に到達してないエンジニアのみの閉鎖的なコミュニティでは，自ら失敗から抜け出すことは困難と言える．

5. 正しく“絶望の谷”に至り，“啓蒙の坂”を上り始めるには

これまでに述べてきたように，以下が揃った環境下では正しく“絶望の谷”に至ることが可能と思われる．

- 分野の全体像，進むべき道が分かる“地図”
- “継続の大地”に至った先人
- “絶望の谷”への案内人

学習を進めるには独学が少なからず必要となる．精度の高い“地図”を持つことで学習を効率良く進めることができる．“地図”には初学者がどのようなルートで学べば良いか，またそのルートの先に何が獲得できるかが示されていることが望ましい．そして，“継続の大地”に至った先人との関係を築き，案内人となる指導者との研鑽の中で自己評価が適正化されて“絶望の谷”に至る．

前述の要素に加え，モチベーションの獲得も重要である．案内人と共に“絶望の谷”に至る過程や，“啓蒙の坂”を上っていく過程はいわば修行である．多くの人間にとって，知識欲のみでモチベーションを維持することは困難であり，定期的に達成感や目に見える成果を得られる仕組みが必要だろう．

閉鎖的な環境では様々な問題が発生する可能性があることに注意する必要がある．前節で述べたように，閉鎖的な環境では失敗のループに陥る危険性があり，自身で抜け出すのは困難である．自身の所属する環境で前述の3つの要素をそろえられない場合，外部での確保を検討する必要がある．このような役割は学協会が担えることが理想と考えるが，計算工学会を含め初学者にとっては敷居が高いコミュニティとなっているのが課題である．この観点から，各県や主要都市に設置され，地域に密着して活動を進めている公設試験所の役割が今後ますます重要になってくると考えられる．学協会としては公設試験所の活動を能動的に支援することで，問題解決に貢献できる可能性がある．

6. まとめ

本論文ではCAEにおける失敗の要因について，初学者の置かれる状況から分析を行い，失敗から抜け出せない原因について考察した．

CAEの活用が広がっていく中で，初学者に対する教育は非常に重要なトピックである．本論文で述べた通り，CAE初学者のおかれる状況は多種多様となっており，今後より一層問題となる可能性がある．今後も状況を分析し，議論を続ける必要がある．

参考文献

[1] 渡邉浩志，荒井皓一郎，上野山拓也，Finite Element Analysis makes a good engineer great, and a bad engineer dangerous～CAEにおける失敗学，計算工学講演会論文集，Vol.27, D-02-03, 2022

[2] Kruger, J., Dunning, D., Unskilled and Unaware of It: How Difficulties in Recognizing One's Own Incompetence Lead to Inflated Self-Assessments, J Pers Soc Psychol. Vol. 77, No.6, pp.1121-1134, 1999

[3] HR BLOG「ダニング=クルーガー効果とは？陥りやすい人の特徴と対処法」 https://motifyhr.jp/blog/training/dunning-kruger_effect/ (参照日2023/4/6)

[4] Joseph Paris “Lessons from Mt. Stupid” https://josephparis.me/my-articles/lessons-from-mt-stupid/ (参照日, 2023/4/6)

OS24 技術者の育成と計算工学

[A-09] OS24 技術者の育成と計算工学 (2)

座長:菊地 厖(数値解析開発株式会社)

Thu. Jun 1, 2023 2:30 PM - 3:45 PM Room A (1F Conference Room 101)

[A-09-01] 研究開発部門発の技術者のための教育研修制度

*多田 真和[1] （1. ミネベア アクセスソリューションズ株式会社）

2:30 PM - 2:45 PM

[A-09-02] 工学における物理と数学の統一的教育の提案

*渡邊 浩志[1]、菊地 厖[2] （1. HEXAGON、2. 数値解析開発株式会社）

2:45 PM - 3:00 PM

[A-09-03] CAEツールとその教育について気になるところ

*熊井 規[1] （1. 株式会社算力学研究センター）

3:00 PM - 3:15 PM

[A-09-04] 計算工学教育のシラバスと育てる人材について

*越塚 誠一[1] （1. 東京大学）

3:15 PM - 3:30 PM

[A-09-05] これからの計算工学における人材育成のあり方

*佐々木 直哉[1] （1. 株式会社日立製作所）

3:30 PM - 3:45 PM

計算工学講演会論文集 Vol.28 (2023年5月） 計算工学会

研究開発部門発の技術者のための教育研修制度

Education and Training System for Engineers Coordinated by The Research and Development Department

多田真和[1)]
Masakazu Tada

1) ミネベア アクセスソリューションズ株式会社 イノベーション推進室
（〒329-1225 栃木県塩谷郡高根沢町石末535-14, E-mail: masakazu_tada@minebea-as.com）

We have continued to plan and operate CAE education for design and development engineers. We have been trying to systematize necessary for continuing CAE education, but we focused on the fact that there are many other educations required for design and development engineers. Currently, it is systematized and operated as a comprehensive engineer education system.
As an ingenuity, the courses can be arranged and listed with reference to the university syllabus, and courses can be freely selected. It is also an opportunity for experienced engineers to play an active role as instructors. In addition, new content continues to increase as it continues.

Key Words : *Engineer education system, CAE Education, Syllabus,*

1. CAE 教育の取り組み

弊社のCAE教育の取り組みは長く継続されている。2010年よりCAE活用促進の手始めとして、CAE操作教育を基礎教育として行った。この頃は、極限られた設計者が管理含めCAEを活用しており、CAE＝構造解析と理解する者も多かった。そのためCAE操作教育では解析作業の手順書や応力、ひずみの再学習を中心に有志で企画・実施していた。小集団の取り組みがしばらく継続された。

2013年から試作レス開発に注力することが上位方針に掲げられたことを機に、より一層CAE技術への投資が増大してきた。この頃より、Correlationという言葉が社内では多く飛び交うようになった。言葉の意味するところは、製品評価時の物理量や状態の結果と、CAEによる予測値、予測状態との相関関係を言う。そのためV&V（Verification & Validation）に着目した教育を企画した。社内に早期に根付かせるために自社製品を題材とした実践課題解決型のエンジニアリング教育として取り組んだ。

試作レス開発に注力し、様々なCAE技術の適用例、環境整備が整ってくると、設計者のCAE活用者も順調に増加していった。CAE選任チームの発足で、製品評価の代替手段の位置づけでCAE技術を構築し、実機との相関性を確認したものを蓄えていくことで、フロントローディング開発の移行が進んでいくと、設計者自身がCAEを活用しながら机上でトライアンドエラーを繰り返し、製品設計をする開発になっていった。CAE教育を受けた設計者がすぐに実践でCAEを活用していたが、力量が不十分で誤ったCAE結果の解釈により、設計変更することが発生したため、設計者のCAE活用力の把握のための独自の力量評価制度を設けた。評価制度の特徴は、CAEツール操作、材力を中心とした知識、設計課題に対する計算コスト踏まえたアプローチ、活用力を段階的に評価している。一定の力量に満たない場合は、トレーニングを継続し、設計者の力量を向上させる循環教育としている。この教育形式により継続性が見込まれ、マネジメントとしても設計者のスキル及び成長目標の可視化が紐づいた。CAE教育のコンテンツが蓄積されていくことで、活用の範囲が増えていった。海外開発拠点の設計者スキル向上のみならず、学生向けの設計体験を盛り込んだインターンシップで活用されるようになった。

2. 開発部門の技術者教育の強化

開発部門の技術者教育を強化することが示され、教育強化チームが発足した。人材確保が難しい状況やエキスパートの定年退職が想定されることや、CAE教育が会社施策の一環に取り挙げられていたこと、また、エンジニアリング教育の体系化を考えていたこともあり、具現化する機会が重なったことも大きい。

図−1 技術者教育体系の位置づけ

2. 1. 技術者教育の位置づけ

最初に、会社の人材教育プログラムを改めて観察した。人事部門が体系化しているもので、OJT、Off-JTの教育が

階層別に用意されている。また、改善提案や小集団活動などの自己啓発型の教育プログラムもある。階層別で行われている教育内容は、安全、環境、財務、ガバナンスなどの全部門が共通する内容であったこと、また、OJTに関しては各部門が策定し行う仕組みとなっていた。そこで、技術標準に規定されている人材開発要領に基づき、設計・開発業務に関わる教育プログラムを開発部門独自で体系化し、運用することを目指した。

2. 2.　技術者教育の講座構成

技術者教育を体系化するのに、設計・開発技術者の必要な要素について議論し、Man（社会人）＆Master（匠）をコンセプトに掲げた。コンセプトを達成するための教育要素として、ビジネスマナー・ヒューマンスキル、また品質マネジメントシステムや、IATF16949要求事項などのマネジメント能力と、設計・開発をするために必要なCAD、CAEを中心としたエンジニアリング能力の2つの要素を整理した。更に技術者の力量を向上させるために、長年開発に従事してきたベテランエンジニアの方々にフォーカスした。これにより、マネジメント講座、エンジニアリング講座、ベテラン講座で構成することとした。

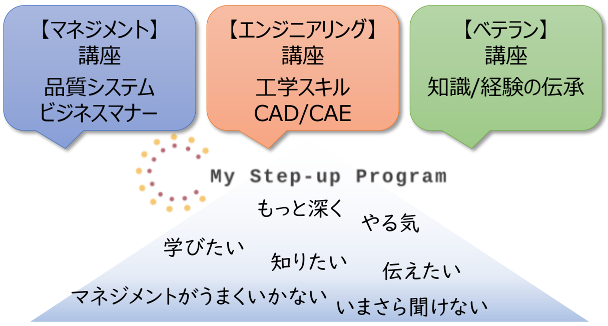

図-2　技術者教育の構成プラン

2. 3.　技術者教育の仕組みと工夫

次に運営のための仕組みについて議論を重ねた。教育には講師と受講者、テキストが必要である。講師は各領域に精通した者、もしくはその業務に従事している者とした。そうすることで役職に限らず若手からベテランで構成することができると考えた。受講者は、従来では管理職が選定する場面も多く、業務に必要だと判断され、受講することが主だった。メカ設計者だから、ソフト/ハード設計者だからなどの枠を外して、技術者一人ひとりが学びたい、知りたい、身につけたい志を尊重したいと考え、誰でも受講ができるようにした。テキストは講師が用意するが、継続的にできるように運営で管理することとした。

技術者教育を自ら参加し、自分ごととして取り組むため、及び管理、運営するための仕組みとしてシラバスを整備することとした。技術者教育を大学教育に見立て、科目名、講義の目的、内容、到達点、担当教員名などを示しており、受講者が選択し臨む。また、期が始まる段階で整備されているため、計画性も含まれている。シラバスを整備することで開発スケジュール、業務計画を考慮しながら

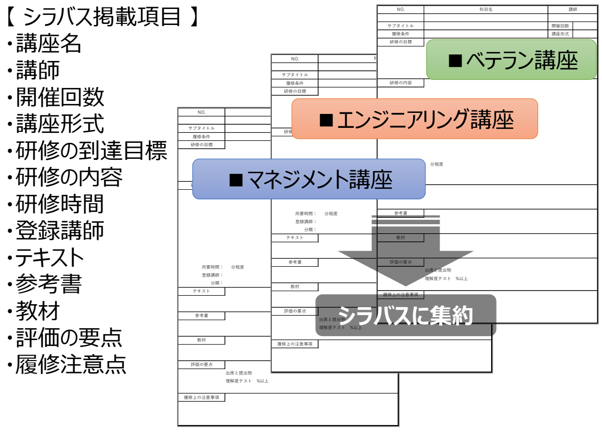

図-3　シラバスの整備

自らの成長意欲と運営側の便宜が図れると考えた。

3.　開発部門発の教育研修制度

技術者教育を開発部門がコーディネートし、若手からベテラン技術者の皆が参加できる研修制度として2020年から運用を開始している。働く環境が変わる中、対面式の講座を中心としていたが、オンラインで受講するやり方や、カメラ機能を使ったディスカッションなど工夫がなされている。エンジニアリング講座が多くを占めていくと予想していたが、教育研修制度の仕組みが根付き始めると、業務改善や、共通教育の場としての認識が広がり、予算や稟議関連、工数管理などの日常業務のコンテンツも増えてきている。ベテラン講座も継続的に行われることで資料が更新され内容が濃くなり、充実してきている。

4.　まとめ

弊社では，CAE教育を継続して行ってきたが，技術者教育の関心と強化を受け、開発部門として技術者教育を体系化し、運用を始めた。技術者の学びたい、知りたい、身につけたい志を尊重した自由選択可能な教育研修制度である。今後も様々なコンテンツが追加され、部門内教育のフレームワークとして継続されるよう、運営を図りたい。

参考文献

[1] 多田真和,直井正則,川口博史: 設計技術者の育成と社内製品を用いたV&V教育，第19回計算工学講演会論文集，2014年6月
[2] 多田真和: 品質マネジメントシステムと社内CAE技能評価制度の導入，第22回計算工学講演会論文集，2017年5月
[3] 多田真和: CAEによる課題解決型インターンシップ，第23回計算工学講演会論文集，2018年6月
[4] 多田真和：デジタルエンジニアリングの海外展開とCAE活用教育，第24回計算工学講演会論文集，2019年5月
[5] 多田真和:CAE教育と技術者教育の体系化，第26回計算工学講演会論文集，2021年5月

計算工学講演会論文集　Vol.28 (2022年5月）　計算工学会

工学における物理と数学の統一的教育の提案

Proposal for unified education of physics and mathematics in engineering

渡邉浩志[1] 、菊地 厖[2]
Hiroshi Watanabe, Atsushi Kikuchi

1) Hexagon（〒101-0054 東京都千代田区神田錦町2-2-1 KANDA SQUARE 16 階，E-mail: hiroshi.watanabe@hexagon.com）

2) 数値解析開発(株)（〒195-0072 東京都町田市金井6-27 ,E-mail: kikuchi.atsushi@job.zaq.jp）

It seems that physics and mathematics education are clearly separated in both high schools and universities. On the other hand, in engineering education, it is important to develop engineers who can understand real phenomena through observation and computer simulation. For this purpose, we propose that physics and mathematics should be integrated into a coherent education, taking into consideration the content of the distinction between the two.

Key Words: *Education method, Education System, Engineering education*

1. はじめに

高校・大学とも物理と数学の教育は明確に切り離されていると思われる。一方、工学教育においては、観察、および計算機シミュレーションにより実現象が把握できるようなエンジニアの育成が重要である。この目的のためには、峻別される内容も考慮したうえで、物理と数学を統一し、一貫した教育をすべきと提案する。

日本における物理と数学の教育は、初等教育、即ち小学校においては主に教育学部出身の教員が担当し、中等教育、即ち中学校高等学校においては主に理学部出身の教員が担当する。高等教育、即ち大学における教育でも、教養課程では状況は同じであると考えられる。さらに、中等教育、高等教育においても、数学は理学部数学科出身、物理は理学部物理学科出身の教員によって執筆された教科書を用いて講義が行われるため、しばしば数学を勉強する意味は何か、という問いに対して、数学を勉強することによって論理的思考が身につく[1]などの工学的な意味が薄い理由付けがなされているように考えられる。

工学教育の観点からは、数学は旋盤や溶接と同じように技能の一つであると考えると、学習する動機付けも明確になると考えられる。大学や研究機関における研究者であっても、数学者のような純粋数学の研究をすることはなく、既存の数学の定理などを学び、研究に応用する、即ち数学のユーザーとして数学を活用しているだけといえるであろう。特に定式化と計算機シミュレーションにより研究を進める計算力学関連の研究者であれば、この傾向は顕著であり、純粋数学に対して、応用数学という分野の一部を確立していると考えられる。

計算力学の研究者ではなくても、CAE に携わっている技術者も CAE ソフトの操作が技能であるのと同様に、背景にある理論を把握することもまた技能であることを認識すれば、数学を学ぶ意味を理解することも容易である。

しかしながら、このような観点から執筆された数学の教科書は少ない。これは、基本的に数学は学問として高度に論理的な思考を求めるからといえる。すなわち、定義からスタートし順序だてて定理を証明していくものである。数学を学ぶものは、これを順序通りに理解する必要があるが、一般にこの過程は長く、証明が理解できないなどの理由によって、しばしば挫折する。

本論文では、最初に数学、物理学、物理のための数学、工業数学の分野における教科書を調査して、現状を把握する。次に、計算力学の観点から必要な数学の要素を抽出する。

2. 数学の代表的教科書

大学の教養課程では、解析学と線形代数を学ぶ。以下に挙げる高木貞治「解析概論」、小平邦彦「解析入門」、齋藤正彦「線型代数入門」はその代表といえる。この教育内容はすでに1930年代には確立していると考えられる。応用的な内容を含む代表的な教科書としては寺沢寛一「自然科学者のための数学概論」及び「応用編」がある。応用編は特に物理の問題を取り扱っているが、ちょうど有限要素法が登場する以前であり、興味深い内容が多い。

- 解析概論　高木貞治　1938年、1943年、1961年
  1) 基本的な概念
  2) 微分法

3) 積分法
4) 無限級数、一様収束
5) 解析関数、とくに初等関数
6) Fourier級数
7) 微分法の続き（陰伏関数）
8) 積分法（多変数）
9) Lebesgue積分

- 解析入門　小平邦彦　1991年
  1) 実数
  2) 関数
  3) 微分法
  4) 積分法
  5) 無限級数
  6) 多変数の関数
  7) 積分法（多変数）
  8) 積分法（続き）
  9) 曲線と曲面
- 齋藤正彦　線型代数入門　1966年
  1) 平面及び空間のベクトル
  2) 行列
  3) 行列式
  4) 線型空間
  5) 固有値と固有ベクトル
  6) 単因子およびジョルダンの標準形
  7) ベクトルおよび行列の解析的取り扱い
- 自然科学者のための数学概論　寺沢寛一　1931年、1954年、1960年、1982年
  1) 実関数の微分
  2) 微分幾何
  3) 実関数の積分
  4) 無限級数
  5) 複素変数の関数
  6) 微分方程式の初等解法
  7) 線型微分方程式
  8) 偏微分方程式
  9) 実関数の変分
  10) 球関数
  11) 円柱関数
  12) 楕円関数
  13) 積分方程式
  14) 境界値問題
- 自然科学者のための数学概論　応用編　寺沢寛一　1960年
  1) 偏微分方程式の解法
     1. 一般積分と境界条件
     2. 変数分離と固有値問題
     3. Green関数と境界値問題
     4. 初期値、境界値問題における種々の解法
     5. Mathieu関数、スフェロイド関数とその応用
  2) 微分方程式の近似解法
     1. 摂動法
     2. WKB法
     3. Poincare-Lighthill-Kuo の方法と境界層の方法
     4. 境界値問題の差分法による近似解法
     5. 初期値問題の差分法による近似解法
  3) 変分法
     1. 極値問題
     2. Euler方程式と停留関数
     3. 2次微積分式の変分
     4. 極小の条件
     5. Hamilton-Jacobiの理論
     6. 変分法による近似解法 I　Rayleigh-Ritzの方法
     7. 変分法による近似解法 II　上下界の評価
  4) 物理の諸問題
     1. 拡散現象
     2. 波動
     3. 電磁波の境界値問題
     4. プラズマの力学
     5. 高速気流の解法

3. 物理学の代表的な教科書

次に、物理学の代表的な教科書について調査した。基本的な内容は、力学、熱力学、電磁気学、量子力学で、1960 年代には内容が確立していると考えられる。国内の教科書では、流体力学、弾性力学が加えられる場合もある。こちらは基本的に理学部物理学科系の教員により執筆されている。計算力学の分野でもある流体力学は理学系の研究者も多いが伝統ある分野といえる。これを反映して、実現象への応用よりも、高精度スキームなどの開発に主眼点が置かれることが多いことにもつながっている。

- 岩波書店　ファインマン物理学　1965 年
  1) 力学
  2) 光・熱・波動
  3) 電磁気学
  4) 電磁波と物性
  5) 量子力学
- ランダウ・リフシッツ理論物理学教程　1964 年～
  1) 力学
  2) 場の古典論
  3) 量子力学
  4) 相対論的量子論
  5) 統計物理学
  6) 流体力学
  7) 弾性理論
  8) 電磁気学
  9) 物理的運動学
- 岩波書店　物理テキストシリーズ　1980 年
  1) 力学　小出昭一郎
  2) 解析力学　大貫義郎

3) 熱力学　横田伊佐秋
4) 電磁気学 (+演習)　砂川重信
5) 量子力学入門　阿部龍蔵
6) 振動と波動　寺沢徳雄
7) 相対性理論　内山龍雄
8) 流体力学　今井功
9) 統計力学　中村伝

- 岩波書店　物理入門コース　1982 年
1) 力学 (1, 2)　戸田盛和
2) 解析力学　小出昭一郎
3) 電磁気学 (1, 2)　長岡洋介
4) 量子力学 (1, 2)　中島貞雄
5) 熱・統計力学　戸田盛和
6) 弾性体と流体　恒藤敏彦
7) 相対性理論　中野董夫
8) 物理のための数学　和達三樹

- 講談社　基礎物理学シリーズ　2009 年
1) 大学生のための物理入門　並木雅俊・杉山忠男
2) 力学　副島雄児・杉山忠男
3) 振動・波動　長谷川修司
4) 熱力学　菊川芳夫
5) 電磁気学　横山純一
6) 解析力学　伊藤克司
7) 量子力学 (1, 2)　原田勲・杉山忠男・二宮正夫・杉野文彦
8) 統計力学　北原和夫
9) 相対性理論　杉山直
10) 物理のための数学入門　二宮正夫・並木雅俊・杉山忠男
11) 現代物理学の世界　二宮正夫

4.　物理のための数学

3節で紹介したテキストシリーズにも含まれているが、物理のための数学がテキストとしてまとめられている場合がある。

- 岩波書店　物理入門コース　物理のための数学
1) 基本的な知識
2) ベクトルと行列
3) 常微分方程式
4) ベクトルの微分とベクトル微分演算子
5) 多重積分、線積分、面積分と積分定理
6) フーリエ級数とフーリエ積分
7) 偏微分方程式

この書籍には、他のコースとの対応として以下のような関連を挙げている。

- 力学 : ベクトル、行列、テンソル、常微分方程式、ベクトルの微分、線積分、多重積分
- 電磁気学 : ベクトルの微分、ベクトルの微分演算子、線積分、面積分、積分定理、偏微分方程式
- 熱･統計力学 : 偏微分、常微分方程式（完全型）、線積分
- 弾性体と流体 : テンソル、フーリエ級数、フーリエ積分、偏微分方程式

- 講談社基礎物理学シリーズ物理のための数学入門
1) ベクトルと行列－基礎数学と物理
2) 微分と積分－基礎数学と物理
3) いろいろな座標系とその応用－力学で役立つ数学
4) 常微分方程式－力学で役立つ数学
5) ベクトルの微分－電磁気学で役立つ数学
6) ベクトルの積分－電磁気学で役立つ数学
7) いろいろな積分定理－電磁気学で役立つ数学
8) フーリエ解析－波動で役立つ数学
9) デルタ関数と偏微分方程式－波動で役立つ数学

5.　工業数学

工学系をターゲットに据えた工業数学という分野がある。この場合数学といっても理学部物理学科、あるいは工学部の教員によるものが多いと考えられる。ラプラス変換が含まれていることが大きな特徴といえる。また、機械系、情報系などの専門性によって大きく内容が異なることも特徴である。

代表的な教科書は、

- ワイリー工業数学
1) 一階常微分方程式
2) 定数係数の線形微分方程式
3) 連立線形微分方程式
4) 差分法
5) 機械および電気回路
6) フーリエ級数およびフーリエ積分
7) ラプラス変換
8) 偏微分方程式
9) ベッセル関数とルジャンドルの多項式
10) 行列式とマトリクス
11) マトリクスのいっそう進んだ性質
12) ベクトル解析
13) テンソル解析
14) 複素変数の解析関数
15) 複素平面における無限級数
16) 留数の理論
17) 等角写像

- 講談社　理工学者が書いた数学の本
1) 線型代数　甘利俊一、金谷健一
2) 常微分方程式　浅野功義、和達三樹
3) 偏微分方程式　神部勉
4) 多変数関数の微積分とベクトル解析　加藤祐輔
5) 複素関数の微積
6) 高見穎郎分
7) フーリエ解析　江沢洋

8) 確率と確率過程 伏見正則
- 機械工学便覧 α9 単位・物理定数・数学
1) 代数
2) 三角関数および双曲線関数
3) 微分
4) 積分
5) 微分方程式
6) 複素関数
7) フーリエ変換
8) ウェーブレット変換
9) ラプラス変換
10) 幾何
11) ベクトルおよびテンソル
12) 確率および統計
13) 数値解析

6. 計算力学の観点から必要な数学の要素

既存の数学のテキストで計算力学の必要知識が最もまとめられているのは、岩波書店物理入門コース「物理のための数学」和達三樹である。この力学と電磁気学の関連項目をまとめた以下の項目は以下のとおりである。

- ベクトル、行列、テンソル、偏微分方程式、ベクトルの微分、面積分、多重積分、ベクトルの微分演算子、積分定理

これに加えて有限要素離散化、数値積分、連立一次方程式の解法、ニュートン・ラフソン法などの数値解析の知識が必要になる。

研究者であればこれらの詳細を数学として理解しておく必要があると考えられるが、汎用コードのユーザーが間違いなく汎用コードを使用するために必要な事項は、数学としての定理の証明などではなく、微小量や離散化誤差などの概念の理解である。これらは数式を用いなくても、図示や説明文などで理解することが可能である。そして必要に応じて物理的な解釈、すなわち、我々が実社会で経験するものと対応付けることが重要である。対応付けの例を以下に挙げる。

- ベクトル：力、変位、速度、加速度など
- 行列：連立一次方程式、ベクトルの対応付け、2次形式
- テンソル：応力、ひずみ、構成則、繊維配向テンソル
- 偏微分方程式：コーシーの第一運動法則、ナビエストークス方程式
- ベクトルの微分：変形勾配テンソル
- 面積分：ナンソンの公式
- 多重積分：仮想仕事の原理
- ベクトルの微分演算子：ひずみテンソル
- 積分定理：ガウスの発散定理
- 数値積分：実際の積分と誤差の関係
- 連立一次方程式の解法：ガウスの消去法、
- ニュートン・ラフソン法：$\sqrt{2}$など簡単な量の計算

7. まとめ

本論文では、数学、物理学、物理のための数学、工業数学の分野における教科書を調査して、現状を把握を試みた。次に、計算力学の観点から必要な数学の要素を抽出した。今後実際にこの観点から講習会などで効果を計測する予定である。

参考文献

[1] https://marketer.jp/learning-mathematics.html
（2023年4月20日閲覧）

+計算工学講演会論文集　Vol.28 (2023年5月)　計算工学会

CAEツールとその教育について気になるところ

Concerns regarding CAE tools and their education

熊井規[1)]

Nori Kumai

1) (株)計算力学研究センター(〒142-0041 東京都品川区戸越1-7-1 東急戸越ビル, E-mail: kumai@rccm.co.jp)

Through over 40 years of involvement in the development, sales, support, and use of CAE tools, I have recently felt unease about the usage of these tools, particularly with regards to their separation from mechanics, black box nature, and insufficient interpretive power of results. However, having witnessed the rapid changes of the relatioship between game tools (such as shogi AI tools) and their users (professional shogi players) over the past decade, I have come to believe that it is possible to overcome this unease and expand the usefulness of CAE tools in the near future. CAE tools will become indispensable tools for future life.

Key Words : CAE, interpretive power, usefulness

１．はじめに

CAE ツールの”作り手・販売/サポート者・利用者”の 3 つの立場から 40 年強に亙って CAE ツール(汎用ツールおよび専用ツール)に携わって来た中で、ツールの堅牢性が高まって(一部では過度に高まった)来たことで加速されていると思える”力学離れ”に対する危惧を中心に気になる諸点についてふれ、更に近年のゲームにおける AI との共生状況を手掛かりにした教育に関する問題点の解決方向への提言を試みる。

２．専用ツール

1960 年代後半から 1990 年辺りにかけての 20 数年間は敗北感、それでいて理不尽感(納得しかねる)を感じ続けた年月であった。1970 年辺りの構造解析 CAE では我が国製のソフトも欧米製のソフトも大きくは違わなかった。それどころか、踏み込んだ機能では我が国製ソフトが欧米製を凌駕することも珍しくなかった。

しかしながら、1990 年初頭辺りの構造解析・流体解析・射出成形解析などのＣＡＥソフトは欧米ソフトの断然の優位状態になっていた。この状況は、筆者の考えるところ、継続的開発力の(圧倒的な？)彼我の差(年間 7%程度)によってもたらされた。

ＣＡＥ開発力そのものでは十分な力があるのに！　何とかならないか？　確かにソフトとして大規模にならざるを得ない汎用ソフト(Nastran, Fluent など)では厳しいかもしれない、しかしながら、専用ツールなら・・・。

痒いところに細やかに配慮することが得意な我が国技術者にとって、専用のＣＡＥツールなら欧米に負けない、いや、世界の主流として貢献出来るのだと。専用ソフトの３例を次に示す。

●QT(Quick Therm)：完全自動時空一体型アダプティブメッシュによる１次元伝熱解析ツール

100％自動的に空間メッシュと時間メッシュ(積分時間刻み)を連動させた形で、生成・解析する。(数万倍のズームアップでも振動が認められない)　後のバージョンで、測定データ温度の取り込みを図る。(実験と数値実験のコラボレーション)

●ASTEA MACS(MAssive Concrete Structure analysis system)：コンクリート打設プロセスシミュレータ

MACSは、完成品の解析ではなく、打設(コンクリート構造物作製)過程を考慮したトータルシミュレーションを可能とする専用CAEツールである。(図１)

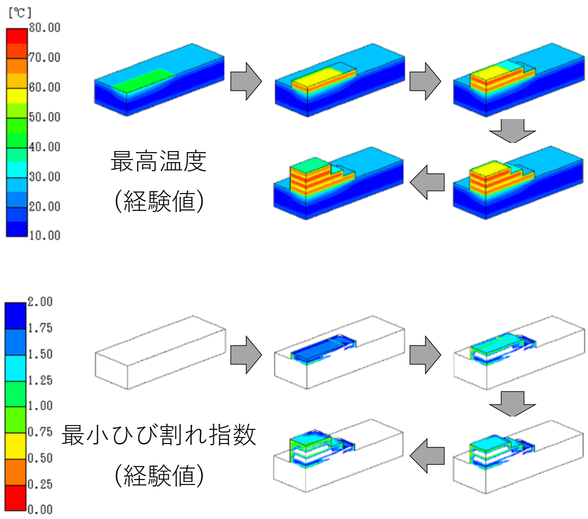

図１　MACSの打設プロセス図

●MECHANICAL FINDER：骨強度評価(診断・実験)の為の専用CAEツール　“その日のあなたの骨の強度評価と骨折/破壊予測専用シミュレータ”（図２）

「階段３段目から落ちると私の今日の大腿骨は折れる。しかし、１段目からの転落なら大腿骨は折れない！」
でも、でも、でも、１段目からの落下だとしても手摺りを掴み損ねて落ちた場合、捻りが加わった分の応力増加で骨折が生じるかも知れない。MECHANICAL FINDERを使うと、

・具体的なシミュレーション(数値実験)
・詳細なシミュレーション(数値実験)
・自分自身のその時の条件すなわち背丈、体重、物性値(骨強度他)に対応したシミュレーション(数値実験)

が実現出来る。

➡骨折の範囲・限界が予測できる事から生まれる余裕が日常生活の健全性を復活させる。

➡限界線の不明瞭が生む惧れが行動の自粛・縮小を生み、負のスパイラル状態に入り、あっという間に骨の劣化がおこる。(大腿骨はストレスを掛けない状態を2週間程度継続すると、歩行不可能となるような速度で劣化が進む。アポロ宇宙船の乗組員の帰還直後の様子)

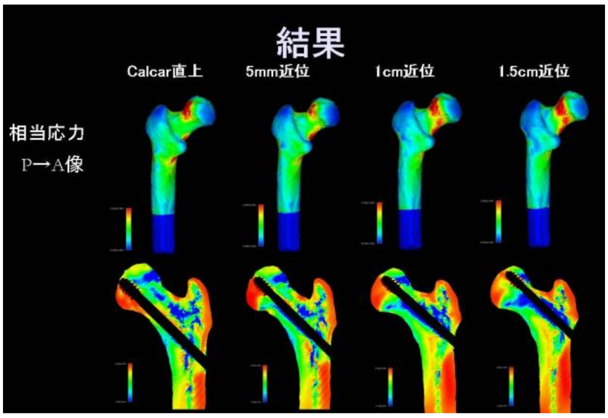

図２　MECHANICAL FINDERの解析事例

３．力学離れ

初期のCAEツール使用者は数値解析の専門家が主流であったが、1990年代半ばにPCでの利用が急速に進むなか、幅広いユーザー層に使われるようになった。これを支えるべく急速に進んだCAEツールのロバスト性向上は結果的にユーザー層の力学離れを招いた。即ち、CAEツールのロバスト性が高くなかった時代は、解析が失敗する事が多かった。CAEツール使用者は、

“失敗➡考える➡原因追及
　　➡いやでも方程式との付き合い➡理解(解決)”

の日常の動きの中で、支配方程式とそこそこのレベルで相当な頻度で触れ合っていた。

それにしても、何故、CAEツールのロバスト性向上が力学離れを急激に進めたのか？　そもそも、方程式(の位置付け)は現象等との結びつきが希薄なのか？　いやいや、そんなことはない。

以下に簡単な例で方程式と現象の結びつけや有用性を実感してみたい。(方程式のパラメタの意味や変更を通じて)

$$C_V \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(-\lambda_{ij}\frac{\partial T}{\partial x_j}\right) + q \tag{1}$$

$$C\frac{\partial h_p}{\partial t} = \frac{\partial h_p}{\partial (t/C)} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(-K_{ij}\frac{\partial h_p}{\partial x_j}\right) + q \tag{2}$$

■複合構造物であるコンクリート構造物(鉄筋・鉄骨コンクリート構造物)の熱伝導

・コンクリートと鉄材(線膨張率はほぼ同じ、定積比熱は同オーダー、熱伝導率は30～40倍　鉄が大)
・ここから、日常的な外気温変化はＯＫ、でも急激で局所的な熱エネルギーの供給に対しては？
　➡複合構造物は単なる複数材料構造物になってしまう事が起こり得る。
　➡9.11NY世界貿易センタービルの悲劇的崩壊(TV越しではあるが、リアルタイムでの目撃！)

■地下水流動(不飽和特性：図３)

・Capacity(比水分容量 $C = d\theta/dh$)の非線形性(図３)から起こる不思議(？)な現象➡予測(日常の線形予測に慣れている＜惑わされる？＞)
・簡単な実験(確認)ツールがあれば！“どういう事が起こりそうか？”
　取敢えずの実験(パラメタ値の変更)➡心構え・擬似体験・対処法(バランスの良い訓練)

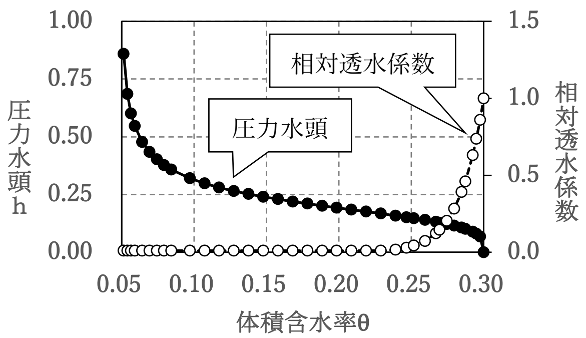

図３　不飽和特性

４．利用技術者(移流拡散式)

利用技術(利用術)と言うと、使い勝手系の事がまず頭に浮かぶが、ここでは、少し切り口の違う(一歩、踏み込んだ？)利用技術の例(弊社流体解析技術者　佐藤勝：軽金属の押出成形)について記述する。

■流体解析での Material surface(等時刻面)観察(図４)

・流体解析は通常、Euler 座標系での方程式で記述し、扱うので(流体の)Material surface の把握や合流面の確認は簡単ではない。(粒子追跡/Lagrange 的手法)

・式(5)の様に、時間を移流拡散式で数値的に解き、等時刻面(見慣れた濃度コンターの代りに経過時間コンターを描く)を利用する事によって、Material surface の観察や、複雑な中子配置による合流面の観察を可能にした！

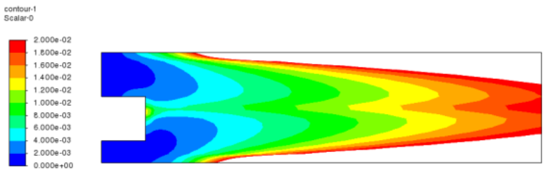

図４　滞留時間分布

$$\frac{\partial(\rho C)}{\partial t}+\frac{\partial(\rho V_i C)}{\partial x_i}=\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\rho D_{ij}\frac{\partial C}{\partial x_j}\right)+M \quad (3)$$

$$\rho\frac{D\Phi}{Dt}=\rho\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}+u_i\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right)=\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\Gamma\frac{\partial\Phi}{\partial x_i}\right)+\rho S \quad (4)$$

$$\rho\frac{D\Phi}{Dt}=\rho \quad \text{すなわち} \quad \frac{D\Phi}{Dt}=1 \quad (5)$$

＊方程式の積極的利用で有用な結果を容易に取得する。
　➡面白い(実験を超える？)、ビックリ(感激！)

５．結び

現在の CAE ツールはロバストで、信頼性も向上しているので、ユーザーの多くはブラックボックス的に使っている。なのに、もう一つ身近でない(専用化が十分でない：誰でも、何処でもすぐに活用！と言う状況で使われていない)。だから、その状況が“教育、教育、教育”の声に直結しやすい。

筆者は「将棋 AI とプロ棋士の関係」のこの 10 年ほどに起きた急激な変化を見ていて、ツールは、理解者であり、友達であり、師匠でもある事を実感した。

そもそも、ツール＝専用の道具(プロの使う道具)である。即ち、

・ツールと人間は一方的な“学習/教育”の関係ではなく(主、従の関係でなく)、相互に高め合う存在である。(道具が名工を育て、名工が道具を進化させる。進化した道具がまた、名工を高みに押し上げる)

ここから、次の夢ステージに至る。

・楽しんで、実験(携帯型ポケットラボツール)をする、何処でも、誰でも、すぐに、何度でも。

これにより、限定世界(CAE/CAS[Computer Aided Science])と全体世界(自然：神の造形)の自主的/自発的往復がおこり、相互理解(？)が進み、ツールの進歩・進化、ユーザの進歩・進化が実現する。パラダイムシフトはごくごく自然に起こる(図５)。

自然現象(全体)➡(観察で)分析(分解)➡合成
➡全体(自然現象)

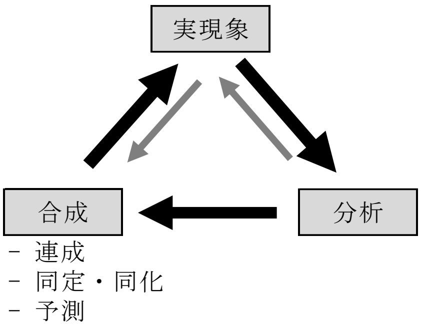

図５　CAE の成立性

計算工学講演会論文集 Vol.28 (2023年5月) 計算工学会

計算工学教育のシラバスと育てる人材について

Syllabus and Target Human Resources for Computational Engineering Education

越塚誠一
Seiichi Koshizuka
工博 東京大学 工学系研究科 教授（〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1, E-mail: koshizuka@sys.t.u-tokyo.ac.jp）

A syllabus for computational engineering education is proposed. Positioning of the computational engineering in the various areas of engineering application is presented. The role of the human resources produced by the present education is discussed.

Key Words : *Computational Engineering, Computational Mechanics, Human Resources, Digital Twins*

1. はじめに

計算力学および計算工学は，ものづくりにおけるデジタル化の主役であり，これからの高度なものづくりには欠かすことができない学問領域である[1, 2]．また，日本は食料・資源・燃料を輸入に頼り，その一方で高度な工業製品を輸出することで豊かな社会を維持することができている．日本の国土の制約により，こうした構図はこれからも大きくは変わらないであろう．従って，計算力学および計算工学の教育や人材育成は，長期的な視点からも，日本にとって極めて重要である．

計算力学および計算工学の研究・教育については，国内において産学連携が盛んに行われている[3]．海外では計算力学を教育する専門課程の例もある[4]．また，計算工学の普及のための方策が検討されている[5]．日本機械学会では計算力学技術者資格認定事業が2003年度より継続して行われている[6]．

ここでは，計算力学および計算工学の教育のシラバスについて，著者の私見を示す．特に，計算力学・計算工学と各領域工学（建築・土木・機械・自動車・航空宇宙・船舶・原子力・化学工学など）との関係を明確にした上で議論する．さらに，このような教育プログラムで育成された人材が産業においてどのように活躍できるのか考察する．

2. 計算工学教育のシラバス

工学は伝統的に対象の領域ごとに専門の名称が付されてきた．建築・土木・機械・化学工学などであり，もう少し細かい領域としては，自動車・航空・宇宙・船舶・原子力・鉄道・道路といった名称であろう．これらの名称を持つ工学を領域工学と呼ぶことにする．固体力学や流体力学はこうした領域工学のいずれにも関わる横断的な学問であり，計算力学も同様な横断的な学問である．従って，伝統的な領域工学とは重なりを持ちつつも，異なる座標軸での名称である．領域工学は縦糸，計算力学は横糸であると言うこともできよう．

次に計算工学という名称であるが，筆者のこれまでの経験では，計算力学は対象とする領域工学をできるだけ抽象化して，むしろ普遍的な数学的あるいは物理的な内容を指したい場合に用いられ，計算工学は計算力学において工学的に有意義な内容を指したい場合に用いられている．そこで，図-1に示すように計算工学は，計算力学を含みこれに領域工学を加えた領域と考えたい．

計算力学のシラバスはどのような科目から構成されるであろうか．対象領域を明確にしない工学の専門課程はなかなか成立しがたいが，たとえばフランスのグランゼコールEnseirb Matmecaを参考に，計算力学を構成する科目を大きく３種類に分けると，力学，数学，計算機になるのではないか．力学には，固体力学，流体力学，伝熱があり，いわゆる四力学（ただし，機械力学と材料力学を合わせて固体力学としている）に相当する．数学には微分方程式や統計などがあり，計算力学の基礎である．計算機にはハードウェア，プログラミング，可視化，さらにはV&V(Verification and Validation)も加えたい．その他に，商用あるいは汎用ソフトウェアを用いて具体的な固体解析や流体解析を行う実習が含まれるべきであろう．

もちろん，大学・大学院教育ではこれら以外にもビジネスや一般教養の科目を教育することも必要とされるであろうが，計算力学の専門課程からは除外する．

V&Vはシミュレーションの信頼性を高めるための方法論であるとともに，得られた結果の適用限界を見極めることにもつながる．すなわち，計算力学を工学的対象に適用する際に必要であり，計算力学と計算工学をつなぐ知識である．さらには，理論や実験とシミュレーションをつなぐ知識でもある．

大学や大学院でこのような計算力学・計算工学の専門課程を実際に作ることは現実的であろうか．フランスでは実際にそのような専門課程が存在するが，日本では難しいと筆者は考える．第１に対象の領域が明確ではない専門課程は工学分野では認められにくいのではないか．第２にソフトウェアがあまり重視されない風潮がまだ残っており，計算力学あるいは計算工学を学科や専攻にできるほどの規模を持った専門領域とは認められないのではないか．このような場合は，新しい学科あるいは専攻で

はなく，既存の学科群あるいは専攻群の中で，横断的なサブプログラムとして計算力学あるいは計算工学を導入することが考えられる．

3.　計算工学の人材

もし，計算力学あるいは計算工学の専門課程を修了した人材が輩出されるとしたら，社会においてこうした人材はどのように活躍できるだろうか．

文部科学省の調査によれば[7]，企業が求める理工系人材において最も必要性の高い科目は力学であり，その他にシミュレーション技法や統計学も必要性が高いとされている．一方，大学では微積分や線形代数の必要性が高いとされている．力学にシミュレーション技法を加えた分野はまさに計算力学であり，こうした知識を持った人材は企業においてニーズが高いと言えよう．

では，企業において計算力学あるいは計算工学の教育を受けた人材は具体的にはどのように働くことになるであろうか．企業における働き方として，専門職か総合職か，あるいはジョブ型かメンバーシップ型か，という分類で考えれば，専門職あるいはジョブ型であろう．計算力学は横断的な分野であり，その人材は固体力学や流体力学のソフトウェアを使うことができるというスキルを有している．資格制度[6]の充実とともに，専門職として企業や社会に認知されるようになると期待できよう．また，専門職の方向性は，計算力学・計算工学が横糸の学問領域であることとも整合している．

一般的に，専門職は若者，女性，外国人に有利である．発展しつつある分野では最新の知識が求められ，専門職では教育を受けた直後の人材の価値が高くなりがちであり，若者が有利になる．逆に総合職であると，特定の企業に長く在籍して経験を積むことが有利になる．また，専門職では切り分けられた仕事を高い専門性を持って処理するというジョブ型の働き方になり，個人生活の事情を反映しやすい．これは女性が不利になりにくい構造である．

4.　おわりに

ここでは計算力学あるいは計算工学を専門課程とするシラバスの概要を示した．また，こうした専門課程を修了した人材は企業において専門職あるいはジョブ型として活躍できることを述べた．

参考文献

[1] 科学技術振興機構: 戦略プロポーザル 革新的デジタルツイン ～ものづくりの未来を担う複合現象モデリングとその先進設計・製造基盤技術確立～, CRDS-FY2017-SP-01 (2018).
[2] 越塚誠一: Society5.0におけるデジタルツインの不確かさを含めたV&V, 日本機械学会2020年度年次大会, Online, 2020.9.13-9.16, F01108.
[3] 藤井孝蔵, 松尾裕一: 知識や働きを活かすデジタルツイン･デジタルスレッドの構築に向けて, 日本機械学会2022年度年次大会, 富山, 2022.9.11-14, C011-04.
[4] https://enseirb-matmeca.bordeaux-inp.fr/fr/mathematique-et-mecanique
[5] 菊地厖: CAEの解析ソフトはなぜ"Black Box"化できないのか, 計算工学講演会論文集, 秋田, 2022.6.1-6.3, D-01-01.
[6] https://www.jsme.or.jp/cee/
[7] 飯村亜紀子: 産学連携によるイノベーション人材育成への期待」日本工学会 科学技術人材育成コンソーシアム 第9回 科学技術人材育成シンポジウム (2018).

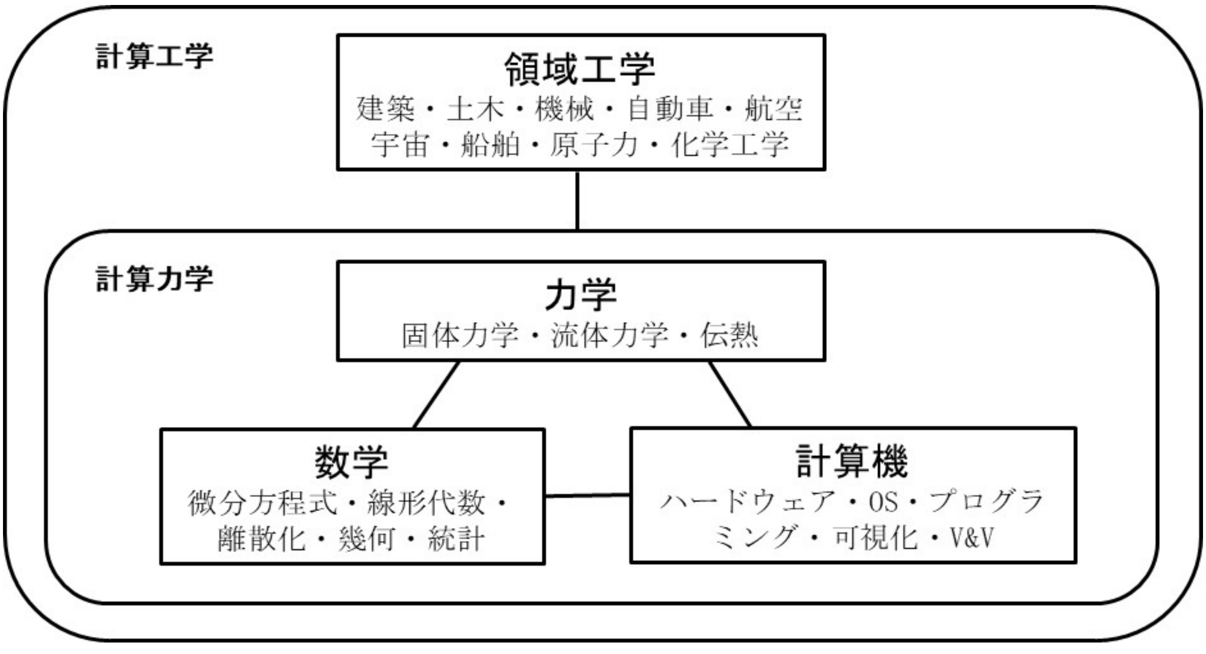

図-1 計算工学と計算力学のシラバス

計算工学講演会論文集　Vol.28 (2023年5月)　　計算工学会

これからの計算工学における人材育成のあり方

Human Resource Development in Future Computational Engineering

佐々木直哉[1)]

Naoya Sasaki

1）博（工）元（株）日立製作所　（〒309-1703 茨城県笠間市鯉淵6271-45 mail: naoya1957ssk@gmail.com)

As new information technology and science progresses, and the environment surrounding society becomes more complex, predictions of complex phenomena and system behavior based on computational engineering will create new value. However, it cannot be said that computational engineering is sufficiently popular in the industrial world in actual manufacturing.

It seems that a new perspective on human resource development and its environment is necessary. In this presentation, I will discuss current issues and future directions.

Key Words : *CAE, Simulation, Super-computing*

1.　はじめに

千変万化の社会情勢、新しい情報技術や先端科学の急激な進展に伴い、社会や学会を取り巻く環境は複雑化している中で、カーボンニュートラル、SDGs、AI、IoT 等の大きな動きや技術変化、COVID-19 のようなウィルス感染等の目に見えない予測不可能な現象などに対し、計算工学的アプローチに基づく、設計や予測、制御、新たな価値の創出等が期待される．

これに対し、現在、シミュレーションの大規模化、高度化が進展してきたが、半面、産業界で分野に違いはあるが、有用な活用ができる企業はまだ少なく、実際のものづくりにおいて必ずしも計算工学が十分普及しているとは言えない．すなわち、知識活用、知恵の方法論がまだ確立されていないと思われる．

これを解決する手段の一つとして、人材育成やその環境の新たな視点が必要と思われる．本講演では、現状の課題と今後の方向性について言及する．

2.　産業界におけるシミュレーション活用の課題

シミュレーションの産業界における活用の実態を調査した事例として、産業競争力懇談会（COCN：Council on Competitiveness-Nippon）が 2011 年度に実施した調査報告（企業アンケートを実施、31 社、回答者数 41 名）によれば、大きく以下に示す二つの課題が見えている[1]．

(1) 多様なシミュレーション情報と技術者をうまくつなぐ連携技術としての解析情報活用技術、効果あるモデリング方法論、人材育成のあり方．

(2) シミュレーション技術活用の活性化、シミュレーションを基盤とした日本におけるものづくり連携のあり方．

10 年以上前の報告ではあるが、情報活用として AI やデータ活用等はすでに現実化しているものもある．

産業活用の視点では、例えば、「どういう時にシミュレーションが役に立つ、会社で認められると感じますか」というアンケート質問に対して、回答数順で見ると、

1）トラブル発生時の原因究明や現象理解

2）理解困難な複雑現象の予測と制御

3）実験困難な複雑現象理解

等が上位にあり、特に 1）のトラブル対応（事後処理）のニーズが他に比べて高いことが分かる．本来、設計上流でのコンセプト提案等に活用されることが期待されるが、まだ活用の仕方に偏りが多いことが伺われる．

一方、人材育成の視点で、「シミュレーションプロセスで、今後、課題と思われるプロセスを優先順位の高いもの」の問いでは

1）課題に適切に対応した計算モデルの設定

2）解析結果の理解、解釈

3）境界条件の把握

4）解析から得られた知見による改善、創造

等が上位に挙げられている．

さらに、「シミュレーションを設計・製造に活用する時の問題点は何ですか」という問いに対して、上位は、

1)課題の設定とそれに合う解析モデル構築の困難さ

2）シミュレーションモデルの精度不足、

3）シミュレーションモデルの検証不足

4）計算モデルの作成(効率的)

となっている．

人材育成や活用の視点で見ると、シミュレーション技術開発の必要性は当然であるが、それと同等にシミュレーションを行う前の戦略として、特に、課題を解決するためにはどういう計算モデルが必要か、シミュレーション後のプロセスとして、結果の解釈や可視化、製品開発に知見を活かす技術、等が現在でも大切と考えられる．また、CAE 作業の充実感向上、解析データの有効活用が必要であることも言及されている．さらに、報告書では、解析品質 V&V（Verification and Validation）や計算誤差を考慮したモデリングの必要性も言及している．

3. 計算工学活用における考慮すべき視点

現在、自前・汎用ソフトウェアにおいては、従来に比べ、計算精度、計算格子生成や可視化等は技術の進歩により、使い勝手も含め性能が向上していると思われる．

しかしながら、今後、従来以上に複雑な課題や対象に直面した場合、前記、アンケート結果に見られような、適切な計算問題を構築することの難しさに対し、その担い手である、人材育成が大きな課題と思われる．

さらに、解析プロセス自動化、デジタル化の進展により、V&V が忘れ去られがちになることが危惧される．

以下、今後、必要な視点について少し考察してみる．

(1)計算問題のプランニング

図１には、あるべき解析プロセスの一例を示す．

特に解析作業は昨今のオンライン化の傾向も踏まえ、とかく個人の作業プロセスになる傾向があり、一方、解析対象となる領域や製品システムは大規模、複雑複合化、VUCA((Volatility、Uncertainty、Complexity、Ambiguity)化が進むことが予想されるため、個人の現象理解だけでは見落としや気づき不足があり、関係メンバーが介在した、多様で深い理解を促す、計算問題の適切さ、妥当性のレビューができる仕組みが大事になると考えられる．

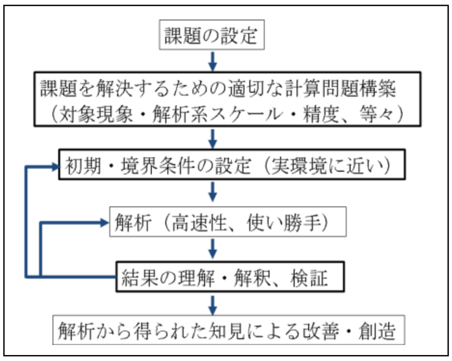

図１　計算問題のプランニング

(2)効果的な環境、仲間、モチベーション

２章で言及した調査報告では、設計者を取り巻くどのような環境、因子がシミュレーション活用に貢献するかを定性的に類推を試みている[1]．

ここでは、アンケートの回答データの数量化を基に、シミュレーションの「貢献度合い」（目的変数）をデータ蓄積の状況（「計算モデル蓄積」「画像蓄積類似設計」「画像蓄積次工程」「そのまま蓄積類似設計」「共有用情報基盤」）と可視化の状況（「間引き可視化」「並列分散可視化」「部分可視化」「バッチ的可視化」）（説明変数）で表わす重回帰式を求めている．　その結果、重回帰式は

$$貢献度合い＝3.49\times画像蓄積次工程+3.86\times共有用情報基盤－3.11\times バッチ的可視化＋3.31 \qquad (1)$$

と表される．検定プロセスにより、変数を削減している．

可視化技術として、シミュレーション結果を画像化して格納し次工程に活用し、共有する情報基盤が整備されている場合には、シミュレーションの貢献度が高いと言える．バッチ的な可視化では、貢献度が低くなる．

一方、シミュレーションの「貢献度合い」（目的変数）をシミュレーション関連業務(「面白さ」「処遇」「貢献」「任務」「仲間」)(説明変数)で表わし、個人の満足度として、①いまの業務は面白い、②自分の納得できる処遇を得ている、③業務を通して社会に貢献している、④重要な業務を任されている、⑤一緒に業務を進める仲間に恵まれている、かどうかという問いに対して、回答の当てはまる度合いを数値化することで、重回帰式は

$$貢献度合い＝4.62681638*面白さ＋2.967635403*仲間－10.17067371 \qquad (2)$$

と表される。

すなわち、いまの業務が面白く、一緒に業務を進める仲間に恵まれている場合には、技術者の意欲が向上し、結果としてシミュレーションの貢献度が高くなると言える。経験的にも、改めて、CAE 活用の充実感には、相談できる仲間の存在が大切と言える．

また、企業内の仕組みで違いはあるが、製品開発へのシミュレーション活用の貢献度定量化は難しく、様々なカテゴリーの開発業務の中に埋もれてしまう可能性があり、関係者や幹部から理解が得られないことも多い．

設計プロセスの一手段ではなく、新価値の発見等に寄与できる活用法、成果の可視化が重要と思われる．

(3)V&V の普及、汎用化

設計現場においては、V&V プロセスを如何に負担が軽く、無理なく柔軟に行えるかが重要な点である．最近の AI 技術による自動化支援も可能かもしれないが、従来からのアナログ的な対話やナビゲーションによる仕組み等も身体知として大切に思われる．これは計算問題プランニングの新たな方法論、システム研究とも考えられる．

また、すでに、V&V 標準手順書の発行や企業も含む研究会などの活動は進められているが[2]、産学連携強化のため、解析事例研究として、公開可能な計算結果データを閲覧できるサイトや有用データの論文化等の仕組みも集合知として今後必要と思われる．

4. まとめ

以上、人材育成やその環境の新たな視点について、現状の課題と方向性についていくつかの例を言及した．

参考文献

[1] COCN報告書「HPC (High Performance Computing)の応用－ものづくり強化のための計算科学モデリング＆シミュレーションに関する研究会－2011年度最終報告書」 http://www.cocn.jp/ (2011)

[2] 工学シミュレーションの標準手順　日本計算工学会 https://www.jsces.org/activity/issue/standards_02.html (2015)