

全流れ領域・任意長さの円筒導管を通過する気体流量の簡易計算方法

○吉田 肇^{1*}, 武井 良憲¹, 新井 健太¹¹ 国立研究開発法人産業技術総合研究所 計量標準総合センター

Simple Method for Calculating the Flow Rate in a Cylindrical Tube of Arbitrary Length over a Whole Flow Regime

○Hajime Yoshida^{1*}, Yoshinori Takei¹ and Kenta Arai¹¹National Institute of Advanced Industrial Science and Technology (AIST)

1. はじめに

配管内を通過する気体の流れは、圧力や配管径などに依存して、分子流（自由分子流）、中間流（遷移流、すべり流）、層流、乱流、臨界流（音速流、チョーク流れ）、亜臨界流（亜音速流）などの少なくとも6種類の特性の異なる流れ領域(flow regime)に変化する。したがって、配管内を通過する気体流量を計算する際には、計算の前に、流れ領域の判定が必要となる。しかし、この判定が容易でないことや、流れ領域の境界部では、計算結果が不連続になることが課題であった。

本研究では、分子流・層流・乱流・臨界流・亜臨界流を含む全流れ領域に適用可能で、且つ、オリフィスから長管まで、どのような形状(長さや直径の比, l/d)の円筒導管に対しても適用可能である気体流量の簡易計算式を提案する。“修正クヌーセンの式”と名付けたこの式を用いると、クヌーセン数、レイノルズ数、マッハ数という特性パラメータを計算することなく、円筒導管の直径 d と長さ l 、上流圧力 p_u と下流圧力 p_d 、温度 T 、およびガス種から、通過する気体流量 Q を求めることができる。

2. 修正クヌーセンの式

任意の l/d 比を持つ円筒導管を流れる気体流量 Q は、以下の式で表される。

$$Q = \frac{Q_{VL}' \cdot Q_{TB}' \cdot \left(Q_{CF} - \frac{Q_M}{1.235}\right)}{\sqrt{Q_{VL}'^2 Q_{TB}'^2 + Q_{TB}'^2 \left(Q_{CF} - \frac{Q_M}{1.235}\right)^2 + \left(Q_{CF} - \frac{Q_M}{1.235}\right)^2 Q_{VL}'^2}} + Q_M \frac{1 + \sqrt{\frac{M}{RT} \frac{d\bar{p}}{\eta}}}{1 + 1.235 \sqrt{\frac{M}{RT} \frac{d\bar{p}}{\eta}}}$$

ここで、 M は分子量[kg/mol]、 R は気体定数[J/mol K]、 T は温度[K]、 $\bar{p}$ は p_u と p_d の平均値[Pa]、 η は粘性係数[Pa·s]である。

Q_{VL}' は、層流を仮定して計算した流量で、

$$Q_{VL}' = \frac{\pi d^4}{128\eta(l + 0.41d)} \bar{p}(p_u - p_d)$$

Q_{TB}' は、乱流を仮定して計算した流量で、

$$Q_{TB}' = 1.015 d^{19/7} \left(\frac{\bar{v}^6}{\eta}\right)^{1/7} \left(\frac{p_u^2 - p_d^2}{l + 0.41d}\right)^{4/7}$$

Q_M は、分子流を仮定して計算した流量で、

$$Q_M = \frac{\pi d^2}{16} \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \cdot \frac{4(l/d) + 14}{3(l/d)^2 + 18(l/d) + 14} (p_u - p_d)$$

Q_{CF} は、圧縮流を仮定して計算した流量で、 p_d/p_u 比が臨界圧力比（空気の場合は0.528）より小さい時は、臨界流となり、

$$Q_{CF} = Q_{CR} = C_d p_u A \sqrt{\frac{RT}{M}} \gamma \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}$$

p_d/p_u 比が臨界圧力比より大きい時は、臨界流となり、

$$Q_{CF} = Q_{SC} = C_d p_u A \sqrt{\frac{RT}{M}} \frac{2\gamma}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{\frac{2}{\gamma}} - \left(\frac{p_d}{p_u}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}} \right]$$

となる。ここで γ は比熱比、 C_d は流出係数で、

$$C_d = 0.8623 - 0.2541 \left(\frac{p_d}{p_u}\right)$$

より、近似的に求めることができる。

修正クヌーセンの式の計算結果は、過去の実験結果やシミュレーションの結果と比較して、およそ20%以下で一致した。

謝辞

(株)フクダの皆様に、計算結果についてご議論頂きました。厚く御礼申し上げます。

文 献

- 1) 吉田肇, 武井良憲, 新井健太: 表面と真空, **31**, 123 (2010).
- 2) 吉田肇, 武井良憲, 新井健太: 表面と真空, **31**, 123 (2010).
- 3) H. Yoshida, M. Hirata, T. Hara, Y. Higuchi, Packag Technol Sci. 2021;34:557–566.

*E-mail: hajime-yoshida@aist.go.jp