

シンプレクティックアジョイント法に基づく超高精度不確実性定量化法と地震学への応用

Symplectic-adjoint-based exact uncertainty quantification method and its applications to seismology

*伊藤 伸一¹

*Shin-ichi ITO¹

1. 東京大学地震研究所

1. Earthquake Research Institute, The University of Tokyo

説明変数が何らかの微分方程式で拘束されている目的関数の微分計算は、ニューラルネットワーク・4次元変分法データ同化など、大規模な固体地球科学の問題を解析するための統計関連手法において必須の技術である。特にそのような目的関数の2階微分行列であるヘッセ行列は、その逆行列要素が推定量の不確実性の評価に直結するため重要であるが、計算コストが大きいと、大規模系に対してもヘッセ行列を高速かつ高精度に計算する枠組みが希求されている。これまでに我々は、ヘッセ行列およびその逆行列要素の高速・高精度計算を目的として、4次元変分法データ同化で用いられる2nd-order adjoint (SOA) 法に基づくアルゴリズム開発およびその応用研究を推進してきた[1]。SOA法で利用されるSOAモデルは一般に常微分方程式の形式で与えられ、ヘッセ行列評価にはSOAモデルの数値積分が必要になるが、その数値積分法の選び方によっては必要なメモリが増大するだけでなく、ヘッセ行列の計算精度が著しく低下し、それに基づいて計算される不確実性などの結果が信頼できないものになる可能性があるなどの問題があった。そこで本研究で我々はSOA法に内在するシンプレクティック性に注目することで、必要なメモリを最低限に抑え、さらにヘッセ行列の数値誤差を計算機誤差まで抑えることを可能にするSOAモデルの最適な数値積分法の選択法を提案した[2]。この方法ではSOA法に登場する微分方程式群に存在する保存量を離散化後も保存するような数値積分法を構築することで高精度なヘッセ行列計算を可能にしている。簡単な波動方程式を用いたデータ同化問題を通じて本手法を検証したところ、本手法から提案される数値積分法は従来用いられてきた数値積分法に比べて、ヘッセ行列に含まれる数値誤差を劇的に抑えることが確認できた。講演では、本手法の大規模地震シミュレーションモデルへの適用した結果[3]も紹介する。

[1] S. Ito, H. Nagao, A. Yamanaka, Y. Tsukada, T. Koyama, M. Kano and J. Inoue, Physical Review E 94, 043307, 2016.

[2] S. Ito, T. Matsuda, and Y. Miyatake, BIT Numerical Mathematics, 61, 503–522, 2021.

[3] S. Ito, M. Kano, and H. Nagao, in preparation.