

Wed. May 31, 2023

Room E

OS28 最適設計と積層造形

[E-01] OS28 最適設計と積層造形 (1)

座長:竹澤 晃弘(早稲田大学)

9:30 AM - 10:30 AM Room E (2F Conference Room 202A)

[E-01-01] 主成分分析を用いたデータ駆動型トポロジーデザインの基礎的検討

*山崎 慎太郎¹、矢地 謙太郎³、野村 勝也² (1. 早稲田大学、2. 関西学院大学、3. 大阪大学)

9:30 AM - 9:45 AM

[E-01-02] 動的粘弾性特性を考慮したマルチマテリアルトポロジー最適化

*杉浦 拓実¹、干場 大也¹、西口 浩司¹、加賀 紀彦²、早川 光太郎²、門脇 弘²、加藤 準治¹ (1. 名古屋大学、2. 株式会社ブリヂストン)

9:45 AM - 10:00 AM

[E-01-03] 幾何学的特徴に着目した意匠評価を組み込んだタイヤトレッドパターンのデータ駆動型トポロジーデザイン

*熊谷 道晴¹、今村 和輝¹、矢地 謙太郎¹、山崎 慎太郎²、藤田 喜久雄¹ (1. 大阪大学、2. 早稲田大学)

10:00 AM - 10:15 AM

[E-01-04] 直交する配向を共存させた繊維強化複合材のトポロジー及び配向最適化とその実験検証

*石上 歳人¹、竹澤 晃弘¹ (1. 早稲田大学)

10:15 AM - 10:30 AM

OS28 最適設計と積層造形

[E-02] OS28 最適設計と積層造形 (2)

座長:山崎 慎太郎(早稲田大学)

10:45 AM - 11:45 AM Room E (2F Conference Room 202A)

[E-02-01] Micro-Macro Topology Optimization for Transient Heat Analysis in Porous Material

*スクンタナソーン ナルテープ¹、車谷 麻緒²、寺田 賢二郎¹、加藤 準治³ (1. 東北大学、2. 茨城大学、3. 名古屋大学)

10:45 AM - 11:00 AM

[E-02-02] 解の類似性に着目した選択アルゴリズムによるデータ駆動型トポロジーデザイン

*関 佳吾¹、矢地 謙太郎¹、藤田 喜久雄¹ (1. 大阪大学)

11:00 AM - 11:15 AM

[E-02-03] 荷重変位関係を目的関数とするトポロジー最適化

*鈴木 琢也¹ (1. 株式会社竹中工務店)

11:15 AM - 11:30 AM

[E-02-04] 温度上昇を抑制する構造設計のための非定常

熱・流体トポロジー最適化

*高荒 圭佑¹、干場 大也¹、高瀬 慎介²、西口 浩司¹、加藤 準治¹ (1. 名古屋大学、2. 八戸工業大学)

11:30 AM - 11:45 AM

OS28 最適設計と積層造形

[E-03] OS28 最適設計と積層造形 (3)

座長:加藤 準治(名古屋大学)

1:15 PM - 2:45 PM Room E (2F Conference Room 202A)

[E-03-01] トポロジカルフォノニック結晶導波路のトポロジー最適化に関する研究

*野田 一輝¹、松木 優一郎²、鶴田 健二³、竹澤 晃弘¹ (1. 早稲田大学、2. 広島大学、3. 岡山大学)

1:15 PM - 1:30 PM

[E-03-02] 下負荷面モデルを応用した弾塑性トポロジー最適化の安定化に関する検討

*干場 大也¹、加藤 準治¹ (1. 名古屋大学)

1:30 PM - 1:45 PM

[E-03-03] New numerical scheme for compressible flow

*中澤 嵩¹、三坂 孝志²、高石 武史³ (1. 大阪大学、2. 産業技術総合研究所、3. 武蔵野大学)

1:45 PM - 2:00 PM

[E-03-04] 負のポアソン比を有するメタマテリアルトポロジー最適化の初期値依存性に関する基礎的検討

*島田 知明¹、干場 大也¹、奥田 裕也²、西口 浩司¹、加藤 準治¹ (1. 名古屋大学、2. ヤマハ発動機株式会社)

2:00 PM - 2:15 PM

[E-03-05] 分流器の最適設計のための初期形態創成を目的としたデータ駆動型トポロジーデザイン

*浦田 一矢¹、津本 燎¹、矢地 謙太郎¹、野間口 大¹、藤田 喜久雄¹ (1. 大阪大学)

2:15 PM - 2:30 PM

[E-03-06] ダルシーモデルを用いた自然対流型ヒートシンクのトポロジー最適化

*大谷 海斗¹、矢地 謙太郎¹、山崎 慎太郎²、藤田 喜久雄¹ (1. 大阪大学、2. 早稲田大学)

2:30 PM - 2:45 PM

OS28 最適設計と積層造形

[E-01] OS28 最適設計と積層造形 (1)

座長:竹澤 晃弘(早稲田大学)

Wed. May 31, 2023 9:30 AM - 10:30 AM Room E (2F Conference Room 202A)

[E-01-01] 主成分分析を用いたデータ駆動型トポロジーデザインの基礎的検討

*山崎 慎太郎¹、矢地 謙太郎³、野村 勝也² (1. 早稲田大学、2. 関西学院大学、3. 大阪大学)

9:30 AM - 9:45 AM

[E-01-02] 動的粘弾性特性を考慮したマルチマテリアルトポロジー最適化

*杉浦 拓実¹、干場 大也¹、西口 浩司¹、加賀 紀彦²、早川 光太郎²、門脇 弘²、加藤 準治¹ (1. 名古屋大学、2. 株式会社ブリヂストン)

9:45 AM - 10:00 AM

[E-01-03] 幾何学的特徴に着目した意匠評価を組み込んだタイヤトレッドパターンのデータ駆動型トポロジーデザイン

*熊谷 道晴¹、今村 和輝¹、矢地 謙太郎¹、山崎 慎太郎²、藤田 喜久雄¹ (1. 大阪大学、2. 早稲田大学)

10:00 AM - 10:15 AM

[E-01-04] 直交する配向を共存させた繊維強化複合材のトポロジー及び配向最適化とその実験検証

*石上 歳人¹、竹澤 晃弘¹ (1. 早稲田大学)

10:15 AM - 10:30 AM

主成分分析を用いたデータ駆動型トポロジーデザインの基礎的検討

A Study of Data-driven Topology Design Using Principal Component Analysis

山崎慎太郎¹⁾ 矢地謙太郎²⁾ 野村勝也³⁾
Shintaro Yamasaki, Kentaro Yaji and Katsuya Nomura

¹⁾博 (工) 早稲田大学大学院 情報生産システム研究科 教授 (〒 808-0135 福岡県北九州市若松区ひびきの 2-7, E-mail: s_yamasaki@waseda.jp)

²⁾博 (工) 大阪大学大学院 工学研究科 助教 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: yaji@mech.eng.osaka-u.ac.jp)

³⁾博 (工) 関西学院大学 工学部 専任講師 (〒 669-1330 兵庫県三田市学園上ヶ原 1 番, E-mail: katsuya.nomura@kwansei.ac.jp)

Data-driven topology design is a sensitivity-free structural design methodology proposed by the authors. It is a type of topology optimization and its basic concept is to update the material distribution in a given design domain by using a deep generative model without the sensitivity information. Data-driven topology design is promising because of the sensitivity-free nature, however, the previous implementation proposed by the authors has a limitation to the scalability. This is because that it is impossible to learn the deep generative model for the case where the design degree of freedom exceeds about 20,000. In this paper, the authors propose to incorporate the principal component analysis into data-driven topology design to resolve this problem. The authors aim to reduce the design degree of freedom for representing the material distribution by using the principal component analysis. To confirm the usefulness of incorporating the principal component analysis, the authors also provide some numerical examples.

Key Words : *Structural Design, Topology Optimization, Data-driven approach, Principal Component Analysis*

1. 緒言

構造最適化は構造物の最適な形状や形態を導出するための設計方法論であり、設計変数の与え方により寸法最適化、形状最適化、トポロジー最適化 [1,2] に大別される。部材の厚さや長さなどのパラメータを設計変数とする寸法最適化や、構造物の外形形状を明示的に表現する設計変数を導入する形状最適化に対して、トポロジー最適化では、構造設計問題をある与えられた設計領域内での材料分布問題に置き換えることで、構造物の形状のみならず形態までも考慮した最適化を実現している。

トポロジー最適化では、高い設計自由度を与えることで構造物の複雑な形状や形態を表現することが可能となり、その結果として設計者の勘や経験では発想が困難な斬新かつ高性能な構造案を得ることが期待できる。そのため、トポロジー最適化は近年盛んに研究されているが、その一方で高い設計自由度のため、最適解探索は基本的に勾配情報に頼らざるを得ない。すなわち、トポロジー最適化には、勾配情報に基づく最適解探索が困難な程に非線形性が高い構造設計問題には適用できないという、根本的な課題が存在する。

この課題を解決するため、Yamasaki ら [3] は感度情報を必要としない新たなトポロジー最適化の枠組みとして、データ駆動型トポロジーデザインを提案している。データ駆動型トポロジーデザインでは、ある与えられた設計領域内での材料分布によって構造物の形状と形態を表現し、深層生成モデル [4,5] を用いて設計解

の更新を行う。深層生成モデルによる設計解の更新プロセスは感度情報を必要としないため、Yaji らによる乱流域を対象とした放熱構造の設計問題への展開 [6]、Imamura らによるタイヤトレッドパターン設計問題への展開 [7] など、データ駆動型トポロジーデザインは非線形性の強い様々な構造設計問題へ適用されつつある。

その一方で、これらの研究を通して、深層生成モデルを成功裏に学習するためには、材料分布を表現するための設計自由度を高々 20,000 程度までに抑える必要があることが分かってきた。この制約は特に、3次元構造設計問題への展開を考えた場合には大きな制約となる。

そこで本研究では、この問題に対するアプローチの1つとして、主成分分析を用いた次元圧縮をデータ駆動型トポロジーデザインに組み込むことを提案する。すなわち、材料分布データを直接学習させるのではなく、材料分布データに対して主成分分析を実施し得られる主成分スコアのデータを深層生成モデルに学習させる。これにより深層生成モデルは、訓練データの特徴を継承しつつ異なる主成分スコアデータを生成するため、これを元に主成分係数から材料分布を復元することで新たな材料分布データを得る。主成分分析により、材料分布の設計自由度は元々の自由度から高々訓練データ数まで削減されるため、3次元構造設計問題に対しても本アプローチは有用であると期待できる。

以下、第2章では提案法の概要を説明し、第3章においてその有用性を数値例を用いて検証する。最後に、第4章にて結言を述べる。

2. 提案法の概要

深層生成モデルとは教師なし機械学習の一種であり、訓練データの特徴を継承しつつも訓練データとは異なる新たなデータを生成する。データ駆動型トポロジーデザインではこの深層生成モデルの性質を利用し、(1)多数の材料分布データを何らかの手段で用意し、その中から優れた材料分布データをエリートデータとして複数選択、(2)エリートデータを訓練データとして深層生成モデルを学習、(3)学習済み深層生成モデルを用いてエリートデータの特徴を継承しつつも異なる材料分布データを新たに複数生成、(4)生成されたデータと(1)におけるエリートデータを統合し(1)に戻る、という手順を繰り返す。エリートデータの特徴を継承しつつも異なる新たに生成された材料分布データのうち、幾つかは元々のエリートデータよりも優れていると考えられる。そのため、上述の手順を繰り返すことでエリートデータは徐々に性能が向上していき、最終的には初期の材料分布データよりも明確に高性能な材料分布データが得られると期待できる。

以上がデータ駆動型トポロジーデザインの概要となる。なお、非劣性という明確な基準で多様なエリートデータを選択することが出来るため、データ駆動型トポロジーデザインは特に多目的最適化問題に好適であり、本研究においても多目的最適化問題を対象として扱う。

さらに本研究で提案する方法では、深層生成モデルを学習する際に、材料分布データを直接学習するのではなく、材料分布データに対して主成分分析を実施し得られる主成分スコアのデータを学習する。ここで言う材料分布データとは、設計領域の各節点における正規化された密度で構成され、データ数を n 、節点数を p とおくと、 n 行 p 列の行列 \mathbf{X} として表されるものである。データ駆動型トポロジーデザインにおいては、データ数 n は数百のオーダーであるのに対し、節点数 p は数千あるいはそれ以上のオーダーとなる。

$n < p$ の場合、 \mathbf{X} に対して各列の平均を差し引いてセンタリングを行った行列 $\tilde{\mathbf{X}}$ に対して主成分分析を実行すると、 p 行 n 列の主成分係数行列 \mathbf{C} と n 行 n 列の主成分スコア行列 \mathbf{S} が得られ、以下の関係が成り立つ。

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{S}\mathbf{C}^T \quad (1)$$

上式は主成分係数行列 \mathbf{C} を介して、本来自由度 p で表される材料分布が自由度 n の主成分スコアで表されることを示しており、次元圧縮がなされている。

提案法では、上述の主成分スコアデータ \mathbf{S} に対して深層生成モデルの学習を行い、 \mathbf{S} の特徴を継承しつつも異なるデータ $\tilde{\mathbf{S}}$ を生成する。そして、次式に基づいて復元を行い、元々の材料分布データの特徴を継承しつつも異なる材料分布データ $\tilde{\mathbf{X}}$ を得る。

$$\tilde{\mathbf{X}} = \tilde{\mathbf{S}}\mathbf{C}^T \quad (2)$$

以上に述べた手続きにより、材料分布本来の自由度 p の増大に伴う問題の解決を目指す。

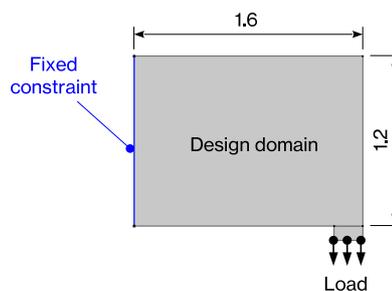


図-1 軽量高剛性構造設計問題の設定 (2次元)

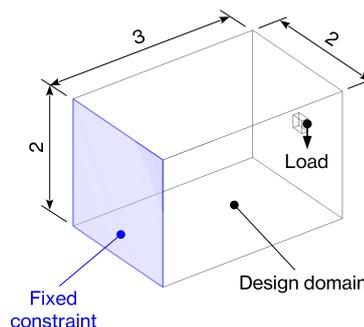


図-2 軽量高剛性構造設計問題の設定 (3次元)



図-3 2次元問題の初期材料分布

3. 数値例

本章では、図1(2次元問題)と図2(3次元問題)に示すように設計領域と境界条件が与えられている軽量高剛性構造設計問題を例題として、提案法の有用性を検証する。2次元問題における目的関数は平均コンプライアンスと材料使用量(面積)であり、3次元問題における目的関数は平均コンプライアンスと材料使用量(体積)である。

本章の数値例全てに共通する条件として、深層生成モデルの学習に用いるエリートデータ数の上限を400、深層生成モデルの学習時のエポック数を400、ミニバッチサイズを20、学習率を 1.0×10^{-4} とする。また、潜在変数の数は8とし、データ生成にあたっての潜在変数の決定については、各潜在変数について-4から4までの範囲内でランダムサンプリングを行う。また、最初に与えたデータに対して合計50回の反復を行う。

まず、2次元問題において設計領域の節点数 p を12,513とした場合について検討する。この程度の規模であれば材料分布データを直接深層生成モデルで学習することも可能であるため、材料分布データを直接学習した場合と提案法とで、最終的に得られる材料分布を比較する。

本数値例では簡単なパラメトリックモデルを用いて

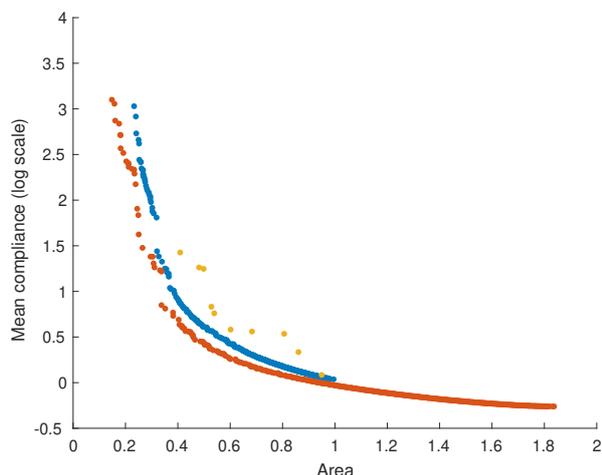


図-4 2次元問題における提案法と材料分布データを直接学習した場合との比較

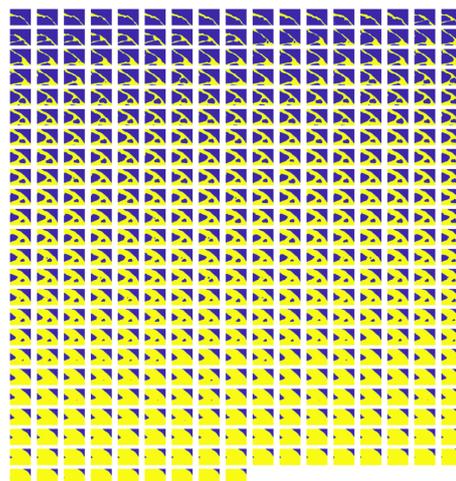


図-5 2次元問題において、提案法により最終的に得られた材料分布

図3に示す材料分布を用意した．これを初期データとしてデータ駆動型トポロジーデザインを実行した場合の結果を図4に示す．この図において、黄色の点は初期の材料分布データ、橙色の点は提案法により最終的に得られた材料分布データ、青色の点は材料分布データを直接学習した場合に最終的に得られた材料分布データ、のそれぞれの性能を示している．また、それぞれの場合において最終的に得られた材料分布を図5と図6に示す．

これらの図を見比べると、提案法と材料分布データを直接学習した場合とで、最終的に得られる材料分布の形態に違いがあり、それが原因となって性能に多少の差異が見られる．さらに、材料分布データを直接学習した場合には、材料使用量が1以上の材料分布が得られず、解探索の範囲が限定的である．一方で提案法を用いた場合には、材料使用量について広範囲に解探索が行われており、解探索性能に明らかな違いがあることが分かる．

次に、3次元問題において設計領域の節点数 p を13,671とした場合について検討する．先の数値例と同様、この程度の規模であれば材料分布データを直接深層生成モデルで学習することも可能であるため、材料分布データを直接学習した場合と提案法とで、最終的に得られる材料分布を比較する．

本数値例でも簡単なパラメトリックモデルを用いて図7に示す材料分布を用意した．これを初期データとしてデータ駆動型トポロジーデザインを実行した場合の結果を図8に示す．この図において、黄色の点は初期の材料分布データ、橙色の点は提案法により最終的に得られた材料分布データ、青色の点は材料分布データを直接学習した場合に最終的に得られた材料分布データ、のそれぞれの性能を示している．図8はやや見づらいため、材料使用量の範囲を0から3、対数スケールの平均コンプライアンスの範囲を-1.5から1.5に限定して拡大したものを図9に示す．また、それぞれの場合において最終的に得られた材料分布を図10と図11

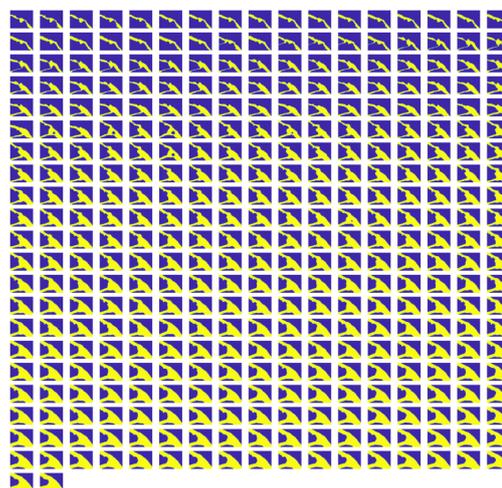


図-6 2次元問題において、材料分布データを直接学習した場合に最終的に得られた材料分布



図-7 3次元問題の初期材料分布

に示す．

これらの図を見比べると、最終的に得られる材料分布の性能自体は、提案法と材料分布データを直接学習した場合とで顕著な違いはないが、後者については材料使用量(体積)が2.4以上の材料分布は得られなかった．すなわち、先の数値例と同様、両者の解探索性能には大きな違いが見られる．

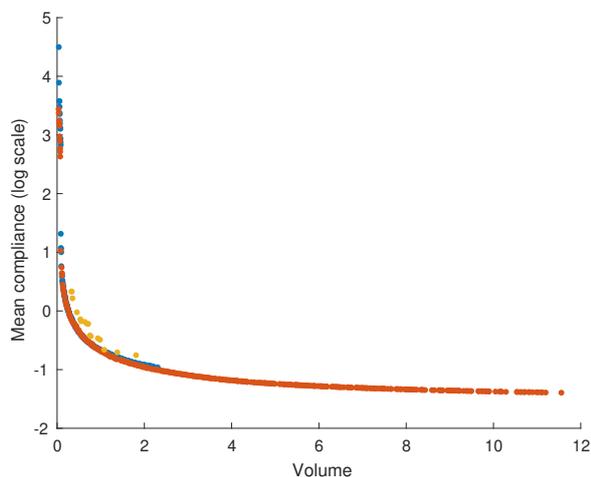


図-8 3次元問題における提案法と材料分布データを直接学習した場合との比較

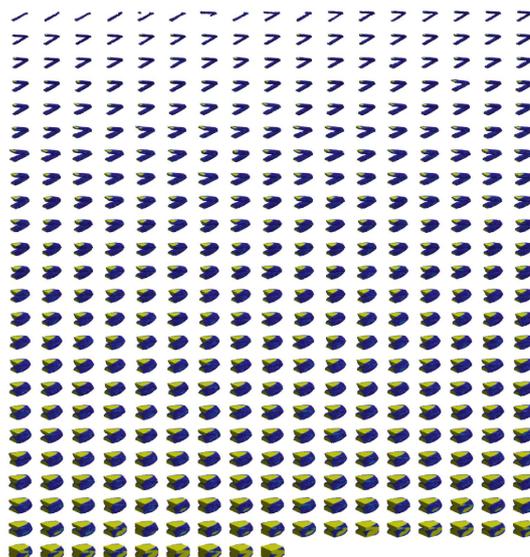


図-10 3次元問題において、提案法により最終的に得られた材料分布

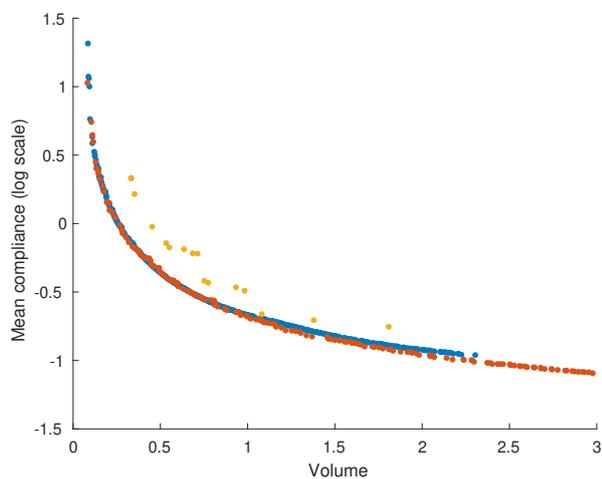


図-9 3次元問題における提案法と材料分布データを直接学習した場合との比較(拡大図)

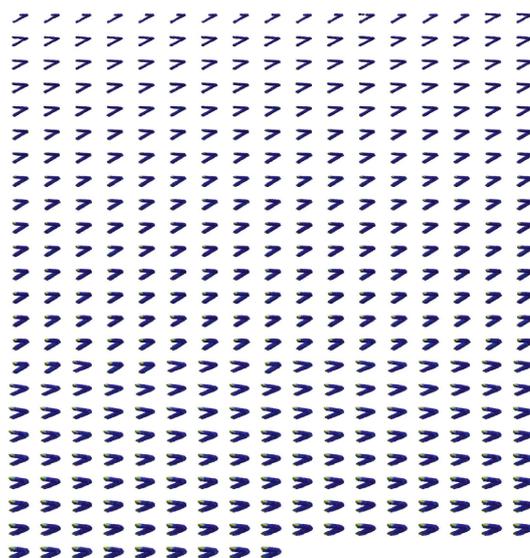


図-11 3次元問題において、材料分布データを直接学習した場合に最終的に得られた材料分布

次に、2次元問題において設計領域の節点数 p を 111,265 とした場合について検討する。この場合も $p = 12,513$ とした場合と同様、パラメトリックモデルで初期の材料分布データを用意する。従来の著者らの実装では、この規模の材料分布データを直接深層生成モデルで学習することは不可能であったが、提案法では主成分分析を用いた次元圧縮を行うため、問題なくデータ駆動型トポロジーデザインを実行できる。

2次元問題において $p = 12,513$ とした場合と $p = 111,265$ とした場合について、最終的に得られる材料分布の性能を比較したグラフを図12に示す。この図において、橙色の点は $p = 12,513$ とした場合に最終的に得られる材料分布の性能であり、図4における橙色の点と同一である。黄緑色の点は $p = 111,265$ とした場合に最終的に得られる材料分布の性能を示す。また図13に、 $p = 111,265$ とした場合に最終的に得られる材料分

布を示す。

これらの図から、10万以上の自由度で材料分布を表現する場合においても、提案法によって十分に高性能な材料分布が得られることが分かる。

最後に、3次元問題において設計領域の節点数 p を 102,541 とした場合について検討する。この場合も $p = 13,671$ とした場合と同様、パラメトリックモデルで初期の材料分布データを用意する。3次元問題において $p = 13,671$ とした場合と $p = 102,541$ とした場合に

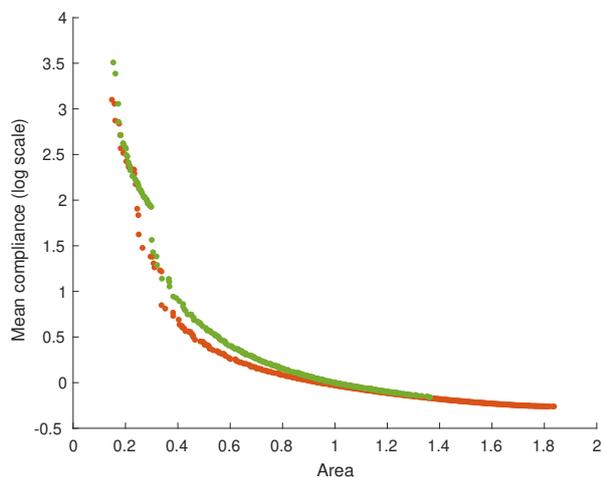


図-12 2次元問題において $p = 12,513$ とした場合と $p = 111,265$ とした場合の、最終的に得られる材料分布の性能比較

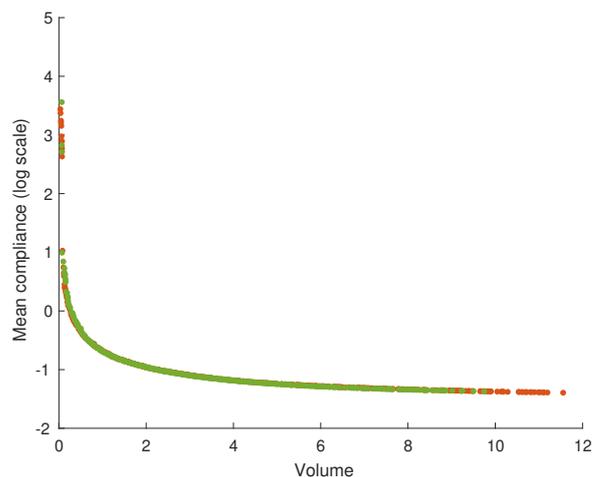


図-14 3次元問題において $p = 13,671$ とした場合と $p = 102,541$ とした場合の、最終的に得られる材料分布の性能比較

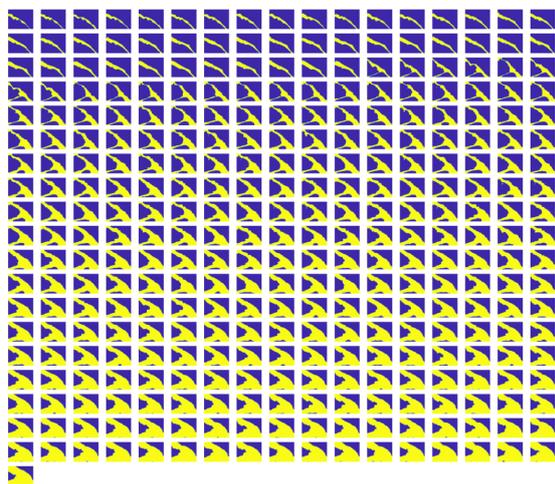


図-13 2次元問題において、提案法により最終的に得られた材料分布 ($p = 111,265$)

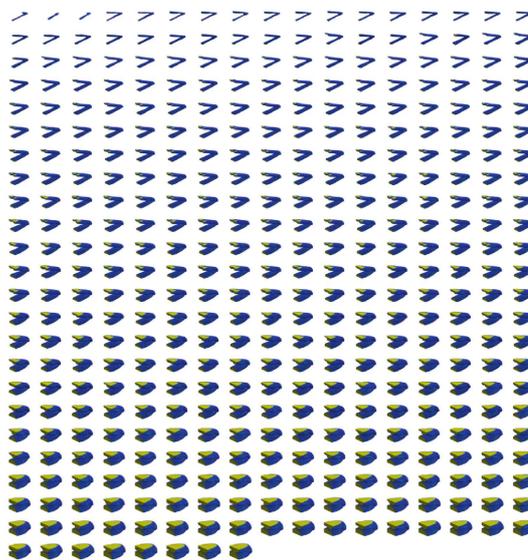


図-15 3次元問題において、提案法により最終的に得られた材料分布 ($p = 102,541$)

ついて、最終的に得られる材料分布の性能を比較したグラフを図 14 に示す。この図において、橙色の点は $p = 13,671$ とした場合に最終的に得られる材料分布の性能であり、図 8 における橙色の点と同一である。黄緑色の点は $p = 102,541$ とした場合に最終的に得られる材料分布の性能を示す。また図 15 に、 $p = 102,541$ とした場合に最終的に得られる材料分布を示す。

これらの図から、2次元問題と同様、10万以上の自由度で材料分布を表現する場合においても、提案法によって十分に高性能な材料分布が得られることが分かる。

以上の結果から、提案法は従来の実装よりも解探索性能の点で優れ、なおかつ材料分布を表現する自由度が10万以上の場合でも妥当かつ高性能な材料分布が得られることが分かった。

4. 結言

本論文において、著者らは、主成分分析を用いた新しいデータ駆動型トポロジーデザインの方法を提案した。データ駆動型トポロジーデザインは、設計領域内の材料分布という形式で構造物の形態や形状を柔軟に表現しつつ、勾配情報を用いずに高性能な構造案の導出が可能であるという点で画期的であったが、従来の実装では材料分布を表現する自由度に上限があり、特に3次元の構造設計問題への展開が困難であった。本論文では主成分分析を用いた次元圧縮により、この問題の解決を試みている。結果として、2次元および3次

元の軽量高剛性構造設計問題において、10万以上の節点数で材料分布を表現する場合においても、妥当な高性能構造が得られることを確認できた。一方で、今回の数値例は構造設計問題としては解きやすい部類に属するものであり、得られた高性能構造も比較的単純な形態をしている。そのため、今回提案した主成分分析を用いたデータ駆動型トポロジーデザインが真に有用であるかどうかを確認するためには、より非線形性が強く、複雑な形態を備えた構造が得られる様々な構造設計問題への展開が必要であろう。この点を踏まえて、今後の研究を進めていきたい。

参考文献

- [1] Bendsøe, M. P. and Kikuchi, N., Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.71, 2, 1988, pp.197–224.
- [2] Bendsøe, M. P. and Sigmund, O., *Topology optimization: Theory, methods and applications*, 2nd edn., Springer, Berlin, 2003.
- [3] Yamasaki, S., Yaji, K., and Fujita, K., Data-driven topology design using a deep generative model, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.64, 3, 2021, pp.1401–1420.
- [4] Kingma, D. P. and Welling, M., Auto-encoding variational bayes, arXiv: 1312.6114, 2013.
- [5] Goodfellow, I., Pouget-Abadie, J., Mirza, M., Xu, B., Warde-Farley, D., Ozair, S., Courville, A., and Bengio, Y., Generative adversarial nets, in *Advances in Neural Information Processing Systems 27*, eds. Ghahramani, Z., Welling, M., Cortes, C., Lawrence, N. D., and Weinberger, K. Q., Curran Associates, Inc., 2014, pp.2672–2680.
- [6] Yaji, K., Yamasaki, S., and Fujita, K., Data-driven multifidelity topology design using a deep generative model: Application to forced convection heat transfer problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.388, 2022, pp.114284.
- [7] Imamura, K., Nishimura, R., Yamasaki, S., Yaji, K., and Fujita, K., An innovative design method of tire tread patterns by deep generative model and elitist multi-objective search, in *14th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization*, Boulder (Online), June 2021.

動的粘弾性特性を考慮した マルチマテリアルトポロジー最適化

Multi-material transient topology optimization considering viscoelasticity

杉浦拓実¹⁾ 干場大也²⁾ 西口浩司³⁾ 加賀紀彦⁴⁾ 早川光太郎⁵⁾ 門脇弘⁶⁾ 加藤準治⁷⁾
Takumi Sugiura, Hiroya Hoshiba, Koji Nishiguchi, Norihiko Kaga, Kotaro Hayakawa, Hiroshi Kadowaki,
and Junji Kato

¹⁾名古屋大学 大学院工学研究科 (〒 464-8601 愛知県名古屋市千種区不老町,
E-mail: sugiura.takumi.y5@s.mail.nagoya-u.ac.jp)

²⁾博 (工) 名古屋大学 大学院工学研究科 助教 (E-mail: hiroyahoshiba@nagoya-u.jp)

³⁾博 (工) 名古屋大学 大学院工学研究科 准教授 (E-mail: kojinishiguchi@civil.nagoya-u.ac.jp)

⁴⁾株式会社ブリヂストン (E-mail: norihiko.kaga@bridgestone.com)

⁵⁾株式会社ブリヂストン (E-mail: kotaro.hayakawa@bridgestone.com)

⁶⁾Ph. D. 株式会社ブリヂストン (E-mail: hiroshi.kadowaki@bridgestone.com)

⁷⁾Dr.-Ing. 名古屋大学 大学院工学研究科 教授 (E-mail: junjikato@civil.nagoya-u.jp)

In recent years, advances in additive manufacturing technology have made it possible to print composite rubber structures. Rubber structures play an important role in damping vibrations or absorbing shocks, and additive manufacturing technology is expected to improve these performances. This research proposes a topology optimization method using a basic material model to control dynamic viscoelastic response. A density-based material interpolation scheme and sensitivity analysis method were proposed, and numerical optimizations are conducted to suppress deformation in different frequencies. The optimization results show that complex typologies are obtained by considering viscoelasticity and inertia.

Key Words : Topology optimization, transient problem, viscoelasticity, sensitivity analysis

1. 諸言

ゴムは弾性と粘性の2つの特性を持つ粘弾性材料であり、振動抑制や衝撃吸収部材などに使用される。従来、これらゴム部材の設計は、製造上の制約から単一材料を基本としてきた。したがって、材料配合を調整し、所与の性能を満たす材料物性値を得ることに重きが置かれていた。

一方で近年、積層造形技術の進歩によって、様々な材料の造形が可能となり、現行製品の代替として積層造形物を使用するための研究開発が盛んに行われている。特に、ゴムやエラストマーにおいては、数十マイクロメートル単位かつマルチマテリアルという高い自由度の造形が可能となり、これは単一ゴムからなる現行のゴム部材の力学的性能を超える可能性を示唆するものである。そこで本研究では、ゴム部材のマルチマテリアル積層造形を念頭に、粘弾性特性を有する複数材料の配置(位相)を求めるためのトポロジー最適設計法を開発する。

ゴムの変形挙動は、粘弾性特性に起因するひずみ速度依存性を有し、トポロジー最適化においてもこれを考慮する必要がある。粘弾性によるひずみ速度依存性を考慮したトポロジー最適化に関する既往研究については、Yun and Youn [1] や Zhang and Khandelwal [2] による報告文がある。これらの研究では、弾性材料と粘弾性材料で構成されたマルチマテリアルを対象として粘性

散逸エネルギー最大化を目的としている。また、Ogawa and Yamada [3] は、異なる緩和時間を持つ2つの粘弾性材料を対象とした材料内挿補間手法を提案し、クリープ変形最小化を目的関数とする2相材料最適化を行っている。しかし、これらの研究報告は、慣性の影響を無視できる準静的な荷重条件を仮定している。一方で、動的粘弾性挙動を考慮した最適設計法に関しては、Yun and Youn [4] や Ding et al. [5] が随伴変数法による感度解析手法を提案しているが、解析的感度の精度検証に留まり、実際の最適化を行っていない。

以上を踏まえ、本研究では、動的粘弾性挙動の制御を目的とするトポロジー最適化のための基礎的手法を構築する。本研究では、ゴムの粘弾性挙動を現象論的に再現可能な一般化線形 Maxwell モデルを使用し、密度法を基本とした新しい材料内挿補間手法を提案する。また、discretized-then-differentiate approach [6] を用いて、解析的感度を定式化する。最後に、2次元および3次元問題の周期荷重作用下における最適化計算例を示し、提案手法の有用性について検証を行う。

2. 粘弾性材料の有限要素解析

本研究では粘弾性構成則を、図-1 に示す一般化線形 Maxwell モデルを用いて定式化する。一般化線形 Maxwell モデルは、粘性を持たない長期バネ1つと粘性を持つ複数の Maxwell 成分が並列に結合されたモデ

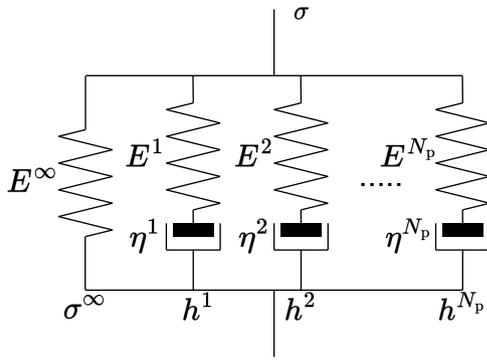


図-1 一般化線形 Maxwell モデル

ルである。ここで、 E^∞ は長期バネのヤング率、 E^α および η^α はそれぞれ各 Maxwell 成分のヤング率、応力、粘性係数であり、上添え字の α は Maxwell 要素の番号、 N_p は Maxwell 成分の総数である。この材料構成則は、各 Maxwell 成分においてヤング率が定義されるため、圧縮性を有する。しかし、一般的にゴムは非圧縮性を示すことから、その挙動解析には、非圧縮性構成則による u/p 混合法が用いられることが多い。本研究では、最適化手法の開発を主目的としていることから、感度解析の簡素化を意図して、図-1 に示したモデルを使用し、ポアソン比を 0.49 とすることで、微圧縮性の定式化を仮定する。

時刻 t における各 Maxwell 成分が受け持つ応力は次式のように、畳み込み積分で表される。

$$h(t) = \int_0^t D \exp\left(-\frac{t-r}{\tau}\right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} dr \quad (1)$$

ただし、 ε は微小ひずみテンソル、 r は畳み込み積分の変数、 τ は緩和時間、 D は弾性テンソルである。また、全応力 σ は、長期応力 σ^∞ と各 Maxwell 応力 h^α の和となる。

$$\sigma = \sigma^\infty + \sum_{\alpha=1}^{N_p} h^\alpha \quad (2)$$

つり合い式は、以下の運動方程式であり、式 (1) の材料構成則が含まれる。

$$M\mathbf{a} + \mathbf{F}^{\text{int}}(\mathbf{u}) = \mathbf{F}^{\text{ext}} \quad (3)$$

ここで、 M は全体質量マトリックス、 \mathbf{a} は節点加速度ベクトル、 $\mathbf{F}^{\text{int}}(\mathbf{u})$ は全体内力ベクトル、 \mathbf{F}^{ext} は全体外力ベクトルである。上式を Newmark- β 法で時間離散化し、各時間ステップにおける解を得る。

3. 密度法を用いた 2 相材料表現法

本研究では、密度法を基本とした 2 相材料の内挿補間法を提案する。まず、2 つの粘弾性材料に対して、Maxwell 成分の数 N_p および各 Maxwell 成分の緩和時間 τ^α を一定とする仮定をおく。この仮定により、内挿すべき材料パラメータは、長期バネ E^∞ および Maxwell 成分のヤング率 E^α のみとなり、後述する随伴変数法を

用いた感度解析の定式化が簡素となる。内挿補間は以下の式を用いる。

$$E^\infty(\bar{s}) = \begin{cases} E_1^\infty + (E_2^\infty - E_1^\infty)\bar{s}^p & \text{if } E_2^\infty > E_1^\infty \\ E_2^\infty + (E_1^\infty - E_2^\infty)\bar{s}^p & \text{else} \end{cases} \quad (4)$$

$$E^\alpha(\bar{s}) = \begin{cases} E_1^\alpha + (E_2^\alpha - E_1^\alpha)\bar{s}^p & \text{if } E_2^\alpha > E_1^\alpha \\ E_2^\alpha + (E_1^\alpha - E_2^\alpha)\bar{s}^p & \text{else} \end{cases} \quad (5)$$

ただし、 \bar{s} はフィルター処理された設計変数、下添字の 1, 2 は材料識別番号、 p はペナルティパラメータである。

4. 最適化問題の設定および感度解析

本研究では、以下のように最適化問題を設定した。

$$\begin{aligned} \min \quad & f = \int_0^T \mathbf{u}_{\text{tar}}^2 dt \\ \text{s.t.} \quad & g = \sum_{e=1}^N \int_{\Omega_e} \bar{s}_e d\Omega_e - V_0 \leq 0 \\ & 0 \leq \bar{s}_e \leq 1 \quad e = 1, 2, \dots, N \\ & \mathbf{R} = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 \mathbf{u}_{tar} は、荷重作用点の自由度のみ変位の値を持ち、それ以外の成分は零を有するベクトルである。したがって、目的関数は変位の 2 乗ノルムの時間積分の最小化であり、入力外力に対する応答を低減するという意味合いを持つ。また、 N は要素の総数、下添え字の e は各有限要素を意味し、 g は体積制約式、 Ω_e は各有限要素領域、 V_0 は材料 2 が設計領域において占める体積の上限値を表す。また、 \mathbf{R} は式 (3) の離散化後の残差ベクトルであり、詳細は紙面の都合上省略する。感度解析は discretize-then-differentiate approach [6] を用いた定式化を行う。導出の詳細は紙面の都合上省略するが、まず、随伴ベクトル λ, μ, η を導入し、新たに目的関数 \tilde{f} を定義する。次に、 \tilde{f} を全時間ステップで偏微分し、陰的微分項である $\partial \mathbf{u} / \partial \bar{s}$ 、 $\partial \mathbf{v} / \partial \bar{s}$ 、 $\partial \mathbf{a} / \partial \bar{s}$ を消去できる随伴ベクトルを求める随伴問題を解く。ただし、 \mathbf{v} は節点速度ベクトルである。最終的に次式のような λ および $\partial \mathbf{F}^{\text{int}} / \partial \bar{s}_e$ で表される感度が導出される。

$$\frac{d\tilde{f}}{d\bar{s}_e} = \sum_{k=0}^n \lambda_k \cdot \frac{\partial \mathbf{F}_k^{\text{int}}}{\partial \bar{s}_e} \quad (7)$$

ここで、 n は時間ステップの総数、 k は各時間ステップを示す。

5. 数値計算例

最適化結果の一例として、図-2 に示す正方形および立方体領域の一面固定、反対の面に周期的な分布荷重が作用する問題を紹介する。ただし、2 次元問題は、平面ひずみ状態を仮定している。使用する 2 つの材料は、ポアソン比 0.49、質量密度 10.0 g/cm^3 であり、ヤング率および緩和時間は表-1 に示す。なお、本計算例で使用した材料物性値は実際のゴム材料に対し、質量密度が大きく、ヤング率が小さい。これは剛性に対して、慣性の影響を大きくすることで、提案手法の有用性の検

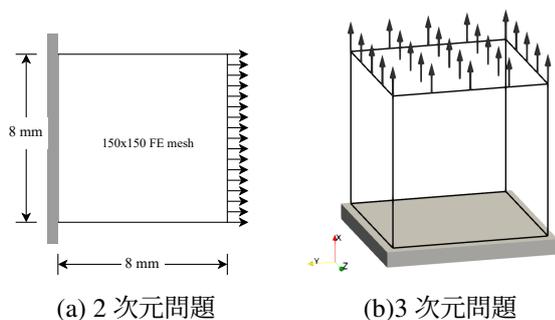


図-2 設計領域

	ヤング率 [Pa]		緩和時間 [sec]
	材料 1	材料 2	
長期パネ E^∞	8.1×10^3	3.0×10^4	-
Maxwell 成分 E^α, τ^α	3.0×10^5	2.1×10^6	3.1×10^{-3}
	1.0×10^0	2.9×10^5	1.3×10^{-2}
	1.6×10^4	2.3×10^5	5.4×10^{-2}
	6.5×10^3	8.4×10^4	2.2×10^{-1}
	1.9×10^3	2.7×10^4	9.3×10^{-1}
	9.3×10^3	2.6×10^4	3.8×10^0

証と最適化結果の比較を容易にするためである。設計変数の更新は、Method of Moving Asymptotes (MMA) [7]を使用した。

(1) 2次元問題

時間領域 $t \in [0, T]$ に対し、外力として、 $\theta \sin(10\pi t/T)$ で表される5周期分の分布荷重を作用させる。周期荷重の周波数は、0.1 Hz と 1000 Hz の2種類とし、どちらも100ステップで時間離散化する。また、荷重係数 θ はそれぞれ 0.5 N/mm^2 , 20 N/mm^2 とする。

目的関数値の推移および最適化結果をそれぞれ図-3および図-4に示す。図-3から、0.1, 1000 Hzともに、目的関数は単調に減少しており、問題なく最適化が行われていることがわかる。

また、図-4(a)から、0.1 Hzという、内力に対して慣性力の影響が小さくなるような準静的な荷重作用状態においては、ヤング率の大きい材料2が構造の主要部に配置される、剛性最大化に近い形状が得られていることがわかる。一方で、図-4(b)から、1000 Hzのような慣性の影響が大きい問題ではこのような傾向は見ら

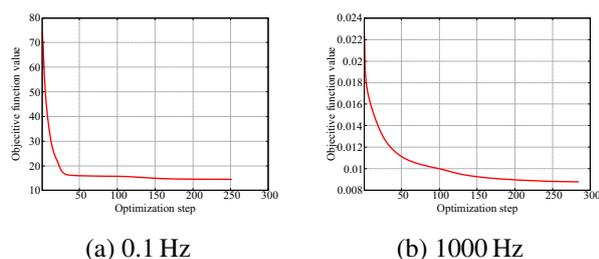


図-3 2次元問題: 目的関数の推移

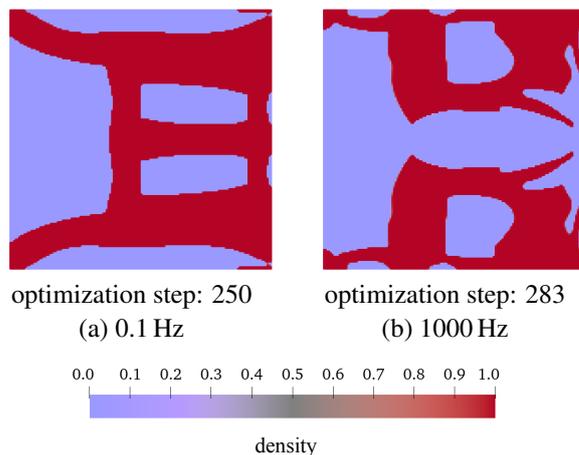


図-4 2次元問題: 最適化結果

れず、ヤング率の大きい材料2が局所的に細くなるヒンジ機構が現れた。さらに、動的問題特有の中間密度が残らない結果となった。これは、本研究においては、質量密度を内挿していないことが要因であると考えられる。

以上の結果から、周波数に応じて最適化結果が変化することが示された。

(2) 3次元問題

2次元問題と同様に、立方体の一面を固定し、反対側の面に周期的な分布荷重を作用させた。1/4対称条件で、 $80 \times 40 \times 40$ でメッシュ分割し、0.1 および 1000 Hz の周期荷重を作用させる。また、計算負荷軽減のために、2周期を40ステップで離散化する。

目的関数値の推移を図-5に示す。図-5から、目的関数値は2次元問題と同様に、単調に減少しており、問題なく最適化が行われていることがわかる。次に、図-6および図-7に、それぞれ0.1 Hz および 1000 Hz の周期荷重における最適化結果を示す。ただし、図中の直方体で示した内部を、除外して可視化している。図-6から、0.1 Hz の周期荷重が作用する条件下で得られるトポロジーは、ヤング率の大きい材料2が構造の主要部に配置されていることから、2次元問題0.1 Hzの結果と同様に、剛性最大化に近い形状をしていることがわかる。一方で、図-7から、1000 Hz の周期荷重の場合、構造の下部は0.1 Hzと同様にヤング率の高い材料2が構造の主要部にあることがわかる。しかし、構造の上部にはそのような傾向は見られず、荷重載荷面である

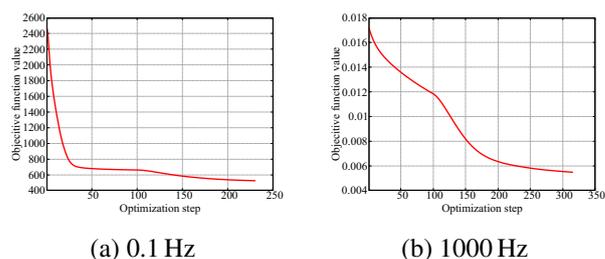


図-5 3次元問題: 目的関数の推移

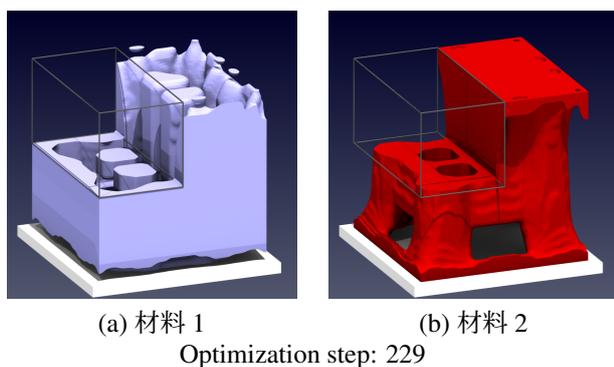


図-6 3次元問題: 最適化結果 (0.1 Hz)

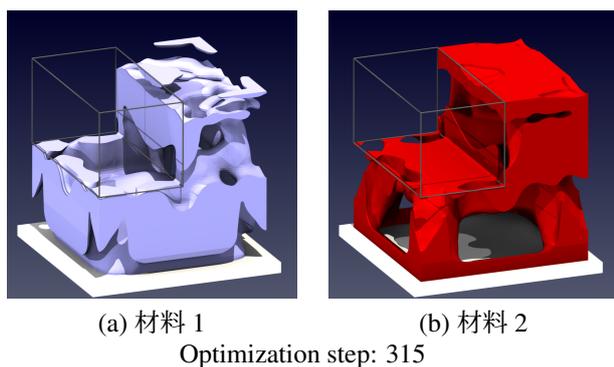


図-7 3次元問題: 最適化結果 (1000 Hz)

上端付近に材料1が存在することがわかる。このことから、1000 Hzのような高周波数の荷重が作用する条件下では、構造の剛性が低くなる柔構造が得られることがわかった。

次に、図-8に、1000 Hzにおける、 $t = 0.00130 s$ および $t = 0.00185 s$ 時の材料2の変形図および Mises 相当応力を示す。ただし、比較を容易にするために変位のスケール表示を3倍にしている。また、図-9に、図-8(a)に示した2つの箇所の変位-時間関係を示す。図-8から、構造中央部に材料2が配置されており、これが独立して大きく振動していることがわかる。さらに、図-9から、この独立した機構は、入力外力の荷重係数および中央上部の変位と逆位相の振動をしていることがわかる。したがって、マスダンパーとして、変形を抑制するような構造が得られたといえる。

以上から、3次元問題でも周波数に応じてトポロジーが変化することが示された。

6. 結論

本研究では、ゴム材料のための動的粘弾性挙動の制御を目的とした、基礎的なトポロジー最適化手法の開発を行った。一般化線形 Maxwell モデルを用いた、材料内挿補間法の提案および動的問題のための感度解析手法の構築を行った。2次元および3次元の周期荷重下における荷重載荷点の変位最小化を目的とし、4つの最適化計算を行った。0.1 Hzのような低周波の入力外力に対しては、慣性の影響は小さいため、準静的な問題に近い荷重条件となる。その結果、ヤング率の大きい材料が支配的となる剛性最大化に近いトポロジーが得

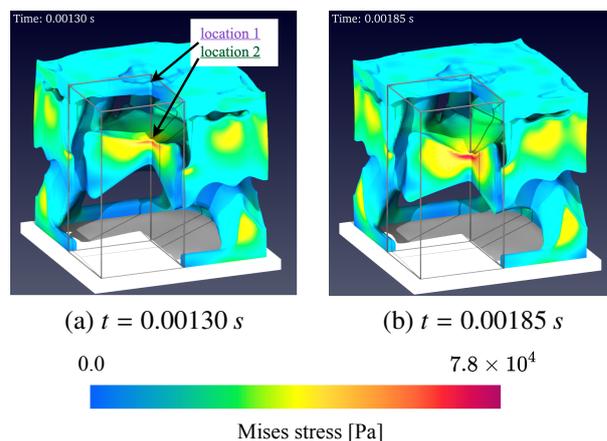


図-8 1000 Hz における変形図および Mises 応力

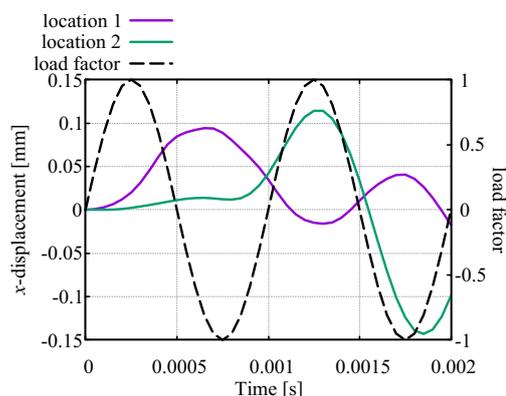


図-9 時間-変位曲線

られた。一方で、1000 Hz という、高周波の変動荷重がある場合は、慣性の影響が大きくなり、その変位を打ち消すようなヒンジ機構およびマスダンパーを呈する柔構造が得られた。この結果の解釈については、動力学的に正しく、理解しやすいものであると同時に、提案手法の有用性および妥当性を示すものであると言える。今後は、有限変形への拡張および非圧縮性の導入など、ゴムの実挙動をより正確に再現できる材料モデルを導入することが望まれる。

参考文献

- [1] Yun, K.S. and Young, S.K.: Multi-material topology optimization of viscoelastically damped structures under time-dependent loading, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol.123, pp.9-18, 2017.
- [2] Zhang, G. and Khandelwal, K.: Design of dissipative multimaterial viscoelastic - hyperelastic systems at finite strains via topology optimization, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.119, pp.1037-1068, 2018.
- [3] Ogawa, S. and Yamada, T.: Minimizing creep deformation via topology optimization, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol.207, p.103758, 2022.
- [4] Yun, K.S. and Youn, S.K.: Design sensitivity analysis for transient response of non-viscously damped dy-

dynamic systems, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.55, pp.2197-2210, 2017.

- [5] Ding, Z. et al.: Design sensitivity analysis for transient responses of viscoelastically damped systems using model order reduction techniques, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.64, pp.1501-1526, 2021.
- [6] Ogawa, S. and Yamada, T.: Topology optimization of dynamic problems based on finite deformation theory, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.122, pp.4486-4506, 2021.
- [7] Svanberg, K.: The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.24, pp.359-373, 1987.

幾何学的特徴に着目した意匠評価を組み込んだ タイヤトレッドパターンの データ駆動型トポロジーデザイン

Data-Driven Topology Design of Tire Tread Pattern Incorporating Design Evaluation Focused on Geometric Features

熊谷道晴¹⁾ 今村和輝²⁾ 矢地謙太郎³⁾ 山崎慎太郎⁴⁾ 藤田喜久雄⁵⁾
Michiharu Kumagai, Kazuki Imamura, Kentaro Yaji, Shintaro Yamasaki and Kikuo Fujita

¹⁾大阪大学 大学院工学研究科 博士前期課程 学生 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: kumagai@syd.mech.eng.osaka-u.ac.jp)

²⁾大阪大学 大学院工学研究科 博士前期課程 学生 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: imamura@syd.mech.eng.osaka-u.ac.jp)

³⁾博(工) 大阪大学 大学院工学研究科 助教 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: yaji@mech.eng.osaka-u.ac.jp)

⁴⁾博(工) 早稲田大学 大学院情報生産システム研究科 教授 (〒 808-0135 福岡県北九州市若松区ひびきの 2-7, E-mail: s_yamasaki@waseda.jp)

⁵⁾工博 大阪大学 大学院工学研究科 教授 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: fujita@mech.eng.osaka-u.ac.jp)

Various performance requirements of tires depend on the tread pattern, and the integrity of the aesthetic design aspect is considered to be an important evaluation index. In this paper, we propose a method to quantitatively evaluate the design of tires based on the geometric features of the tread pattern, and incorporate this method into a data-driven topology design to develop a multiobjective optimal design method that takes into account not only mechanical evaluation indexes such as tire stiffness and hydroplaning performance, but also aesthetic design.

Key Words : Tire tread pattern, Sensibility, Aesthetic design, Topology optimization

1. 緒言

タイヤのトレッド部は車両において唯一地面と接する部位であり、トレッド部に刻まれた溝や切れ込みはトレッドパターンと呼ばれる。トレッドパターンは「駆動力と制動力の増加」、「雨天時のタイヤと路面の間の水の排除」、「操縦安定性や放熱性の向上」といった機能性に関わる役目に加えて、「デザイン面での完全性」という意匠性に関わる役目も担っている。実際のタイヤ性能に合わせて視覚的にトレッドパターンからこのタイヤはグリップが高そうであるとか、氷上性能がよさそうであるといったことが連想できるようになることも重要となる。しかし、タイヤに溝をつけるということにより、路面との接触面積が減ることやパターンによる騒音の発生といったネガティブな問題も生じる。また例えば同程度のドロプレーニング性能をもつものでも、溝の配置が異なればタイヤの売れ行きにも差が生まれると予測される。現代のタイヤトレッドパターンの設計では、経験則や科学的原理に基づいて様々な影響を考慮する必要があり、タイヤメーカーではシミュレーションを繰り返して性能の良いパターンを探求することで機能設計が行われ、得られた候補に対してデザイナーが意匠設計を行うという方法で製品が開発される [1]。

トレッドパターンの機能性のみに着目した研究はい

くつか行われているが、トレッドパターンの意匠性に関する研究はほとんどなされていない。意匠性に優れた製品を設計するには感性により評価される品質を考慮することが必要である。しかし、顧客の多様な感性のすべてを網羅的に推測することは困難であり、設計者が感覚的に顧客の感性を推測する場合、その推測が正しいかどうかについての論理的な説明が難しい。意匠性を考慮したトレッドパターンを設計する手法として数少ない先行研究では、機械学習を用いた SD 法に基づく感性評価を行い、データ駆動型トポロジーデザイン [2] を用いることが提案されている [3]。SD 法とは Osgood らによって提案され [4]、個人の多様な感性を言語表現を用いて網羅的に評価する手法であり、一般的に製品に対して形容詞対に関するアンケート調査を行うことで、評価対象の概念構造を定量的に可視化する。データ駆動型トポロジーデザインではデータの生成とシミュレーションの評価を繰り返すことで有望な材料分布を設計することができる。これにより、評価者の傾向を反映したトレッドパターンに対する感性評価モデルを構築し、得られた評価値を感性指標として最適化を行うことで機能性と意匠性を両立するトレッドパターンの設計が可能となっている。しかしながらこの手法では感性評価に機械学習を用いており、機械学習では訓練データセットに頻繁に現れるデータ点の

近傍では非常に精度よく出力を近似できるが、入力空間の中で訓練データセットに現れない領域については十分に精度が出ない。したがって機械学習の外挿の問題を補うために感性の仕組みから明示的な評価を行い、意匠性を考慮するための方法を考える必要がある。

感性は刺激をなす物理量、刺激に対する感覚、好き嫌いといった総合的な魅力などのようにいくつかのレベルに分けられる [5]。トレッドパターンでいえば、溝が多い(物理量)→安心感がある(感覚)→好き(魅力)というような因果の連鎖としての階層性が存在する。タイヤは顧客が店頭で目にする機会が多いためトレッドパターンは視覚や聴覚などに関する感性の中でも視覚による感性が特に重要となる。この視覚による感性というのが本研究でいうところの意匠であり、意匠の根底にある物理量から考えることが最終的な魅力の予測につながると考えられる。そこで本研究では機械学習を用いた SD 法に基づく感性評価における外挿の問題を解決し、トレッドパターンの意匠性を考慮した設計を行うためにトレッドパターンの物理量として幾何学的特徴に着目した意匠を評価する手法を提案する。機械学習を用いた SD 法に基づく感性評価モデルとの関連を調べながら幾何学的特徴を抽出することで意匠を評価するのに適していると考えられる基準を明確にし、どのようなトレッドパターンに対しても明示的に評価を行えるようにする。

2. トレッドパターンの設計問題

(1) トレッドパターンの機能

トレッドパターンの主な機能として、「ハイドロプレーニング性能」、「制動・駆動性能」、「コーナリング性能」、「静粛性」、「偏摩耗性」、「低燃費性能」などがある。トレッドパターンに影響を受ける機能は多岐に渡っており、現状これらすべてを考慮してトレッドパターンの最適設計を行うのは難しい。したがって欧州市場などで重要とされる性能として本研究では、「ハイドロプレーニング性能」と「制動・駆動性能」の2つを抽出し考えることとする。

(2) トレッドパターンの意匠

トレッドパターンは機能性の向上だけでなく、デザインとしての完全性である意匠性を高める役割も果たす。トレッドパターンのデザインにおける難しい点として溝の形状そのものに機能があり、それが走行性能に多大な影響を及ぼすため、デザインを創造する上で様々な条件を考慮しなければならない。したがって、意匠性を考慮するには工学的知識も不可欠となる。また意匠性は機能性と異なり定量的な評価が難しく、製品の良さはデザイナーの感覚に依存しやすいようにトレッドパターンはその複雑なデザインから異なる見た目でも同様の性能をもつ製品が存在することから、他の製品と差別化を図るという意味においてデザインとしての完全性を求める必要がある。

(3) 最適化問題としての基本的な定式化

トレッドパターンの設計問題として様々な性能指標が存在し、それらが複雑なトレードオフの関係となって

いるため最適解を一意に定められるとは限らない。したがって、トレッドパターンの設計問題を多目的最適化問題として定式化して考え、最適解をパレート解集合として求める。定式化は以下の通りである。ただし、(1)節でも述べた通り本研究で扱う機能は「ハイドロプレーニング性能」と「制動・駆動性能」の2つであり、各性能を表す指標として圧力損失 F_1 と縦剛性 F_2 を用いる。最小化問題として定式化するために縦剛性は-1をかけたものとなっている。設計変数 ρ は 13500[pixel] の材料分布とし、画像形式で表現される。また、本研究では目的関数値 F_1, F_2 にそれぞれ最大値 F_{1max}, F_{2max} を設けている。

$$\text{find } \rho \quad (1)$$

$$\text{minimize } F_1(\rho), F_2(\rho) \quad (2)$$

$$\text{subject to } 0 \leq \rho \leq 1 \quad (3)$$

$$F_1(\rho) \leq F_{1max} \quad (4)$$

$$F_2(\rho) \leq F_{2max} \quad (5)$$

(4) データ駆動型トポロジーデザイン

a) 設計手順

(3)節で定義した多目的最適化問題に山崎らによって提案されているデータ駆動型トポロジーデザイン [2] を適用することでトレッドパターンの設計を行う。この手法では、高次元の画像データを低次元の潜在空間に落とし込むことで高次元データの特徴を潜在変数に抽出することができる変分オートエンコーダ (variational auto-encoder, 以下 VAE) を用いる。

具体的なトレッドパターン設計の手順は以下の通りである。

STEP1 n 個の解 $\{P_1, P_2 \dots P_n\}$ を持つ初期解集合 $P_{INITIAL} = \{P_1, P_2 \dots P_n\}$ を用意する。イタレーション数 i を $i = 0$ とする。

STEP2 入力された解集合に含まれるパターンすべてについて目的関数値を計算する。

STEP3 STEP2 で得られた目的関数値を参照し、有望なものをエリート解集合 P_{TOP}^i として選抜する。ここで、 P_{TOP}^i は $i = 0$ の場合のみ $P_{INITIAL}$ の中から、 $i > 0$ の場合は $P_{VAE}^i \cup P_{TOP}^{i-1}$ の中から選抜する。選抜方法の詳細は c) 項で述べる。

STEP4 何らかの収束判定を行い十分収束していれば最適化計算を終了する。収束していなければ、イタレーション数 i の値を 1 増やし STEP5 へ進む。本研究では、イタレーション数が 150 に到達した時点で反復を終了する。

STEP5 $|P_{TOP}^{i-1}|$ 個の解を入力データとして VAE を学習させる。潜在変数空間からランダムにサンプリングすることで新たな解の集合 P_{VAE}^i を出力し、これを STEP2 への入力として STEP2 へ戻る。

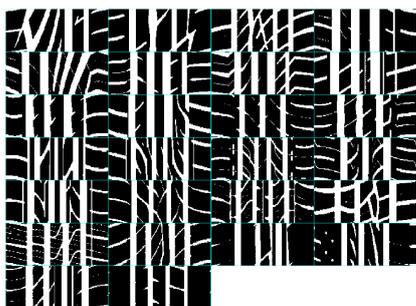


図-1 初期解

これにより多目的最適化を行うがこのままでは探索範囲が多様すぎて探索がうまく進まないため意匠評価を制約条件に加える。意匠性を表す指標としては密 G_1 と曲線的 G_2 を採用し、「密で曲線的」、「粗で曲線的」、「粗で直線的」、「密で直線的」の4つの場合に分けてそれぞれ制約条件とする。こうすることで性能に優れ、かつ意匠に関して多様な解を求めることができる。例えば「密で曲線的」を制約条件とすると式 (6), (7) のようになる。

$$\text{subject to } 0 \leq G_1(\rho) \quad (6)$$

$$0 \leq G_2(\rho) \quad (7)$$

b) 初期解

図1のように実際の製品のトレッドパターンを26種類用意し、これらを初期解とする。

c) エリート解の選抜方法

本研究では遺伝的アルゴリズムの一種である NSGA-II [6] で用いられている選択法に変更を加えた方法を用いて優秀な解を選抜する。NSGA-II では、非優越ソート (non-dominated sort) と混雑度に基づくソートを組み合わせて選抜を行うが、混雑度ではなく、VAE の潜在空間における距離によって解を選抜する。これにより、性能が良く、パレートフロントに近いかつ多様なパターンとなる解を優先して選抜することができる。

(5) 本研究のアプローチ

トレッドパターンの意匠を評価する先行研究としてはSD法と機械学習を組み合わせた感性評価モデルによる評価手法 [3] があるが、この方法では機械学習の学習に用いたようなパターンであれば構築した感性評価モデルによる評価を正確に行えるが、機械学習に用いなかったようなパターンに対して構築した感性評価モデルによって評価を行おうとすると評価値が本来予想されるべき値からずれてしまう可能性がある。そこで本研究では先行研究での感性評価モデルと相関をもつように意匠を評価するためのトレッドパターンの幾何学的特徴を抽出し、適切に組み合わせることでどのようなトレッドパターンに対しても明示的に意匠を評価する方法を提案する。

3. 幾何学的特徴に着目したトレッドパターンの意匠評価モデルの構築

(1) 手順

本研究で提案する意匠の評価は次のように行う。

STEP1 アンケートを行うためのトレッドパターンの画像を用意する。

STEP2 評価尺度として対象を評価するのにふさわしいと思われる形容詞対を構成する。

STEP3 評価したい意匠について-2,-1,0,+1,+2の5段階でトレッドパターンを評価するアンケートを行う。

STEP4 各トレッドパターンにアンケートの回答をラベル付けしてデータセットを作成し、機械学習を用いることで感性評価モデルを構築する。

STEP5 構築した感性評価モデルによる評価値から意匠を評価するのに適したトレッドパターンの幾何学的特徴を抽出する。

STEP6 構築した感性評価モデルとの相関が最も高くなるように抽出した幾何学的特徴を正準相関分析によって適切に組み合わせる。

(2) 畳み込みニューラルネットワークを用いた感性評価モデルの構築

アンケートによるトレッドパターンの感性評価値を学習し、未知のパターンにおける感性評価値を推定するために、畳み込みニューラルネットワーク (convolutional neural network, 以下CNN) を用いる。本研究で用いるCNNのネットワークはアンケートによる感性評価値をラベル付けた 75×180 [pixel] のトレッドパターンの画像を入力データとし、畳み込み層とプーリング層のペアを5回繰り返し、全結合層により結合され、最終的に1つの評価値を出力とするモデルである。過学習防止のために dropout 層を3箇所実装する。活性化関数として中間層には全て ReLU 関数を使用し、出力層には softsign 関数を使用する。損失関数は平均二乗誤差 (mean squared error) とし、評価関数として平均絶対誤差 (mean absolute error) を採択する。

(3) 幾何学的特徴による意匠評価法

意匠を評価するための幾何学的特徴を抽出する方法として、まず図1の画像を(2)節で構築した機械学習を用いた感性評価モデルで評価し、その評価順に並べ替える。並び変えたトレッドパターンを観察することで意匠の評価に関係していると思われる幾何学的特徴を抽出する。幾何学的特徴を抽出した後、機械学習を用いた感性評価モデルとの相関ができるだけ大きくなるようにそれらを適切に組み合わせ意匠の評価を行う。そのための手法として正準相関分析 [7] を用いる。正準相関分析とはそれぞれの観測データを線形変換した間の相関係数ができるだけ大きくなるように線形変換の

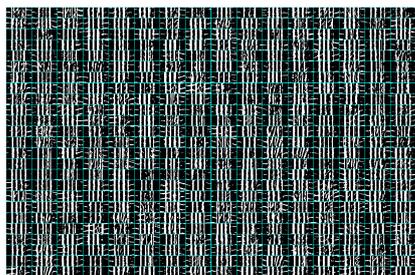


図-2 VAE によって生成された画像



図-3 密の値が小さい順にソート

パラメータを決める手法である。これによって人の感覚により近い形で意匠を幾何学的特徴で線形に表すことができる。本研究では機械学習を用いた感性評価モデルによる評価値と、幾何学的特徴による評価値で正準相関分析を行うことで意匠を評価するための定式化を行う。

4. 数値例

(1) 意匠評価モデルの構築結果

図1の画像を訓練データとしてVAEによって生成した図2の400枚のトレッドパターン画像について密と曲線的の2つの評価尺度を用いてそれぞれ-2,-1,0,+1,+2の5段階で評価アンケートを実施し、結果の値をラベル付けてデータセットを作成した。密と曲線的についてそれぞれ意匠評価モデルを構築した結果を示す。

a) 密

図3は図1の画像を機械学習を用いた感性評価モデルによって密の値が小さい順に並び替えたものである。この並びを観察することで密を評価するための幾何学的特徴として「溝の密度」、「溝の数及び長さ」、「溝の交点の数」を抽出して考える。ただし、「溝の数及び長さ」については、「溝のエッジの密度」や「溝の中心線の密度」で評価する。

正準相関分析を用いて、機械学習を用いた感性評価モデルと最も相関が高くなるように係数を決定した結果、式(8)のようになった。ただし、 G_1 は「密の意匠評価値」、 α は「溝の密度」、 β は「溝のエッジの密度」、 γ は「溝の中心線の密度」、 δ は「溝の交点の数」である。

$$G_1 = 2.48 \times \alpha - 4.23 \times \beta + 23.3 \times \gamma + 0.00595 \times \delta - 1.90 \quad (8)$$

b) 曲線的

密と同様にして定式化した結果、式(9)のようになった。 G_2 は「曲線的の意匠評価値」、 α は「溝のエッジでのスプライン曲線による曲率」、 β は「溝の中心線でのスプライン曲線による曲率」、 γ は「縦溝を除いた溝のエッジでのスプライン曲線による曲率」、 δ は「縦溝を除いた溝の中心線でのスプライン曲線による曲率」である。

$$G_2 = 1.59 \times \alpha + 4.44 \times \beta + 1.23 \times \gamma + 0.668 \times \delta - 3.91 \quad (9)$$

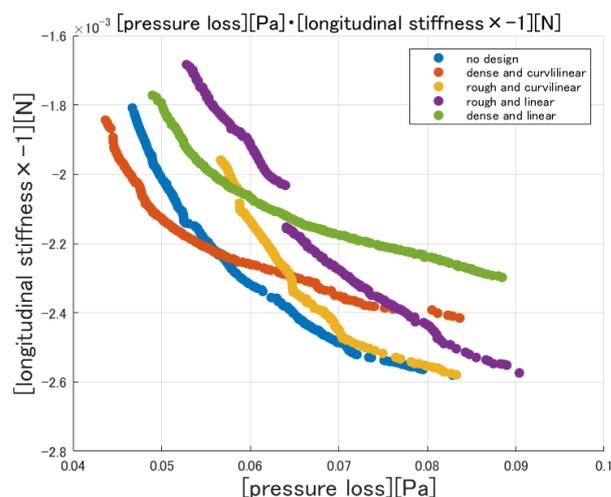


図-4 意匠性を考慮しなかった場合のエリート解と感性評価モデルによって意匠性を考慮した場合のエリート解比較

(2) 最適化結果

最適化結果を図4-9に示す。比較対象として意匠性を考慮しなかった場合及び、意匠性を機械学習を用いた感性評価モデルによって考慮した場合についてもデータ駆動型トポロジーデザインを適用した。図4については意匠性を考慮しなかった場合と機械学習を用いた感性評価モデルによって意匠性を考慮した場合の目的関数空間におけるエリート解の分布であり、図5については意匠性を考慮しなかった場合と幾何学的特徴によって意匠性を考慮した場合の目的関数空間におけるエリート解の分布である。図6については意匠性を考慮しなかった場合のエリート解として得られたトレッドパターンの一覧、図7については機械学習を用いた感性評価モデルによって意匠性を考慮した場合のエリート解として得られたトレッドパターンの一覧、図8、9については幾何学的特徴によって意匠性を考慮した場合のエリート解として得られたトレッドパターンの一覧である。

(3) 考察

図4を見ると機械学習を用いた感性評価モデルによって意匠性を考慮した場合には「密で曲線的」で圧力損失が少し良くなる一方で縦剛性は悪化、「粗で曲線的」で縦剛性はほぼ変わらないが圧力損失が悪化、「粗で直線的」と「密で直線的」の場合では圧力損失、縦剛性いずれも悪化するという結果となった。対して図5を見ると幾何学的特徴によって意匠性を考慮した場合には「粗で曲線的」と「粗で直線的」で圧力損失と縦剛性がいずれもほとんど変わらないが、「密で曲線的」と「密で直線的」で圧力損失、縦剛性がいずれも悪化するという結果となった。意匠性を考慮しなかった場合を基準として両者を比較すると、機械学習を用いた感性評価モデルによって意匠性を考慮した場合にはエリート解が圧力損失と縦剛性でどちらか一方がほとんど変わらない、あるいは良くなっているとしてももう一方が悪化してしまっているのに対して、幾何学的特徴に

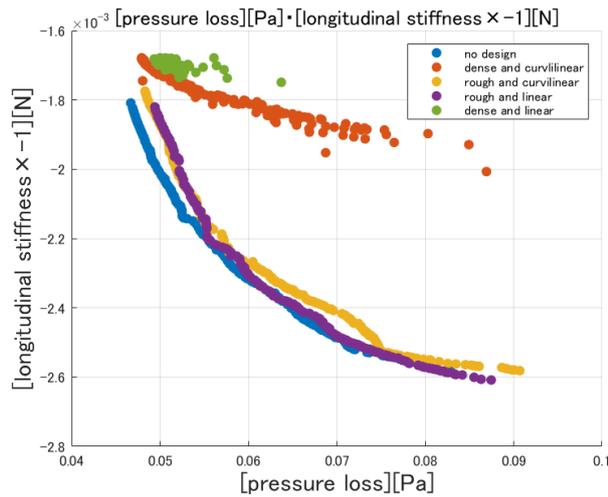


図-5 意匠性を考慮しなかった場合のエリート解と幾何学的特徴によって意匠性を考慮した場合のエリート解比較

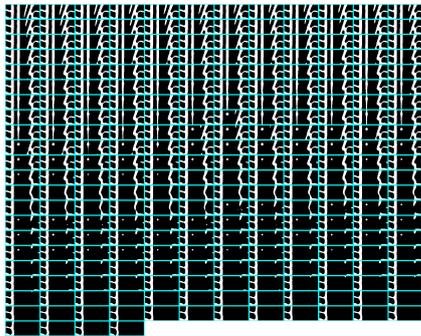


図-6 意匠性を考慮しなかった場合のエリート解一覧

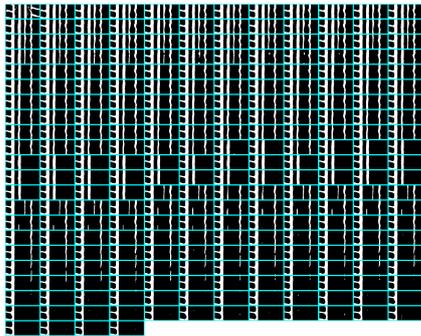


図-7 機械学習を用いた感性評価モデルによって意匠性を考慮した場合のエリート解一覧（粗で曲線的）

よって意匠性を考慮した場合にはエリート解が圧力損失と縦剛性でどちらか一方が変わらない場合でももう一方も悪化せずほとんど変わらなくなっていることがわかる。これは機械学習を用いた感性評価モデルによって意匠性を考慮した場合には機械学習を用いているために外挿範囲のパターンが内挿範囲のパターンとは異なり正確に評価されなかったのに対して、幾何学的特徴によって意匠性を考慮した場合には評価する指標を明確にしているためどのようなパターンに対して

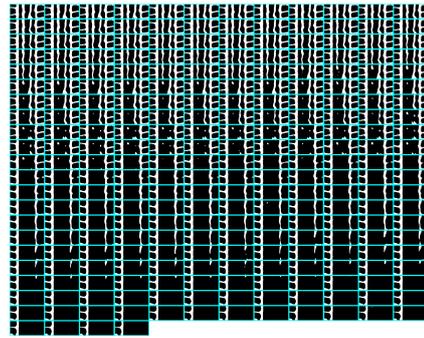


図-8 幾何学的特徴によって意匠性を考慮した場合のエリート解一覧（粗で曲線的）

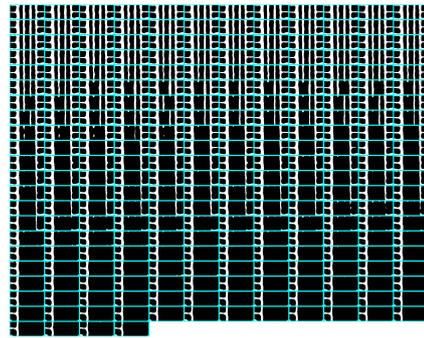


図-9 幾何学的特徴によって意匠性を考慮した場合のエリート解一覧（粗で直線的）

も基準に対して正確に評価されたからだと考えられる。つまり機械学習を用いた感性評価モデルによって意匠性を考慮した場合には探索範囲が内挿範囲に限定され、幾何学的特徴によって意匠性を考慮した場合には探索範囲が限定されことなく最適化が行われたといえる。

しかしながら圧力損失と縦剛性の両方ともエリート解が悪化してしまっているものがあり、これは初期解のパターンが影響していると考えられる。初期解について機械学習を用いた感性評価モデル、幾何学的特徴によってそれぞれ「密」と「曲線的」を評価をしたときの分布は図 10, 11 のようになっている。図 10 を見ると、機械学習を用いた感性評価モデルでは初期解のパターンが主に「密で曲線的」と「粗で曲線的」に偏っており、図 4 を見るとその 2 つの場合で比較のエリート解が良くなっており、逆にそれ以外はエリート解が悪くなっている。同様に図 11 を見ると、幾何学的特徴では初期解のパターンが主に「粗で曲線的」と「粗で直線的」に偏っており、図 5 でもその 2 つの場合で比較のエリート解が良くなっており、それ以外はエリート解が悪くなっている。したがって初期解の段階で制約条件に違反しないパターンをできるだけ多く確保することが必要だと考えられる。

また、先行研究 [3] でも述べられている通り幾何学的特徴で意匠性を考慮した場合のエリート解のパターンを見ると圧力損失が低いパターンでは意匠性を考慮したことによって性能がほとんど同じものでも異なる意匠をもつ解が出力されており、意匠性を考慮すること

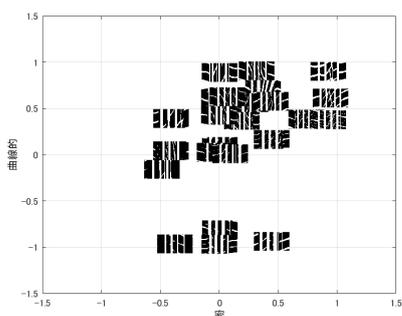


図-10 初期解を機械学習を用いた感性評価モデルで評価したときの分布

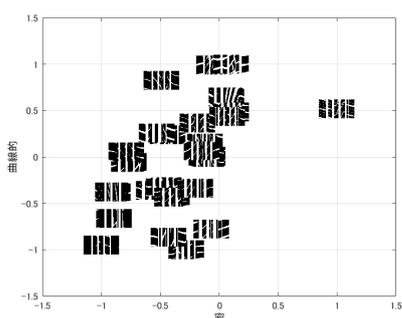


図-11 初期解を幾何学的特徴で評価したときの分布

の重要性が確認できる。

以上のように、幾何学的特徴によって意匠性を考慮して最適化を行うことで従来手法よりも性能を悪化させずに多様な解を得ることができた。

5. 結言

(1) 本研究の成果

本研究では、幾何学的特徴に着目した意匠評価手法を提案し、意匠評価を制約条件として組み込み、圧力損失と縦剛性を目的関数としてデータ駆動型トポロジーデザインを適用した。SD法と機械学習を組み合わせた感性評価モデルと相関をもつような幾何学的特徴を抽出し、正準相関分析を行いそれらを組み合わせることで明示的に意匠を評価した。これにより、機械学習の欠点である外挿の問題を解決し、どのようなトレッドパターンに対しても基準に則って正確に意匠を評価することが可能となった。結果としてデータ駆動型トポロジーデザインで従来のSD法と機械学習を組み合わせた感性評価モデルによる手法よりも性能を悪化させることなくトレッドパターンを生成し、機能性に優れたかつ設計者が所望の意匠をもつパターンを獲得できた。また、意匠性を考慮することによって同じ性能で異なる意匠をもつトレッドパターンを生成し、より多様な解を得ることができた。

(2) 課題と今後の展望

今後の課題として、3つのことが挙げられる。1つ目は初期解の検討で今回データ駆動型トポロジーデザ

ンを適用した際、制約条件に違反しない初期解の数が少ない場合にエリート解の性能があまりよくならなかった。現実のトレッドパターンの数が少なく、それが結果に悪影響を及ぼしてしまっているため現実のものに近いトレッドパターンを生成する方法を確立するか、何らかの方法で入手するかなどする必要がある。2つ目は幾何学的特徴の抽出方法の検討である。本研究で提案されている手法では幾何学的特徴の抽出がそれを行う人に依存してしまい、それによって最終的な意匠の評価精度が左右されてしまう。また考える幾何学的特徴は無数にあり、評価したい意匠に対して各々幾何学的特徴を抽出する必要があるため非常に手間もかかってしまう。したがって評価したい意匠の幾何学的特徴をより普遍的かつ確実に抽出する方法を考える必要がある。3つ目は感性の総合的な評価の検討である。実際の製品は感性における魅力のレベルで製品が欲しいかどうか左右される。本研究ではまだ感性において魅力を考慮するのには至っていないので魅力をどのような物理量に落とし込むかを考える必要がある。

謝辞: 本研究を遂行するにあたり、TOYO TIRE 株式会社様の多大なご協力を賜りましたのでここに感謝の意を表します。

参考文献

- [1] ブリジストン: 自動車用タイヤの基礎と実際, 東京電機大学出版局, 2008.
- [2] Yamasaki, S., Yaji, K. and Fujita, K.: Data-driven topology design using a deep generative model, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol.64, pp.1401-1420, 2021.
- [3] 喜井大誠, 今村和輝, 津本燎, 山崎慎太郎, 矢地謙太郎, 藤田喜久雄: 機能性と意匠性を兼備するトレッドパターン設計の最適設計法に関する基礎的研究, 日本機械学会第32回設計工学・システム部門講演会, No.22-20, p2302, 2022.
- [4] Osgood, C. E., Sugi, G. J. and Tannenbaum, P. H.: *The nature and measurement of meaning*, University of Illinois Press, 1952.
- [5] Yanagisawa, H., Nakano, S., and Murakami, T.: A Proposal of Kansei Database Framework and Kansei Modelling Methodology for the Delight Design Platform, *Journal of Integrated Design and Process Science*, Vol.20, pp.73-84, 2016.
- [6] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., and Meyarivan, T.: A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol.6, pp.182-197, 2002.
- [7] Hardoon, D. R., Szedmak, S. and Shawe-Taylor, J.: Canonical correlation analysis: An overview with application to learning methods, *Neural computation*, Vol.16, pp2639-2664, 2004

10:15 AM - 10:30 AM (Wed. May 31, 2023 9:30 AM - 10:30 AM Room E)

[E-01-04] 直交する配向を共存させた繊維強化複合材のトポロジー及び配向
最適化とその実験検証

*石上 歳人¹、竹澤 晃弘¹ (1. 早稲田大学)

OS28 最適設計と積層造形

[E-02] OS28 最適設計と積層造形 (2)

座長:山崎 慎太郎(早稲田大学)

Wed. May 31, 2023 10:45 AM - 11:45 AM Room E (2F Conference Room 202A)

[E-02-01] Micro-Macro Topology Optimization for Transient Heat Analysis in Porous Material

*スクタナソーン ナルテープ¹、車谷 麻緒²、寺田 賢二郎¹、加藤 準治³ (1. 東北大学、2. 茨城大学、3. 名古屋大学)

10:45 AM - 11:00 AM

[E-02-02] 解の類似性に着目した選択アルゴリズムによるデータ駆動型トポロジーデザイン

*関 佳吾¹、矢地 謙太郎¹、藤田 喜久雄¹ (1. 大阪大学)

11:00 AM - 11:15 AM

[E-02-03] 荷重変位関係を目的関数とするトポロジー最適化

*鈴木 琢也¹ (1. 株式会社竹中工務店)

11:15 AM - 11:30 AM

[E-02-04] 温度上昇を抑制する構造設計のための非定常熱・流体トポロジー最適化

*高荒 圭佑¹、干場 大也¹、高瀬 慎介²、西口 浩司¹、加藤 準治¹ (1. 名古屋大学、2. 八戸工業大学)

11:30 AM - 11:45 AM

10:45 AM - 11:00 AM (Wed. May 31, 2023 10:45 AM - 11:45 AM Room E)

[E-02-01] Micro-Macro Topology Optimization for Transient Heat Analysis in Porous Material

*スクランタルソールテープ¹、車谷 麻緒²、寺田 賢二郎¹、加藤 準治³ (1. 東北大学、2. 茨城大学、3. 名古屋大学)

解の類似性に着目した選択アルゴリズムによる データ駆動型トポロジーデザイン

Data-driven topology design
with a selection algorithm focused on solution similarity

関佳吾¹⁾ 矢地謙太郎²⁾ 藤田喜久雄³⁾
Keigo Seki, Kentaro Yaji and Kikuo Fujita

¹⁾大阪大学 大学院工学研究科 博士前期課程 学生 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: seki@syd.mech.eng.osaka-u.ac.jp)

²⁾博(工)大阪大学 大学院工学研究科 助教 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: yaji@mech.eng.osaka-u.ac.jp)

³⁾工博 大阪大学 大学院工学研究科 教授 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: fujita@mech.eng.osaka-u.ac.jp)

Data-driven topology design does not require gradient information and is effective for highly nonlinear multi-objective problems. However, shape diversity is often lost in the solution search process, resulting in only similar final solutions. In this study, we propose a method to perform solution search while suppressing the degradation of solution diversity by introducing a measure of solution shape similarity. The proposed method increases the shape diversity while maintaining the performance of the optimal shape.

Key Words : Data-driven topology design, Shape diversity, Shape similarity

1. 緒言

トポロジー最適化は構造最適化の中で最も自由度の高い最適化手法であり、その応用に対する産業界での期待は高まりつつある。しかしながら、勾配情報を用いた最適化手法では非線形性の強い設計問題を直接的に扱うことが困難であり、適用可能な設計問題は限定されている。そこで、勾配情報を用いないトポロジー最適化手法として、Yamasaki ら [1] によって提案されたデータ駆動型トポロジーデザインがある。

データ駆動型トポロジーデザインは、勾配情報を用いない解探索手法である進化的アルゴリズム (Evolutionary Algorithm, EA) に着想を得た手法である。何らかの方法により準備した初期解をもとに深層生成モデルを用いて似ているが存在しない解を生成し、性能を評価する。これを繰り返すことにより解の更新を行う。

非線形性の強い設計問題では目的関数は多峰性となる。多峰性のある設計問題において大域的な解の探索を行うには、親の解の形状多様性が保たれている必要がある。しかしながら、最適形状の更新過程において解の形状多様性が失われ、最終的に似たような形状ばかりしか得られない場合がある。これは、解の選択過程において選択の基準として目的関数のみに着目していることが原因であると考えられる。

多目的最適化問題においては、設計変数と目的関数値が一对一に対応せず、目的関数値が同じであっても設計変数が異なる、マルチモーダル多目的最適化問題 [2] と呼ばれる問題が存在する。多目的トポロジー最適化においても、目的関数値が同じだが形状が異なる解が存在すると考えられる。目的関数のみに着目した解の選択を行った場合、同等に優れた二つの解のうち一方が見逃されてしまう可能性がある。材料分布を更新

していくトポロジー最適化において、目的関数空間のみに着目した EA の選択方法をそのまま適用することは適切でない。最適化過程において形状多様性が失われられないよう、形状類似性を考慮しながら解の選択を行うべきである。

本研究では、材料分布の形状類似性を定量的に評価するための指標を導入し、解の選択根拠として用いることにより形状多様性を保ったまま解の更新が行われる最適化の枠組みを提案する。

2. データ駆動型トポロジーデザインによる多様な設計案の獲得

(1) データ駆動型トポロジーデザイン

本研究では、解を更新するために深層生成モデルを用いた解の生成を行う。ネットワークの構造が比較的単純であり、本研究で対象とするデータ駆動型の方法に適したロバスト性を持つ深層生成モデルとして、Variational Autoencoder (VAE) [3] がある。本研究では、深層生成モデルとして VAE を用いることとする。

a) Variational Autoencoder (VAE)

VAE は、入力データと出力データが一致するように学習を行う教師なし学習の一つであり、生成モデルであるため学習に用いた入力データには存在しないがそれらの特徴を継承した新たなデータを生成することが可能である。そのため、複数の材料分布を学習させることで複数の形状を継承した新たな材料分布を生成でき、生成された材料分布は学習させた材料分布よりも目的関数値が優れていることが期待される。

b) 最適化アルゴリズム

VAE を用いることで、材料分布をもとに形状の特徴を継承した新たな材料分布を生成することができる。こ

れを、親のデータをもとに子のデータを生成する交叉に対応付けることで、勾配情報を用いないEAの考え方をトポロジー最適化に応用したのがデータ駆動型トポロジーデザインである。EAの評価、選択、交叉、突然変異のステップを参考にし、材料分布を対象としてこれを模したステップを踏むことにより材料分布を更新する。具体的には、初期解として多様かつ目的関数値の優れた複数の材料分布を用意し、これらをVAEに学習させる。VAEは学習データの形状的特徴を抽出し、生成データにその特徴を継承させることができる。生成データには優れた目的関数値を実現する因子となる複数の形状的特徴が含まれ、学習データよりも優れたものが存在することが期待できる。生成データのうち、優れたデータは次世代の解に選択される。そして、データの多様性を維持するため、突然変異を導入する[4]。このプロセスを繰り返すことで、勾配情報を用いることなく多様で目的関数値の優れた材料分布を獲得することを図る。

データ駆動型トポロジーデザインの手順を示す。図-1にフローチャートを示す。

1. 初期データとして用いる複数の材料分布を用意する。
2. 初期データの性能を複数の目的関数値を計算することにより評価する。評価を行ったデータを評価データと呼ぶ。
3. EAの一つであるNSGA-II[5]の考え方を採用し、評価データから設定した個数だけデータを選択する。選択されたデータをエリート解と呼ぶ。
4. 設定された回数にイタレーションが到達した場合、エリートデータを最適化結果として計算を終了する。未到達の場合は次に進む。
5. DDM (Design domain mapping) [6]を用いて、エリートデータの材料分布を画像ベースの学習に適した正方領域に適合するように変換する。
6. 変換された材料分布を入力してVAEを学習し、VAEを用いて材料分布を新たに獲得する。獲得したデータを生成データと呼ぶ。
7. 生成データをDDMを用いて設計領域に適合するように逆変換する。

(2) 解の選択と生成における課題

既存のデータ駆動型トポロジーデザインは、解の選択方法と生成方法の両者に形状多様性に関わる問題があり、これが多様かつ優れた解の探索を妨げていると考える。まず、解の選択方法の抱える問題に関して述べる。

データ駆動型トポロジーデザインにおいては、多目的EAの一つであるNSGA-IIの考え方を解の選択に取り入れている。エリート解は目的関数空間に着目した非優越ソートと、目的関数空間上での混雑距離の算出によって選択される。非優越ソートでは目的関数値の優劣関係がランキングの基準となり、混雑距離による選択では図-2に示すように同ランクの隣接する二解が構成する四角形の二辺の長さの和を算出し、和が大きい解ほど目的関数空間上で特異であり残すべき解と判断し、優先的に選択する。したがって、解の選択において

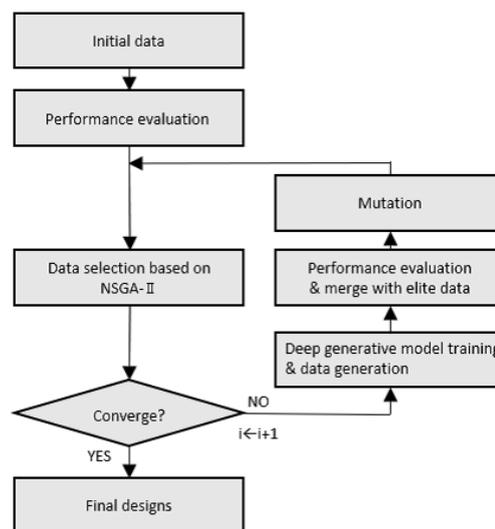


図-1 フローチャート

は目的関数値のみに着目し、目的関数空間上でエリート解が広範囲に分布することを目的として選択の優先順位を決定しているとわかる。これは、目的関数空間上で広範囲にエリート解を選択すれば形状の多様性が確保されるという、「目的関数空間上での多様性=設計変数空間上での多様性」が成り立つことを前提としたエリート解の選択を行っていることを意味している。

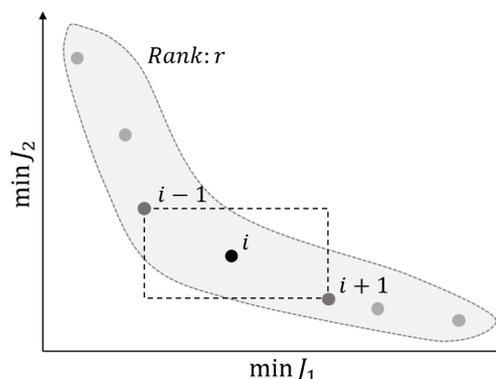


図-2 混雑距離の考え方

しかしながら、トポロジー最適化は目的関数値が同じでも形状が異なる解が存在するマルチモーダル多目的最適化問題の一種であり、目的関数空間上での多様性のみを考慮した選択アルゴリズムを適用することは不適切である。最適化過程において形状多様性を確保するため、形状の類似性を評価し、解の選択に直接反映させる必要がある。

次に、解の生成方法の抱える問題に関して述べる。VAEはエンコーダによって次元が削減されたデータをデコーダで再構成し、元データとの誤差が小さくなるように学習を行う。また、最適化過程で導入される突然変異は、学習したエリート解が有さない特徴を持った解(ユニークな解)を加えることで局所解に陥ることを防ぐ役割を持つ。しかしながら、突然変異によって

ユニークな解が生成され、これが目的関数値の優れた解としてエリート解に選ばれた場合においても、そのデータの数が少ないためにVAEに入力した際に再構成誤差の悪化にほとんど寄与しない可能性がある。この場合、たとえ突然変異で優れた形状的特徴のある解が生成されてもVAEによりその特徴を学習できず、優れた特徴を持つ新たな解が生成されない。VAEにユニークなデータを学習させる際にはその特徴を正常に学習できるように手法を改善する必要がある。

(3) 本研究のアプローチ

既存のデータ駆動型トポロジーデザインは、目的関数空間のみを判断の基準としてエリート解を選択しており、目的関数値がほぼ同じだが構造が異なる解を見落としてしまう可能性や、突然変異によって導入されたユニークな解をVAEで適切に学習できない可能性がある。これらが解探索における解の多様性の確保を妨げ、最適化結果の多様性が失われる一因であると考えられる。

本研究では、形状同士の類似性を定量的に評価するための指標を考案し、多様性の評価指標をエリート解の選択時および形状の生成時へ導入する枠組みを示す。各種枠組みを適用することにより最適化結果の形状多様性がどのように変化するかについて検証し、考察を行うことを目的とする。

3. 形状類似性の評価

(1) 評価指標に求められる性質

材料分布はベクトルで表現されるため、二つのベクトルの距離を測ることにより形状の類似性を評価する方法をとる。

データ駆動型トポロジーデザインにおいて求められる形状類似性の評価指標の性質としては次の三つが挙げられる。

1. 同じ材料分布同士の類似度は0である(同一性)。
2. 二つの材料分布A, Bについて、「AとBの類似度」と「BとAの類似度」は一致する(対称性)。
3. 最適化1ステップに要する時間に対する類似度計算の時間が小さい(計算コスト小)。

データ駆動型トポロジーデザインは最適化のステップごとに画像を生成するため、都度類似性を評価する必要がある。そのため、類似度計算のコストは最適化全体の計算時間に大きく影響し、類似性評価指標の選択基準として重要な観点である。

(2) L^2 距離による類似性評価

前節で述べた三つの性質を満たす距離の指標として、本研究では L^2 距離を用いる。 L^2 距離を用いた画像の類似性評価は平均二乗誤差としてVAEの学習においても用いられている[4]。

ベクトル表現された n 次元の画像 \mathbf{x} , \mathbf{y} に対し、 \mathbf{x} と \mathbf{y} の類似度を式(1)で定義する。

$$\text{Similarity}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2} \quad (1)$$

ただし、 x_i, y_i はそれぞれ \mathbf{x}, \mathbf{y} の i 番目の要素である。

\mathbf{x}, \mathbf{y} の i 番目の要素を比較し、どちらか一方にのみ材料が存在した場合に $x_i - y_i$ は大きな値をとる。これをすべての要素に対して足し合わせるため、二つの材料分布を重ね合わせ、重なり合う部分が少なかった場合に式(1)は大きな値をとる。したがって、式(1)の値が大きくなる二つの材料分布は類似度が小さいと判断できる。

式(1)を用いることにより、材料分布の集合 $X = \{\mathbf{x}_i \mid i = 1, 2, \dots, N\}$ において、他の形状と比較した、対象とする形状 \mathbf{x}_i のユニーク度を式(2)で定義する。

$$\text{Uniqueness}(\mathbf{x}_i) = \sum_{j=1}^N \text{Similarity}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) \quad (2)$$

本研究の目的は、最適化により得られる材料分布の集合に対して多様性を確保することである。そのため、生成された材料分布の集合に対しても多様性を論じる必要がある。

材料分布の集合 $X = \{\mathbf{x}_i \mid i = 1, 2, \dots, N\}$ に対して、 X の形状多様性を式(3)で定義する。

$$\text{Diversity}(X) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \text{Uniqueness}(\mathbf{x}_i) \quad (3)$$

式(3)において2で除しているのは、 $\text{Similarity}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ と $\text{Similarity}(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_i)$ の重複分を除くためである。

式(3)より、集合 X に多様な形状が含まれているほど形状多様性の値は大きくなる。

4. 形状類似性評価を取り入れた選択アルゴリズムの枠組み

(1) エリート解の選択方法への導入 (L^2 距離)

NSGA-IIに基づくエリート解の選択手法は目的関数空間における広範囲からの探索を実現することを目的としており、設計変数空間は考慮していない。そのため形状多様性が失われる可能性がある。しかしながら、目的関数空間上での優劣関係に基づいた非優越ソートによる解の選択は、目的関数値が優れた解を探索するという最適化の根本的考え方から不可欠な方法である。そこで、目的関数空間上の優劣を選択基準とする基本的な枠組みは変化させずに、混雑距離による解の選択から L^2 距離を用いた設計変数空間における多様性の向上を念頭に置いた解の選択に変更することとした。

検討した手法の手順を示す。

1. 非優越ソートによる解のランキングを行い、設定した個数に達するまでエリート解を選択する。
2. エリート解の個数が設定した個数に達した場合、最下位ランクのすべての解に対して式(2)を用いてユニーク度を算出する。
3. ユニーク度が大きなものから順に解を選択する。

(2) VAEに学習させる構造への導入 (複製)

最適化過程においてユニークな解が出現した場合においても、その数が少ない場合はVAEによる特徴抽出がうまく行えず、ユニークな解の特徴が生成データに

継承されない可能性がある。正常に特徴抽出を行う平易な方法として、ユニークな解を複製し、それらを学習させる方法が考えられる。ユニークな解を複製することで再構成誤差の増大に与える影響を大きくし、学習に反映させることができる。

検討した手法の手順を示す。本手法は、2章に示した最適化アルゴリズムの4と5の間に挿入される。

1. エリート解を構成するすべての解に対して式(2)によりユニーク度を算出する。
2. ユニーク度の降順にエリート解を並び替える。
3. ユニーク度が最大である解を最もユニークな解とし、ユニーク度が最小の解から順に設定した個数だけ最もユニークな解に置き換える。

(3) 検討した枠組み

4章(1),(2)節では、多様性評価指標の2つの導入箇所とその適用方法を示した。指標導入の有無に関して3つの枠組み案を構築することができる。

- 混雑距離+複製あり (Proposed 1)
- L^2 距離+複製なし (Proposed 2)
- L^2 距離+複製あり (Proposed 3)

5. 数値例

(1) 問題設定

3章で示した形状類似性評価指標を導入し、実際にデータ駆動型トポロジーデザインを行うための題材として、L字梁の設計問題を扱う。最大応力と体積を目的関数とする二目的最適化問題であり、設計領域は図-3のようになる。設計問題は式(4)で定義される。

$$\begin{aligned} & \underset{\gamma}{\text{minimize}} && J_1 = \max(\sigma_M) \\ & && J_2 = \int_D \gamma d\Gamma \\ & \text{subject to} && \int_L \mathbf{f} \cdot \mathbf{u} d\Lambda - C_{\max} \leq 0 \\ & && 0 \leq \gamma \leq 1 \end{aligned} \quad (4)$$

σ_M はミーゼス応力、 D は設計領域、 γ は材料の密度、 L は荷重の荷重領域、 \mathbf{f} は荷重領域の各区間に荷重される荷重、 \mathbf{u} は荷重領域の各区間の変位、 C_{\max} は平均コンプライアンスの上限値である。平均コンプライアンスを制約条件に設けることで、設計領域内で材料が不連続である、実現が不可能な設計案を棄却することができる。

本問題を選定した理由としては、最適化の過程でエリート解が似たような形状ばかりに限定され、局所解に陥っている可能性が濃厚である事例が確認されていること、データ駆動型トポロジー最適化以外の手法による最適化も行うことができ、将来的に他手法により生成された最適形状とも比較することにより提案手法の探索性能を考察することが可能であることが挙げられる。

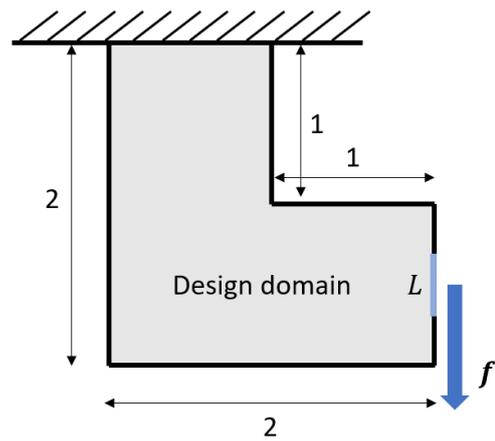


図-3 L字梁の計算領域

(2) 初期解

初期解には、図-4に示す体積を制約条件とした平均コンプライアンス最小化問題に対して、体積の値を変化させることによって得た37種類の最適形状を用いた。

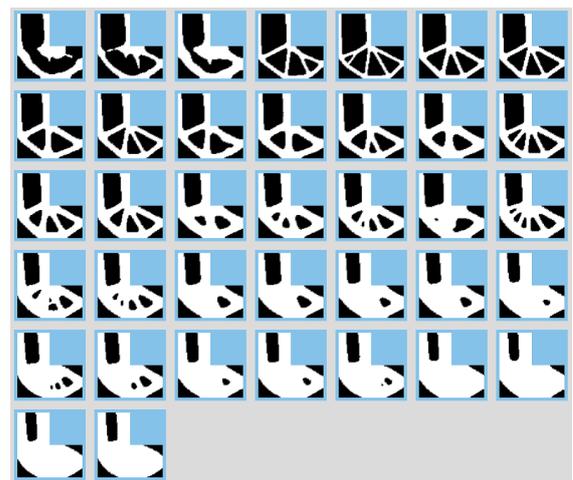


図-4 初期解とした形状

(3) 最適化結果

VAEによる新たな材料分布の生成は、潜在空間から乱数に基づくサンプリングを行っている。そのため、最適化アルゴリズム、初期解、イタレーション数がすべて同じであっても得られる材料分布は異なる。したがって、各手法それぞれ同じ初期解をもとに300イタレーションの最適化を5回ずつ実施し、それらの比較を行う。

VAEに学習させるデータはDDMにより正方領域に変換された材料分布である。そのため、4章(1),(2)節で示した評価指標の導入方法を用いる際、扱う材料分布は正方領域に変換されたデータとする。

解の選択にNSGA-IIに基づく方法を用い、 L^2 距離によるユニークな解の複製は行わない既存手法 (Original)、および4章(3)節で示したProposed 1,2,3による最適化

結果を示す。

選択するエリート解の個数は 256 個とし、解の複製が行われる場合、複製される解の個数は 16 個とした。

また、VAE に関する諸条件として、バッチサイズを 20、学習率を 0.001、エポック数を 400 とし、生成される解の個数は 256 個とした。潜在変数は 4 次元であり、潜在変数上でのサンプリング範囲は $[-4,4]$ の一様分布の乱数で構成される。

a) パレートフロントの比較

各手法 5 回ずつ実施した最適化のうち 300 イタレーション時点で最も Hypervolume [7] が大きい値を示したものを代表値として、初期解とともにパレートフロントを比較したものを図-5 に示す。ここで、Hypervolume とは目的関数空間でパレートフロントと参照点で囲まれた領域の面積に対応する値であり、値が大きいほど目的関数値が改善されていると判断できる。

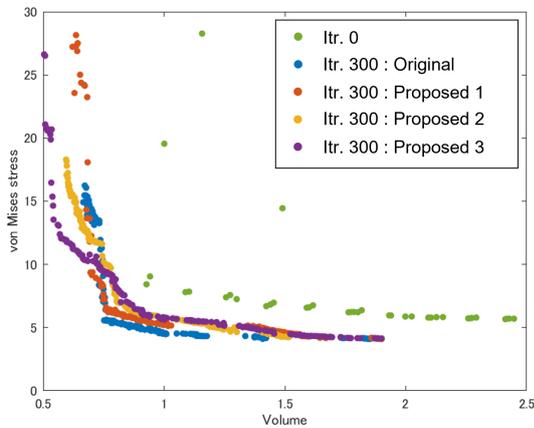


図-5 パレートフロントの比較

b) 形状の比較

各手法 5 回の最適化結果のクラスタ数とその平均値を表-1 に示す。そのうち、クラスタ数が最大となった Proposed1-1st について、得られた画像を図-6 に示す。ただし、図-6 には目視による形状に基づくクラスタリングを施した。同じ色で囲まれた画像は同じクラスタに属すると判断したことを表す。

Method	1st	2nd	3rd	4th	5th	Ave.
Original	5	6	6	9	5	6.2
Proposed 1	14	13	9	7	7	10
Proposed 2	4	8	6	11	8	7.4
Proposed 3	12	6	13	13	9	11

c) 形状的多様性の比較

式 (3) を用いて、各手法 5 回の最適化結果の形状多様性を導出した。各手法における形状多様性の平均値を図-7 に示す。

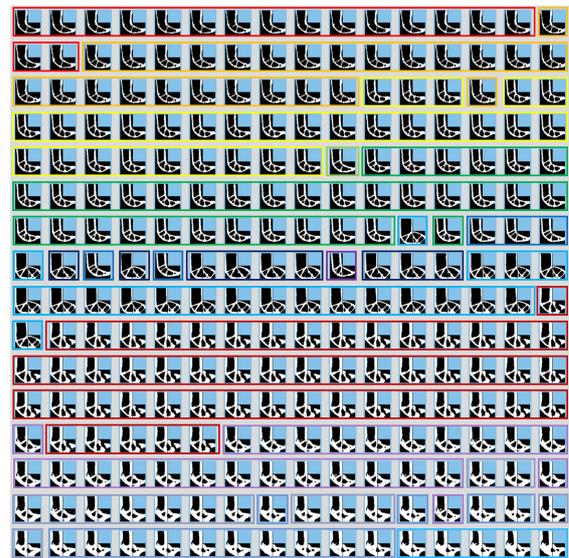


図-6 最適化の結果 (Proposed 1, 1st)

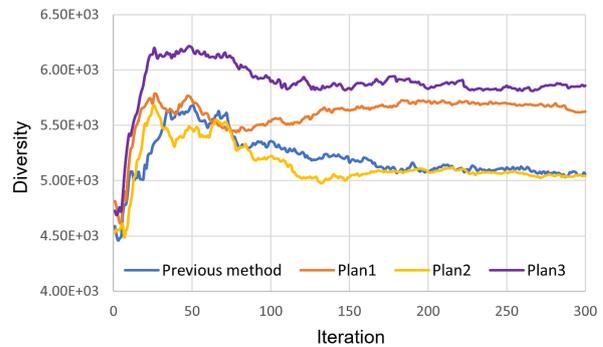


図-7 形状的多様性の推移

d) Hypervolume の比較

各手法 5 回の最適化結果の Hypervolume の遷移を平均したものを図-8 に示す。

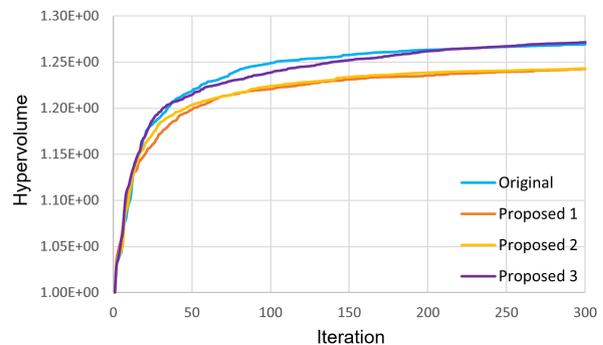


図-8 Hypervolume の推移

(4) 考察

図-5より、初期解と比較すると、すべての手法でパレートフロントが進展している。VAEによる解の生成によって初期解の特徴を抽出し、より優れた解を生成できていることがわかる。

また、解の分布に関しては、 L^2 距離に基づく類似度を選択の基準とし、混雑距離による解の選択を行わなかった Proposed 2,3 においても、混雑距離による解の選択を行った Original, Proposed 1 と比較して、解の分布が偏ることなく広範囲から解の選択ができていくことがわかる。図-5 の場合には、混雑距離を用いていない Proposed 3 において最も広範囲に、かつ連続的に解が分布していると判断できる。混雑距離を用い、目的関数空間上で広範囲から解を選択することによるパレートフロントの分布への影響は、少なくとも 300 イタレーション時点では現れていない。非優越ソートと解の類似性を選択基準とすることにより、混雑距離により目的関数空間上で解の分布を直接的に制御せずとも、十分に広範囲の解の分布を実現できている。

また、Hypervolume に関して、VAE による解の生成は確率モデルを用いているため、最適化の実行ごとに値に差が生じることを考慮すると、図-8 より、手法による Hypervolume に有意な差はないと判断できる。検討した各枠組みは既存手法による解探索の性能の水準を維持できている。

生成された形状の多様性に関しては、表-1 より、Proposed 2,4 の場合、すなわち、ユニークな形状の複製を行った場合は、複製を行っていない場合と比較してクラスタ数が多い傾向があることがわかる。図-6 から、多様な L 字梁の設計案が獲得できていることがわかる。ただし、Proposed 2 においてクラスタ数の最大値が 11 であるように、複製を採用しない場合であっても複製を採用した場合と同等のクラスタ数をとることもある。これは、VAE を用いた潜在空間からのサンプリングが確率に基づくものであることに由来すると考えられる。サンプリングにより、既存の材料分布には見られないユニークな構造で、かつ目的関数値が良好な形状を生成できた場合には、ユニークな形状の複製を行うことなく、目的関数値上での優劣関係に基づく解の選択のみで形状多様性が大きくなるのが起こりうるためである。ユニークな解の複製を行うことによる効果は、平均して形状多様性をより大きくすることにあるといえる。

6. 結言

本研究では、データ駆動型トポロジーデザインに形状類似性を評価する指標を導入し、形状多様性の劣化を抑えながら解の探索を行う枠組みを提案した。また、L 字梁の設計問題を例題として最適化を行うことで、提案手法の有効性を検証した。

既存のデータ駆動型トポロジーデザインの枠組みでは、解の選択基準として解の形状類似性を考慮せず、目的関数値のみを用いているため、得られる解の多様性が小さくなる問題を抱えていた。そこで、 L^2 距離に基づく形状類似性の評価指標を選択アルゴリズムに取り入れ、ユニークな形状を選択、複製し、VAE に入力する数を増やすことで、得られる解の形状多様性指標が

向上し、クラスタ数も増加することが確認できた。また、既存手法と比較して、提案手法は解の目的関数値が劣らないことが確認された。したがって本研究では、データ駆動型トポロジーデザインにおいて、解の形状類似性を評価する指標を選択アルゴリズムに取り入れることにより得られる解の形状多様性を大きくすることができた。

しかしながら、得られた形状に対して形状多様性を評価する際に用いた指標は、選択アルゴリズムに取り入れた形状類似性評価指標に基づくものを用いている。 L^2 距離に基づく指標を導入したことによる形状多様性増大の効果についてより客観的な評価を行うには、得られた形状に対して L^2 距離に基づく指標とは別の指標をもとに形状多様性を評価する必要がある、そのような指標を構築することが今後の課題であると考えられる。

謝辞: 本研究の一部は JSPS 科研費 20KK0329 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] S. Yamasaki, K. Yaji, and K. Fujita: Data-driven topology design using a deep generative model, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol 64, pp. 1401–1420, 2021.
- [2] 金 美和, 廣安 知之, 三木 光範: 目的関数空間と設計変数空間におけるパレート最適解の多様性を維持するアーカイブメカニズム, *情報処理学会論文誌*, Vol 46, No. 17. pp. 102–113, 2005.
- [3] D. P. Kingma, and M. Welling: Auto-encoding variational bayes, arXiv:1312.6114, 2004.
- [4] K. Yaji, S. Yamasaki, and K. Fujita: Data-driven multifidelity topology design using a deep generative model: Application to forced convection heat transfer problems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol 388, 114284, 2022.
- [5] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan: A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol 6, No. 2, pp. 182–197, 2002.
- [6] S. Yamasaki, K. Yaji, and K. Fujita: Knowledge discovery in databases formulation in topology optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol 59, pp. 595–611, 2019.
- [7] K. Shang, H. Ishibuchi, L. He, and L. M. Pang: A Survey on the Hypervolume Indicator in Evolutionary Multiobjective Optimization, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol 25, No. 1, pp. 1–20, 2020.

荷重変位関係を目的関数とするトポロジー最適化

Topology Optimization for Target Load-displacement Relationship

鈴木琢也¹⁾

Takuya Suzuki

1) 博士(工学) 竹中工務店 (〒270-1395 千葉県印西市大塚1-5-1, E-mail: suzuki.takuya@takeaka.co.jp)

In this study, we propose and verify a noble topology optimization method for a shape meeting with the target load displacement relationship. First, we explain the proposed method. Then, we verify its effectiveness through a simple beam problem. As a result, we confirm that the proposed method is effective for topology optimization considering target load-displacement relationship.

Key Words : Optimization, Inverse analysis, Load-displacement relationship

1. はじめに

構造物等の形状設計において、性能を最大限に高める最適な形状を得ることは重要である。形状探索の一つとして、「トポロジー最適化」(例えば, [1]~[3])がある。この方法は、幅などの部材の寸法自体を設計変数とする「寸法最適化」や部材の外形線を設計変数とする「形状最適化」とは異なり、設計対象とする空間における分布を設計変数とする自由度の高い最適化手法である。分布そのものを探索するため、部材の中に穴や空隙を設けるといった形状も探索可能となり、部材の軽量化などに多く利用されている。

一方で、トポロジー最適化の目的関数は、剛性の最大化や材料効率の最大化など単一の目標値であることが多い。これらは、部材が弾性範囲内であることを前提にした最適化といえる。しかしながら、建築分野における制振ダンパーなどの塑性化を許容した部材設計においては、単なる剛性だけではなく、荷重変位関係についても設計的な要求がある。そのため、これらの要求を満たした上での効率的な形状探索が必要となるが、そのようなトポロジー最適化の事例は存在しない。このような新しい最適化技術と、近年発展が著しい3Dプリンタ等の造形技術を融合させることができれば、これまでになく新しい部材の開発に繋がることを期待できる。

そこで、本研究においては、目標とする荷重変位関係を満足するトポロジー探索手法を提案し、その効果を検証することを目的とする。まず、提案手法について説明し、つづいて簡単な単純梁の事例を通して、目標荷重変位関係を満足する形状探索が可能かどうかを検証する。

2. 提案する最適化手法

(1) 提案手法の特徴

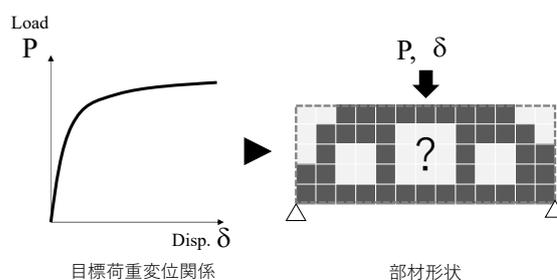


図-1 荷重変位関係を目的とするトポロジー最適化

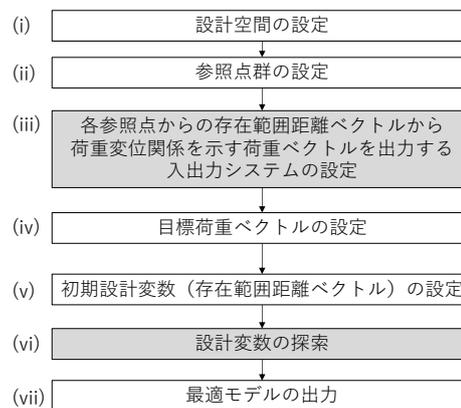


図-2 探索手順

図-1には、提案手法で実現するトポロジー最適化のイメージを示す。目標荷重変位関係を満足するトポロジーを探索するための本提案手法の特徴は以下である。

- 設計変数を、「設計空間内に複数設定した参照点からの要素の存在範囲距離ベクトル」とする。
- 目的関数を、目標とする荷重変位関係に対応する「荷重ベクトル」とする。
- 設計変数を入力、目的関数を出力とする入出力システムを構築する。この入出力システムに対する逆解析を

実施して、設計変数を探索する。

・逆解析手法には、ノイズの混入を防ぎつつ、多入力-多出力の入出力システムの逆解析が可能となるモーダル反復誤差修正法^[4]を用いる。

図-2には、入出力システムの設定を含めた本提案手法による探索を行う全体のフローを示す。以降では、本提案手法の特徴である(iii)で設定する入出力システム、および(vi)の探索に用いる逆解析手法のそれぞれの詳細について説明する。

(2) 想定する入出力システム

図-3には、提案手法で想定する入出力システムを示す。提案手法では、設計空間上に設定された参照点から要素が存在する範囲を示す「存在範囲距離」を設計変数(すなわち入力)とする。設計空間内に参照点を複数設定し、そのそれぞれが存在範囲距離 L_i (存在範囲距離ベクトル $\{L_i\}$)を有する。その存在範囲距離内に要素が存在するとして解析モデルが生成される。図-4には、解析の要素メッシュを格子とし、要素中心が範囲距離内にある要素(図中灰色)をモデル化する場合の例を示す。簡単のため、2次元の場合を示すが、3次元モデルにも拡張可能である。また、要素メッシュが格子である必要もなく、オートメッシュ機能により存在距離に応じて要素メッシュを再生成しても良い。

つづいて、存在範囲距離ベクトルに応じて、作成されたモデルに対して応力解析が実施され、荷重変位関係が得られる。荷重変位関係は、予め指定された変位群に対応する荷重ベクトル $\{P\}$ として出力される。

以上のように、要素の存在範囲に対応する存在範囲距離ベクトル $\{L_i\}$ から荷重変位関係に対応する荷重ベクトル $\{P\}$ を算出する処理が、本提案手法において逆解析の対象となる入出力システムである。この入出力システムに対して、目標とする出力(荷重変位関係)を得るような、入力(存在範囲距離、すなわちモデル)が手順(vi)において探索される。

(3) モーダル反復誤差修正法の概要

文献[4]で提案されたモーダル反復誤差修正法は、出力誤差ベクトル $\{r\}$ の入力ベクトル $\{x\}$ の各成分に対する偏微分で構成されるマトリクス(ヤコビアンマトリクス)の特異値分解結果から主要なモードと不要なモードを抽出し、前者を誤差ベクトルの減少に、後者を入力ベクトルに含まれる不要な成分の除去に利用して、反復的に入力ベクトルを修正していく手法である。偏微分マトリクスの算出には、解析微分、数値微分のいずれを用いてもよい。全体的なフローは一般化ニュートン法と同一であるが、偏微分マトリクスの逆行列を主要なモードのみで再構築する点、不要なモードを除去する処理が追加されている点に特徴を有する。主要なモードと不要なモードは特異値分解の結果から得られる特異値で判断する。主要なモードを用いて誤差を修正することで、効率的な誤差ベクトルの縮小が可能になる。また、入力ベクトルに含まれる

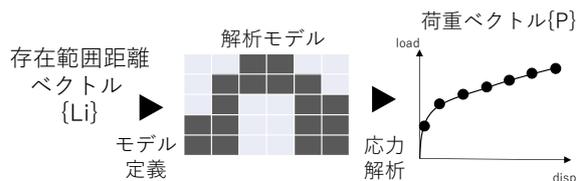


図-3 入出力システム

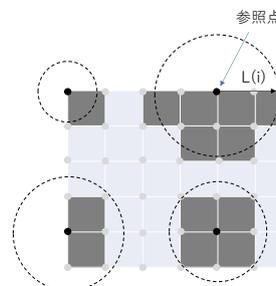


図-4 存在範囲距離によるモデル生成の一例

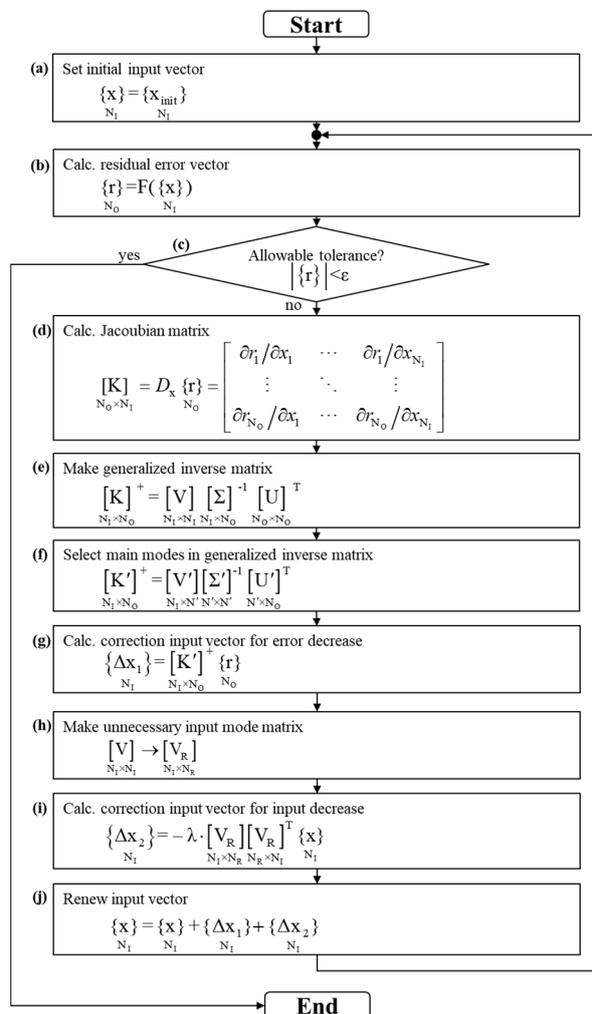


図-5 モーダル反復誤差修正法の演算手順^[6]

不要なモードを予め定めた削減率の分だけ削除する処理を行うことで、誤差に影響を与えないノイズ成分の排除と安定的な解の探索を可能にしている。

これまでに、模擬地震動のスペクトル多価フィッティング^[5]のほか、目標荷重変位を再現するダンパーの形状探

索^[6], 解析モデルのパラメータ同定^[7], 関数の係数同定^[8]などにおいて適用性が確認されている。図-5には文献[6]に示された演算手順を示す。

3. 例題による効果の検証

(1) 例題概要

図-6には今回例題とする最適化問題を示す。例題とする構造は、両端ピン支持の梁とする。この梁の上部中央に集中荷重が载荷される。このときの鉛直荷重と鉛直変位の関係がこの最適化問題で目標とする荷重変位関係となる。図中、破線で囲んだ区間が設計空間であり、与えられた目標荷重変位関係を実現するための、設計空間内の要素の配置の分布状態（すなわち形状）が探索される。

(2) 解析条件

まず、荷重変位関係を算定する順解析条件について説明する。応力解析は2次元問題とし、非線形の平面応力要素を用いる。材料は鋼材を想定し、ヤング率205GPa, ポアソン比0.3を用いる。Misesの非線形モデルを適用し、降伏強度は400MPa, 二次剛性比は初期剛性の1/1000とする。メッシュは固定として、鉛直方向50分割, 水平100分割とする。メッシュは全て20mmの正方形となる。

要素の生成を判定するための参照点の位置を図-7に示す。参照点は121個存在する。対称性を考慮して、変数の数を減らしている。参照点ごとに設定された影響距離の範囲内に要素中心が存在するメッシュがモデルとして顕在化する。なお、探索の安定性向上のため、範囲外にある要素については、剛性1/100000の線形要素を配置する。

以上の手順で生成されたモデルに対して、中央部に鉛直下方20mmの強制変位を作用させて、荷重変位関係を出力する。荷重は変位0.2mm毎に出力し、それぞれの荷重値が順解析における出力ベクトル（100元）となる。

つづいて、逆解析条件について説明する。図-8には目標とする荷重変位関係を灰実線で示す。比較のため、全要素が存在する場合の荷重変位関係を黒破線で併せて示す。目標とする荷重変位関係は、剛性200kN/mm, 降伏荷重600kN, 降伏後の二次剛性比1/100のバイリニアとする。設計変数は、各参照点からの影響範囲距離 L_i として、初期値は80mmとする。この初期値では設計空間の全てに要素が生成される。

誤差を減らすための主要なモードは、「誤差ベクトルのノルム比」^[9]によって選定する。判定に用いるノルム比は先行研究^[9]にならって、0.2とした。なお、第1特異値の 10^{-4} 倍以下の特異値となるモードは除いた。不要な入力成分を除去する処理において縮退するモードを選択する際に特異値が十分小さいと判断する特異値の閾値は、第1特異値の 10^{-2} 倍未満とし、モードの削減率 λ は0.10とする。

反復計算の繰返し回数は100回で打ち切りとし、偏微分マトリクスを構成するための各設計変数に対する偏微分は数値微分を用いて算定する。具体的には、当該設計変数のみを0と80に変更した場合のそれぞれの応力計算を実

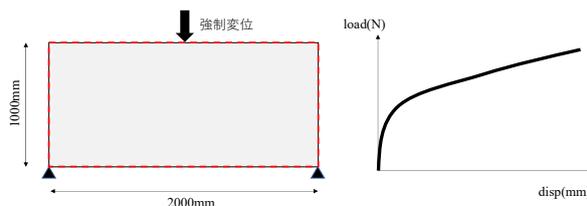


図-6 例題とする最適化問題

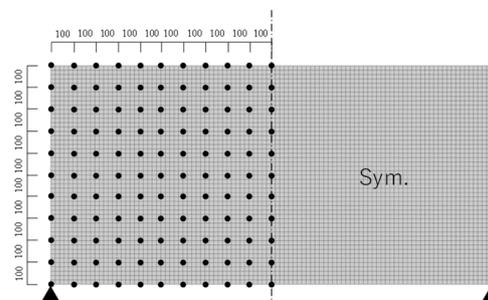


図-7 参照点の配置

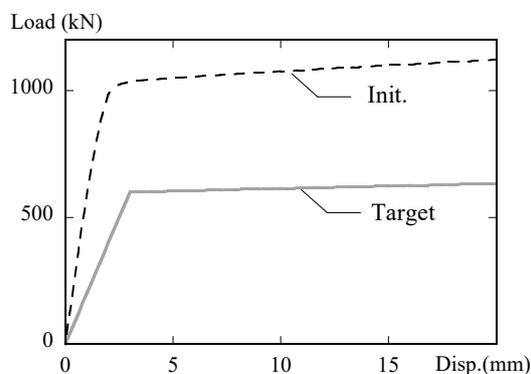


図-8 目標とする荷重変位関係

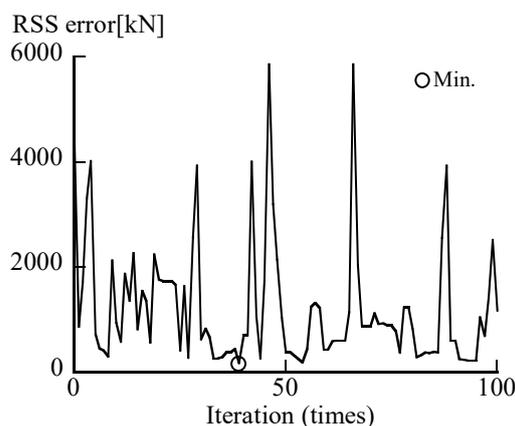


図-9 誤差縮小の様子

施して、当該変数に対する偏微分を計算する。

(3) 解析結果

図-9には、誤差ベクトルのノルム（残差二乗和平方根）の収束の様子を示す。図中丸印は、最も誤差が小さくなった点である。図より、初期に4000kN程度あった誤差は、やや大きい振動を繰り返すものの、39回の収斂計算で最小の174kNまで減少した。

図-10には、収斂回数39回での荷重変位関係を、図-11には解析モデルの形状を示す。図より、荷重変位関係は目標とする荷重変位関係とよく整合していることが分かる。バイリニアの折点の部分で差異が見られるが、これの急激な変化はどのような形状でも実現できない厳しい目標であったためと考えられる。

また、探索された形状は、载荷点と支持点を結ぶトラス形状となっており、不要な箇所には要素が配置されない合理的な形状が探索されている。トラスの幅が変化しているがこれにより目標とする荷重変位関係を実現していると推察される。

以上のように、提案手法によって、目標荷重変位関係を満足するトポロジー最適形状が探索できることが確認できた。

4. まとめ

本研究においては、目標とする荷重変位関係を満足するトポロジー探索手法を提案し、その効果を検証することを目的とする。まず、提案手法について説明し、つづいて簡単な片持ち梁の事例を通して、提案手法の効果を検証した。得られた知見を以下に示す。

- (1)設計空間上に設定した複数の参照点からの影響範囲距離を設計変数として、目的関数である荷重変位関係を満足する影響範囲距離を探索するトポロジー最適化手法を提案した。具体的には、影響範囲距離ベクトルからモデル作成、解析実施、結果処理までの一連の流れを順解析とみなして、この逆問題を解くことで、目標を満足する影響範囲距離ベクトルの探索を行う。探索には、ノイズ除去機能を有するモーダル反復誤差修正法を用いることで、不要な空間に要素を配置しない形状の探索を可能にしている。
- (2)片持ち梁の荷重変位関係を例題として、提案する形状探索手法の適用性を確認した。制振ダンパー等への適用を想定し、目標荷重変位関係は大きく非線形領域に入るものを用いた。その結果、提案手法によって、目標荷重変位関係を満足するトポロジー最適化が可能になることが確認できた。

参考文献

- [1] Bendsøe, Martin Philip, Kikuchi, Noboru: Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Volume 71, Issue 2, pp.197-224, 1988
- [2] Bendsøe, Martin Philip: Optimal shape design as a material distribution problem; *Structural Optimization*, Vol.1, No.4, pp.193-202, 1989
- [3] J. A. Sethian, A. Wiegmann: Structural boundary design via level-set and immersed interface methods; *Journal of Computational Physics*, Vol.163, No.2, pp.489-528, 2000

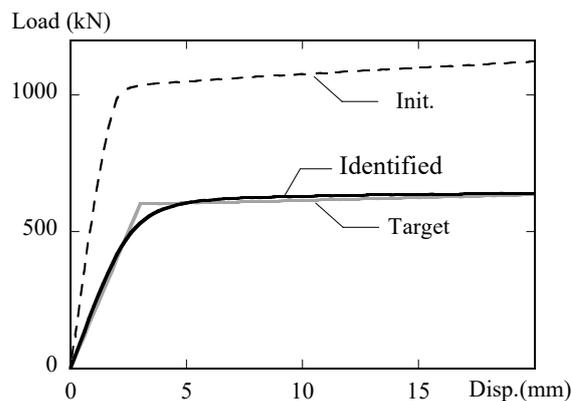


図-10 探索された形状の荷重変位関係 (iter.=39)

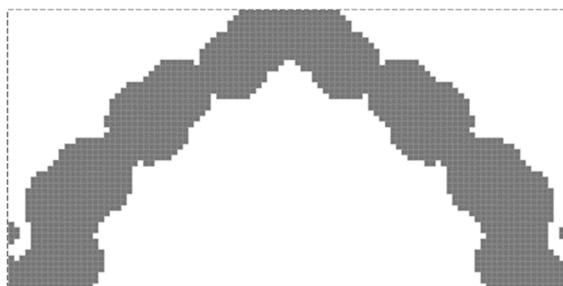


図-11 探索された形状 (iter.=39)

- [4] Suzuki, T.: Input Motion Inversion in Elasto-plastic Soil Model by Using Modal Iterative Error Correction Method, *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol.83, No.749, pp.1021-1029, 2018.7
- [5] Suzuki, T.: Generation of Simulated Earthquake Motions Considering Actual Earthquake Phase and Multi Target Response Spectrums, *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol.84, No.760, pp.811-818, 2019.6
- [6] Suzuki, T. et al: Shape optimization of Hourglass-shaped damper using Fe-Mn-Si-Based alloy considering target Load-displacement relationship and target fatigue characteristics, *Construction and Building Materials*, Vol.366, 130091, 2023
- [7] Suzuki, T.: Input Motion Inversion in Elasto-plastic Soil Model by Using Modal Iterative Error Correction Method, *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol.83, No.749, pp.1021-1029, 2018.7
- [8] Suzuki, T.: Equation Discovery using Mode Extraction via Singular Value Decomposition, *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol.86, No.783, pp.838-847, 2021.5
- [9] Suzuki, T.: Mode selection method in modal iterative error correction for stabilization of convergence, *Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ)*, Vol.84, No.756, pp.195-203, 2019.2

温度上昇を抑制する構造設計のための 非定常熱・流体トポロジー最適化

Basic study on unsteady-state thermal-fluid topology optimization to design temperature rise suppression structures

高荒圭佑¹⁾ 干場大也²⁾ 高瀬慎介³⁾ 西口浩司⁴⁾ 加藤準治⁵⁾
Keisuke Takaara, Hiroya Hoshiba, Shinsuke Takase, Koji Nishiguchi and Junji Kato

¹⁾名古屋大学 大学院工学研究科 (〒464-8601 愛知県名古屋市千種区不老町, E-mail: takaara.keisuke.c9@s.mail.nagoya-u.ac.jp)

²⁾博(工) 名古屋大学 大学院工学研究科 助教 (E-mail: hiroyahoshiba@civil.nagoya-u.ac.jp)

³⁾博(工) 八戸工業大学 大学院工学研究科 准教授 (E-mail: takase@hi-tech.ac.jp)

⁴⁾博(工) 名古屋大学 大学院工学研究科 准教授 (E-mail: kojinishiguchi@civil.nagoya-u.ac.jp)

⁵⁾Dr.-Ing. 名古屋大学 大学院工学研究科 教授 (E-mail: junjikato@civil.nagoya-u.ac.jp)

This paper deals with density-based topology optimization for unsteady-state thermal-fluid interaction problems. Governing equations are incompressible Navier-Stokes and energy equation, discretized with stabilized finite element method and Crank-Nicolson method. Sensitivity analysis is conducted based on the discrete adjoint method which yields exact sensitivities for discrete optimization problem. Numerical examples address the minimum thermal compliance problems for both natural and forced convection. The features of the topologies obtained for different heating times and their performances are investigated.

Key Words : *Topology optimization, Unsteady-state thermal-fluid problems, Finite element method*

1. 序論

近年、電子機器の高集積化に伴い発熱密度が大幅に上昇したことから、その熱対策が不可欠となっている。このような背景から、製品開発の初期段階から合理的な熱の移動と流体の流れを同時に考慮したものづくり、中でもトポロジー最適化を駆使した新しい設計・製造プロセスが注目されている。

熱・流体問題を対象としたトポロジー最適化の最初期の研究は、Dede[1]やYoon[2]による研究である。Dedeは、流体のエネルギー損失および解析対象領域の平均温度の重み付き和を目的関数とし、これを最小化する流路構造を得た。Yoonは、熱・流体場における熱コンプライアンス最小化問題を実施するとともに、熱・流体問題を考慮することで生じる局所最適解の問題も指摘している。その後、自然対流問題[3]~[5]、RANS(Reynolds-Averaged Navier-Stokes)に基づく乱流問題[6]など、数多くの設計問題に展開されている。ただし、上記の熱流体問題のトポロジー最適化手法は、定常流れを対象としており、非定常流れを考慮した設計には適用できない。実現象としては、速度場や温度場は時間的に変化するため、その非定常性を考慮した設計が必要となる場合は多い。また、扱う問題によっては、流れ場を安定的に解析することができない場合もある。

この課題を解決するため、非定常熱・流体問題を考慮したトポロジー最適化手法がいくつかの研究で提案されている。Coffin and Maute[7]はレベルセット法とXFEM(Extended Finite Element Method)を用いて固体-流体間の界面条件を取り扱いつつ、定常および非定常状態の自然対流場におけるトポロジー最適化を実施している。

Yaji et al.[8]は大規模三次元非定常熱・流体問題に対するトポロジー最適化を実施するとともに、並列化効率の評価を行なっている。Zeng et al.[9]はpseudo-3Dモデルを提案するとともに、1秒程度の瞬間的な冷却性能に着目したヒートシンクの設計問題を紹介している。Xie et al. [10]は、熱・流体解析に格子ボルツマン法を用いつつ、レベルセット法に基づきトポロジー最適化を実施している。

以上のように、近年では非定常熱・流体問題を前提としたトポロジー最適化手法が提案されているものの、各手法はレベルセット法などの特定の材料表現法を前提としており、それ以外の手法に対する適用性・拡張性については明らかでない。そこで本研究では、自然対流問題に対する密度法の適用性と随伴法による解析的感度の精度の検証を主題として、非定常熱・流体問題のトポロジー最適化を前提とした数値検証を行う。はじめに、定常問題を扱った先行研究[3]を拡張する形で、非定常問題に対するトポロジー最適化手法を構築する。支配方程式はNavier-Stokes方程式およびエネルギー方程式であり、これらは安定化有限要素法とCrank-Nicolson法により離散化する。続いて、Michaleris et al.[11]による一般的な感度解析手法をもとに非定常熱・流体問題における感度および随伴問題を具体的に定式化する。さらに、算出される感度の精度を参照解と比較検証する。また、密度法に基づき逆透過率に加えて熱伝導率、単位体積あたりの熱容量を密度に関する補間関数で表現する。その上で本手法を非定常の強制対流場および自然対流場における熱コンプライアンス最小化問題に適用し、得られるトポロジーの特徴やその性能を調べる。

2. 支配方程式

(1) 非定常熱・流体問題の支配方程式

非定常熱・流体問題の支配方程式として、以下に示す非圧縮性 Newton 流体を仮定した Navier-Stokes 方程式および連続式、エネルギー方程式を用いる。

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - f_i^B - f_i^{\text{ext}} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (2)$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} - k \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2} - Q = 0 \quad (3)$$

x_i は空間座標, t は時間, u_i は流速, p は圧力, ρ は質量密度, μ は粘性係数, f_i^B は後述する Brinkman-penalization 項, f_i^{ext} は外力, T は温度, c は比熱, k は熱伝導率, Q は加熱率を表す. 添字 i および j は空間自由度に対応するインデックスである. なお, 本研究では, 質量密度, 熱伝導率, 比熱, 粘性係数の温度依存性は考慮せず一定とする.

Dirichlet 境界条件, Neumann 境界条件は以下のように表される.

$$u_i = \bar{u}_{Di} \quad \text{on } \Gamma_u \quad (4)$$

$$\left(-p \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right) n_j = \bar{h}_{Ni} \quad \text{on } \Gamma_h \quad (5)$$

$$T = \bar{T}_{Di} \quad \text{on } \Gamma_T \quad (6)$$

$$k \frac{\partial T}{\partial x_j} n_j = \bar{q}_N \quad \text{on } \Gamma_q \quad (7)$$

ここで, Γ_u と Γ_T はそれぞれ, 流速と温度に関する Dirichlet 境界, また Γ_h と Γ_q はそれぞれ, トラクションと熱流束に関する Neumann 境界である. \bar{u}_{Di} , \bar{T}_{Di} はそれぞれの Dirichlet 境界上で規定される流速と温度である. \bar{h}_{Ni} , \bar{q}_N はそれぞれの Neumann 境界上で規定されるトラクションと熱流束である. なお, δ_{ij} は Kronecker のデルタ, n_i は外向き単位法線である.

また, 初期条件が次式のように与えられる.

$$u_i = \bar{u}_{0i} \quad \text{at } t = 0 \quad (8)$$

$$T = \bar{T}_0 \quad \text{at } t = 0 \quad (9)$$

(2) Brinkman-penalization による固体領域の表現

流体と固体の分布問題をトポロジー最適化の枠組みで取り扱うために, 流体と固体を含む領域全体で統一的な支配方程式を記述する必要がある. これを実現するため, Borvall and Peterson[12] の手法に基づき, 次式で定義される Brinkman-penalization 項を導入する.

$$f_i^B = -\alpha u_i \quad (10)$$

ここで, α は逆透過率を表す. α は数値不安定が生じない範囲で大きな値とする.

3. 離散化方程式

(1) 安定化有限要素法に基づく離散化

式 (1), (2) に対して, SUPG/PSPG (Streamline Upwind Petrov-Galerkin / Pressure Stabilizing Petrov-Galerkin) 法に基づく安定化有限要素法を適用し, 式 (3) に対して SUPG (Streamline Upwind Petrov-Galerkin) 法に基づく安定化有限要素法を適用すると, 以下の時間に関する常微分方程式を得る.

$$\begin{aligned} (\mathbf{M} + \mathbf{M}_S) \dot{\mathbf{u}}_i + (\mathbf{A} + \mathbf{A}_S + \mathbf{B} + \mathbf{B}_S) \mathbf{u}_i - (\mathbf{G}_i - \mathbf{G}_{Si}) \mathbf{p} \\ + \mathbf{D}_{ij} \mathbf{u}_j = \boldsymbol{\Sigma}_i + \mathbf{F}_i + \mathbf{F}_{Si} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\mathbf{C}_j \mathbf{u}_j + \mathbf{M}_{Pj} \dot{\mathbf{u}}_j + (\mathbf{A}_{Pj} + \mathbf{B}_{Pj}) \mathbf{u}_j + \mathbf{G}_P \mathbf{p} = \mathbf{F}_P \quad (12)$$

$$(\mathbf{E} + \mathbf{E}_S) \dot{\mathbf{T}} + (\mathbf{H} + \mathbf{K} + \mathbf{H}_S) \mathbf{T} = \mathbf{L} + \mathbf{Q} + \mathbf{Q}_S \quad (13)$$

ここで, \mathbf{u}_i は節点流速ベクトル, \mathbf{p} は節点圧力ベクトル, \mathbf{T} は節点温度ベクトルを表す. $\mathbf{M}, \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{G}, \mathbf{D}, \mathbf{C}$ はそれぞれ, Navier-Stokes 方程式における時間, 移流, Brinkman-penalization, 圧力, 粘性, 連続の各係数行列を表す. また, $\boldsymbol{\Sigma}_i, \mathbf{F}_i, \mathbf{L}, \mathbf{Q}$ はそれぞれの境界でのトラクション項, 外力項, 熱流速項, 熱の発生項を表す. 添字 S, P はそれぞれ SUPG 法, PSPG 法に起因する項を表している.

(2) 時間方向の離散化

空間離方向の離散化を施した式 (11), (12), (13) に対し, 時間方向の離散化を行う. 時間方向の離散化において, 時間微分項は次のように評価する.

$$\frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = \frac{\mathbf{u}_i^{(n+1)} - \mathbf{u}_i^{(n)}}{\Delta t} \quad (14)$$

$$\frac{d\mathbf{T}}{dt} = \frac{\mathbf{T}^{(n+1)} - \mathbf{T}^{(n)}}{\Delta t} \quad (15)$$

また, 流速, 温度に対して Crank-Nicolson 法を適用し, また圧力と式 (12) の第 1 項を陰的に取り扱うと, 式 (11), (12), (13) は以下ようになる.

$$\begin{aligned} (\mathbf{M} + \mathbf{M}_S) \frac{\mathbf{u}_i^{(n+1)} - \mathbf{u}_i^{(n)}}{\Delta t} + (\mathbf{A} + \mathbf{A}_S + \mathbf{B} + \mathbf{B}_S) \mathbf{u}_i^{(n+\frac{1}{2})} \\ - (\mathbf{G}_i - \mathbf{G}_{Si}) \mathbf{p}^{(n+1)} + \mathbf{D}_{ij} \mathbf{u}_j^{(n+\frac{1}{2})} = \boldsymbol{\Sigma}_i + \mathbf{F}_i + \mathbf{F}_{Si} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_j \mathbf{u}_j^{(n+1)} + \mathbf{M}_{Pj} \frac{\mathbf{u}_j^{(n+1)} - \mathbf{u}_j^{(n)}}{\Delta t} + (\mathbf{A}_{Pj} + \mathbf{B}_{Pj}) \mathbf{u}_j^{(n+\frac{1}{2})} \\ + \mathbf{G}_P \mathbf{p}^{(n+1)} = \mathbf{F}_P \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{E} + \mathbf{E}_S) \frac{\mathbf{T}^{(n+1)} - \mathbf{T}^{(n)}}{\Delta t} + (\mathbf{H} + \mathbf{K} + \mathbf{H}_S) \mathbf{T}^{(n+\frac{1}{2})} \\ = \mathbf{L} + \mathbf{Q} + \mathbf{Q}_S \end{aligned} \quad (18)$$

ここで, $\mathbf{u}_i^{(n+\frac{1}{2})}, \mathbf{T}^{(n+\frac{1}{2})}$, は以下の式で求める.

$$\mathbf{u}_i^{(n+\frac{1}{2})} = \frac{1}{2} (\mathbf{u}_i^{(n+1)} + \mathbf{u}_i^{(n)}) \quad (19)$$

$$\mathbf{T}^{(n+\frac{1}{2})} = \frac{1}{2} (\mathbf{T}^{(n+1)} + \mathbf{T}^{(n)}) \quad (20)$$

また、移流速度 \bar{u}_i は、2次精度の Adams-Bashforth 法により以下のように近似し、陽的に求める。

$$\bar{u}_i = \frac{3}{2}u_i^{(n)} - \frac{1}{2}u_i^{(n-1)} \quad (21)$$

これまでの離散化過程により、方程式系 (16), (17) は流速ベクトルおよび圧力ベクトルを、また方程式系 (18) は温度ベクトルを求める連立一次方程式となる。未知量を左辺に、既知量を右辺に分離し、方程式系 (16), (17) および方程式系 (18) を以下のように記す。

$$\mathcal{A}_{NS}v_{NS}^{(n+1)} = b_{NS} \quad (22)$$

$$\mathcal{A}_{Eg}v_{Eg}^{(n+1)} = b_{Eg} \quad (23)$$

ここで、 v_{NS} は節点での速度および圧力を表すベクトル、 v_{Eg} は節点温度を表すベクトルである。 \mathcal{A}_{NS} , \mathcal{A}_{Eg} は係数行列、 b_{NS} , b_{Eg} は既知のベクトルである連立一次方程式系 (22) および (23) の解法として、それぞれ GPBi-CG (Generalized Product-type method based on Bi-CG) 法、Bi-CG 法を用いる。

4. トポロジー最適化問題とその解法

(1) 密度法に基づく2相材料の表現

流体と固体の分布問題を考えるため、密度法によるトポロジー最適化の方法論に基づき、要素番号 e に対応する有限要素内部の材料密度 ϕ_e を次式のように定義する。

$$\phi_e \in [0, 1] \quad (24)$$

すなわち、 ϕ_e は要素毎に定義された密度であり、 $\phi_e = 1$ の場合に流体、 $\phi_e = 0$ の場合に固体、 $\phi_e \in (0, 1)$ の場合に流体と固体の中間領域を表す。

続いて、各要素の逆透過率、熱伝導率、単位体積あたりの熱容量をそれぞれ α_e , k_e , $(\rho c)_e$ と表し、これらを密度 ϕ_e に関して補間する。

$$\alpha_e = \alpha_{\text{fluid}} + (\alpha_{\text{solid}} - \alpha_{\text{fluid}}) \frac{a(1 - \phi_e)}{a + \phi_e} \quad (25)$$

$$k_e = k_{\text{fluid}} + (k_{\text{solid}} - k_{\text{fluid}}) \frac{a(1 - \phi_e)}{a + \phi_e} \quad (26)$$

$$(\rho c)_e = (\rho c)_{\text{fluid}} + ((\rho c)_{\text{solid}} - (\rho c)_{\text{fluid}}) (1 - \phi_e) \quad (27)$$

ここで、 a は材料補間を施した物性値の関数形を調節するパラメータであり、本研究では常に $a = 0.1$ とする。単位体積あたりの熱容量 $(\rho c)_e$ に関しては線形補間を用いる。なお、流体の逆透過率は $\alpha_{\text{fluid}} = 0$ とする。

(2) 最適化問題

本研究で扱う熱・流体問題の最適化問題を一般的に以下のように記述する。

$$\text{minimize } f_0(\phi, v_{NS}^{(n)}, v_{Eg}^{(n)}) \quad (28)$$

$$\text{subject to } R_{NS}^{(n)}(\phi, v_{NS}^{(m)}, v_{Eg}^{(m)}) = \mathbf{0} \quad (29)$$

$$R_{Eg}^{(n)}(\phi, v_{NS}^{(l)}, v_{Eg}^{(l)}) = \mathbf{0} \quad (30)$$

$$f_i(\phi, v_{NS}^{(n)}, v_{Eg}^{(n)}) < f_{i,\max} \quad (31)$$

$$0 \leq \phi_e \leq 1 \quad (32)$$

ここで、 f_0 は目的関数、 $R_{NS}^{(n)}$ は方程式系 (22) からなる残差、 $R_{Eg}^{(n)}$ は方程式系 (23) からなる残差である。 f_i は制約関数、 $f_{i,\max}$ は制約値、 N_{time} は時間ステップの総数、 N_{con} は制約関数の総数、 N_{des} は設計変数の総数である。 ϕ は N_{des} 次元の密度ベクトルを表し、これが最適化問題の設計変数である。添字 n は時間ステップであり、1 から N_{time} までの整数を表す。添字 m は $n, n-1, n-2$ を、 l は $n, n-1$ を表す整数である。設計変数の更新アルゴリズムには、MMA (Method of Moving Asymptotes)[13] を用いる。

(3) 感度解析

本節では、非定常熱・流体問題に対する感度および随伴問題を示す。Michaleris et al.[11] による感度解析手法に基づくと、感度は以下のように導出できる。

$$\frac{\partial f(\phi, u_{NS}^{(n)}(\phi), u_{Eg}^{(n)}(\phi))}{\partial \phi} = \frac{\partial f(\phi, u_{NS}^{(n)}, u_{Eg}^{(n)})}{\partial \phi} - \sum_{n=1}^{N_{\text{time}}} \left(\lambda_{NS}^{(n)} \cdot \frac{\partial R_{NS}^{(n)}(\phi, u_{NS}^{(m)}, u_{Eg}^{(m)})}{\partial \phi} + \lambda_{Eg}^{(n)} \cdot \frac{\partial R_{Eg}^{(n)}(\phi, u_{NS}^{(l)}, u_{Eg}^{(l)})}{\partial \phi} \right) \quad (33)$$

ここで、 f は目的関数および制約関数、 $\lambda_{NS}^{(m)}$, $\lambda_{Eg}^{(m)}$ は随伴ベクトルを表す。対応する随伴問題は、随伴ベクトルの終期値問題として以下のようになる。

$$\left[\frac{\partial R_{NS}^{(n)}}{\partial v_{NS}^{(n)}} \right] \lambda_{NS}^{(n)} = - \left[\frac{\partial R_{NS}^{(m)}}{\partial v_{NS}^{(m)}} \right] \lambda_{NS}^{(m)} - \left[\frac{\partial R_{Eg}^{(m)}}{\partial v_{NS}^{(n)}} \right] \lambda_{Eg}^{(m)} + \left[\frac{\partial f}{\partial v_{NS}^{(n)}} \right] \quad (34)$$

$$\left[\frac{\partial R_{Eg}^{(n)}}{\partial v_{Eg}^{(n)}} \right] \lambda_{Eg}^{(n)} = - \left[\frac{\partial R_{NS}^{(l)}}{\partial v_{Eg}^{(n)}} \right] \lambda_{NS}^{(l)} - \left[\frac{\partial R_{Eg}^{(l)}}{\partial v_{Eg}^{(n)}} \right] \lambda_{Eg}^{(l)} + \left[\frac{\partial f}{\partial v_{Eg}^{(n)}} \right] \quad (35)$$

ここで、 $m = n+1, n+2$, $l = n+1$ である。この随伴ベクトルに関する方程式系は、第 N_{time} ステップから第 1 ステップまで、時間を遡って解かれる。求められた随伴ベクトルを式 (33) に代入すれば感度が求められる。

(4) 感度の精度検証

本節では、第 (3) 節で定式化した感度の精度について比較検証を行う。比較対象は、次式で表される有限差分近似 (finite difference approximation; FDA) により求められる感度である。

$$\frac{\partial f}{\partial \phi_e} \approx \frac{f(\phi + \Delta \phi_e) - f(\phi)}{\Delta \phi_e} \quad (36)$$

ここで、 $\Delta \phi$ は設計変数の微小な変動量を表し、 ϕ_e は第 e 成分に $\Delta \phi$ 、その他の成分に 0 を持つベクトルである。続いて、随伴変数法に基づき導出した感度の精度検証を行うために用いた解析条件を説明する。図-1 に解析領

表-1 固体と流体の物性値

	熱伝導率 W/(mm·K)	比熱 J/(kg·K)	密度 kg/mm ³
固体	4.0×10^{-1}	4.0×10^2	8.0×10^{-6}
流体	1.0×10^{-3}	4.0×10^3	1.0×10^{-6}
	逆透過率 kg/(mm ³ ·s)	粘性係数 kg/(mm·s)	体膨張率 -
固体	1.0×10^{-3}	-	-
流体	0.0	1.0×10^{-6}	2.0×10^{-4}

域および境界条件, 用いたメッシュを示す. 解析領域には流入口と流出口を一つずつ設ける. 青色は流体領域, 灰色は設計領域, 赤色は加熱領域を表す. 流入境界では一様に, 一定の流入流速 $u_{in} = 1.0$ mm/s および一定の温度 $T_{in} = 10$ °C を与える. 流出境界ではトラクション・フリー境界条件 $\mathbf{h} = \mathbf{0}$ N/mm² および断熱条件 $q = 0$ W/mm² を与える. また, その他の境界では滑り無し境界条件 $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ mm/s および断熱条件とする. 加熱領域においては, 一定の加熱率 $Q_{in} = 1.0 \times 10^{-3}$ W/mm³ を与える. 解析領域の初期温度は 20 °C, 加熱時間は 200 s, 時間刻み幅は $\Delta t = 1$ s とする. 外力項は $f_i^{ext} = 0$ とする. 設計変数の分布は設計領域に一様に 1.0 とし, 設計変数の変動量は $\Delta\phi = -1.0 \times 10^{-4}$ とする.

感度の精度検証は, 加熱後における加熱領域の平均温度および流体のエネルギー損失の 2 つの関数に関する感度に対して行う. 加熱後における加熱領域の平均温度は次式で表される.

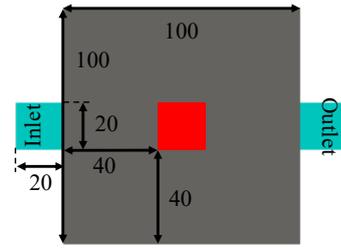
$$f = \frac{\int_{\Omega} w T d\Omega}{\int_{\Omega} w d\Omega} \quad \text{at } t = t_T \quad (37)$$

ここで, w は重み係数で, 加熱部で 1, それ以外で 0 をとる. t_T は加熱時間であり, $t_T = 200$ とする. また, 流体のエネルギー損失は以下のように定義される.

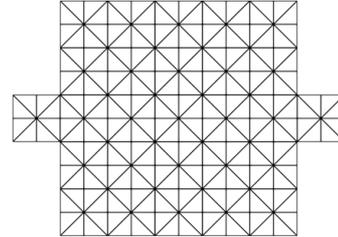
$$f = \int_0^{t_T} \int_{\Omega} \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 + \alpha u_i^2 d\Omega dt \quad (38)$$

流体と固体の物性値は, 表-1 に示す. 解析領域は, 216 個の 3 角形 1 次要素で離散化する. 節点の総数は 133 個, 設計変数の総数は 200 個である.

上記の条件において, 感度を計算した結果を図-2 に示す. この図は, 横軸に要素番号, 縦軸に初回の最適化ステップの感度の値を示したものである. 図-2(a) は式 (37) で定義される加熱後における加熱領域の平均温度に関する感度, 図-2(b) は式 (38) で定義される流体のエネルギー損失に関する感度の計算結果である. この図より, 随伴変数法 (AVM) に基づく感度と有限差分近似 (FDA) に基づく感度は, いずれの目的関数に対してもほぼ一致している. これより, 今回導出した感度は高い精度を有していることが確認された.

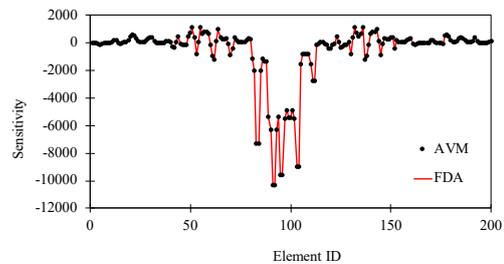


(a) 寸法 (単位: mm) および境界条件

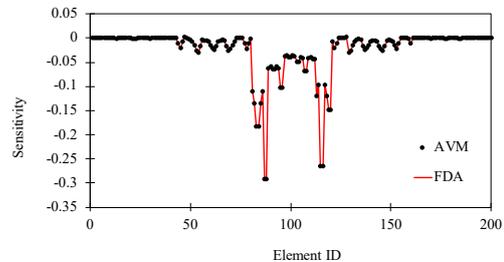


(c) メッシュ

図-1 解析条件



(a) 加熱後における加熱領域の平均温度に関する感度



(b) 流体のエネルギー損失に関する感度

図-2 随伴変数法 (AVM) と有限差分近似 (FDA) による感度の比較

(5) フィルタリング

本研究では, Lazarov and Sigmund[14] による密度フィルターに基づき, フィルタリング処理された密度分布 $\tilde{\phi}$ を以下の偏微分方程式の解として与える.

$$\begin{aligned} -r^2 \Delta \tilde{\phi} + \tilde{\phi} &= \phi \quad \text{on } \Omega_X \\ \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \mathbf{n}} &= 0 \quad \text{on } \Gamma_X \end{aligned} \quad (39)$$

ここで, $\phi, \tilde{\phi}$ は, それぞれフィルタリング処理前後の密度, r はフィルタリング半径の役割を持つ正値の係数

である, Ω_χ は設計領域, Γ_χ は設計領域の境界を表す.

フィルタリングはチェッカーボードパターンや設計解のメッシュ解像度への依存性の問題を解決するものの, 設計解に中間密度が残存することとなる. そのため, 本研究では projection 法 [15] を用いる.

$$\hat{\phi}_e = \frac{\tanh(\beta_p \eta_p) + \tanh(\beta_p (\tilde{\phi}_e - \eta_p))}{\tanh(\beta_p \eta_p) + \tanh(\beta_p (1 - \eta_p))} \quad (40)$$

ここで, β_p, η_p はパラメータ, $\hat{\phi}$ は projection 処理後の密度である.

フィルタリングと projection 処理を用いる場合, 目的関数および制約関数の感度式は連鎖率により以下のように修正する.

$$\frac{\partial f(\hat{\phi}(\tilde{\phi}(\phi)))}{\partial \phi} = \frac{\partial f}{\partial \hat{\phi}} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial \tilde{\phi}} \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial \phi} \quad (41)$$

5. 最適化計算例

(1) 自然対流問題

本手法を自然対流問題に適用する. 温度変化により生じる浮力は Boussinesq 近似を用いて評価し, Navier-Stokes 方程式 (1) に外力項として下式を加える.

$$f_i^{\text{ext}} = \hat{\phi}^s f_i^{\text{buo}} \quad (42)$$

式 (42) の形から分かるように, 固体領域 ($\hat{\phi} = 0$) においてこの外力項は働かず, 流体領域 ($\hat{\phi} = 1$) ではこの外力項により流れが駆動される. s はベナルティパラメータで $s = 10$ とする. f_i^{buo} は浮力項であり下式で表される.

$$f_i^{\text{buo}} = \rho g_i \beta (T - T_0) \quad (43)$$

ここで, g_i は重力加速度, β は体膨張率, T_0 は参照温度を表す.

図-3 に, 解析領域および境界条件を示す. 解析領域は, 黒色で示す固体領域, 青色で示す流体領域, 灰色で示す設計領域で構成される. 固体領域は加熱領域とする. 解析領域の境界全体に滑り無し条件 $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ m/s² を与える. 下部の境界に断熱条件 $q = 0$ W/mm², その他の境界で温度 $T = 20$ °C を規定する. 加熱領域においては, 一定の加熱率 $Q_{\text{in}} = 2.0 \times 10^{-4}$ W/mm³ を与える. 解析領域の初期温度および参照温度は 20 °C, 重力加速度は 9.81×10^3 mm/s², 設計変数の初期値は, 設計領域に一様に 0.6 とする. 加熱時間は $t_T = 60, 600$ s の 2 通りを設定する. 時間刻み幅は $\Delta t = 0.5$ s とする. 流体と固体の物性値は表-1 に示した値を用いる.

加熱部の温度上昇抑制を意図し, 目的関数は式 (37) とする. また, 制約条件として, 固体の体積制約を次式のように設定する.

$$f_1 = \int_{\Omega} (1 - \hat{\phi}) d\Omega \leq V_{\text{max}} \quad (44)$$

ここで, V_{max} は固体体積の制約値であり設計領域の 40% の体積とする. 解析領域は, 180960 個の 3 角形 1 次要素で離散化する. 設計変数の総数は 50400 個である. 密度フィルターにおける係数は $r = 0.5$ mm とする. projection 処理は 400 回目の最適化ステップから始める. 第 400 最

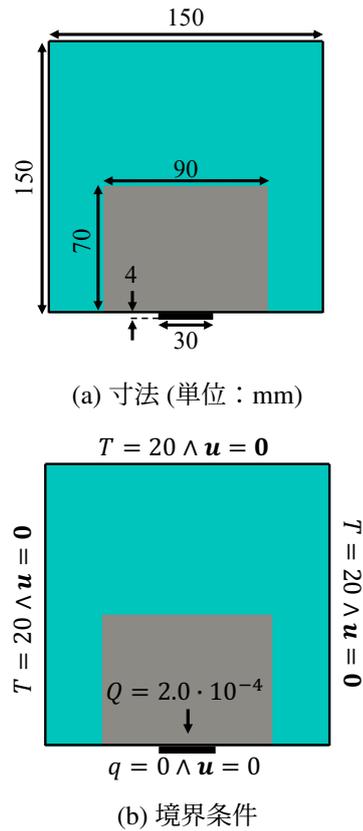


図-3 寸法および境界条件

適化ステップには $\beta_p = 1$ とし, 以降は 1 最適化ステップ進むごとに β_p を 1.2 倍する. また, $\eta_p = 0.5$ とする.

図-4 に加熱時間 60, 600 秒を設定して得られたトポロジーとその周りの流線, 温度分布を示す. 図-4(a), (b) の流線と温度分布はともに, 600 秒間の加熱後の分布である. 表-2 は, それぞれの加熱時間にて得られたトポロジーの目的関数値と固体の体積および固体体積の上限値を示す. ここで, 目的関数値は時刻 60, 600 秒おける値をともに示している. $t_T = 60$ と $t_T = 600$ のトポロジーの目的関数値を比較すると, 時刻 60 秒では $t_T = 60$ のトポロジーの目的関数値の方が小さく, 逆に時刻 600 秒では $t_T = 600$ のトポロジーの目的関数値の方が小さい. この結果は, 想定した加熱時間で目的関数値を最小化するトポロジーを求めるとい問題設定上, 妥当な結果である. $t_T = 60$ のトポロジーの特徴として, 熱源付近に固体を集めるような構造が見られる. この特徴は, 短い加熱時間に加熱部の平均温度上昇を低減するのに効果的であるものと考えられる. また, 固体の枝構造が多数見られ, これは既往の熱伝導問題におけるトポロジー最適化の結果とも一致する. 一方, $t_T = 600$ のトポロジーは, $t_T = 60$ より固体の枝構造が少なく, 構造の周りで生じる流体の流れを妨げないような特徴がある. これは, Alexandersen et al.[3] により示されているように, 加熱部の温度上昇を抑制する上で対流の寄与が大きくなると, 固体の枝構造が少なくなる結果と一致している.

参考文献

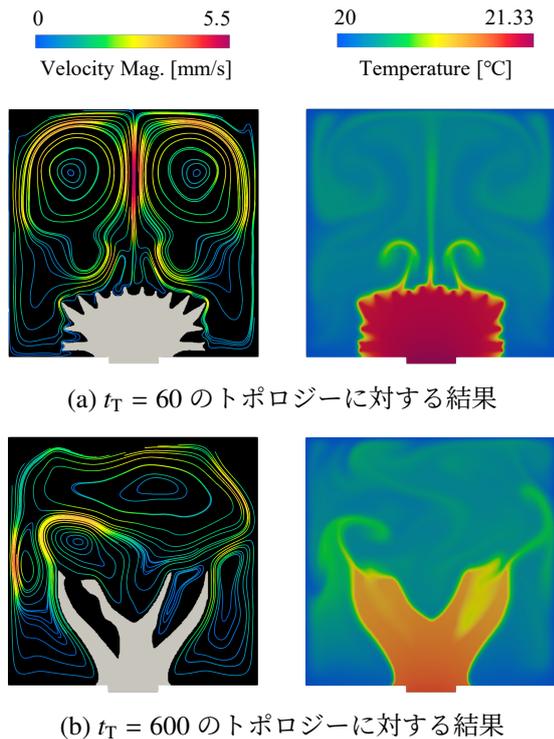


図-4 60, 600 秒の加熱時間を想定した際に得られたトポロジーと時刻 600 秒における流線および温度分布

表-2 目的関数および制約関数値

	$t_T = 60$	$t_T = 600$
$f_0 _{t=60}$	0.435	0.442
$f_0 _{t=600}$	1.322	1.054
f_1	2.518×10^3	2.417×10^3
V_{\max}	2.520×10^3	2.520×10^3

(2) 強制対流問題

強制対流問題に対する最適化計算例は誌面の都合上割愛し、講演会当日に示す。

6. 結論

本研究では、定常問題を扱った先行研究 [3] を拡張する形で非定常熱・流体問題のトポロジー最適化手法を構築し、その妥当性を検証した。感度解析においては、Michaleris et al.[11] が示した一般的な感度解析手法に基づき、熱・流体問題における具体的な感度の定式化を行なった。本手法を強制対流および自然対流場における熱コンプライアンス最小化問題に適用し、得られたトポロジーの性能や特徴について調べた。結果として、加熱時間によって異なるトポロジーが得られ、その性能は妥当な結果を示した。

- [1] Dede, E. M. : Multiphysics Topology optimization of heat transfer and fluid flow systems, In Proceedings of the COMSOL Conference 2009, Boston, MA, USA, pp.8–10, 2009.
- [2] Yoon, G. H. : Topological design of heat dissipating structure with force convective heat transfer, *J. Mech. Sci. Technol.*, Vol.24, No.6, pp.1225-1233, 2010.
- [3] Alexandersen, J., Sigmund, O., Andreasen, C., Aage, N. : Topology optimisation for coupled convection problems, DTU Mechanical Engineering, 2013.
- [4] Alexandersen, J. et al. : Topology optimisation for natural convection problems, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol.76, No.10, pp.699-721, 2014.
- [5] Alexandersen, J. et al. : Large scale three-dimensional topology optimization of heat sinks cooled by convection, *Int. J. Heat Mass Transf.*, Vol.100, pp.876-891, 2016.
- [6] Dilgen, S. B. et al. : Density based topology optimization of turbulent flow heat transfer systems, *Struct. Multidiscip. Optim.*, Vol.57, pp.1905–1918, 2022.
- [7] Coffin, P., Maute, K. (2016) : A level-set method for steady-state and transient convection problems, *Struct. Multidiscip. Optim.*, Vol.53, pp.1047-1067, 2016.
- [8] Yaji, K. et al. : Large-scale topology optimization incorporating local-in-time adjoint-based method for unsteady thermal-fluid problem, *Struct. Multidiscip. Optim.*, Vol.58, pp.817–822, 2018.
- [9] Zeng, T. et al. : Topology optimization of heat sinks for instantaneous chip cooling using a transient pseudo-3D thermofluid model, *Int. J. Heat Mass Transf.*, p. 119681, 2020.
- [10] Xie, S. et al. : Topology optimization for unsteady flows accompanying heat transfer, Transactions of JASCOME, Vol.20, p.15-201219, 2020.
- [11] Michaleris, P. et al. : Tangent operators and design sensitivity formulations for transient nonlinear coupled problems with applications to elasto-plasticity, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol.37, pp.2471-2499, 1994.
- [12] Borrvall, T., Petersson, J. : Topology optimization of fluids in Stokes flow, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol.41, pp.77-107, 2003.
- [13] Svanberg, K. : The method of moving asymptotes - a new method for structural optimization, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol.24, pp.359-373, 1987.
- [14] Lazarov, B. S., Sigmund, O., : Filters in topology optimization based on Helmholtz-type differential equations, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, Vol.86, pp.765-781, 2011.
- [15] Wang, F. et al. : On projection methods, convergence and robust formulations in topology optimization, *Struct. Multidiscip. Optim.*, Vol.43, No.6, pp.767-784, 2011

OS28 最適設計と積層造形

[E-03] OS28 最適設計と積層造形 (3)

座長:加藤 準治(名古屋大学)

Wed. May 31, 2023 1:15 PM - 2:45 PM Room E (2F Conference Room 202A)

[E-03-01] トポロジカルフォノンニック結晶導波路のトポロジー最適化に関する研究

*野田 一輝¹、松木 優一郎²、鶴田 健二³、竹澤 晃弘¹ (1. 早稲田大学、2. 広島大学、3. 岡山大学)

1:15 PM - 1:30 PM

[E-03-02] 下負荷面モデルを応用した弾塑性トポロジー最適化の安定化に関する検討

*干場 大也¹、加藤 準治¹ (1. 名古屋大学)

1:30 PM - 1:45 PM

[E-03-03] New numerical scheme for compressible flow

*中澤 嵩¹、三坂 孝志²、高石 武史³ (1. 大阪大学、2. 産業技術総合研究所、3. 武蔵野大学)

1:45 PM - 2:00 PM

[E-03-04] 負のポアソン比を有するメタマテリアルトポロジー最適化の初期値依存性に関する基礎的検討

*島田 知明¹、干場 大也¹、奥田 裕也²、西口 浩司¹、加藤 準治¹ (1. 名古屋大学、2. ヤマハ発動機株式会社)

2:00 PM - 2:15 PM

[E-03-05] 分流器の最適設計のための初期形態創成を目的としたデータ駆動型トポロジーデザイン

*浦田 一矢¹、津本 燎¹、矢地 謙太郎¹、野間口 大¹、藤田 喜久雄¹ (1. 大阪大学)

2:15 PM - 2:30 PM

[E-03-06] ダルシーモデルを用いた自然対流型ヒートシンクのトポロジー最適化

*大谷 海斗¹、矢地 謙太郎¹、山崎 慎太郎²、藤田 喜久雄¹ (1. 大阪大学、2. 早稲田大学)

2:30 PM - 2:45 PM

トポロジカルフォニック結晶導波路の トポロジー最適化に関する研究

TOPOLOGY OPTIMIZATION OF WAVEGUIDE BASED ON TOPOLOGICAL PHONONIC CRYSTALS

野田一輝¹⁾, 松木優一郎²⁾, 鶴田健二³⁾, 竹澤晃弘⁴⁾
Kazuki Noda, Yuichiro Matsuki, Kenji Tsuruta, Akihiro Takezawa

1) 早稲田大学理工学術院基幹理工学研究科 機械科学・航空宇宙専攻 (〒169-8555

東京都新宿区大久保3-4-1, E-mail: n.kazuki-1999414@akane.waseda.jp)

2) 広島大学大学院先進理工系科学研究科 輸送・環境システムプログラム (〒739-8527

東広島市鏡山1丁目4-1, E-mail: m206538@hiroshima-u.ac.jp)

3) 岡山大学工学部 電気通信系学科 (〒700-8530

岡山県岡山市北区津島中3-1-1, E-mail: tsuruta@okayama-u.ac.jp)

4) 早稲田大学理工学術院基幹理工学研究科 機械科学・航空宇宙専攻 (〒169-8555

東京都新宿区大久保3-4-1, E-mail: atakezawa@waseda.jp)

Phononic crystals consist of a periodic structure, and by designing the structure of the unit cell, it is possible to control the propagation of acoustic/elastic waves within the crystal. Among them, topologically protected edge modes have been observed to appear within the band gap in acoustic valley-hall insulators with zigzag interface configurations under specific conditions. The challenge in the design aspect for device implementation is the limited band structure design method to intentionally induce edge modes at desired frequencies or modes. The objective of this study is to establish a band structure design method that induces edge modes at specific frequency bands or modes by introducing a structural optimization algorithm to the design of topological phononic crystals. In this study, we demonstrated the effectiveness of the designed acoustic waveguide by maximizing the unit cell bandgap through topology optimization.

Key Words : *phononic crystal, acoustic valley-hall insulators, edge modes, topology optimization*

1. 導入

本研究では、任意の周波数帯の音響波を伝送するバレーホール由来のトポロジカルフォニック結晶導波路を、トポロジー最適化を用いて逆設計する手法を提案する。フォニック結晶は周期構造からなり、その単位セルの構造設計によって結晶中を伝搬する弾性振動や超音波の輸送を制御することができる。その中でも、トポロジカル物性を利用したトポロジカルフォニック結晶の特徴は、特定の条件下でバンドギャップ中にエッジモードが生じる構造のペアが存在することである。トポロジー最適化を中心とした構造最適化を用いたトポロジカルフォニック結晶導波路の逆設計手法は、スピンホール効果

由来の構造で提案されている[1,2]。一方で、バレーホール効果由来の設計手法の研究は少ない[3]。バレーホール効果由来のトポロジカルフォニック結晶導波路はユニットセルの形状が C_3 結晶対称性を持つフォニック結晶と、その構造を上下に反転するのみのフォニック結晶の組み合わせによって、エッジモードが発現することが保証されている[4,5]。そこで、 C_3 結晶対称性を持つユニットセルを最適化モデルとして、バンドギャップを操作するトポロジー最適化による、高効率伝搬が可能なデバイスの設計手法を提案する。さらに、最適化によって得られた構造を用いて導波路を設計、音響伝搬性能評価することで設計手法の妥当性を検証した。

2. バレーホールトポロジカルフォノンニック結晶

(1) C_3 結晶対称性

エッジモードの発現を前提条件として利用するため、最適化過程において C_3 結晶対称性を保持させる必要がある。本研究では設計変数の更新時に、図-1に示す領域 I をベース領域として回転させた領域 II, 領域 III にコピーする操作を行うことで、空間対称性を定義した。

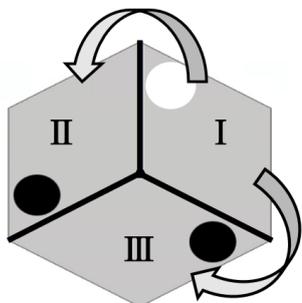


図-1 C_3 結晶対称性

(2) 初期構造

本研究では水中にステンレス鋼の構造を埋め込むことで音響導波路を作成した。初期構造として[4]で提案されたステンレス鋼の円ロッド3つを用いた構造を採用した。格子定数 $a = 2.2 \times 10^{-3}$ [m], ロッド半径 $r = 3.5 \times 10^{-4}$ [m] も同様である。解析で用いるそれぞれの材料の物性値、音速と質量密度は、[4]で用いられた水 1490 [m/s], 1000[kg/m³], ステンレス鋼 5780 [m/s], 7800[kg/m³]を採用した。

(3) スーパーセル

バレーホール効果ベースのトポロジカルフォノンニック結晶ではZigzag界面で、垂直な入力に対して高効率に伝搬することが確認されている。初期構造を用いたZigzag界面でのスーパーセルバンドとエッジモードを図-3に示す。導波路として利用できる周波数はバンドギャップ内でエッジモードが励起されている周波数帯である。

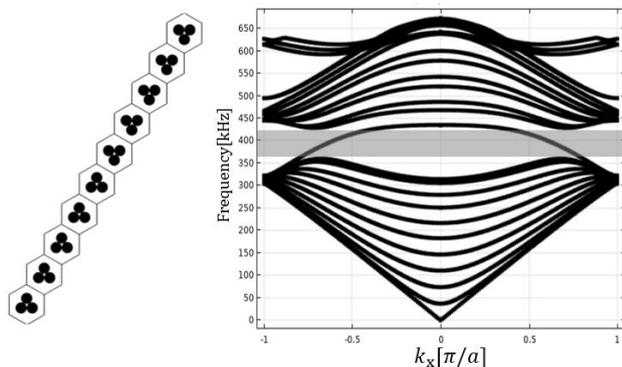


図-2 初期構造のスーパーセル

3. 定式化

(1) 目的関数と最適化問題

初期構造において、ユニットセルの1次と2次の固有周波数間のバンドギャップを目的関数として、最大化を行った。

$$\max: f = \min_{i=1}^{n_k} \lambda_2(k_i) - \max_{i=1}^{n_k} \lambda_1(k_i) \quad (1)$$

材料密度 ρ を、体積弾性率を B とすると、フォノンニック結晶中の音波の伝搬特性を記述するための波動方程式は式(2)と表される。定常状態の場合、Helmholtz方程式は式(3)となり、周波数領域で表現できる。

$$-\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho(r)} \nabla p(r, t) \right) + \frac{1}{B(r)} \frac{\partial^2 p(r, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho(r)} \nabla P(r, \omega) \right) + \frac{\omega^2}{B(r)} P(r, \omega) = 0 \quad (3)$$

FEMによる離散化を行うと、一般化された固有方程式は式(4)と表される。体積制約は0.5として、最大許容体積 V_{allow} を用いて、式(5)のように与える。設計変数 $\varphi(x)$ は各要素における水とステンレス鋼の材料分布を表し、 $\varphi(x) = 0$ は水を、 $\varphi(x) = 1$ はステンレス鋼を表す。

Subject to

$$[K(k) - \omega^2 M]P = 0 \quad (4)$$

$$\frac{V(\varphi(x))}{V_{allow}} \leq 0.5 \quad (5)$$

$$0 \leq \varphi_i \leq 1 \quad \text{for } i = 1, \dots, n \quad (6)$$

本研究では物性値の補間式としてSIMP法(Solid Isotropic Material with Penalization)を採用した。各要素において、質量密度と材料音速を式(7)(8)のように設計変数の関数として表される。ペナルティ係数は $p = 3$ とした。

$$\frac{1}{\rho(x)} = \frac{1}{\rho_1} + \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right) \varphi(x)^p \quad (7)$$

$$\frac{1}{B(x)} = \frac{1}{B_1} + \left(\frac{1}{B_2} - \frac{1}{B_1} \right) \varphi(x)^p \quad (8)$$

(2) 感度解析

目的関数の感度は次式で算出し、MMA(The method of moving asymptotes)を用いてトポロジー最適化を行う。

$$p_i^T \left(\frac{\partial K_e}{\partial \varphi_e} - \lambda_i \frac{\partial M_e}{\partial \varphi_e} \right) p_i = p_i^T \frac{\partial K_e}{\partial \varphi_e} p_i - \omega^2 p_i^T \frac{\partial M_e}{\partial \varphi_e} p_i \quad (9)$$

4. 最適化結果

(1) 最適構造

目的関数であるバンドギャップと構造の変化を図-3に示す。初期構造と得られた最適構造のユニットセルバンド図の比較を図-4に示す。バンドギャップは初期構造46.9[kHz]の約6.4倍である301.6[kHz]まで拡大することができた。次に最適構造のスーパーセルバンドとエッジモードを図-5に示す。ユニットセルのバンドギャップを拡大したことで、バルクモードに埋まっていたエッジモードが機能し、導波路として利用可能な周波数帯域幅は143.3[kHz]となり、初期構造68.3[kHz]の約2.1倍の拡大を実現した。

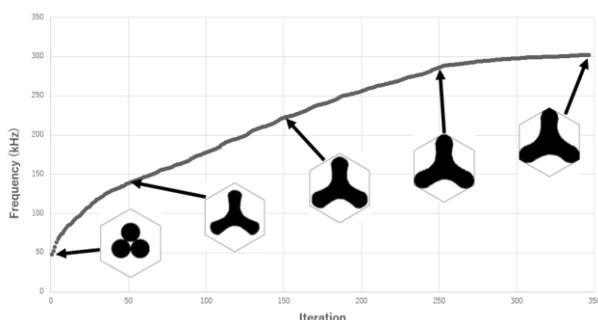


図-3 目的関数と構造変化

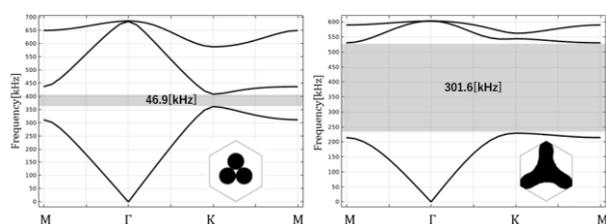


図-4 初期構造(左)と最適構造(右)の比較

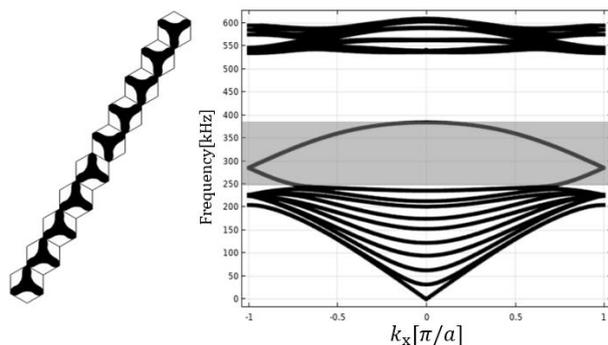


図-5 最適構造のスーパーセル

(2) 導波路評価

曲がり角での減衰を確認するため、Z型の導波路で導波路としての機能を検証した。初期構造と最適構造で導波路として機能する共通の帯域幅である370[kHz]の音圧を与えた伝搬様子として、各構造の音圧場のカラーマップ

を図-6に示す。初期構造では道の途中で波が逃げていたが、最適構造ではほとんど波が逃げていない。これは最適構造では堅牢性が上がり、高効率な伝搬が可能になったことを示す。

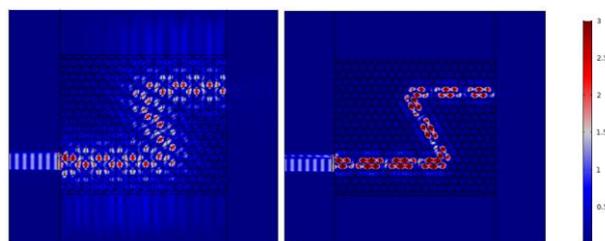


図-6 初期構造(左)と最適構造(右)のZ型導波路伝搬

5. 結言

本研究では、ユニットセルのバンドギャップ最大化を目的関数としたトポロジー最適化によって、高効率に伝搬するバレーホール効果由来のトポロジカルフォニック結晶導波路の設計手法を提案した。さらに、最適構造を用いて導波路を設計、音響伝搬性能を評価することで、本手法の妥当性を検証した。

謝辞

本研究成果の一部は、JSPS科研費21H05020の支援を受けた。

参考文献

- [1] Rasmus E. Christiansen, Fengwen Wang, and Ole Sigmund. Topological Insulators by Topology Optimization. *Phys. Rev. Lett.* 122, 234502, 2019.
- [2] Y. Chen, F. Meng, X. Huang. Creating acoustic topological insulators through topology optimization. *Mech. Syst. Sig. Process.* 146, 107054, 2021.
- [3] Z. Du, H. Chen, G. Huang. Optimal quantum valley Hall insulators by rationally engineering Berry curvature and band structure. *J. Mech. Phys. Solids*, 135, 103784, 2020.
- [4] Kenshi Okuno and Kenji Tsuruta. Topologically robust sound wave transport in two-dimensional phononic crystal with a circular rod arrangement in water. *Jpn. J. Appl. Phys.* 59 SKKA05, 2020.
- [5] Jiuyang Lu, Chunyin Qiu, Liping Ye, Xiying Fan, Manzhu Ke, Fan Zhang & Zhengyou Liu. Observation of topological valley transport of sound in sonic crystals *Nature Physics* volume 13, p369–374, 2017.

下負荷面モデルを応用した 弾塑性トポロジー最適化の安定化に関する検討

A stabilization method for topology optimization of elastoplastic structures using subloading surface model

干場大也¹⁾加藤準治²⁾
Hiroya Hoshiba and Junji Kato

¹⁾博(工) 名古屋大学大学院工学研究科 助教 (〒 464-8601 愛知県名古屋市千種区不町,
E-mail: hiroyahoshiba@civil.nagoya-u.ac.jp)

²⁾Dr.-Ing. 名古屋大学大学院工学研究科 教授 (E-mail: junjikato@civil.nagoya-u.ac.jp)

In topology optimization with elastoplastic materials, sensitivity-based iterative methods can be challenging when the stress-strain relationship changes discontinuously after a specific threshold value. This is especially true when the material exhibits softening behavior, which can lead to grayscale halts and structurally unstable material configurations. To address this problem, this study applies a subloading surface model that smoothly represents the transition process between elasticity and plasticity and utilizes it as a filter to stabilize the optimization process.

Key Words : Topology Optimization, Elastoplasticity, Subloading Surface model

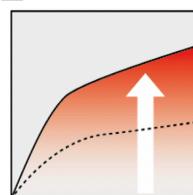
1. はじめに

弾塑性材料を用いたトポロジー最適化において、応力-ひずみ関係がある閾値を境に不連続あるいは滑らかでない変化をする場合、感度による収束計算が不安定になることがある。特に軟化挙動を示す場合にその傾向は顕著となり、グレースケールへの停留や構造的に不安定な材料配置を生じやすい。

この不連続性および不安定性の問題を緩和しうる材料モデルとして、Hashiguchi によって提案された下負荷面モデル [1] が考えられる。このモデルは、古典的な弾性モデルにおける降伏関数（正規降伏面）と相似な別の降伏関数（下負荷面）を導入し、応力状態が下負荷面に従う構成則を仮定することで、従来弾性変形のみを生じるとされていた変形域において塑性ひずみの発生・進展を許容することができる。これにより弾性-塑性の滑らかな遷移過程を表現することが可能であり、正規降伏比と呼ばれる変数とその発展則を規定するパラメータを用いてその挙動を制御している。さらに、下負荷面モデルは複雑な硬化挙動やヒステリシス効果の再現性に優れており、徐荷-再載荷過程を有する変形を考慮した最適設計や繰り返し載荷下のエネルギー吸収性能に関する最適化問題に対する応用が期待できる。

そこで本研究では、基礎的検討として、干場ら [2] による既往の弾塑性トポロジー最適化手法に下負荷面モデルを導入し、弾塑性単材料あるいは 2 相材料からなる構造物のエネルギー吸収性能最大化問題における性能を検証する。ここでは、等方硬化のみを有する von Mises 弾塑性モデルをベースに簡素な下負荷面モデルを定義し、SIMP 法 [3] に倣って各種材料定数を設計変数の関数として定義する。これにより、設計変数に対する応力応答の不連続性を緩和し、最適化アルゴリズム

荷重



変位制御法のもと構造が吸収するエネルギー

与えられた変位

図-1 構造の吸収エネルギー最大化

による材料配置や目的関数の収束計算の安定化を試みる。また、下負荷面の挙動を規定する材料定数を最適化計算の過程で変化させることを考え、その適切な設定方法について明らかにする。

2. 最適化問題および設計変数の定義

本研究では、目的関数は外力による仕事の最大化を意図して、以下の式で定義する。

$$\min f(s) = - \int_{\Omega} \int_{\varepsilon} \sigma : d\varepsilon d\Omega \quad (1)$$

これは図-1 に示すように、与えられた変位のもとで構造が吸収する内部エネルギー（蓄えられる弾性エネルギーと熱として散逸するエネルギーの和）が最大になるような問題設定である。ゆえに、この目的関数には構造の剛性、強度（最大作用荷重）および靱性（吸収エネルギー）を複合的に最大化するような意味合いがあり、荷重条件として与えられる強制変位の大きさを変えることで、異なる力学的性能を最適化目的として

強調することができる。

制約条件は設計領域全体における使用材料比が一定であるという、以下の式で示される等式制約条件である。

$$\text{s.t. } h(s) = \int_{\Omega} s_j d\Omega - \hat{V} = 0 \quad (2)$$

最後に、設計変数は各要素の材料体積比であり、以下の式で表される。

$$s_j = \frac{r_j}{r_0} \quad 0 \leq s_j \leq 1 \quad (3)$$

本研究では、これらの最適化問題を勾配基本法に基づく最適化アルゴリズム、MMA(Moving Method of Asymptotes)で解くものとする。

3. 下負荷面モデルの定義と材料定数の内挿補間

本研究で用いる下負荷面モデルは、等方線形硬化のみを有する von Mises 型の弾塑性構成則を基本に定義する。

全ひずみテンソル $\boldsymbol{\varepsilon}$ について、弾性ひずみテンソル $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ と塑性ひずみテンソル $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ への線形分解を仮定する。

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^e + \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (4)$$

この弾性ひずみ $\boldsymbol{\varepsilon}^e$ について常に Hooke 則が成り立つものとし、以下の速度系の弾性構成則を仮定する。

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C} : (\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p) \quad (5)$$

ここで $\boldsymbol{\sigma}$ は Cauchy 応力テンソル、 \mathbb{C} は 4 階の弾性剛性テンソルである。次に、von Mises 正規降伏関数 Φ および硬化関数 $k(\boldsymbol{\varepsilon}^p)$ を次式で定義する。

$$\Phi(\boldsymbol{\sigma}', \boldsymbol{\varepsilon}^p) = \|\boldsymbol{\sigma}'\| - \sqrt{\frac{2}{3}} k(\boldsymbol{\varepsilon}^p) \leq 0 \quad (6)$$

$$k(\boldsymbol{\varepsilon}^p) = \sigma_y + h \boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (7)$$

ここで $\boldsymbol{\sigma}'$ は偏差応力テンソル、 $\boldsymbol{\varepsilon}^p$ は相当塑性ひずみ、 σ_y は初期降伏応力、 h は硬化係数である。

以上の構成則に対し正規降伏比 R ($0 \leq R \leq 1$) を導入し、実際の応力が従う下負荷面 Φ_{sub} を次式で定義する。

$$\Phi_{\text{sub}}(\boldsymbol{\sigma}', \boldsymbol{\varepsilon}^p) = \|\boldsymbol{\sigma}'\| - \sqrt{\frac{2}{3}} R k(\boldsymbol{\varepsilon}^p) \leq 0 \quad (8)$$

これに対する関連流れ則および内部変数の発展則は、塑性乗数 $\dot{\gamma}$ を用いて以下のように得られる。

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\gamma} \frac{\boldsymbol{\sigma}'}{\|\boldsymbol{\sigma}'\|} \quad (9)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\gamma} \quad (10)$$

これに加え、正規降伏比の発展則を以下のように定義する。

$$\dot{R} = U(R) \|\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p\| = \dot{\gamma} U(R) \quad (11)$$

$$U(R) = \begin{cases} u \cot\left(\frac{2R - R_c}{\pi(1 - R_c)}\right) & \text{for } R_c < R \leq 1 \\ \infty & \text{for } 0 \leq R \leq R_c \end{cases} \quad (12)$$

ここで、 R_c および u はそれぞれ下負荷面の性質を規定する材料定数である。

以上の構成則に含まれる材料定数のうち、 \mathbb{C} , E^h , σ_y について、SIMP 法に倣う形式で、それぞれ設計変数 s_j の関数として以下のように定義する。

$$\mathbb{C}_j = \begin{cases} (1 - s_j^\eta) \mathbb{C}_1 + s_j^\eta \mathbb{C}_2 & \mathbb{C}_1 \leq \mathbb{C}_2 \\ (1 - s_j)^\eta \mathbb{C}_1 + \{1 - (1 - s_j)^\eta\} \mathbb{C}_2 & \mathbb{C}_1 > \mathbb{C}_2 \end{cases} \quad (13)$$

$$E_j^h = \begin{cases} (1 - s_j^\eta) E_1^h + s_j^\eta E_2^h & E_1^h \leq E_2^h \\ (1 - s_j)^\eta E_1^h + \{1 - (1 - s_j)^\eta\} E_2^h & E_1^h > E_2^h \end{cases} \quad (14)$$

$$(\sigma_y)_j = \begin{cases} (1 - s_j^\eta) \sigma_{y1} + s_j^\eta \sigma_{y2} & \sigma_{y1} \leq \sigma_{y2} \\ (1 - s_j)^\eta \sigma_{y1} + \{1 - (1 - s_j)^\eta\} \sigma_{y2} & \sigma_{y1} > \sigma_{y2} \end{cases} \quad (15)$$

ここで、添え字 1, 2 により 2 つの材料の材料定数を区別しており、 η は物理的意味を保証しないべき乗数である。なお、単材料を用いた最適化、すなわち空隙-固体相を扱う場合は、添字 1 の定数について十分に小さい値を設定するものとする。これにより各要素における材料パラメータが設計変数に依存することになり、構造のトポロジーを制御する設計変数が埋め込まれることになる。なお、下負荷面の性質に関する材料定数 R_c および u は設計変数に依存せず一定とする。

以上の下負荷面モデルおよび材料定数を導入した意図は、応力点が正規の降伏面に達しない段階から塑性変形が進展することを許容し、正規降伏比が R が滑らかに増大し 1 に漸近することで、弾性-塑性の遷移過程において滑らかな応力応答が得られる点にある。ゆえに、弾性-塑性変形の不連続な遷移に由来する、設計変数の変化に対する応力の不連続性を緩和する効果が期待できる。ここで、材料定数 R_c および u の設定について、グレースケールの存在する最適化初期から材料が 0-1 に分かれる最適化後期にかけて値を適切な範囲でコントロールすることで、材料配置の収束を期する反復計算の安定化を図ることができる。

なお、上記の構成則に基づく応力計算プロセスはリターンマッピングであり、塑性乗数 $\dot{\gamma}$ の増分に関する非線形陰関数となるため、N-R 法の反復計算を用いて解くこととなる。その詳細についてはここでは割愛する。

4. 感度解析

上記の最適化問題および材料構成則を踏まえた目的関数の感度解析は、干場ら [2] の先行研究に倣い定式化することができる。

式 (1) の目的関数を荷重ステップ n を用いて増分的に

表す.

$$f(s) = \sum_{n=1}^{n_{step}} f_n(s) \quad (16)$$

$$f_n(s) = - \int_{\Omega} \sigma_n : \Delta \epsilon_n d\Omega \quad (17)$$

ここで, n_{step} は荷重ステップの総数である. また, $\Delta \epsilon_n = d\epsilon_n = \epsilon_n - \epsilon_{n-1}$ であり, f_n は時刻 $n-1$ から時刻 n の間における目的関数の値を意味している. ここに荷重が変位制御点だけに作用するという特殊な条件を課すと, 目的関数の感度は次式で計算することができる.

$$\frac{\partial f_{n+1}}{\partial s_j} = - \int_{\Omega} \left(\frac{\partial \sigma_{n+1}}{\partial s_j} \right) : \Delta \epsilon_{n+1} d\Omega \quad (18)$$

ゆえに, 応力の設計変数に対する勾配 $\partial \sigma / \partial s_j$ を求めることができれば, 目的関数の感度を求められる.

ただし, 本研究では先行研究と異なり, 正規降伏比 R が塑性乗数 γ を含む発展則により与えられるため, 応力計算のプロセスが陰的な反復計算を要するものとなっている. そのため, 応力感度についても反復計算を用いた解法を定式化する必要があるが, その詳細についてはここでは割愛する.

5. 数値計算例

講演会当日に示す.

6. まとめ

弾塑性材料を用いたトポロジー最適化の計算安定化のため, 弾性-塑性の遷移過程における応力推移を滑らかに表現することのできる下負荷面モデルを導入し, 最適化問題および感度解析を定式化した. 本研究では, 最小限の簡素な弾塑性材料モデルを基本とする下負荷面モデルを用いたエネルギー吸収性能最適化問題を例に, その計算安定性に関する検証を行った. 特に, 下負荷面の挙動を規定する材料定数を材料配置の収束に合わせて変化させる制御方法に着目し, その有用性について検証した.

参考文献

- [1] Hashiguchi, K., elastoplastic constitutive model with a subloading surface, Proc. Int. Conf. Comput. Mech. (Atluri, S.N. and Yagawa, G. eds.) (1986), Tokyo, Springer-Verlag (Berlin), pp. 65–70.
- [2] 干場大也, 加藤準治, 高瀬慎介, 寺田賢二郎, 京谷孝史: 弾塑性材料の繰り返し載荷を考慮したマルチフェーズトポロジー最適化および解析的感度の精度検証, 土木学会論文集 A2, Vol.70, No2, pp.317-328, 2014.
- [3] Bendsøe, M.P., Sigmund, O.: Material interpolation schemes in topology optimization, Arch. Appl. Mech., 69(9), pp.635-654, 1999.

1:45 PM - 2:00 PM (Wed. May 31, 2023 1:15 PM - 2:45 PM Room E)

[E-03-03] New numerical scheme for compressible flow

*中澤 嵩¹、三坂 孝志²、高石 武史³ (1. 大阪大学、2. 産業技術総合研究所、3. 武蔵野大学)

負のポアソン比を有するメタマテリアル トポロジー最適化の初期値依存性に関する基礎的検討

Fundamental Study on Initial Value Dependency for Meta-Material Topology Optimization with Negative Poisson's Ratio

島田知明¹⁾ 干場大也²⁾ 奥田裕也³⁾ 西口浩司⁴⁾ 加藤準治⁵⁾

Tomoaki Shimada, Hiroya Hoshiba, Yuya Okuda, Koji Nishiguchi and Junji Kato

¹⁾名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: shimada.tomoaki.a9@s.mail.nagoya-u.ac.jp)

²⁾名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 助教 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: hiroyahoshiba@nagoya-u.jp)

³⁾ヤマハ発動機 (株) (〒 438-8501 静岡県磐田市新貝 2500, E-mail: okudayu@yamaha-motor.co.jp)

⁴⁾名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 准教授 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: kojinishiguchi@nagoya-u.ac.jp)

⁵⁾名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻 教授 (〒 464-8603 名古屋市千種区不老町, E-mail: junjikato@civil.nagoya-u.ac.jp)

Metamaterials are artificial materials that behave in ways not found in natural materials. Negative Poisson's ratio is a typical example, and is expected to be applied in various fields due to its excellent impact resistance. In order to realize such performance, design support by topology optimization is effective, and many studies have been reported. However, there is a problem that Poisson's ratio does not move to negative values depending on the parameters initially set for optimization. The purpose of this study is to investigate the cause of the initial value dependence of the current method by visualizing the correlation between the initial material configuration, material parameters, and the target value of the homogenized elastic stiffness coefficient in graph form.

Key Words : Metamaterial, Negative Poisson's ratio, Topology optimization, Initial value dependence

1. はじめに

メタマテリアルとは、自然界にはない振る舞いをする人工物質であり、その代表格として負のポアソン比の発現が挙げられる。負のポアソン比を発現する材料は、耐衝撃性等に優れることから様々な分野での応用が期待されている [1, 2]。また、軽量化やエネルギー吸収性能などを兼ね備えたメタマテリアルは、機械、航空宇宙、材料分野においてそれらの実証実験が進んでいる [3]~[7]。さらに近年のメタマテリアル生産技術の進歩により、今後も様々なメタマテリアルの開発ならびに実用化が進むと思われる [8]~[10]。しかし、従来のメタマテリアル設計法は技術者の経験則に強く依存しており、材料の大幅な性能向上は期待できない。このような背景から、数値解析技術の発達に伴い、コンピュータを利用した高度な材料設計法が注目されている。特に力学に基づいて材料の最適構造（最適形状）を決定するトポロジー最適化は有効な設計ツールである。メタマテリアルの設計に関しては、Panagiotis ら [11]、Radman ら [12]、Nikos ら [13] など、有限要素法を基本としたトポロジー最適化と均質化理論を用いて、材料の最適微視構造（マイクロ構造）を決定するための手法について多くの研究報告がある。負のポアソン比の発現を目的としたトポロジー最適化の手順は、まず微視構造を構成する材料を線形弾性体と仮定し、その微視構造の形状と均質化理論に従って計算できる巨視的（平均的）

な材料特性（均質化弾性係数行列）を求める。次に、その均質化弾性係数行列と、目標として掲げる、負のポアソン比と弾性係数から計算された等方性の弾性係数行列が等しくなるように、微視構造のトポロジーを繰り返し更新しながらその最適微視構造を見出す。また、近年では、加藤ら [14] によって、負のポアソン比が異なる、異方性を考慮したメタマテリアル材料設計法の開発も行われている。このように、目標とする負のポアソン比を発現する材料微視構造を見出すための手法開発は概ね完成されているように思われる。しかし、実際には初期条件として設定する材料パラメータや使用材料体積量によっては、目標とする負のポアソン比、ひいては目標とする弾性係数行列に安定的に近づけることができない場合も多い。この負のポアソン比に対する初期値依存性問題については、いまなお原因究明には至っておらず、それを調査した研究報告も存在しない。本研究では以上の背景を踏まえ、線形弾性体で構築されるメタマテリアルを対象に、負のポアソン比を発現するためのトポロジー最適設計法に関する初期値依存性について調査し、その改善方法の検討を行うことを目的とする。具体的な検討方法は、トポロジー最適化を実施するに際し、初期の材料配置を種々変化させてその傾向を分析する方法と、微視構造の目標ヤング率および目標ポアソン比、材料体積比という3つのパラメータを変化させてトポロジー最適化

を行い、最適化に成功したケースをベースにそれらの相関関係を調査する方法に分けて研究を行う。

2. 負のポアソン比を発現するトポロジー最適設計法

(1) 目標弾性係数行列の概要

本節では、目標とするポアソン比を用いたときの目標弾性係数行列を紹介する。ここでは、等方性の目標弾性係数行列について記述するが誌面のスペースの関係上、2次元問題の場合のみを説明する。

a) 等方性の目標弾性係数行列

平面応力を仮定した等方性材料の応力-ひずみ関係より、垂直ひずみ成分 ε_1 , ε_2 , せん断ひずみ γ_{12} は、それぞれ以下のように表される。

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \nu \frac{\sigma_2}{E} \quad (1)$$

$$\varepsilon_2 = -\nu \frac{\sigma_1}{E} + \frac{\sigma_2}{E} \quad (2)$$

$$\gamma_{12} = \frac{2 + (1 + \nu)}{E} \tau_{12} \quad (3)$$

ただし、 σ_1 , σ_2 は垂直応力、 τ_{12} はせん断応力、 E はヤング率、 ν はポアソン比である。ここで、 $\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{C}^* \boldsymbol{\sigma}$ から、加藤ら [14] の手法では、目標とするポアソン比を $\hat{\nu}$ 、ヤング率を \hat{E} とおき、目標弾性係数行列は以下のようになっている。

$$\mathbf{C}^* = \frac{\hat{E}}{1 - \hat{\nu}^2} \begin{pmatrix} 1 & \hat{\nu} & 0 \\ \text{sym.} & 1 & 0 \\ & & \text{free} \end{pmatrix} \quad (4)$$

(2) 最適化問題の設定

ここでは最適化問題の設定を行う。目的関数 f は目標弾性係数行列 \mathbf{C}^* と均質化弾性係数行列 \mathbf{C}^H との差をとり、それを最小化する。制約条件 g は、使用材料の体積量が最適化の過程において常にある値以下であるという不等式制約条件である。この場合の最適化問題は以下のように表すことができる。

$$\min \quad f(s) = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^2 \omega_{ij} (\mathbf{C}_{ij}^H(s) - \mathbf{C}_{ij}^*)^2 \quad (5)$$

$$\text{s. t.} \quad g(s) = \int_Y s_p \, d\Omega - V_0 \leq 0 \quad (6)$$

$$0 \leq s_p \leq 1, p = 1, \dots, N \quad (7)$$

ここで、 V_0 は初期の材料体積量、 s_p は、 p 番目の要素の材料密度、 N はユニットセル内の有限要素の総数である。 ω_{ij} は行列成分の誤差の二乗をスカラーに変換するための重み係数で式 (8) のように設定した。

$$\omega_{ij} = \begin{pmatrix} 1.0 & 1.0 & 0.0 \\ 1.0 & 1.0 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

ω_{ij} において値が 1.0 の成分は、最適化計算において式 (5) の値に関与するため、目標弾性係数行列の値と均質化弾性係数行列が一致するように制約が課される。一方で、値が 0.0 の成分は式 (5) の値に影響しなくなるた

め制約を課していない。このように、本手法ではいくつかの成分には制約を課さない、すなわち条件緩和の操作を行っている。この操作の背景には、すべての成分に制約を課すと最適化問題としての条件が厳しくなり過ぎ、意図しない局所最適解に停留してしまうことを回避するためである。そのため、本手法では力学的に重要となる成分に対して優先的に制約を課することとした。しかし一方で、この緩和により、後述する最適化計算の収束性に影響を及ぼすことになる。

(3) 感度解析

a) 目的関数の感度の導出

本研究では、勾配法を基本として最適解の探索を行うため、目的関数と等式制約条件も設計変数 s_p に関する勾配（感度）をそれぞれ求める必要がある。ここでは、随伴法を用いた目的関数の設計変数 s_p に関する感度の定式化を示す。

$$\frac{\partial f}{\partial s_p} = \sum_{i,j=1}^n \omega_{ij} (\mathbf{C}_{ij}^H(p) - \mathbf{C}_{ij}^*) \frac{\partial \mathbf{C}_{ij}^H}{\partial s_p} \quad (9)$$

なお、均質化弾性係数行列の解析的感度については、谷地ら [15] が定式化しているため、ここでは最終的な感度式のみを記述する。ただし、次式では式の導出し易さを考慮して、テンソル表記で示している。

$$\frac{\partial \mathbf{C}_{ijkl}^H}{\partial s_p} = \frac{1}{|Y|} \int_Y \frac{\partial \mathbf{c}}{\partial s_p} : \boldsymbol{\varepsilon}^{(ij)} : \boldsymbol{\varepsilon}^{(kl)} \, dY \quad (10)$$

ここで、 \mathbf{C}_{ijkl}^H は、ユニットセルに6方向のマクロひずみを個別に与え、それぞれに数値材料試験を実施した際に得られるマクロ材料剛性テンソルである。 $\boldsymbol{\varepsilon}$ はマイクロひずみ、 Y は周期的なマイクロ構造領域、 \mathbf{c} はマイクロ構造内に分布する材料の線形弾性係数である。また、上付き指標の $(\)$ 内は、数値材料試験においてユニットセルに与えるひずみの方向を表しており、下付き指標はそのときの各成分を表している。最適化に用いたアルゴリズムは、すべてのケースにおいて数値計画法のひとつである移動漸近法 [16] (Method of Moving Asymptotes: MMA) を用いた。

3. 初期値依存性問題の検証

第2章で説明した手法は、実際のところ常に安定して目標ヤング率 \hat{E} や目標ポアソン比 $\hat{\nu}$ に収束する訳ではなく、初期の条件設定に依存して収束精度が悪化することも少なくない。そこで、本節では種々のパラメータスタディを行い、最適化に関する収束性やその傾向を調査する。さらに調査結果をもとに当該最適化問題を安定的に解くための初期値の設定方法について言及する。初期値については、初期材料配置に着目し、それを様々なパターンで変化させる方法と、目標とするパラメータを数ケース用意し、それごとに最適化を行って負のポアソン比構造が発現できたものをグラフにプロットし、相関関係を調査する方法の2つの方針に基づき検証を行う。

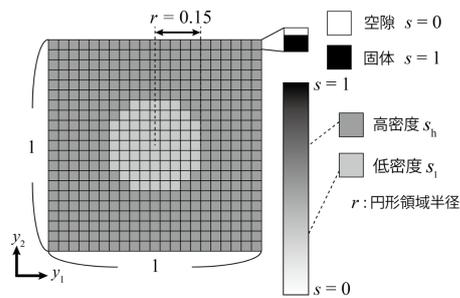


図-1: 本手法の初期材料配置

(1) 初期材料配置に関するパラメータスタディ

本手法は図-1のような一辺の長さ1のユニットセルの中心から半径 r の円形領域の設計変数を s_l , それ以外の領域の設計変数を s_h として材料配置がされている。ここで, s_l は有限要素毎の密度が低いことを, s_h は密度が高いことを表し, 以降ではそれぞれ低密度変数, 高密度変数と呼ぶ。これらは初期設計変数 s_0 をそれぞれ以下の式 (11), (12) に代入することで算出される。領域間で密度の差をつけるのは, 本手法が式 (9) に表される要素毎の感度の差を生じさせることで最適化時の最終的な材料配置をある程度制御出来るためである。ここで, ΔH は高密度を与えるために, 初期にパラメータとして指定する固定値である。ここで, ΔL は ΔH , r に加え, 2次元解析においてはユニットセルの面積 S を用いて式 (13) で表される。なお, 本手法では $r = 0.15$, $\Delta H = 0.20$ としている。

$$s_h = (1 + \Delta H)s_0 \quad (11)$$

$$s_l = (1 - \Delta L)s_0 \quad (12)$$

$$\Delta L = \frac{\pi r^2 \Delta H}{S - \pi r^2} \quad (13)$$

a) 初期材料配置の設定方法

初期材料配置のパラメータスタディを実施するために, その材料配置を以下の4つのパターンで設定し, それぞれに対して最適化計算を行う。

- ・パターン (A) 全設計領域の設計変数を乱数を用いてランダムに振り分ける。
- ・パターン (B) 初期の低密度変数領域の半径を変化させる。
- ・パターン (C) 初期の低密度変数と高密度変数を入れ替える。
- ・パターン (D) 初期の低密度変数領域と高密度変数領域の設計変数の差を変化させる。

以上の4つのパターンの材料配置に基づき最適化を行い, 発現するトポロジーと最終ステップにおける均質化弾性係数行列にどのような影響を及ぼすかを調査する。本検証では誌面のスペースと計算時間の短縮の都合上, 40×40 の8節点四変形要素で構成される2次元等方性構造で検証を行う。また, 本検証では等方性のメタマテリアルのみを対象とする。なお, 解析条件は微視構造を構成する材料のヤング率 $E = 100$ GPa, ポ

アソン比 $\nu = 0.3$, 目標ヤング率 $\hat{E} = 6.0$ GPa, 目標ポアソン比 $\hat{\nu} = -0.2$, 材料体積量を30% ($s=0.3$) 以下とする。このときの目標弾性係数行列は式 (14) のようになる。

$$\mathbb{C}^* = \begin{pmatrix} 6.250 & -1.250 & 0.000 \\ & 6.250 & 0.000 \\ sym. & & free \end{pmatrix} \quad (14)$$

パターン (A) は3ケース, パターン (C) は1ケース, パターン (B), (D) は8ケースの最適化計算を行った。

b) 最適化計算結果

本節では, 前述のパターン (A) から (D) の初期の材料配置を用いて最適化した結果を示す。ただし, 最適化結果のトポロジーの中には材料同士が繋がらず一見力学的に不要な構造が現れることがある。これは本手法がグレースケールをある程度許容していることが原因で, 可視化ソフトにより指定された値以上の設計変数を持つ要素のみを表示しているためである。以降の最適化結果では基本として $s = 0.5$ 以上の要素を表示するが, 必要に応じてその閾値を変更して表示する。ただし, その際には変更した s の閾値を記すこととした。

・パターン (A)

パターン (A) では乱数を用いて設計変数の初期値に変化を加えたものであるが, それを個別に3回行い, それぞれの初期配置で最適化を行った。代表して1回目の初期配置を用いて最適化した場合の均質化弾性係数行列の値を以下に記す。また, その際に得られた最適化結果を図-2に示す。

$$\mathbb{C}^H = \begin{pmatrix} 6.429 & -1.071 & -0.358 \\ & 6.428 & 0.334 \\ sym. & & 0.100 \end{pmatrix}$$

これを見ると, 非対称のトポロジーが現れ, 得られた均質化弾性係数行列は, 負のポアソン比を発現するものの (1,2) 成分は-0.107程度で停滞し, さらに (1,3) 成分や (2,3) 成分のようなせん断に関する成分も0に近づかず大きな値となった。これは式 (8) において (1,3) 成分や (2,3) 成分に制約をかけていないことに起因する。本来, 等方性構造とは, 材料の物性が任意の方向に依存しない性質を言うが, 得られた最適化結果を見ると明らかに異方性を示すトポロジーとなっていることがわかる。よって, パターン (A) のように乱数で全領域に初期材料配置をする方法は意図せぬ局所解に陥り, 異方性のマイクロ構造が発現することがわかった。

・パターン (B)

パターン (B) では初期の低密度変数領域の半径を $r = 0.05, 0.1, 0.2, 0.25, 0.3, 0.35, 0.4, 0.45$ の8とおりに

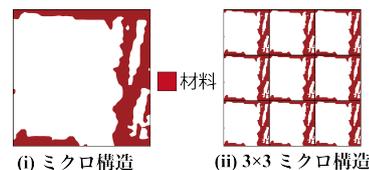


図-2: パターン (A) の最適化結果

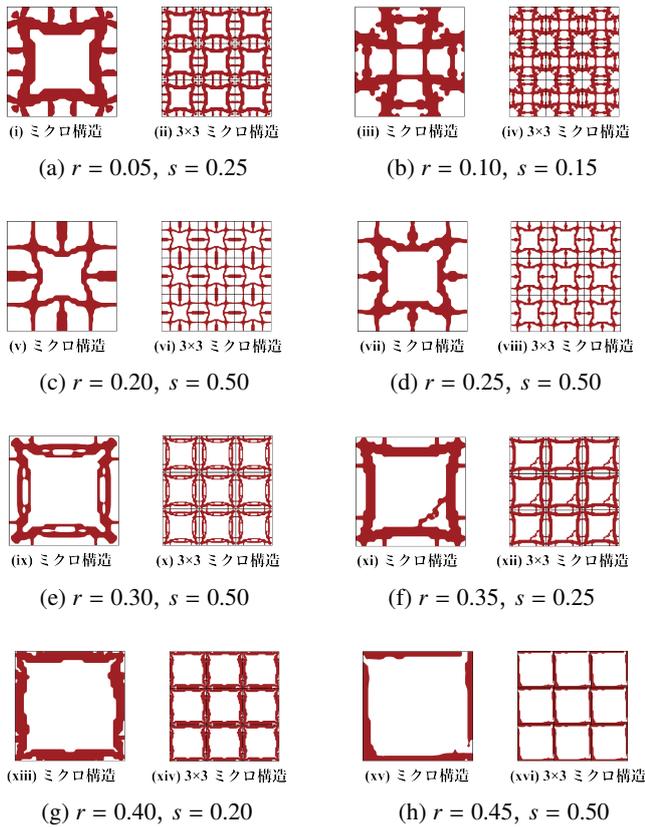


図-3: パターン (B) の最適化結果

変化させて最適化を行った。その際に得られた最適化結果を図-3に示す。なお、ここでは表示する設計変数 s の下限値 (閾値) も記している。パターン (B) は、ケース (a) から (d) において y_1 軸および y_2 軸に対して軸対称なトポロジーが得られたが、ケース (e) 以降のケースから非対称なトポロジーの発現が顕著になった。ここでケース (d), (e), (h) 間の違いを比較する。ケース (d), (e), (h) で実際に得られた均質化弾性係数行列は、それぞれ以下であった。

$$\text{ケース (d)} \quad \mathbb{C}^H = \begin{pmatrix} 6.250 & -1.250 & 0.000 \\ & 6.250 & 0.000 \\ \text{sym.} & & 0.137 \end{pmatrix}$$

$$\text{ケース (e)} \quad \mathbb{C}^H = \begin{pmatrix} 6.251 & -1.250 & 0.007 \\ & 6.251 & -0.008 \\ \text{sym.} & & 0.054 \end{pmatrix}$$

$$\text{ケース (h)} \quad \mathbb{C}^H = \begin{pmatrix} 6.250 & -1.250 & 0.230 \\ & 6.250 & -0.306 \\ \text{sym.} & & 0.050 \end{pmatrix}$$

ケース (e), (h) を見ると、(1,1), (1,2), (2,2) 成分は目標値とほぼ一致するものの、ケース (d) と異なり (1,3) 成分, (2,3) 成分などが目標値に一致しておらず、半径が大きくなるにつれて目標値からの乖離も顕著になる。半径を小さくすると材料を無駄なく配置出来るが、半径が大きくなるとその分ユニットセルの縁付近に材料を配置しなくてはならなくなるため、異方性を発現す

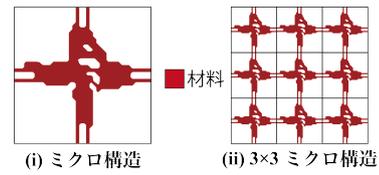


図-4: パターン (C) の最適化結果

る材料配置になり均質化弾性係数行列が目標弾性係数行列と一致しないケースが見られる。よって、低密度変数領域の半径が $0.05 \leq r \leq 0.25$ の範囲であれば妥当な結果が得られることがわかった。

・パターン (C)

パターン (C) では図-1 のような初期材料配置とは反対に、初期の低密度変数と高密度変数を入れ替え、最適化を行った。その際に得られた最適化結果を図-4に示し、最適化後の均質化弾性係数行列の値も以下に記した。

$$\mathbb{C}^H = \begin{pmatrix} 6.165 & -1.147 & -0.001 \\ & 6.197 & -0.004 \\ \text{sym.} & & 0.047 \end{pmatrix}$$

パターン (C) では、非対称のトポロジーが発現した。負のポアソン比には到達するものの (1,1) 成分, (1,2) 成分, (2,2) 成分は、いずれも目標値とは一致せず、(1,3), (2,3) 成分も 0 に限りなく近いとみなすことは難しい。よって初期の低密度変数と高密度変数を入れ替えた材料配置では妥当な結果が得られないことがわかった。

・パターン (D)

パターン (D) では初期の低密度変数領域と高密度変数領域の設計変数の差を変化させ、最適化を行った。ここで、 $r = 0.15$ とすると、式 (7), (12), (13) から、 $\Delta H < 2.33$ となる。よって、 $\Delta H = 0.05, 0.1, 0.15, 0.25, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ の 8 とおりに変化させ、その際に得られた最適化結果を図-5に示す。パターン (D) では、ケース (a), (b), (c), (d), (f) は軸対称のトポロジーが発現し、材料も繋がっている。しかし、ケース (e), (g), (h) は力学的意味を持たない浮島のような構造が現れ、さらに異方性が顕著になった。ここでケース (d), (e), (h) 間の違いを比較する。まず、ケース (d), (e), (h) で実際に得られた均質化弾性係数行列を以下に示す。

$$\text{ケース (d)} \quad \mathbb{C}^H = \begin{pmatrix} 6.250 & -1.250 & -0.000 \\ & 6.250 & 0.000 \\ \text{sym.} & & 0.053 \end{pmatrix}$$

$$\text{ケース (e)} \quad \mathbb{C}^H = \begin{pmatrix} 6.251 & -1.250 & -0.002 \\ & 6.251 & 0.002 \\ \text{sym.} & & 0.117 \end{pmatrix}$$

$$\text{ケース (h)} \quad \mathbb{C}^H = \begin{pmatrix} 6.250 & -1.250 & 0.178 \\ & 6.250 & -0.025 \\ \text{sym.} & & 0.175 \end{pmatrix}$$

ケース (e), (h) を見ると、(1,1), (1,2), (2,2) 成分は目標値とほぼ一致するものの、ケース (d) と異なり (1,3) 成分, (2,3) 成分などが目標値に一致しておらず、 ΔH が

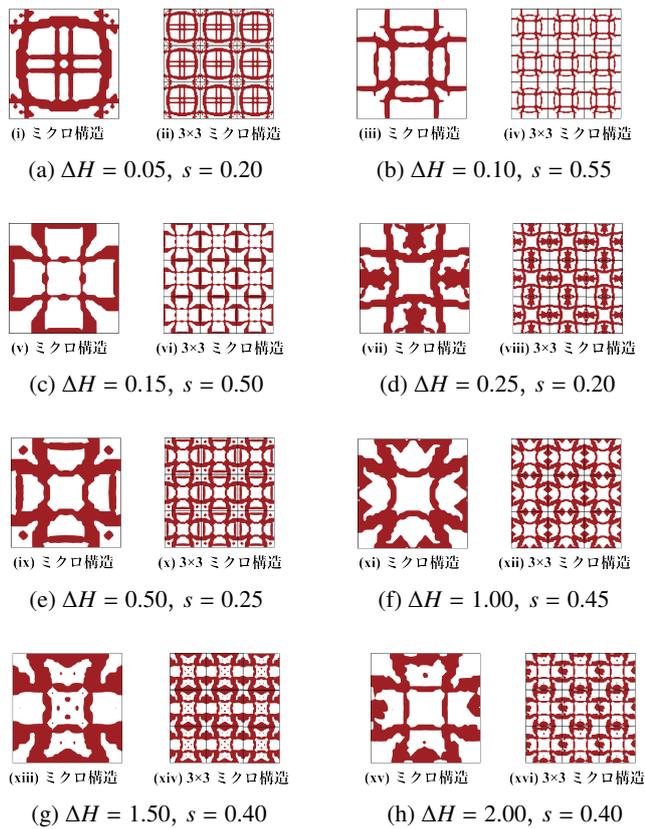


図-5: パターン (D) の最適化結果

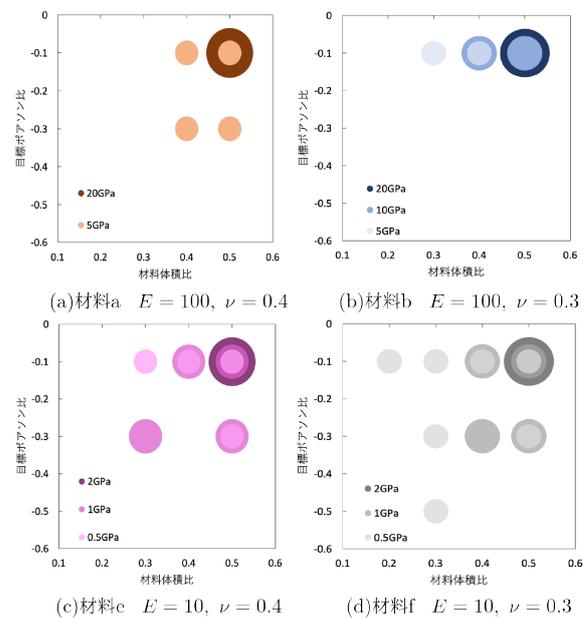
大きくなるにつれ目標値からの乖離も顕著になる。これは式 (11), (12), (13) より ΔH が大きくなると s_h が大きくなり、 s_l が小さくなる。その結果、初期段階からグレースケールを許容しないような材料配置になり、設計自由度が低下した中で局所的最適解に陥ったものと考えられる。よって、 ΔH が $0.05 \leq \Delta H \leq 0.25$ の小さい範囲では比較的安定して目標値に収束しやすいことがわかる。以上の結果から、加藤ら [14] によって提案された負のポアソン比構造の最適化手法において、図-1 のように中央に低密度変数領域、それ以外の設計領域を高密度変数とし、そのときの半径を $r = 0.15$ 、 $\Delta H = 0.20$ とする配置が安定して局所的最適解を得やすいことがわかる。また、半径 r や ΔH も小さい範囲であれば比較的安定した局所的最適解を得やすいことも分かった。

(2) 材料パラメータと目標値の相関関係

本節では使用材料によって、目標とするヤング率 \hat{E} 、ポアソン比 $\hat{\nu}$ 、材料体積比 s の3つのパラメータ間に相関関係があるかどうかを検証する。なお、ここでいう材料体積比とは、ユニットセルに含まれる材料の総体積量をユニットセルの体積で除したものである。対象となる構造は誌面とスペースの都合上 8 節点四辺形要素で構成される 2次元等方性のマイクロ構造のみとする。検証方法として、表-1 に示すように各パラメータを変化させる。計算を終了した際の均質化弾性係数行列が式 (4) に表される目標弾性係数行列に一致したものを最

表-1: 検証に使用した材料パラメータ

材料	材料ヤング率 E [GPa]	材料ポアソン比 ν	目標ヤング率 \hat{E} [GPa]	目標ポアソン比 $\hat{\nu}$	材料体積比
a	100	0.4	20.0, 10.0, 5.0	-0.1, -0.3, -0.5	0.2, 0.3, 0.4, 0.5
b		0.3			
c	50	0.4	10.0, 5.0, 2.5		
d		0.3			
e	10	0.4	2.0, 1.0, 0.5		
f		0.3			

図-6: 最適化が成功した際の $\hat{E}, \hat{\nu}, s$

適化成功とみなし、グラフにプロットした。ここで、両者を一致とする基準は、両者の各成分の差の絶対値が全成分において 1.0×10^{-5} 以下となる場合のみとした。

(3) 最適化結果

前節で示した条件で最適化を行った結果を図-6 に示す。ここでは、材料 a、材料 b、材料 e、材料 f を対象に、成功したケースの一覧を図-6 に示している。円の色が濃く、大きいものほど最適化マイクロ構造の目標ヤング率が大きいことを示している。また、円の数は目標値と均質化弾性係数の各成分の値が一致した数を表している。ここで、横軸は材料体積比、縦軸は目標ポアソン比を表している。これを見ると、材料 (a), (b) は 5 ケース、材料 (e) は 9 ケース、材料 (f) は 12 ケースが目標値どおりに発現した。材料のヤング率が等しい場合、材料のポアソン比が小さいほど最適化可能なケース数が増加し、一方で材料ポアソン比が等しい材料では材料ヤング率が小さいほど成功するケースが増加するこ

とがわかる。このことから、材料のヤング率 E とポアソン比 ν が低くなるに連れて最適化に成功するケースが増加することがわかる。本手法では使用材料によって、目標とするヤング率 \hat{E} 、ポアソン比 $\hat{\nu}$ 、材料体積比 s の3つのパラメータ間に相関関係があるかどうかに関して以上のような結論が得られたが、さらに最適化に成功するケースを増やすには、許容する計算ステップ数を増加させる方法が挙げられる。本手法では計算時間の短縮を図るべく、計算が収束せずとも最大で1000ステップ目で止まる仕様になっている。このステップ数をさらに増加させることで収束するまで計算を回し続けることが可能になるため、本検証で最適化に成功しなかったケースにおけるパラメータでも最適化に成功する可能性があると考えられる。

4. 結論

本研究では、負のポアソン比を発現するマイクロ構造の最適化手法の抱える初期値依存性問題に対し、2とおりの方針に基づき検証を行なった。1つ目の検証は、初期材料配置を変更する方法、2つ目は目標値のパラメータ間の相関を調べる方法である。以下に、本研究で得られた結論を示す。

- ・初期材料配置について、加藤ら [14] が提案した配置は安定して局所的最適解を得やすい。また、半径 r や ΔH も比較的小さい範囲であれば比較的安定した局所的最適解を得やすい。

- ・材料のヤング率とポアソン比が低くなるに連れて最適化に成功するケースが増加することがわかる。

今後の課題として、以下の点が挙げられる。

- ・2次元異方性構造、3次元構造においても同様の検証を行う。
- ・最適化ステップに応じてフィルター半径を段階的に小さくしていくことで、グレースケールを減らすことの効果について検証する。
- ・最大計算ステップ数を増加させ、本研究と同様の検証を行う。
- ・材料が繋がらずに点在する構造が現れる原因と改善策の検討。

参考文献

- [1] Nia A.A., Razavi S.B., Majzoobi G.H.: Ballistic limit determination of aluminum honeycombs-Experimental study, *Material Science and Engineering A*, Vol.488, pp.273-280, 2008.
- [2] Yungwirth C.J., Wadley H.N., O'Connor J.H., Zakraysek A.J., Deshpande V.D.: Impact response of sandwich plates with a pyramidal lattice core, *International Journal of Engineering*, Vol.35, pp.920-936, 2008.
- [3] Compton B.G., Lewis J.: A 3D-printing of lightweight cellular composites, *Advanced Materials*, Vol.26, pp.5390-5935, 2014.
- [4] Jiang L., Hu H.: Finite element modeling of multilayer orthogonal auxetic composites under low-velocity impact, *Materials*, Vol.8, pp.908, 2017.
- [5] Duc N.D., Seung-Eock K., Cong P.H., Anh N.T., Khoa N.D.: Dynamic response and vibration of composite double curved shallow shells with negative Poisson's ratio in auxetic honeycombs core layer on elastic foundations subjected to blast and damping loads, *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol.133, pp.504-512, 2017.
- [6] Wang X.T., Wang B., Wen Z.H., Li M.: Fabrication and mechanical properties of CFRP composite three-dimensional double-arrow-head auxetic structures, *Composites Science and Technology*, Vol.164, pp.92-102, 2018.
- [7] Alderson A., Alderson K.L.: Auxetic materials, *Procedia Engineering*, Vol.72, pp.453-458, 2014.
- [8] Heng L., Wang B., Li M., Zhang Y., Jiang L.: Advances in Fabrication Materials of Honeycomb Structure Films by the Breth-Figure Method, *Materials*, Vol.6, pp.460-482, 2013.
- [9] Bckmann T., Stenger N., Kadic M., Kaschke J., Frlich A., Kennerknecht T., Eberl C., Thiel M., Wegner M.: Tailored 3D mechanical metamaterials made by dip in direct laser writing optical lithography, *Advanced Materials*, Vol.24, pp.2710-2714, 2012.
- [10] Ren X., Das R., Tran P., Ngo T.D., Xie Y.M.: Auxetic metamaterials and structures, *Smart Materials and Structures*, Vol.27, pp.38, 2018
- [11] Panagiotis V., Shikui C., Xiao W., Tiantian L., Lifeng W.: Topology optimization of multi-material negative Poisson's ratio metamaterials using a reconciled level set method, *Computer-Aided Design*, Vol.83, pp.15-32, 2017.
- [12] Radman A., Huang X., Xie Y.M.: Topological optimization for the design of microstructures of isotropic cellular materials, *Engineering Optimization*, Vol.45, pp.1331-1348, 2013.
- [13] Nikos T.K., Georgios A.D., Georgios E.S.: Design and verification of auxetic microstructures using topology optimization and homogenization, Vol.85, pp.1289-1306, 2015.
- [14] 加藤将貴, 加藤準治: トポロジー最適化によるメタマテリアル材料設計法の検討, 修士論文, 東北大学大学院工学研究科, 2019.
- [15] 谷地大舜, 加藤準治, 高瀬慎介, 寺田賢二郎, 京谷孝史: マルチスケールトポロジー最適化手法と解析的感度導出法の提案, *Transactions of JSCES*, 2013.
- [16] K, Svanberg.: The method of moving asymptotes - a new method for structural optimization, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol.24, pp.359-373, 1997.

分流器の最適設計のための初期形態創成を目的とした データ駆動型トポロジーデザイン

Data-driven topology design for initial arrangements for optimal design of
flow distributor

浦田一矢¹⁾ 津本燎²⁾ 矢地謙太郎³⁾ 野間口大⁴⁾ 藤田喜久雄⁵⁾
Kazuya Urata, Ryo Tsumoto, Kentaro Yaji, Yutaka Nomaguchi, Kikuo Fujita

¹⁾大阪大学 工学研究科 機械工学専攻 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: urata@syd.mech.eng.osaka-u.ac.jp)

²⁾大阪大学 工学研究科 機械工学専攻 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: tsumoto@syd.mech.eng.osaka-u.ac.jp)

³⁾博 (工) 大阪大学 工学研究科 助教 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: yaji@mech.eng.osaka-u.ac.jp)

⁴⁾博 (工) 大阪大学 工学研究科 准教授 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: noma@mech.eng.osaka-u.ac.jp)

⁵⁾工博 大阪大学 工学研究科 教授 (〒 565-0871 大阪府吹田市山田丘 2-1, E-mail: fujita@mech.eng.osaka-u.ac.jp)

Shape optimization using a turbulence model can be an effective method for designing the geometry of a flow distributor, which is a component used in heat exchangers and other devices to divide the flow. However, shape optimization has a fundamental problem that the optimal solution is highly dependent on the initial solution. In this study, we discuss a method to generate initial arrangement by data-driven topology design that realize non-gradient optimization with high degrees of freedom, and to derive a superior optimal solution from it by shape optimization.

Key Words : Flow distributor, Data-driven topology design, Variational autoencoder, Shape optimization

1. 緒言

分流器とは、熱交換器外部より運ばれた冷媒を熱交換器内部の複数の流路に分け、流入させるための部品である。その設計においては、圧力損失を最小化し、分流後の各流路の流量を均一にするために形状や形態を決定することが求められる。しかし、分流後の流路の数に応じて様々な分岐パターンが存在し、その多様な分岐パターンのもとで各流路の形状を決定する必要があり、分流器の設計には様々な可能性が存在する。加えて、分流器が乱流域で動作する場合には現象の複雑度が増す。一連の事項のもと、設計者が形態、形状と性能との関係を見積りつつ優れた設計を見出すことは容易ではなく、最適な設計を導く合理的な方法が求められる。乱流を取り扱う最適化問題では、流体計算で重要となる壁面の取り扱いの観点からトポロジー最適化の適用は難しく、形状最適化が有効な手段である。一方で、形状最適化は分岐パターンの変更を考慮しながら最適設計を導くことが難しく、最適解が初期解に大きく依存する根本的課題を有する。そこで、本研究では Yamasaki らが提案したデータ駆動型トポロジーデザイン [1] を用いて合理的に初期形態を創成し、そこから優れた最適解を形状最適化によって導出する手法について論じる。本研究のフローを以下に示す。

ステップ 1 アルゴリズムを用いて多様な分岐パターンを持つ材料分布を獲得

ステップ 2 ステップ 1 のパターンを初期材料分布とし、データ駆動型トポロジーデザインにより最適パターンを獲得

ステップ 3 ステップ 2 の最適パターンを初期解とし、形状最適化により最適形状を獲得

データ駆動型トポロジーデザイン [1] とは深層生成モデルによる解の生成と解の選択を組み合わせたトポロジー最適化の新たな方法論である。本手法は目的関数の感度情報を用いない感度フリーの手法であり、また、多様な分岐パターンを初期データとして入力することで、多様な分岐パターンを含む解空間から探索を始めることができることにより、乱流のような目的関数空間が強い多峰性を持つ問題に対しても適用可能である。

2. 問題設定

本研究では、分流器の例として図-1 のように 1 本の流れを 5 本に分岐させ、中央部分の熱交換部を経て再び 1 本に合流させるような分流形態を取り上げる。上流部と下流部の両方に設計領域を設定する。本章では乱流場における物理場のモデリングを行う。

初めに支配条件と境界条件について記述する。流れ場は非圧縮かつ定常であるとする。解析領域における位置を x とし、時間平均流速ベクトル、時間平均圧力をそれぞれ $u(x)$, $p(x)$ とする。本研究では乱流モデルとして $k-\varepsilon$ モデルを使用するため、連続の式、レイノルズ平均ナビエ-ストークスの式に加え、乱流運動エネルギー k と消散率 ε の輸送方程式を導入する。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = \nabla \cdot \left[-p\mathbf{I} + (\mu + \mu_T)(\nabla\mathbf{u} + \nabla\mathbf{u}^T) \right] \quad (2)$$

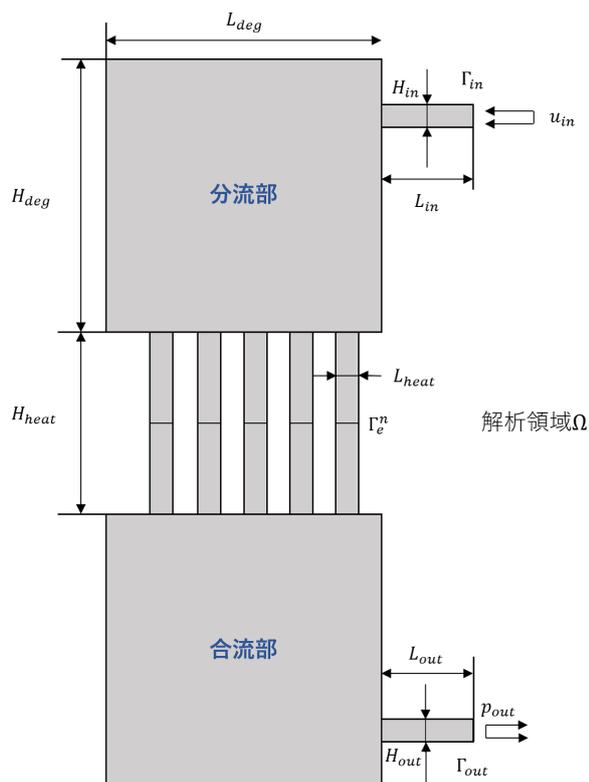


図-1 分流器の2次元モデル

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)k = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + P_k - \rho \varepsilon \quad (3)$$

$$\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\varepsilon = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (4)$$

$$\mu_T = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (5)$$

$$P_k = \mu_T \left[\nabla \mathbf{u} : (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T) \right] \quad (6)$$

ここで ρ, μ, μ_T, P_k はそれぞれ密度, 粘性係数, 渦粘性係数, 乱流運動エネルギーの生成割合である。また, $\sigma_k, \sigma_\varepsilon, C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}, C_\mu$ はモデル定数である。また, 境界条件として流入口で一様流速 u_{in} , 流出口で圧力 p_{out} を与え, それ以外の境界すべてで壁関数を定義する。

3. 提案法の基本的な枠組み

(1) 初期材料分布の生成

本節ではデータ駆動型トポロジーデザインでの入力に用いる初期材料分布の生成方法について示す。

最初に, 上流部, 下流部の分岐パターン生成方法について述べる (図-2)。

ステップ1 分岐パターンを決定する。ここでは, まず2本に分岐してからそれぞれが2本と3本に分岐するパターンを例に説明する。

ステップ2 流入口, 分岐流路の位置に点をプロットする。

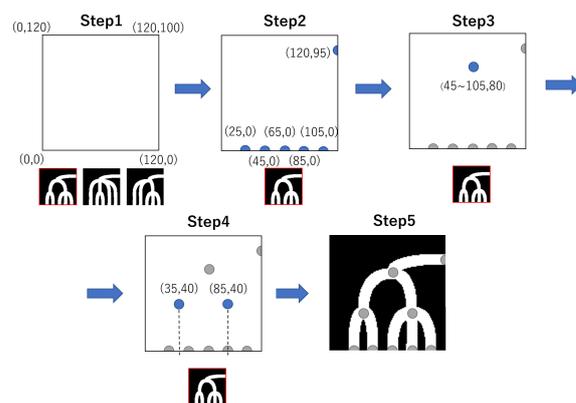


図-2 分岐パターン生成方法

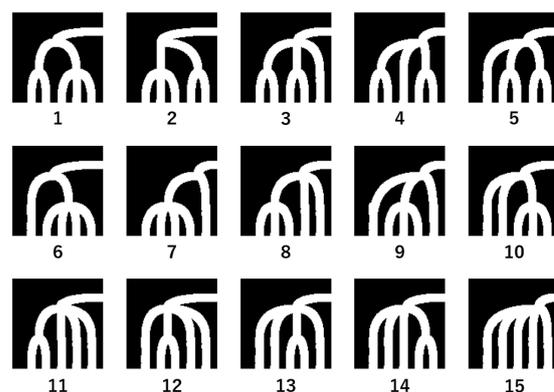


図-3 15種類の分岐パターン



図-4 初期材料分布の生成方法

ステップ3 1回目の分岐位置に点をプロットする。分岐位置の x 座標は45から105までの間でランダムに決定する。 y 座標は80とする。

ステップ4 2回目の分岐位置に点をプロットする。分岐位置の x 座標は分岐流路の中心になるよう決定する。 y 座標は40とする。

ステップ5 プロットした点をベジェ曲線で繋ぐ。曲線の幅は流路の幅に合わせて10とする。

今回はステップ1で用いる分岐パターンとして15種類用意している (図-3)。

続いて, 以下の手順で上流部, 下流部を含めた初期材料分布を作成する (図-4)。

ステップ1 上記の方法により上流部の分岐パターンを作成する。

ステップ2 下流部の分岐パターンとして, ステップ1と同様の方法で分岐パターンを作成し, 作

成した分岐パターンの上下を反転させる。

ステップ3 ステップ1, ステップ2の画像を上下に合わせることで初期データを作成する。なお、全体のアスペクト比が1:1になるように、初期データのアスペクト比を変更する。

本研究で扱うデータはすべて14400 (120 × 120) 要素である。

(2) データ駆動型トポロジーデザインによる最適化手順

本節ではデータ駆動型トポロジーデザイン [1] の枠組みを前章の問題設定に展開する。本手法は多目的最適化問題におけるパレート最適解の暫定集合を想定し、そのデータをエリートデータとみなし、深層生成モデルにエリートデータの潜在空間を学習させ、潜在空間からデコーディングすることで新たな解候補を生成し、それらの解をエリート保存戦略により選択することで、優れた解を生成する方法である。本研究でのデータ駆動型トポロジーデザインの計算手順を以下に示す。

ステップ1 多様な分岐パターンを持つ材料分布をアルゴリズムにより生成し、性能評価を行う。

ステップ2 評価データから NSGA-II[2] で用いられている選択法を用いて優れたデータを選択し、暫定的エリートデータとする。

ステップ3 収束条件を満たしていれば、暫定的エリートデータを最適解として手順を終える。収束していなければ、次の手順へ進む。

ステップ4 暫定的エリートデータの材料分布を訓練データとして深層生成モデルを学習させ、これを用いて訓練データの特徴を継承した材料分布を新たに生成する。

ステップ5 生成された材料分布の目的関数値を計算し、性能を評価する。材料分布と性能値を合わせたデータを生成データとして作成する。

ステップ6 暫定的エリートデータと生成データを結合して新たな評価データとし、ステップ2へ戻る。

なお、ステップ1での初期材料分布は399個生成し、2回の分岐が存在する分岐パターンのみとする。ステップ2にて選択するデータ数およびステップ4にて新たに生成するデータ数は512個とする。繰り返しの上限数は300回とする。ステップ1および5で行う性能評価のための流体解析はCOMSOL Ver.6.0のCFDモジュールを用いて行う。また、ステップ4では深層生成モデルとしてVariational autoencoder (VAE) を用いる。VAEはKerasによって実装する。

(3) 形状最適化による最適化手順

本節では、形状最適化を用いた最適化の手順について示す。本研究では、数理計画法の一種であるMethod of Moving Asymptotes (MMA)[4]を用いて最適化問題を

解く。また、感度計算にはAdjoint法を用いる。計算手順を以下に示す。

ステップ1 初期形状を獲得する。

ステップ2 有限要素法により、現在の形状における流れ場の解析を行う。

ステップ3 目的関数を算出する。

ステップ4 収束条件を満たしていれば、現在の形状を最適形状として計算を終える。収束していなければ、次の手順へ進む。

ステップ5 形状感度を算出する。

ステップ6 MMAを用いて形状を更新し、ステップ2へ戻る。

なお、最適化はCOMSOL Ver.6.0の形状最適化モジュールを用いて行う。繰り返しの上限数は100回とする。

4. 最適化問題に対する目的関数

本章ではデータ駆動型トポロジーデザイン、形状最適化で用いる目的関数を各最適化法に分けて記述する。

(1) データ駆動型トポロジーデザインの目的関数

分流器の最適設計問題において最小化すべき性能指標として圧力損失と流量の均一性が考えられ、以下のように定式化される。

$$J_1 = p_{in} = \int_{\Gamma_{in}} p ds \quad (7)$$

$$J_2 = \max \int_{\Gamma_e^n} \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} ds - \min \int_{\Gamma_e^n} \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} ds \quad (8)$$

ここで、 Γ_{in} は流入口の境界、 Γ_e^n は各分岐流路における境界、 \mathbf{n} は Γ_e^n の単位法線ベクトルである。

分岐後の流量がより均一であるほど圧力損失が増加し、流量が一部に集中するほど圧力損失が減少する。つまり、分流器の設計において圧力損失と流量の均一性はトレードオフの関係にある。以上を踏まえ、式(7)、(8)を目的関数とした多目的最適化問題を設定する。

(2) 形状最適化の目的関数、制約条件

性能指標として圧力損失を考え、式(7)と同様の目的関数を用いる。また、形状最適化の初期解は、データ駆動型トポロジーデザインによる最適解の中から選ぶことより、流量が均一であるものが選択できることが期待できる。以上を踏まえ、流量の均一性を制約条件として以下のように定式化する。

$$0.95 \int_{\Gamma_e^n} \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}_{bef} ds \leq \int_{\Gamma_e^n} \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}_{aft} ds \leq 1.05 \int_{\Gamma_e^n} \mathbf{n} \cdot \mathbf{u}_{bef} ds \quad (9)$$

\mathbf{u}_{bef} は形状最適化前の流速ベクトル、 \mathbf{u}_{aft} は形状最適化後の流速ベクトルである。

5. 数値例

本章では、前章までの内容を踏まえて行った計算結果を示し、考察を行うことで本手法の有効性を検証する。

(1) パラメータの定義

表1, 2にシミュレーションを行う上で定義するパラメータを示す。支配方程式に含まれる多数の定数モデルはLaunderとSpaldingが提案した標準 $k-\varepsilon$ モデル[3]に従って決定した。また粘性定数 μ はレイノルズ数の逆数を用いた。

表-1 設計領域および流体に関するパラメータ

パラメータ	記号	数値	単位
流入口の幅	L_{in}	4	m
流入口の高さ	H_{in}	1	m
設計領域の幅	L_{deg}	12	m
設計領域の高さ	H_{deg}	12	m
熱交換部の幅	L_{heat}	1	m
熱交換部の高さ	H_{heat}	8	m
流出口の幅	L_{out}	4	m
流出口の高さ	H_{out}	1	m
流入速度	u_{in}	1	$m \cdot s^{-1}$
流出圧力	p_{out}	0	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-2}$
流体の密度	ρ	1	$kg \cdot m^{-3}$
レイノルズ数	Re	5.0×10^3	—
粘性係数	μ	2.0×10^{-4}	$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$

表-2 乱流モデルのパラメータ

パラメータ	記号	数値	単位
モデル定数1	C_{μ}	0.09	—
モデル定数2	σ_k	1	—
モデル定数3	σ_{ε}	1.3	—
モデル定数4	$C_{\varepsilon 1}$	1.44	—
モデル定数5	$C_{\varepsilon 2}$	1.92	—

(2) 初期材料分布の生成結果

本節では、データ駆動型トポロジーデザインの初期材料分布として獲得した材料分布を示す(図-5)。ただし、以下より示される分岐パターンの画像は熱交換部の直管を省く。

得られた初期材料分布の多様性を確認するために、分岐パターンの種類に着目する。分流部、合流部に対して、図-3に示す15種類の分岐パターンが存在する。つまり、分流器全体で、 $15^2 = 225$ 種類の分岐パターンが存在する。今回得られた分岐パターンは図-5より、178種類が存在する。つまり、今回の方法では、生成され得る分岐パターン全体の約80%のパターンを生成することができた。以上より、生成し得る分岐パターンの中で多様な初期材料分布を獲得できたと考えられる。

(3) データ駆動型トポロジーデザインによる結果と考察

本節では、データ駆動型トポロジーデザインによる最適化結果を示し、考察を行う。最適化結果の目的関

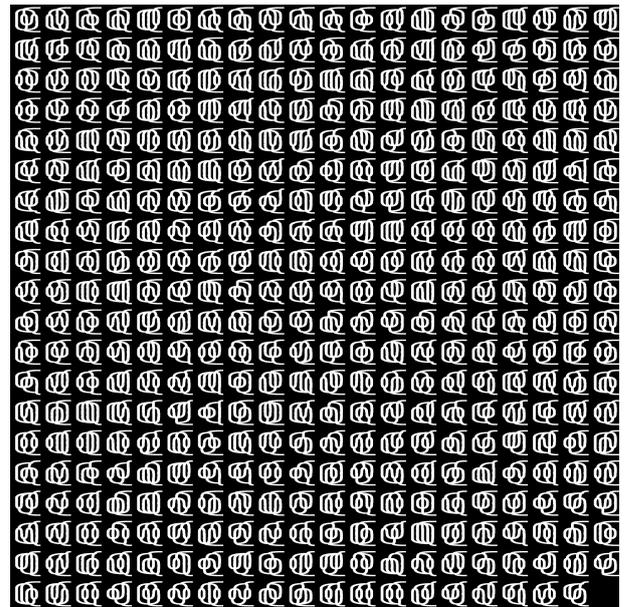


図-5 初期材料分布

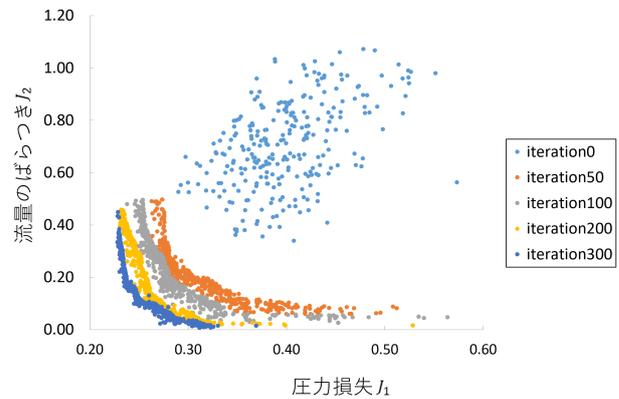


図-6 最適化結果の目的関数値

数値をプロットした図を示す(図-6)。圧力損失 J_1 、流量の均一性 J_2 ともに初期データに比べて改善がみられ、データ駆動型トポロジーデザインによって分流器の最適化が正しく行われたことが観察できる。一方で、パレートフロントの端にある解は分流器の分岐パターンとして不適當であると考えられる。例として、パレートフロントの左上に位置する解に注目する。流量の均一性 J_2 をみると熱交換部の各流路における最大流量と最小流量の差が0.4程度である。総流量1と比較して考えると、流れを分岐する目的が達成されておらず、分流器の構造として不適當であると判断できる。

次に得られた分岐パターンの画像から最適化結果について考察する。得られた分岐パターン512個を図-7に示す。最適化結果の分岐パターンは大きく2種類に分類できる。それらの分岐パターンをそれぞれパターン1、パターン2と呼ぶこととする(図-8,9)。2つの分岐パターンの速度場、圧力場を図-10,11に示す。図-10-a,10-bより、パターン1は圧力損失 J_1 が小さいが、流量の均一性 J_2 が小さい分岐パターンである。また、図-11-a,11-bより、パターン2は圧力損失 J_1 が大きい、流量の均

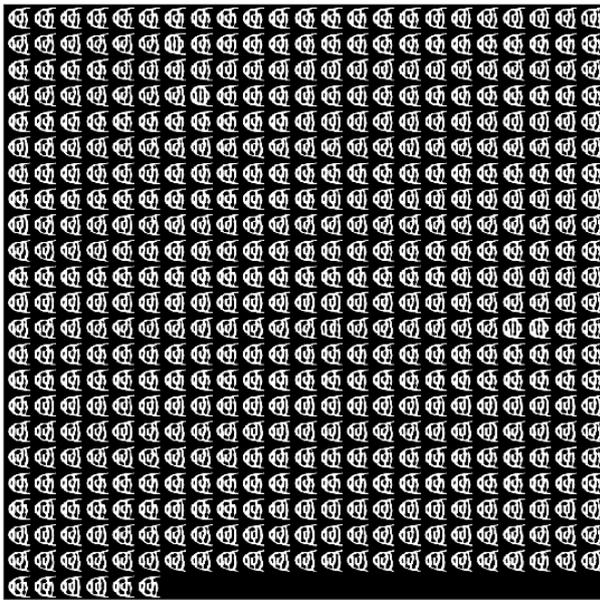


図-7 最適化結果の分岐パターン

一性 J_2 が大きい分岐パターンである。パターン1の分岐パターンには流量が少ない流路が複数存在し、およそ3本へ分岐していることとなっている。以上より、パターン1は分流器の構造として不相当であり、パターン2が相当であると判断する。



図-8 パターン1の例



図-9 パターン2の例

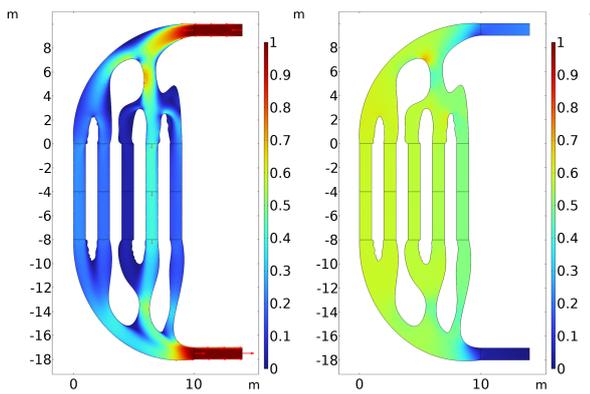


図-10-a 速度場

図-10-b 圧力場

図-10 パターン1の解析結果

(4) 形状最適化による結果と考察

本項では形状最適化による最適化結果を示す。まず、形状最適化で用いる初期解の選び方について説明する。

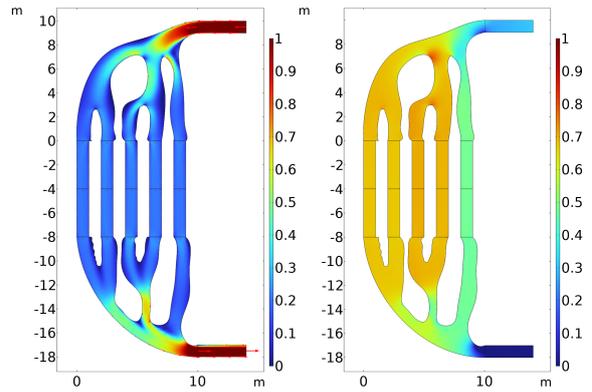


図-11-a 速度場

図-11-b 圧力場

図-11 パターン2の解析結果

前節に示す結果より、データ駆動型トポロジーデザインにより得た最適解の中には、分流器の構造として不相当と判断される解が存在する。そこで、流量の均一性 $J_2 \leq 0.1$ の条件を満たす解を分流器の構造として妥当であると考え、妥当な解を1つ選択し、形状最適化の初期解とする。この初期解を初期解1とする(図-12)。また、データ駆動型トポロジーデザインを形状最適化の初期解生成に用いる妥当性を検証するために、データ駆動型トポロジーデザインの初期解から初期解1と同様の分岐パターンを持つ解を1つ選択し、形状最適化の初期解とする。この初期解を初期解2とする(図-13)。

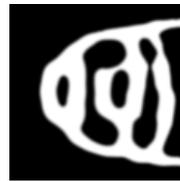


図-12 初期解1の図



図-13 初期解2の図

以上の初期解に対し形状最適化を行った結果を示す。両初期解の最適化前後の熱交換部における下方向流速を示す(表-3)。最適化前、後の下方向流速をそれぞれ $v_{bef.}^i, v_{aft.}^i$ ($i = 1, 2, \dots, 5$) とし、 i は左の流路から $1, 2, \dots, 5$ とする。

表-3 形状最適化前後での各初期解の各流路における流速

	$v_{bef.}^1$	$v_{bef.}^2$	$v_{bef.}^3$	$v_{bef.}^4$	$v_{bef.}^5$
初期解1	0.222	0.161	0.238	0.238	0.140
初期解2	0.440	0.278	0.268	0.0022	-0.0092
	$v_{aft.}^1$	$v_{aft.}^2$	$v_{aft.}^3$	$v_{aft.}^4$	$v_{aft.}^5$
初期解1	0.226	0.167	0.238	0.234	0.133
初期解2	0.438	0.292	0.256	0.0023	-0.0091

続いて、最適化前後の目的関数を示す(表-4)。最適化前、後の目的関数をそれぞれ $J_{1bef.}, J_{1aft.}$ とする。表-3,4より、式(9)のもとで最適化が正しく行われたことが観察できる。

表-4 形状最適化後での各初期解の目的関数

	$J_{1bef.}$	$J_{1aft.}$
初期解 1	0.2482	0.2478
初期解 2	0.4488	0.2587

次に形状最適化による形状の変化を図-14-a,14-bに示す。黒色線は最適化後の形状、灰色線は最適化前の形状、矢印は形状の移動距離を表す。ただし、図-14-a中の矢印は可視化のため、大きさを80倍している。

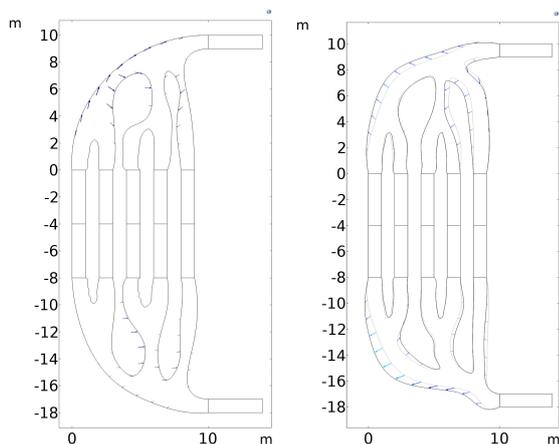


図-14-a 初期解 1

図-14-b 初期解 2

図-14 形状最適化による最適形状

まず、初期解 1 に注目し結果を考察する。図-14-aより、データ駆動型トポロジーデザインの最適解より獲得した初期解は形状最適化を通して外部形状がほとんど変化していないことがわかる。

次に初期解 2 に注目する。図-14-bより、初期解 1 に比べ、外部形状が大きく変化していることがわかる。さらに、表-4、図-15で示す目的関数の推移より、初期解 1 に比べて大きく目的関数が改善していることがわかる。しかし、初期解 2 はデータ駆動型トポロジーデザインによる最適化過程を経たおらず、流量の均一性が初期解 1 に比べて小さいことがわかる。

以上より、アルゴリズムにより獲得した分流器の分

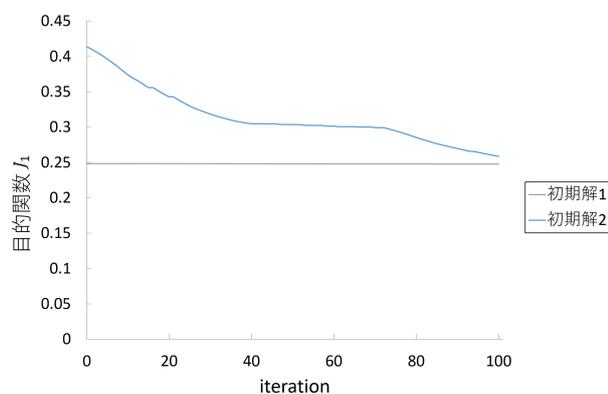


図-15 形状最適化による目的関数の推移

岐パターンに対し、形状最適化を直接行うことは合理的でなく、形状最適化の初期解として流量が均一である解を創成する方法としてデータ駆動型トポロジーデザインを用いることが有効であると考えられる。

6. 結言

本研究では乱流を想定した分流器の最適設計を行った。乱流を扱う最適化問題では、形状最適化を用いることが有効であるが、形状最適化には、最適解が初期解の選び方に依存するという課題がある。そこで、Yamasakiらが提案したデータ駆動型トポロジーデザイン [1] を用いて、優れた性能を示す初期形態を合理的に創成し、そこから形状最適化によって最適解を導出する方法について示した。

データ駆動型トポロジーデザインによる最適解と、初期解のうち同様のパターンを持つものを初期解として形状最適化を行い、データ駆動型トポロジーデザインによる初期形態創成の有効性を検証した。データ駆動型トポロジーデザインの初期解から選択した解は圧力損失が大きく改善したが、流量の均一性が小さい解であり、分流器としては不適当な解であると判断できる。データ駆動型トポロジーデザインによって得られた最適解に形状最適化を適用すると、流量の均一性を確保しつつ、圧力損失の改善がみられた。以上より、形状最適化の初期解を選ぶためにデータ駆動型トポロジーデザインによって優れた性能を示す解を創成することが効果的であると考えられる。

今後の展望として、実際の分流器に近い問題設定を行うことを考える。本研究では問題設定として2次元かつ、分流後の本数を5本に限定したが、実際の分流器に問題設定を近づけるために、3次元流れや、分流後の本数がさらに多いことを考慮に入れる必要がある。また、形状最適化による最適解に波打っている形状がみられる。波打っている形状は圧力損失の原因であると考えられる。そこで、パラメータの調節などにより、そのような形状を改善できれば、さらに性能の良い解を獲得できると考える。

参考文献

- [1] S. Yamasaki, K. Yaji, and K. Fujita. Data-driven topology design using a deep generative model. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, Vol. 64, No. 3, pp. 1401–1420, 2021.
- [2] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 6, No. 2, pp. 182–197, 2002.
- [3] B. Launder and D. Spalding. The numerical computation of turbulent flows. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3, No. 2, pp. 269–289, 1974.
- [4] K. Svanberg. The method of moving asymptotes—a new method for structural optimization. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 24, No. 2, pp. 359–373, 1987.

2:30 PM - 2:45 PM (Wed. May 31, 2023 1:15 PM - 2:45 PM Room E)

[E-03-06] ダルシーモデルを用いた自然対流型ヒートシンクのトポロジー最適化

*大谷 海斗¹、矢地 謙太郎¹、山崎 慎太郎²、藤田 喜久雄¹ (1. 大阪大学、2. 早稲田大学)