

遷移流領域の流れとクヌーセンミニマム

○松田七美男¹東京電機大学システムデザイン工¹

Flow in the transition range and Knudsen minimum

○ Namio Matuda¹School of System Design and Technology, Tokyo Denki Univ.¹

はじめに

長い円形導管（半径 a ，長さ L ）のコンダクタンスの値を全ての圧力範囲に渡って算出できる式として，Knudsen の式

$$C = \underbrace{\frac{\pi a^4 \bar{p}}{8\eta L}}_{C_v} + \underbrace{\sqrt{\frac{2\pi kT}{m}} \frac{4a^3}{3L}}_{C_m} \underbrace{\frac{1 + 2\sqrt{\frac{m}{kT}} \frac{a\bar{p}}{\eta}}{1 + 2.48\sqrt{\frac{m}{kT}} \frac{a\bar{p}}{\eta}}}_{Z_K} \quad (1)$$

は，よく知られている．ここに η は気体の粘性， $\bar{p}$ は管の両側の圧力の平均値， C_v は粘性流領域のコンダクタンス， C_m は分子流領域のコンダクタンスである．この式は，遷移流領域の流れを内壁でのすべりを考慮した粘性流として扱い，分子流コンダクタンスへの補正係数関数 Z_K を導入して得ることができる．しかし，この補正係数関数がどのように定まったかは Knudsen の原著を読んでもあまり明かではない．本報告では，この補正係数をパラメータを含む関数として一般化し，その調整によって結果が得られることを確認する．また，時間が許せば有理式以外の補正関数の可能性について言及する．

実験式の考案

すべり係数を考慮した粘性流コンダクタンス 遷移流領域では，流速分布が壁付近で急激に変化することが判っている．これを壁のすべり現象として定式化し，粘性流コンダクタンスに反映して遷移流コンダクタンスを計算することができる．すると詳細は省くが，遷移流領域の

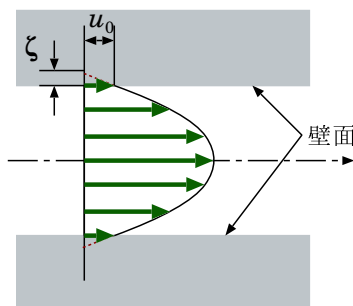


図1 すべり係数を考慮したポアズイユ流の流速分布

コンダクタンスは

$$C_t = C_v + \frac{3\zeta^*}{5} C_m \quad (2)$$

で与えられることになる．ここに ζ^* は，すべり係数が平均自由行程に比例するとした場合の比例係数である．すなわち，遷移流領域でも

$$\zeta = \zeta^* \lambda = \zeta^* \frac{\beta}{p} \quad (3)$$

が一般的に成立していると仮定している．(3) の右辺は平均自由行程が圧力に反比例することよりその係数を粘性係数を含めて $\beta = \frac{\pi \eta \bar{v}}{4} = \frac{\pi \eta}{4} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ と置いている．

実験式の性質と関数形 さて，(2) は $a\bar{p}$ の関数としてみた場合には一次関数であり，単調増加となって「ミニマム」がないことは明らかである．また，(2) の第2項の定数 $3\zeta^*/5$ が1以外ではユニバーサル曲線とはならない．Knudsen はこの定数の代わりに Z_K を考案したのであるが，これは $\bar{\delta} = 2a\bar{p}/\beta$ を変数に選んだ関数

$$Z(\bar{\delta}) = \frac{3\zeta^*}{5} + \left(1 - \frac{3\zeta^*}{5}\right) \frac{1}{1 + \Omega \bar{\delta}} = \frac{1 + \frac{3\zeta^*}{5} \Omega \bar{\delta}}{1 + \Omega \bar{\delta}} \quad (4)$$

として一般化することができる．ここに Ω は調整パラメータである．この一般化補正関数は， $a\bar{p} \gg 1$ では元々の $3\zeta^*/5$ に近づき， $a\bar{p} \ll 1$ (分子流) では1に漸近するよう意図されたものである．最後に，係数 ζ^* と調整パラメータ Ω を定めれば (1) が得られる．具体的には

$$\frac{5}{3\zeta^*} = 1.24 \simeq \frac{5}{4} \rightarrow \zeta^* \simeq \frac{4}{3}, \quad \Omega = \frac{5}{4} \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (5)$$

となっている．定められた係数 ζ^* の値は1よりも大きく，すべり効果をやや大きく繰り入れたことになる．またこの値を用いた式には「ミニマム」も出現する．

まとめ

全ての圧力領域における一様円形断面導管のコンダクタンスを表す式としてよく知られた Knudsen の式 (1) の中の補正関数 Z_K の導出方法に関する一つの考え方を示した．